

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ,
СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
им. проф. М.А. Бонч-Бруевича»

На правах рукописи

Бойко Игорь Андреевич

**РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ АДАПТИВНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В АНТЕННЫХ СИСТЕМАХ ГИБРИДНЫХ
СЕТЕЙ СВЯЗИ**

2.2.13. Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук,
профессор,
Глушанков Евгений Иванович

Санкт-Петербург — 2026

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1 Обоснование необходимости использования методов пространственной обработки сигналов в антенных системах в гибридных сетях связи	12
1.1 Гибридные сети связи.....	12
1.1.1 Перспективы развития гибридных сетей связи	12
1.1.2 Методы повышения помехоустойчивости в гибридных сетях связи.....	17
1.2. Обоснование использования методов пространственной обработки сигналов.....	24
1.2.1 Обоснование использования методов пространственной обработки сигналов на приёмной стороне	25
1.2.2 Обоснование использования методов пространственной обработки сигналов на передающей стороне.....	27
1.2.3 Проблемы пространственной обработки сигналов	30
1.3 Анализ известных алгоритмов и выбор классов используемых методов пространственной обработки сигналов	32
1.3.1 Алгоритмы на приёмной стороне.....	32
1.3.2 Алгоритмы на передающей стороне	43
1.3.3 Выбор классов используемых методов пространственной обработки сигналов в гибридных сетях связи	48
1.4 Критерии эффективности алгоритмов пространственной обработки сигналов.....	49
1.5 Выводы по первому разделу	53
ГЛАВА 2 Методы пространственной обработки сигналов на приёмной стороне.....	55
2.1 Стационарные алгоритмы	55
2.1.1 Быстрый алгоритм LMS с переменным шагом.....	55
2.1.2 Модифицированный алгоритм LMS для кольцевых решёток.....	60
2.2 Нестационарные алгоритмы	66
2.2.1 Модифицированный алгоритм RLS	66
2.2.2 Пространственная обработка сигналов на основе фильтра Калмана с ограничениями	71
2.3 Адаптивная пространственная обработка сигналов в условиях неопределённости сигнально-помеховой обстановки	92
2.3.1 Оценка образцового сигнала фильтром Калмана	92
2.3.2 Методы оценки шума измерения с помощью фильтра Калмана.....	104
2.4 Выводы по второму разделу.....	105

ГЛАВА 3	Методы пространственной обработки сигналов на передающей стороне	107
3.1	Оценка канальной матрицы с помощью регуляризации ковариационных матриц	107
3.2	Линейные алгоритмы прекодирования	112
3.2.1	Итерационные методы линейного прекодирования	112
3.2.2	Модифицированный алгоритм Ньютона	113
3.3	Нелинейные алгоритмы прекодирования	120
3.3.1	Модифицированный алгоритм на основе LQ-разложения	121
3.3.2	Алгоритмы на основе сингулярного разложения	126
3.4	Алгоритмы прекодирования с ограничением пик-фактора	133
3.5	Выводы по третьему разделу	144
ГЛАВА 4	Предложения по практической реализации методов пространственной обработки сигналов	146
4.1	Предложения по аппаратной реализации	146
4.1.1	Предложения по аппаратной реализации на импортной элементной базе	147
4.1.2	Предложения по аппаратной реализации на отечественной элементной базе	149
4.2	Проведение машинных испытаний по реализации аппаратно-программного комплекса пространственной обработки сигналов.....	150
4.2.1	Аппаратное и программное обеспечение машинных испытаний	150
4.2.2	Результаты машинных испытаний для градиентного алгоритма NLMS на приём.....	153
4.2.3	Результаты машинных испытаний для алгоритма с обращением корреляционной матрицы на приём.....	155
4.2.4	Результаты машинных испытаний для итерационного алгоритма прекодирования на передачу.....	158
4.3	Результаты натурных испытаний по реализации аппаратно-программного комплекса пространственной обработки сигналов	160
4.3.1	Методика измерения характеристик работы адаптивной антенной решётки..	161
4.3.2	Результаты натурных испытаний для градиентного алгоритма NLMS на приём.....	163
4.3.3	Результаты натурных испытаний для алгоритма обращения корреляционных матриц на приём.....	167
4.3.4	Результаты натурных испытаний для итерационного алгоритма прекодирования на передачу.....	168
4.4	Предложения по реализации методов пространственной обработки сигналов в гибридных сетях связи	171

4.5 Выводы по четвёртому разделу	177
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	179
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ	181
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	183
Приложение А Листинг программы алгоритма NLMS на языке Verilog.....	199
Приложение Б Листинг программы модифицированного алгоритма Ньютона на языке Verilog	203
Приложение В Листинг программы алгоритма линейного прекодирования на языке Verilog...	209
Приложение Г Сведения об интеллектуальной собственности.....	212
Приложение Д Акты о внедрении результатов диссертационного исследования	217

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Для решения важных задач по достижению повсеместной цифровизации Российской Федерации возникает необходимость развития высокоскоростной инфраструктуры передачи информации. В связи с географическими особенностями страны остро стоит проблема в обеспечении надёжной и высокоскоростной связи в удалённых районах страны. Решением данной проблемы является внедрение гибридных сетей связи (ГСС), которые представляют совокупность различных типов сетей доступа, технологий и стандартов, объединённых в единую сеть для предоставления телекоммуникационных услуг с требуемым качеством. В условиях сложной электромагнитной обстановки, в которой функционируют современные ГСС, возникает необходимость в подавлении взаимных помех, возникающих в условиях ограниченного радиочастотного ресурса, а также группировании большого количества радиоэлектронных систем на ограниченном пространстве. Наряду с взаимными помехами серьёзный риск несут преднамеренные помехи, которые являются результатом работы средств радиоэлектронной борьбы и могут привести к искажению или даже полному подавлению полезного сигнала. В связи с этим повышение помехоустойчивости ГСС является актуальной задачей. Среди существующих способов повышения помехоустойчивости методы пространственной обработки сигналов (ПОС) являются наиболее актуальными, поскольку позволяют осуществить выделение полезного сигнала даже в случае частотного перекрытия помехой. Более того методы ПОС не требуют внесения изменений в сигнально-кодовые конструкции, для применения методов ПОС необходимо изменение только в антенной системе.

Существует множество работ, посвящённых проблеме повышения помехоустойчивости за счёт использования алгоритмов адаптивной ПОС, которые предполагают динамическую подстройку к изменяющейся сигнально-помеховой обстановке. Разработаны различные классы алгоритмов — LMS (от англ. least mean squares — метод наименьших квадратов), NLMS (от англ. normalized least mean squares — нормированный метод наименьших квадратов), RLS (от англ. recursive least squares — рекуррентный метод наименьших квадратов), непосредственного обращения корреляционных матриц различной структуры, на основе классической калмановской фильтрации и др. При этом ключевые подходы методов ПОС заключаются в максимизации отношения сигнал / (шум + помеха), минимизации среднеквадратической ошибки между опорным сигналом и выходным, либо минимизации дисперсии шума.

Несмотря на подробное освещение данной темы, существующие алгоритмы, основанные на процедурах RLS и фильтрах Калмана, при всей своей высокой эффективности, в том числе при нестационарных сценариях сигнально-помеховой обстановки, обладают исключительно высокой

вычислительной сложностью, что требует исследования способов повышения быстродействия алгоритмов ПОС. А достаточно простые алгоритмы LMS и NLMS являются оптимальными только для стационарного случая и/или в условиях априорно известной сигнально-помеховой обстановки. В связи с этим, актуальность работы заключается в разработке новых алгоритмов, обеспечивающих повышение быстродействия методов ПОС, а также устойчивость работы в условиях нестационарной сигнально-помеховой обстановки.

В последние годы наблюдается устойчивая тенденция к повсеместному внедрению цифровых антенных решёток (ЦАР) в самых различных комплексах радиосвязи. В отличие от активной фазированной антенной решётки (АФАР) ЦАР не предполагает использование аттенуаторов и фазовращателей на элементах антенной решётки; в них управление амплитудами и фазами осуществляется с помощью системы цифрового синтеза и анализа сигналов. Данный подход позволяет быстро и гибко изменять диаграмму направленности (ДН) антенной решётки, формируя главные лепестки в направлении источников полезных сигналов и нули в направлении источников помех. Внедрение ЦАР в комплексы радиосвязи позволяет осуществлять адаптивную пространственно-временную обработку сигналов в режиме реального времени.

Актуальность данного исследования заключается в разработке новых алгоритмов адаптивной ПОС, которые, по сравнению с существующими решениями, позволяют повысить эффективность методов ПОС за счёт увеличения быстродействия и помехоустойчивости гибридных систем связи.

Степень разработанности темы исследования. Задача повышения помехоустойчивости систем связи посредством пространственной обработки сигналов достаточно хорошо изучена. Её решению посвящено значительное количество работ отечественных и зарубежных учёных, среди которых стоит выделить труды В.А. Варгаузина, О.В. Горячкина, В.А. Григорьева, В.И. Джигана, В.Б. Крейнделина, Р.А. Монзинго (R.A. Monzingo), А.В. Оппенгейма (A.V. Oppenheim), С.Д. Стирнса (S.D. Stearns), Р.Л. Стратоновича, В.И. Тихонова, Г.Л. Ван Триса (H.L. Van Trees), Б. Уидроу (B. Widrow), Г.А. Фокина, М.Х. Хейеса (M.H. Hayes), С. Хейкина (S. Haykin), А.М. Чуднова, Д. Симона (D. Simon), П.С.Р. Диниз (P.S.R. Diniz) Г. Сингх (H. Singh) и Я.Д. Ширмана. Многие из результатов, приведённых в работах указанных авторов, являются в основном теоретическими, прикладных исследований существенно меньше, либо они рассчитаны лишь на успешное практическое применение только в условиях определённых ограничений. В этой связи можно констатировать, что известные результаты, полученные при решении упомянутой задачи, могут получить плодотворное развитие в ходе дальнейших исследований.

Вопросам создания и внедрения ГСС посвящены работы авторов: А.А. Березкин, А.Н. Волков, Е.Е. Девяткин, Р.В. Киричек, В.А. Коваль, А.Е. Кучерявый, М. Майер (M. Maier),

Г.М. Мунтеан (G.M. Muntean), А.И. Парамонов, С.В. Терентьев, В.О. Тихвинский, Р. Трестиан (R. Trestian). В данных работах недостаточно исследованы методы повышения помехоустойчивости различных элементов ГСС. Их применение позволяет повысить энергетическую и спектральную эффективность и достигнуть предъявляемых к ГСС жёстких требований по высокой пропускной способности и низкой задержке. В этой связи возникает необходимость разработки новых алгоритмов ПОС для повышения помехоустойчивости ГСС.

Цель исследования состоит в повышении помехоустойчивости гибридных сетей связи за счёт использования алгоритмов пространственной обработки сигналов в антенных системах.

Объектом исследования в данной работе являются методы и алгоритмы пространственной обработки сигналов в гибридных сетях и сетях сотовой связи 5G и 6G.

Предметом исследования выступает помехоустойчивость гибридных сетей и сетей сотовой связи при использовании алгоритмов пространственной обработки сигналов в антенных системах.

Научной задачей исследования является разработка алгоритмов пространственной обработки сигналов в антенных системах, обеспечивающих повышение помехоустойчивости гибридных сетей связи и обладающих высоким быстродействием.

Для достижения научной задачи в диссертационной работе решены следующие частные задачи исследования:

1. Предложены модификации существующих алгоритмов ПОС на приёмной и передающей стороне с целью повышения быстродействия алгоритмов.
2. Предложены решения по оптимизации методов ПОС на приёмной и передающей стороне.
3. Разработан новый алгоритм адаптивного диаграммообразования на основе фильтра Калмана с целью повышения помехоустойчивости при энергетической и пространственной динамике сигнально-помеховой обстановки.
4. Разработан новый алгоритм нелинейного прекодирования на основе сингулярного разложения с целью повышения помехоустойчивости при максимальной нагрузженности канала.
5. Проведены эксперименты по реализации аппаратно-программного комплекса, включающего в себя методы ПОС на приёмной и передающей стороне, для повышения помехоустойчивости гибридных сетей связи.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Модификации алгоритмов пространственной обработки сигналов на приёмной стороне, отличающиеся от известных возможностью настройки параметров к изменениям сигнально-помеховой обстановки и обеспечивающие повышение

быстродействия на 10% и более, а также новый алгоритм на основе нечувствительного фильтра Калмана, обеспечивающий энергетический выигрыш на 5,3 дБ по сравнению с известными алгоритмами.

2. Модифицированный алгоритм Ньютона пространственной обработки сигналов в режиме работы на передачу, отличающийся от известных итерационных алгоритмов линейного прекодирования переменным коэффициентом связи и обеспечивающий повышение быстродействия на 6%, а также новый алгоритм нелинейного прекодирования на основе сингулярного разложения, обеспечивающий повышение энергетической эффективности на 5,9 дБ по сравнению с известными алгоритмами.
3. Аппаратно-программный комплекс пространственной обработки сигналов в составе прототипа антенной системы базовой станции, обеспечивающий повышение спектральной и энергетической эффективности гибридных сетей связи с одновременным выигрышем в быстродействии по сравнению с известными алгоритмами.

Научная новизна диссертации заключается в следующем:

1. Разработан новый алгоритм пространственной обработки сигналов на основе фильтра Калмана с целью повышения помехоустойчивости при энергетической и пространственной динамике сигнально-помеховой обстановки.
2. Разработан новый алгоритм нелинейного прекодирования на основе сингулярного разложения с целью повышения помехоустойчивости при максимальной нагруженности канала.
3. Предложен комплекс модификаций алгоритмов пространственной обработки сигналов на приёмной и передающей стороне с целью увеличения быстродействия.
4. Предложен новый аппаратно-программный комплекс обработки сигналов, имеющий в своей основе модифицированные алгоритмы пространственной обработки сигналов и обеспечивающие корректную сигнальную обработку.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Теоретическая значимость результатов работы заключается в следующем:

- проведена модернизация алгоритмов пространственной обработки сигналов на приёмной и передающей сторонах с целью повышения быстродействия алгоритмов;
- разработан комплекс новых алгоритмов пространственной обработки сигналов на приёмной и передающей сторонах, обеспечивающих бóльшую энергетическую эффективность в условиях сложной сигнально-помеховой обстановки по сравнению с известными алгоритмами;

- предложены решения по оптимизации методов пространственной обработки сигналов на приёмной и передающей сторонах.

Практическая значимость результатов работы заключается в следующем:

- повышение помехоустойчивости гибридных сетей связи;
- исследование поведения характеристик энергетической эффективности и быстродействия методов пространственной обработки сигналов;
- реализация и проведение испытаний аппаратно-программного комплекса систем пространственной обработки сигналов.

Методология и методы исследования. Решение научной задачи для достижения цели исследования основано на применении методов математического моделирования, теории связи, цифровой обработки сигналов, теории вероятности и вычислительной статистики, компьютерного моделирования в среде специализированных пакетов программного обеспечения *MATLAB*, компьютерного синтеза и анализа проектов для разработки систем на кристалле в среде специализированных пакетов программного обеспечения *Vivado Design Suite*.

Достоверность полученных результатов подтверждается:

- корректным применением проверенного математического аппарата;
- результатами имитационного моделирования, машинных и натуральных экспериментов;
- соответствием полученных результатов предшествующим исследованиям;
- обсуждением результатов на международных научных конференциях и их публикацией в рецензируемых научных журналах.

Реализация результатов исследования. Результаты работы были использованы в отчётах по научно-исследовательским работам, проводимым СПбГУТ: шифр «Растр», шифр «Телепорт-2030».

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались со специалистами на российских и международных научных конференциях:

- Международная конференция «SYNCHROINFO» (2021 г., 2022 г.);
- Международная конференция «Congress on Ultra-Modern Telecom-munication and Control System and Workshops (ICUMT)» (2021 г.);
- Международная конференция «Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications» (2022 г., 2024 г.);
- Всероссийская научно-методическая конференция «Подготовка профессиональных кадров в магистратуре для цифровой экономики» (2020 г., 2023 г.);

- Международная научно-техническая и научно-методическая конференция «Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании» (2021 г., 2022 г., 2023 г., 2024 г.);
- Международная конференция « Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE» (2025);
- Международная конференция «Волновая электроника и ее применение в информационных и телекоммуникационных системах» («Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems, WECONF») (2026).

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 20 печатных изданиях, 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 8 — в изданиях, индексируемых Scopus, 8 — в сборниках трудов конференций, индексируемых РИНЦ, 1 представляет собой отчёты о научно-исследовательской работе. Зарегистрированы 3 программы для ЭВМ и 2 патента на изобретение.

Соответствие научной специальности. Диссертация соответствует следующим пунктам паспорта специальности 2.2.13 «Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения»:

- 3. Разработка и исследование радиотехнических устройств и систем, обеспечивающих улучшение характеристик точности, быстродействия и помехоустойчивости.
- 5. Разработка и исследование алгоритмов, включая цифровые, обработки сигналов и информации в радиотехнических устройствах и системах различного назначения, в том числе синтез и оптимизация алгоритмов обработки.
- 6. Разработка и исследование методов и алгоритмов обработки сигналов и информации в радиотехнических устройствах и системах различного назначения, включая системы телевидения и передачи информации, при наличии помех с целью повышения помехоустойчивости.
- 8. Разработка и исследование радиотехнических устройств и систем передачи информации, в том числе эфирных, радиорелейных и космических, с целью повышения их пропускной способности, помехоустойчивости и помехозащищенности.

Личный вклад. Диссертационная работа выполнена лично автором, все результаты теоретических и экспериментальных исследований получены автором самостоятельно. В работах, опубликованных в соавторстве, соискателю принадлежит основная роль при постановке и решении задач, а также обобщении полученных результатов. Доклады на конференциях сделаны автором лично.

Объём и структура работы.

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и 5 приложений. Полный объём диссертации составляет 219 страниц, включая 103 рисунка и 36 таблиц. Список литературы содержит 147 наименований.

Содержание работы.

Во введении к работе обоснована актуальность темы исследования, определены его объект и предмет, сформулированы цели и задачи диссертационной работы, раскрыты научная новизна и практическая значимость полученных результатов, представлены положения, выносимые на защиту, а также приведены сведения об апробации работы и публикациях по её теме.

В первой главе рассматриваются основные понятия, связанные с гибридными сетями связи, их цели и задачи. В ней приводится классификация алгоритмов ПОС, используемых на приёмной и передающей стороне, а также приводятся критерии эффективности алгоритмов ПОС.

Во второй главе рассматриваются модификации алгоритмов ПОС на приёмной стороне с целью повышения быстродействия, а также приводится новый алгоритм на основе калмановского решения с целью повышения ОСШП. В данной главе также приводятся схемы адаптивной ПОС на приёмной стороне в условиях априорной неопределённости сигнальной и помеховой обстановки.

В третьей главе приводятся решения по оптимизации методов ПОС на передающей стороне. В данной главе также рассматриваются модификации алгоритмов ПОС на передающей стороне с целью повышения быстродействия, а также приводится новый алгоритм на основе сингулярного разложения с целью повышения ОСШП.

В четвёртой главе описывается реализация аппаратно-программного комплекса по применению алгоритмов ПОС на приёмной и передающей стороне. Рассматриваются реализация предложенного аппаратно-программного комплекса на импортной и отечественной элементной базе. Также проводятся результаты натурных испытаний.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации, соглашение № 071–03-2026-010, «Разработка фрагмента модельной гибридной орбитально-наземной сети связи и проведение прикладных научных исследований на ее базе»

ГЛАВА 1 Обоснование необходимости использования методов пространственной обработки сигналов в антенных системах в гибридных сетях связи

1.1 Гибридные сети связи

В данной главе рассматриваются основные понятия, связанные с гибридными сетями связи, их цели и задачи. Ключевой особенностью данной работы является помехоустойчивость гибридных сетей. В связи с этим приводятся основные методы повышения помехоустойчивости гибридных сетей, а также обоснование необходимости использования методов пространственной обработки сигналов. В первой главе также приводится классификация алгоритмов пространственной обработки сигналов, используемых на приёмной и передающей стороне. В заключительной части главы приводятся критерии оценки эффективности использования алгоритмов пространственной обработки сигналов. Научные результаты, описанные в данной главе, опубликованы в работах [1–7].

1.1.1 Перспективы развития гибридных сетей связи

На сегодняшний день наблюдается устойчивая тенденция роста потребностей пользователей в объёме и качестве передачи данных, а также повсеместная цифровизация рабочих процессов, направленная на автоматизацию и роботизацию производства. В связи с географической особенностью Российской Федерации, около 30% территории страны остаются без стабильного покрытия мобильной связью, а широкополосный интернет доступен лишь 90% населения [8]. Для достижения повсеместной цифровизации страны необходимо создание такой сетевой инфраструктуры, которая может обеспечить высокоскоростную передачу данных даже в удалённых районах страны [9]. Решением данной задачи является внедрение гибридных сетей связи, которые используют сочетание каналов связи различной природы.

Главным требованием к перспективным комплексам радиосвязи является гиперконвергентность. Это значит, что беспроводные сотовые и спутниковые системы связи функционируют в едином стандарте. Данное требование обеспечивается внедрением гибридных сетей связи [1, 10].

Гибридные системы связи — это архитектура для широкополосного сетевого доступа, где несколько сетевых технологий объединяются для повышения пропускной способности. Гибридные системы связи являются универсальными и могут использоваться для объединения различных типов сетей доступа, таких как проводные сети, WiMAX (Worldwide Interoperability for Microwave Access), 5/6G (сети сотовой связи 5 и 6 поколения), системы спутниковой и

тропосферной связи [11, 12]. Переключение пользователя между различными сетями доступа происходит в зависимости от её доступности или технических возможностей обеспечить требуемую скорость передачи информации. Наибольший интерес в данный момент представляет объединение наземных и спутниковых систем связи [13–15]. На рисунке 1.1 представлена архитектура ГСС [8].

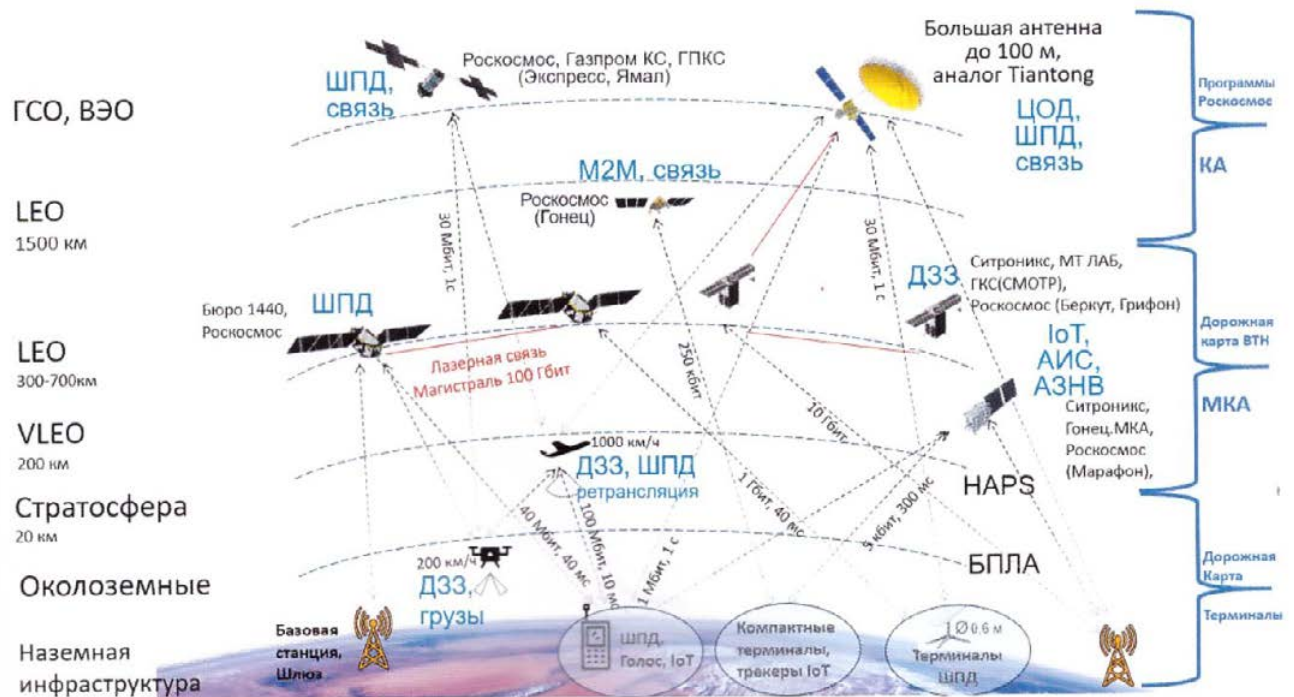


Рисунок 1.1 — Архитектура ГСС

Внедрение космического сегмента позволит обеспечить покрытие широкополосным интернетом в тех регионах, где использование наземного сегмента является технически невозможным и/или неэффективным в связи с низкой плотностью населения. Реализация гибридных сетей связи состоит из трёх основных этапов: взаимодействие спутниковых и наземных сетей, их интеграция и их унификация. Диаграмма взаимодействия наземных и спутниковых сетей представлена на Рисунке 1.2.

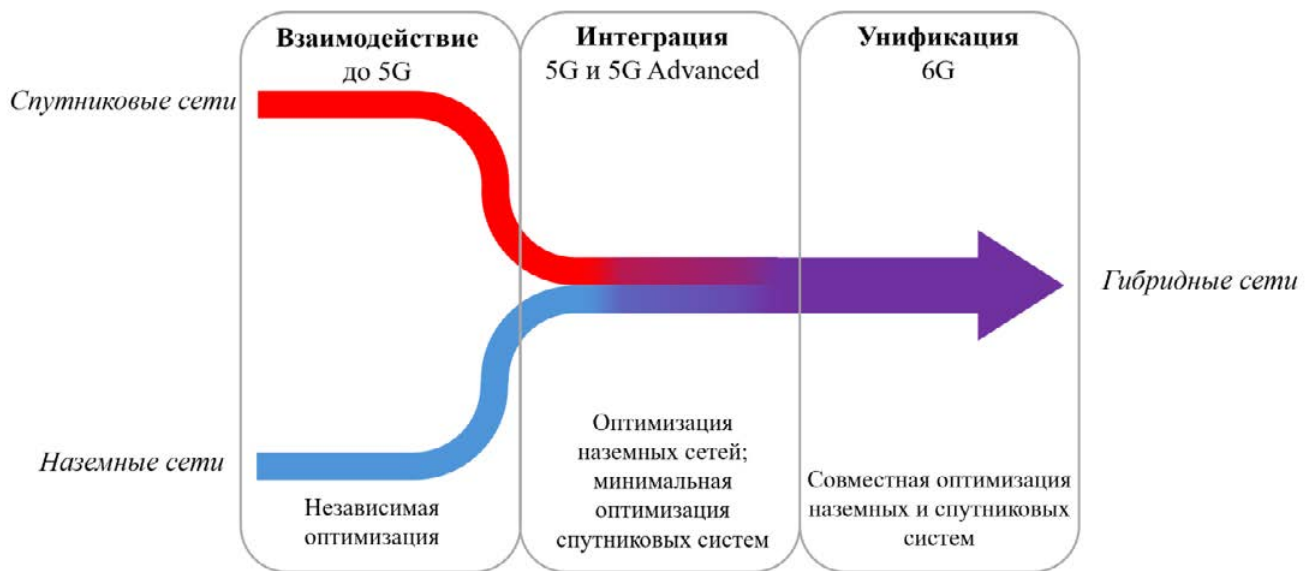


Рисунок 1.2 — Диаграмма взаимодействия наземных и спутниковых сетей

В рамках первого этапа независимой интеграции предполагается использование существующих спутниковых навигационных систем для отправки сообщений абонентских терминалов (AT). Так, например, использование спутников глобальной навигационной спутниковой системы Глонасс может быть использовано для обеспечения службы коротких сообщений (SMS).

Второй этап предполагает оптимизацию наземных сетей и минимальную оптимизацию спутниковых систем. Интеграция спутниковых и наземных сетей происходит сейчас во многих странах, одним из самых известных проектов является глобальная система спутникового интернета Starlink [16]. Среди отечественных проектов в данном направлении можно отметить низкоорбитальную спутниковую систему широкополосной передачи данных от компании «Бюро 1440» [8].

Третий этап заключается в унификации стандартов спутниковой и наземной передачи данных. В результате этой унификации возможно осуществить бесшовное переключение между наземным и космическим сегментом гибридных сетей связи. Одним из значимых исследований в разработке полноценных гибридных сетей можно отметить отечественную программу «Сфера» от компании «Роскосмос». Программа «Сфера» состоит из нескольких проектов, таких как система широкополосного доступа в интернет «Скиф», система персональной спутниковой связи «Гонец» и система передачи данных автономных машин «Марафон IoT» [8].

Использование гибридных сетей связи направлено на достижение следующих целей:

- Обеспечение быстрого доступа в интернет в отдалённых районах. Развёртывание гибридных сетей связи позволит обеспечить мгновенным высокоскоростным Интернетом в отдалённых сельских районах, а также районах Арктики, где

развёртывание наземных сетей связи является технически трудным или неэффективным решением.

- Повышение надёжности канала доступа. Использование гибридных сетей связи позволит переключаться между наземными и спутниковыми системами связи для обеспечения бесперебойной работы Интернета, учитывая маловероятность одновременного отказа нескольких систем связи одновременно.
- Быстрая готовность к обслуживанию. Клиент может немедленно установить гибридный сетевой доступ и использовать беспроводной участок, пока оператор устанавливает проводную часть.
- Обеспечение Интернета вещей (от англ. IoT — Internet of Thing), включающего системы доставки беспилотными летательными аппаратами (БПЛА), автономных машин (АМ) и дронов, а также групп транспортных средств.

Необходимость расширения области покрытия и установление связи в любое время с минимальными задержками для гибридных сетей решается построением 3D-архитектуры, состоящей из космического, воздушного и наземного сегмента [17]. На Рисунке 1.3 изображён облик данной архитектуры.

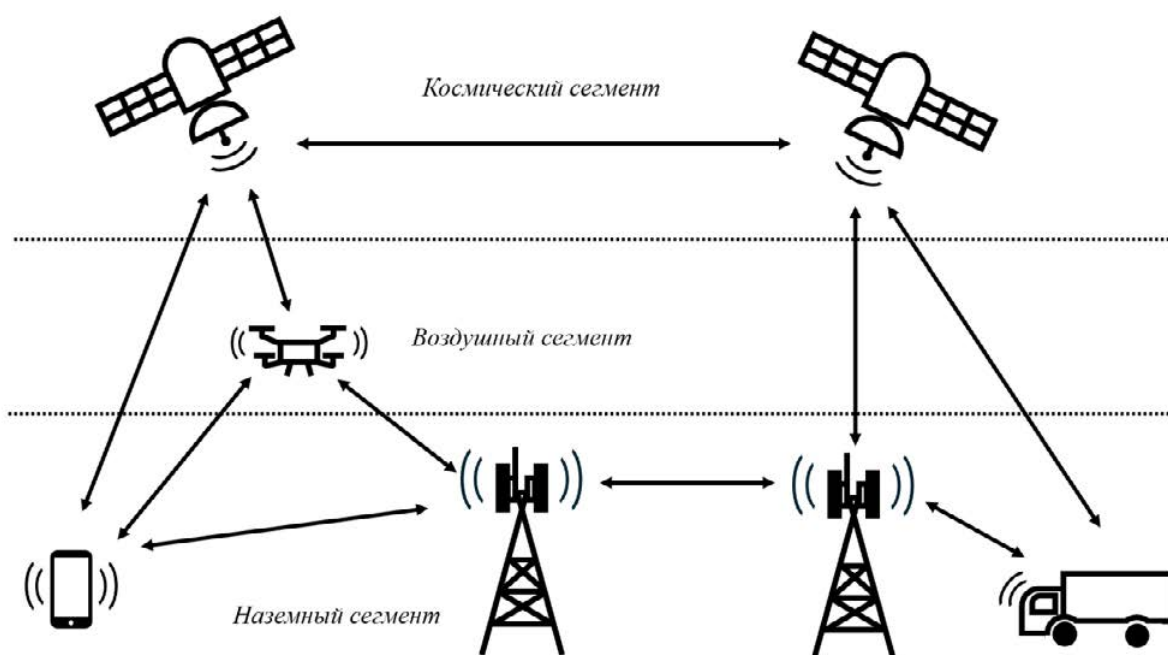


Рисунок 1.3— Облик гибридной сети

Введение дополнительного воздушного сегмента позволяет повысить надёжность связи и увеличить зону покрытия за счёт использования беспилотных систем. В [2, 18, 19]

рассматривается взаимодействие БПЛА с наземным и космическим сегментом. БПЛА могут быть использованы в качестве:

- Абонентский терминал. БПЛА может рассматриваться как воздушные АТ, используемые в качестве систем мониторинга, доставки груза и других целей. В данном случае БПЛА должен гарантировать электромагнитную совместимость с наземным сегментом, т.к. высокий уровень помех может существенно повлиять на производительность сети.
- Ретранслятор. БПЛА может использоваться как ретранслятор между БС и АТ в районах с низкой плотностью населения. В данном случае БПЛА может обеспечить прямую видимость как с АТ, так и с БС, тем самым увеличивая зону покрытия в районах с низкой плотностью населения.
- Базовая станция. БПЛА может использоваться как полноценная БС в системе пространственно-распределённых БС и обеспечивать подключение как с другими БПЛА, так и с наземным или космическим сегментом. Использование БПЛА в качестве БС позволяет обеспечить “передвижную” зону покрытия, которая может увеличить зону покрытия или уменьшить нагрузку на существующую наземную сеть.

Достижение данных целей по внедрению гибридных сетей связи связано с рядом трудностей, а именно:

- обеспечение устойчивого приёма АТ, поскольку на АТ используются ненаправленные антенны;
- обеспечение многопоточного доступа на космических аппаратах (КА) при покрытии удалённых районов;
- обеспечение высоких скоростей беспроводного Интернета на АТ в условиях плотной городской застройки и большого количества непреднамеренных помех;
- обеспечение устойчивого приёма с быстро движущимися БПЛА;
- обеспечение электромагнитной совместимости как внутрисистемной между станциями одной гибридной сети, так и межсистемной между станциями гибридных и других сетей.

Данные трудности могут быть решены за счёт увеличения спектральной эффективности и увеличения помехоустойчивости систем передачи информации.

1.1.2 Методы повышения помехоустойчивости в гибридных сетях связи

Основным параметром, определяющим пропускную способность канала связи, является спектральная эффективность или эффективность использования полосы пропускания, которая определяется как максимальное количество данных, переданное за единицу времени в полосе 1 Гц [20]. Верхняя граница достижимой эффективности модуляции определяется следующим образом: для сигнального алфавита с M символами, эффективность модуляции будет равна:

$$R = \log_2(M). \quad (1.1)$$

От пропускной способности канала связи C зависит максимально возможная скорость передачи данных R . Шеннон доказал, что пропускная способность канала с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) напрямую зависит от отношения сигнал/шум (ОСШ) и полосы пропускания канала связи ΔF_k . Теорема Шеннона-Хартли даёт следующее выражение для пропускной способности канала связи:

$$C = \Delta F_k \cdot \log_2(1 + P_c/P_{\text{ш}}). \quad (1.2)$$

Выражение (1.2) устанавливает, что по каналу связи можно передать информацию с пренебрежимо малой вероятностью ошибки, если скорость передачи данных R меньше пропускной способности канала C [20]. Если же скорость передачи данных R больше пропускной способности канала C , то физически невозможно передать информацию без искажений. На Рисунке 1.4 изображена кривая, которая называется границей Шеннона; ниже данной кривой находится область, в которой лежат доступные для реальных радиотехнических систем показатели эффективности, а выше данной кривой находится недоступная область показателей эффективности.

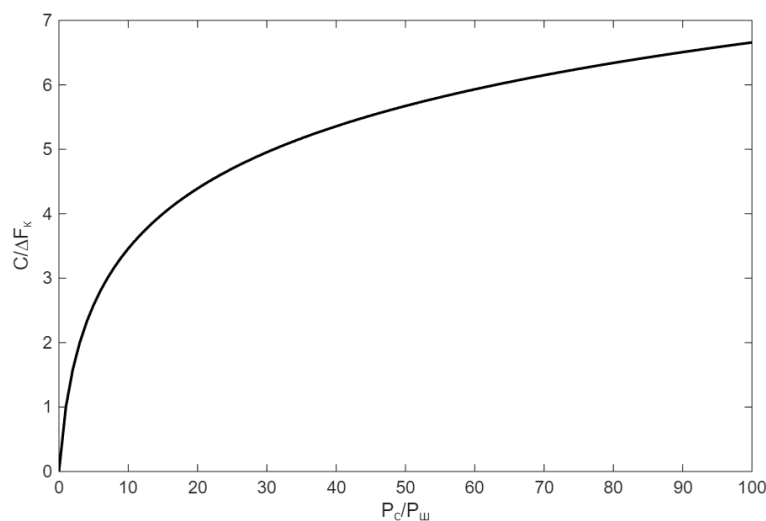


Рисунок 1.4 — Зависимость нормированной пропускной способности от ОСШ

На основании вышеизложенного, повышение пропускную способность канала связи можно лишь за счёт увеличения объёма передаваемого сигнала и, следовательно, канала связи. Основными методами повышения пропускной способности являются:

- увеличение динамического диапазона сигнала;
- расширение спектра;
- помехоустойчивое кодирование;
- методы оптимальной фильтрации.

Усиление динамического диапазона передаваемого сигнала, хоть и является самым простым решением повышения помехоустойчивости, однако оно имеет существенный недостаток, который проявляется в виде эффекта насыщения усиления мощности радиосигнала [21]. Насыщение усиления мощности определяется как уменьшение коэффициента усиления усилителя мощности, которое происходит, когда мощность сигнала приближается к мощности насыщения. Общее дифференциальное уравнение для коэффициента усиления усилителя мощности будет равно:

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{g - g_{cc}}{\tau_g} - \frac{gP}{E_{\text{нас}}}, \quad (1.3)$$

где g — коэффициент усиления, g_{cc} — коэффициент усиления слабых сигналов, τ_g — время релаксации усиления, P — мощность сигнала, $E_{\text{нас}}$ — насыщение усиления активной среды.

В идеальном случае, кривая передачи мощности должна иметь линейный характер (Рисунок 1.5, зелёный график); в реальности же эффект насыщения усиления приводит к тому, что кривая передачи мощности будет иметь нелинейную зависимость (Рисунок 1.5, красный график). Нелинейная зависимость коэффициента усиления мощности приводит к нелинейным искажениям, что приводит к появлению нежелательных дополнительных спектральных составляющих в спектре передаваемого сигнала. Существуют методы уменьшения нелинейности коэффициента усиления усилителя мощности с помощью введения отрицательной обратной связи в схему усилителя, однако они приводят к уменьшению максимально возможного коэффициента усиления.

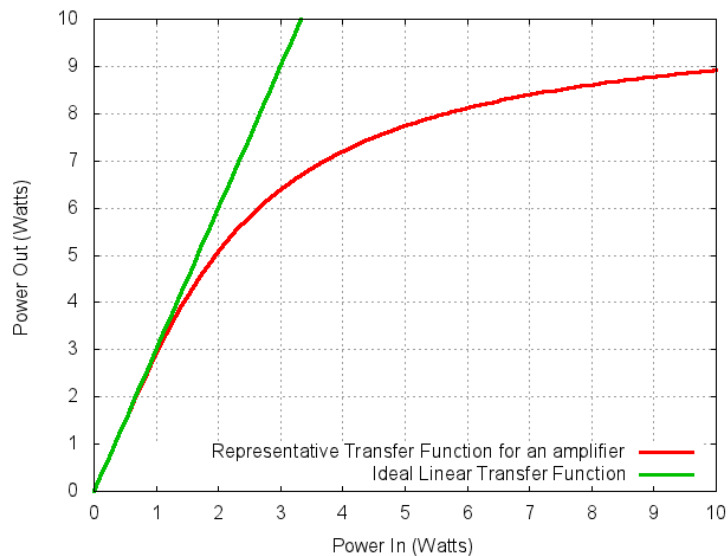


Рисунок 1.5 — Идеальная (зелёная линия) и реальная (красная линия) кривые передачи мощности

Другим способом повышения помехоустойчивости является методы расширения спектра [22, 23]. В современных системах передачи информации используются два основных метода расширения спектра: метод прямой последовательности для расширения спектра и метод псевдослучайной перестройки частоты.

Метод прямой последовательности с расширением спектра (DSSS — англ. direct sequence spread spectrum) заключается в представлении каждого информационного бита в виде последовательности n кодовых символов [24]. Каждый информационный бит (1/0) представляет собой прямоугольный импульс (с амплитудой $+1/-1$). В свою очередь, каждый кодовый символ также представляет собой прямоугольный импульс (с амплитудой $+1/-1$) с длительностью символа в n раз меньше длительности бита, следовательно ширина спектра DSSS сигнала будет в n раз больше по сравнению с информационным. Одновременно с этим амплитуда спектральных составляющих уменьшится в n раз, поэтому метод DSSS более подвержен ошибкам при низких уровнях сигнала. Более того, поскольку DSSS сигналы имеют широкий спектр, в приёмнике используется не оптимальный, а квазиоптимальный фильтр, приводящий к уменьшению боковых лепестков спектра принимаемого сигнала (например, фильтр с колокообразной амплитудно-частотной характеристикой вместо прямоугольной).

Метод псевдослучайной перестройки частоты (FHSS — англ. frequency-hopping spread spectrum) заключается в скачкообразном изменении несущей частоты передаваемого сигнала, которое в свою очередь определяется псевдослучайной кодовой последовательностью [24]. Основная сложность, связанная с использованием FHSS, заключается в исправной тактовой синхронизации модулятора и демодулятора FHSS сигналов. Главным недостатком FHSS является

высокая чувствительность к частотно-селективным замираниям, т.к. FHSS использует поднесущие частоты для передачи сигнала, что может приводить к пакетным ошибкам. Ещё одним недостатком является требование к высокому отношению сигнал/(шум + помеха) (ОСШП) на приёмнике, что приводит к снижению зоны покрытия.

Системы связи с широкополосными и узкополосными сигналами имеют одинаковую помехоустойчивость относительно флуктуационных и импульсных помех, имеющих достаточно широкий спектр [22]. Также важно отметить, что количество каналов, которые могут быть размещены в одном диапазоне частот практически одинаково как для широкополосных и узкополосных сигналов. Если узкополосные сигналы занимают часть разрешённого диапазона частот, то широкополосные занимают весь диапазон частот, а различие сигналов происходит по форме сигнала с помощью согласованных фильтров или корреляторов [23].

Другим способом повышения помехоустойчивости является использование помехоустойчивого кодирования [20, 25]. Помехоустойчивое кодирование заключается в преобразовании информационной последовательности символов в другую, более длинную последовательность. В связи с этим использование помехоустойчивого кодирования приводит к появлению избыточности сообщения, которая используется для нахождения и/или исправления на приёмной стороне ошибок, появляющихся из-за возможных искажений при передаче сообщения по каналу. Основной характеристикой помехоустойчивых кодов является энергетический выигрыш от кодирования, равный отношению мощностей сигналов с использованием помехоустойчивого кодирования и без него [20]. Платой за этот энергетический выигрыш является увеличение длины сообщения, а следовательно, и занимаемой ширины полосы частот. Однако, данный показатель не превосходит 10 дБ даже для самых эффективных методов кодирования.

Изложенные ранее методы повышения помехоустойчивости заключаются в манипуляции над передаваемым сигналом. В случае, если приёмная сторона не имеет возможность изменить полезный сигнал, то для его выделения из смеси с помехами и шумом может быть применена фильтрация. Модель сообщения в данных случаях будет представлять собой модель одного канала с одним входом. Предполагается, что полезный сигнал и помехи являются случайными процессами, некоррелированными между собой. Чтобы определить оптимальные параметры фильтра в большинстве случаев используются методы, основанные на статистическом усреднении значений, которые являются корректными только в случае, если рассматриваемые сигналы обладают свойством эргодичности [26]. АБГШ является эргодическим процессом. Если, рассматриваемые полезный сигнал и помехи являются эргодическими процессами, то для них существует оптимальный фильтр. Отсчёты входного дискретизированного комплексного сигнала в момент дискретного нормированного времени k можно представить в виде суммы:

$$x(k) = h^s \cdot s(k) + \sum_{i=1}^{N_c} [h_i^c \cdot c_i(k)] + n(k), \quad (1.4)$$

где $x(k)$ — отсчёт принятого сигнала, $s(k)$ — отсчёт полезного сигнала, $c_i(k)$ — отсчёт i -й помехи (активной или пассивной), $n(k)$ — отсчёт АБГШ, $h^{s/c}$ — комплексные коэффициенты передачи канала связи.

Для выделения полезного сигнала, наиболее частым и простым способом является частотная фильтрация во временной области фильтром с конечной импульсной характеристикой (КИХ). Сигнал на выходе КИХ-фильтра можно рассчитать следующим образом:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{L-1} [w_i \cdot x(k-i)], \quad (1.5)$$

где w_i — комплексные коэффициенты КИХ-фильтра длиной L . Данное выражение удобнее представить в матричном виде:

$$y(k) = \mathbf{w}^H \cdot \mathbf{x}_k, \quad (1.6)$$

где $\mathbf{w}$ — вектор весовых коэффициентов (ВВК) КИХ фильтра длины L , H — знак эрмитова сопряжения, $\mathbf{x}_k$ — вектор длины L текущего и задержанных отсчётов входного сигнала:

$$\mathbf{x}_k = [x(k), x(k-1), \dots, x(k-(L-1))]^T. \quad (1.7)$$

Для эффективной реализации частотной характеристики с заданными параметрами полосы пропускания и полосы подавления могут быть использованы фильтры с бесконечной импульсной характеристикой. В рассматриваемом случае (1.6) выделение полезного сигнала на фоне помех эффективно лишь в случае, если полоса частот полезного сигнала не перекрывается или частично перекрывается полосами частот помех [6, 27]. Если же полоса частот помехи сопоставима с полосой частот полезного сигнала, частотная фильтрация не может обеспечить выделение полезного сигнала при подавлении помех. Это связано с тем, что частотная фильтрация не может обеспечить пространственное различение сигналов. Решением данной проблемы является пространственная фильтрация, основанная на методах пространственной обработки сигналов (ПОС). Для этого необходимо расширить модель канала на N входов приёмной антенной решётки. Тогда отсчёты входных дискретизированных комплексных сигналов с N входов ЦАР в момент дискретного нормированного времени k можно представить в виде следующего выражения:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{a}(\varphi^s, \theta^s) \cdot h^s \cdot s(k) + \sum_{i=1}^{N_c} [\mathbf{a}_i(\varphi^c, \theta^c) \cdot h_i^c \cdot c_i(k)] + \mathbf{n}(k), \quad (1.8)$$

где $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_N(k)]^T$ — вектор отсчётов с N входов в момент времени k ; $\mathbf{n}(k)$ — вектор отсчётов АБГШ длиной N ;

$$\mathbf{a}(\varphi, \theta) = \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{U} \cdot \mathbf{v}(\varphi, \theta)\right) \quad (1.9)$$

— управляющий вектор, задающий фазовые сдвиги на элементах ЦАР, определяемые углами азимута φ и элевации θ полезного сигнала и помех; j — мнимая единица; λ — длина волны сигнала; $\mathbf{U}$ — матрица декартовых координат элементов ЦАР размерностью $N \times 3$;

$$\mathbf{v}(\varphi, \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi)\cos(\theta) \\ \sin(\varphi)\cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

— вектор размерностью $N \times 1$, определяющий фазовые сдвиги на элементах ЦАР, определяемые углами азимута φ и элевации θ полезного сигнала и помех относительно нормали к ЦАР.

Сигнал на выходе системы ПОС определяется следующим выражением:

$$y(k) = \mathbf{w}^H(k) \cdot \mathbf{x}(k), \quad (1.11)$$

где $\mathbf{w}(k)$ — ВВК системы ПОС длины N .

Система ПОС осуществляет пространственную фильтрацию за счёт формирования ДН с главным лепестком в направлении излучения полезного сигнала и глубоких нулей в направлении излучения помех, причём информация об углах сигнала и помех заранее неизвестна. Для достижения данной цели необходима некоторая априорная информация в виде образцового сигнала $d(k)$, где в качестве таковой используются пилот-сигналы, заранее известные на приёмной стороне. Для вычисления ВВК в системе ПОС используется адаптивный алгоритм, который по заданному критерию минимизирует сигнал ошибки $e(k)$ между выходным $y(k)$ и образцовым $d(k)$ сигналами [3]. Общая схема системы ПОС представлена на Рисунке 1.6.

Система ПОС для N -элементной ЦАР может обеспечить подавление до $(N - 1)$ помех [28], однако она не способна выравнивать амплитудный спектр полезного сигнала, искажённого каналом связи. Для выравнивания частотных характеристик сигнала потребуется использование дополнительной временной фильтрации.

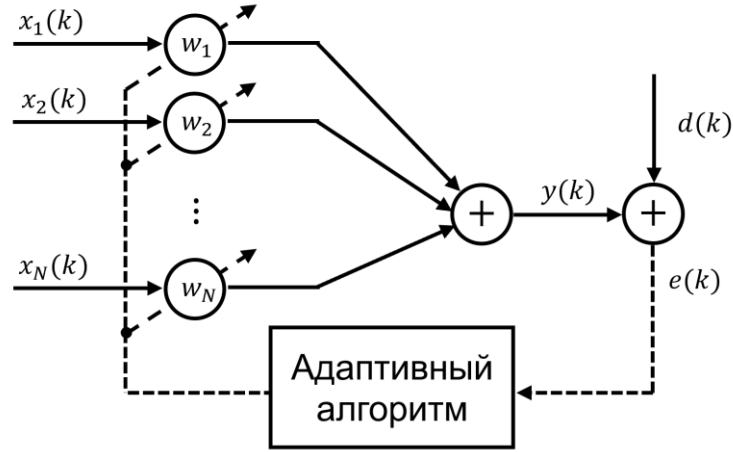


Рисунок 1.6 — Схема ПОС

В случае если канал связи оказывает существенное искажение передаваемых сигналов в связи с замираниями и/или доплеровским сдвигом, принятый сигнал может не обладать свойством стационарности, более того замирания канала приводят появлению нежелательных отражений сигнала, что может привести к отклонению главного лепестка ДН и/или появлению ложных главных лепестков. В связи с этим имеет использовать систему пространственно-временной обработки сигналов (ПВОС) [4]. Общая схема системы ПВОС представлена на Рисунке 1.7.

Тогда отсчёты входных дискретизированных комплексных сигналов с N входов ЦАР в момент дискретного нормированного времени k можно представить в виде следующего выражения:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) = & \mathbf{a}(\varphi^s, \theta^s) \cdot \sum_{i=0}^{L-1} [h_i^c \cdot s(k-i)] + \\ & + \sum_{j=1}^{N_c} \mathbf{a}_j(\varphi^c, \theta^c) \cdot \sum_{i=0}^L [h_{i,j}^c \cdot c_j(k-i)] + \mathbf{n}(k). \end{aligned} \quad (1.12)$$

Сигнал на выходе системы ПВОС определяется следующим выражением:

$$y(k) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^{L-1} [w_{i,j} \cdot x_i(k-j)]. \quad (1.13)$$

Сигнал на выходе системы ПВОС определяется следующим выражением:

$$y(k) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^{L-1} [w_{i,j} \cdot x_i(k-j)]. \quad (1.13)$$

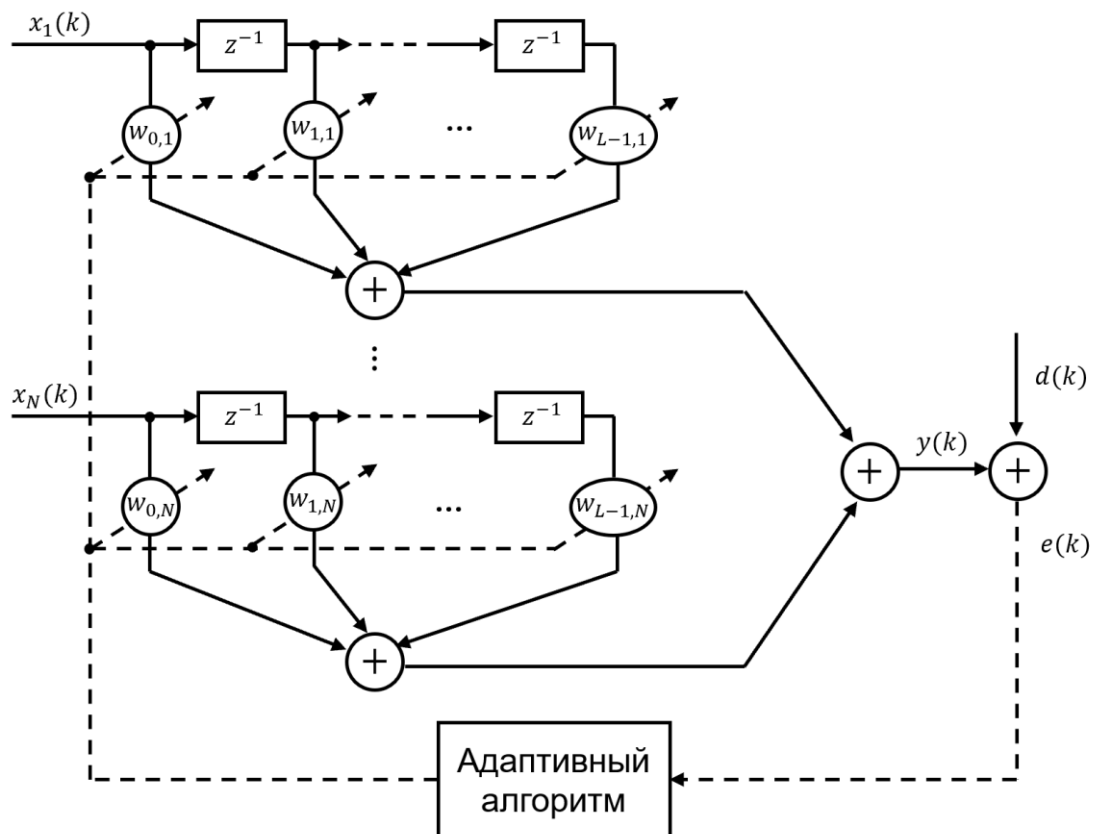


Рисунок 1.7 — Схема ПВОС

Использование методов ПОС может быть использовано в системах наземной связи для связи АС и БС, для связи между двумя БС; системах спутниковой связи для связи КА с наземными станциями, для связи между двумя КА; а также системах подвижной связи для связи БС с БПЛА и АМ (Рисунок 1.6). Более подробно использование методов ПОС будет рассмотрено далее.

1.2. Обоснование использования методов пространственной обработки сигналов

Применение алгоритмов ПОС в антенных комплексах радиотехнических систем обусловлено рядом достоинств:

- Спектральная эффективность. ПОС достигает высокой спектральной эффективности за счёт пространственного разнесения лучей диаграммы направленности.
- Энергоэффективность. ПОС позволяет усилить передаваемые сигналы до положения пользователей путём направления луча антенной решетки в небольшую область. При большом количестве антенн (в системах massive MIMO) ЦАР обеспечивает одновременное создание нескольких лучей диаграммы направленности, направленных непосредственно на определённого пользователя.

- Отслеживание пользователей. Поскольку ПОС позволяет создать узкие лучи диаграммы направленности в направлении пользователей, отслеживание пользователей становится более надежным и точным.
- Надёжность. ПОС позволяет увеличить устойчивость системы в условиях динамической сигнально-помеховой обстановки.
- Робастность. ПОС повышает устойчивость к внутренним помехам и непреднамеренным помехам.
- Пространственное выравнивание. Алгоритмы, используемые при решении задач адаптивного диаграммообразования, также могут помочь справиться с некоторыми эффектами многолучёвости, используя преимущества пространственного разнообразия, и фактически адаптивная антенная решётка “смягчает” проблемы многолучёвости, хотя достижимая производительность в конечном итоге зависит от “сложности” среды распространения.
- Повышенная безопасность. ПОС может быть использована для подавления сигналов от умышленных помех.
- Не изменяет сигнально-кодовые конструкции. Для повышения помехоустойчивости не требуется внесения изменений в сигнально-кодовые конструкции. Для использования методов ПОС требуется изменение лишь антенной системы.

Таким образом, использование методов ПОС в антенных комплексах гибридных сетей связи, позволит увеличить пропускную способность канала связи и обеспечить устойчивые приём и передачу для наземных и спутниковых сетей.

1.2.1 Обоснование использования методов пространственной обработки сигналов на приёмной стороне

Для обоснования использования методов ПОС на приёмной стороне рассмотрим два режима работы приёма радиосигналов: односигнальный и многосигнальный. В односигнальном режиме работы сигнал на входе $x(k)$ и выходе $y(k)$ системы ПОС соответствуют выражениям (1.8) и (1.11) соответственно. Рассмотренные ранее методы повышения помехоустойчивости, такие как повышение мощности передаваемого сигнала, расширение спектра, а также использование помехоустойчивого кодирования предполагают изменение параметров полезного сигнала. В случае, когда приёмная сторона не может изменить параметры полезного сигнала и вынуждена работать с заранее определённым сигналом, использование методов ПОС является эффективным способом повышения помехоустойчивости за счёт пространственной фильтрации.

Более того, при заданных требованиях к ОСШП на входе демодулятора, использование методов ПОС позволяет уменьшить мощность передачи полезного сигнала при сохранении той же вероятности ошибки. Отсюда следует, что одним из преимуществ методов ПОС по сравнению с другими методами повышения помехоустойчивости является его энергоэффективность.

Другим преимуществом методов ПОС является повышение робастности приёмных систем, т.к. пространственная фильтрация повышает устойчивость систем к непреднамеренным и преднамеренным помехам. Ещё одним преимуществом методов ПОС в односигнальном режиме работы является пространственное выравнивание. В отличие от систем с одним входом, использование ЦАР в сочетании с адаптивными алгоритмами ПОС позволяет уменьшить искажения, вызванные многолучевым распространением сигнала, за счёт пространственной фильтрации.

В многосигнальном режиме работы для N_s полезных сигналов, сигнал на входе системы ПОС описывается следующим выражением:

$$\mathbf{x}(k) = \sum_{i=1}^{N_s} [\mathbf{a}_i(\varphi^s, \theta^s) \cdot h_i^s(k) \cdot s_i(k)] + \sum_{j=1}^{N_c} [\mathbf{a}_j(\varphi^c, \theta^c) \cdot h_j^c(k) \cdot c_j(k)] + \mathbf{n}(k). \quad (1.14)$$

Тогда сигнал на выходе системы ПОС будет определяться следующим выражением:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{W}^H(k) \cdot \mathbf{x}(k), \quad (1.15)$$

где $\mathbf{y}(k) = [y_1(k), y_2(k), \dots, y_{N_s}(k)]^T$ — вектор отсчётов выходных сигналов размерностью $N_s \times 1$, $\mathbf{W}(k)$ — матрица весовых коэффициентов (МВК) размерностью $N_s \times N$, $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_N(k)]^T$ — вектор отсчётов входных сигналов размерностью $N \times 1$.

Преимущество использования методов ПОС в многосигнальном режиме работы заключается в декорреляции принимаемых сигналов за счёт пространственной фильтрации в виду того, что принимаемые полезные сигналы имеют различные углы прихода по отношению к приёмной ЦАР. Поскольку антенная решётка из N элементов позволяет получить ДН с N лепестками и $(N - 1)$ нулями, методы ПОС дают возможность эффективно различить N_s полезных сигналов в отсутствии помех в случае, если выполняется неравенство:

$$N \geq N_s, \quad (1.16)$$

Итоговое значение ОСШП на приёмной стороне при использовании методов ПОС будет в итоге определяться классом выбранных алгоритмов, а также количеством элементов ЦАР. При $N \gg N_s$ алгоритмы ПОС обеспечивают максимально возможное значение выигрыша в ОСШП, при $N \rightarrow N_s$ выигрыш в ОСШП будет снижаться.

В случае наличия дополнительных N_c помех в принимаемом сигнале методы ПОС позволяют различить N_s полезных сигналов в случае, если выполняется неравенство:

$$N \geq (N_s + N_c + 1). \quad (1.17)$$

Итоговое значение ОСШП на приёмной стороне при использовании методов ПОС будет в итоге определяться классом выбранных алгоритмов, а также расположением источников полезных сигналов и помех.

Ещё одним преимуществом использования алгоритмов ПОС на приёмной стороне в многосигнальном режиме является повышение надёжности комплексов радиосвязи в условиях динамической сигнально-помеховой обстановки, т.к. адаптивные алгоритмы позволяют находить оптимальные или квазиоптимальные решения в реальном времени в случае движения источников полезных сигналов и помех.

1.2.2 Обоснование использования методов пространственной обработки сигналов на передающей стороне

В условиях, когда канал связи оказывает существенное влияние на распространение радиосигналов (например, в условиях замираний и многолучёвости), а приёмная сторона не обладает значительными вычислительными мощностями для осуществления эффективной ПОС или ПВОС имеет смысл использовать алгоритмы ПОС на передающей стороне с целью смягчения влияния канала связи. В случае, когда сигнал передаётся на одной несущей частоте, канал связи оказывает несущественное влияние на частотный спектр передаваемого сигнала. В следствие этого, на передающей стороне могут быть использованы методы ПОС, которые заключаются в формировании ДН с главными лепестками в направлении пользователей, а также поддержании требуемой мощности сигнала на приёмной стороне и смягчение эффектов многолучевого распространения. Модель канала связи в таком случае представляет собой матрицу вида:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} (\mathbf{h}_1 \odot \mathbf{a}_1(\varphi, \theta))^T \\ (\mathbf{h}_2 \odot \mathbf{a}_2(\varphi, \theta))^T \\ \vdots \\ (\mathbf{h}_N \odot \mathbf{a}_N(\varphi, \theta))^T \end{bmatrix}, \quad (1.18)$$

где $\mathbf{H}$ — канальная матрица размерностью $N \times M$, M — количество элементов передающей ЦАР, N — количество антенных элементов на приёмной стороне, причём $M \geq N$, $\mathbf{h}$ — вектор комплексных коэффициентов усиления канала связи длиной M , $\mathbf{a}(\varphi, \theta)$ — управляющий вектор длиной M , задающий фазовые сдвиги на элементах ЦАР (1.9), $\odot$ — знак произведения Адамара.

В общем случае количество антенных элементов на приёмной стороне совпадает с количеством пользователей, то есть осуществляется однопотоковая передача данных для каждого пользователя. В случае, если каждая приёмная станция имеет несколько антенных элементов, возможна многопотоковая передача данных для каждого пользователя [29].

Задача методов ПОС на передающей стороне заключается во внесении предискажений в передаваемый сигнал с целью его согласования с каналом связи, которые называются предварительным кодированием или прекодированием (от англ. precoding) [30]. Тогда сигнал, излучённый на передающей ЦАР можно представить следующим образом:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{P}(k) \cdot \mathbf{s}(k), \quad (1.19)$$

где $\mathbf{s}(k)$ — вектор полезных сигналов в момент k размерностью $N \times 1$, $\mathbf{x}(k)$ — вектор передаваемого размерностью $M \times 1$, $\mathbf{P}(k)$ — прекодирующая матрица размерностью $M \times N$, такая что принятый сигнал равен:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k) \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{n}(k) = \mathbf{H}(k) \cdot \mathbf{P}(k) \cdot \mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) = \hat{\mathbf{s}}(k), \quad (1.20)$$

где $\hat{\mathbf{s}}(k)$ — оценка вектора полезных сигналов, максимально приближенная к $\mathbf{s}(k)$. Так как канальная матрица $\mathbf{H}(k)$ в общем случае не является квадратной матрицей, прекодирующая матрица $\mathbf{P}(k)$ находится как псевдообратная от канальной матрицы. Для получения информации о состоянии канала используются заранее известные пилот-сигналы, принимаемые от N пользователей по обратной связи. Оценка канала связи осуществляется на основе алгоритмов обратной свёртки с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ) [31].

Использование алгоритмов ПОС на передающей стороне осуществляет пространственное разнесение, что позволяет осуществлять передачу различных потоков данных на одной несущей частоте за счёт снижения корреляции сигналов для различных ветвей приёма. В данном контексте одним из преимуществ использования методов ПОС на передающей стороне заключается в повышении спектральной эффективности.

В случае, когда сигнал передаётся на нескольких поднесущих частотах, канал связи оказывает существенное влияние на частотный спектр передаваемого сигнала. В следствие этого на передающей стороне могут быть использованы методы пространственно-частотной обработки сигналов, которые заключаются не только в формировании ДН с главными лепестками в направлении пользователей, но и внесении предискажений в частотный спектр передаваемых сигналов с целью нивелирования частотных искажений канала связи. Модель канала связи в таком случае удобнее представить в частотной области в виде блочно-диагональной матрицы:

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{H}_K \end{bmatrix}, \quad (1.21)$$

где $\mathcal{H}$ — блочно-диагональная канальная матрица размерностью $(KN) \times (KM)$, составленная из K матриц вида:

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} (\mathbf{h}_{1,k} \odot \mathbf{a}_{1,k}(\varphi, \theta))^T \\ (\mathbf{h}_{2,k} \odot \mathbf{a}_{2,k}(\varphi, \theta))^T \\ \vdots \\ (\mathbf{h}_{N,k} \odot \mathbf{a}_{N,k}(\varphi, \theta))^T \end{bmatrix}, \quad (1.22)$$

— канальная матрица для k -ой поднесущей частоте размерностью $N \times M$, K — общее количество поднесущих.

Тогда сигнал, полученный после прекодирования можно представить в виде блочно-диагональной матрицы OFDM-символов:

$$\mathbf{x} = \mathcal{P} \cdot \mathbf{s} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{P}_K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{s}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{s}_K \end{bmatrix}; \quad (1.23)$$

где $\mathbf{x}$ — блочно-диагональная матрица прекодированных OFDM-символов размерностью $(MK) \times K$; $\mathcal{P}$ — блочно-диагональная матрица, составленная из K прекодирующих матриц $\mathbf{P}_k$ размерностью $M \times N$; $\mathbf{s}$ — блочно-диагональная матрица размерностью $(NK) \times K$, составленная из K векторов информационных OFDM-символов $\mathbf{s}_k$ длины N .

Принятые OFDM-символы в данном случае будут равны:

$$\mathbf{y} = \mathcal{H} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (1.24)$$

где $\mathbf{y}$ — блочно-диагональная матрица принятых OFDM-символов размерностью $(NK) \times K$; $\mathbf{n}$ — блочно-диагональная матрица размерностью $(NK) \times K$, составленная из K векторов АБГШ длины N .

Использование методов пространственно-частотной обработки сигналов на передающей стороне позволяет осуществить согласование сигналов с каналом связи не только в пространственной, но и в частотной области, что способствует повышению надёжности систем связи в условиях динамической сигнально-помеховой обстановки.

1.2.3 Проблемы пространственной обработки сигналов

Эффективность работы алгоритмов ПОС в увеличении ОСШП на выходе системы во многом определяется условиями функционирования этих алгоритмов. Также на сходимость алгоритмов ПОС к оптимальным значениям влияют и сами априорные данные о текущей сигнально-помеховой обстановке. Неточность оцениваемых параметров может привести либо к сходимости алгоритмов ПОС к неоптимальным значениям, либо вовсе к расхождению алгоритмов.

Среди основных проблем алгоритмов ПОС можно выделить следующие:

- уровень шума в канале;
- неопределённость априорных данных о сигнально-помеховой обстановке;
- движение источников и приёмников сигналов;
- вычислительная сложность алгоритмов.

На приёмной стороне для формирования ДН, удовлетворяющей принятым требованиям, необходимо, чтобы выполнялось когерентное сложение полезного сигнала с N входов ЦАР. При таком сложении ОСШ на выходе алгоритмов ПОС увеличивается в N раз. При высоком уровне АБГШ в канале уменьшается когерентность принимаемых сигналов, что приводит к сходимости алгоритмов к неоптимальным значениям, которая в свою очередь приводит к формированию искажённой ДН с широким главным лепестком и высоким уровнем боковых. Для повышения устойчивости алгоритмов ПОС необходимо либо использовать предварительную фильтрацию сигналов во временной области, что может быть реализовано с помощью алгоритмов ПВОС, либо увеличить количество элементов ЦАР для снижения мощности шума на выходе алгоритмов ПОС. В обоих случаях это приводит к увеличению вычислительной сложности работы алгоритмов пространственной фильтрации.

На передающей стороне методы ПОС заключаются в согласовании излучаемых сигналов с каналом связи. Для правильной работы алгоритмов прекодирования необходима точная оценка канальной матрицы для формирования прекодирующей матрицы $\mathbf{P}$ [32]. Высокий уровень АБГШ в канале может привести к неточной оценке канальной матрицы, что в свою очередь снижает эффективность алгоритмов прекодирования из-за неточного направления излучения сигналов, а также недостаточной декорреляции сигналов на различных ветвях передачи.

Другой проблемой алгоритмов ПОС является неопределённость априорных данных о сигнально-помеховой обстановке. Для работы алгоритмов адаптивной фильтрации на приёмной стороне используются априорные данные о принимаемом сигнале [33]. В качестве таковых чаще всего используется форма принимаемого сигнала. При таком подходе в диаграммообразующей системе генерируется достаточно точная копия полезного сигнала d . В качестве такого сигнала

могут быть использованы несущая передаваемого информационного сигнала или пилот-сигналы, которые должны иметь частотное и/или временное разделение от информационного сигнала.

В случае, если информационный сигнал имеет узкую полосу, где канал связи вносит несущественные искажения частотного спектра и могут быть применены методы ПОС, эффективным решением выбора образцового сигнала будет являться несущая передаваемого полезного сигнала. Преимуществом такого подхода является постоянная передача несущей, поэтому ВВК, полученный в результате работы алгоритма адаптации, будет оптимальным с точки зрения текущей нестационарной сигнально-помеховой обстановки.

В случае, если информационный сигнал имеет широкую полосу, канал связи вносит существенные искажения в его частотный спектр и могут быть применены методы ПВОС. В таких случаях используются пилот-сигналы, расположенные на нескольких поднесущих частотах, которые позволяют более эффективно выравнивать частотный спектр принимаемого сигнала. В отличие от несущей, пилот-сигналы передаются в определённые моменты времени, таким образом, подстройка ВВК происходит не в каждый момент времени, а в моменты приёма пилот-сигналов, что может привести к “устареванию” оценки ВВК. Это накладывает ограничение на квазистационарность в периоды времени между передачей пилот-сигналов.

Другим подходом в использовании априорных данных о принимаемом сигнале является направление излучения полезного сигнала. В данном случае адаптация алгоритмов ПОС производится с целью подавления помех. Недостатком данного подхода является снижение эффективности работы алгоритмов ПОС при небольших отклонениях предполагаемого угла от реального вплоть до самоподавления полезного сигнала, когда полезный сигнал интерпретируется как помеха. Ещё один подход, называемый слепым обнаружением, заключается в использовании алгоритмов постоянного модуля, которые предполагают использование априорных данных лишь о модуле полезного сигнала. Недостатком алгоритмов на основе данного подхода является их медленная сходимость к оптимальным значениям. Более того, данный подход оказывает ограничение на используемые виды модуляции, которые должны обладать постоянным модулем, например, как частотная или фазовая модуляции.

Другой проблемой, приводящей к снижению эффективности работы алгоритмов ПОС, является движение источников полезных сигналов и помех во время адаптации алгоритмов. Так, например, движение источников полезных сигналов и помех приводит к появлению доплеровского сдвига, что вносит дополнительные нелинейные искажения в принимаемый сигнал. Более того, движение источника сигнала может привести к тому, что направление источника сигнала выходит из сформированного в процессе адаптации алгоритма ПОС главного лепестка ДН и может попасть в глубокий нуль ДН, что приводит к подавлению полезного сигнала. В свою очередь, движение источника помех приводит к тому, что источник помехи выходит из

глубокого нуля ДН, что приводит к усилению мощности помехи на выходе алгоритма. В обоих случаях движение источников приводит к уменьшению ОСШП на выходе алгоритмов ПОС. Существует два подхода решения данной проблемы, первый заключается в использовании алгоритмов ПОС на основе калмановской фильтрации, обладающих устойчивостью к динамике сигнально-помеховой обстановки [34]. Платой за повышение устойчивости является увеличение вычислительной сложности алгоритмов. Второй подход заключается в разбиении периода работы алгоритмов ПОС на интервалы квазистационарности, в пределах которых изменение сигнально-помеховой обстановки являются не существенными для работы алгоритмов. При таком подходе к алгоритмам ПОС предъявляется требование к высокому быстродействию, которое обеспечивается при быстрой сходимости алгоритмов и низкой вычислительной сложностью.

Ещё одной немаловажной проблемой алгоритмов ПОС является их вычислительная сложность. Для алгоритмов ПОС, адаптирующихся к текущей сигнально-помеховой обстановке, должна обеспечиваться работа в реальном времени, что накладывает ограничение на их вычислительную сложность. Как описывалось ранее, низкая вычислительная сложность алгоритмов в сочетании с быстрой сходимостью обеспечивает устойчивую работу в пределах интервалах квазистационарности, что позволяет достичь квазиоптимальные решения для динамической сигнально-помеховой обстановки. В то же время, использование алгоритмов на основе калмановской фильтрации, позволяет достичь оптимальных решений, однако обеспечение работы этих алгоритмов в реальном времени напрямую связано с их физической реализуемостью на цифровых устройствах, что накладывает ограничение на их вычислительную сложность.

1.3 Анализ известных алгоритмов и выбор классов используемых методов пространственной обработки сигналов

1.3.1 Алгоритмы на приёмной стороне

Алгоритмы ПОС на приёмной стороне можно разделить на следующие основные классы алгоритмов:

- а) с обращением корреляционных матриц;
- б) градиентные алгоритмы;
- в) рекуррентные алгоритмы на основе метода наименьших квадратов;
- г) алгоритмы на основе калмановского решения.

Данная классификация основывается на методах вычисления ВВК при заданной целевой функции.

а) Алгоритмы с обращением корреляционных матриц

Для стационарных систем, в которых образцовый $d(k)$ и входной $\mathbf{x}(k)$ сигналы являются эргодическими процессами длины L , оптимальным алгоритмом является алгоритм Винера-Хопфа [31] с критерием наилучшего приближения выходного сигнала $y(k)$ к образцовому $d(k)$ по минимуму среднего квадрата ошибки (СКО). ВВК находится в результате решения оптимизационной задачи — поиска минимума целевой функции $J(\mathbf{w})$, не зависящей от времени:

$$\min_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}) = \min_{\mathbf{w}} \mathbb{M}[e^2(k)] = \min_{\mathbf{w}} \mathbb{M} \left[\left(d(k) - \mathbf{w}^H(k) \mathbf{x}(k) \right)^2 \right] \quad (1.25)$$

где $\mathbb{M}$ — оператор математического ожидания.

Минимум целевой функции $J(\mathbf{w})$ достигается при равенстве нулю всех её частных производных по всем значениям ВВК $\mathbf{w}$, тогда вычислив градиент функции $J(\mathbf{w})$ и решив систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), можно получить оптимальные значения ВВК:

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{dx}, \quad (1.26)$$

где

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbb{M}[\mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k)] \quad (1.27)$$

— корреляционная матрица входных сигналов, принимаемых на N -элементной ЦАР, H — знак эрмитова сопряжения,

$$\mathbf{r}_{dx} = \mathbb{M}[d(k) \mathbf{x}^*(k)], \quad (1.28)$$

— вектор взаимной корреляции входных сигналов и образцового сигнала, $*$ — знак комплексного сопряжения.

Ещё одним критерием для нахождения оптимального значения ВВК является максимизация ОСШП. Примером алгоритма с данным критерием является алгоритм минимальной дисперсии без искажений (от англ. MVDR — minimum variance distortionless-response). В основе алгоритма MVDR лежит условие так называемого неискажённого приёма сигнала с целевого направления и минимизация мощности шума на выходе:

$$\min_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}) = \min_{\mathbf{w}} \mathbb{M}[|y(k)|^2] = \min_{\mathbf{w}} [\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}] \text{ при условии } \mathbf{w}^H \mathbf{a} = 1, \quad (1.29)$$

где $\mathbf{a}$ — управляющий вектор, задающий фазовые сдвиги на элементах ЦАР, определяемые углами азимута φ и элевации θ (1.11). Решением формулы 1.31 является ВВК, равный:

$$\mathbf{w}_{opt} = \frac{\mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}}. \quad (1.30)$$

В алгоритме MVDR в качестве априорной информации используется не сам образцовый сигнал $d(k)$, а управляющий вектор $\mathbf{a}$, определяемый углами излучения полезного сигнала $s(k)$. Преимуществом такого подхода является возможность работы адаптивного алгоритма в условиях

априорной неопределённости самого образцового сигнала, а также эффективное подавление помех (из условия по определению). Однако, использование управляющего вектора в качестве априорной информации приводит к снижению надёжности системы в случае несоответствия реального и предполагаемого углов прихода полезного сигнала [35].

Преимуществом алгоритмов с обращением корреляционных матриц является оптимальные значения ВВК для эргодических процессов. На практике рассматриваемые процессы могут быть не стационарными, поэтому в качестве корреляционных матриц используем не их истинные значения, а оценку в виде скользящего среднего на интервале, в пределах которого эти процессы можно считать квазистационарными. Ещё одним недостатком данного класса алгоритмов является их высокая вычислительная сложность, связанная с обращением корреляционных матриц на каждой итерации алгоритма и равная $O(N^3)$, где N — порядок корреляционной матрицы [36].

В случае большого количества элементов ЦАР для реализации ПОС в описанных алгоритмах (1.28), (1.32) используются селективные корреляционные матрицы [6]. Для центрально-симметричных эквидистантных линейных и круговых ЦАР корреляционные матрицы могут быть аппроксимированы матрицами специального вида с достаточной степенью точности [37, 38]. В [39, 40] было доказано, что в центрально-симметричных эквидистантных линейных ЦАР корреляционная матрица является матрицей Тёплица. Несмотря на то, что дискретизированная корреляционная матрица $\mathbf{R}_{xx}$ теряет свойство тёлпцевости, она может с достаточной степенью точности быть аппроксимирована матрицей Тёплица $\hat{\mathbf{R}}_{xx}(k)$:

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx}(k) = \begin{bmatrix} r_0 & r_{-1} & r_{-2} & \dots & r_{-k} \\ r_1 & r_0 & r_{-1} & \dots & r_{-k+1} \\ r_2 & r_1 & r_0 & \dots & r_{-k+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_k & r_{k-1} & r_{k-2} & \dots & r_0 \end{bmatrix}. \quad (1.31)$$

При такой аппроксимации вычисление оценки корреляционной матрицы происходит с помощью рекуррентного алгоритма Воеводина [39]:

$$r_{ij} = \frac{1}{N_0[N - (j - i)]} \sum_{k=1}^{N_0} \sum_{l=1}^{N-j+i-1} x_{1+l}(k) x_{j-i+1+l}^*(k), \quad (1.32)$$

где $i \leq j$; N_0 — объем обучающей выборки $N_0 \leq N$, $x_i(k)$ — i -й элемент входного вектора $\mathbf{x}(k)$, r_{ij} — ij -й элемент корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{R}}_{xx}(k)$, $i, j = 1, 2, \dots, N$.

Количество итераций алгоритма k зависит от порядка матрицы N . На нулевом шаге ($k = 0$) определяются следующие значения:

$$\begin{cases} \tilde{x}_0^{(0)} = \frac{1}{r_0 p_0}, \\ w_0^{(0)} = \frac{r_{xz0}}{r_0}, \end{cases} \quad (1.33)$$

где p_0 — нормирующий множитель, произвольное ненулевое число.

Затем на всех последующих шагах алгоритма k будут определяться значения в соответствии со следующими выражениями:

$$\tilde{F}_k = r_k \tilde{x}_0^{(k-1)} + r_{k-1} \tilde{x}_1^{(k-1)} + \dots + r_1 \tilde{x}_{k-1}^{(k-1)}, \quad (1.34)$$

$$s_k = -p_{k-1} \tilde{F}_k, \quad (1.35)$$

$$p_k = \frac{p_{k-1}}{1 - s_k^2}, \quad (1.36)$$

$$\begin{aligned} [\tilde{x}_0^{(k)}, \tilde{x}_1^{(k)}, \dots, \tilde{x}_k^{(k)}]^T &= [\tilde{x}_0^{(k-1)}, \tilde{x}_1^{(k-1)}, \dots, \tilde{x}_{k-1}^{(k-1)}]^T + \\ &+ [0, \tilde{x}_{k-1}^{(k-1)}, \tilde{x}_{k-2}^{(k-1)}, \dots, \tilde{x}_0^{(k-1)}]^T s_k, \end{aligned} \quad (1.37)$$

$$e_k = r_{xzk} - r_k w_0^{(k-1)} - r_{k-1} w_1^{(k-1)} - \dots - r_1 w_{k-1}^{(k-1)}, \quad (1.38)$$

$$\begin{aligned} [w_0^{(k)}, w_1^{(k)}, \dots, w_k^{(k)}]^T &= [w_0^{(k-1)}, w_1^{(k-1)}, \dots, w_{k-1}^{(k-1)}, 0]^T + \\ &+ [\tilde{x}_k^{(k)}, \tilde{x}_{k-1}^{(k)}, \dots, \tilde{x}_0^{(k)}]^T e_k p_k. \end{aligned} \quad (1.39)$$

Вычислительная сложность алгоритма Воеводина будет равна [39]:

$$C = \frac{4}{3} N^3 + 2N^2 + \frac{14}{3} N - 3. \quad (1.40)$$

На Рисунке 1.8 представлены зависимости ОСШП от угла прихода помехи для алгоритмов Винера-Хопфа и Воеводина. Таким образом, можно сделать вывод о том, что аппроксимация корреляционных матриц матрицами Тёплица позволяет не только снизить вычислительную сложность при решении задачи (1.27), но и повысить ОСШП на выходе алгоритмов.

В [40, 41] было доказано, что в центрально-симметричных эквидистантных кольцевых ЦАР корреляционные матрицы являются циркулянтными. Оценка корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{R}}_{xx}(k)$, аппроксимированная циркулянтной матрицей имеет следующий вид:

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx} = \begin{bmatrix} r_0 & r_{N-1} & r_{N-2} & \cdots & r_1 \\ r_{N-1} & r_0 & r_{N-1} & \cdots & r_2 \\ r_{N-2} & r_{N-1} & r_0 & \cdots & r_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_1 & r_2 & r_3 & \cdots & r_0 \end{bmatrix}. \quad (1.41)$$

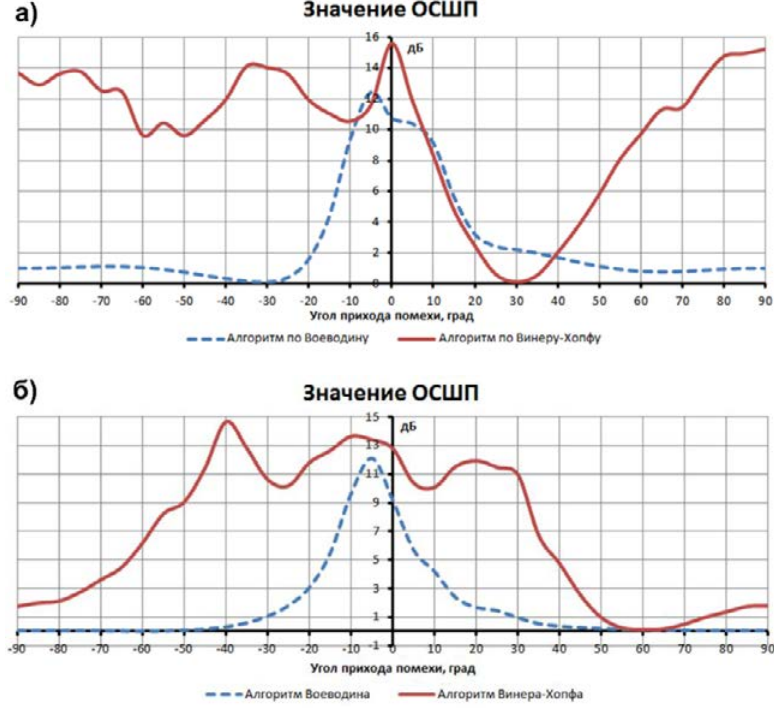


Рисунок 1.8 — Значение ОСШП алгоритмов Воеводина и Винера-Хопфа для линейной 4-элементной ЦАР при угле прихода полезного сигнала а) 30°, б) 60°

Тогда вычисление ВВК на основе обращения выборочной циркулянтной корреляционной матрицы осуществляется с помощью алгоритма на основе БПФ [6]. В данном алгоритме также используется матрица преобразования Фурье $\mathbf{F}$ вида:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} f_0^0 & f_0^1 & f_0^2 & \cdots & f_0^{N-1} \\ f_1^0 & f_1^1 & f_1^2 & \cdots & f_1^{N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{N-1}^0 & f_{N-1}^1 & f_{N-1}^2 & \cdots & f_{N-1}^{N-1} \end{bmatrix}, \quad (1.42)$$

где

$$f_m = \exp(-j2\pi m/N), m = 0, \dots, N-1 \quad (1.43)$$

Причём матрица $\mathbf{F}$ является унитарной матрицей, т.е. $\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{F}^*$. Алгоритм быстрого решения (1.28) для циркулянтных корреляционных матриц, основанный на методе Фурье, начинается с замены этого уравнения на следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \mathbf{F}^* \hat{\mathbf{R}}_{xx} \mathbf{F} \mathbf{y} = \mathbf{F}^* \hat{\mathbf{r}}_{xx}, \\ \mathbf{F}^* \mathbf{w} = \mathbf{y} \end{cases} \quad (1.44)$$

Шаг 1. Вычислить $\mathbf{F}^* \hat{\mathbf{r}}_{xz}$ (обратное БПФ с вектором корреляции $\hat{\mathbf{r}}_{xz}$).

Шаг 2. Вычислить $\mathbf{F}^* \hat{\mathbf{R}}_{xx} \mathbf{F}$ (прямое БПФ с первой строкой матрицы $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$).

Шаг 3. Найти неизвестный вектор $\mathbf{y}$ из системы (1.45); матрица коэффициентов этой системы является диагональной матрицей:

$$\mathbf{F}^* \hat{\mathbf{R}}_{xx} \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{N-1} \end{bmatrix}. \quad (1.45)$$

Шаг 4. Найти неизвестный вектор $\mathbf{w}$ из системы (1.45) по формуле $\mathbf{w} = \mathbf{Fz}$ (прямое БПФ с вектором $\mathbf{z} = \mathbf{y}/\sqrt{N}$).

Вычислительная сложность алгоритма на основе БПФ равна [42]:

$$C = N^3 + 6N^2 - 4N + 1. \quad (1.46)$$

На Рисунке 1.9 представлены зависимости ОСШП от угла прихода помехи для алгоритмов БПФ и Винера-Хопфа. Таким образом, можно сделать вывод о том, что алгоритм на основе БПФ позволяет снизить вычислительную сложность при решении задачи (1.27), а также повысить ОСШП на выходе системы в случае, если разность углов прихода полезного сигнала и помехи превышает 10° .

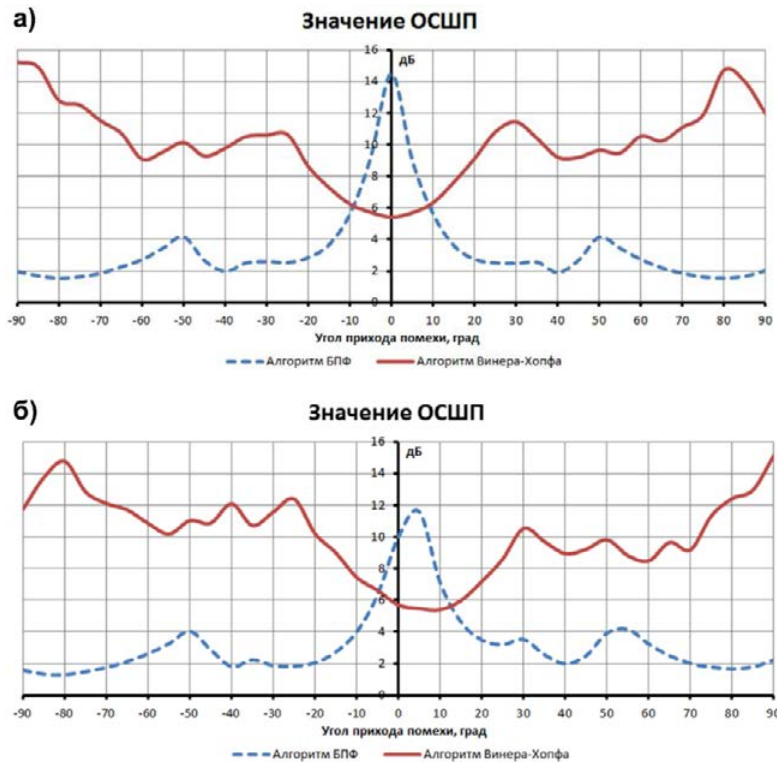


Рисунок 1.9 — Значение ОСШП алгоритмов БПФ и Винера-Хопфа для кольцевой 4-элементной ЦАР при угле прихода полезного сигнала а) 0° , б) 10°

б) Градиентные алгоритмы

Градиентные алгоритмы используют для поиска минимума целевой функции $J(\mathbf{w})$ градиентный метод, известный также как метод наискорейшего спуска, который заключается в итерационном приближении оцениваемого ВВК к его оптимальным значениям в виде рекуррентной формулы вида:

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \hat{\mathbf{w}}(k) + \frac{\mu}{2} \nabla_k; \quad (1.47)$$

где $\hat{\mathbf{w}}$ — оценка ВВК, μ — положительная константа, называемая шагом адаптации и определяющая скорость сходимости алгоритма к оптимальным значениям; ∇_k — градиент целевой функции $J(\mathbf{w})$ в момент времени k .

Стоит отметить, что под сходимостью градиентных алгоритмов понимается приближение оценки ВВК $\hat{\mathbf{w}}$ к её оптимальным значениям $\mathbf{w}_{opt}$: в процессе адаптации оценка ВВК будет флуктуировать относительно оптимальных значений, но никогда её не достигнет. Скорость сходимости градиентных алгоритмов определяется выбором значения шага адаптации μ : чем больше μ тем быстрее скорость сходимости алгоритма, но при этом грубее оценка ВВК. Сходимость в среднем гарантируется в случае:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{M}[|\hat{\mathbf{w}}(k) - \mathbf{w}_{opt}|] = 0 \text{ при } 0 < \mu < \frac{2}{\Lambda_{max}}, \quad (1.48)$$

где Λ_{max} — максимальное собственное значение корреляционной матрицы $\mathbf{R}_{xx}$. Сходимость в среднем квадрате гарантируется в случае:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{M}[|\hat{\mathbf{w}}(k) - \mathbf{w}_{opt}|^2] = 0 \text{ при } 0 < \mu \leq \frac{2}{N\bar{P}_x}, \quad (1.49)$$

где $\bar{P}_x$ — средняя мощность вектора входных сигналов $\mathbf{x}$ длины N .

Одним из наиболее распространённых градиентных алгоритмов является класс алгоритмов, основанных на методе наименьших квадратов (от англ. least mean squares — LMS). Алгоритмы LMS не требуют вычисления корреляционных матриц, поскольку основаны на минимизации не СКО, а квадрата ошибки:

$$\min_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}) = \min_{\mathbf{w}} [e(k)^2] = \min_{\mathbf{w}} [d(k) - \mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k)]^2. \quad (1.50)$$

Решением формулы (1.48) будет рекуррентное выражение для вычисления оценок ВВК:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu e^*(k)\mathbf{x}(k). \quad (1.51)$$

Преимуществом алгоритма LMS является его низкий порядок вычислительной сложности по сравнению с алгоритмами на основе обращения корреляционных матриц $O(2N)$. Недостатком

данного алгоритма является низкая скорость сходимости. Существуют также различные модификации алгоритма LMS, направленные на повышение скорости сходимости алгоритма, например, LMS с утечкой (Leaky LMS):

$$\mathbf{w}(k+1) = (1 - \mu\gamma)\mathbf{w}(k) + \mu e^*(k)\mathbf{x}(k), \quad (1.52)$$

где γ — положительная константа, выбираемая в диапазоне между 0 и 1 и называемая коэффициентом утечки; а также модификации, направленные на снижение вычислительной сложности, такие как знаковые алгоритмы НМК (Simplified LMS Algorithms):

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \cdot \text{sgn}(e(k))\mathbf{x}(k), \quad (1.53)$$

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \cdot e(k)\text{sgn}(\mathbf{x}(k)), \quad (1.54)$$

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \cdot \text{sgn}(e(k)\mathbf{x}(k)). \quad (1.55)$$

Компромисс между низкой вычислительной сложностью алгоритмов LMS и минимумом СКО алгоритма Винера-Хопфа заключается в градиентном приближении ВБК к оптимальным значениям без вычисления обратных КМ [7]. Таким подходом может являться алгоритм Уидроу [43]. В алгоритме Уидроу осуществляется минимизация целевой функции $J(\mathbf{w})$, не зависящей от времени:

$$\min_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}) = \min_{\mathbf{w}} \mathbb{M}[e^2(k)] = \min_{\mathbf{w}} \mathbb{M}\left[\left(d(k) - \mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k)\right)^2\right]. \quad (1.56)$$

С учётом уравнения градиентного приближения к оптимальным значениям ВБК (1.49), рекуррентная формула вычисления ВБК в алгоритме Уидроу примет вид:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu(\mathbf{r}_{dx} - \mathbf{R}_{xx}\mathbf{w}(k)). \quad (1.57)$$

Сходимость алгоритма обратно пропорциональна разбросу собственных значений $\mathbf{R}_{xx}$. Если собственные значения $\mathbf{R}_{xx}$ имеют большой диапазон, то сходимость может занимать много времени. Для определения разброса собственных значений корреляционной матрицы вычисляется соотношение между наибольшим и наименьшим собственными значениями матрицы. Если значение шага адаптации μ выбрано слишком малым, то алгоритм может сходиться очень медленно. Использование большого значения шага адаптации μ может ускорить сходимость алгоритма, но, как и было изложено ранее, приведет к большей дисперсии пульсаций значений СКО в окрестности минимального значения.

Вычислительная сложность алгоритма Уидроу будет равна:

$$C = 2N^2 + 4N + 1. \quad (1.58)$$

На рис. 1.10 представлены зависимости ОСШП на выходе системы при наличии одного источника полезного сигнала и одного источника помехи. На рис. 1.11 представлены сравнение

зависимостей ОСШП на выходе системы для алгоритмов LMS, Уидроу и Винера-Хопфа от отношений сигнал/шум и сигнал/помеха на входе системы.

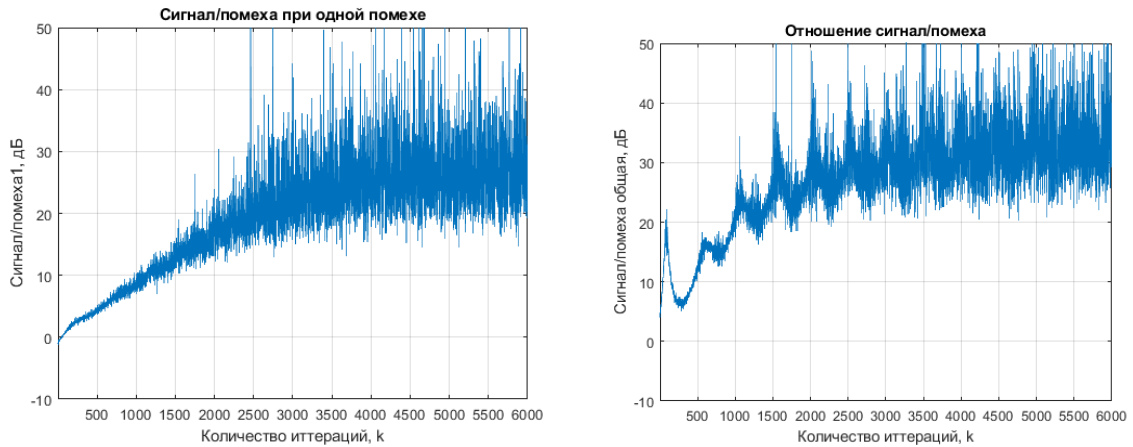


Рисунок 1.10 — ОСШП на выходе ЦАР при наличии одной помехи а) 15°, б) 30°

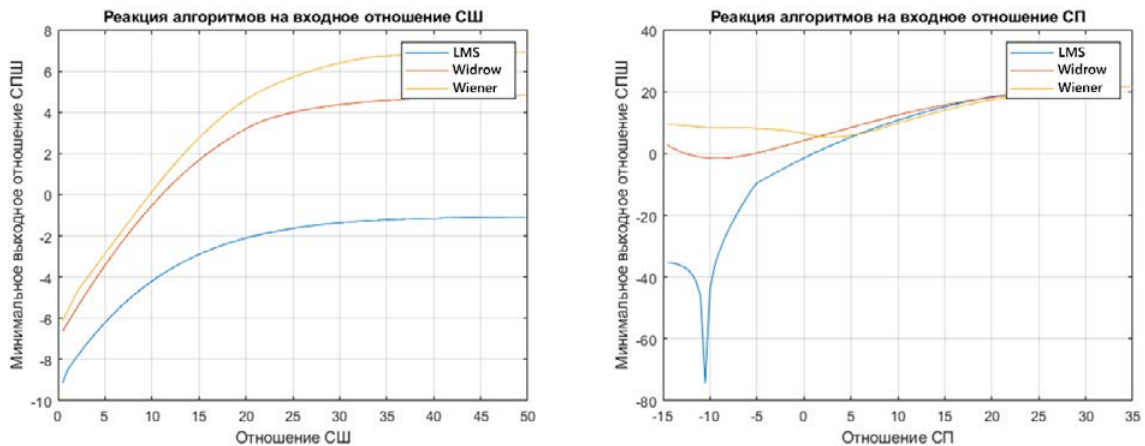


Рисунок 1.11 — Зависимости ОСШП алгоритмов LMS и Уидроу для кольцевой 8-элементной ЦАР от отношения а) сигнал/шум, б) сигнал/помеха

Другим классом градиентных алгоритмов является алгоритм постоянного модуля (от англ. constant modulus algorithm — СМА), где в качестве априорной информации выступает постоянный модуль полезного сигнала. Преимуществом данного алгоритма является ДН в отсутствии образцового сигнала или априорной информации о предполагаемом угле источника сигналов. Целевой функцией в алгоритме СМА является функция:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}) &= \min_{\mathbf{w}} M[(1 - |y(k)|^p)^2] = \\ &= \min_{\mathbf{w}} M[(1 - |\mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k)|^p)^2], p > 0. \end{aligned} \quad (1.59)$$

На практике же вычисляются не корреляционные матрицы, а их мгновенные оценки, поэтому целевая функция $J(\mathbf{w})$ примет вид:

$$\min_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}) = \min_{\mathbf{w}} [(1 - |\mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k)|^p)^2], p > 0. \quad (1.60)$$

Решением формулы (1.45) будет рекуррентное выражение для вычисления оценок ВБК:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \mu y^*(k) |y(k)|^{p-2} \mathbf{x}(k) (|y(k)|^p - 1). \quad (1.61)$$

В [44] показано преимущество, предложенного алгоритма, над LMS реализациями по параметрам выходного ОСШП и скорости сходимости.

в) Рекуррентные алгоритмы на основе метода наименьших квадратов

Другим подходом к вычислению оптимального ВБК является рекуррентный метод наименьших квадратов (от англ. recursive least squares — RLS) [33], который заключается в получении значений обратной выборочной корреляционной матрицы в следующий момент времени $\mathbf{R}^{-1}(k+1)$ на основе текущих значений $\mathbf{R}^{-1}(k)$ из выражения:

$$\mathbf{R}(k+1) = \mathbf{R}(k) + \mathbf{X}(k)\mathbf{X}^H(k), \quad (1.62)$$

где

$$\mathbf{X}(k) = [\mathbf{x}(k), \mathbf{x}(k-1), \dots, \mathbf{x}(k-N)]. \quad (1.63)$$

В данном методе ВБК находится в результате решения оптимизационной задачи — поиска минимума целевой функции $J(\mathbf{w})$, не зависящей от времени:

$$\min_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}) = \min_{\mathbf{w}} \sum_{k=1}^L [e^2(k)] = \min_{\mathbf{w}} \sum_{k=1}^L \left[(d(k) - \mathbf{w}^H(k)\mathbf{x}(k))^2 \right], \quad (1.64)$$

где L — количество отсчётов входного сигнала.

В результате решения целевой функции (1.66) на основе метода (1.64) будет получена рекуррентная формула вычисления ВБК:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mathbf{k}(k+1)e(k), \quad (1.65)$$

где $\mathbf{k}(k)$ — вектор коэффициентов усиления, вычисляемых рекуррентно:

$$\mathbf{k}(k+1) = \frac{\mathbf{P}(k)\mathbf{x}(k)}{1 + \mathbf{x}^H(k)\mathbf{P}(k)\mathbf{x}(k)}, \quad (1.66)$$

$\mathbf{P}(k)$ — обратная корреляционная матрица:

$$\mathbf{P}(k+1) = \mathbf{P}(k) - \mathbf{k}(k+1)\mathbf{x}^H(k)\mathbf{P}(k). \quad (1.67)$$

Преимуществом алгоритмов RLS является быстрая сходимость к оптимальным значениям по сравнению с градиентными алгоритмами. Платой за быструю сходимость является высокий порядок вычислительной сложности, равный $O(2N^2 + 3N)$.

г) Алгоритмы на основе калмановского решения

В случае, если рассматриваемые сигналы (1.10) не являются стационарными, алгоритмы на основе решений (1.28, 1.32) не являются оптимальными. В таких случаях используют алгоритмы на основе калмановского решения. Нестационарность сигнально-помеховой обстановки на входе ЦАР проявляется как изменение во времени статистических характеристик полезных сигналов, помех и шумов. В реальных условиях такие изменения могут быть вызваны перемещением источников сигналов, появлением или исчезновением помех, изменением условий распространения радиоволн, а также активным противодействием со стороны систем радиоэлектронной борьбы. Это означает, что параметры уравнения (1.8), такие как углы прихода сигналов и помех, мощности источников, структура ковариационной матрицы сигнала и помех могут изменяться с течением времени. Таким образом уравнение (1.10) примет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) = & \mathbf{a}(\varphi^s, \theta^s) \odot \mathbf{b}^s(k) \cdot h^s(k) \cdot s(k) + \\ & + \sum_{i=1}^{N_c} [\mathbf{a}_i(\varphi^c, \theta^c) \odot \mathbf{b}_i^c(k) \cdot h_i^c(k) \cdot c_i(k)] + \mathbf{n}(k), \end{aligned} \quad (1.68)$$

где $\mathbf{b}^{s/c}(k)$ — вектор огибающей в момент времени k длиной N .

В условиях нестационарной сигнально-помеховой обстановки ВВК ЦАР, обеспечивающий минимум СКО, также является нестационарным. В условиях априорной неопределённости динамики сигнально-помеховой обстановки ВВК является марковской последовательностью:

$$\mathbf{w}_{opt}(k+1) = \mathbf{F}(k+1)\mathbf{w}_{opt}(k) + \mathbf{n}_q(k+1), \quad (1.69)$$

где $\mathbf{F}$ — матрица перехода состояния размерностью $N \times N$; $\mathbf{n}_q$ — формирующий шум процесса с ковариационной матрицей $\mathbf{Q}$, обычно аппроксимируемый белым гауссовским шумом.

Задача пространственной фильтрации подразумевает оптимизацию по параметру $\mathbf{w}$ целевой функции $J(\mathbf{w}(k), \mathbf{x}(k), d(k))$, где $d(k)$ — опорный сигнал, повторяющий форму полезного сигнала или же являющийся функцией от априорных данных о нём. Получение сигнала оценки сигнала на выходе ЦАР максимально приближенной к опорному соответствует критерию минимума СКО. В [34] было получено решение для критерия максимума ОСШП (1.31) на основе фильтра Калмана с ограничениями. С учётом калмановского решения оптимизационную задачу (1.31) можно представить следующим образом:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^H \\ \mathbf{a}^H \end{bmatrix} \mathbf{w}(k) + \begin{bmatrix} e_1(k) \\ e_2(k) \end{bmatrix}, \quad (1.70)$$

где $e_1(k)$ — ошибка между выходным сигналом и опорным, $e_2(k) = 1 - \mathbf{a}^H \mathbf{w}(k)$ — ошибка ограничения, некоррелированная с $e_1(k)$. Представив формулу (1.70) в матричном виде, получим:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}^H(k) \mathbf{w}(k) + \mathbf{e}(k). \quad (1.71)$$

Решением данной задачи будет рекуррентная формула вычисления оптимального ВВК:

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{y} - \mathbf{h}^H(k) \mathbf{w}(k-1)], \quad (1.72)$$

где $\mathbf{K}(k)$ — коэффициент усиления Калмана, которое рассчитывается рекуррентным способом:

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k-1) \mathbf{h}(k) [\mathbf{h}^H(k) \mathbf{P}(k-1) \mathbf{h}(k) + \mathbf{Q}]^{-1}, \quad (1.73)$$

где $\mathbf{Q}$ — корреляционная матрица ошибок,

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sigma_{e_1} & 0 \\ 0 & \sigma_{e_2} \end{bmatrix}, \quad (1.74)$$

$\mathbf{P}(k)$ — корреляционная матрица взвешенных ошибок:

$$\mathbf{P}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \mathbf{h}^H(k)] \mathbf{P}(k-1), \quad (1.75)$$

$\mathbf{I}$ — единичная матрица.

Алгоритм MVDR на основе фильтра Калмана с ограничениями позволяет получить оптимальные значения ВВК в условиях нестационарной сигнально-помеховой обстановки.

1.3.2 Алгоритмы на передающей стороне

Для работы адаптивных алгоритмов ПОС на передающей стороне используются априорные данные о канале связи, получаемые по обратной связи от заранее известных пилот-сигналов. Эти априорные данные называются информацией о состоянии канала (от англ. channel state information — CSI). CSI используемая в алгоритмах предварительного кодирования, которая находится с помощью вычисления обратной свёртки, имеет неточность. Эта неточность связана с наличием АБГШ и дополнительных помех от пользователей соседних БС, использующих те же пилот-сигналы, а также так называемым “устареванием канала” в случае, когда период передачи пилот-сигналов превышает период квазистационарности канала связи. Поэтому алгоритмы прекодирования используют всегда оценку канала связи при формировании прекодирующей матрицы. На Рисунке 1.12 представлена обобщённая блок схема методов ПОС на передающей и приёмной сторонах.

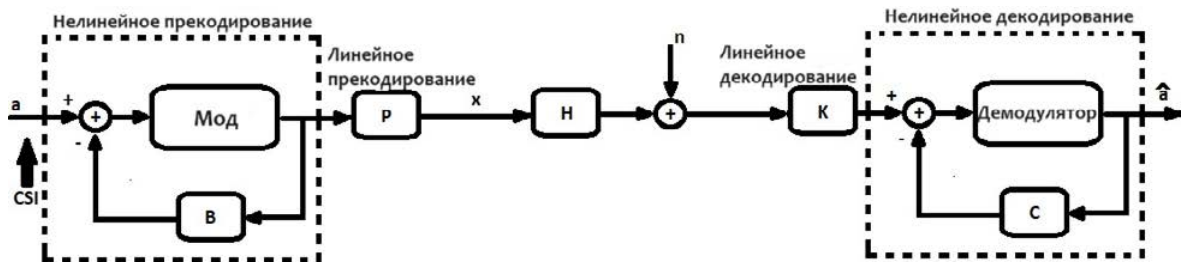


Рисунок 1.12 — Обобщенная блок-схема систем связи с методами прекодирования и декодирования

Алгоритмы адаптивной ПОС на передающей стороне могут быть разделены на три основных класса:

- а) алгоритмы линейного прекодирования;
- б) алгоритмы нелинейного прекодирования;
- в) алгоритмы прекодирования с ограничением пик-фактора.

а) Алгоритмы линейного прекодирования

Наиболее распространёнными алгоритмами прекодирования являются алгоритмы линейного прекодирования, предполагающие ПОС исключительно на передающей стороне [29]. Алгоритмы линейного прекодирования основаны на умножении вектора полезного сигнала $\mathbf{s}$ на прекодирующую матрицу $\mathbf{P}$ (1.19, 1.23). Одним из алгоритмов линейного прекодирования является алгоритм максимального коэффициента передачи (от англ. maximum ration transmission — MRT), целевой функцией которого является:

$$\max_{\hat{\mathbf{x}}} J(\hat{\mathbf{x}}) = \max_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbb{M} \left[\left\| \frac{\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}}{\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}} \right\|^2 \right], \quad (1.76)$$

где $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{P}\hat{\mathbf{s}}$ — оценка принятых символов. Решением данной целевой функции будет прекодирующая матрица, равная:

$$\mathbf{P} = \mathbf{H}^H. \quad (1.77)$$

Преимуществом алгоритма MRT является низкий порядок вычислительной сложности, равный $O(N^2)$, а также близкую к оптимальной производительность при ограниченном шуме и хорошем состоянии канала. Недостатком данного алгоритма является неустойчивость к интерференционным помехам, а также не способность к достаточному пространственному разнесению при большой нагрузженности канала ($N/M \rightarrow 1$).

Другим алгоритмом линейного прекодирования является алгоритм обращения в нуль (от англ. zero forcing — ZF), который является аналогом обращения канальной матрицы. Целевая функция данного алгоритма является обеспечение минимума функционала:

$$\min_{\hat{\mathbf{x}}} J(\hat{\mathbf{x}}) = \min_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbb{M}[|\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}|^2]. \quad (1.78)$$

Решением данной целевой функции будет прекодирующая матрица, равная псевдообратной канальной матрицей:

$$\mathbf{P} = \mathbf{H}^+ = \mathbf{H}^H(\mathbf{G})^{-1} = \mathbf{H}^H(\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1}, \quad (1.79)$$

где $+$ — знак псевдообращения, $\mathbf{G} = \mathbf{H}\mathbf{H}^H$ — матрица Грама.

Преимуществом алгоритма ZF является близкая к оптимальной производительность при ограниченном шуме и хорошем состоянии канала, а также возможность исключить интерференционные помехи. Данный алгоритм является компромиссом между производительностью и вычислительной сложностью ($O(N^3)$). Недостатком данного алгоритма является отсутствие учёта шума в канале, а также увеличение вычислительной сложности алгоритма при большой нагрузке канала.

Ещё одним распространённым алгоритмом линейного прекодирования является алгоритм минимума СКО (от англ. minimum mean square error — MMSE), который использует преимущества алгоритмов ZF и MRT и достигает баланса между ними. Целевая функция данного алгоритма является обеспечением минимума среднеквадратической ошибки:

$$\min_{\hat{\mathbf{x}}} J(\hat{\mathbf{x}}) = \min_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbb{M}[|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}|^2]. \quad (1.80)$$

Решением данной целевой функции будет прекодирующая матрица, равная:

$$\mathbf{P} = \mathbf{H}^H(\mathbf{G} + \mathbf{V} + \lambda\mathbf{I})^{-1}, \quad (1.81)$$

где λ — положительный фактор регуляризации, $\mathbf{V}$ — детерминированная эрмитова неотрицательная матрица размером $N \times N$. При $\mathbf{V} = \mathbf{0}$ происходит баланс между увеличением коэффициента усиления мощности передаваемых сигналов в направлении предполагаемых пользователей и устранением интерференции. Алгоритм MMSE сходится к алгоритму ZF при $\lambda \rightarrow 0$ и к MRT при $\lambda \rightarrow \infty$.

Алгоритм MMSE является компромиссом между алгоритмами ZF и MRT. Преимуществом алгоритма MMSE является лучшая производительность по сравнению с алгоритмом ZF в связи с учётом шума в канале. Недостатком данного алгоритма является его высокий порядок вычислительной сложности $O(3N^3)$, а также ограничения на матрицу Грама $\mathbf{G}$: она должна быть ассиметричной и положительно определённой.

Существует также ряд итерационных алгоритмов линейного прекодирования, основанных на итерационной оценке $\mathbf{G}$, которые будут подробнее рассмотрены в главе 3.

б) Алгоритмы нелинейного прекодирования

В отличие от алгоритмов линейного прекодирования, алгоритмы нелинейного прекодирования имеют большую пропускную способность канала связи и могут устранить интерференционные помехи, если они известны на приёмной стороне. Платой за это является большая вычислительная сложность алгоритмов, связанная с введением обратной связи для устранения элементов прекодирующей матрицы, которые вносят интерференционные помехи.

Алгоритм кодирования грязной бумаги (от англ. dirty paper coding — DPC) является оптимальным алгоритмом нелинейного прекодирования, который предполагает, что прекодирующая матрица $\mathbf{P}_n$, разработанная n -го пользователя аннулирует помехи от $(N - 1)$ других пользователей [45]. Кроме того, алгоритм DPC может обеспечить оптимальную производительность без совместного использования CSI с приёмной стороны. Однако алгоритм DPC физически не реализуем, т.к. требует бесконечную длину кодовых слов.

Физически реализуемым вариантом является субоптимальный алгоритм Томлинсона-Харашимы (TH), который является комбинацией алгоритма DPC и модульной арифметики [46]. Блок-схема алгоритма TH представлена на Рисунке 1.13. Алгоритм TH основывается на LQ-разложении канальной матрицы:

$$\mathbf{H} = \mathbf{LQ}, \quad (1.82)$$

где $\mathbf{L}$ — нижняя треугольная матрица, $\mathbf{Q}$ — унитарная матрица. МВК $\mathbf{K}$ используется на приёмной стороне для восстановления сигнала:

$$\mathbf{K} = [\text{diag}\{\mathbf{L}\}]^{-1}, \quad (1.83)$$

где $\text{diag}\{\mathbf{L}\}$ — диагональная матрица матрицы $\mathbf{L}$.

Матрица $\mathbf{B}$ является матрицей обратной связи (предварительного подавления), которая представляет собой нижнюю треугольную матрицу, и все диагональные элементы являются единицами. Матрица обратной связи $\mathbf{B}$ используется для удаления предыдущих помех потока из непосредственного потока и может быть представлена в виде:

$$\mathbf{B} = \mathbf{KL}. \quad (1.84)$$

Матрица $\mathbf{F}$ используется для сохранения постоянной мощности передачи и обеспечения пространственной обусловленности на стороне передатчика:

$$\mathbf{F} = \mathbf{Q}^H. \quad (1.85)$$

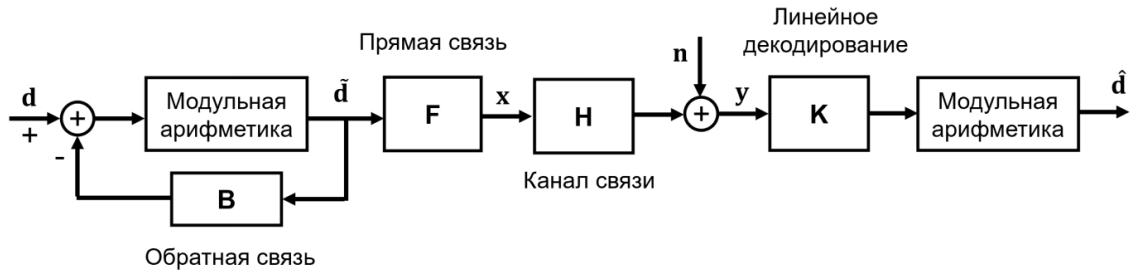


Рисунок 1.13 — Блок-схема алгоритма ТН

Процесс предварительной отмены в алгоритме ТН приводит к увеличению мощности каждой пространственной ветви передачи. Модульная арифметика используется на стороне передатчика и приёмника для регулировки средней мощности. Так, например, для M -арного квадратного созвездия QAM переданных символов $\mathbf{s}$ элементы вектора предварительного сигнала $\tilde{\mathbf{x}}$ проходят через процедуру последовательного исключения интерферирующих компонент (от англ. successive interference cancellation — SIC):

$$\tilde{x}_n = MOD_M \left\{ s_n - \sum_{l=1}^{n-1} b_{n,l} \tilde{x}_{n,l} \right\}, n = 1, 2, \dots, N, \quad (1.86)$$

где $b_{n,l}$ — элементы матрицы $\mathbf{B}$,

$$MOD_M\{x\} = x - 2\sqrt{M} \left[\left\lfloor \frac{1}{2} - Re\left(\frac{x}{2\sqrt{M}}\right) \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{2} - Im\left(\frac{x}{2\sqrt{M}}\right) \right\rfloor \right], \quad (1.87)$$

где $\lfloor x \rfloor$ — операция округления в меньшую сторону до ближайшего целого.

Использование операции модуля в алгоритме ТН приводит к некоторым потерям производительности в виде потерь при формировании, модуляции и мощности. Потери модуля можно избежать, используя большой порядок созвездий.

в) Прекодирование с ограничением пик-фактора

Прекодирование с ограничением пик-фактора (от англ. Peak-to-Average Power Ratio — PAPR) — это метод, используемый в системах связи для уменьшения пик-фактора сигнала.

Очевидно, что передающие ЦАР с большим количеством элементов значительно повышают стоимость аппаратуры и потребляемую мощность линейных усилителей. Следовательно высокий пик-фактор может привести к неэффективному использованию мощности передатчика и увеличению помех для других пользователей [47]. Существует несколько методов уменьшения пик-фактора, таких как:

- 1) Методы выборочного отображения [48]. В этом методе генерируется несколько вариантов прекодированного сигнала, и выбирается тот, у которого пик-фактор наименьший.

- 2) Методы частичной передачи [49]. В этом методе исходный сигнал разбивается на несколько подпоследовательностей, и каждая подпоследовательность умножается на соответствующий фазовый коэффициент. Затем выбирается набор фазовых коэффициентов, минимизирующий пик-фактор.
- 3) Методы ограничения амплитуды [50]. В этом методе применяются различные алгоритмы для уменьшения пик-фактора, такие как компрессия амплитуды, квантование амплитуды и фильтрация.

1.3.3 Выбор классов используемых методов пространственной обработки сигналов в гибридных сетях связи

На основании анализа известных алгоритмов ПОС на приёмной и передающей стороне, проведённого в пп. 1.3.1–1.3.2, можно предложить следующие классы алгоритмов ПОС для повышения помехоустойчивости элементов ГСС.

На приёмной стороне выбираются следующие классы методов ПОС:

- На АТ, обладающих ограниченными вычислительными ресурсами приёмной части аппаратуры, для связи с БС и КА рекомендуется использовать градиентные алгоритмы, характеризующиеся низкой вычислительной сложностью.
- На БС для связи с множеством АТ могут использоваться алгоритмы на основе обращения корреляционных матриц; или же в случае большого количества антенных элементов БС рекуррентные алгоритмы на основе метода наименьших квадратов, обладающие меньшей вычислительной сложностью.
- На БС для связи с БПЛА в условиях динамической и нестационарной сигнально-помеховой обстановки рекомендуется использовать алгоритмы на основе калмановского решения.
- На БС для связи с КА при малых углах возвышения КА (0° – 30°) канал связи является квазистационарным, поэтому эффективными будут градиентные алгоритмы. При больших углах возвышения КА будут наблюдаться эффекты затенения, которые приводят к сильным изменениям амплитуд и фаз принимаемого сигнала, поэтому эффективными будут алгоритмы на основе калмановского решения.
- На БПЛА, используемых в качестве АТ, в условиях динамической и нестационарной сигнально-помеховой обстановки рекомендуется использовать алгоритмы на основе калмановского решения для обеспечения устойчивой связи с БС и КА.

- На КА для связи с наземным сегментом целесообразно использовать алгоритмы на основе метода наименьших квадратов, которые обеспечивают максимальное ОСШП при снижении вычислительной сложности.

На передающей стороне, в свою очередь, могут использоваться следующие классы методов ПОС:

- На БС для обеспечения связи с АТ и АМ в условиях сельской местности при малой нагрузженности канала целесообразно использовать алгоритмы линейного прекодирования, которые обладают умеренной вычислительной сложностью. В свою очередь в условиях городской застройки, где наблюдается высокая нагрузженность канала, целесообразно использовать алгоритмы нелинейного прекодирования, которые за счёт устранения интерференционных помех позволяют достичь высокой пропускной способности.
- На БПЛА, используемых в качестве БС, могут быть использованы алгоритмы линейного прекодирования.
- На КА для связи с наземными БС, АТ, БПЛА и АМ целесообразно использовать алгоритмы прекодирования с ограничением пик-фактора для уменьшения потребляемой мощности аппаратуры.

1.4 Критерии эффективности алгоритмов пространственной обработки сигналов

В области цифровой обработки сигналов наиболее распространёнными критериями оценки эффективности алгоритмов являются усреднённые показатели сигнала ошибки, определяющие точность оценки полезного сигнала, а именно средняя абсолютная ошибка и среднеквадратическая ошибка. Средняя абсолютная ошибка характеризует смещённость оценки полезного сигнала, полученного в результате алгоритма ПОС:

$$\bar{e} = \mathbb{M}[|\mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k)|], \quad (1.88)$$

в то время как среднеквадратическая ошибка является показателем состоятельности оценки полезного сигнала:

$$\varepsilon = \mathbb{M}[|\mathbf{s}(k) - \hat{\mathbf{s}}(k)|^2]. \quad (1.89)$$

В то же время в радиотехнике одним из критериев оценки эффективности работоспособности систем радиосвязи является вероятность битовой ошибки P_{BER} на приёмной стороне. Зачастую для повышения пропускной способности канала связи передают не двоичные, а M -арные сигналы, в таком случае удобной характеристикой работоспособности систем

радиосвязи является вероятность символьной ошибки P_{SER} , которая связана с вероятностью битовой ошибки следующим уравнением:

$$P_{BER} = \frac{P_{SER}}{N_b}, \quad (1.90)$$

где N_b — количество бит, кодирующих символ.

Вероятность битовой ошибки напрямую зависит от отношения энергии бита к средней мощности шумов и помех:

$$P_{BER} = Q\left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_I + N_0}}\right), \quad (1.91)$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2/2} dt,$$

которая в свою очередь зависит от ОСШП на входе демодулятора:

$$\frac{E_b}{N_I + N_0} = \frac{h^2 T_s}{N_b T_d}, \quad (1.92)$$

где h^2 — ОСШП, T_s — период длительности символа, T_d — период дискретизации.

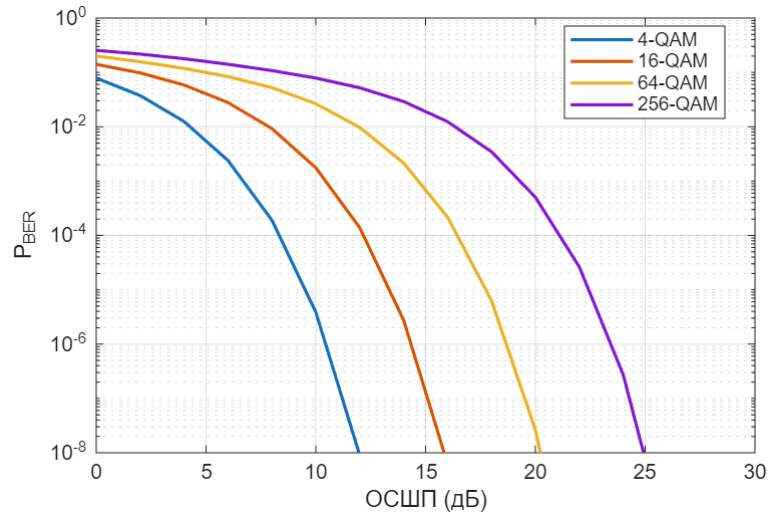


Рисунок 1.14 — Кривые вероятностей битовой ошибки

Для адаптивных алгоритмов ПОС на приёмной стороне показателями эффективности работоспособности алгоритмов будут значения ОСШП без адаптации h^2 и с адаптацией h_A^2 :

$$h^2 = \frac{\mathbf{I}^T \mathbf{R}_{ss} \mathbf{I}}{\mathbf{I}^T (\sum_{i=1}^{N_c} \mathbf{R}_{cc,i} + \mathbf{R}_{nn}) \mathbf{I}}, \quad (1.93)$$

$$h_A^2 = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{ss} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H (\sum_{i=1}^{N_c} \mathbf{R}_{cc,i} + \mathbf{R}_{nn}) \mathbf{w}},$$

где $\mathbf{R}_{ss}$ — автокорреляционная матрица полезного сигнала размерностью $N \times N$, $\mathbf{R}_{cc}$ — автокорреляционная матрица помехи размерностью $N \times N$, $\mathbf{R}_{nn}$ — автокорреляционная матрица шумов размерностью $N \times N$, $\mathbf{1}$ — вектор-столбец единиц длины N .

Отсюда можно сделать вывод о том, что энергетическим показателем эффективности алгоритмов ПОС будет выигрыш в ОСШП при использовании адаптивных алгоритмов:

$$\Delta h^2 = h_A^2 - h^2. \quad (1.94)$$

Аналогично можно получить соотношения для ОСШП для алгоритмов ПОС на передающей стороне. Так для i -го пользователя ОСШП без учёта алгоритмов прекодирования будет равно:

$$h_i^2 = \frac{|\mathbf{h}_i \mathbf{1}|^2}{\sigma_n^2}, \quad (1.95)$$

где $\mathbf{h}_i$ — i -я строка канальной матрицы $\mathbf{H}$, соответствующая коэффициентам ослабления сигнала до i -го пользователя, σ_n^2 — дисперсия шума в канале. С учётом алгоритмов прекодирования ОСШП будет равен:

$$h_{iA}^2 = \frac{|\mathbf{h}_i \mathbf{p}_i|^2}{\sum_{j \neq i} |\mathbf{h}_i \mathbf{p}_j|^2 + \sigma_n^2}, \quad (1.96)$$

где $\mathbf{p}_i$ — i -й столбец прекодирующей матрицы, соответствующий ВВК полезного сигнала i -го пользователя, $\mathbf{p}_j$ соответствует ВВК интерферирующей j -й помехи.

Ещё одним показателем эффективности работы адаптивных алгоритмов ПОС является быстродействие, которое можно оценить с помощью стандартных показателей — времени работы алгоритмов T , вычислительной сложности C , а также порядок сложности O . Время работы алгоритма измеряется в единицах времени и его значение во многом определяется архитектурой вычислительного устройства. При компьютерном моделировании рассматриваемых алгоритмов ПОС, время работы алгоритмов можно определить с помощью встроенных инструментов в среде математического моделирования MATLAB. Количество арифметических операций, используемых при компьютерном моделировании рассматриваемых алгоритмов ПОС можно также оценить вручную или с помощью встроенных функций MATLAB.

Оценивание вычислительной сложности вручную имеет преимущество перед встроенными функциями MATLAB связанное с возможностью получить оценку как функцию от входных параметров системы, таких как:

- количество элементов ЦАР, N ;

- количество временных задержек фильтра, используемого при методах ПВОС, L ;
- количество независимых потоков полезных сигналов, N_s ;
- количество итераций, требуемых для выполнения алгоритмов, K .

Вычислительную сложность алгоритмов можно представить в виде функции, зависящей от перечисленных выше параметров:

$$C(N, N_s, L, K). \quad (1.97)$$

Для определения оценки сложности рассматриваемых алгоритмов имеет смысл разбиения сложных математических операций на простые, такие как сложение и вычитание, а также умножение и деление [51]. Для формирования точной ДН необходимо учитывать не только амплитуды, но и фазовые сдвиги передаваемых/принимаемых сигналов с элементов ЦАР, поэтому при осуществлении алгоритмов ПОС имеют дело не с вещественными, а с комплексными числами. Так одна операция комплексного сложения или вычитания требует двух операций, проводимых над вещественной и мнимой частью. Одна операция комплексного умножения состоит из четырёх операций умножения и двух операций сложения.

Операция скалярного произведения двух векторов длины N , требует N операций умножения и $(N - 1)$ операций сложения. При умножении вектора-столбца длины N_1 на вектор-строку длины N_2 требуется $(N_1 N_2)$ операций умножения. При матричном умножении двух матриц размерностью $(N_1 \times N_2)$ и $(N_2 \times N_3)$ соответственно, требуется $(N_1 N_2 N_3)$ операций умножения и $(N_1(N_2 - 1)N_3)$ операций сложения. Для операции обращения квадратных матриц число ненулевых элементов которых имеет порядок N^2 требует выполнения около N^3 операций умножения.

Другим показателем быстродействия алгоритмов является порядок сложности, который является функцией вида $O(N^M)$, где N — количество потоков обработки, M — порядок. Так для алгоритмов ПОС на приёмной стороне порядок сложности во многом определяется количеством элементов ЦАР [44], в то время как для алгоритмов ПОС на передающей стороне количеством обслуживаемых пользователей [29]. Задача поиска оптимального алгоритма с точки зрения вычислительной сложности может быть представлена в виде:

$$\min_A O(N^M), \quad (1.98)$$

где A — множество всех возможных алгоритмов.

Возрастание вычислительной сложности алгоритма напрямую приводит к увеличению времени работы алгоритма.

Ввиду существенного разнообразия моделей рассматриваемых в рамках настоящего исследования алгоритмов ПОС актуализируется вопрос о корректности сравнительного анализа

используемых критериев оценки эффективности алгоритмов. Отмечается, что значения показателей оценки эффективности могут сильно отличаться для разных классов алгоритмов ПОС. Для обеспечения адекватной оценки результатов множества различных алгоритмов ПОС, представляется необходимым формирование ряда обобщённых характеристик на основе имеющихся показателей эффективности. Данный подход позволит по результатам эмпирических исследований в условиях изменяющихся параметров среды осуществить выбор оптимального алгоритма.

Для получения многокритериального показателя эффективности работы алгоритмов ПОС будут использоваться такие критерии, как выигрыш в ОСШП и время работы алгоритмов. Если задать некоторое пороговое значение выигрыша в ОСШП $\Delta h_{\text{п}}^2$, то обобщённый показатель эффективности работы алгоритмов ПОС можно представить в виде:

$$\min_A T \text{ при условии } \Delta h^2 \geq \Delta h_{\text{п}}^2. \quad (1.99)$$

Аналогично, если задать некоторое пороговое значение времени работы алгоритма $T_{\text{п}}$, можно получить характеристику эффективности работы алгоритмов ПОС:

$$\max_A \Delta h^2 \text{ при условии } T \leq T_{\text{п}}. \quad (1.100)$$

Использование обобщённых показателей эффективности работы алгоритмов позволяет определить оптимальные алгоритмы ПОС с точки зрения быстродействия и энергетической эффективности.

1.5 Выводы по первому разделу

1. Современные тенденции развития комплексов радиосвязи направлены на достижение максимально возможной пропускной способности, улучшенной спектральной и энергетической эффективности, повышенной помехоустойчивости и надёжности систем. Существующие методы обработки сигналов с целью повышения помехоустойчивости и надёжности систем не исчерпывают доступных ресурсов энергетической и спектральной эффективности. В результате возникает необходимость в использовании методов ПОС в системах радиосвязи для подавления интерференционных помех с целью повышения энергетической эффективности, а также пространственного разнесения ветвей приёма сигналов с целью повышения спектральной эффективности.
2. Из результатов рассмотренных публикаций следует, что тенденции развития алгоритмов адаптивной ПОС направлены на достижение эффективной

работоспособности комплексов радиосвязи в условиях нестационарной сигнально-помеховой обстановки. В связи с этим возникает необходимость в модернизации существующих алгоритмов ПОС, для обеспечения повышенной помехоустойчивости систем связи. Многообразие существующих классов алгоритмов открывают большие возможности для их исследования и последующего применения.

3. Тенденции развития методов ПОС также направлены на использования алгоритмов адаптивной ПОС на передающей стороне с целью упрощения постобработки на приёмных малогабаритных устройствах, не обладающих достаточными ресурсами для осуществления сложных алгоритмов обработки сигналов. Суть применения методов ПОС на передающей стороне заключается в согласования передаваемых сигналов с каналом связи, а также исключении интерференционных помех. В связи с этим возникает необходимость в модернизации существующих алгоритмов с целью повышения пропускной способности этих систем, а также снижения вычислительной сложности.
4. Рассмотрены различные показатели оценки качества работы алгоритмов ПОС. Среди которых особенно выделяются показатели выигрыша в ОСШП для оценки энергетической эффективности, а также вычислительной сложности алгоритмов для оценки их быстродействия. Использование многокритериального показателя позволяет получить оптимальную оценку работоспособности алгоритмов с точки зрения быстродействия и энергетической эффективности. Указанные показатели будут использоваться на протяжении всей работы для оценки качества исследуемых алгоритмов.

ГЛАВА 2 Методы пространственной обработки сигналов на приёмной стороне

В данной главе проводится сравнение характеристик работы алгоритмов ПОС на приёмной стороне. В первом параграфе приводятся модификации стационарного алгоритма LMS (1.51) для линейных и кольцевых решёток, позволяющие уменьшить время работы алгоритмов. Во втором параграфе приводится модификация нестационарного алгоритма RLS (1.66–1.67), позволяющая уменьшить время работы алгоритма, а также приводится новый алгоритм на основе калмановского решения (1.72–1.75), позволяющий увеличить ОСШП в условиях динамической сигнально-помеховой обстановки. Проводятся эксперименты компьютерного моделирования по подавлению помех для стационарных и нестационарных алгоритмов ПОС, описанных в первом и втором разделе. В третьем параграфе предлагаются схемы адаптивной ПОС в условиях априорной неопределённости сигнально-помеховой обстановки для оценки образцового сигнала, а также для оценки шума измерения. Также в данной главе приводятся результаты оценки вычислительной сложности и требуемого времени работы описанных алгоритмов. Научные результаты, описанные в данной главе, опубликованы в работах [52–65].

2.1 Стационарные алгоритмы

2.1.1 Быстрый алгоритм LMS с переменным шагом

Скорость сходимости алгоритмов LMS преимущественно зависит от выбранного значения шага адаптации μ [52, 53]. В случае, когда мощность входного сигнала априори неизвестна, неправильная оценка шага адаптации может привести к расхождению алгоритма (1.49).

Более того, если мощность сигнала на входе приёмника изменяется с течением времени, для обеспечения сходимости алгоритма необходимо рассматривать его работоспособность на бесконечно малых интервалах квазистационарности сигнала [66, 67]. В связи с этим возникает необходимость в нормировке шага адаптации к мощности входного сигнала [54, 55]. На основании формулы (1.51) получим рекуррентную формулу вычисления ВБК для нормированного алгоритма LMS (NLMS):

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu(k)e^*(k)\mathbf{x}(k), \quad (2.1)$$

где

$$\mu(k) = \frac{\mu_0}{\mathbf{x}^H(k)\mathbf{x}(k) + \varepsilon} \quad (2.2)$$

— переменный шаг адаптации, нормированный на мгновенную мощность входного сигнала, μ_0 — фиксированное значение шага адаптации, выбираемое в диапазоне $0 < \mu_0 < 2$, ε — малая положительная константа, определяющая значение переменного шага адаптации при нулевых значениях входного сигнала.

Вычислительная сложность алгоритма NLMS будет равна:

$$C = 3N + 2. \quad (2.3)$$

Проведём исследование работоспособности алгоритмов при воздействии одной помехи и АБГШ. Отношение сигнал/помеха (ОСП) составляет 5 дБ, а ОСШ — 20 дБ. В таблице 2.1 представлены основные характеристики алгоритмов LMS, NLMS и Уидроу в зависимости от количества элементов линейной ЦАР, а именно: нормированные значения вычислительной сложности алгоритмов C/N , среднее значение выигрыша в ОСШП в результате адаптации $\overline{\Delta h^2}$, среднеквадратическое отклонение выигрыша в ОСШП после сходимости алгоритма $\varepsilon(\Delta h^2)$, количество итераций за которое сходится алгоритм $k_{\text{треб}}$ и требуемое время работы алгоритма $T_{\text{треб}}$ для обеспечения сходимости. На рисунках 2.1–2.2 представлены зависимости вычислительной сложности C и требуемого времени работы $T_{\text{треб}}$ алгоритмов LMS, NLMS и Уидроу от количества элементов линейной ЦАР N . На рисунке 2.3 представлены зависимости среднего значения и среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСШП от адаптации от количества элементов ЦАР N .

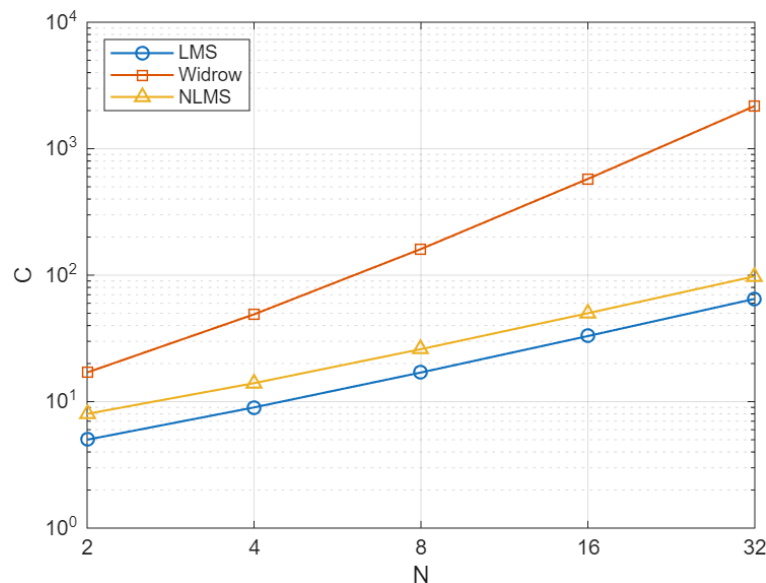


Рисунок 2.1 — Зависимость вычислительной сложности алгоритмов от количества элементов ЦАР

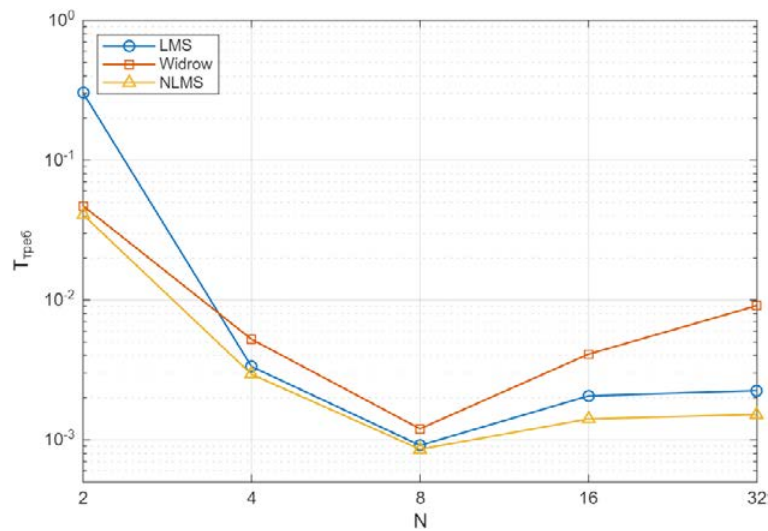


Рисунок 2.2 — Зависимость требуемого времени работы алгоритмов от количества элементов ЦАР

Таблица 2.1 — Основные характеристики стационарных алгоритмов

N		2	4	8	16	32
C/N	LMS	2,5	2,25	2,125	2,063	2,031
	NLMS	4	3,5	3,25	3,125	3,063
	Уидроу	8,5	12,25	20,125	36,063	68,031
$\overline{\Delta h^2}$, дБ	LMS	6,1	8,8	11,1	14,6	17,2
	NLMS	6,2	8,9	11,1	14,6	17,2
	Уидроу	6,2	8,9	11,1	14,6	17,2
$\varepsilon(\Delta h^2)$, дБ	LMS	-9,8	-28,6	-37,1	-42,5	-48,8
	NLMS	-10,7	-28,8	-43,9	-45,9	-50,6
	Уидроу	-18,8	-36,5	-73,5	-87,8	-89,9
$k_{\text{треб}}$	LMS	3909	540	203	242	209
	NLMS	1801	439	168	160	130
	Уидроу	1745	273	57	54	46
$T_{\text{треб}}$, с	LMS	0,303	$3,34 \cdot 10^{-3}$	$9,13 \cdot 10^{-4}$	$2,06 \cdot 10^{-3}$	$2,25 \cdot 10^{-3}$
	NLMS	$4,07 \cdot 10^{-2}$	$2,94 \cdot 10^{-3}$	$8,57 \cdot 10^{-4}$	$1,41 \cdot 10^{-3}$	$1,52 \cdot 10^{-3}$
	Уидроу	$4,71 \cdot 10^{-2}$	$5,24 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$	$9,11 \cdot 10^{-3}$

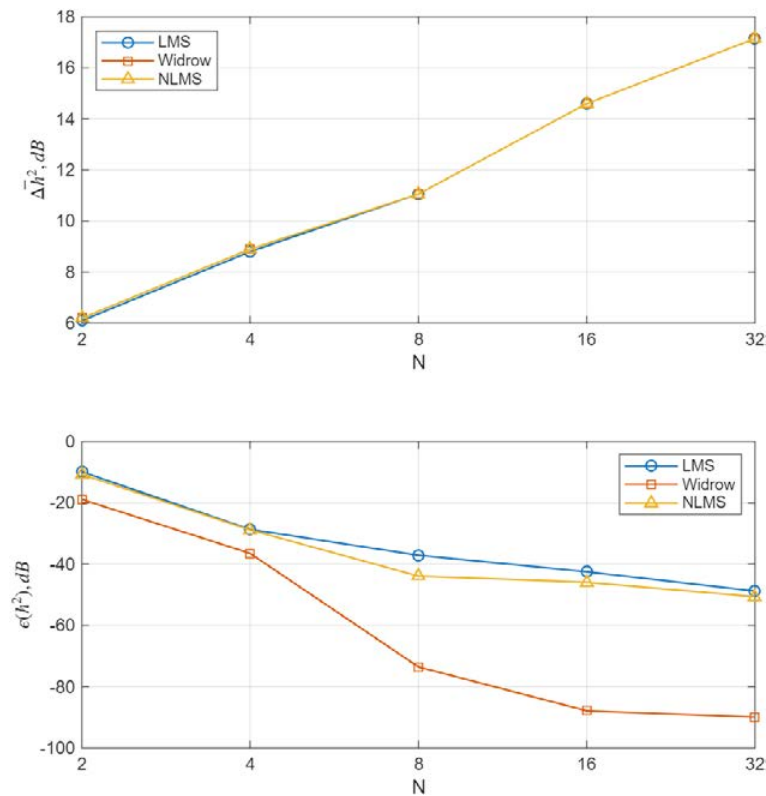


Рисунок 2.3 — Зависимости среднего значения и среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСШП от количества элементов ЦАР

Данные из таблицы 2.1 показывают, что алгоритм NLMS сходится к субоптимальным значениям за меньшее число итераций чем классический алгоритм LMS, но проигрывает алгоритму Уидроу. Однако, за счёт пониженной вычислительной сложности, алгоритм NLMS обладает наименьшим временем работы среди рассматриваемых алгоритмов, необходимым для обеспечения сходимости. Средние значения выигрыша в ОСШП в результате адаптации $\overline{\Delta h^2}$ практически одинаковы для всех алгоритмов, таким образом подтверждая эффективность использования алгоритма NLMS. Среди рассматриваемых алгоритмов наименьшим значением среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСШП $\epsilon(\Delta h^2)$ обладает алгоритм Уидроу за счёт использования оценок корреляционных матриц, что приводит к уменьшению флуктуации мощности выходного сигнала. Алгоритм NLMS даёт небольшой выигрыш в 1–3 дБ по сравнению с классическим алгоритмом LMS в среднеквадратическом отклонении выигрыша в ОСШП $\epsilon(\Delta h^2)$.

В таблице 2.2 представлены основные характеристики алгоритмов LMS, NLMS и Уидроу в зависимости от числа помех (ОСП = 5 дБ) при $N = 8$, а именно: среднее значение выигрыша в ОСШП в результате адаптации $\overline{\Delta h^2}$, среднеквадратическое отклонение выигрыша в ОСШП после сходимости алгоритма $\epsilon(\Delta h^2)$, количество итераций за которое сходится алгоритм $k_{\text{треб}}$ и требуемое время работы алгоритма $T_{\text{треб}}$ для обеспечения сходимости.

Таблица 2.2 — Основные характеристики стационарных алгоритмов

Количество помех	Алгоритм	$\overline{\Delta h^2}$, дБ	$\varepsilon(\Delta h^2)$, дБ	$k_{\text{треб}}$	$T_{\text{треб}}$, с
1	LMS	11,1	-37,1	203	$9,13 \cdot 10^{-4}$
	NLMS	11,1	-43,9	168	$8,57 \cdot 10^{-4}$
	Уидроу	11,1	-73,5	57	$1,2 \cdot 10^{-3}$
2	LMS	30,8	-8,3	822	$1,43 \cdot 10^{-2}$
	NLMS	30,8	-11,9	426	$5,66 \cdot 10^{-3}$
	Уидроу	30,8	-42,5	292	$1,34 \cdot 10^{-2}$
3	LMS	31,4	1,3	1722	$2,48 \cdot 10^{-2}$
	NLMS	31,4	-5,8	738	$7,23 \cdot 10^{-3}$
	Уидроу	31,4	-34,5	752	$2,94 \cdot 10^{-2}$

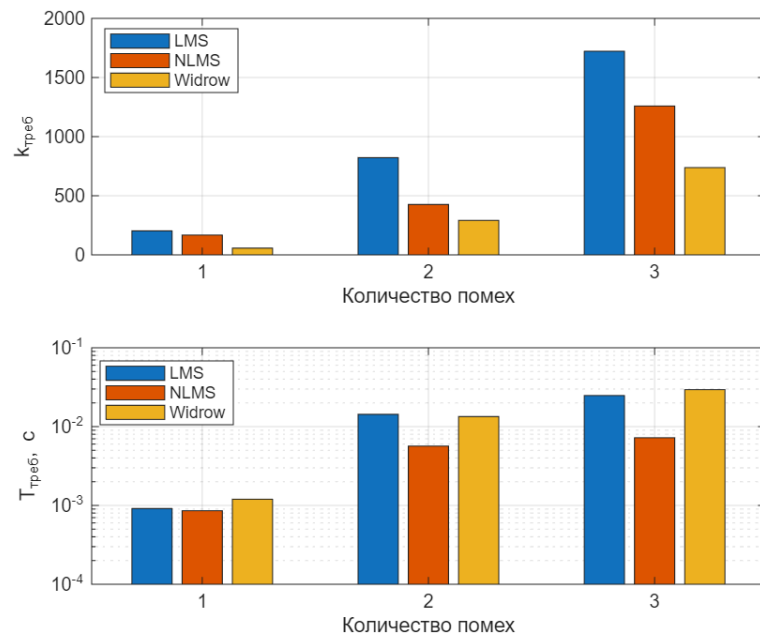


Рисунок 2.4 — Зависимости требуемого времени работы алгоритмов от количества помех

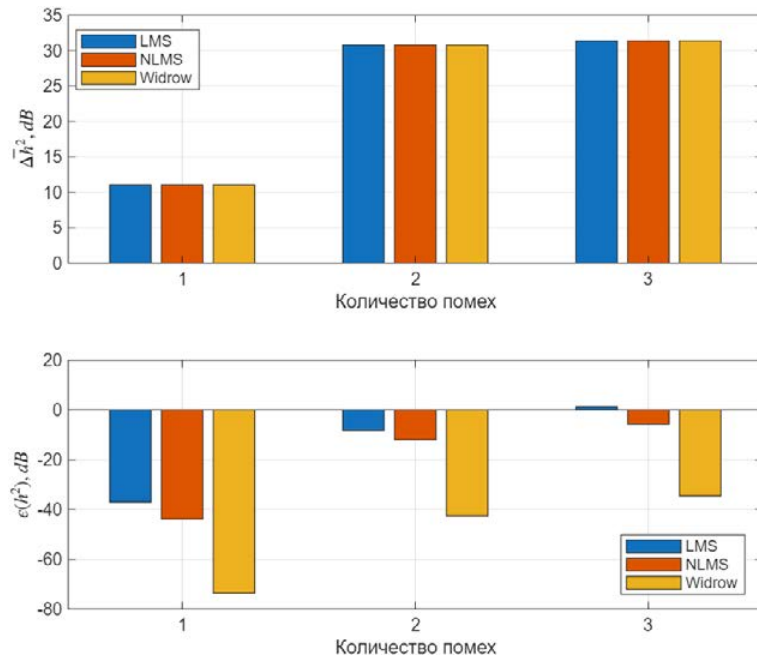


Рисунок 2.5 — Зависимости среднего значения и среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСПП от количества помех

Данные из таблицы 2.2 подтверждают эффективность работы алгоритма NLMS. Даже при подавлении трёх помех данный алгоритм обладает наименьшим временем работы для обеспечения сходимости. Результаты показывают, что увеличение количества помех приводит к увеличению среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСПП $\varepsilon(\Delta h^2)$ для всех трёх рассматриваемых алгоритмов.

2.1.2 Модифицированный алгоритм LMS для кольцевых решёток

Использование алгоритма LMS, описанных ранее, для оптимизации ДН кольцевых ЦАР имеет существенный недостаток. В связи со своей конструкцией фазовые сдвиги на элементах антенной решётки не будут обладать линейной зависимостью, что влияет на точность и скорость сходимости алгоритма [68, 69].

Решить эту проблему позволяет замена вида априорных данных от образцового сигнала с заранее известной формой к угловым координатам прихода полезного сигнала [70]. Таким образом модифицированный алгоритм представляет собой комбинацию алгоритмов LMS и MVDR.

В данном алгоритме в качестве образцового сигнала принимается сигнал на выходе системы при подаче на его вход воздействия в направлениях N_s источников полезного сигнала [56, 57]. Запишем выражение для целевой функции данного алгоритма:

$$\min_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}) = \mathbb{M}[e^2(k)] = \mathbb{M} \left[\left(\mathbf{w}^H(k) \sum_{i=1}^{N_s} \frac{\mathbf{x}(k)}{\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_i} - \mathbf{w}^H(k) \mathbf{x}(k) \right)^2 \right], \quad (2.12)$$

где $\mathbf{a}_i$ — вектор направления в сторону i -го полезного сигнала, $i \in [1, N_s]$.

Найдём градиент минимизируемой функции $J(\mathbf{w})$ и запишем рекуррентную формулу для алгоритма:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \sum_{i=1}^{N_s} \frac{\mathbf{a}_i \mathbf{a}_i^H}{\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_i} \mathbf{R}_{xx}(k) \mathbf{w}(k) - \mu \mathbf{R}_{xx}(k) \mathbf{w}(k) + \\ + \sum_{i=1}^{N_s} \frac{\mathbf{a}_i}{\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_i} - \sum_{i=1}^{N_s} \frac{\mathbf{a}_i \mathbf{a}_i^H}{\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_i} \mathbf{w}(k). \end{aligned} \quad (2.10)$$

После изменения порядка суммирования и группировки слагаемых получим следующее равенство:

$$\mathbf{w}(k+1) = \left(\mathbf{I} - \sum_{i=1}^{N_s} \frac{\mathbf{a}_i \mathbf{a}_i^H}{\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_i} \right) (\mathbf{w}(k) - \mu \mathbf{R}_{xx}(k) \mathbf{w}(k)) + \sum_{i=1}^{N_s} \frac{\mathbf{a}_i}{\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_i}, \quad (2.10)$$

где $\mathbf{I}$ — единичная матрица порядка N_s . Заменим выражение в первых скобках на коэффициент усиления:

$$\mathbf{P}(k+1) = \mathbf{I} - \sum_{i=1}^{N_s} \frac{\mathbf{a}_i \mathbf{a}_i^H}{\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_i}. \quad (2.12)$$

Тогда окончательная запись рекуррентной формулы вычисления ВВК примет вид:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{P}(k+1) (\mathbf{w}(k) - \mu \mathbf{R}_{xx}(k) \mathbf{w}(k)) + \sum_{i=1}^{N_s} \frac{\mathbf{a}_i}{\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_i}. \quad (2.12)$$

Вычислительная сложность модифицированного алгоритма LMS будет равна:

$$C = 2N^2 + N, \quad (2.13)$$

где N_s — количество источников полезного сигнала.

Проведём исследование работоспособности алгоритмов при воздействии одной помехи (ОСП = 5 дБ) и АБГШ (ОСП = 20 дБ). В таблице 2.3 представлены основные характеристики алгоритмов LMS, NLMS, Уидроу и модифицированного алгоритма LMS в зависимости от количества элементов кольцевой ЦАР, а именно: нормированные значения вычислительной сложности алгоритмов C/N , среднее значение выигрыша в ОСШП в результате адаптации $\overline{\Delta h^2}$,

среднеквадратическое отклонение выигрыша в ОСШП после сходимости алгоритма $\varepsilon(\Delta h^2)$, количество итераций за которое сходится алгоритм $k_{\text{треб}}$ и требуемое время работы алгоритма $T_{\text{треб}}$ для обеспечения сходимости.

На рисунках 2.6–2.7 представлены зависимости вычислительной сложности C и требуемого времени работы $T_{\text{треб}}$ алгоритмов LMS, NLMS, Уидроу и модифицированного алгоритма LMS от количества элементов ЦАР N . На рисунке 2.8 представлены зависимости среднего значения и среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСШП от адаптации от количества элементов ЦАР N .

Таблица 2.3 — Основные характеристики стационарных алгоритмов

N		2	4	8	16	32
C/N	LMS	2,5	2,25	2,125	2,063	2,031
	NLMS	4	3,5	3,25	3,125	3,063
	Уидроу	8,5	12,25	20,125	36,063	68,031
	LMS мод.	5	9	17	33	65
$\overline{\Delta h^2}$, дБ	LMS	10,4	9,3	10,3	10,1	10
	NLMS	10,4	9,3	10,3	10,1	10
	Уидроу	10,4	9,3	10,3	10,1	10
	LMS мод.	10,4	9,3	10,3	10,1	10
$\varepsilon(\Delta h^2)$, дБ	LMS	-2,9	-3,3	-10,0	-28,4	-50,4
	NLMS	-7,1	-8,0	-30,9	-38,2	-51,0
	Уидроу	-85,2	-79,1	-73,5	-67,8	-58,6
	LMS мод.	-9,0	-27,8	-45,5	-49,5	-51,0
$k_{\text{треб}}$	LMS	1540	1816	548	369	215
	NLMS	1197	1716	446	239	180
	Уидроу	533	601	242	124	105
	LMS мод.	287	251	103	74	52
$T_{\text{треб}}$, с	LMS	$8,01 \cdot 10^{-3}$	$1,48 \cdot 10^{-2}$	$4,54 \cdot 10^{-3}$	$3,36 \cdot 10^{-3}$	$8,06 \cdot 10^{-3}$
	NLMS	$6,58 \cdot 10^{-3}$	$3,45 \cdot 10^{-2}$	$3,83 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$6,75 \cdot 10^{-3}$
	Уидроу	$9,71 \cdot 10^{-3}$	$1,61 \cdot 10^{-2}$	$7,84 \cdot 10^{-3}$	$8,54 \cdot 10^{-3}$	$3,08 \cdot 10^{-2}$
	LMS мод.	$4,39 \cdot 10^{-3}$	$6,57 \cdot 10^{-3}$	$3,33 \cdot 10^{-3}$	$5,31 \cdot 10^{-3}$	$1,62 \cdot 10^{-2}$

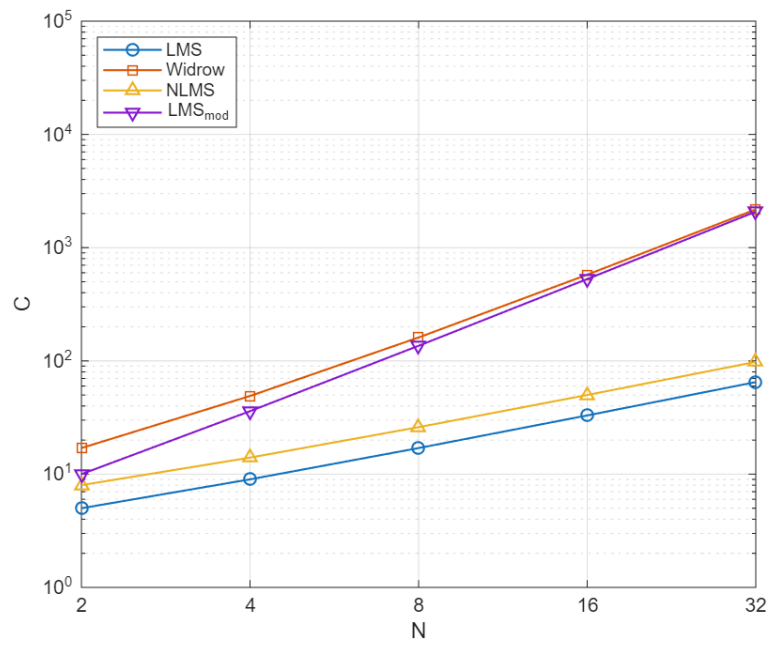


Рисунок 2.6 — Зависимость вычислительной сложности алгоритмов от количества элементов

ЦАР

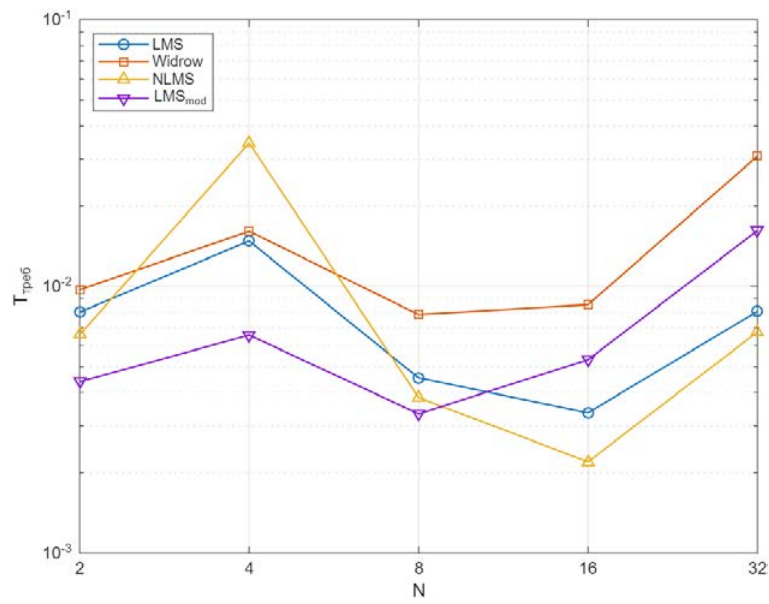


Рисунок 2.7 — Зависимость требуемого времени работы алгоритмов от количества элементов

ЦАР

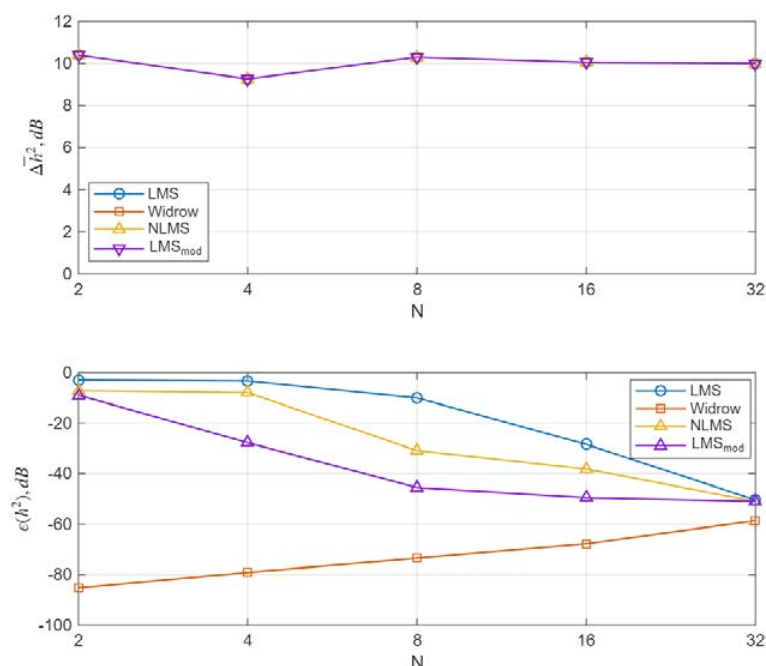


Рисунок 2.8 — Зависимости среднего значения и среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСШП от количества элементов ЦАР

Данные из таблицы 2.3 показывают, что модифицированный алгоритм LMS обеспечивает сходимость к субоптимальным значениям за меньшее число итераций по сравнению с другими рассматриваемыми алгоритмами. Однако, за счёт достаточно высокой вычислительной сложности алгоритма порядка $O(N^2)$ модифицированный алгоритм LMS имеет преимущество во времени работы лишь при небольшом количестве антенных элементов ($N \leq 8$). Средние значения выигрыша в ОСШП в результате адаптации $\overline{\Delta h^2}$ практически одинаковы для всех алгоритмов. Среди класса LMS наименьшим значением среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСШП $\varepsilon(\Delta h^2)$ обладает модифицированная версия для кольцевых решёток.

В таблице 2.4 представлены основные характеристики алгоритмов LMS, NLMS, Уидроу и модифицированного алгоритма LMS в зависимости от числа помех (ОСП = 5 дБ) при $N = 8$, а именно: среднее значение выигрыша в ОСШП в результате адаптации $\overline{\Delta h^2}$, среднеквадратическое отклонение выигрыша в ОСШП после сходимости алгоритма $\varepsilon(\Delta h^2)$, количество итераций за которое сходится алгоритм $k_{\text{треб}}$ и требуемое время работы алгоритма $T_{\text{треб}}$ для обеспечения сходимости.

Таблица 2.4 — Основные характеристики стационарных алгоритмов

Количество помех	Алгоритм	$\overline{\Delta h^2}$, дБ	$\varepsilon(\Delta h^2)$, дБ	$k_{\text{треб}}$	$T_{\text{треб}}$, с
1	LMS	10,0	-10,0	548	$4,54 \cdot 10^{-3}$
	NLMS	10,0	-30,9	446	$3,83 \cdot 10^{-3}$
	Уидроу	10,0	-73,5	242	$7,84 \cdot 10^{-3}$
	LMS мод.	10,0	-45,5	103	$3,33 \cdot 10^{-3}$
2	LMS	13,2	-25,9	1001	$1,96 \cdot 10^{-2}$
	NLMS	13,2	-27,9	884	$1,91 \cdot 10^{-2}$
	Уидроу	13,2	-32,0	630	$3,61 \cdot 10^{-2}$
	LMS мод.	13,2	-21,0	600	$1,29 \cdot 10^{-2}$
3	LMS	15,0	-11,3	2605	$2,39 \cdot 10^{-2}$
	NLMS	15,0	-13,6	2487	$2,19 \cdot 10^{-2}$
	Уидроу	15,0	-20,4	843	$2,89 \cdot 10^{-2}$
	LMS мод.	14,4	-13,1	645	$2,19 \cdot 10^{-2}$

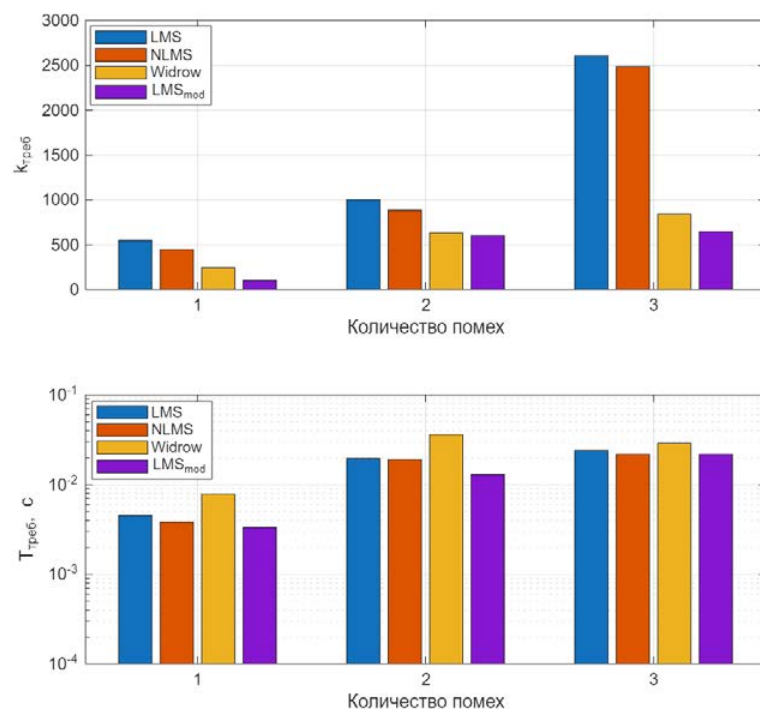


Рисунок 2.9 — Зависимости требуемого времени работы алгоритмов от количества помех

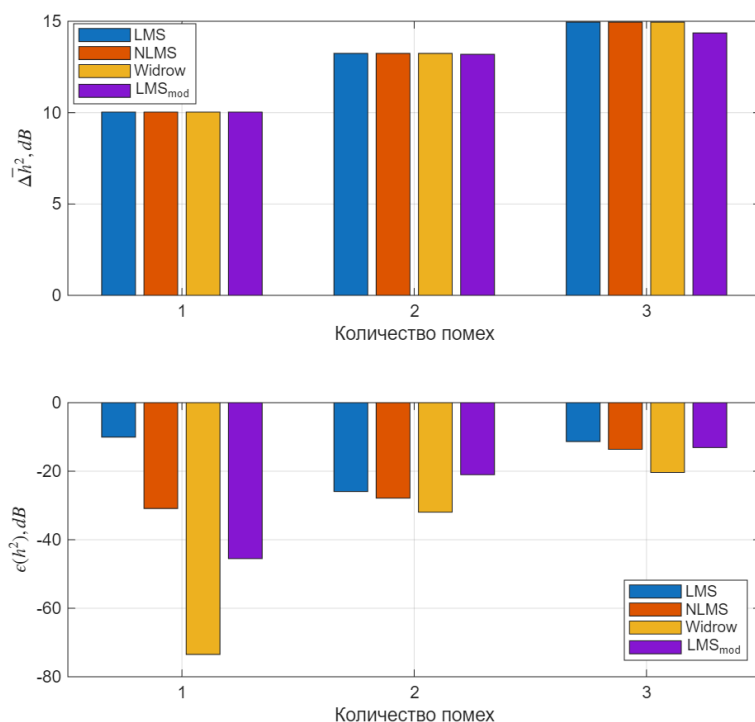


Рисунок 2.10 — Зависимости среднего значения и среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСШП от количества помех

Данные из таблицы 2.4 подтверждают эффективность работы модифицированного алгоритма LMS. Даже при подавлении трёх помех данный алгоритм обладает наименьшим временем работы для обеспечения сходимости. Результаты показывают, что увеличение количества помех приводит к увеличению среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСШП $\epsilon(\Delta h^2)$ для всех рассматриваемых алгоритмов.

2.2 Нестационарные алгоритмы

2.2.1 Модифицированный алгоритм RLS

В алгоритме RLS происходит рекуррентное вычисление обратной корреляционной матрицы в текущий момент времени $\mathbf{R}^{-1}(k)$ на основе прошлого значения $\mathbf{R}^{-1}(k-1)$ [33, 71]. Для стационарного случая это приводит к быстрой сходимости значений обратной корреляционной матрицы на некотором интервале L . В случае, если сигналы не являются стационарными, то оптимальный ВВК является не стационарным [72]. В условиях априорной неопределённости динамики сигнально-помеховой обстановки ВВК является марковской последовательностью (1.50). Таким образом, ВВК необходимо вычислять на основе мгновенных значений корреляционной матрицы. Задача поиска оптимального ВВК сводится к минимизации СКО. Сигнал ошибки можно представить в виде:

$$e(k) = d(k) - y(k) = d(k) - g(\mathbf{x}(k), \mathbf{w}(k)), \quad (2.14)$$

где g – функция воздействия ВВК на входной сигнал.

Если эта функция линейная, то один из подходов заключается в достаточно простом решении на основе алгоритма RLS [73, 74]. В связи с этим можно использовать модифицированную версию алгоритма RLS (1.43–1.48), которая заключается в ведении коэффициента забывания λ , который позволяет учитывать предшествующие отсчёты входного сигнала с экспоненциально уменьшающимся весом [58]. Тогда выражения для вычисления ВВК примут вид:

$$\mathbf{R}(k+1) = \mathbf{R}(k) + \mathbf{X}(k)\mathbf{X}^H(k), \quad (2.15)$$

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mathbf{k}(k+1)e(k), \quad (2.16)$$

$$\mathbf{k}(k+1) = \frac{\mathbf{P}(k)\mathbf{x}(k)}{\lambda + \mathbf{x}^H(k)\mathbf{P}(k)\mathbf{x}(k)}, \quad (2.17)$$

$$\mathbf{P}(k+1) = \frac{1}{\lambda} [\mathbf{P}(k) - \mathbf{k}(k+1)\mathbf{x}^H(k)\mathbf{P}(k)]. \quad (2.18)$$

Вычислительная сложность модифицированного алгоритма RLS будет равна:

$$C = 2N^2 + 3N + 1. \quad (2.19)$$

Проведём исследование работоспособности алгоритмов при воздействии одной помехи (ОСП = 5 дБ) в условиях рэлеевских замираний, которые приводят к нестационарным изменениям амплитуды и фазы принимаемого сигнала. В таблице 2.5 представлены основные характеристики алгоритмов RLS и его модификации в зависимости от количества элементов линейной ЦАР, а именно: нормированные значения вычислительной сложности алгоритмов C/N , среднее значение выигрыша в ОСШП в результате адаптации $\overline{\Delta h^2}$, среднеквадратическое отклонение выигрыша в ОСШП после сходимости алгоритма $\varepsilon(\Delta h^2)$, количество итераций за которое сходится алгоритм $k_{\text{треб}}$ и требуемое время работы алгоритма $T_{\text{треб}}$ для обеспечения сходимости.

На рисунках 2.11–2.12 представлены зависимости вычислительной сложности C и требуемого времени работы $T_{\text{треб}}$ алгоритмов RLS и его модификации от количества элементов линейной ЦАР N . На рисунке 2.13 представлены зависимости среднего значения и среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСШП от адаптации от количества элементов ЦАР N .

Таблица 2.5 — Основные характеристики алгоритмов RLS

N		2	4	8	16	32
C/N	RLS, $\lambda=1$	7	11	19	35	67
	RLS, $\lambda \neq 1$	7,5	11,25	19,125	35,063	67,031
$\overline{\Delta h^2}$, дБ	RLS, $\lambda=1$	6,2	13,2	38,3	38,4	38,6
	RLS, $\lambda=0,99$	6,2	13,1	38,2	38,3	38,5
	RLS, $\lambda=0,95$	6,1	13,1	38,2	38,3	38,5
	RLS, $\lambda=0,9$	5,7	13,1	38,2	38,3	38,5
$\varepsilon(\Delta h^2)$, дБ	RLS, $\lambda=1$	-37,8	-18,3	-51,9	-53,2	-53,5
	RLS, $\lambda=0,99$	-15,4	-12,2	-41,2	-42,6	-44,3
	RLS, $\lambda=0,95$	-7,1	-12,4	-17,4	-17,5	-17,9
	RLS, $\lambda=0,9$	-3,7	-12,2	-14,1	-14,2	-14,6
$k_{\text{треб}}$	RLS, $\lambda=1$	513	593	818	821	803
	RLS, $\lambda=0,99$	294	172	291	288	294
	RLS, $\lambda=0,95$	125	147	149	149	151
	RLS, $\lambda=0,9$	77	77	85	83	78
$T_{\text{треб}}$, с	RLS, $\lambda=1$	$3,69 \cdot 10^{-3}$	$7,12 \cdot 10^{-3}$	$1,05 \cdot 10^{-2}$	$1,29 \cdot 10^{-2}$	$2,46 \cdot 10^{-2}$
	RLS, $\lambda=0,99$	$2,03 \cdot 10^{-3}$	$2,15 \cdot 10^{-3}$	$4,6 \cdot 10^{-3}$	$4,98 \cdot 10^{-3}$	$1,14 \cdot 10^{-2}$
	RLS, $\lambda=0,95$	$8,63 \cdot 10^{-4}$	$1,84 \cdot 10^{-3}$	$2,35 \cdot 10^{-3}$	$2,58 \cdot 10^{-3}$	$5,85 \cdot 10^{-3}$
	RLS, $\lambda=0,9$	$5,31 \cdot 10^{-4}$	$9,63 \cdot 10^{-4}$	$1,34 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$3,03 \cdot 10^{-3}$

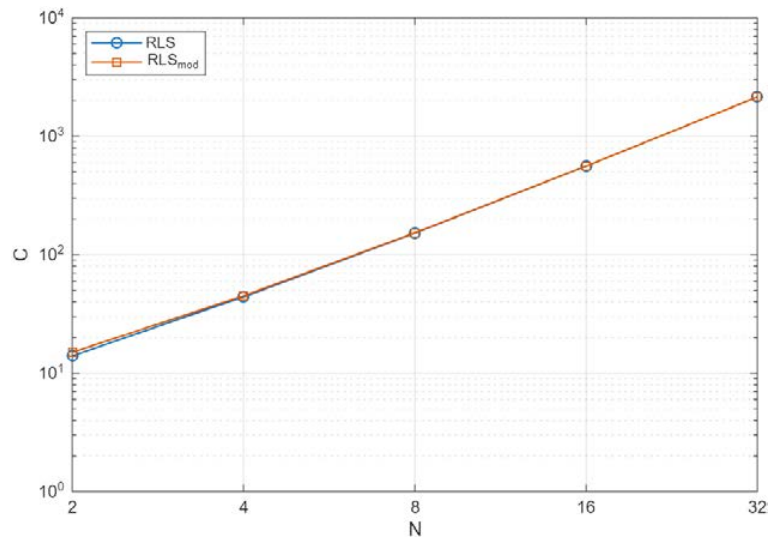


Рисунок 2.11 — Зависимость вычислительной сложности алгоритмов от количества элементов ЦАР

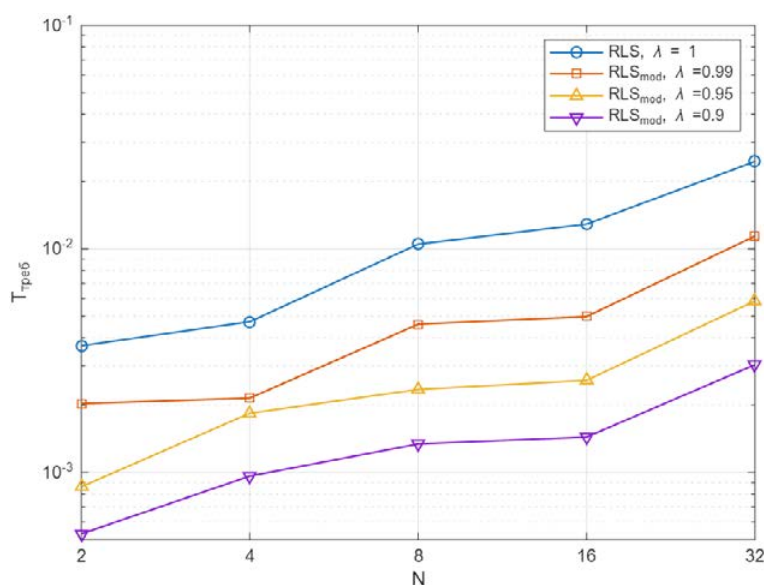


Рисунок 2.12 — Зависимость требуемого времени работы алгоритмов от количества элементов ЦАР

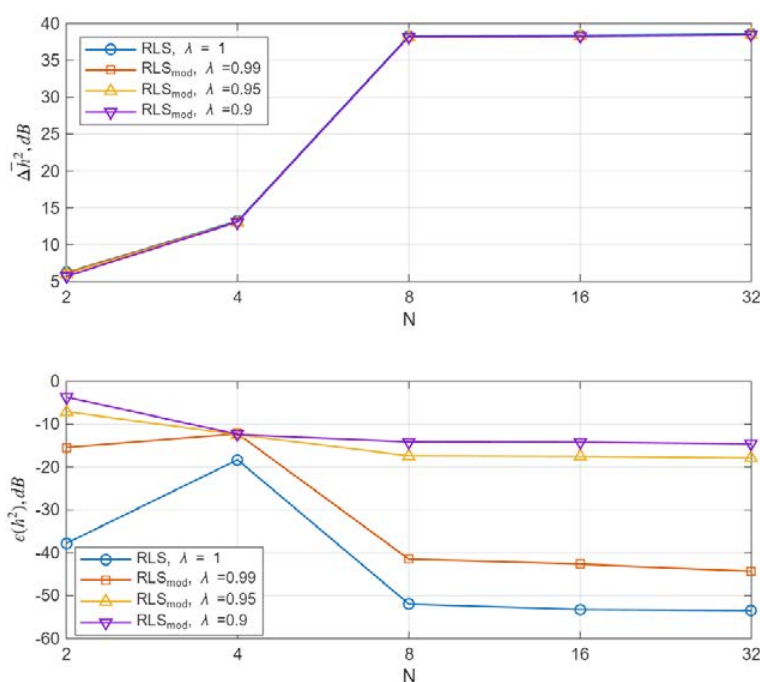


Рисунок 2.13 — Зависимости среднего значения и среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСПП от количества элементов ЦАР

Данные из таблицы 2.5 показывают, что введение коэффициента забывания λ позволяет уменьшить скорость сходимости алгоритма при нестационарной сигнально-помеховой обстановке. Так при $\lambda=0.99$ время сходимости алгоритма уменьшается в 2 раза, при $\lambda=0.95$ — в 4, при $\lambda=0.9$ — в 8. Однако уменьшение коэффициента забывания λ приводит к увеличению среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСПП $\epsilon(\Delta h^2)$, что может привести к нестабильной работе алгоритма. Таким образом, оптимальные значения коэффициента

забывания следует выбирать в пределах $0,95 \leq \lambda \leq 0,99$ для обеспечения быстрой сходимости алгоритма при сохранении устойчивости.

В таблице 2.6 представлены основные характеристики алгоритмов RLS и его модификации в зависимости от числа помех (ОСП = 5 дБ) при $N = 8$, а именно: среднее значение выигрыша в ОСШП в результате адаптации $\overline{\Delta h^2}$, среднеквадратическое отклонение выигрыша в ОСШП после сходимости алгоритма $\varepsilon(\Delta h^2)$, количество итераций за которое сходится алгоритм $k_{\text{треб}}$ и требуемое время работы алгоритма $T_{\text{треб}}$ для обеспечения сходимости.

Таблица 2.6 — Основные характеристики алгоритмов RLS

Количество помех	Алгоритм	$\overline{\Delta h^2}$, дБ	$\varepsilon(\Delta h^2)$, дБ	$k_{\text{треб}}$	$T_{\text{треб}}$, с
1	RLS, $\lambda=1$	38,3	-51,9	818	$1,05 \cdot 10^{-2}$
	RLS, $\lambda=0,99$	38,2	-41,2	291	$4,6 \cdot 10^{-3}$
	RLS, $\lambda=0,95$	38,2	-17,4	149	$2,35 \cdot 10^{-3}$
	RLS, $\lambda=0,9$	38,2	-14,1	85	$1,34 \cdot 10^{-3}$
2	RLS, $\lambda=1$	38,3	-51,5	786	$1,16 \cdot 10^{-2}$
	RLS, $\lambda=0,99$	38,2	-44,3	252	$3,75 \cdot 10^{-3}$
	RLS, $\lambda=0,95$	38,2	-15,3	153	$2,28 \cdot 10^{-3}$
	RLS, $\lambda=0,9$	38,2	-6,7	82	$1,22 \cdot 10^{-3}$
3	RLS, $\lambda=1$	38,4	-49,5	765	$1,13 \cdot 10^{-2}$
	RLS, $\lambda=0,99$	38,3	-39,6	330	$4,92 \cdot 10^{-3}$
	RLS, $\lambda=0,95$	38,3	1,2	153	$2,28 \cdot 10^{-3}$
	RLS, $\lambda=0,9$	37,2	35,6	97	$1,45 \cdot 10^{-3}$

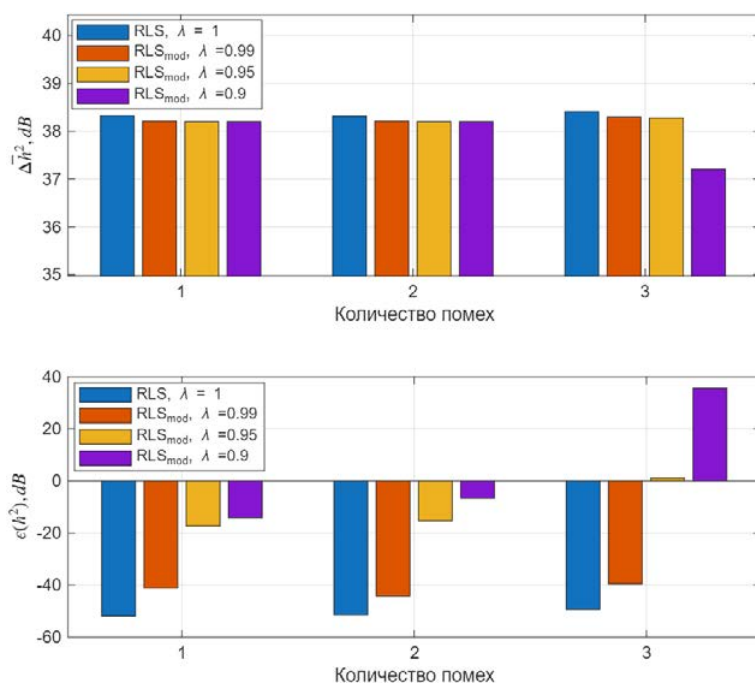


Рисунок 2.14 — Зависимости требуемого времени работы алгоритмов от количества помех

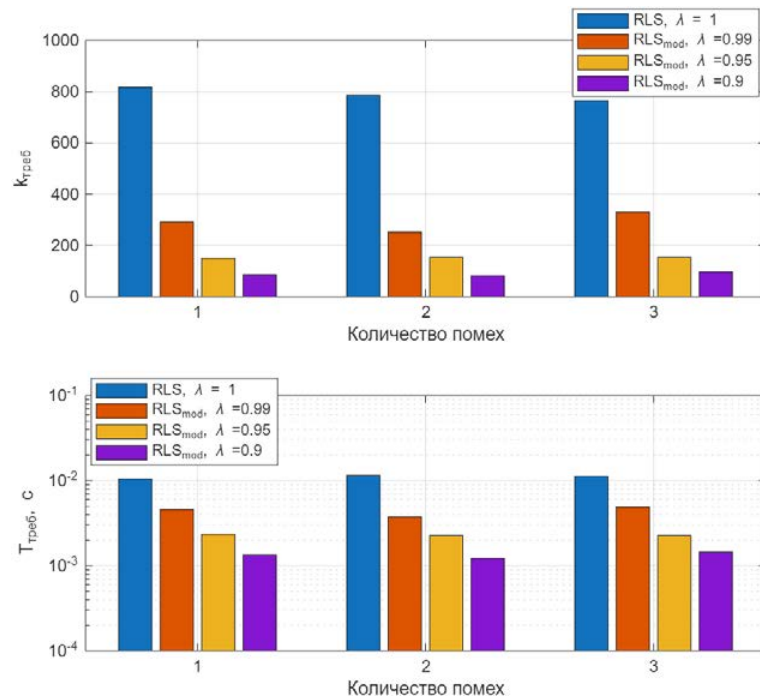


Рисунок 2.15 — Зависимости среднего значения и среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСПП от количества помех

Данные из таблицы 2.6 показывают, что при уменьшении значения коэффициента забывания λ , модифицированный алгоритм RLS сходится быстрее. Однако, в случае подавления трёх помех, уменьшение значения λ приводит к значительному увеличению среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСПП $\varepsilon(\Delta h^2)$. Так при $\lambda = 0,9$ уровень среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСПП сопоставим с его средним значением, что приводит к потере устойчивости алгоритма. Таким образом в случае, если число помех неизвестно, следует выбирать значения $\lambda = 0,99$ для обеспечения баланса между скоростью сходимости алгоритма и его устойчивостью; если известно, то при одной или двух помехах следует уменьшить значение λ до 0,95 для уменьшения времени работы алгоритма.

2.2.2 Пространственная обработка сигналов на основе фильтра Калмана с ограничениями

Ранее рассматривались адаптивные алгоритмы, для которых зависимость текущего значения ВВК от прошлого имели линейную зависимость. Если же функция воздействия ВВК на входной сигнал g не является линейной (2.14), то имеет смысл рассматривать поведение ВВК в виде динамической системы, свойственной для параметрической оценки с помощью фильтра Калмана, описанной в виде нелинейной системы [75].

Наличие нелинейной зависимости ВВК и непостоянной матрицы $\mathbf{F}(k)$ в уравнениях измерения и процесса существенно усложняет задачу параметрической оценки, делая классический фильтр Калмана неприменимым в его стандартной форме. В связи с этим решение задачи параметрической оценки для данной динамической системы может быть найдено за счёт использования расширенного (ЕКФ) или несмещенного (UKF) фильтров Калмана [60].

ЕКФ решает проблему нелинейности при помощи локальной линеаризации системы вокруг текущей оценки состояния. Данный метод использует разложение в ряд Тейлора первого либо второго порядков, заменяя нелинейные функции их линейными приближениями через матрицы Якоби и Гесса. Преимуществом ЕКФ является сохранение общего подхода к вычислению предсказания и коррекции классического фильтра Калмана. Недостатком ЕКФ является необходимость пересчитывать матрицы перехода состояний $\mathbf{F}(k)$ и измерений $\mathbf{H}(k)$ на каждой итерации алгоритма.

UKF в свою очередь не выполняет линеаризацию системы, а наоборот предполагает использование сигма-точечного преобразования модели состояния, фактически проводя через функцию воздействия набор средних и нормально-распределенных детерминированных точек модели состояния, аппроксимирующих ПРВ состояния $(k - 1)$ моделью нормального моделью распределения. Данный метод обеспечивает точность до третьего порядка для гауссовских распределений и не требует вычисления производных, что делает его более устойчивым к сильным нелинейностям по сравнению с ЕКФ. Однако UKF требует больше вычислительных ресурсов, особенно для моделей большой размерности.

Алгоритм UKF-СМА

В [76] предложен алгоритм для “слепого диаграммобразования” при условии постоянства модуля полезного сигнала с использованием несмещенного фильтра Калмана (UKF-СМА). Особенностью алгоритмов постоянного модуля является отсутствие необходимости генерации опорного сигнала, а также использования пилот-сигналов. В качестве опорного сигнала задается постоянный модуль полезного сигнала. В [77] показано преимущество, предложенного алгоритма, над RLS и LMS реализациями по параметрам выходного ОСШП и скорости сходимости. ВВК в алгоритме UKF-СМА находится путём аппроксимации задачи поиска минимума СКО между сигналом на выходе ААР и предполагаемым модулем сигнала:

$$\min_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}) = \mathbb{M}[|d(k)| - |\mathbf{x}^H(k)\mathbf{w}(k)|^p]^2, p > 0. \quad (2.20)$$

Модель состояния динамической системы описывается уравнением вида:

$$\hat{\mathbf{h}}(k) = \mathbf{F}(k)\hat{\mathbf{h}}(k - 1) + \mathbf{n}_q, \quad (2.21)$$

где матрица перехода состояний $\mathbf{F}(k)$ размерностью $(N + 1) \times (N + 1)$ задается как:

$$\mathbf{F}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_{M \times 1} \\ \mathbf{x}^H(k) & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Вектор состояния системы по сравнению с (1.69) дополняется оценкой выходного сигнала $y(k-1)$:

$$\hat{\mathbf{h}}(k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{w}(k-1) \\ y(k-1) \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

где размерность вектора $\hat{\mathbf{h}}(k-1)$ становится $(N+1) \times 1$.

$\mathbf{n}_q$ — вектор шума процесса, предполагаемый как белый гауссовский с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $q(k-1)$:

$$\mathbf{n}_q = \begin{bmatrix} 0 \\ q(k-1) \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

Измерение в момент k можно выразить как:

$$z(k) = |\hat{h}_{N+1}(k-1)|^p. \quad (2.25)$$

Следовательно модель измерения можно представить в следующем виде:

$$d_k = |\hat{h}_{N+1}(k-1)|^p + e_k. \quad (2.26)$$

Сначала производится инициализация начальных состояний вектора состояния системы $\hat{\mathbf{h}}(k)$ и ковариационной матрицы $\mathbf{P}(k)$:

$$\hat{\mathbf{h}}_0 = \begin{cases} 1, i = 1 \\ 0, i = 2, 3, \dots, 2N+3 \end{cases}, \quad (2.27)$$

$$\mathbf{P}_0 = \frac{1}{M+1} \mathbf{I}_{N+1}, \quad (2.28)$$

где $\mathbf{I}_{N+1}$ — единичная матрица размера $(N+1) \times (N+1)$.

Затем происходит итерационная процедура оценки системы. Для оценки состояния динамической системы $\hat{\mathbf{h}}(k)$ применяется EKF. На первом этапе производится выбор параметров детерминированного разброса точек сигма-точечного преобразования. EKF имеет три степени свободы: α , β и κ .

Параметр α определяет разброс сигма-точек вокруг среднего при аппроксимации ПРВ динамической системы. Данный параметр следует выбирать достаточно малым в пределах $10^{-4} < \alpha < 1$, чтобы избежать выборки нелокальных флуктуаций апостериорной ПРВ при сильных нелинейностях модели.

Параметр β учитывает предварительные знания о моментах распределения более высоких порядков. Для гауссовых распределений оптимальным является значение $\beta = 2$.

Параметр κ является вторым параметром масштабирования, который обеспечивает более точную настройку фильтра по сравнению с параметрами α и β и оказывает влияние лишь на первых шагах итерации фильтра. Данный параметр изменяется в пределах $0 \leq \kappa \leq 3$; по умолчанию параметр задается $\kappa = 0$.

На основании выбранных параметров производится расчет результирующего коэффициента масштабирования:

$$\lambda = \alpha^2(N + \kappa). \quad (2.29)$$

Затем вычисляются вектора весовых коэффициентов сигма-точечного преобразования, размерностью $(2N + 3) \times 1$:

$$\mathbf{w}_m = \begin{cases} \frac{\lambda}{\lambda + N + 1}, & i = 1 \\ \frac{1}{2(\lambda + N + 1)}, & i = 2, 3, \dots, 2N + 3 \end{cases}, \quad (2.30)$$

$$\mathbf{w}_c = \begin{cases} \frac{\lambda}{\lambda + N + 1} + 1 + \alpha^2 + \beta, & i = 1 \\ \mathbf{w}_{m,(i)}, & i = 2, 3, \dots, 2N + 3 \end{cases}, \quad (2.31)$$

где i — номер строки соответствующего ВВК.

После чего производится расчет матрицы сигма-точек размерностью $(N + 1) \times (2N + 3)$:

$$\boldsymbol{\chi}(k - 1) = \begin{cases} \hat{\mathbf{h}}^+(k - 1), & i = 1 \\ \hat{\mathbf{h}}^+(k - 1) + \sqrt{\lambda + N + 1} \cdot \sqrt{\mathbf{P}(k - 1)}, & i = 2, \dots, N + 2 \\ \hat{\mathbf{h}}^+(k - 1) - \sqrt{\lambda + N + 1} \cdot \sqrt{\mathbf{P}(k - 1)}, & i = N + 2, \dots, 2N + 3 \end{cases}, \quad (2.32)$$

где i — номер соответствующего столбца матрицы $\boldsymbol{\chi}(k - 1)$, а верхний индекс «+» обозначает значение, вычисленное на этапе прогноза.

Далее производится прогноз состояния системы на текущей итерации:

$$\mathbf{H}_{[:,i]}^-(k) = \mathbf{F}(k) \cdot \boldsymbol{\chi}_{[:,i]}(k - 1), \quad (2.33)$$

где верхний индекс «-» обозначает значение, вычисленное на этапе прогноза, а нижний индекс $[:, i]$ обозначает i -й столбец матрицы, $i = 1, 2, \dots, 2N + 3$.

Происходит коррекция оценки состояния:

$$\hat{\mathbf{h}}^-(k) = \sum_{i=1}^{2N+3} \mathbf{w}_{m,(i)} \mathbf{H}_{[:,i]}^-(k), \quad (2.34)$$

где нижний индекс $[:, i]$ обозначает i -й столбец матрицы, а (i) — i -й элемент вектора.

Происходит предсказание ковариационной матрицы:

$$\mathbf{P}^-(k) = \sum_{i=1}^{2N+3} \mathbf{w}_{c,(i)} \cdot [\mathbf{H}_{[:,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{h}}^-(k)] \cdot [\mathbf{H}_{[:,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{h}}^-(k)]^H. \quad (2.35)$$

Производится нелинейное преобразование от сигма-точек:

$$\mathbf{Y}_{[:,i]}^-(k) = |\mathbf{x}_{[:,i]}(k-1)|^p, \quad (2.36)$$

причём операция возведения в степень $|\cdot|^p$ производится с каждым элементом i -го столбца, $i = 1, 2, \dots, 2N+3$.

Вычисляется оценка измерения от сигма-точек $\mathbf{Y}_{[:,i]}^-(k)$:

$$\hat{\mathbf{z}}^-(k) = \sum_{i=1}^{2N+3} \mathbf{w}_{m,(i)} \mathbf{Y}_{[:,i]}^-(k). \quad (2.37)$$

Вычисляется матрица взаимной ковариации системы и измерений размерностью $(N+1) \times 1$:

$$\mathbf{C}(k) = \sum_{i=1}^{2N+3} \mathbf{w}_{c,(i)} \cdot [\mathbf{H}_{[:,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{h}}^-(k)] \cdot [\mathbf{Y}_{[N+1,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{z}}_{[N+1,i]}^-(k)]^H. \quad (2.38)$$

Вычисляется автокорреляционный параметр s_k :

$$s(k) = \sum_{i=1}^{2N+3} \mathbf{w}_{c,(i)} \cdot [\mathbf{Y}_{[N+1,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{z}}_{[N+1,i]}^-(k)] \cdot [\mathbf{Y}_{[N+1,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{z}}_{[N+1,i]}^-(k)]^H + \delta^2, \quad (2.39)$$

где:

$$\delta^2 = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{z}}_{(i)}^-(k) \right]^2. \quad (2.40)$$

После производится вычисление матрицы коэффициентов Калмана размерностью $(N+1) \times 1$:

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{C}(k) s^{-1}(k). \quad (2.41)$$

На этапе коррекции происходит обновление весовых коэффициентов:

$$\hat{\mathbf{h}}^+(k) = \hat{\mathbf{h}}^-(k) + \mathbf{K}(k) \cdot [d(k) - \hat{\mathbf{z}}_{(N+1)}^-(k)], \quad (2.42)$$

а также обновление ковариационной матрицы:

$$\mathbf{P}^+(k) = \mathbf{P}^-(k) + \mathbf{K}(k) s(k) \mathbf{K}^H(k). \quad (2.43)$$

Затем цикл повторяется, а оптимальный ВВК элементов АР вычисляется как:

$$\mathbf{w}_{opt} = \hat{\mathbf{h}}^+_{(1:N)}(k). \quad (2.44)$$

Вычислительная сложность алгоритма UKF-CMA равна:

$$C = 2N^4 + 15N^3. \quad (2.45)$$

Алгоритм EKF-MVDR

В [76] предложен итерационный алгоритм, решающий оптимизационную задачу MVDR на основе расширенного фильтра Калмана второго порядка. Особенностью данного алгоритма является аппроксимация нелинейной функции системы вплоть до второго члена ряда Тейлора при довольно компактных решениях для вычисления матриц Якоби и Гесса, что позволяет алгоритму иметь более высокую устойчивость к накоплению ошибок, чем у алгоритма EKF первого порядка при сохранении вычислительной сложности не более $O(N^3)$.

Данный алгоритм использует в качестве априорной информации предполагаемый угол прихода полезного сигнала $\varphi^s_{пред}$, а точнее вектор фазовых коэффициентов, $\mathbf{a}(k)$, однозначно определяемый для $\varphi^s_{пред}$. При этом стоит учитывать, что $\varphi^s_{пред}$ может быть не равен реальному φ^s в каждый момент k , в связи с неточностью системы определения угла прихода. В [60] показано, что алгоритм устойчив к данным рассогласованиям, если неточность определения не более $5-10^\circ$.

Оптимизационная задача MVDR формулируется как:

$$\min_{\mathbf{w}} J_1(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \text{ при условии } \mathbf{w}^H \mathbf{a} = 1, \quad (2.46)$$

где $\mathbf{R}_{xx}$ — корреляционная матрица принимаемого сигнала $\mathbf{x}(k)$ размерностью $N \times N$.

Рассмотрим СКО между нулевым и выходным сигналом:

$$\text{СКО} = \mathbb{M} \left[0 - \left(\mathbf{x}^H(k) - \mathbf{w}(k) \right)^2 \right] = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}. \quad (2.47)$$

В то же время ограничение на угол прихода сигнала в (2.46) может быть выражено как:

$$J_2(\mathbf{w}) = 1, \quad (2.48)$$

где

$$J_2(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{w} - \mathbf{w}^H \mathbf{a} \mathbf{a}^H \mathbf{w} + \mathbf{w}^H \mathbf{a} + \mathbf{a}^H \mathbf{w}. \quad (2.49)$$

Следовательно формула (2.46) примет вид:

$$\min_{\mathbf{w}} J_1(\mathbf{w}) = \left(\mathbf{x}^H(k) - \mathbf{w}(k) \right)^2 \text{ при условии } J_2(\mathbf{w}) = 1. \quad (2.50)$$

В данном случае модель динамической системы будет соответствовать (10), а ковариационную матрицу шума процесса можно представить как:

$$\mathbf{Q} = \sigma_{\Pi}^2 \mathbf{I}_N, \quad (2.51)$$

где $\mathbf{I}_N$ — единичная матрица $N \times N$, σ_{Π}^2 — дисперсия шума процесса.

С учетом ограничения в (2.48) задача оптимизации становится двухпараметрической, опорный сигнал можно задать как:

$$\mathbf{d}(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.52)$$

Тогда уравнение измерения примет вид:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^H(k) \mathbf{w}(k) \\ J_2(\mathbf{w}(k)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(k) \\ e_2(k) \end{bmatrix}. \quad (2.53)$$

где $e_1(k)$ и $e_2(k)$ — остаточные и ограничительные ошибки соответственно, они предполагаются белыми гауссовыми с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями σ_1^2 и σ_2^2 , совместно формирующие ковариационную матрицу измерительного шума:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}. \quad (2.54)$$

Для получения рекуррентной формулы нахождения вектора $\mathbf{w}(k)$ используется расширенный фильтр Калмана второго порядка. Вычисляются матрица Якоби $\mathbf{J}_w$ размерностью $2 \times N$, а также матрицы Гесса первой $\tilde{\mathbf{H}}_1$ и второй $\tilde{\mathbf{H}}_2$ строк уравнения (2.44):

$$\mathbf{J}_w(\mathbf{w}(k)) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^H(k) \\ \mathbf{w}^H(k) - \left(\mathbf{a}(k) \mathbf{a}^H(k) \mathbf{w}(k) \right)^H + \mathbf{a}(k) \end{bmatrix}, \quad (2.55)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}_1 = 0, \quad (2.56)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}_2 = \mathbf{I}_M - \mathbf{a}(k) \mathbf{a}^H(k), \quad (2.57)$$

где $\mathbf{I}_M$ — единичная матрица $N \times N$.

Прогноз ковариационной матрицы и измерения вычисляются следующим образом:

$$\mathbf{P}^-(k) = \mathbf{P}^+(k-1) + \mathbf{Q}, \quad (2.58)$$

$$\mathbf{z}^-(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^H(k) \mathbf{w}(k-1) \\ J_2(\mathbf{w}(k-1)) + \frac{1}{2} \text{tr}\{\tilde{\mathbf{H}}_2 \cdot \mathbf{P}^-(k)\} \end{bmatrix}, \quad (2.59)$$

где $\text{tr}\{\cdot\}$ — след матрицы.

Затем вычисляется матрица взаимных ковариационных параметров системы и измерений размерностью 2×2 :

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(k) = & \mathbf{J}_w(\mathbf{w}(k-1))\mathbf{P}^-(k)\mathbf{J}_w^H(\mathbf{w}(k-1)) \\ & + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \text{tr}\{\tilde{\mathbf{H}}_2\mathbf{P}^-(k)\tilde{\mathbf{H}}_2 \cdot \mathbf{P}^-(k)\} + \mathbf{R}. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Матрица коэффициентов Калмана вычисляется как:

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}^-(k)\mathbf{J}_w(\mathbf{w}(k-1))\mathbf{S}^{-1}(k). \quad (2.61)$$

Обновление оценки вектора весовых коэффициентов происходит следующим образом:

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}(k-1) + \mathbf{K}(k) \cdot [\mathbf{d}(k) - \mathbf{z}^-(k)]. \quad (2.62)$$

На этапе коррекции ковариационная происходит обновление ковариационной матрицы:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^+(k) = & [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \cdot \mathbf{J}_w(\mathbf{w}(k-1))] \cdot \mathbf{P}^-(k) \cdot \\ & \cdot [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \cdot \mathbf{J}_w(\mathbf{w}(k-1))]^H + \mathbf{K}(k)\mathbf{R}\mathbf{K}(k). \end{aligned} \quad (2.63)$$

Вычислительная сложность алгоритма EKF-MVDR равна:

$$C = 10N^3 + 9N^2. \quad (2.64)$$

Алгоритм EKF-MVDR, основанные на расширенном фильтре Калмана второго порядка, обладает повышенной точностью за счёт учёта членов второго порядка при разложении в ряд Тейлора. Однако, за счёт линеаризации, алгоритм использует гауссову аппроксимацию только в окрестности текущей оценки, тем образом игнорируя хвосты распределения и возможную многомодальность [79]. Ограничения на гауссову аппроксимацию становятся критичными в условиях динамической сигнально-помеховой обстановки, так как даже при использовании матриц Якоби и Гессе линеаризация является локальной, что приводит к некорректной работе при сильно нелинейных функциях измерения.

Для решения данной проблемы предложен новый алгоритм UKF-MVDR, который использует метод сигма-точечного преобразования [59]. Данный метод использует непосредственно нелинейное преобразование над набором значений, называемых сигма-точками. Преимуществом данного метода является повышенная точность, которая позволяет сохранить моменты распределения до третьего порядка, а также учитывать хвосты распределений.

Алгоритм UKF-MVDR

Для применения несмещенного фильтра Калмана к задаче оптимизации (2.44) модифицируем матричное представление модели состояния динамической системы (2.21). С

учетом ограничения направления необходимо расширить вектор состояния системы до длины $(N + 2)$:

$$\mathbf{h}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{x}^H(k)\mathbf{w}(k) \\ \mathbf{j}_2(\mathbf{w}(k)) \end{bmatrix}. \quad (2.65)$$

Для использования уравнения направленности (2.49) в матрице перехода состояний представим его в следующем виде:

$$\mathbf{j}_2(\mathbf{w}(k)) = \mathbf{w}^H(k)[\mathbf{w}(k) - \mathbf{a}(k)\mathbf{a}^H(k)\mathbf{w}(k) + \mathbf{a}(k)] + \mathbf{a}^H(k)\mathbf{w}(k). \quad (2.66)$$

Произведем разделение множителя при $\mathbf{w}^H(k)$ и слагаемого $\mathbf{a}^H(k)\mathbf{w}(k)$:

$$\mathbf{j}'_2(\mathbf{w}(k)) = \mathbf{w}(k) - \mathbf{a}(k)\mathbf{a}^H(k)\mathbf{w}(k) + \mathbf{a}(k), \quad (2.67)$$

$$\mathbf{j}''_2(\mathbf{w}(k)) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{a}^H(k)\mathbf{w}(k) \end{bmatrix}, \quad (2.68)$$

где $\mathbf{j}''_2(\mathbf{w}(k))$ — вектор длины $(N + 2)$, где первые $(N + 1)$ элемента нулевые.

Тогда матрицу перехода состояний размерностью $(N + 2) \times (N + 2)$ можно представить следующим образом:

$$\mathbf{F}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_M & 0 & 0 \\ \mathbf{x}^H(k) & 0 & 0 \\ \mathbf{j}'_2(\mathbf{w}(k - 1)) & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.69)$$

где $\mathbf{I}_N$ — единичная матрица $N \times N$.

Тогда модель состояния динамической системы примет следующий вид:

$$\hat{\mathbf{h}}(k) = \mathbf{F}(k)\hat{\mathbf{h}}(k - 1) + \mathbf{j}''_2(\mathbf{w}(k - 1)) + \mathbf{n}_q, \quad (2.70)$$

где $\mathbf{n}_q$ — белый Гауссовский шум с ковариационной матрицей:

$$\mathbf{Q} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N+2}, \quad (2.71)$$

где $\mathbf{I}_{N+2}$ — единичная матрица размерности $(N + 2) \times (N + 2)$, σ_n^2 — дисперсия шума процесса.

Модель измерения по сравнению с (2.53) не претерпевает изменений.

Соображения по выбору коэффициентов α , β и κ для UKF-MVDR аналогичны UKF-CMA.

Оптимальные значения в данном исследовании были заданы: $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\kappa = 0$.

На основании выбранных параметров производится расчёт результирующего коэффициента масштабирования:

$$\lambda = \alpha^2(N + \kappa + 1). \quad (2.72)$$

С учетом расширения вектора состояния до $(N + 2)$ уравнения (2.26) и (2.27) приобретают вид:

$$\mathbf{w}_m = \begin{cases} \frac{\lambda}{\lambda + N + 2}, & i = 1 \\ \frac{1}{2(\lambda + N + 2)}, & i = 2, 3, \dots, 2N + 5 \end{cases}, \quad (2.73)$$

$$\mathbf{w}_c = \begin{cases} \frac{\lambda}{\lambda + N + 1} + 1 + \alpha^2 + \beta, & i = 1 \\ \mathbf{w}_{m,(i)}, & i = 2, 3, \dots, 2N + 3 \end{cases}, \quad (2.74)$$

где i — номер строки соответствующего ВВК.

Начальное состояние $\hat{\mathbf{h}}_k$ инициализируется аналогично (2.27), с учетом расширения вектора состояния примет вид:

$$\hat{\mathbf{h}}_0 = \begin{cases} 1, & i = 1 \\ 0, & i = 2, 3, \dots, 2N + 5 \end{cases} \quad (2.75)$$

Начальное состояние $\mathbf{P}_k$ задается равным ковариации шума процесса:

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{Q}. \quad (2.76)$$

Производится расчет матрицы сигма-точек:

$$\boldsymbol{\chi}(k-1) = \begin{cases} \hat{\mathbf{h}}^+(k-1), & i = 1 \\ \hat{\mathbf{h}}^+(k-1) + \sqrt{\lambda + N + 1} \cdot \sqrt{\mathbf{P}(k-1)}, & i = 2, \dots, N + 3 \\ \hat{\mathbf{h}}^+(k-1) - \sqrt{\lambda + N + 1} \cdot \sqrt{\mathbf{P}(k-1)}, & i = N + 3, \dots, 2N + 5 \end{cases}, \quad (2.77)$$

где i — номер соответствующего столбца матрицы $\boldsymbol{\chi}(k-1)$.

Далее производится прогноз состояния системы на текущей итерации:

$$\mathbf{H}_{[:,i]}^-(k) = \mathbf{F}(k) \cdot \boldsymbol{\chi}_{[:,i]}(k-1), \quad (2.78)$$

где $[:, i]$ — номер соответствующего столбца матрицы, $i = 1, 2, \dots, 2N + 5$.

Далее выполняется коррекция оценки состояния:

$$\hat{\mathbf{h}}^-(k) = \sum_{i=1}^{2N+3} \mathbf{w}_{m,(i)} \mathbf{H}_{[:,i]}^-(k), \quad (2.79)$$

где $[:, i]$ обозначает i -й столбец матрицы, а (i) — i -й элемент вектора.

Выполняется прогноз ковариационной матрицы:

$$\mathbf{P}^-(k) = \sum_{i=1}^{2N+3} \mathbf{w}_{c,(i)} \cdot [\mathbf{H}_{[:,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{h}}^-(k)] \cdot [\mathbf{H}_{[:,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{h}}^-(k)]^H + \mathbf{Q}. \quad (2.80)$$

Затем вычисляется матрица взаимных ковариаций размерностью $(N + 2) \times 2$:

$$\mathbf{C}(k) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{2N+5} \mathbf{w}_{c,(i)} \cdot [\mathbf{H}_{[:,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{h}}^-(k)] \cdot [\mathbf{H}_{[N+1,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{h}}_{[N+1,i]}^-(k)]^H \\ \sum_{i=1}^{2N+5} \mathbf{w}_{c,(i)} \cdot [\mathbf{H}_{[:,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{h}}^-(k)] \cdot [\mathbf{H}_{[N+2,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{h}}_{[N+2,i]}^-(k)]^H \end{bmatrix}, \quad (2.81)$$

и вычисляется матрица автокорреляционных параметров $\mathbf{S}(k)$:

$$\mathbf{S}(k) = \begin{bmatrix} s_1(k) & 0 \\ 0 & s_2(k) \end{bmatrix} + \mathbf{R}, \quad (2.82)$$

где $\mathbf{R}$ — матрица относительных и остаточных погрешностей аналогичная (2.53), а $s_1(k)$ и $s_2(k)$ задаются как:

$$s_1(k) = \sum_{i=1}^{2N+5} \mathbf{w}_{c,(i)} \cdot [\mathbf{H}_{[:,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{h}}^-(k)] \cdot [\mathbf{H}_{[N+1,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{h}}_{[N+1,i]}^-(k)]^H, \quad (2.83)$$

$$s_2(k) = \sum_{i=1}^{2N+5} \mathbf{w}_{c,(i)} \cdot [\mathbf{H}_{[:,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{h}}^-(k)] \cdot [\mathbf{H}_{[N+2,i]}^-(k) - \hat{\mathbf{h}}_{[N+2,i]}^-(k)]^H. \quad (2.84)$$

После производится вычисление матрицы коэффициентов Калмана:

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{S}^{-1}(k), \quad (2.85)$$

На этапе коррекции происходит обновление весовых коэффициентов:

$$\hat{\mathbf{h}}^+(k) = \hat{\mathbf{h}}^-(k) + \mathbf{K}(k) \cdot [d(k) - \hat{\mathbf{z}}^-(k)], \quad (2.86)$$

где

$$\hat{\mathbf{z}}^-(k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{h}}_{[N+1,i]}^-(k) \\ \hat{\mathbf{h}}_{[N+2,i]}^-(k) \end{bmatrix}, \quad (2.87)$$

а также обновление ковариационной матрицы:

$$\mathbf{P}^+(k) = \mathbf{P}^-(k) + \mathbf{K}(k)\mathbf{S}(k)\mathbf{K}^H(k). \quad (2.88)$$

Затем цикл повторяется, а оптимальный ВВК элементов АР вычисляется как:

$$\mathbf{w}_{opt} = \hat{\mathbf{h}}^+_{(1:N)}(k). \quad (2.89)$$

Вычислительная сложность алгоритма UKF-MVDR равна:

$$C = 2N^4 + 23N^3. \quad (2.90)$$

Ключевым отличием алгоритмов на основе калмановской фильтрации, описанных в пункте 2.2.2, от алгоритмов на основе винеровского решения, работающих в предположении квазистационарности, является их способность адаптивно изменяться к нестационарным условиям сигнально-помеховой обстановки в режиме реального времени. Платой за это преимущество является высокая вычислительная сложность, связанная с вычислением якобианов и гессианов для EKF и нелинейном преобразовании и разложении Холецкого для UKF. В [60] подтверждена эффективность использования алгоритма UKF-MVDR в сравнении с другими алгоритмами адаптивной ПОС на основе фильтра Калмана в геостационарных системах связи. Проведём исследование работоспособности алгоритмов при воздействии одной помехи ($\text{ОСП} = 5 \text{ дБ}$) в условиях рэлеевских замираний, которые приводят к нестационарным изменениям амплитуды и фазы принимаемого сигнала. В таблице 2.7 представлены основные характеристики алгоритмов UKF-CMA, EKF-MVDR и UKF-MVDR в зависимости от количества элементов линейной ЦАР, а именно: нормированные значения вычислительной сложности алгоритмов C/N , среднее значение выигрыша в ОСШП в результате адаптации $\overline{\Delta h^2}$, среднеквадратическое отклонение выигрыша в ОСШП после сходимости алгоритма $\varepsilon(\Delta h^2)$, количество итераций за которое сходится алгоритм $k_{\text{треб}}$ и требуемое время работы алгоритма $T_{\text{треб}}$ для обеспечения сходимости.

Таблица 2.7 — Основные характеристики алгоритмов на основе ФК

N		2	4	8	16	32
C/N	UKF-CMA	76	368	1984	12032	80896
	EKF-MVDR	58	196	712	2704	10528
	UKF-MVDR	108	496	2496	14080	89088
$\overline{\Delta h^2}$, дБ	UKF-CMA	20,0	28,1	28,9	25,9	24,7
	EKF-MVDR	23,0	34,9	36,0	45,7	53,1
	UKF-MVDR	27,6	40,0	42,3	49,3	67,9
$\varepsilon(\Delta h^2)$, дБ	UKF-CMA	3,6	3,5	3,4	3,4	3,3
	EKF-MVDR	0,3	0,3	7,9	9,3	17,4
	UKF-MVDR	0,3	0,4	0,7	3,2	3,7
$k_{\text{треб}}$	UKF-CMA	23	21	22	24	39
	EKF-MVDR	37	39	39	41	40
	UKF-MVDR	41	48	47	48	47
$T_{\text{треб}}$, с	UKF-CMA	$1,69 \cdot 10^{-3}$	$4,89 \cdot 10^{-3}$	$8,15 \cdot 10^{-3}$	$1,41 \cdot 10^{-2}$	$5,69 \cdot 10^{-2}$
	EKF-MVDR	$1,45 \cdot 10^{-3}$	$1,49 \cdot 10^{-3}$	$1,68 \cdot 10^{-2}$	$2,39 \cdot 10^{-2}$	$7,43 \cdot 10^{-2}$
	UKF-MVDR	$4,97 \cdot 10^{-3}$	$1,32 \cdot 10^{-2}$	$1,52 \cdot 10^{-2}$	$3,56 \cdot 10^{-2}$	$8,01 \cdot 10^{-2}$

На рисунках 2.16–2.17 представлены зависимости вычислительной сложности C и требуемого времени работы $T_{\text{треб}}$ алгоритмов UKF-CMA, EKF-MVDR и UKF-MVDR от количества элементов линейной ЦАР N . На рисунке 2.18 представлены зависимости среднего значения и среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСШП от адаптации от количества элементов ЦАР N .

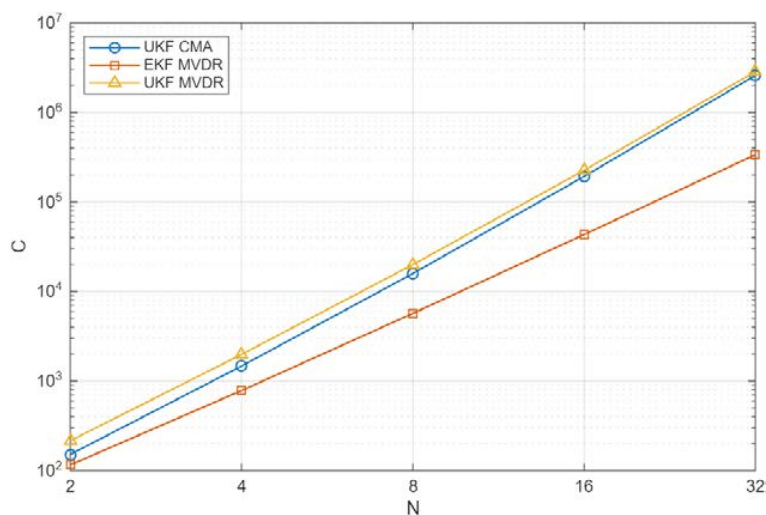


Рисунок 2.16 — Зависимость вычислительной сложности алгоритмов от количества элементов ЦАР

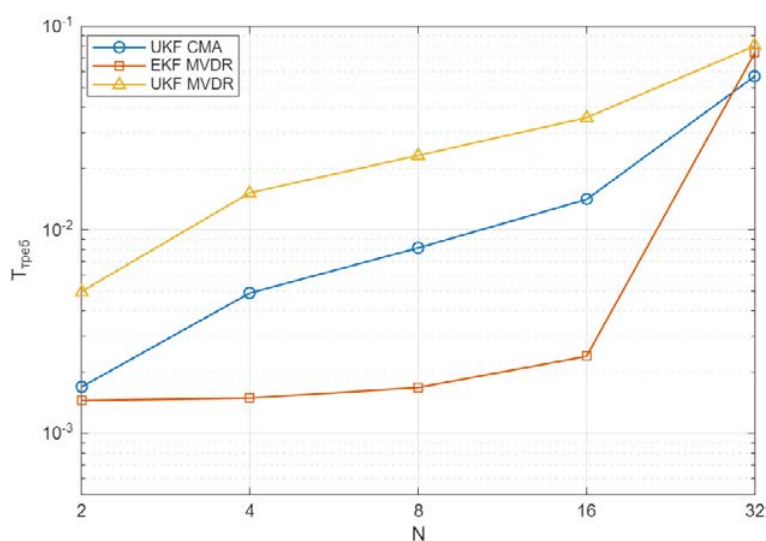


Рисунок 2.17 — Зависимость требуемого времени работы алгоритмов от количества элементов ЦАР

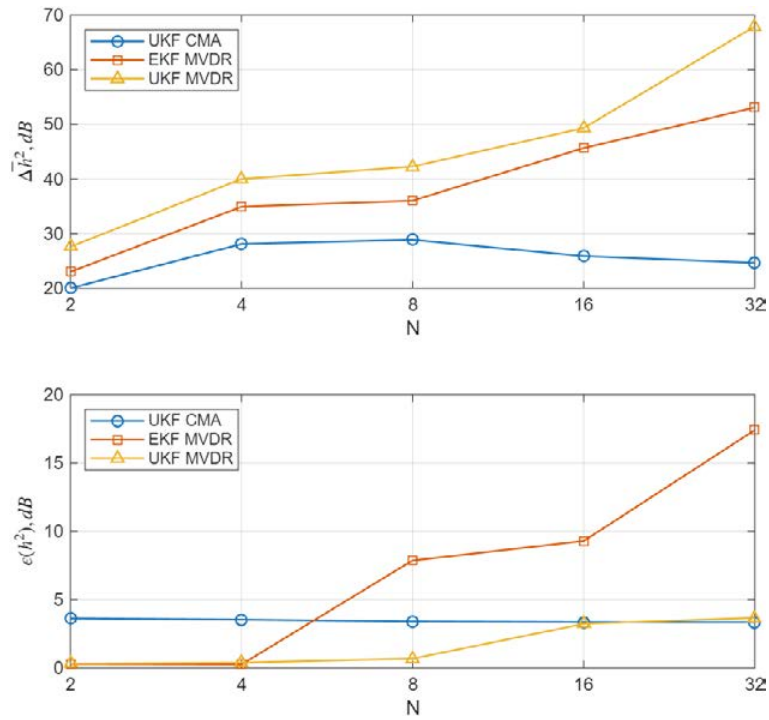


Рисунок 2.18 — Зависимости среднего значения и среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСШП от количества элементов ЦАР

Результаты таблицы 2.7 показывают, что предложенный алгоритм UKF-MVDR по сравнению с другими алгоритмами ПОС на основе калмановской фильтрации обеспечивает сходимость за максимальное требуемое время работы $T_{\text{треб}}$, что связано с его большой вычислительной сложностью. Однако, при увеличении N до 32 требуемое время работы для всех алгоритмов стремится к близким значениям. Среди рассматриваемых алгоритмов алгоритм UKF-MVDR обладает наибольшим выигрышем в ОСШП $\overline{\Delta h^2}$ и наименьшим среднеквадратическим отклонением выигрыша в ОСШП $\varepsilon(\Delta h^2)$. Алгоритм EKF-MVDR проигрывает в выигрыше в ОСШП на 3–6 дБ; в то же время при увеличении N увеличивается и значение $\varepsilon(\Delta h^2)$, что приводит к неустойчивости алгоритма. Алгоритм UKF-CMA обладает наименьшим значением $\overline{\Delta h^2}$ и проигрывает алгоритму UKF-MVDR на 10–20 дБ, однако при увеличении N сохраняет значение $\varepsilon(\Delta h^2)$.

Проведём эксперимент устойчивости алгоритмов на основе калмановской фильтрации к появлению помех с новых направлений и кратковременным прерываниям полезного сигнала. Количество элементов ЦАР. Сигнально-помеховая обстановка моделировалась следующим образом: изначально на ЦАР подавался только единичный полезный сигнал с углом прихода 10° , затем последовательно на итерациях $k = 150, 250, 1250$ появлялись помехи с направлений 25° , -35° и -45° мощностью 10 дБ каждая. В период времени с $k = 1870$ по $k = 1970$ итерацию полезный сигнал прерывался. Результаты проверки устойчивости алгоритмов к появлению помех

с новых направлений и кратковременным прерываниям полезного сигнала показаны на рисунке 2.19 для алгоритма UKF-CMA и на рисунке 2.20 для алгоритмов EKF-MVDR и UKF-MVDR.

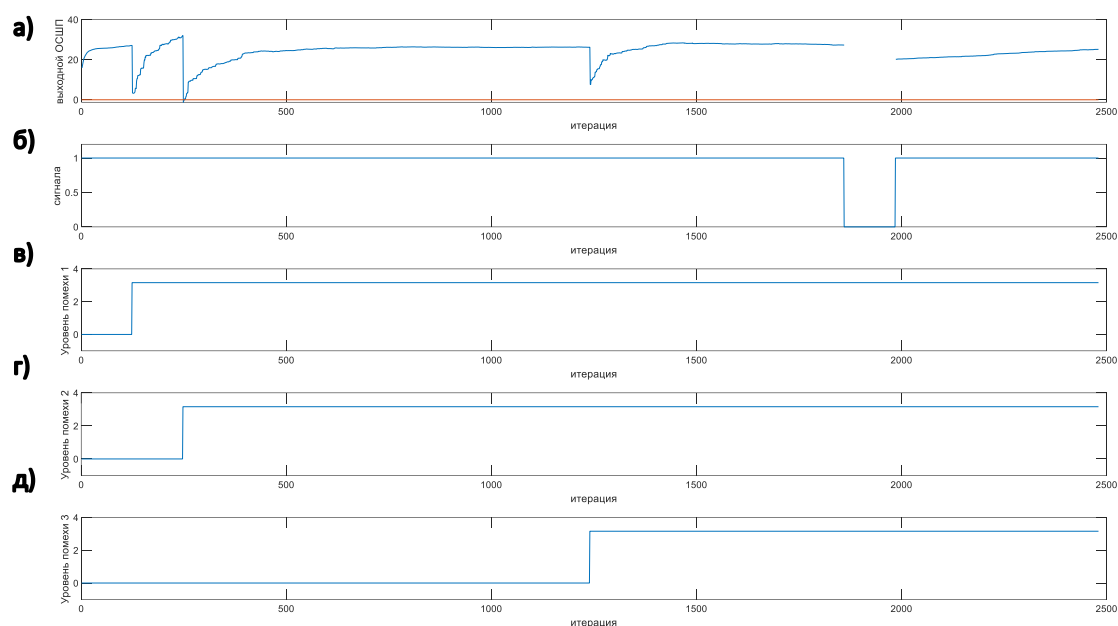


Рисунок 2.19 — Результат работы UKF-CMA в условиях динамических энергетик сигнала и помех: а) выходное ОСШП; б) мощность полезного сигнала; в), г) и д) мощность соответствующих помех

Из графика выходного ОСШП на рисунке 2.19(а) следует, что алгоритм UKF-CMA успешно адаптировался к появлению новых помех, при появлении прерывании кратковременном прерывании сигнала выходного ОСШП из рисунка алгоритм потерял 5 дБ ОСШП, однако быстро сошелся к оптимальным значениям.

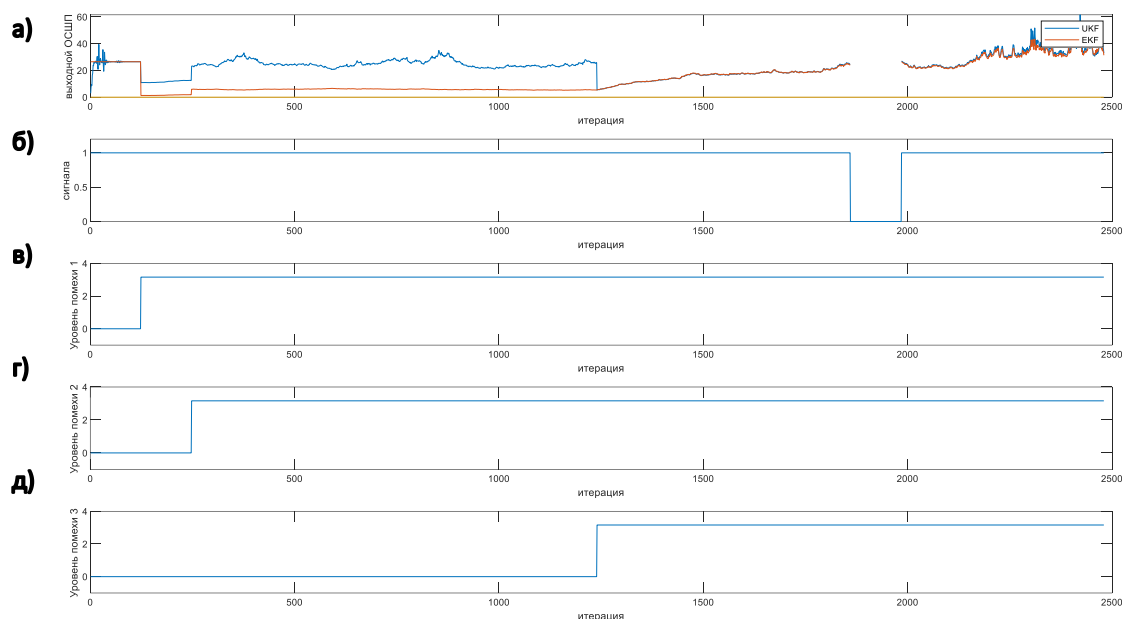


Рисунок 2.20 — Результат работы EKF-MVDR и UKF-MVDR в условиях динамических энергетик сигнала и помех: а) выходное ОСШП; б) мощность полезного сигнала; в), г) и д) мощность соответствующих помех

Алгоритм успевает направлять главный лепесток ДН в нужном в угол прихода сигнала при медленных его изменениях, а также сохраняет устойчивость и возвращается к оптимальным показателям ОСШП после длительного перекрытия полезного сигнала помехой, что показано на рисунке 2.21.

При быстрых изменениях угла прихода сигнала алгоритм не успевает адаптироваться к новым условиям, что выражается в отсутствии усиления полезного сигнала и формирования равномерной ДН за исключением направления прихода помехи, в котором так же сохраняется провал, что показано на рисунках 2.22 и 2.23.

Так же алгоритм гораздо более остро реагирует на изменение угла прихода помехи, даже при медленном изменении угла прихода алгоритм быстро теряет в ОСШП и расходится после перекрытия, что показано на рисунке 2.23.

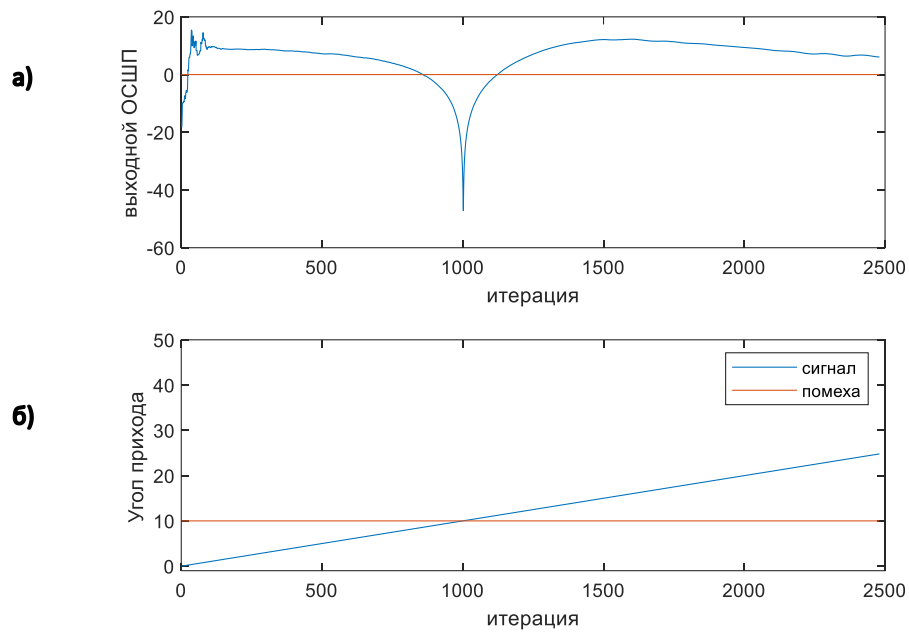


Рисунок 2.21 — Результат работы UKF-СМА при изменении угла прихода сигнала на $0,01^\circ$ за итерацию: а) выходное ОСШП б) углы прихода сигнала и помехи

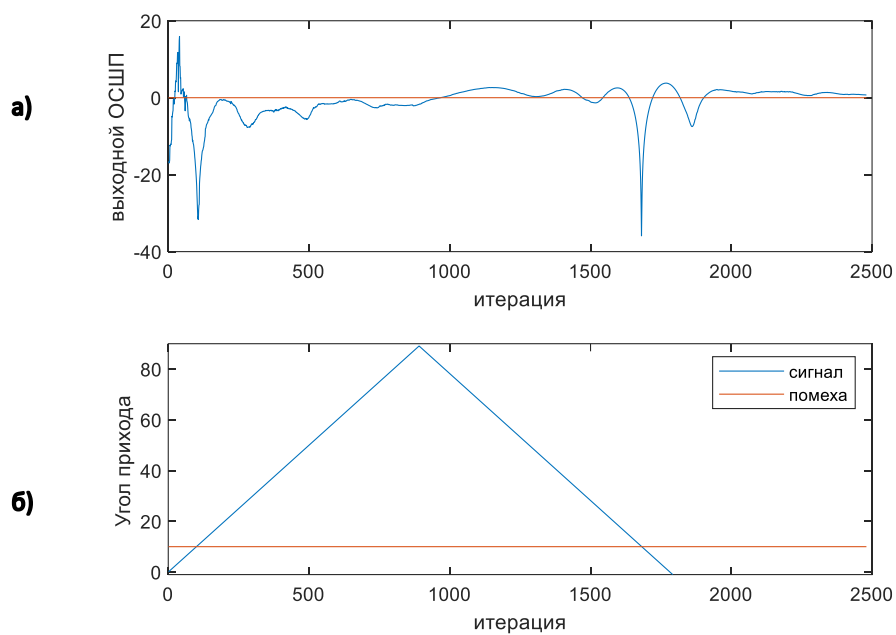


Рисунок 2.22 — Результат работы UKF-СМА при изменении угла прихода сигнала на $0,1^\circ$ за итерацию: а) выходное ОСШП б) углы прихода сигнала и помехи

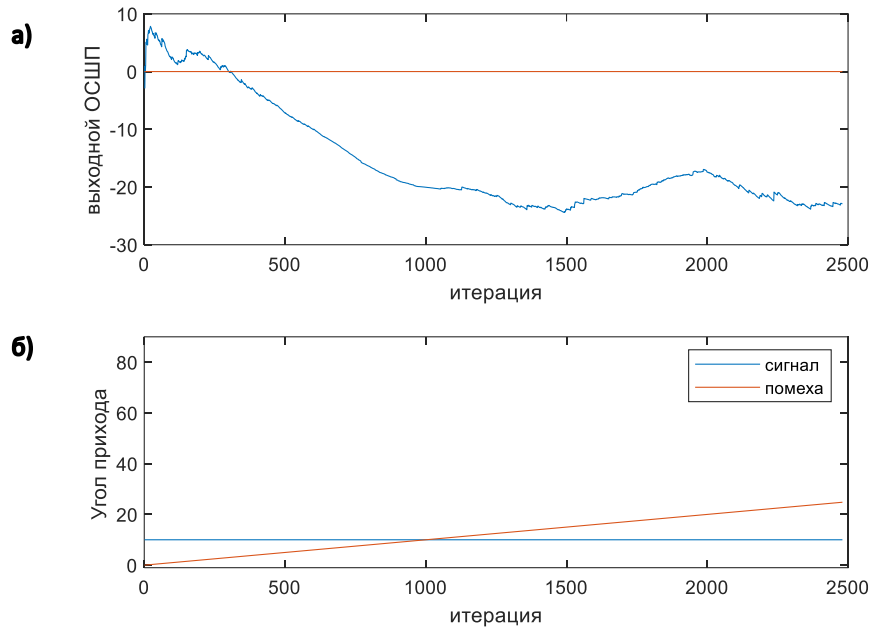


Рисунок 2.23 — Результат работы UKF-CMA при изменении угла прихода помехи $0,01^\circ$ за итерацию: а) выходное ОСШП б) углы прихода сигнала и помехи

На рисунках 2.24–2.28 показан результат работы EKF-MVDR и UKF-MVDR в условиях изменения угла прихода полезного сигнала и помехи. Хотя оба алгоритма используют в качестве априорной информации — информацию об угле прихода полезного сигнала — этот факт делает их менее устойчивыми к длительным перекрытиям полезного сигнала помехой, что показано на рисунке 2.24.

В то же время скорость изменения угла прихода сигнала и быстрые перекрытия не являются проблемой для данных алгоритмов, на рисунках 2.25 и 2.26 показано, что алгоритмы показывают значение ОСШП больше 0 при скорости изменения угла прихода $0,1^\circ$ и $0,2^\circ$ за итерацию и быстро сходятся после перекрытий.

В случае быстрого изменения угла прихода помехи EKF-MVDR и UKF-MVDR так же демонстрируют устойчивость, однако скорость сходимости в данном случае будет меньше, как и скорость восстановления после перекрытия, что показано на рисунке 2.27.

При одновременном быстром изменении углов прихода сигнала и помехи устойчивость показал только алгоритм UKF-MVDR, в то время как EKF-MVDR и вовсе не сошелся к оптимальным значениям ВВК в данном эксперименте.

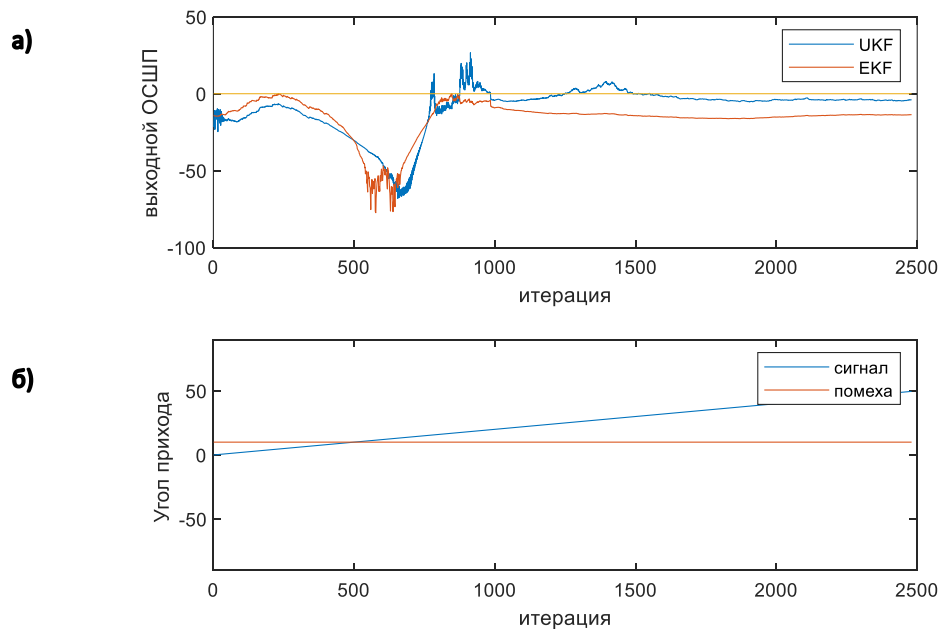


Рисунок 2.24 — Результаты работы EKF-MVDR и UKF-MVDR при длительных перекрытиях: а) выходное ОСШП б) углы прихода сигнала и помехи

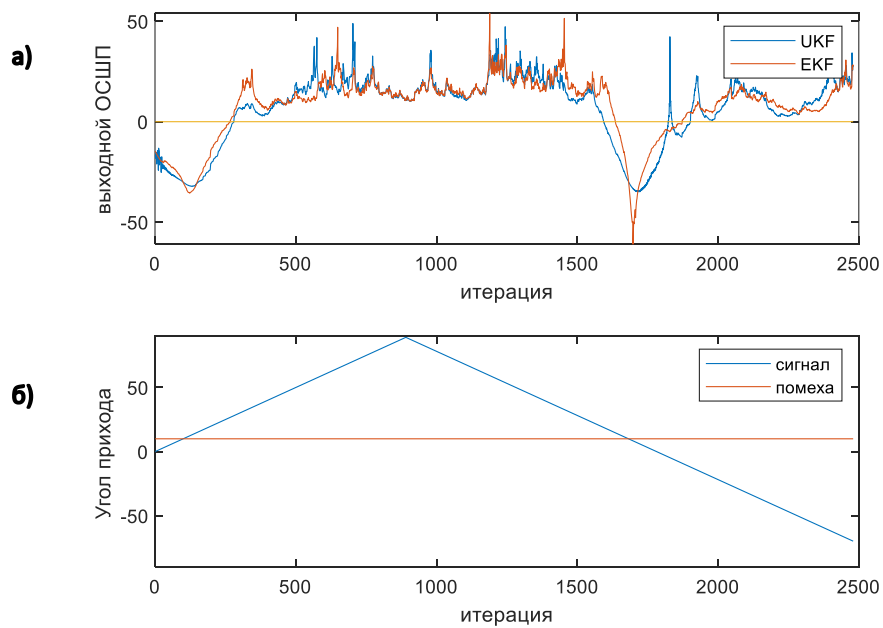


Рисунок 2.25 — Результаты работы EKF-MVDR и UKF-MVDR при изменении угла прихода сигнала $0,1^\circ$ за итерацию: а) выходное ОСШП б) углы прихода сигнала и помехи

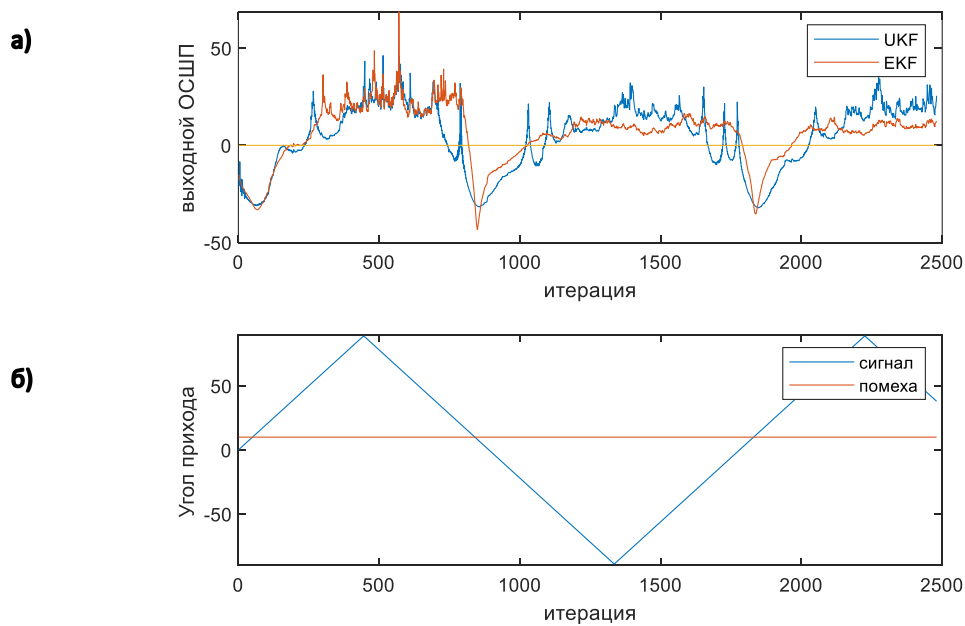


Рисунок 2.26 — Результат работы EKF-MVDR и UKF-MVDR при изменении угла прихода сигнала $0,2^\circ$ за итерацию: а) выходное ОСШП б) углы прихода сигнала и помехи

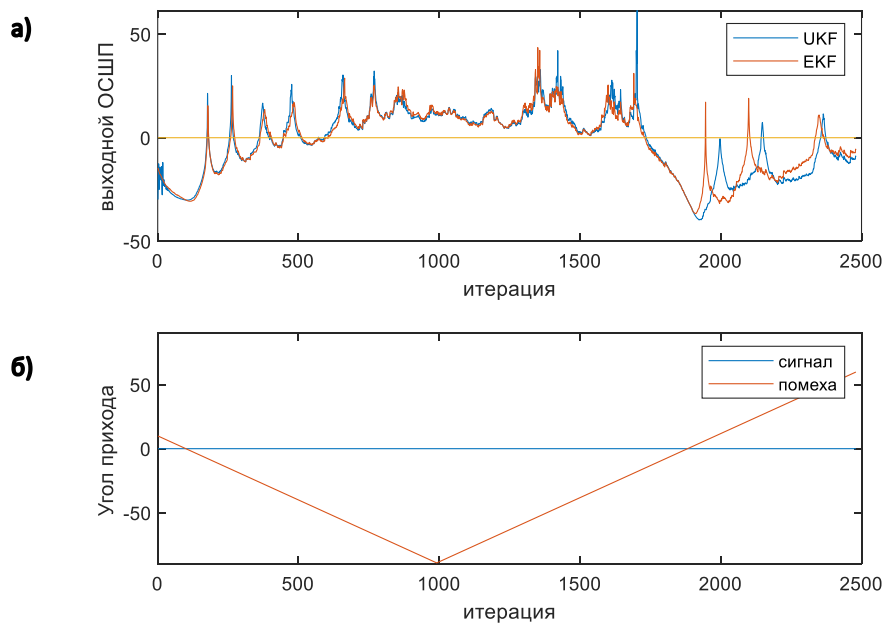


Рисунок 2.27 — Результат работы EKF-MVDR и UKF-MVDR при изменении угла прихода помехи $0,1^\circ$ за итерацию: а) выходное ОСШП б) углы прихода сигнала и помехи

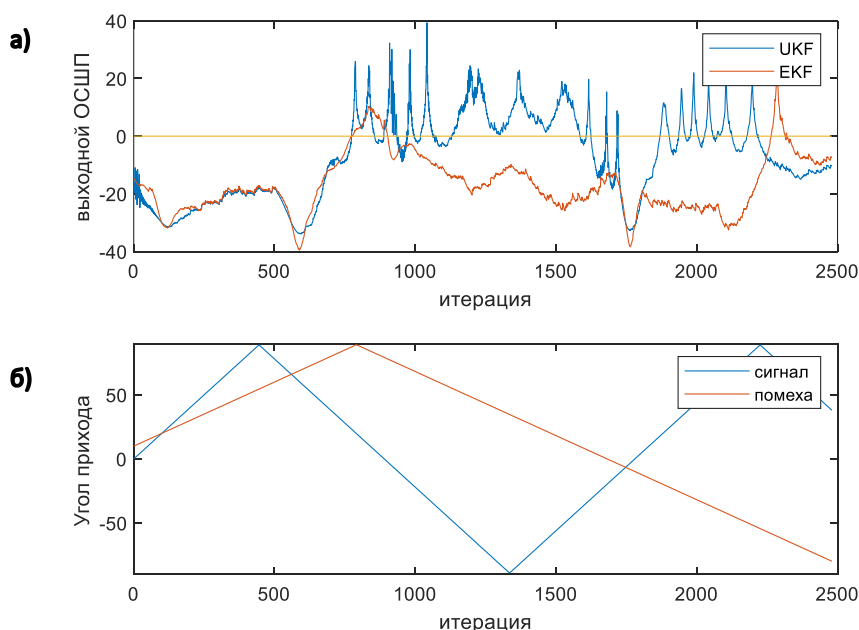


Рисунок 2.28 — Результат работы EKF-MVDR и UKF-MVDR при изменении угла прихода помехи $0,1^\circ$ за итерацию: а) выходное ОСШП б) углы прихода сигнала и помехи

Проведенные исследования работы алгоритмов в различных условиях нестационарной сигнально-помеховой обстановки позволяют сделать выводы о применимости рассматриваемых алгоритмов на основе калмановской фильтрации. Каждый из представленных алгоритмов демонстрирует свои уникальные преимущества и недостатки в специфических условиях эксплуатации, что требует тщательного анализа при выборе оптимального решения для конкретной сети связи.

Алгоритм UKF-CMA показывает свою наибольшую эффективность в системах, где не предполагаются существенные изменения углов прихода сигналов. К таким системам можно отнести стационарные узлы связи, базовые станции сотовой связи фиксированного размещения, а также некоторые виды радиолокационных станций с ограниченным сектором обзора. Особую устойчивость и высокую скорость сходимости при правильной параметризации данный алгоритм показывает при работе с энергетически динамичными сигналами и помехами, а также является устойчивым в условиях многолучевого распространения радиоволн при отсутствии прямой видимости. Именно поэтому применение UKF-CMA оказывается особенно оправданным в сильно перегруженных каналах связи в условиях городской застройки, где переотражения сигналов от зданий и других объектов создают сложную интерференционную картину.

Для подвижных радиотехнических систем, где критически важна устойчивость к изменениям углов прихода сигналов, более предпочтительными оказываются алгоритмы EKF-MVDR и UKF-MVDR. Среди этих двух вариантов предпочтение следует отдавать предложенному в данной работе алгоритм UKF-MVDR, который демонстрирует устойчивость

как к энергетической нестационарности сигналов, так и к одновременному изменению углов прихода полезного сигнала и помех, чем не обладает EKF-MVDR.

2.3 Адаптивная пространственная обработка сигналов в условиях неопределённости сигнально-помеховой обстановки

2.3.1 Оценка образцового сигнала фильтром Калмана

В рассматриваемых ранее алгоритмах необходима некая априорная информация для осуществления адаптивной ПОС. В большинстве используемых алгоритмов адаптации, в качестве таковой используют образцовый сигнал. В том случае, если априорная информация об образцовом сигнале отсутствует, то возникает необходимость его оценки в реальном времени [80, 81]. На рисунке 2.29 предложена модель системы, осуществляющая адаптивную ПОС в условиях априорной неопределённости образцового сигнала. Данная модель состоит из фильтра Калмана, который преобразует сигнал с первого входа ЦАР $x_1(k)$ в оценку образцового сигнала $\hat{d}(k)$, а также алгоритма адаптивной ПОС, преобразующий вектор входного воздействия $\mathbf{x}(k)$ в выходной сигнал $y(k)$, путём умножения на ВВК $\mathbf{w}(k)$.

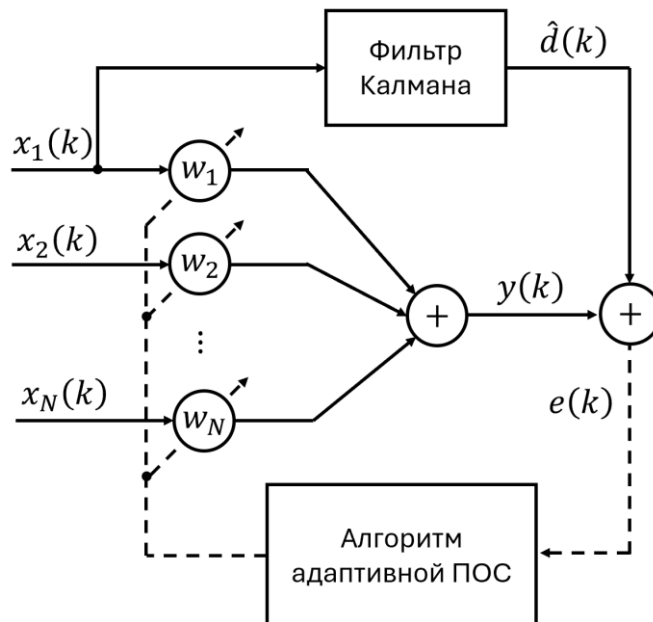


Рисунок 2.29 — Структурная схема адаптивной ПОС в условиях априорной неопределённости образцового сигнала

Для правильной работы алгоритмов адаптивной ПОС необходимо правильно оценить эталонный сигнал $d(k)$, недоступный непосредственному измерению [82]. Вместо этого измеряется сигнал $x_1(k)$, который зависит от образцового. Если сигналы являются

квазистационарными, модель сообщения и модель наблюдения можно описать в виде линейного уравнения пространства состояний:

$$d(k) = F(k-1)d(k-1) + G(k)n_{\pi}(k), \quad (2.91)$$

$$x_1(k) = H(k)d(k) + n_{\text{и}}(k), \quad (2.92)$$

где $n_{\phi}(k)$ — формирующий шум, $n_{\text{и}}(k)$ — шум измерений, которые полагаются стационарными белыми некоррелированными последовательностями с дисперсиями σ_{ϕ}^2 и $\sigma_{\text{и}}^2$ соответственно; $F(k), G(k), H(k)$ в случае априорной неопределённости образцового сигнала полагаются неизвестными коэффициентами.

Задачей фильтра Калмана является получение оценки сообщения в текущий отсчёт времени на основе оценки в прошлый отсчёт времени, а также текущего наблюдения в виде рекуррентной формулы:

$$\hat{d}(k) = b(k)\hat{d}(k-1) + a(k)x_1(k), \quad (2.93)$$

где $a(k), b(k)$ — коэффициенты линейного предсказания.

Обозначим дисперсию ошибки между истинным значением сообщения $d(k)$ и его оценкой $\hat{d}(k)$ как $\sigma_e^2(k)$. Тогда из условия минимума СКО, вычислим значения коэффициентов $a(k)$ и $b(k)$:

$$\sigma_e^2(k) = \mathbb{M} \left[\left(d(k) - \hat{d}(k) \right)^2 \right] = \mathbb{M} \left[\left(d(k) - b(k)\hat{d}(k) + a(k)x_1(k) \right)^2 \right]. \quad (2.94)$$

Приравнивая к нулю производные выражения (2.94) можно найти соотношение между коэффициентами [83]:

$$a(k) = \frac{\sigma_e^2(k)H(k)}{\sigma_{\text{и}}^2}, \quad (2.95)$$

$$[\sigma_e^2(k)]^{-1} = [F^2(k-1)\sigma_e^2(k-1) + \sigma_{\phi}^2]^{-1} + \frac{F^2(k)}{\sigma_{\text{и}}^2}, \quad (2.96)$$

$$b(k) = F(k) - a(k)H(k)F(k). \quad (2.97)$$

Ключевой особенностью фильтра Калмана является его сходимость к оптимальным параметрам вне зависимости от заданных начальных условий [72]. В этой связи в условиях априорной неопределённости сигнала зададим значения $H(k) = 1$ и $F(k) = 1$. В то же время значение дисперсии формирующего шума определяет меру неопределённости сообщения. Если

образцовый сигнал представляет собой несущую, рекомендуется брать малые значения σ_{Φ}^2 . Значение дисперсии шума измерения влияет на характер оценки сообщения, чем оно больше, тем больше ФК опирается на предшествующую оценку и меньше на текущее измерение. Для получения более сглаженной оценки образцового сигнала рекомендуется использовать в ФК большее значение σ_{η}^2 чем оно есть на самом деле [61, 64].

Рассмотрим работоспособность предложенной модели с параметрами линейного ФК: $\sigma_{\Phi}^2 = 10^{-2}$ и $\sigma_{\eta}^2 = 10 \cdot 10^{\text{ОСШ}/10}$. В качестве алгоритмов адаптивной ПОС рассматривались алгоритм NLMS (п. 2.1.1) с параметрами $\mu_0 = 0,1$ и $\varepsilon = 10^{-3}$, а также модифицированный алгоритм RLS (п. 2.2.1) с $\lambda = 0,99$.

В таблицах 2.8–2.9 приведены основные характеристики алгоритмов NLMS и модифицированного алгоритма RLS в зависимости от ОСШ в канале, а именно: среднее значение выигрыша в ОСШП в результате адаптации $\overline{\Delta h^2}$, среднеквадратическое отклонение выигрыша в ОСШП после сходимости алгоритма $\varepsilon(\Delta h^2)$, количество итераций за которое сходится алгоритм $k_{\text{треб}}$ и требуемое время работы алгоритма $T_{\text{треб}}$ для обеспечения сходимости. В качестве сравнения рассматриваются алгоритмы адаптивной ПОС, где в качестве образцового сигнала используется непосредственно образцовый сигнал d , входной сигнал с первого элемента ЦАР x_1 и оценка образцового сигнала $\hat{d}$, полученного с помощью ФК.

Таблица 2.8 — Основные характеристики алгоритма NLMS при использовании различных данных в качестве образцового сигнала

ОСШ	Входной сигнал	$\overline{\Delta h^2}$, дБ	$\varepsilon(\Delta h^2)$, дБ	$k_{\text{треб}}$	$T_{\text{треб}}$, с
20	d	11,1	-34,2	44	$5,5 \cdot 10^{-4}$
	x_1	10,1	-34,2	85	$1,06 \cdot 10^{-3}$
	$\hat{d}$	11,1	-32,6	46	$1,19 \cdot 10^{-3}$
15	d	11,1	-32,8	58	$7,25 \cdot 10^{-4}$
	x_1	9,6	-23,3	121	$1,51 \cdot 10^{-3}$
	$\hat{d}$	11,1	-26,5	63	$1,69 \cdot 10^{-3}$
10	d	10,5	-29,3	70	$8,75 \cdot 10^{-4}$
	x_1	8,7	-11,4	184	$2,3 \cdot 10^{-3}$
	$\hat{d}$	10,5	-20,1	87	$2,58 \cdot 10^{-3}$
5	d	10,1	-22,2	81	$3,39 \cdot 10^{-3}$
	x_1	5,1	-7,6	271	$2,30 \cdot 10^{-3}$
	$\hat{d}$	10,0	-16,6	96	$3,79 \cdot 10^{-3}$

На рисунке 2.30 представлены зависимости требуемого времени работы $T_{\text{треб}}$ алгоритма NLMS от ОСШ в канале. На рисунке 2.31 представлены зависимости среднего значения и средноквадратического отклонения выигрыша в ОСШП от адаптации от ОСШ в канале.

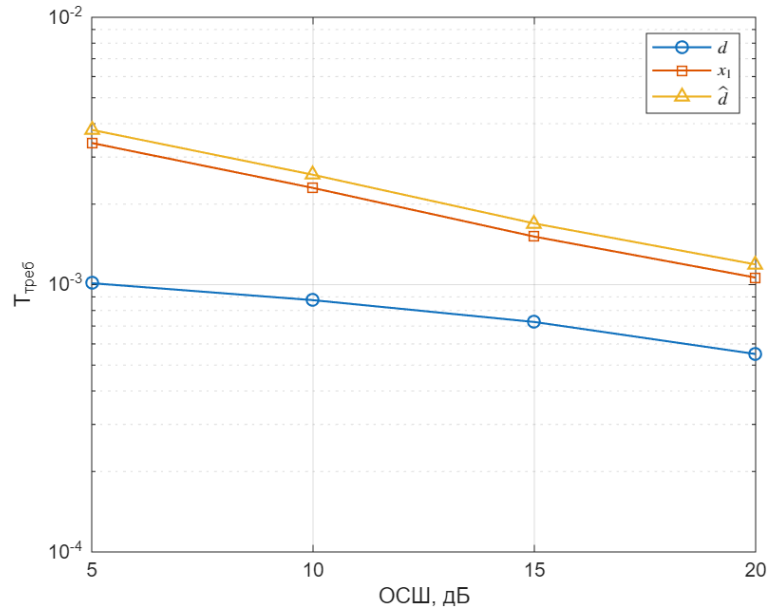


Рисунок 2.30 — Зависимость требуемого времени работы алгоритма NLMS от ОСШ в канале связи при использовании различных данных в качестве образцового сигнала

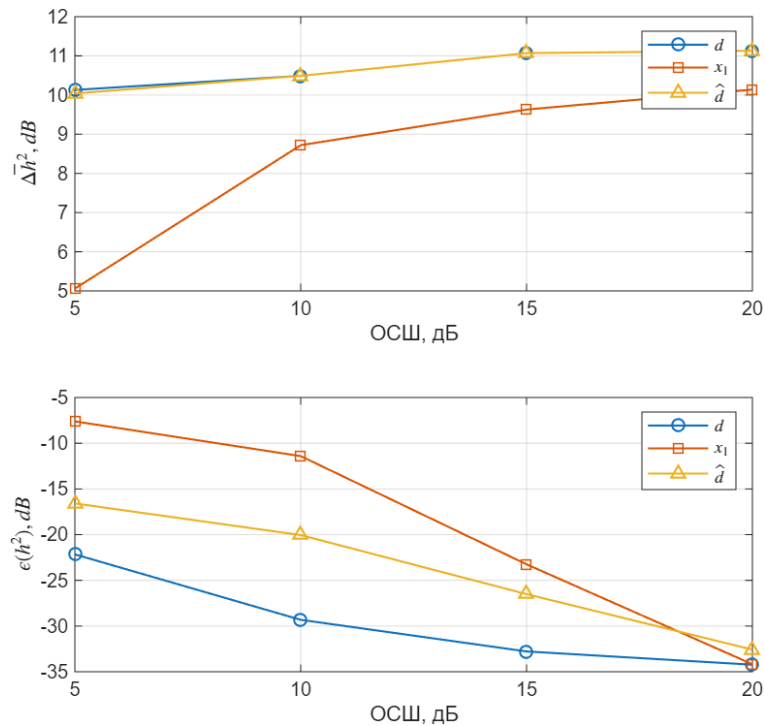


Рисунок 0.31 — Зависимости среднего значения и средноквадратического отклонения выигрыша в ОСШП от ОСШ в канале связи при использовании различных данных в качестве образцового сигнала

На основании полученных данных из таблицы 2.8 можно сделать вывод о том, что использование линейного ФК для получения оценки образцового сигнала $\hat{d}$, позволяет достичь того же уровня выигрыша в ОСШП $\overline{\Delta h^2}$ в результате адаптивной ПОС, что и при использовании априорно известного образцового сигнала d . Использование в качестве образцового сигнала выход с первого элемента ЦАР x_1 не позволяет достичь такого же значения $\overline{\Delta h^2}$; более того данный подход имеет наибольшее значение среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСШП $\varepsilon(\Delta h^2)$. Также данный подход обеспечивает сходимость алгоритма NLMS лишь на 12% быстрее по сравнению с оценкой образцового сигнала.

Таблица 2.9 — Основные характеристики модифицированного алгоритма RLS при использовании различных данных в качестве образцового сигнала

ОСШ	Входной сигнал	$\overline{\Delta h^2}$, дБ	$\varepsilon(\Delta h^2)$, дБ	$k_{\text{треб}}$	$T_{\text{треб}}$, с
20	d	11,3	х	133	$2,43 \cdot 10^{-3}$
	x_1	10,0	-42,0	156	$2,86 \cdot 10^{-3}$
	$\hat{d}$	11,3	-46,5	137	$3,09 \cdot 10^{-3}$
15	d	11,3	-47,0	165	$3,02 \cdot 10^{-3}$
	x_1	10,0	-37,0	247	$4,52 \cdot 10^{-3}$
	$\hat{d}$	11,3	-44,2	203	$4,89 \cdot 10^{-3}$
10	d	11,3	-42,7	177	$3,24 \cdot 10^{-3}$
	x_1	9,8	-30,0	268	$4,90 \cdot 10^{-3}$
	$\hat{d}$	11,1	-39,5	225	$5,31 \cdot 10^{-3}$
5	d	11,3	-37,8	193	$3,53 \cdot 10^{-3}$
	x_1	9,8	-24,0	285	$5,21 \cdot 10^{-3}$
	$\hat{d}$	10,3	-34,4	231	$5,64 \cdot 10^{-3}$

На рисунке 2.32 представлены зависимости требуемого времени работы $T_{\text{треб}}$ модифицированного алгоритма RLS от ОСШ в канале. На рисунке 2.33 представлены зависимости среднего значения и среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСШП от адаптации от ОСШ в канале.

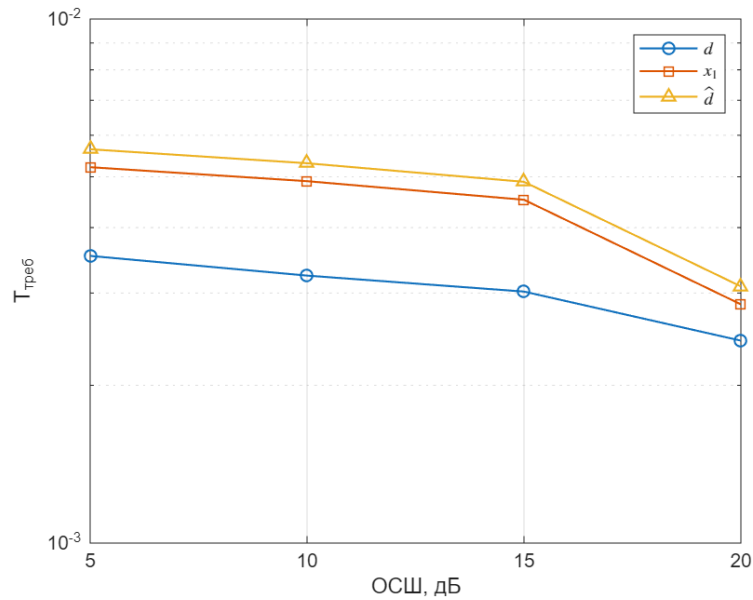


Рисунок 2.32 — Зависимость требуемого времени работы алгоритмов от ОСШ в канале связи при использовании различных данных в качестве образцового сигнала

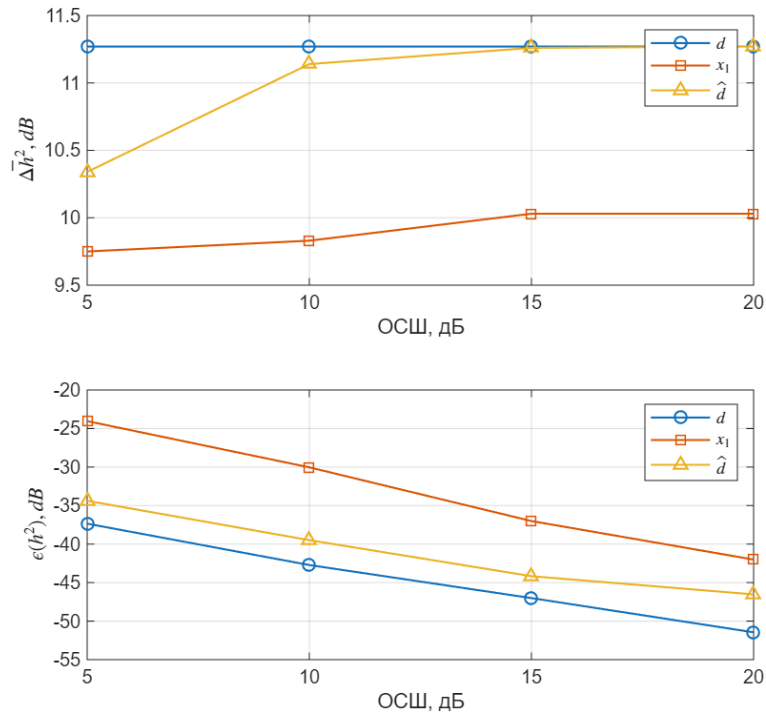


Рисунок 2.33 — Зависимости среднего значения и среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСПП от ОСШ в канале связи при использовании различных данных в качестве образцового сигнала

На основании полученных данных из таблицы 2.9 можно сделать вывод о том, что использование линейного ФК для получения оценки образцового сигнала $\hat{d}$, позволяет достичь того же уровня выигрыша в ОСПП $\overline{\Delta h^2}$ в результате адаптивной ПОС при ОСШ в канале больше 10 дБ, что и при использовании априорно известного образцового сигнала d . Использование в качестве образцового сигнала выход с первого элемента ЦАР x_1 не позволяет достичь такого же

значения $\overline{\Delta h^2}$; более того данный подход имеет наибольшее значение среднеквадратического отклонения выигрыша в ОСПП $\varepsilon(\Delta h^2)$. Также данный подход обеспечивает сходимость модифицированного алгоритма RLS лишь на 8% быстрее по сравнению с оценкой образцового сигнала.

В случае нелинейных моделей образцового сигнала и канала связи можно использовать методы нелинейной фильтрации, такие как EKF и UKF [84]. В случае неопределённости образцового сигнала, в задачах калмановской фильтрации он формируется в виде:

$$\partial \mathbf{x}(t) = f(\mathbf{x}(t), t)dt + g(\mathbf{x}(t), t)d\mathbf{n}_\phi(t), \quad (2.98)$$

где $f(\cdot)$ и $g(\cdot)$ — функции системы, $\mathbf{n}_\phi(t)$ — вектор формирующего шума. Обычно в задачах калмановской фильтрации он считается белым гауссовским шумом.

Модель измерения можно представить в виде функции от вектора системы:

$$\mathbf{z}(k) = h(\mathbf{x}(t_k), k) + \mathbf{n}_\pi(k), \quad (2.99)$$

где $h(\cdot)$ — функция измерения, $\mathbf{n}_\pi(k)$ — вектор шума измерения.

Принцип работы EKF состоит в линеаризации функций $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ и $h(\cdot)$ за счёт разложения в ряд Тейлора [84]. Для примера в данном пункте рассмотрим EKF первого порядка. На этапе прогноза сначала вычисляются матрицы перехода состояний $\mathbf{F}(k)$ и $\mathbf{G}(k)$:

$$\mathbf{F}(k) = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}(t), t)}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}(t)=\mathbf{x}^+(k-1)}, \quad (2.100)$$

$$\mathbf{G}(k) = \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}(t), t)}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}(t)=\mathbf{x}^+(k-1)}. \quad (2.101)$$

Затем вычисляются оценки априори вектора системы $\mathbf{x}^-(k)$ и ковариационной матрицы $\mathbf{P}^-(k)$:

$$\mathbf{x}^-(k) = \mathbf{F}(k)\mathbf{x}^+(k-1), \quad (2.102)$$

$$\mathbf{P}^-(k) = \mathbf{F}(k)\mathbf{P}^+(k-1)\mathbf{F}^H(k) + \mathbf{G}(k)\mathbf{Q}\mathbf{G}^H(k), \quad (2.103)$$

где $\mathbf{Q} = \sigma_\phi^2 \mathbf{I}$ — ковариационная матрица формирующего шума.

На этапе коррекции сначала вычисляется матрица измерения:

$$\mathbf{H}(k) = \left. \frac{\partial h(\mathbf{x}(t), t)}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}(t)=\mathbf{x}^-(k)}.$$

Затем вычисляются инновация измерения $\mathbf{e}^-(k)$ и её ковариационная матрица $\mathbf{S}(k)$, а также матрица коэффициентов Калмана $\mathbf{K}(k)$:

$$\mathbf{e}^-(k) = \mathbf{z}(k) - \mathbf{H}(k)\mathbf{x}^-(k), \quad (2.104)$$

$$\mathbf{S}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{P}^-(k)\mathbf{H}^H(k) + \mathbf{R}, \quad (2.105)$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}^-(k)\mathbf{H}^H(k)\mathbf{S}^{-1}(k), \quad (2.106)$$

где $\mathbf{R} = \sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I}$ — ковариационная матрица шума измерения.

После вычисляются оценки апостериори вектора системы $\mathbf{x}^+(k)$ и ковариационной матрицы $\mathbf{P}^+(k)$:

$$\mathbf{x}^+(k) = \mathbf{x}^-(k) + \mathbf{K}(k)\mathbf{e}^-(k), \quad (2.107)$$

$$\mathbf{P}^+(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k)]\mathbf{P}^-(k). \quad (2.108)$$

Принцип работы UKF состоит в подстановке непосредственно в нелинейные функции $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ и $h(\cdot)$, используя сигма-точечного преобразования [85]. На этапе прогноза сначала вычисляются $(2N + 1)$ сигма-точек $\boldsymbol{\chi}(k)$, а также оценка априори вектора системы $\mathbf{x}^-(k)$ длины N :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\chi}_0(k) = \mathbf{x}^+(k-1), & i = 0, \\ \boldsymbol{\chi}_i(k) = \mathbf{x}^+(k-1) + \sqrt{N + \lambda} \left(\sqrt{\mathbf{P}^+(k)} \right)^i, & i = 1, \dots, N, \\ \boldsymbol{\chi}_i(k) = \mathbf{x}^+(k-1) - \sqrt{N + \lambda} \left(\sqrt{\mathbf{P}^+(k)} \right)^i, & i = N + 1, \dots, 2N, \end{cases} \quad (2.109)$$

$$\mathbf{x}^-(k) = \sum_{i=0}^{2N} w_{m,(i)} f(\boldsymbol{\chi}_i(k)), \quad (2.110)$$

где $w_{m,(i)}$ вычисляется аналогично (2.30), $\left(\sqrt{\mathbf{P}^+} \right)^i$ — i -й столбец матрицы, полученной в результате разложения Холецкого матрицы $\mathbf{P}^+$.

Затем вычисляется оценка априори ковариационной матрицы $\mathbf{P}^-(k)$:

$$\mathbf{P}^-(k) = \sum_{i=0}^{2N} w_{c,(i)} [f(\boldsymbol{\chi}_i(k)) - \mathbf{x}^-(k)] \cdot [f(\boldsymbol{\chi}_i(k)) - \mathbf{x}^-(k)]^H + \mathbf{Q}, \quad (2.111)$$

где $w_{c,(i)}$ вычисляется аналогично (2.31).

На этапе коррекции сначала вычисляется оценка измерения с помощью преобразования сигма-точек:

$$\mathbf{z}^-(k) = \sum_{i=0}^{2N} w_{m,(i)} h(\boldsymbol{\chi}_i(k)). \quad (2.112)$$

Затем вычисляется матрица ковариаций измерения $\mathbf{S}(k)$ и матрица взаимной корреляции $\mathbf{T}(k)$:

$$\mathbf{S}(k) = \sum_{i=0}^{2N} w_{c,(i)} [h(\mathbf{x}_i(k)) - \mathbf{z}^-(k)] \cdot [h(\mathbf{x}_i(k)) - \mathbf{z}^-(k)]^H + \mathbf{R}, \quad (2.113)$$

$$\mathbf{T}(k) = \sum_{i=0}^{2N} w_{c,(i)} [f(\mathbf{x}_i(k)) - \mathbf{x}^-(k)] \cdot [h(\mathbf{x}_i(k)) - \mathbf{z}^-(k)]^H. \quad (2.114)$$

После вычисляются матрица коэффициентов Калмана $\mathbf{K}(k)$, а также оценки апостериори вектора системы $\mathbf{x}^+(k)$ и ковариационной матрицы $\mathbf{P}^+(k)$:

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{T}(k) \cdot \mathbf{S}^{-1}(k), \quad (2.115)$$

$$\mathbf{x}^+(k) = \mathbf{x}^-(k) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{z}(k) - \mathbf{z}^-(k)], \quad (2.116)$$

$$\mathbf{P}^+(k) = \mathbf{P}^-(k) - \mathbf{K}(k)\mathbf{S}(k)\mathbf{K}^H(k). \quad (2.117)$$

В таблице 2.10 представлены нормированные значения СКО оценок вектора системы $\hat{\mathbf{x}}(k)$, полученных в результате работы алгоритмов EKF и UKF, для белого и цветного формирующего шума при нелинейной функции системы, а также линейной и нелинейной функции измерения. В качестве нелинейных функций при моделировании были использованы кубические функции вида $ax^3 + bx^2 + cx$. На рисунках 2.34–2.35 представлены вектор системы $\mathbf{x}(k)$, его измерение $\mathbf{z}(k)$, а также оценок вектора системы $\hat{\mathbf{x}}(k)$, полученных в результате работы алгоритмов EKF и UKF, для белого и цветного формирующего шума при нелинейной функции системы, а также линейной и нелинейной функции измерения.

Таблица 2.10 — СКО оценок для алгоритмов EKF и UKF

Формирующий шум	Белый		Цветной	
Функция измерения	Линейная	Нелинейная	Линейная	Нелинейная
EKF	0,0510	0,3123	0,1540	0,4135
UKF	0,0321	0,0339	0,0516	0,0553

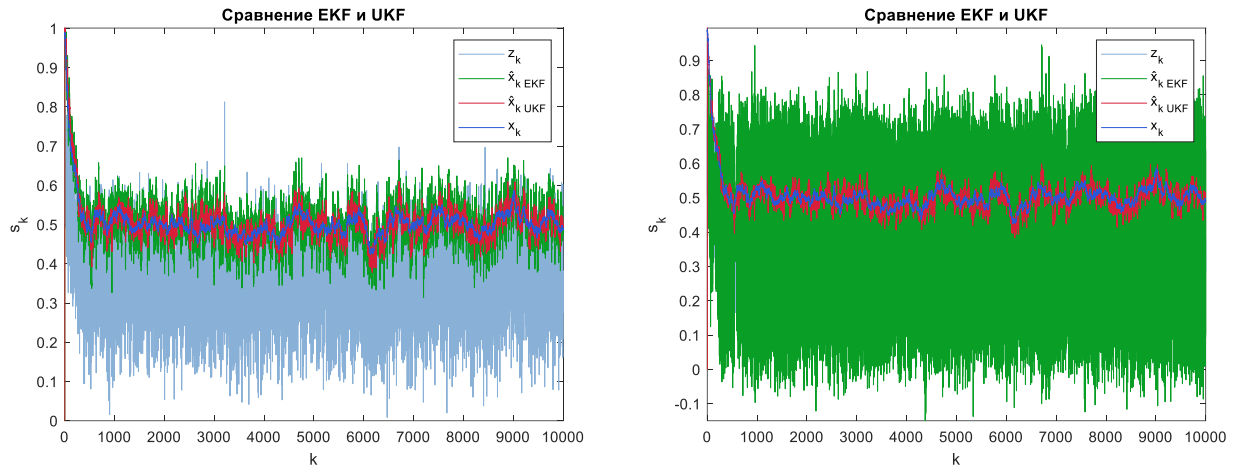


Рисунок 2.34 — Вектор системы x_k , вектор наблюдения z_k и оценки вектора системы $\hat{x}_k$ для линейной (слева) и нелинейной (справа) функции измерения при белом формирующем шуме

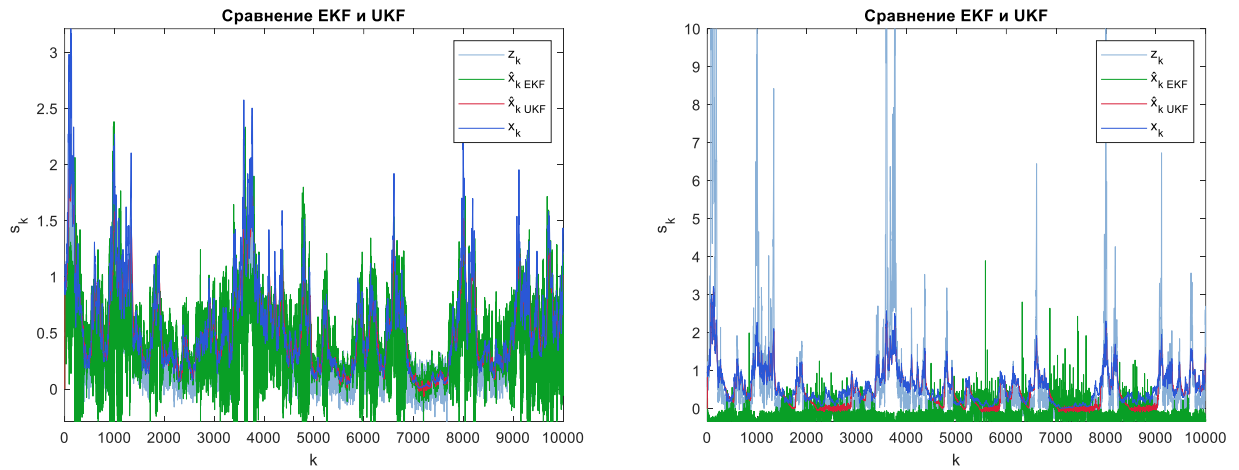


Рисунок 2.35 — Вектор системы x_k , вектор наблюдения z_k и оценки вектора системы $\hat{x}_k$ для линейной (слева) и нелинейной (справа) функции измерения при цветном формирующем шуме

Данные из таблицы 2.10 показывают, что оценка UKF обладает меньшим значением СКО по сравнению с EKF, как в случае нелинейной функции измерения, так и при цветном формирующем шуме. Для нелинейных функций можно повысить точность оценки EKF путём использования фильтра второго порядка или перейти к итерационному расширенному фильтру Калмана (от англ. Iterated Extended Kalman Filter — IEKF) [72], сходящемуся к EKF требуемого порядка. В случае же цветного формирующего шума EKF не подходит для получения оптимальных оценок за счёт использования гауссовской аппроксимации только в окрестности текущей оценки [86].

В реальных условиях модель сообщения может основываться на цветном формирующем шуме [87, 88], поэтому корректность работы при аппроксимации белым шумом может ставиться под сомнение. Более того в условиях априорной неопределённости функций системы и измерения использование EKF не представляется возможным в связи с тем, что данный алгоритм

требует вычисления производных этих самых функций. В то же время UKF даёт преимущество за счёт сигма-точечного преобразования, который предполагает вычисление текущей оценки как средневзвешенное значение от разброса (сигма-точек) относительно прошлой оценки. Данный метод позволяет сходиться UKF к оптимальным значениям даже в случае априорной неопределённости функции системы. В таблице 2.11 представлены нормированные значения СКО оценок UKF для цветных формирующих шумов при нелинейной функции системы, а также линейной и нелинейной функции измерения.

Таблица 2.11 — СКО оценок алгоритма UKF

Формирующий шум	Функция измерения	
	Линейная	Нелинейная
Белый	0,0321	0,0508
Коричневый	0,0161	0,0256
Розовый	0,0295	0,0433
Синий	0,0308	0,0491
Фиолетовый	0,0301	0,0470
Серый	0,0409	0,0504

Данные из таблицы 2.11 подтверждают целесообразность использования UKF при цветном формирующем шуме. СКО оценок UKF имеет одинаковый порядок для различных формирующих шумов.

Если цвет формирующего шума является априорно известным, то в задаче оценки вектора системы используют его истинную ковариационную матрицу $\mathbf{Q}$. В случае, если цвет формирующего шума является априорно неизвестным, то в модели UKF его можно аппроксимировать белым. Тогда вместо истинной ковариационной матрицы $\mathbf{Q}$ можно использовать его оценку $\hat{\mathbf{Q}} = \sigma_{\text{белый}}^2 \mathbf{I}$. В таблице 2.12 приведены нормированные значения СКО оценок UKF при использовании истинной ковариационной матрицы формирующего шума и его оценки. Данные из таблицы 2.12 показывают, что использование оценки ковариационной матрицы формирующего шума повышает СКО не более чем на 11% по сравнению с использованием истинных ковариационных матриц.

В случае априорно неизвестных функций системы их можно аппроксимировать как $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$, $g(x) = x$. Для белого формирующего шума UKF обеспечивается довольно точная оценка вектора системы [65]. Однако в случае цветного формирующего шума, данный подход приводит к потере устойчивости алгоритма в результате накопления ошибок при осуществлении разложения Холецкого (2.109). Для повышения устойчивости UKF было рассмотрено

использование других методов разложения ковариационной матрицы $\mathbf{P}^+$ [89] и проведено имитационное моделирование в среде MATLAB. Среди методов разложения были рассмотрены LU-разложение, где в качестве матрицы $\sqrt{\mathbf{P}^+}$ использовалась как нижняя треугольная матрица $\mathbf{L}$, так и транспонированная верхняя $\mathbf{U}^H$, а также LDL-разложение, где использовалась матрица $\mathbf{L}\sqrt{\mathbf{D}}$. В таблице 2.13 представлены нормированные значения СКО оценок UKF при использовании различных методов разложения ковариационной матрицы процесса $\mathbf{P}^+$ в условиях априорной неопределённости функции системы. Значение Inf представляет собой результат, равный машинной бесконечности, NaN — машинной неопределённости; оба значения указывают на потерю устойчивости UKF. Наименьшие значения СКО в таблице 2.13 выделены полужирным шрифтом.

Таблица 2.12 — СКО оценок алгоритма UKF для истинной и оценочной ковариационной матрицы формирующего шума

Функция измерения		Линейная		Нелинейная	
Ковариационная матрица формирующего шума		Истинная	Оценка	Истинная	Оценка
Формирующий шум	Белый	0,0321	0,0321	0,0508	0,0508
	Коричневый	0,0161	0,0171	0,0256	0,0342
	Розовый	0,0295	0,0377	0,0433	0,0435
	Синий	0,0308	0,0333	0,0491	0,0528
	Фиолетовый	0,0301	0,0333	0,0470	0,0529
	Серый	0,0409	0,0409	0,0504	0,0555

Таблица 2.13 — СКО оценок алгоритма UKF при использовании различных методов разложения ковариационной матрицы процесса

Формирующий шум	Метод разложения			
	Холецкого	LU (L)	LU ($\mathbf{U}^H$)	LDL ($\mathbf{L}\sqrt{\mathbf{D}}$)
Белый	0,0552	0,4788	0,4221	0,0552
Коричневый	Inf	Inf	0,0862	Inf
Розовый	Inf	Inf	0,1339	Inf
Синий	0,0452	0,5238	0,0199	0,0452
Фиолетовый	0,0430	0,5219	0,0199	0,0430
Серый	0,0728	NaN	0,1367	NaN

На основании данных из таблицы 2.13 можно сделать вывод о том, что в случае априорной неопределённости функции системы для обеспечения устойчивости алгоритма UKF рекомендуется использовать транспонированную верхнюю треугольную матрицу, полученную в результате LU-разложения. В случае, если спектральная плотность формирующего шума приближена к равномерной, рекомендуется использовать разложение Холецкого.

2.3.2 Методы оценки шума измерения с помощью фильтра Калмана

В случае, если уровень шума наблюдения не меняется с течением времени, матрица ковариации шума измерения $\mathbf{R}$ может быть определена единожды в начале измерений, однако в случае существенных изменений параметров аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ) в процессе работы алгоритма такой подход может привести к его расхождению. В связи с этим был предложен следующий «калибровочный» метод нахождения матрицы $\mathbf{R}$ в реальном времени [63]. Данный метод строится на предположении, что в случае, если полезный сигнал не передается в течение некоторого времени, то весь принятый сигнал является шумом измерения, то есть $\mathbf{z}(k) = \mathbf{n}_i(k)$.

Следовательно, между приемной и передающей сторонами возможно построить систему синхронизации, что широко используется в системах дистанционного управления. В данном случае приёмная сторона может периодически отключать передачу полезного сигнала на протяжении некоторого времени ΔT , показания наблюдений в этот промежуток времени должны фиксироваться приёмной стороной как шум измерения. При этом для обеспечения непрерывной работы алгоритма адаптации в период ΔT оценка вектора $\hat{\mathbf{x}}(k)$ должна производиться, минуя этап корректировки, либо же используя последнее полученное значение $\mathbf{z}(k)$.

В таблице 2.14 представлены нормированные значения СКО оценки EKF и UKF без периодической калибровки априорной дисперсии шума наблюдения σ_i^2 в условиях линейного увеличения дисперсии АБГШ соразмерно номеру итерации. Также в таблице 2.14 представлены нормированные значения СКО оценки EKF и UKF с периодической калибровкой априорной σ_i^2 , где каждые 70 итераций работы алгоритма полезный сигнал прерывался на период времени, равный 5 итерациям алгоритма, также в условиях линейного увеличения дисперсии АБГШ соразмерно номеру итерации.

На рисунке 2.36 показан результат работы алгоритма UKF без периодической калибровкой априорной дисперсии шума наблюдения σ_i^2 и с калибровкой.

Таблица 2.14 — СКО оценок алгоритмов EKF и UKF при увеличении дисперсии шума измерения

Калибровка шума измерения	Отсутствует	Присутствует
EKF	0,8391	0,0321
UKF	0,8943	0,0267

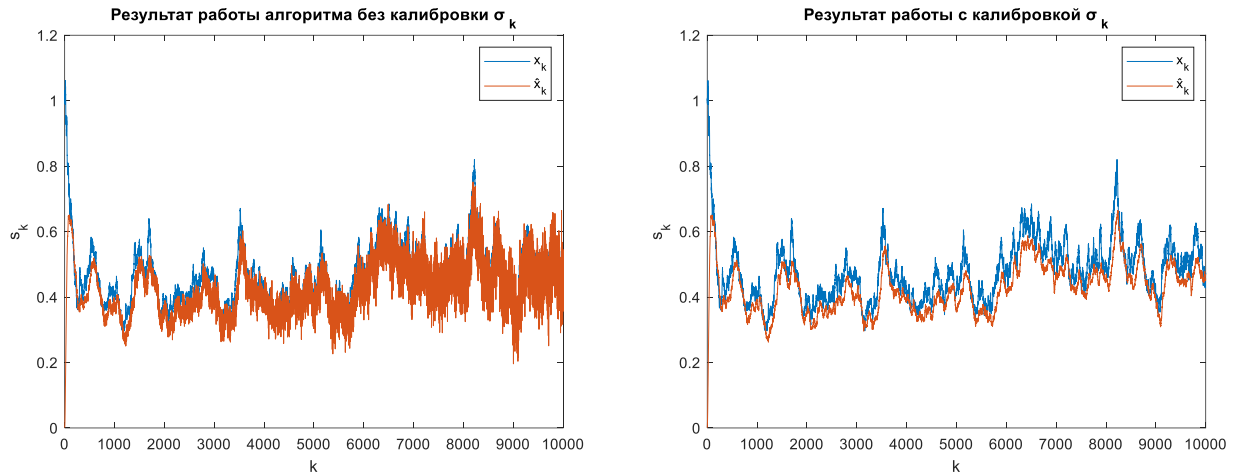


Рисунок 2.36 — Результаты работы UKF без калибровки дисперсии шума наблюдения и с её периодической калибровкой

Как видно из рисунка 2.36, предложенный метод оценки действительно позволяет предотвратить расхождение алгоритма в условиях изменяющейся дисперсии шума. Однако стоит учитывать, что увеличение числа пропущенных итераций так же дополнительно несколько искажает форму полученного сигнала.

2.4 Выводы по второму разделу

1. Предложены модификации алгоритма адаптивной ПОС LMS, а также проведена оценка вычислительной сложности и требуемого времени работы алгоритмов. В случае линейной решётки, использования переменного шага адаптации (NLMS) позволяет уменьшить требуемое время работы итерационного алгоритма на 10%. В случае кольцевых решёток, использование в качестве априорных данных угловых координат прихода полезного сигнала вместо образцового сигнала позволяет уменьшить требуемое количество итераций алгоритма. Однако в связи с квадратичной зависимостью вычислительной сложности предложенной модификации алгоритма, его быстродействие достигается при малом количестве элементов антенной решётки

($N \leq 8$) и позволяет сократить требуемое время работы на 15%. Предложенные модификации позволяют повысить устойчивость алгоритма при подавлении помех (среднеквадратическое отклонение выигрыша в ОСШП уменьшается минимум на 3 дБ).

2. Предложена модификация алгоритма RLS за счёт использования коэффициента забывания λ . Была проведена оценка вычислительной сложности, а также требуемого времени работы алгоритмов при различных значениях λ . Было подтверждено, что при $\lambda = 0,99$ модифицированный алгоритм RLS позволяет сократить требуемое время работы в два раза, при этом сохраняя такой же уровень ОСШП и его среднеквадратическое отклонение.
3. Разработан новый алгоритм адаптивной ПОС на основе калмановского решения UKF-MVDR. Было проведено сравнение нового алгоритма с существующими алгоритмами на основе калмановского решения EKF-MVDR и UKF-CMA. Разработанный алгоритм обладает высокой вычислительной сложностью порядка четвёртой степени, тем не менее при увеличении числа элементов антенной решётки требуемое время работы алгоритмов практически одинаково. Разработанный алгоритм показывает наибольшее значение выигрыша в ОСШП по сравнению с существующими алгоритмами, а также демонстрирует устойчивость как к энергетической нестационарности сигналов, так и к одновременному изменению углов прихода полезного сигнала и помех.
4. Предложена схема адаптивной ПОС в условиях априорной неопределённости эталонного сигнала, состоящая из фильтра Калмана и алгоритма адаптивной ПОС. Данная схема позволяет обеспечить те же значения выигрыша в ОСШП, что и в случае априорно известного образцового сигнала. В случае нелинейных моделей образцового сигнала и канала связи для повышения точности оценки образцового сигнала предложено использование несмещённого фильтра Калмана (UKF). Проведённая параметризация UKF позволяет обеспечить устойчивую работу системы даже в условиях априорной неопределённости формирующего шума, используемого в модели фильтра.
5. Предложена схема калибровки оценки образцового сигнала с помощью UKF в условиях изменения мощности шума в канале. Предложенная схема предполагает использование системы синхронизации для периодического отключения полезного сигнала с целью переопределения ковариационной матрицы шума измерения. Такой способ позволяет калибровать UKF в режиме реального времени для повышения точности оценки образцового сигнала.

ГЛАВА 3 Методы пространственной обработки сигналов на передающей стороне

В данной главе проводится сравнение характеристик работы алгоритмов ПОС на передающей стороне. В первом параграфе приводится модифицированный алгоритм оценки канальной матрицы на основе регуляризации ковариационных матриц пилот-сигналов, позволяющий уменьшить количество дополнительных пилот-сигналов. Во втором параграфе рассматриваются итерационные методы линейного прекодирования, а также предлагается новый итерационный алгоритм, позволяющий увеличить скорость вычисления обратной матрицы. В третьем параграфе рассматриваются алгоритмы нелинейного прекодирования. Также предлагается новый алгоритм нелинейного прекодирования на основе сингулярного разложения, позволяющий увеличить ОСШП на приёмной стороне при максимальной нагрузке канала. Более того, предлагаются модификации алгоритмов на основе LQ и сингулярного разложения, позволяющие увеличить ОСШП на приёмной стороне при низких значениях ОСШ в канале. В данной главе проводятся эксперименты компьютерного моделирования по работоспособности алгоритмов прекодирования при различной сигнально-помеховой обстановке. Для рассматриваемых алгоритмов прекодирования проводится анализ вычислительной сложности и требуемого времени работы. В завершении, в четвёртом параграфе проводится анализ использования рассматриваемых алгоритмов прекодирования совместно с методами уменьшения пик-фактора. Научные результаты, описанные в данной главе, опубликованы в работах [90–96].

3.1 Оценка канальной матрицы с помощью регуляризации ковариационных матриц

На практике каналы имеют пространственную корреляцию [97], вследствие чего элементы вектора канала коррелируют друг с другом. Матрица ковариации канала характеризует пространственные особенности канала и необходима для оценки вектора канала и последующей демодуляции сигналов с использованием метода минимума СКО. Элементы вектора канала, характеризующие комплексное ослабление сигнала от АТ до элементов антенной решетки БС, получают из пилот-сигналов, сначала вычисляя матрицу ковариации пилот-сигналов, а затем — матрицу ковариации канала.

Как правило, в литературе предполагается, что матрица ковариации канала точно известна. Однако на практике это не всегда так, поскольку характеристики матрицы ковариации канала сильно зависят от количества элементов антенной решетки БС и от размера выборки

статистических данных. Элементы матрицы оцениваются с неточностями, обусловленными ошибками в канале и конечным объемом обучающей выборки [98]. При дуплексной передаче с временным разделением (от англ. time division duplexing — TDD) передача по линии вверх (от АТ до БС) и вниз (от БС до АТ) работают в одном частотном диапазоне, но в разных временных слотах. На БС прекодирующая матрица, используемая для формирования диаграммы направленности на линии вниз, зависит от оценки канала связи, полученной в предыдущем слоте по линии вверх. В TDD обычно предполагается совместимость каналов [29]. В случае massive MIMO TDD демонстрирует лучшие характеристики по сравнению с частотным дуплексом (от англ. frequency division duplexing — FDD), поскольку FDD обеспечивает удовлетворительную производительность только в условиях прямой видимости и при высоких значениях коэффициента ν распределения Райса.

Рассмотрим канал восходящей линии с L сотами, каждая из которых включает базовую станцию с M антеннами и N абонентских терминалов с одной антенной. Статистику канала, достаточную для точной оценки вектора канала, можно представить в виде блока статистики с временем наблюдения $T_s = 0,5$ с и полосой пропускания на частоте 2 ГГц $B_s = 10$ МГц. Блок статистики состоит из набора когерентных блоков, в пределах которых характеристики канала остаются постоянными, с длительностью $T_c = 1$ мс и полосой пропускания $B_c = 200$ кГц. Таким образом, общее количество когерентных блоков в блоке статистики составляет:

$$\tau_s = \frac{B_s T_s}{B_c T_c} = \frac{B_s T_s}{\tau_c} = \frac{10^6 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}} = 2500. \quad (3.1)$$

При таком большом количестве когерентных блоков вычисление идеального вектора канала занимает много времени. Можно оценить вектор канала с меньшим размером выборки, но в этом случае ковариационная матрица будет либо необратимой, либо плохо обусловленной, что требует применения процедуры регуляризации [90].

Положим, что БС и АТ идеально синхронизированы и работают в соответствии с протоколом, основанным на пилот-сигналах. Каждый когерентный блок содержит τ_c использований канала, из которых N выделено для пилот-сигналов. Существует N ортогональных пилот-сигналов, которые повторно используются во всех ячейках. Идеальная оценка вектора канала методом минимума СКО выглядит следующим образом [99]:

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{R}\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{y}, \quad (3.2)$$

где $\mathbf{R}$ — истинная ковариационная канальная матрица, $\mathbf{Q}$ — истинная ковариационная матрица пилот-сигналов, $\mathbf{y}$ — вектор пилот-сигналов, незагрязнённых пилот-сигналами от других АТ.

При меньшем числе выборки $N_Q < \tau_s$ предлагается использовать следующий алгоритм оценки канального вектора [90], который состоит из 5 этапов.

- 1) Вычисление выборочной ковариационной матрицы пилот-сигналов:

$$\hat{\mathbf{Q}}_1^s = \frac{1}{N_Q} \sum_{n=1}^{N_Q} \mathbf{y}(n) \mathbf{y}^H(n). \quad (3.3)$$

Согласно закону больших чисел для эргодических каналов, при $N_Q \rightarrow \infty$ выборочная ковариационная матрица пилот-сигналов стремится к истинной [100, 101]. При небольшом размере выборки погрешности во всех элементах матрицы сильно влияют на её структуру. Для решения этой проблемы применяется процедура регуляризации.

- 2) Регуляризация ковариационной матрицы пилот-сигналов, которая представляет собой линейную комбинацию выборочной ковариационной матрицы и её диагонализированной матрицей:

$$\hat{\mathbf{Q}}(\eta) = \eta \hat{\mathbf{Q}}_1^s + (1 - \eta) \hat{\mathbf{Q}}_1^{diag}. \quad (3.4)$$

В результате оценка ковариационной матрицы представляет собой выборочную ковариационную матрицу, у которой не диагональные элементы ослаблены в η раз. При этом точность оценки пилотной ковариационной матрицы будет зависеть от параметра η .

- 3) Вычисление выборочной ковариационной канальной матрицы.

Данный метод предполагает использование дополнительных пилот-сигналов для такого большого числа когерентных блоков. Суть метода заключается в том, что дополнительные пилот-сигналы излучают все остальные АТ, за исключением исследуемого, для которого вычисляется вектор канала. Таким образом, оценка выборочной ковариационной матрицы канала представляет собой разность между ковариационной матрицей основных пилот-сигналов и ковариационной матрицей дополнительных пилот-сигналов:

$$\hat{\mathbf{R}}^s = \hat{\mathbf{Q}}_1^s - \hat{\mathbf{Q}}_2^s. \quad (3.5)$$

- 4) Регуляризация ковариационной канальной матрицы, которая происходит аналогично этапу 2.

$$\hat{\mathbf{R}}(\mu) = \mu \hat{\mathbf{R}}^s + (1 - \mu) \hat{\mathbf{R}}^{diag}. \quad (3.6)$$

- 5) Вычисление оценки канального вектора:

$$\hat{\mathbf{h}} = \hat{\mathbf{R}}(\mu) \hat{\mathbf{Q}}^{-1}(\eta) \mathbf{y}. \quad (3.7)$$

На рисунках 3.1–3.3 представлены семейства зависимостей нормированной СКО от количества дополнительных пилот-сигналов при различных значениях параметра регуляризации ковариационной матрицы пилот-сигналов η и фиксированных значениях параметра μ .

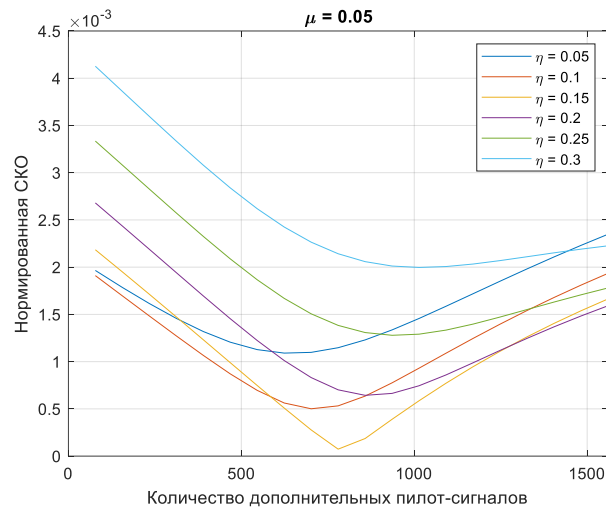


Рисунок 3.1 — Зависимости нормированной СКО от количества дополнительных пилот-сигналов при различных значениях параметра η и $\mu=0,05$

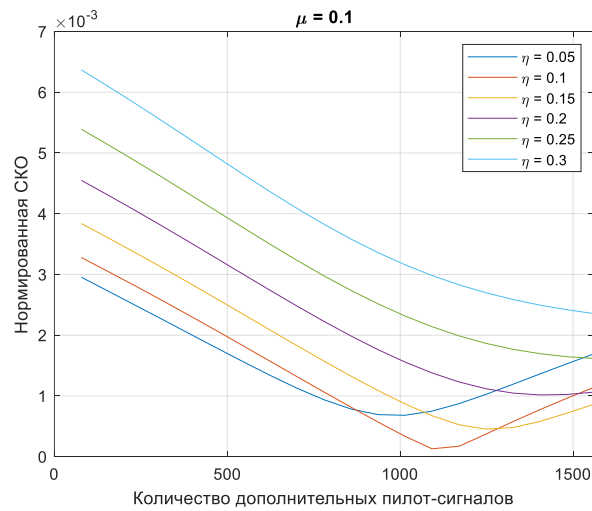


Рисунок 3.2 — Зависимости нормированной СКО от количества дополнительных пилот-сигналов при различных значениях параметра η и $\mu=0,1$

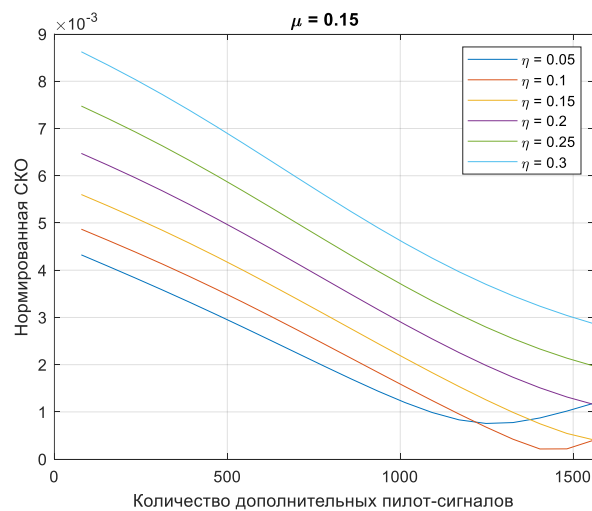


Рисунок 3.3 — Зависимости нормированной СКО от количества дополнительных пилот-сигналов при различных значениях параметра η и $\mu=0,15$

Из графиков на рисунках 3.1–3.3 видно, что для обеспечения наименьшей СКО при малом количестве пилот-сигналов необходимо выбирать меньшие значения параметра регуляризации в пределах $0,1 \leq \eta \leq 0,2$ при $\mu \leq 0,1$.

На рисунке 3.4 представлены семейства зависимостей нормированной СКО от количества дополнительных пилот-сигналов при различных значениях параметра регуляризации ковариационной канальной матрицы пилот-сигналов μ и фиксированных значениях параметра η .

Из графиков на рисунке 3.4 видно, что для 8 элементной антенной решётки оптимальные значения $\mu = 0,025$ и $\eta = 0,2$, которые обеспечивают минимальное значение СКО, равное $1,55 \cdot 10^{-4}$, которое достигается при $N_Q = 623$ дополнительных пилот-сигналах. В таблице 3.1 приведены оптимальные значения параметров μ и η , а также минимальное количество дополнительных пилот-сигналов $N_{Q \text{ треб}}$ для достижения минимально возможного СКО оценки канального вектора для различного числа элементов ЦАР БС M .

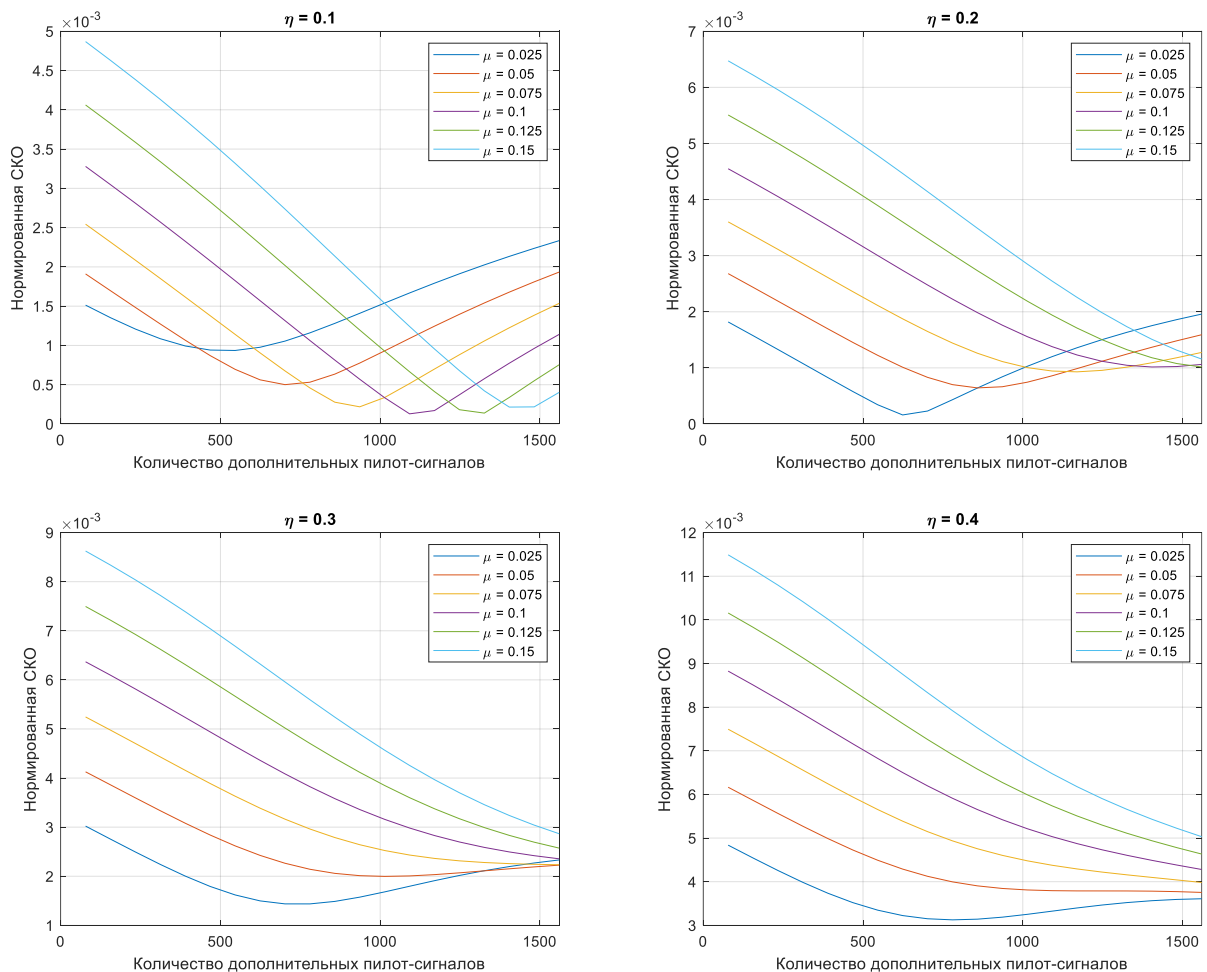


Рисунок 3.4 — Зависимости нормированной СКО от количества дополнительных пилот-сигналов при различных значениях параметра μ и $\eta=0,1;0,2;0,3;0,4$

Таблица 3.1 — Основные параметры предложенного алгоритма оценки канального вектора

M	η	μ	$N_{Q \text{ треб}}$	СКО
2	0,1	0,1	903	$5,25 \cdot 10^{-4}$
4	0,15	0,075	750	$2,67 \cdot 10^{-4}$
8	0,2	0,025	623	$1,55 \cdot 10^{-4}$
16	0,2	0,015	540	$1,09 \cdot 10^{-4}$
32	0,2	0,005	492	$1,01 \cdot 10^{-4}$

На основании данных из таблицы 3.1 можно сделать вывод о том, что при малом числе антенных элементов БС M для достижения минимума СКО следует брать малые значения параметра регуляризации $\eta = 0,1 - 0,15$, при $M \geq 8$ значение параметра регуляризации $\eta = 0,2$. Также при увеличении M следует уменьшать значения параметра регуляризации μ . При увеличении M параметры регуляризации слабо влияют на минимизацию СКО, которая стремится к некоторому пределу, равному $1 \cdot 10^{-4}$. Предложенная модификация алгоритма оценки ковариационной матрицы с помощью регуляризации ковариационных матриц пилот-сигналов позволяет сократить используемое количество дополнительных пилот-сигналов с 2500 (3.1) до 750–500. Причём увеличение количества элементов ЦАР БС приводит к лучшей обусловленности ковариационных матриц принятых пилот-сигналов, что в свою очередь приводит к меньшему числу требуемых дополнительных пилот-сигналов.

3.2 Линейные алгоритмы прекодирования

3.2.1 Итерационные методы линейного прекодирования

Алгоритмы линейного прекодирования заключаются во внесении предсказаний в передаваемый сигнал путём умножения на прекодирующую матрицу (1.19). Преимуществами алгоритмов линейного прекодирования является умеренная вычислительная сложность, а также отсутствие сложной дополнительной обработки на приёмной стороне [29]. Как уже было упомянуто в пункте 1.3.2, основными алгоритмами линейного прекодирования являются алгоритм максимального коэффициента передачи (MRT) (1.77), алгоритм обращения в нуль (ZF) (1.79) и алгоритм минимума СКО (MMSE) (1.81). Для осуществления алгоритмов ZF и MMSE необходимо вычисление обратной матрицы Грама $\mathbf{G}^{-1}$, которая имеет высокую вычислительную сложность порядка $O(N^3)$. Поэтому на практике обратную матрицу Грама находят итерационным способом.

Существует множество итерационных методов линейного прекодирования, такие как аппроксимация рядами Ньюмана [102] или итерационный метод Якоби [103], но наиболее распространённым является итеративный алгоритм Ньютона [104], который обеспечивает сходимость оценки обратной матрицы $\mathbf{G}^{-1}$ к истинному значению. Выражение для оценки обратной матрицы на k -й итерации будет равно:

$$\hat{\mathbf{G}}^{-1} = \mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{k-1}(2\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{X}_{k-1}), \text{ при} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{G}^{-1} = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{X}_k \text{ где } \|\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{X}_0\| < 1, \quad (3.9)$$

где $\mathbf{I}$ — единичная матрица размерности $N \times N$, $\mathbf{X}_0$ — начальная грубая оценка, которая обычно полагается равной единичной матрице. Итерационный алгоритм Ньютона обладает довольно медленной скоростью сходимости к оптимальным значениям. Определение оптимальных начальных условий в данном случае является сложным и требует дополнительных вычислений. Без принятия оптимальных начальных условий алгоритму Ньютона требуется значительное количество итераций для сходимости.

Другим итерационным алгоритмом линейного прекодирования является алгоритм Чебышёва [105]. Данный алгоритм обладает большей скоростью сходимости алгоритма по сравнению с алгоритмом Ньютона, однако имеет большую вычислительную сложность. Выражение для оценки обратной матрицы на k -й итерации будет равно:

$$\hat{\mathbf{G}}^{-1} = \mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{k-1}[3\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{X}_{k-1}(3\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{X}_{k-1})], \text{ при} \quad (3.10)$$

$$\mathbf{G}^{-1} = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{X}_k \text{ где } \|\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{X}_0\| < 1. \quad (3.11)$$

Однако нахождение начального значения оценки $\mathbf{X}_0$ в алгоритме Чебышёва, как и в алгоритме Ньютона, является сложным процессом и связано с собственными значениями матрицы $\mathbf{G}$. При этом скорость сходимости алгоритма Чебышёва зависит от итерационных начальных значений, которые необходимо определить с осторожностью [106].

3.2.2 Модифицированный алгоритм Ньютона

Как описывалось ранее, скорость сходимости итерационных алгоритмов обращения матрицы во многом определяется начальной оценкой $\mathbf{X}_0$. Определение оптимальных начальных условий в данном случае является сложным и требует дополнительных вычислений. Без принятия оптимальных начальных условий алгоритму Ньютона требуется достаточно много итераций для обеспечения сходимости. Чтобы увеличить скорость сходимости итерационного алгоритма обращения матрицы Грама можно увеличить коэффициент масштаба между оценками обратной

матрицы на текущей и прошлой итерации [92]. Для начала рассмотрим классический алгоритм Ньютона. Введём параметр λ , связывающий текущую $\mathbf{X}_k$ и предыдущую $\mathbf{X}_{k-1}$ оценки обратной матрицы. Тогда выражение для оценки обратной матрицы на k -й итерации будет равно:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_k &= \mathbf{X}_{k-1}(2\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{X}_{k-1}) = \\ &= \mathbf{X}_{k-1}[(\lambda + 1)\mathbf{I} - \lambda\mathbf{G}\mathbf{X}_{k-1}],\end{aligned}\tag{3.12}$$

где $\lambda = 1$ — параметр связи для алгоритма Ньютона.

Повышение значения параметра обеспечит большую скорость сходимости на первых шагах итерации, однако, в свою очередь приведёт к более грубой сходимости текущей оценки $\mathbf{X}_k$ на основании предыдущей $\mathbf{X}_{k-1}$. Более того, накопление ошибок, в свою очередь, может и вовсе привести к расхождению алгоритма. Для этого необходимо, чтобы параметр связи λ постепенно уменьшался с каждой итерацией алгоритма, тем самым обеспечивая быструю сходимость на первых шагах итерации и более плавную подстройку на более поздних итерациях. В таком случае, необходимо ввести дополнительный параметр масштаба ε , влияющий на скорость изменения параметра λ . С учётом предложенных модификаций выражение для оценки обратной матрицы на k -й итерации будет равно [93]:

$$\hat{\mathbf{G}}^{-1} = \mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{k-1}[(\lambda_k + 1)\mathbf{I} - \lambda_k\mathbf{G}\mathbf{X}_{k-1}],\tag{3.13}$$

$$\lambda_k = \lambda_{k-1}(1 - \varepsilon).\tag{3.14}$$

Скорость сходимости модифицированного алгоритма Ньютона будет определяться начальным значением параметра связи λ_0 , а также значением параметра масштаба ε . Предельным значением параметра связи будет $\lambda_{k \rightarrow \infty} = 0$, когда обновление значений $\mathbf{X}_k$ не происходит [94].

В таблице 3.2 приведены вычислительные сложности $\mathcal{C}$ рассматриваемых итерационных алгоритмов прекодирования [107], которые зависят от количества антенных элементов БС M , количества пользователей N , а также требуемого количества итераций для обеспечения сходимости алгоритма $k_{\text{треб}}$.

Таблица 3.2 — Вычислительная сложность итерационных алгоритмов линейного прекодирования

Алгоритм	Вычислительная сложность
Ньютона	$k_{\text{треб}}2N^3 + N^2 + MN + M$
Чебышёва	$k_{\text{треб}}3N^3 + N^2 + MN + M$
Ньютона мод.	$k_{\text{треб}}(2N^3 + N^2) + N^2 + MN + M$

На рисунках 3.5–3.6 представлены результаты нормированной ошибки оценки обратной матрицы $e(k)$ от числа итерации k для алгоритма Ньютона и Чебышёва, а также модифицированного алгоритма Ньютона при различных значениях начального параметра связи λ_0 и параметра масштаба ε для $N = 4$ и $M = 16$.

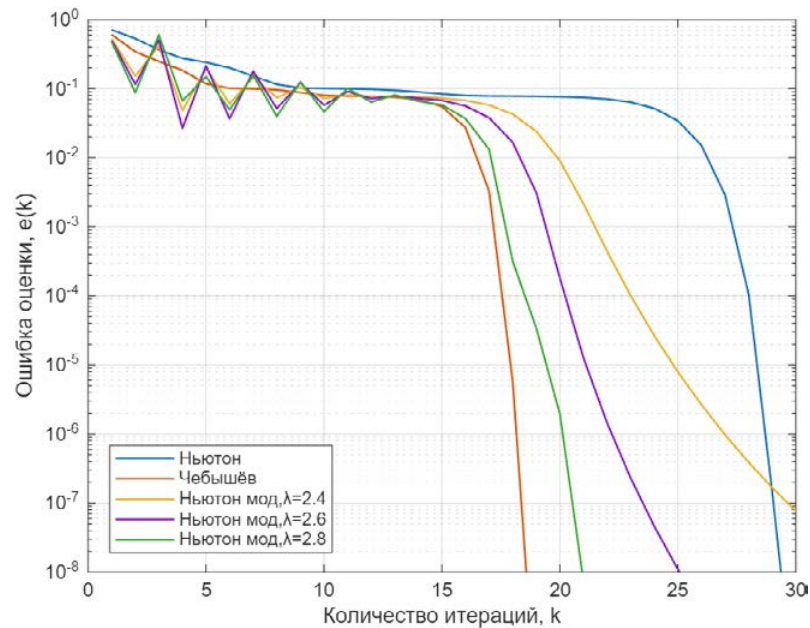


Рисунок 3.5 — Зависимости нормированной ошибки оценки обратной матрицы $e(k)$ от числа итерации k при различных значениях λ_0 и фиксированном значении $\varepsilon = 0,05$

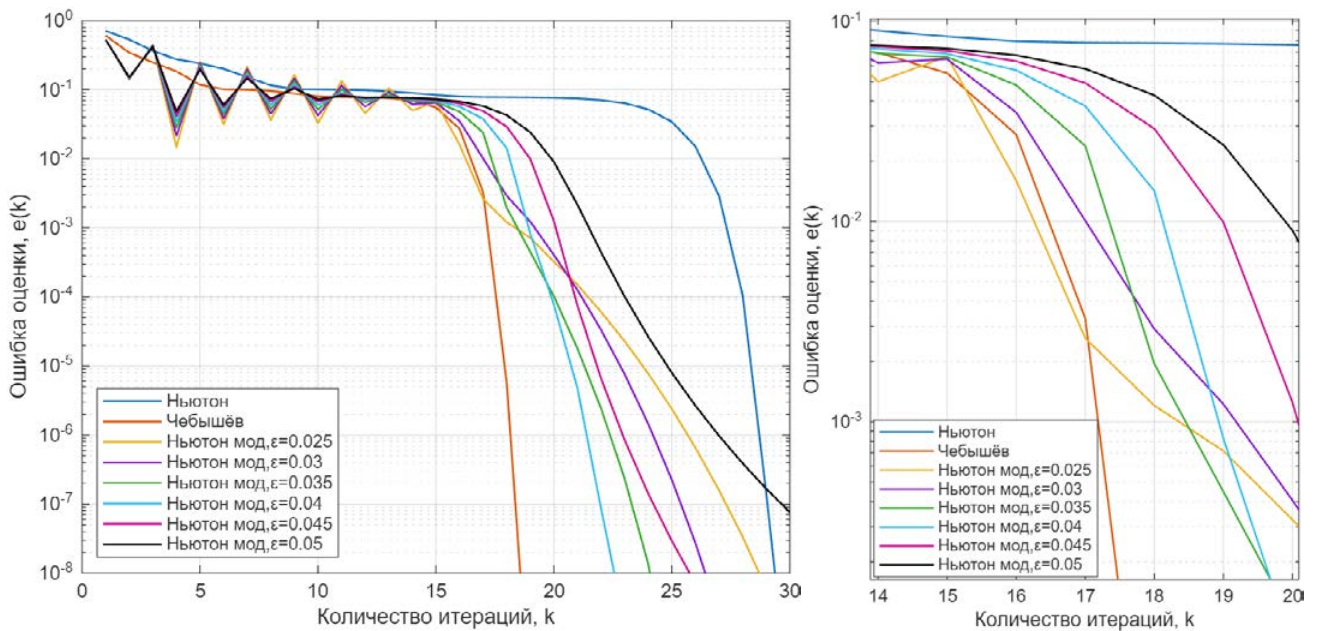


Рисунок 3.6 — Зависимости нормированной ошибки оценки обратной матрицы $e(k)$ от числа итерации k при различных значениях ε и фиксированном значении $\lambda_0 = 2,6$

Из данных на рисунках 3.5–3.6 следует, что, изменяя значения параметров λ_0 и ε можно регулировать характеристику сходимости модифицированного алгоритма Ньютона. Начальное значение параметра связи λ_0 следует задавать в пределах между 2 и 3, чем больше значение

параметра λ_0 , тем быстрее сходится модифицированный алгоритм Ньютона, приближаясь к характеристике сходимости алгоритма Чебышёва. Однако, при увеличении значения параметра λ_0 , тем грубее оценка на первой и второй шагах итерации, что при дальнейшем увеличении может привести к расхождению алгоритма. Значение параметра масштаба ε влияет на скорость изменения характеристики сходимости алгоритма, чем меньше значение ε , тем круче характеристика сходимости. Однако, при уменьшении значения параметра ε увеличивается значение λ_k на первых шагах итерации алгоритма, что приводит к быстрой сходимости к грубой оценке ($e(k) \approx 5 \cdot 10^{-3}$), но медленной сходимости к точной оценке ($e(k) \approx 1 \cdot 10^{-5}$). Отсюда следует, что при увеличении параметра λ_0 следует увеличивать значение параметра ε для компенсации точности оценки обратной матрицы. Если же требуется грубая оценка, можно выбирать малые значения параметра масштаба ε .

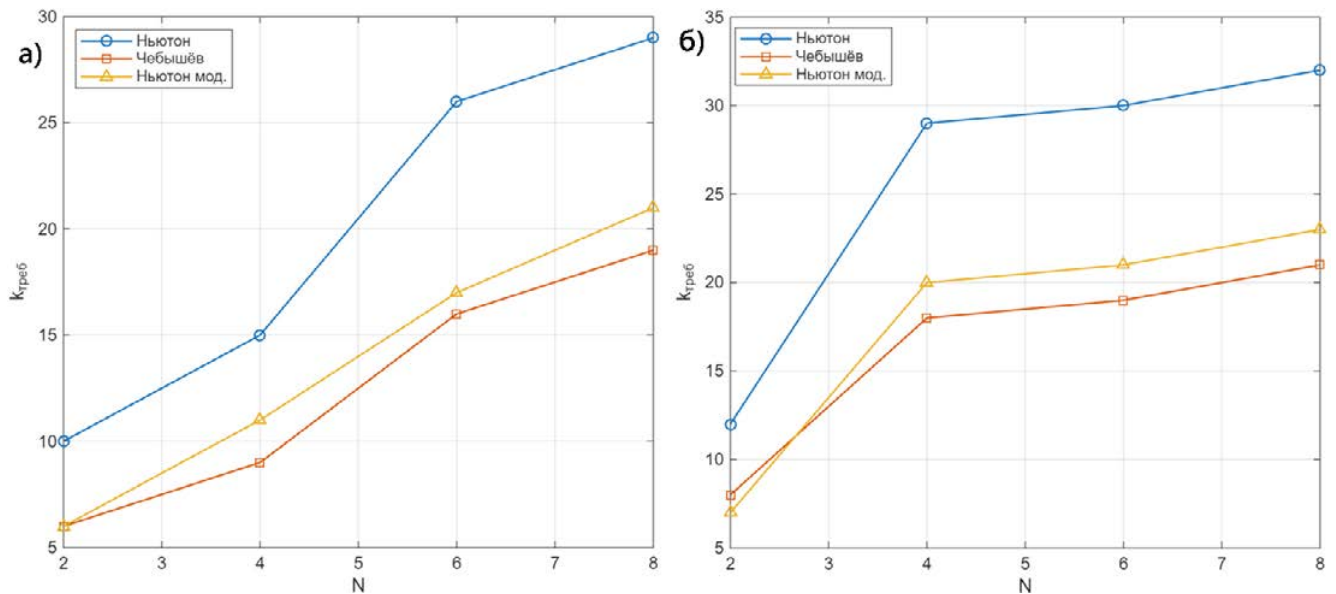
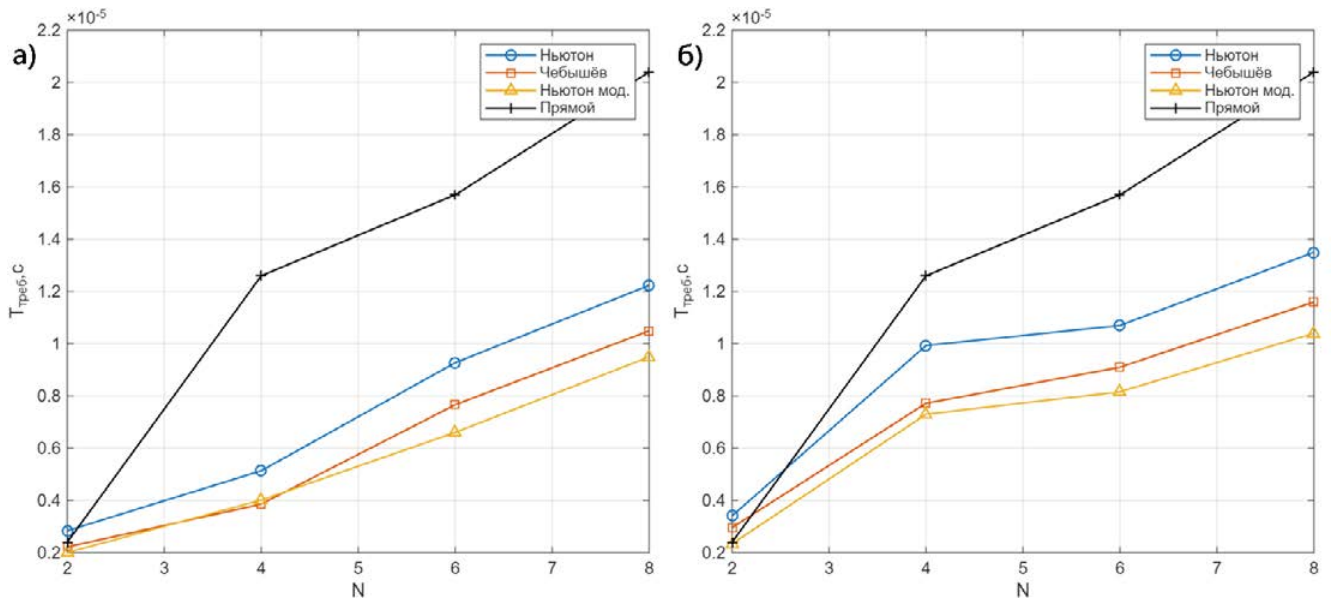
В таблице 3.3 приведены зависимости количество итераций, за которое сходится алгоритм $k_{\text{треб}}$ по уровню ошибки $1 \cdot 10^{-3}$ и $1 \cdot 10^{-5}$, требуемое время работы алгоритма $T_{\text{треб}}$ для обеспечения сходимости, а также оптимальные параметры модифицированного алгоритма Ньютона при различных значениях количества пользователей N и количестве антенных элементов БС $M = 16$. На рисунках 3.7–3.8 представлены требуемое количество итераций $k_{\text{треб}}$, а также требуемое время работы алгоритмов $T_{\text{треб}}$ для достижения уровня ошибки оценки обратной матрицы в $1 \cdot 10^{-3}$ и $1 \cdot 10^{-5}$.

Таблица 3.3 — Основные характеристики итерационных алгоритмов обращения матрицы Грама

N		2	4	6	8
Параметры Ньютон мод.	λ_0	2,6	2,4	2,4	2,4
	ε	0,12	0,08	0,04	0,02
$k_{\text{треб}}$ ($e(k) = 10^{-3}$)	Ньютон	10	15	26	29
	Чебышёв	6	9	16	19
	Ньютон мод.	6	11	17	21
$T_{\text{треб}}, \text{с}$ ($e(k) = 10^{-3}$)	Прямой метод	$2,40 \cdot 10^{-6}$	$1,26 \cdot 10^{-5}$	$1,57 \cdot 10^{-5}$	$2,04 \cdot 10^{-5}$
	Ньютон	$2,84 \cdot 10^{-6}$	$5,13 \cdot 10^{-6}$	$9,27 \cdot 10^{-6}$	$1,22 \cdot 10^{-5}$
	Чебышёв	$2,22 \cdot 10^{-6}$	$3,86 \cdot 10^{-6}$	$7,66 \cdot 10^{-6}$	$1,05 \cdot 10^{-5}$
	Ньютон мод.	$2,01 \cdot 10^{-6}$	$4,01 \cdot 10^{-6}$	$6,61 \cdot 10^{-6}$	$9,50 \cdot 10^{-6}$
$k_{\text{треб}}$ ($e(k) = 10^{-5}$)	Ньютон	12	29	30	32
	Чебышёв	8	18	19	21
	Ньютон мод.	7	20	21	23

Продолжение таблицы 3.3

N		2	4	6	8
$T_{\text{треб}}, \text{с}$ ($e(k) = 10^{-5}$)	Прямой метод	$2,40 \cdot 10^{-6}$	$1,26 \cdot 10^{-5}$	$1,57 \cdot 10^{-5}$	$2,04 \cdot 10^{-5}$
	Ньютон	$3,41 \cdot 10^{-6}$	$9,93 \cdot 10^{-6}$	$1,07 \cdot 10^{-5}$	$1,36 \cdot 10^{-5}$
	Чебышёв	$2,96 \cdot 10^{-6}$	$7,72 \cdot 10^{-6}$	$9,11 \cdot 10^{-6}$	$1,16 \cdot 10^{-5}$
	Ньютон мод.	$2,34 \cdot 10^{-6}$	$7,3 \cdot 10^{-6}$	$8,16 \cdot 10^{-6}$	$1,04 \cdot 10^{-5}$

Рисунок 3.7 — Зависимости требуемого количества итераций алгоритмов от N для достижения ошибки $e(k) = \text{а) } 10^{-3}, \text{ б) } 10^{-5}$ Рисунок 3.8 — Зависимости требуемого времени работы алгоритмов от N для достижения ошибки $e(k) = \text{а) } 10^{-3}, \text{ б) } 10^{-5}$

Данные из таблицы 3.3 показывают, что модифицированный алгоритм Ньютона обеспечивает сходимость оценки обратной матрицы Грама по уровням ошибки 10^{-3} и 10^{-5} примерно за то же количество итераций, что и алгоритм Чебышёва. За счёт того, что модифицированный алгоритм Ньютона обладает меньшей вычислительной сложностью по сравнению с алгоритмом Чебышёва, время работы модифицированного алгоритма Ньютона оказывается наименьшим из трёх рассмотренных итерационных алгоритмов обращения матриц. Оптимальное начальное значение параметра связи λ_0 следует выбирать равным 2,6 для порядка матрицы Грама $N = 2$ и равным 2,4 при большем значении N . При увеличении порядка матрицы Грама N , следует уменьшать значение параметра масштаба ε для обеспечения точной оценки обратной матрицы.

Оценкой эффективности рассматриваемых алгоритмов прекодирования является среднее значение ОСШП для всех АТ в результате прекодирования h_{iA}^2 (1.96). В таблице 3.4 приведены зависимости выигрыша в ОСШП Δh^2 от уровня шума в канале для $N = 2, 4, 6, 8$ при $M = 16$ для алгоритма ZF с использованием прямого метода обращения матрицы Грама, алгоритма Ньютона, Чебышёва и модифицированного алгоритма Ньютона. На рисунке 3.9 представлены зависимости выигрыша в ОСШП алгоритма ZF для различных методов обращения при $N = 2, 4, 6, 8$ и $M = 16$.

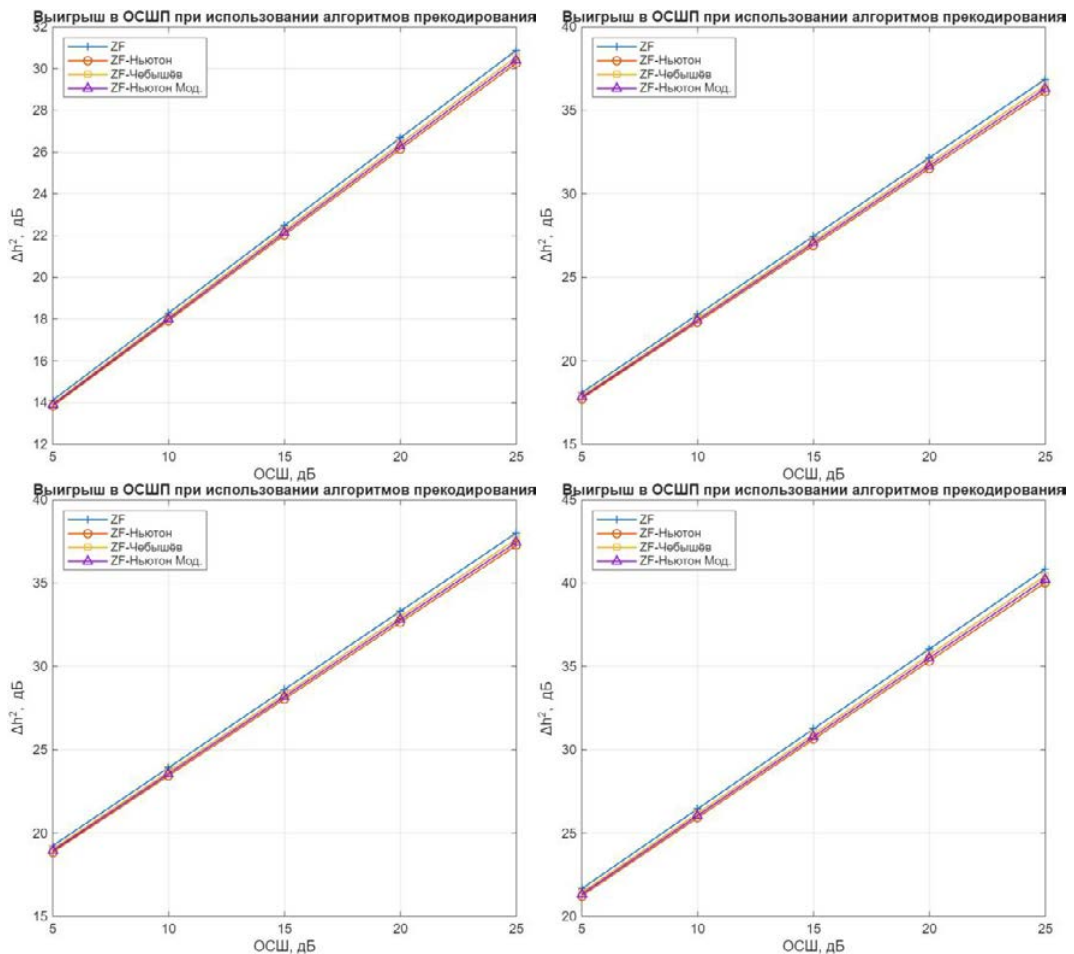


Рисунок 3.9 — Зависимости выигрыша в ОСШП алгоритма ZF для различных методов обращения при $N =$ а) 2, б) 4, в) 6, г) 8

Таблица 3.4 — Зависимость выигрыша в ОСШП алгоритма ZF для различных методов обращения от ОСШ в канале связи

ОСШ, дБ	Алгоритм обращения	N			
		2	4	6	8
5	Прямой метод	14,1	16,6	18,5	22,2
	Ньютон	14,0	16,5	18,2	22,0
	Чебышёв	14,1	16,5	18,3	22,1
	Ньютон мод.	14,0	16,5	18,4	22,0
10	Прямой метод	18,6	21,6	23,3	26,9
	Ньютон	18,4	21,4	23,1	26,6
	Чебышёв	18,5	21,2	23,2	26,7
	Ньютон мод.	18,5	21,2	23,2	26,7
15	Прямой метод	22,4	26,6	28,3	31,6
	Ньютон	22,2	26,3	28,1	31,3
	Чебышёв	22,3	26,5	28,2	31,4
	Ньютон мод.	22,3	26,4	28,2	31,3
20	Прямой метод	26,4	31,6	33,3	36,3
	Ньютон	26,1	31,3	33,0	35,9
	Чебышёв	26,2	31,4	33,2	36,1
	Ньютон мод.	26,2	31,4	33,1	36,0
25	Прямой метод	31,3	36,6	38,3	40,8
	Ньютон	31,0	36,2	38,0	40,6
	Чебышёв	31,2	36,4	38,2	40,7
	Ньютон мод.	31,1	36,3	38,1	40,7

Данные из таблицы 3.4 подтверждают точность работы итерационных алгоритмов линейного прекодирования. Рассмотренные методы обращения матрицы Грама имеют высокую точность, что сопоставимо с прямым способом обращения, что позволяет достичь практически одинаковых значений выигрыша в ОСШП Δh^2 для алгоритма ZF.

3.3 Нелинейные алгоритмы прекодирования

Преимуществами алгоритмов линейного прекодирования является относительно низкая вычислительная сложность, однако в случае большого количества АТ, когда отношение $M/N \approx 1$, эффективность использования алгоритмов линейного прекодирования значительно снижается в связи с высоким уровнем межканальной интерференции (МКИ) [108]. Для снижения МКИ используют алгоритмы нелинейного предварительного прекодирования, которая в дополнение к предыскажению сигнала осуществляет предварительное вычитание интерференционных составляющих по обратной связи [109]. Данный метод, известный как “последовательное избавление от интерференции” (от англ. sequence interference cancelation) позволяет достичь максимальной суммарной скорости и обеспечить обслуживание максимально возможного числа АТ N . Данный метод впервые был описан в работе [110] при описании алгоритма кодирования грязной бумаги (от англ. dirty paper coding — DPC). Однако, алгоритм DPC является непрактичным, поскольку требует сложной сигнальной обработки. Структурные схемы обработки сигналов при линейном и нелинейном прекодировании приведены на рисунке 3.10.

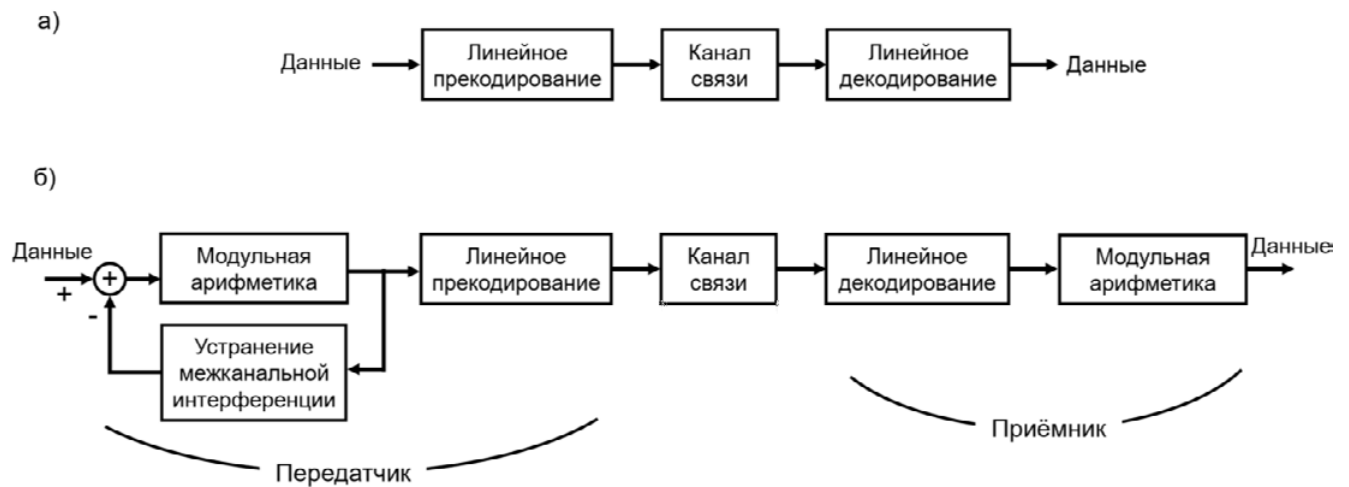


Рисунок 3.10 — Сравнение обработки сигналов при а) линейном и б) нелинейном прекодировании

Основные проблемы использования алгоритмов нелинейного прекодирования связаны с чувствительностью этих алгоритмов к информации о состоянии канала [111], а также дополнительной демодуляцией на приёмной стороне. Алгоритмы нелинейного прекодирования более чувствительны к неточностям задания канальной матрицы, поскольку линейное прекодирование основано на вычислениях пространственных предыскажений для каждого АТ, в то время как нелинейное прекодирование основано на методе последовательного устранения межканальной интерференции [112]. Для устранения побочных эффектов, связанных с неточной

оценкой канальной матрицы, в алгоритмах нелинейного прекодирования предполагается использование дополнительной обработки сигналов на приёмной стороне. Таким образом, методы ПОС осуществляются как на передающей, так и на приёмной стороне. В связи с эффектом устаревания канала связи оценка канала связи на восходящей и нисходящей линиях передач за счёт использования пилот-сигналов может отличаться [113]. В результате чего дополнительная обработка сигналов на приёмной стороне может вносить дополнительные искажения.

Повысить точность оценки канальной матрицы можно на основании метода, предложенного в пункте 3.1, который заключается в использовании дополнительных пилот-сигналов, а также регуляризации ковариационных матриц при вычислении канального вектора для каждого АТ [90]. Также в работе предлагается алгоритмы нелинейного прекодирования, которые не предполагают дополнительной ПОС на приёмной стороне, что позволяет исключить возможные ошибки при демодуляции, а также обеспечить устойчивую связь для АТ без дополнительной обработки сигналов.

3.3.1 Модифицированный алгоритм на основе LQ-разложения

Алгоритм Томлинсона-Харашима (ТН) является упрощённой и субоптимальной версией алгоритма DPC, который является комбинацией алгоритма DPC и модульной арифметики [114]. Алгоритм ТН состоит из линейного прекодирования, устранения МКИ по обратной связи и модульной арифметики на передающей стороне и линейного декодирования на приёмной стороне (рисунок 3.11). Данный алгоритм основан на LQ-разложении канальной матрицы $\mathbf{H}$ размером $N \times M$:

$$\mathbf{H} = \mathbf{L}\mathbf{Q}, \quad (3.15)$$

где $\mathbf{Q}$ — унитарная матрица размера $M \times M$, $\mathbf{L}$ — нижняя треугольная матрица размера $N \times M$ следующего вида:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{2,1} & l_{2,2} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{N,1} & l_{N,2} & \dots & l_{N,N} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

Затем вычисляется матрица коэффициентов усиления для каждого потока АТ $\mathbf{K}$ как обратная от диагональных элементов:

$$\mathbf{K} = \text{diag}\{\mathbf{L}\}^{-1} = \begin{bmatrix} l_{1,1}^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & l_{2,2}^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & l_{N,N}^{-1} \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Для устранения МКИ вычисляется матрица обратной связи (рисунок 3.11), которая служит для последовательного вычитания интерференционных компонент из весовых коэффициентов прекодирующей матрицы [115]:

$$\mathbf{B} = \mathbf{KL} - \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{l_{2,1} - l_{2,2}}{l_{2,2}} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{l_{3,1} - l_{3,3}}{l_{3,3}} & \frac{l_{3,2} - l_{3,3}}{l_{3,3}} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{l_{N,1} - l_{N,N}}{l_{N,N}} & \frac{l_{N,2} - l_{N,N}}{l_{N,N}} & \frac{l_{N,3} - l_{N,N}}{l_{N,N}} & \dots & \frac{l_{N,N-1} - l_{N,N}}{l_{N,N}} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Для осуществления линейного прекодирования (рисунок 3.11) вычисляется матрица прямой связи $\mathbf{F}$ как обратная матрице $\mathbf{Q}$. Из свойств унитарной матрицы матрица прямой связи может быть найдена как:

$$\mathbf{F} = \mathbf{Q}^H. \quad (3.19)$$

Предварительное вычитание интерференционных компонент приводит к увеличению мощности полезного сигнала на каждой ветви приёма. Использование модульной арифметики позволяет автоматически регулировать среднюю мощность сигнала [116]. Линейное декодирование в алгоритме ТН осуществляется путём умножения принятого сигнала на матрицу $\mathbf{K}$. Тогда принятый сигнал после декодирования $\hat{\mathbf{d}}$ будет равен:

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{K}\mathbf{n} = \mathbf{KLQF}\tilde{\mathbf{d}} + \mathbf{K}\mathbf{n} = \mathbf{d} + \mathbf{K}\mathbf{n}. \quad (3.20)$$

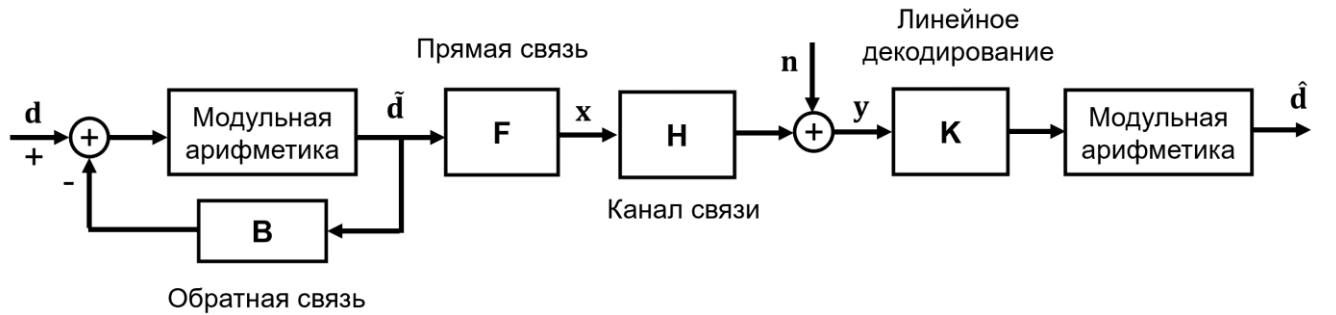


Рисунок 3.11 — Обработка сигналов в алгоритме ТН

Как видно из формулы (3.20), линейное декодирование служит для нормировки мощности принятого сигнала и не меняет ОСШП. Данная процедура эквивалентна умножению принятых символов для i -го АТ на свой коэффициент усиления $l_{i,i}^{-1}$, что в свою очередь предполагает оценку канала на приёмной стороне. Если коэффициент передачи слабо меняется с течением времени, то использование линейного декодирования с целью нормировки мощности входного сигнала может привести к дополнительным искажениям, связанным с неточной оценкой канала связи.

Аналогично алгоритмам MMSE и регуляризационного ZF [117], где происходит регуляризация диагональных элементов с целью учёта мощности шума в канале, можно произвести регуляризацию матрицы обратной связи [95]. Тогда матрица обратной связи для модифицированного алгоритма нелинейного прекодирования на основе LQ-разложения будет равна:

$$\mathbf{B} = \mathbf{K}\mathbf{L} - \alpha\mathbf{I}, \quad (3.21)$$

где $\alpha = 1 + \sigma^2$ — коэффициент масштаба, определяемый значением мощности АБГШ в канале σ^2 .

Таким образом, модифицированный алгоритм, основанный на LQ разложении, позволяет достичь усиления мощности передаваемого сигнала при низких значениях ОСШ в канале, а также обеспечить устранение МКИ. На рисунке 3.12 приведена структурная схема обработки сигналов в модифицированном алгоритме на основе LQ-разложения.

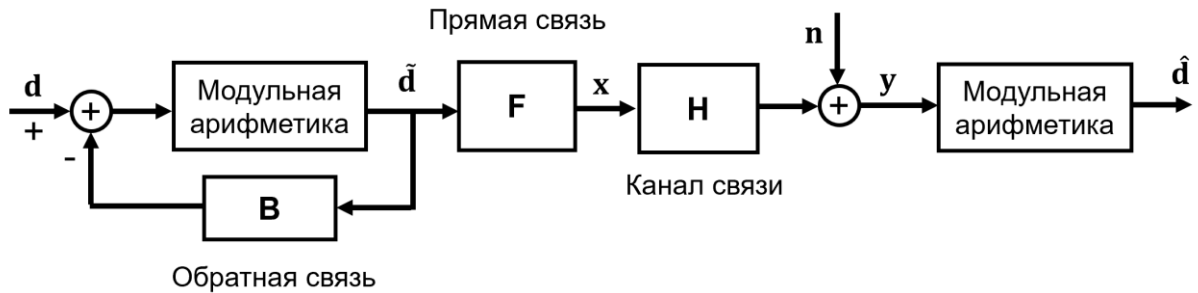


Рисунок 3.12 — Обработка сигналов в модифицированном алгоритме на основе LQ-разложения

На рисунке 3.13 представлены зависимости выигрыша в ОСШП Δh^2 от ОСШ в канале связи для $N = 1, 2, 4, 8$ и $M = 8$ при использовании алгоритмов линейного прекодирования: MRT, ZF, MMSE, а также алгоритмов нелинейного прекодирования: Томлинсона-Харашима (LQ) и модифицированного алгоритма на основе LQ-разложения. На рисунке 3.14 представлены зависимости выигрыша в ОСШП Δh^2 от количества АТ N для ОСШ в канале 0, 5, 10 и 20 дБ при использовании алгоритмов линейного и нелинейного прекодирования.

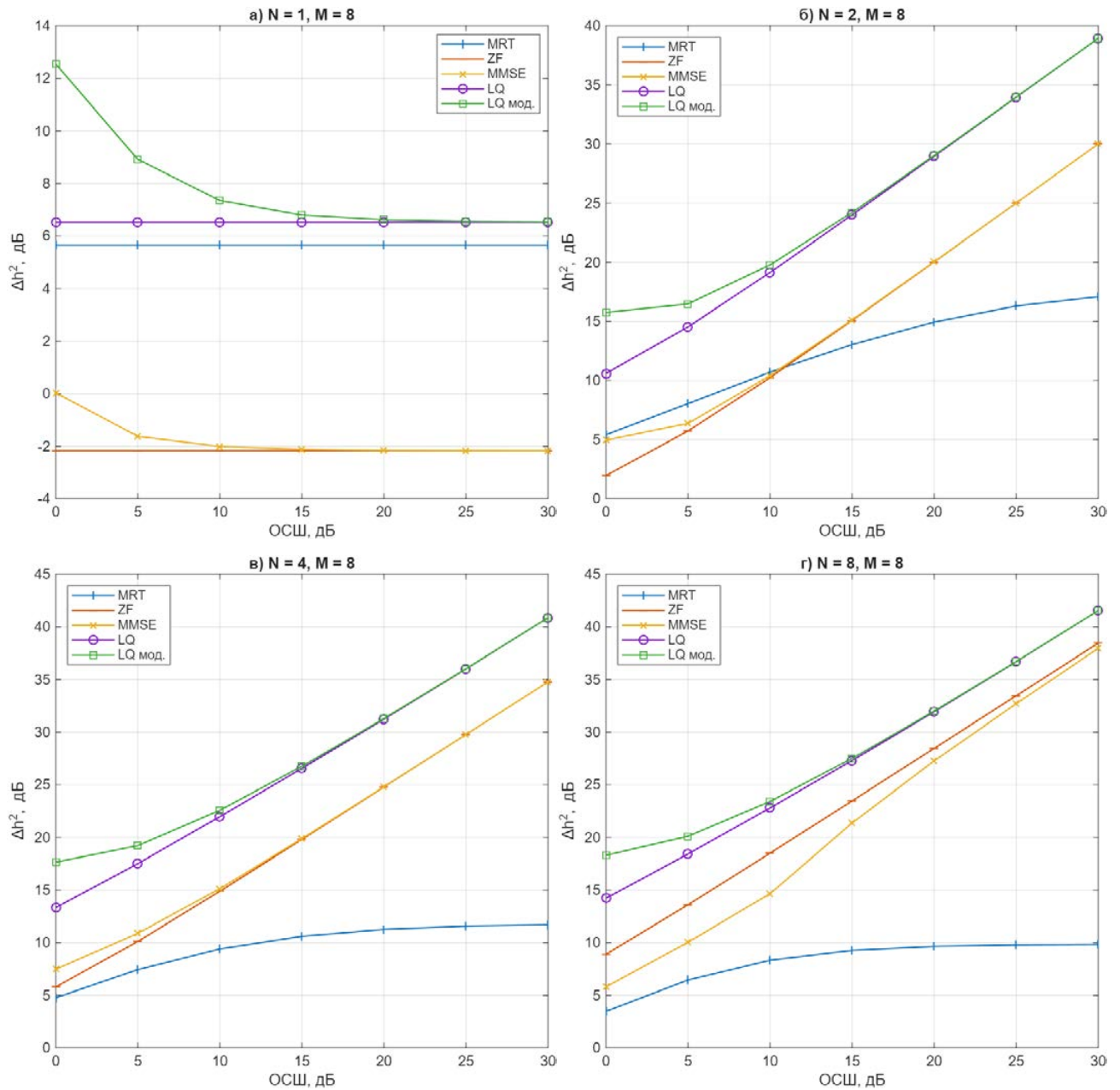


Рисунок 3.13 — Зависимости выигрыша в ОСШП от ОСШ в канале для различных алгоритмов прекодирования при $N =$ а) 1, б) 2, в) 4, г) 8

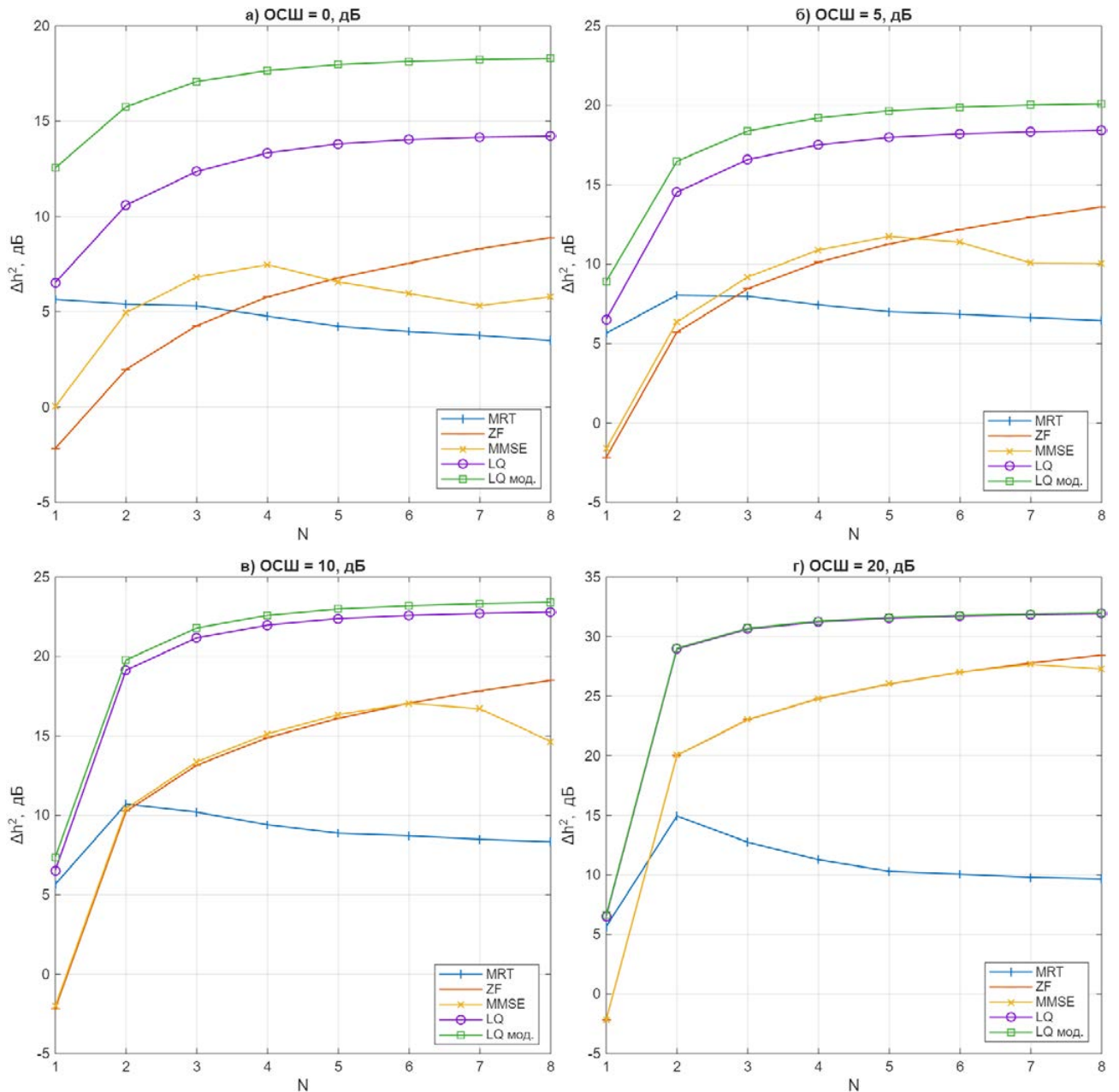


Рисунок 3.14 — Зависимости выигрыша в ОСПП от количества АТ N для различных алгоритмов прекодирования при ОСШ в канале а) 0, б) 5, в) 10, г) 20 дБ

Данные из рисунков 3.13–3.14 подтверждают эффективность использования алгоритмов нелинейного прекодирования, которые обеспечивают более устойчивую работу при различных сценариях сигнально-помеховой обстановки по сравнению с алгоритмами линейного прекодирования. Среди алгоритмов линейного прекодирования нет оптимального алгоритма с точки зрения выигрыша в ОСПП Δh^2 . Так, например, при $N = 1$ наибольший выигрыш в ОСПП имеет алгоритм MRT. При максимальной же нагруженности канала, когда $N/M \rightarrow 1$ наибольшее значение Δh^2 имеет алгоритм ZF. В то время как алгоритм MMSE показывает наилучшие значения Δh^2 при низком ОСШ, а также средней нагруженности канала, когда $N/M \approx 1/2$. В то же время использование алгоритма нелинейного прекодирования на основе LQ-разложения

обеспечивает больший выигрыш в ОСШП по сравнению с алгоритмами линейного прекодирования. Так при благоприятных условиях (малой загруженности канала и высоком значении ОСШ) Δh^2 больше на 8 дБ. При неблагоприятных же условиях (высокой загруженности канала и низком значении ОСШ) Δh^2 больше на 3 дБ. Предложенная модификация алгоритма на основе LQ-разложения, связанная с регуляризацией матрицы обратной связи, обеспечивает устойчивую работу при низких значениях ОСШ в канале. Так при ОСШ = 0 дБ Δh^2 увеличивается на 6 дБ в условиях минимальной загруженности и на 4 дБ в условиях максимальной. С увеличением ОСШ в канале значение Δh^2 приближается к классическому алгоритму на основе LQ-разложения.

3.3.2 Алгоритмы на основе сингулярного разложения

В [118, 119] предложены алгоритмы линейного прекодирования на основе сингулярного разложения. При таком подходе матрица канала диагонализуется за счёт сингулярного разложения и последующего удаления двух унитарных матриц посредством предварительного и последующего умножения на передатчике и приемнике соответственно. Преимуществом использования сингулярного разложения является разделение канальной матрицы на независимые подканалы, что улучшает точность осуществляемого прекодирования и позволяет максимизировать пропускную способность канала связи.

Канальная матрица $\mathbf{H}$ размером $N \times M$ раскладывается на сингулярную матрицу $\mathbf{S}$ размером $N \times M$:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{1,1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & s_{2,2} & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & s_{N,N} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

и две унитарные матрицы $\mathbf{U}$ размером $N \times N$ и $\mathbf{V}$ размером $M \times M$:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^H. \quad (3.23)$$

В данном алгоритме матрица линейного прекодирования равна $\mathbf{V}$, а матрица линейного декодирования равна $\mathbf{U}^H$. Тогда вектор сигналов на приёмной стороне после декодирования будет равен:

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{U}^H \mathbf{y} = \mathbf{U}^H (\mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n}) = \mathbf{U}^H (\mathbf{H} \mathbf{V} \mathbf{d} + \mathbf{n}) = \mathbf{S} \mathbf{d} + \mathbf{U}^H \mathbf{n}. \quad (3.24)$$

Таким образом, при использовании прекодирования на основе сингулярного разложения происходит усиление информационных символов на коэффициенты $s_{i,i}$ для каждого i -го АТ.

Недостатком данного метода является линейное декодирование, которое требует оценку канала на приёмной стороне, что может привести к дополнительным искажениям, связанным с неточной оценкой канала связи.

На основе методов сингулярного разложения канальной матрицы, а также устранения МКИ [109], был получен алгоритм нелинейного прекодирования на основе сингулярного разложения [95]. В данном алгоритме используются такие матрицы прямой $\mathbf{F}$ и обратной $\mathbf{B}$ связи, которые удовлетворяют следующему выражению для принятого сигнала:

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{H}\mathbf{F}(\mathbf{I} - \mathbf{B})\mathbf{d} + \mathbf{n} = \mathbf{S}\mathbf{d} + \mathbf{n}. \quad (3.25)$$

Произведём сингулярное разложение канальной матрицы $\mathbf{H}$ и получим следующее выражение:

$$\mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^H\mathbf{F}(\mathbf{I} - \mathbf{B}) = \mathbf{S}. \quad (3.26)$$

Тогда матрица прямой связи будет равна:

$$\mathbf{F} = \mathbf{V}\mathbf{S}^+, \quad (3.27)$$

где $\mathbf{S}^+$ — псевдообратная матрица размером $M \times N$ от диагональной матрицы $\mathbf{S}$:

$$\mathbf{S}^+ = \text{diag}\{\mathbf{S}\}^{-1} = \begin{bmatrix} s_{1,1}^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & s_{2,2}^{-1} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & s_{N,N}^{-1} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Остаётся найти матрицу обратной связи $\mathbf{B}$, которая должна удовлетворять следующему равенству:

$$\mathbf{U}(\mathbf{I} - \mathbf{B}) = \mathbf{S}. \quad (3.29)$$

Выразим из (3.29) матрицу $\mathbf{B}$ и получим:

$$\mathbf{B} = \mathbf{I} - \mathbf{U}^H\mathbf{S}. \quad (3.30)$$

Таким образом, алгоритм нелинейного прекодирования, основанный на сингулярном разложении канальной матрицы, позволяет достичь усиление информационных символов при устранении МКИ.

Данный алгоритм можно модифицировать для обеспечения устойчивой работы при высоком уровне шума в канале связи, аналогично процедуре (3.21). Тогда матрица обратной связи для модифицированного алгоритма нелинейного прекодирования на основе сингулярного разложения будет равна:

$$\mathbf{B} = \alpha \mathbf{I} - \mathbf{U}^H \mathbf{S}. \quad (3.31)$$

На рисунке 3.15 представлены зависимости выигрыша в ОСШП Δh^2 от ОСШ в канале связи для $N = 1, 2, 4, 8$ и $M = 8$ при использовании алгоритмов нелинейного прекодирования: на основе LQ-разложения, на основе сингулярного разложения (SVD), а также их модификации для работы в условиях высокого уровня шума. Также, для удобства сравнения эффективности, на рисунке 3.15 приведён алгоритм линейного прекодирования MMSE. На рисунке 3.16 представлены зависимости выигрыша в ОСШП Δh^2 от количества АТ N для ОСШ в канале 0, 5, 10 и 20 дБ при использовании этих алгоритмов.

Данные из рисунков 3.15–3.16 подтверждают эффективность использования алгоритмов нелинейного прекодирования, основанных на сингулярном разложении. В то время как значения Δh^2 для алгоритмов на основе LQ-разложения практически перестаёт изменяться при увеличении N с $M/2$ до M , предложенный алгоритм на основе сингулярного разложения показывает увеличение значений Δh^2 с ростом числа АТ N . При максимальной нагрузженности канала данный алгоритм позволяют достичь значений Δh^2 на 1,9 дБ больше при ОСШ в канале 0 дБ и на 5 дБ больше при ОСШ в канале 20 дБ. Использование модификации алгоритма нелинейного прекодирования на основе сингулярного разложения позволяет повысить значение Δh^2 на 2,67 дБ при минимальной нагрузженности канала и на 2,37 дБ при максимальной.

В статьях [107, 120] рассматривается оценка вычислительной сложности алгоритмов линейного прекодирования. В [42] приведена оценка вычислительной сложности процедуры LQ-разложения, которая равна:

$$C = \frac{2N^3}{3} + 4M^2N - 2MN^2, \quad (3.32)$$

а также сингулярного разложения:

$$C = 6M^2N + 20N^3. \quad (3.33)$$

Также с учётом того, что нижняя треугольная матрица порядка N содержит $(N^2 + N)/2$ ненулевых элементов. Можно оценить вычислительную сложность для алгоритмов на основе LQ и сингулярном разложениях. В таблице 3.5 приведена вычислительная сложность алгоритмов линейного и нелинейного прекодирования.

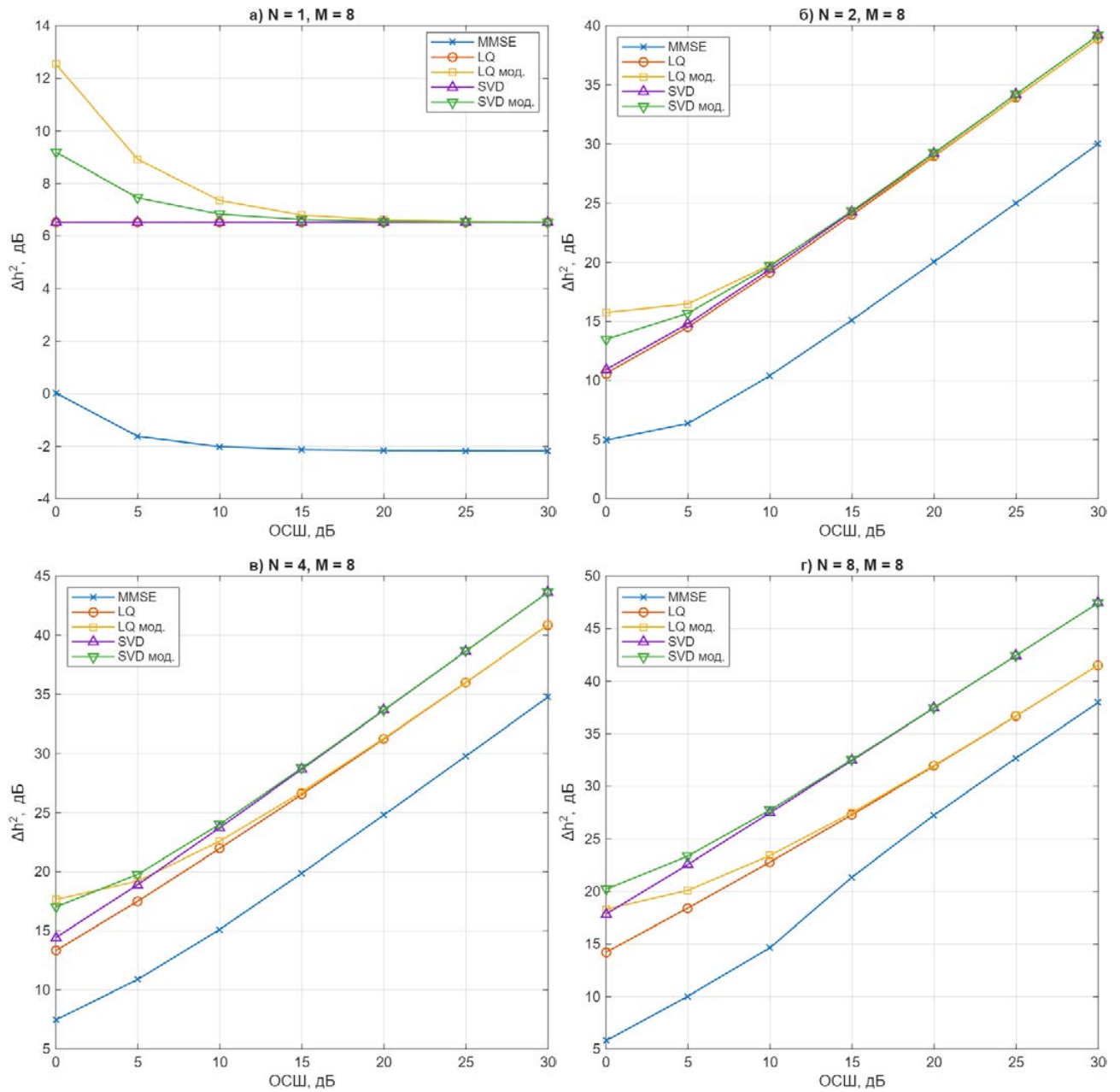


Рисунок 3.15 — Зависимости выигрыша в ОСШП от ОСШ в канале для различных алгоритмов прекодирования при $N =$ а) 1, б) 2, в) 4, г) 8

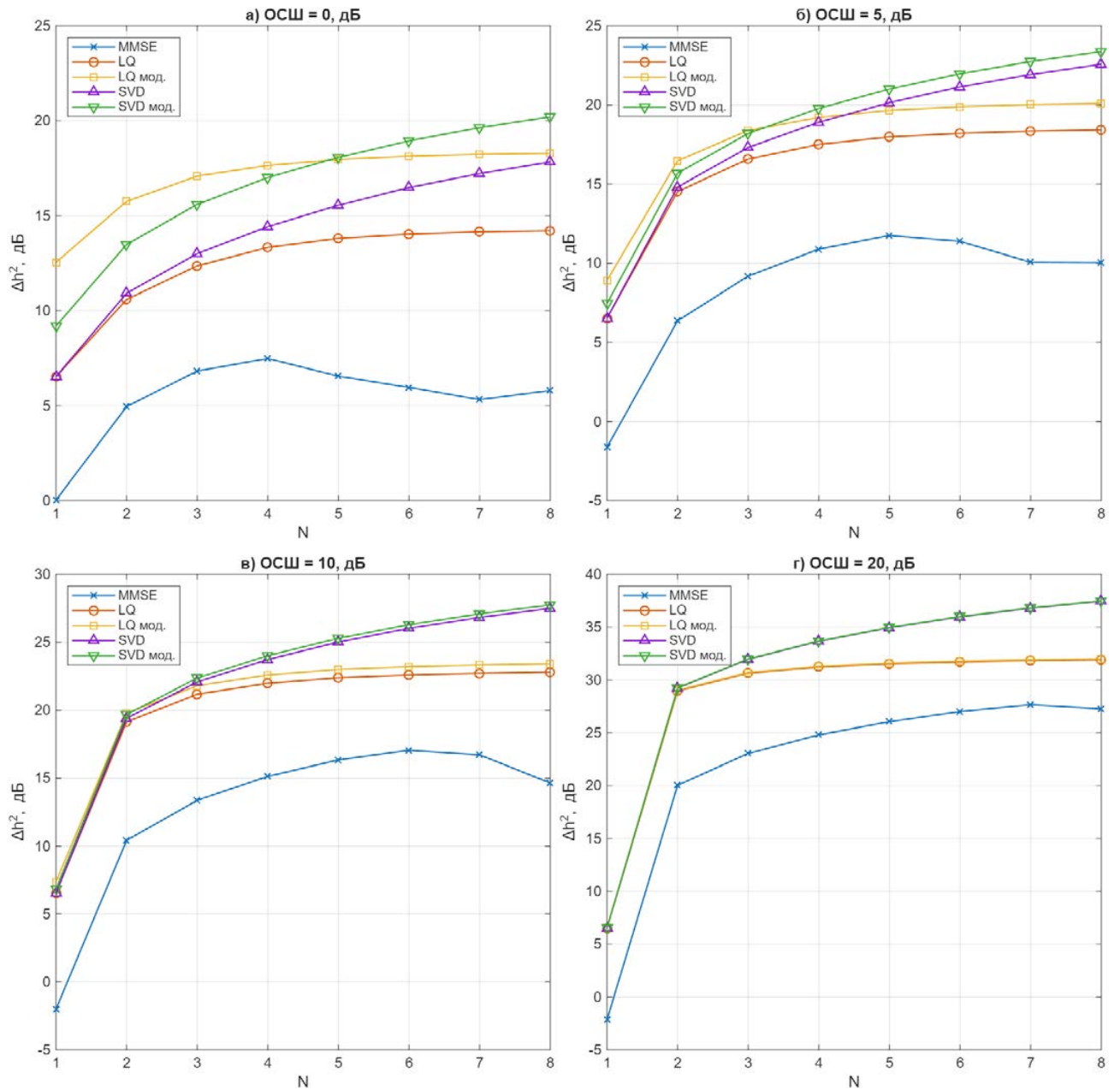


Рисунок 3.16 — Зависимости выигрыша в ОСПП от количества АТ N для различных алгоритмов прекодирования при ОСШ в канале а) 0, б) 5, в) 10, г) 20 дБ

Таблица 3.5 — Вычислительная сложность алгоритмов прекодирования

Алгоритм	Вычислительная сложность
MRT	MN
ZF	$N^3 + 2MN^2 + MN + M$
MMSE	$3N^3 + 2N^2 + M^2N + MN^2 + M$
LQ	$\frac{2N^3}{3} + 4M^2N - 2MN^2 + \frac{N^2 + N}{2} + MN$
LQ мод.	$\frac{2N^3}{3} + 4M^2N - 2MN^2 + \frac{N^2 + 2N}{2} + MN$
SVD	$6M^2N + 20N^3 + N^2 + MN + N$
SVD мод.	$6M^2N + 20N^3 + N^2 + MN + 2N$

В таблице 3.6 приведены значения требуемого времени работы алгоритмов прекодирования $T_{\text{треб}}$ при различных значениях количества АТ N и количестве антенных элементов БС $M = 8$. На рисунке 3.17 представлены зависимости требуемого времени работы алгоритмов прекодирования $T_{\text{треб}}$ от количества АТ N . В таблице 3.7 приведены значения выигрыша в ОСШП относительно оптимального алгоритма линейного прекодирования MMSE при различных значениях ОСШ в канале и количестве АТ N .

Таблица 3.6 — Требуемое время работы алгоритмов прекодирования

Алгоритм	N			
	1	2	4	8
MRT	$1,61 \cdot 10^{-6}$	$6,23 \cdot 10^{-6}$	$6,81 \cdot 10^{-6}$	$6,89 \cdot 10^{-6}$
ZF	$1,85 \cdot 10^{-6}$	$6,71 \cdot 10^{-6}$	$8,69 \cdot 10^{-6}$	$8,72 \cdot 10^{-6}$
MMSE	$3,45 \cdot 10^{-6}$	$8,41 \cdot 10^{-6}$	$1,05 \cdot 10^{-5}$	$1,06 \cdot 10^{-5}$
LQ	$1,57 \cdot 10^{-5}$	$1,24 \cdot 10^{-4}$	$1,31 \cdot 10^{-4}$	$1,42 \cdot 10^{-4}$
LQ мод.	$2,06 \cdot 10^{-5}$	$1,26 \cdot 10^{-4}$	$1,35 \cdot 10^{-4}$	$1,44 \cdot 10^{-4}$
SVD	$3,71 \cdot 10^{-5}$	$1,30 \cdot 10^{-4}$	$1,45 \cdot 10^{-4}$	$1,48 \cdot 10^{-4}$
SVD мод.	$3,76 \cdot 10^{-5}$	$1,32 \cdot 10^{-4}$	$1,50 \cdot 10^{-4}$	$1,51 \cdot 10^{-4}$

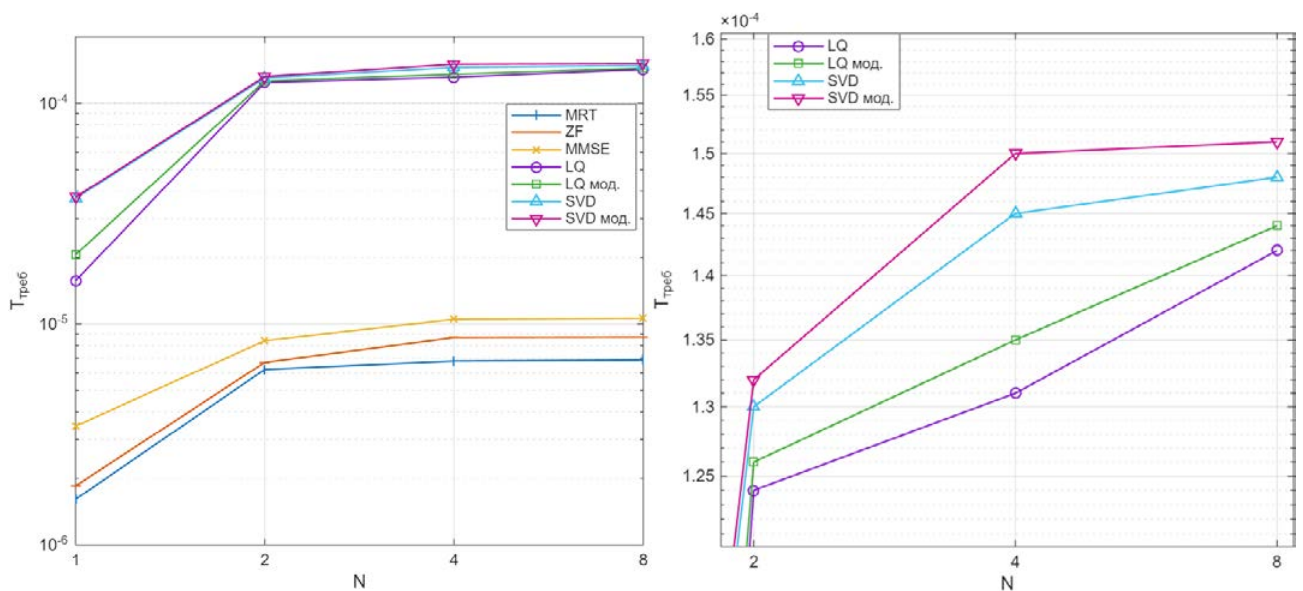


Рисунок 3.17 — Зависимости требуемого времени работы алгоритмов от N

Данные из таблицы 3.6 показывают, что алгоритмам линейного прекодирования, обладающим низкой вычислительной сложностью, требуется на порядок меньше времени вычисления по сравнению с алгоритмами нелинейного прекодирования. В то же время

алгоритмы нелинейного прекодирования позволяют достичь большего значения ОСШП, и позволяют достичь большей эффективности при высокой нагрузке канала. В таблице 3.7 приведены значения выигрыша в ОСШП относительно оптимального алгоритма линейного прекодирования MMSE.

Таблица 3.7 — Выигрыш в ОСШП относительно алгоритма MMSE

ОСШ, дБ	Алгоритм прекодирования	N			
		1	2	4	8
0	LQ	6,3	5,6	5,6	8,4
	LQ мод.	12,5	10,8	10,2	12,5
	SVD	6,5	6,0	7,0	12,0
	SVD мод.	9,2	8,5	9,5	14,4
5	LQ	8,2	8,2	6,6	8,4
	LQ мод.	10,5	10,1	8,3	10,1
	SVD	8,2	8,5	8,0	12,5
	SVD мод.	9,1	9,3	8,9	13,3
10	LQ	8,5	8,7	6,8	8,2
	LQ мод.	9,4	9,4	7,5	8,8
	SVD	8,5	9,0	8,6	12,8
	SVD мод.	8,8	9,3	8,8	13,1
20	LQ	8,7	8,9	6,4	4,7
	LQ мод.	8,8	9,0	6,4	4,7
	SVD	8,7	9,2	8,8	10,2
	SVD мод.	8,7	9,2	8,9	10,2
30	LQ	8,7	8,9	6,1	3,6
	LQ мод.	8,7	8,9	6,1	3,6
	SVD	8,7	9,2	8,9	9,5
	SVD мод.	8,7	9,2	8,9	9,5

Данные из таблицы 3.8 показывают, что предложенный алгоритм на основе сингулярного разложения имеет преимущество перед существующим алгоритмом на основе сингулярного разложения, который позволяет увеличить значение выигрыша в ОСШП Δh^2 на 1,9 дБ больше при ОСШ в канале 0 дБ и на 5,9 дБ больше при ОСШ в канале 30 дБ. Проведённое моделирование о времени работы алгоритмов показывает, что алгоритм на основе сингулярного разложения проигрывает не более чем на 4,3% по сравнению с алгоритмом на основе LQ-разложения при

максимальной нагруженности канала и не более чем на 10% при средней нагруженности канала (таблица 3.7). Предложенные модификации алгоритмов на основе регуляризации матриц обратной связи позволяют увеличить значения Δh^2 минимум на 2,37 дБ для алгоритма на основе сингулярного разложения и на 4,1 дБ для алгоритма на основе LQ-разложения.

3.4 Алгоритмы прекодирования с ограничением пик-фактора

Использование методов прекодирования на передающей стороне позволяет согласовать передаваемый сигнал с каналом связи путём формирования ортогональных лучей диаграммы направленности в направлении каждого из обслуживаемых АТ. В то же время данный метод приводит к увеличению пик-фактора результирующего сигнала на входе каждого усилителя мощности передающего тракта ЦАР [121].

Пик-фактор — отношение максимального мгновенного значения сигнала к его действующему. На деле же часто используют другой параметр — отношение пиковой мощности к средней (PAPR). Для дискретного сигнала значение PAPR может быть найден по следующей формуле:

$$PAPR = 10 \lg \left\{ \frac{\max_k |\mathbf{x}(k)|^2}{\mathbb{M}[|\mathbf{x}(k)|^2]} \right\}. \quad (3.34)$$

Уменьшение значения PAPR является одной из важных проблем при разработке систем прекодирования [122, 123]. Высокое значение PAPR является критической проблемой для усилителей мощности, работающим в режиме близкому к насыщению [21]. Сигналы с высоким значением PAPR подвергаются нелинейным искажениям, что приводит к следующим негативным эффектам:

- внутрисполосные искажения, которые приводят к искажению формы созвездия, что в свою очередь приводит к увеличению BER за счёт нарушения ортогональности поднесущих;
- внеполосные искажения, которые связаны с расширением спектра на выходе нелинейных усилителей мощности, что приводит к нарушению требований электромагнитной совместимости.

При анализе эффективности методов ограничения значения PAPR используется кумулятивная функция распределения (от англ. Complementary Cumulative Distribution Function — CCDF), которая определяет вероятность того, что значение PAPR превысит заданный порог $PAPR_0$. График CCDF показывает, с какой вероятностью возможны возникновения пиков большой амплитуды сигнала:

$$CCDF(PAPR_0) = P(PAPR > PAPR_0). \quad (3.35)$$

Одним из простых методов снижения PAPR является метод амплитудного ограничения (АО), который заключается в ограничении амплитуды для каждого элемента вектора передаваемого сигнала $\mathbf{x}(k)$ при превышении некоторого порога A_{max} с сохранением фазы $\mathbf{x}(k)$ [124]:

$$x_{CL,i}(k) = \begin{cases} x_i(k), & |x_i(k)| \leq A_{max}, \\ A_{max} \cdot e^{j \cdot \arg\{x_i(k)\}}, & |x_i(k)| > A_{max}, \end{cases} \quad (3.36)$$

где $x_{CL,i}(k)$ — отсчёт передаваемого сигнала после АО для i -го АТ, $\arg\{x(k)\}$ — фаза отсчёта передаваемого сигнала. Пороговое значение A_{max} связано с уровнем ограничения CL (от англ. clipping level) [125], который задаётся в дБ и определяется следующим образом:

$$CL = 10 \lg \left\{ \frac{P_{max}}{\bar{P}} \right\}, \quad (3.37)$$

где $\bar{P}$ — средняя мощность сигнала $x(k)$, а P_{max} — максимальная мощность сигнала после АО:

$$P_{max} = \bar{P} \cdot 10^{CL/10}, \quad (3.38)$$

$$A_{max} = \sqrt{P_{max}}. \quad (3.39)$$

Метод АО является нелинейным, поэтому при анализе выбора оптимального значения CL будут рассмотрены значения снижения ОСШП при применении метода снижения PAPR:

$$\Delta h_{PAPR}^2 = h_{A+PAPR}^2 - h_A^2, \quad (3.40)$$

где h_A^2 — ОСШП в результате применения алгоритма прекодирования без метода снижения PAPR, h_{A+PAPR}^2 — ОСШП в результате применения алгоритма прекодирования совместно с методом снижения PAPR.

Другим методом ограничения PAPR является метод выборочного отображения (ВО), который не вносит искажений в амплитуду передаваемого сигнала $\mathbf{x}(k)$, а вносит фазовые сдвиги в передаваемую последовательность информационных сигналов $\mathbf{x}(k)$. Метод ВО заключается в создании U независимых реализаций одного и того же вектора информационных сигналов путём умножения вектора $\mathbf{x}(k)$ на матрицу фазовых коэффициентов [126]. Алгоритм метода ВО состоит из следующих этапов:

- 1) Создание матрицы всевозможных комбинаций фазовых коэффициентов Φ . Так, например, для $U = 4$ элементы матрицы Φ выбираются из множества $\{+1, +j, -1, -j\}$.
- 2) Вычисление PAPR исходной последовательности.
- 3) Вычисление БПФ исходной последовательности $\mathbf{x}(k)$.

- 4) Умножение матрицы Φ по столбцам на БПФ последовательности $\mathbf{x}(k)$.
- 5) Вычисляется ОБПФ новых последовательностей $\tilde{\mathbf{x}}_u(k)$.
- 6) Для каждого из U последовательностей $\tilde{\mathbf{x}}_u(k)$ вычисляется PAPR.
- 7) Результаты значений PAPR исходной последовательности $\mathbf{x}(k)$ и новых $\tilde{\mathbf{x}}_u(k)$ сравниваются между собой. Выбирается та реализация, которая обладает наименьшим значением PAPR.

Вычислительная сложность описанного алгоритма составляет:

$$C = UN + N \log_2(N) + UN \log_2(UN), \quad (3.41)$$

где U — количество реализаций, N — количество АТ. Чем больше количество реализаций U , тем больше эффективность алгоритма, однако это приводит к росту вычислительной сложности алгоритма [127].

В [96] предложено использование методов уменьшения PAPR совместно с алгоритмами прекодирования. Оптимальные параметры методов АО и ВО во многом определяются видом и порядком модуляции [126]. Для анализа эффективности использования совместного использования методов снижения PAPR и алгоритмов прекодирования рассмотрим на примере модуляции QPSK. Определим оптимальные параметры методов АО и ВО для алгоритма прекодирования MMSE при $M = 8$ и $N = 4$. На рисунке 3.18 представлены графики CCDF при использовании метода АО с различными значениями уровня ограничения CL , а также метода ВО с различным числом реализаций U . На рисунке 3.19 представлены зависимости снижения ОСШП Δh_{PAPR}^2 для алгоритма MMSE ($M = 8, N = 4$) при использовании методов АО и ВО.

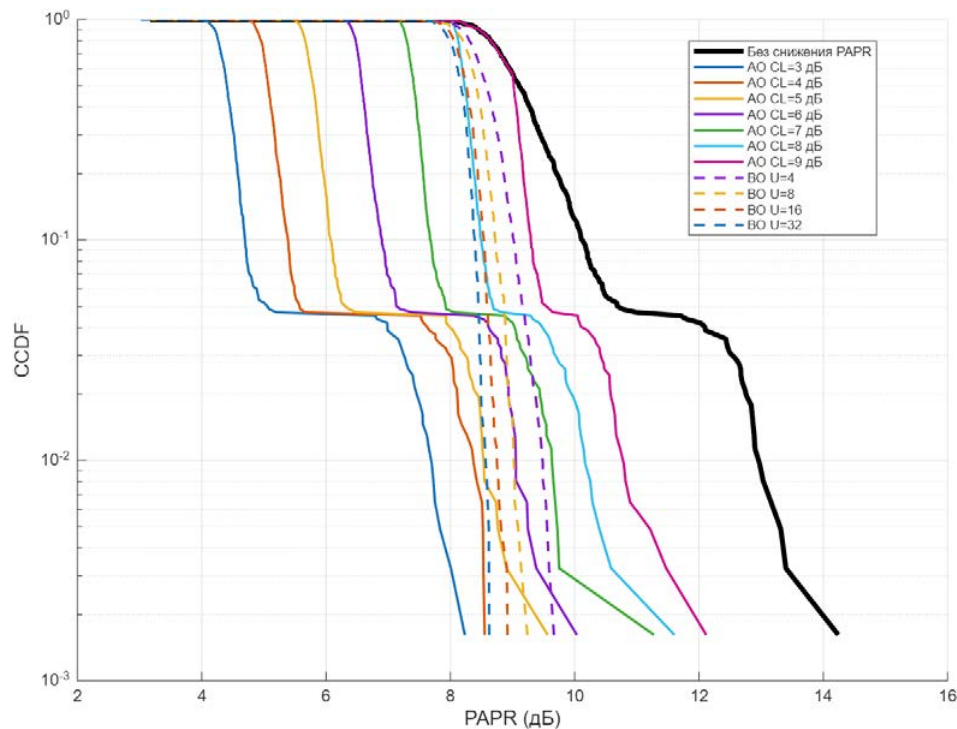


Рисунок 3.18 — Графики CCDF при использовании методов АО и ВО

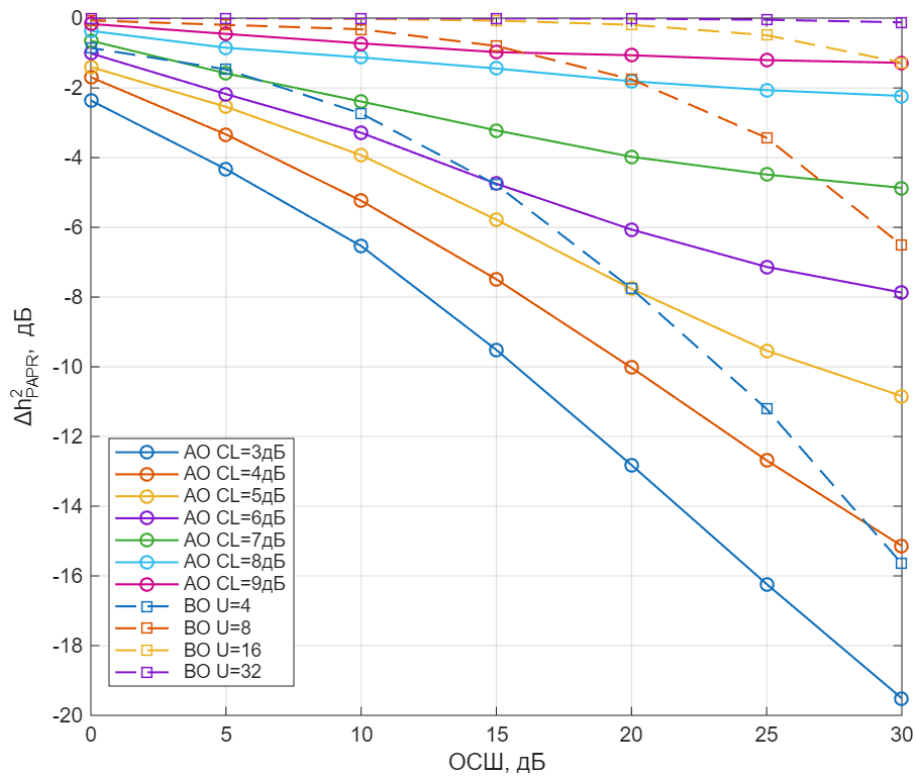


Рисунок 3.19 — Зависимость снижения ОСШП Δh^2_{PAPR} для алгоритма MMSE при использовании методов ограничения PAPR

На основании данных из рисунка 3.19 для метода АО приемлемыми значениями являются $CL = 8,9$ дБ при которых происходит снижение ОСШП Δh^2_{PAPR} не более чем на 3 дБ. Для метода ВО приемлемые значения $U = 16, 32$. Из рисунка 3.18 можно определить, что для метода АО кривая CCDF при $CL = 9$ дБ (по уровню вероятности 0,5) практически не приводит к снижению PAPR. При $CL = 8$ дБ PAPR снижается на 1 дБ. Для метода ВО наибольшее снижение PAPR наблюдается при $U = 32$.

В таблицах 3.8–3.9 приведены значения снижения ОСШП Δh^2_{PAPR} при использовании методов АО и ВО для алгоритмов линейного прекодирования: MRT, ZF, MMSE; а также нелинейного прекодирования: на основе LQ-разложения и его модификация, на основе сингулярного разложения (SVD) и его модификация при различных значениях ОСШ в канале и количестве АТ N . На рисунках 3.20–3.27 приведены зависимости выигрыша в ОСШП Δh^2 от ОСШ в канале для рассматриваемых алгоритмов прекодирования без использования методов снижения PAPR и совместно с ними.

Таблица 3.8 — Изменение ОСШП при использовании АО

ОСШ, дБ	Алгоритм прекодирования	N			
		1	2	4	8
0	MRT	$4,8 \cdot 10^{-2}$	$-1,5 \cdot 10^{-1}$	$-2,4 \cdot 10^{-1}$	$-5,4 \cdot 10^{-1}$
	ZF	$1,2 \cdot 10^{-1}$	$7,0 \cdot 10^{-2}$	$-2,7 \cdot 10^{-1}$	$-1,2$
	MMSE	$9,6 \cdot 10^{-2}$	$-4,4 \cdot 10^{-1}$	$-3,6 \cdot 10^{-1}$	$-6,9 \cdot 10^{-1}$
	LQ	$6,6 \cdot 10^{-1}$	$-5,8 \cdot 10^{-2}$	$-3,5 \cdot 10^{-1}$	$-1,1$
	LQ мод.	$6,6 \cdot 10^{-1}$	$-3,4 \cdot 10^{-1}$	$-6,9 \cdot 10^{-1}$	$-4,6 \cdot 10^{-1}$
	SVD	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$-2,6 \cdot 10^{-1}$	$-1,6$	$-3,6$
	SVD мод.	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$-2,3 \cdot 10^{-1}$	$-1,5$	$-3,2$
5	MRT	$4,8 \cdot 10^{-2}$	$-1,3 \cdot 10^{-1}$	$-2,6 \cdot 10^{-1}$	$-5,9 \cdot 10^{-1}$
	ZF	$1,2 \cdot 10^{-1}$	$-7,0 \cdot 10^{-2}$	$-6,4 \cdot 10^{-1}$	$-2,2$
	MMSE	$1,0 \cdot 10^{-1}$	$-1,3 \cdot 10^{-1}$	$-8,5 \cdot 10^{-1}$	$-1,8$
	LQ	$6,6 \cdot 10^{-1}$	$-2,9 \cdot 10^{-1}$	$-6,3 \cdot 10^{-1}$	$-1,6$
	LQ мод.	$6,6 \cdot 10^{-1}$	$-4,4 \cdot 10^{-1}$	$-7,2 \cdot 10^{-1}$	$-1,2$
	SVD	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$-4,1 \cdot 10^{-1}$	$-2,2$	$-4,8$
	SVD мод.	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$-3,5 \cdot 10^{-1}$	$-2,1$	$-5,1$
10	MRT	$4,8 \cdot 10^{-2}$	$-1,1 \cdot 10^{-1}$	$-2,4 \cdot 10^{-1}$	$-5,8 \cdot 10^{-1}$
	ZF	$1,2 \cdot 10^{-1}$	$-3,1 \cdot 10^{-1}$	$-1,1$	$-3,1$
	MMSE	$1,2 \cdot 10^{-1}$	$-3,2 \cdot 10^{-1}$	$-1,1$	$-3,3$
	LQ	$6,6 \cdot 10^{-1}$	$-5,0 \cdot 10^{-1}$	$-9,3 \cdot 10^{-1}$	$-1,2$
	LQ мод.	$6,6 \cdot 10^{-1}$	$-5,4 \cdot 10^{-1}$	$-9,1 \cdot 10^{-1}$	$-1,7$
	SVD	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$-5,5 \cdot 10^{-1}$	$-2,7$	$-5,7$
	SVD мод.	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$-4,8 \cdot 10^{-1}$	$-2,7$	$-5,5$
20	MRT	$4,8 \cdot 10^{-2}$	$7,5 \cdot 10^{-2}$	$-8,2 \cdot 10^{-2}$	$-5,2 \cdot 10^{-1}$
	ZF	$1,2 \cdot 10^{-1}$	$-7,9 \cdot 10^{-1}$	$-1,8$	$-4,6$
	MMSE	$1,2 \cdot 10^{-1}$	$-7,9 \cdot 10^{-1}$	$-1,8$	$-4,1$
	LQ	$6,6 \cdot 10^{-1}$	$-8,0 \cdot 10^{-1}$	$-1,5$	$-2,4$
	LQ мод.	$6,6 \cdot 10^{-1}$	$-7,9 \cdot 10^{-1}$	$-1,5$	$-2,3$
	SVD	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$-7,5 \cdot 10^{-1}$	$-3,3$	$-6,4$
	SVD мод.	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$-7,5 \cdot 10^{-1}$	$-3,3$	$-6,4$

Продолжение таблицы 3.8

ОСШ, дБ	Алгоритм прекодирования	N			
		1	2	4	8
30	MRT	$4,8 \cdot 10^{-2}$	$2,9 \cdot 10^{-1}$	$-8,8 \cdot 10^{-3}$	$-5,0 \cdot 10^{-1}$
	ZF	$1,3 \cdot 10^{-1}$	-1,1	-2,2	-5,3
	MMSE	$1,2 \cdot 10^{-1}$	-1,1	-2,2	-5,3
	LQ	$6,6 \cdot 10^{-1}$	$-9,6 \cdot 10^{-1}$	-1,7	-2,6
	LQ мод.	$6,6 \cdot 10^{-1}$	$-9,6 \cdot 10^{-1}$	-1,7	-2,6
	SVD	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$-8,5 \cdot 10^{-1}$	-3,6	-6,5
	SVD мод.	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$-8,5 \cdot 10^{-1}$	-3,6	-6,5

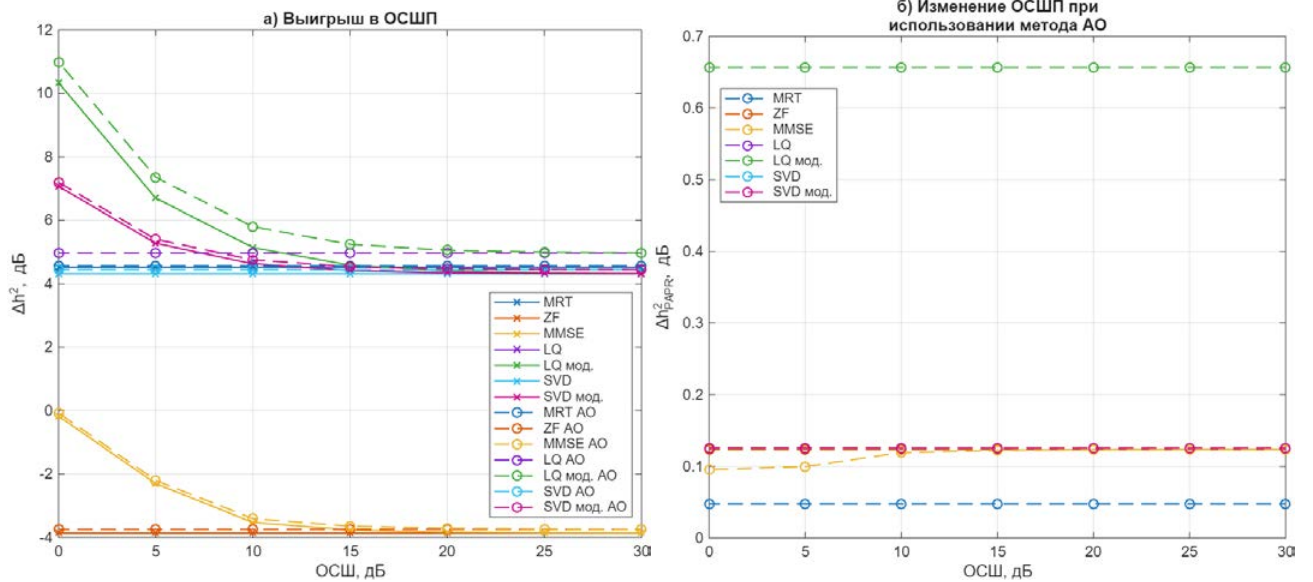


Рисунок 3.20 — Зависимости а) выигрыша в ОСШП Δh^2 , б) изменения ОСШП Δh^2_{PAPR} от ОСШ в канале алгоритмов прекодирования при использовании АО ($M=8$, $N=1$)

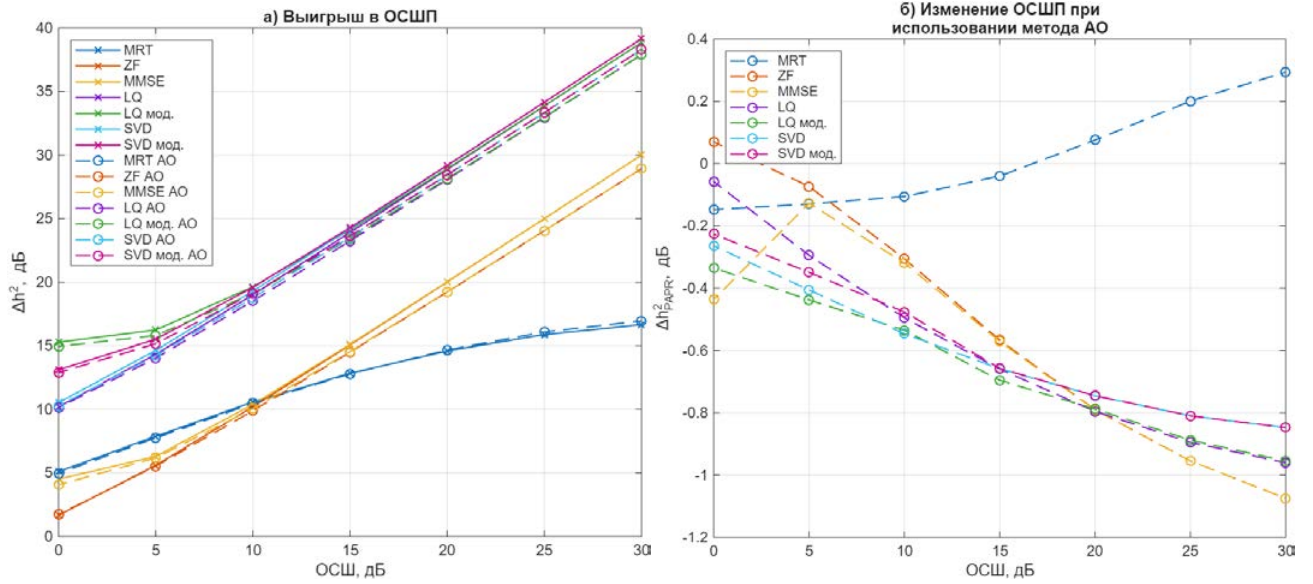


Рисунок 3.21 — Зависимости а) выигрыша в ОСШП Δh^2 , б) изменения ОСШП Δh^2_{RAPR} от ОСШ в канале алгоритмов прекодирования при использовании АО (M=8, N=2)

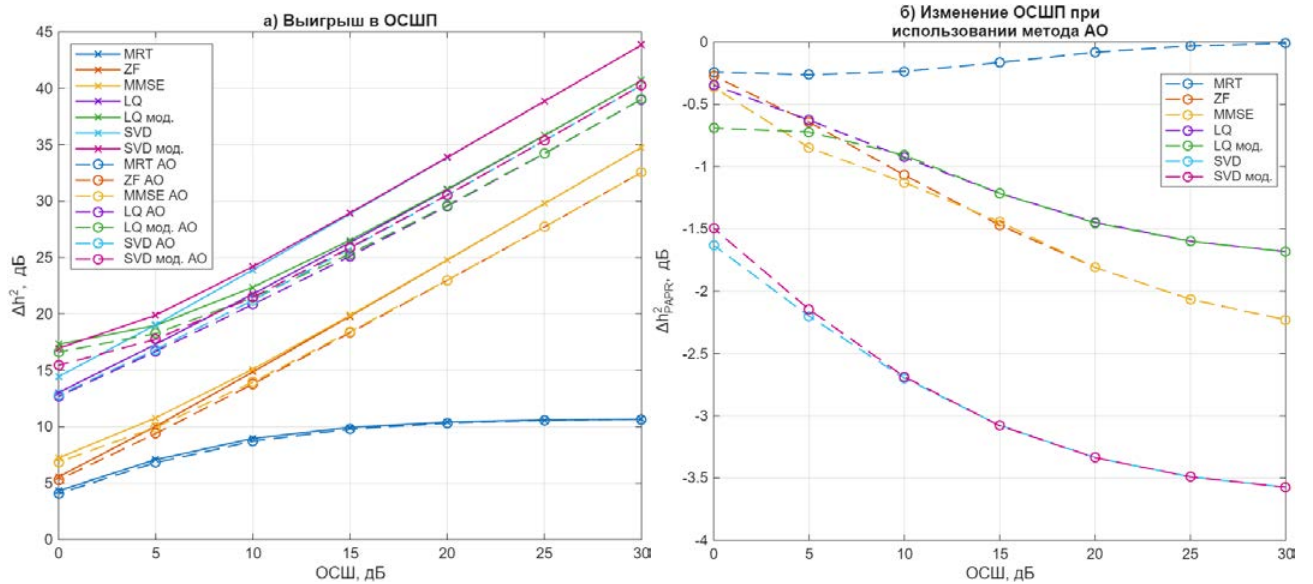


Рисунок 3.22 — Зависимости а) выигрыша в ОСШП Δh^2 , б) изменения ОСШП Δh^2_{RAPR} от ОСШ в канале алгоритмов прекодирования при использовании АО (M=8, N=4)

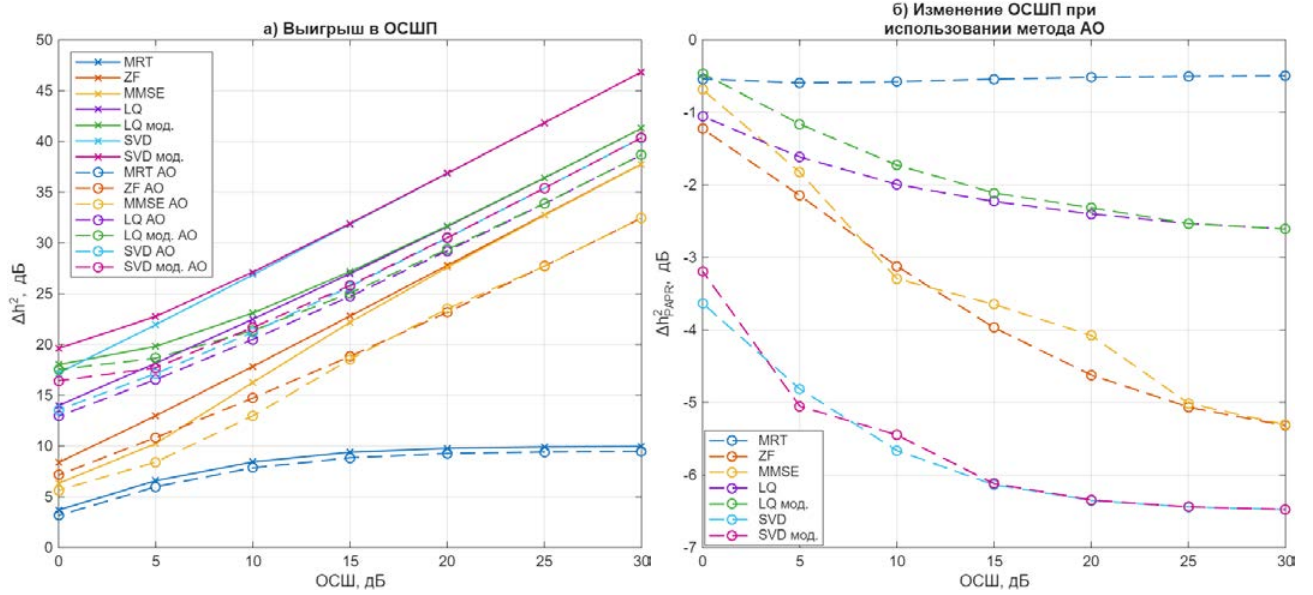


Рисунок 3.23 — Зависимости а) выигрыша в ОСШП Δh^2 , б) изменения ОСШП Δh^2_{APR} от ОСШ в канале алгоритмов прекодирования при использовании АО ($M=8$, $N=8$)

Таблица 3.9 — Изменение ОСШП при использовании ВО

ОСШ, дБ	Алгоритм прекодирования	N			
		1	2	4	8
0	MRT	$-1 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$-5 \cdot 10^{-4}$	$-1 \cdot 10^{-4}$
	ZF	$-1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-1,8 \cdot 10^{-3}$
	MMSE	$-1 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$-1,1 \cdot 10^{-3}$	$-4,8 \cdot 10^{-3}$
	LQ	$-1 \cdot 10^{-4}$	0	$-1 \cdot 10^{-3}$	$-3,0 \cdot 10^{-3}$
	LQ мод.	$-1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$-2 \cdot 10^{-3}$	$-4,1 \cdot 10^{-3}$
	SVD	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-1,1 \cdot 10^{-3}$	$-9 \cdot 10^{-4}$	$-4,8 \cdot 10^{-3}$
	SVD мод.	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-5 \cdot 10^{-4}$	$-2,5 \cdot 10^{-3}$	$-1,2 \cdot 10^{-2}$
5	MRT	$-1 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-2,0 \cdot 10^{-4}$
	ZF	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-4 \cdot 10^{-4}$	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-3,4 \cdot 10^{-3}$
	MMSE	$-1 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-4}$	$-1,9 \cdot 10^{-3}$	$-6,0 \cdot 10^{-3}$
	LQ	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-5 \cdot 10^{-4}$	$-1,2 \cdot 10^{-3}$	$-5,2 \cdot 10^{-3}$
	LQ мод.	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-1 \cdot 10^{-3}$	$-1,9 \cdot 10^{-3}$	$-1,2 \cdot 10^{-2}$
	SVD	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-5 \cdot 10^{-4}$	$-2,4 \cdot 10^{-3}$	$-2,6 \cdot 10^{-2}$
	SVD мод.	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-9 \cdot 10^{-4}$	$-2,6 \cdot 10^{-3}$	$-3,3 \cdot 10^{-2}$

Продолжение таблицы 3.9

ОСШ, дБ	Алгоритм прекодирования	N			
		1	2	4	8
10	MRT	$-1 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$-1,8 \cdot 10^{-3}$	$-2 \cdot 10^{-4}$
	ZF	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-6 \cdot 10^{-4}$	$-2,6 \cdot 10^{-3}$	$-9,5 \cdot 10^{-3}$
	MMSE	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-4 \cdot 10^{-4}$	$-2,2 \cdot 10^{-3}$	$-8,1 \cdot 10^{-3}$
	LQ	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-1,9 \cdot 10^{-3}$	$-2,8 \cdot 10^{-3}$	$-2,0 \cdot 10^{-2}$
	LQ мод.	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-4,1 \cdot 10^{-3}$	$-5,1 \cdot 10^{-3}$	$-2,2 \cdot 10^{-2}$
	SVD	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-1,7 \cdot 10^{-3}$	$-9,4 \cdot 10^{-3}$	$-6,9 \cdot 10^{-2}$
	SVD мод.	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-2,1 \cdot 10^{-3}$	$-6,9 \cdot 10^{-3}$	$-7,3 \cdot 10^{-2}$
20	MRT	$-1 \cdot 10^{-4}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$	$-3,3 \cdot 10^{-3}$	$-3,7 \cdot 10^{-4}$
	ZF	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-2,5 \cdot 10^{-3}$	$-1,3 \cdot 10^{-2}$	$-9,0 \cdot 10^{-2}$
	MMSE	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-3 \cdot 10^{-3}$	$-1,2 \cdot 10^{-2}$	$-9,2 \cdot 10^{-2}$
	LQ	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-1,5 \cdot 10^{-2}$	$-5,6 \cdot 10^{-2}$	$-2,3 \cdot 10^{-1}$
	LQ мод.	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-1,3 \cdot 10^{-2}$	$-5,4 \cdot 10^{-2}$	$-2,1 \cdot 10^{-1}$
	SVD	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-1,3 \cdot 10^{-2}$	$-7,3 \cdot 10^{-2}$	$-5,0 \cdot 10^{-1}$
	SVD мод.	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-1,5 \cdot 10^{-2}$	$-7,0 \cdot 10^{-2}$	$-5,0 \cdot 10^{-1}$
30	MRT	$-1 \cdot 10^{-4}$	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$-1,4 \cdot 10^{-3}$	$-4,0 \cdot 10^{-4}$
	ZF	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-2,5 \cdot 10^{-2}$	$-1,2 \cdot 10^{-1}$	$-7,2 \cdot 10^{-1}$
	MMSE	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-2,4 \cdot 10^{-2}$	$-1,1 \cdot 10^{-1}$	$-6,8 \cdot 10^{-1}$
	LQ	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-1,4 \cdot 10^{-1}$	$-6,1 \cdot 10^{-1}$	$-1,7$
	LQ мод.	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-1,4 \cdot 10^{-4}$	$-4,8 \cdot 10^{-1}$	$-1,5$
	SVD	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-1,4 \cdot 10^{-1}$	$-6,3 \cdot 10^{-1}$	$-2,4$
	SVD мод.	$-1 \cdot 10^{-4}$	$-1,4 \cdot 10^{-1}$	$-5,8 \cdot 10^{-2}$	$-2,6$

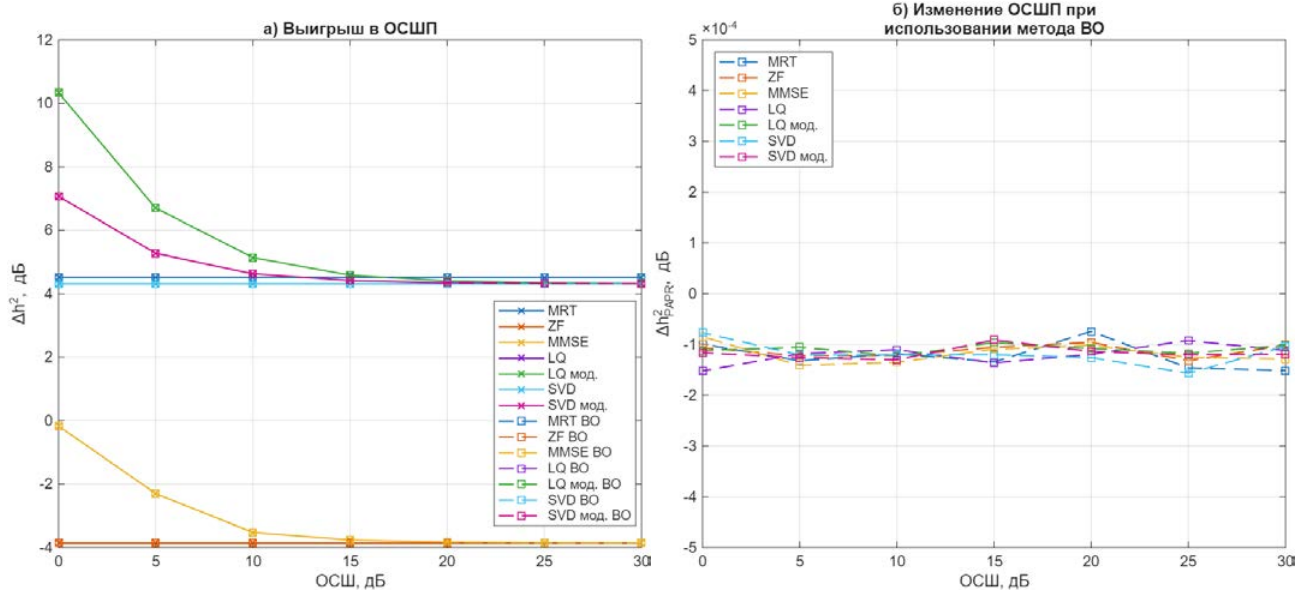


Рисунок 3.24 — Зависимости а) выигрыша в ОСШП Δh^2 , б) изменения ОСШП Δh^2_{APR} от ОСШ в канале алгоритмов прекодирования при использовании ВО ($M = 8$, $N = 1$)

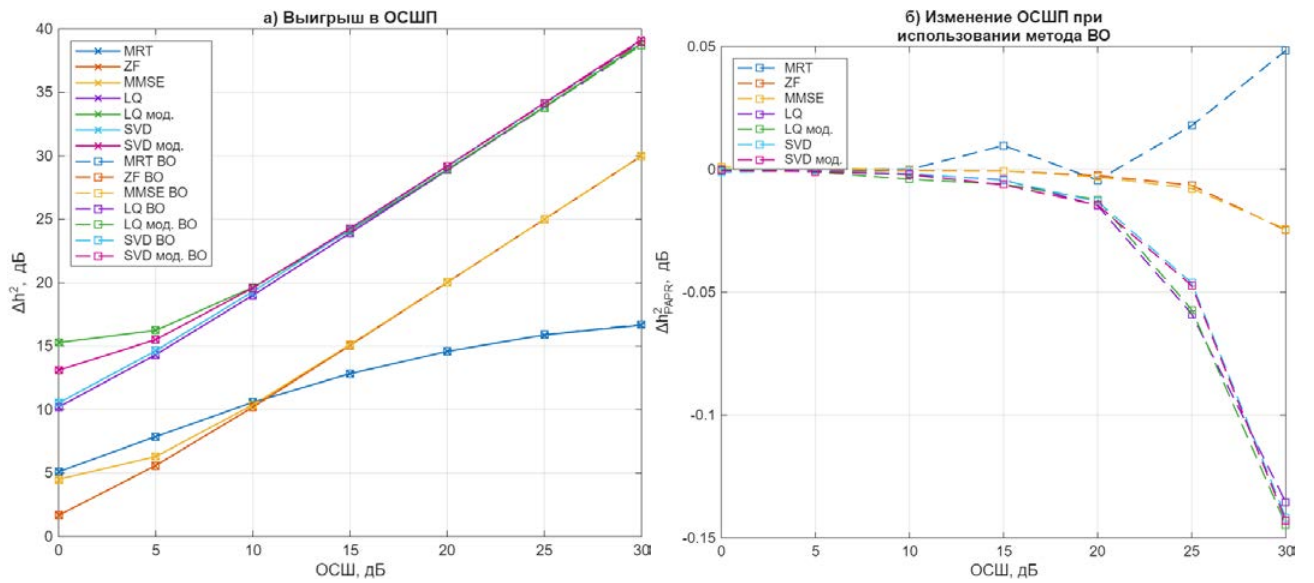


Рисунок 3.25 — Зависимости а) выигрыша в ОСШП Δh^2 , б) изменения ОСШП Δh^2_{APR} от ОСШ в канале алгоритмов прекодирования при использовании ВО ($M = 8$, $N = 2$)

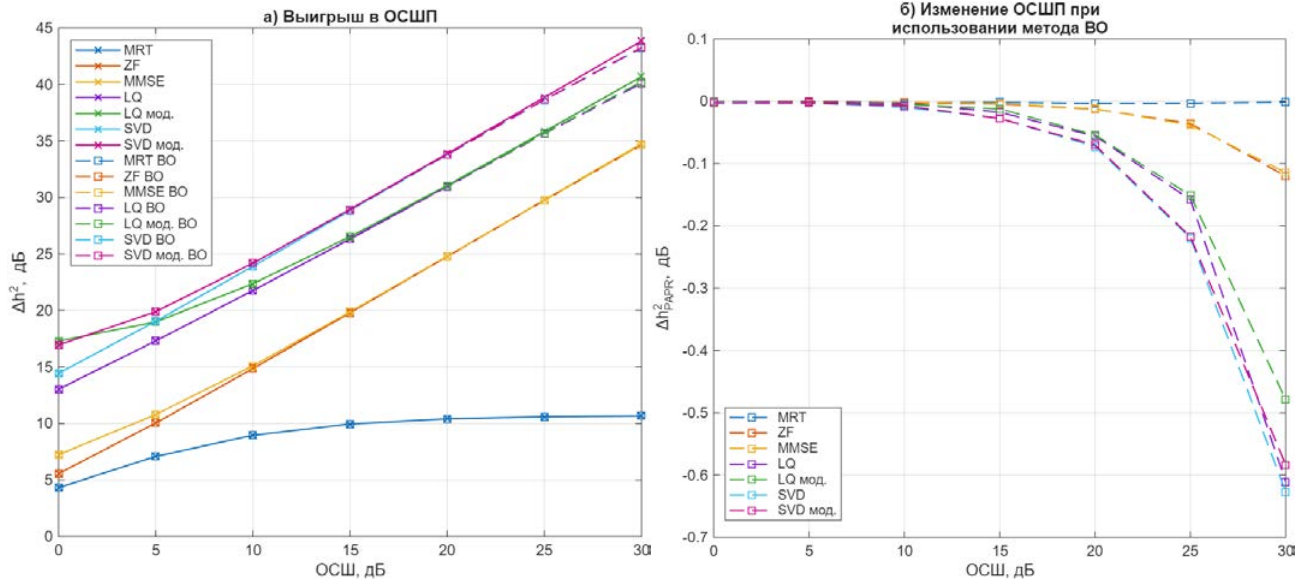


Рисунок 3.26 — Зависимости а) выигрыша в ОСПП Δh^2 , б) изменения ОСПП Δh^2_{RAPR} от ОСШ в канале алгоритмов прекодирования при использовании БО ($M = 8, N = 4$)

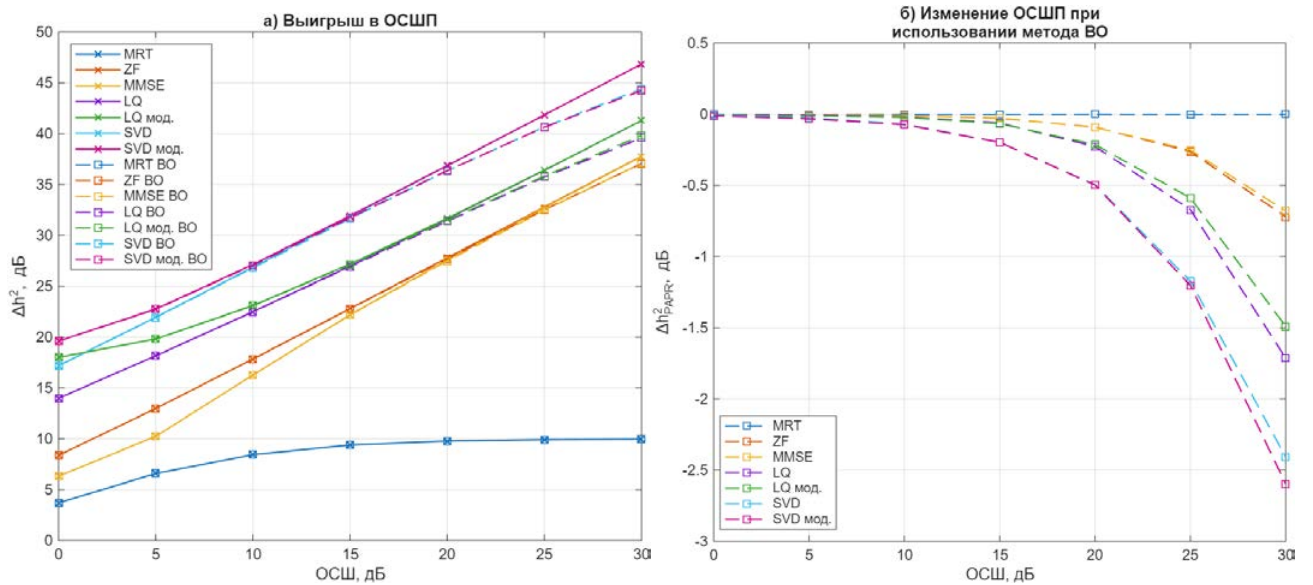


Рисунок 3.27 — Зависимости а) выигрыша в ОСПП Δh^2 , б) изменения ОСПП Δh^2_{RAPR} от ОСШ в канале алгоритмов прекодирования при использовании БО ($M = 8, N = 8$)

На основании данных из таблицы 3.8 можно сделать вывод о том, что метод АО слабо оказывает влияние на ОСПП при $N = 1$, изменение ОСПП Δh^2_{RAPR} не превышает 1 дБ. Также метод АО слабо влияет на алгоритм MRT — при любом значении числа обслуживаемых АТ N $\Delta h^2_{RAPR} \leq 1$ дБ. Для алгоритмов ZF, MMSE с ростом N Δh^2_{RAPR} снижается до уровня $-5,3$ дБ, что не позволяет использовать данный метод при большом числе АТ. Для алгоритмов прекодирования на основе LQ-разложения метод АО приводит к существенному снижению ОСПП на 1,7 дБ при $N = 4$ и на 2,6 дБ при $N = 8$. Для алгоритмов прекодирования на основе сингулярного

разложения метод АО не подходит, поскольку приводит к существенному снижению ОСШП более чем на 3 дБ при $N = 4$ и более чем на 6 дБ при $N = 8$.

На основании данных из таблицы 3.9 можно сделать вывод о том, что метод ВО практически не оказывает влияния на ОСШП для любого алгоритма прекодирования при ОСШ в канале меньше 5 дБ, изменение ОСШП Δh_{PAPR}^2 не превышает $-6 \cdot 10^{-3}$ дБ. Также метод ВО практически не оказывает влияния на алгоритм MRT — при любом значении числа обслуживаемых АТ N $\Delta h_{PAPR}^2 \leq -5 \cdot 10^{-3}$ дБ. Для алгоритмов ZF, MMSE метод ВО слабо влияет на ОСШП, даже при максимальном числе АТ $\Delta h_{PAPR}^2 \leq -2$ дБ. При совместном использовании алгоритмов нелинейного прекодирования с методом ВО с увеличением N происходит уменьшение ОСШП вплоть до $\Delta h_{PAPR}^2 = -1,5$ дБ для алгоритма на основе LQ-разложения и до $\Delta h_{PAPR}^2 = -2,6$ дБ для алгоритма на основе сингулярного разложения.

На основании вышеизложенного, можно подвести итог о применимости рассмотренных методов ограничения PAPR. Метод АО, обладающий простотой реализации, подходит для алгоритма MRT при любой нагрузженности канала, а также для алгоритмов ZF, MMSE и алгоритмов на основе LQ-разложения при низкой или средней нагрузженности канала. В свою очередь, метод ВО, обладающий большей вычислительной сложностью, подходит для алгоритмов на основе сингулярного разложения, а также для остальных рассматриваемых алгоритмов прекодирования при высокой нагрузженности канала.

3.5 Выводы по третьему разделу

1. Предложена модификация алгоритма оценки канальной матрицы с помощью регуляризации ковариационных матриц пилот-сигналов. Предложенная модификация алгоритма позволяет сократить количество дополнительных пилот-сигналов, требуемых для точной оценки канальной матрицы, в 4–5 раз.
2. Предложена модификация итерационного алгоритма Ньютона для методов линейного прекодирования, которая позволяет увеличить скорость сходимости алгоритма за счёт использования переменного параметра связи λ . Проведённые результаты оценки вычислительной сложности и требуемого времени работы итерационных алгоритмов показывают, что модифицированный алгоритм Ньютона сходится к оптимальным значениям на 20% быстрее по сравнению с классическим алгоритмом Ньютона и на 6% быстрее по сравнению с алгоритмом Чебышёва.
3. Предложен новый алгоритм нелинейного прекодирования на основе сингулярного разложения, который позволяет увеличить ОСШП на 5,9 дБ при максимальной

нагруженности канала. Проведённые результаты оценки вычислительной сложности и требуемого времени работы алгоритмов нелинейного прекодирования показывают, что предложенный алгоритм проигрывает не более чем на 4,3% по сравнению с алгоритмом на основе LQ-разложения при максимальной нагруженности канала и не более чем на 10% при средней нагруженности канала.

4. Предложены модификации алгоритмов нелинейного прекодирования на основе LQ и сингулярного разложения, которые используют регуляризацию матриц обратной связи пропорционально уровню шума в канале. Предложенные модификации алгоритмов позволяют увеличить ОСШП минимум на 2,4 дБ для алгоритма на основе сингулярного разложения и на 4,1 дБ для алгоритма на основе LQ-разложения.
5. Проведён анализ рассматриваемых алгоритмов прекодирования совместно с методами ограничения пик-фактора. Проведена параметризация методов ограничения пик-фактора, а также предложены рекомендации по использованию методов ограничения пик-фактора для рассматриваемых алгоритмов прекодирования.

ГЛАВА 4 Предложения по практической реализации методов пространственной обработки сигналов

В данной главе описываются предложения по практической реализации описанных ранее алгоритмов ПОС в виде аппаратного комплекса цифровой обработки сигналов (ЦОС) в составе адаптивной антенной решётки (ААР). ААР предусматривает в своём составе 8-элементную решётку, аналоговые усилители радиочастотного тракта и отладочную плату в виде системы на кристалле (СнК), на которой реализована ЦОС, в том числе ПОС для приёмной и передающей стороны.

В качестве методов ПОС при реализации в составе ААР были выбраны три алгоритма:

- быстрый алгоритм LMS с переменным шагом (п. 2.1.1) был выбран для работы на приём в односигнальном режиме поскольку обладает минимальным требуемым временем работы среди стационарных алгоритмов;
- алгоритм с итерационным обращением корреляционной матрицы на основе модифицированного алгоритма Ньютона (п. 3.2.2) был выбран для работы на приём в многосигнальном режиме поскольку является практическим решением реализации оптимального винеровского решения;
- итерационный алгоритм линейного прекодирования на основе модифицированного алгоритма Ньютона был выбран для работы на передачу поскольку является практическим решением реализации алгоритма ZF.

В первом разделе приводится структурная схема ААР, аппаратное и программное обеспечение, необходимое для реализации методов ПОС, а также результаты машинных экспериментов предложенных алгоритмов ПОС. Во втором разделе предлагается элементная база для реализации алгоритмов ПОС. В третьем разделе приведены результаты натурных экспериментов, проведённые в безэховой камере, а также приведён анализ полученных результатов. Научные результаты, описанные в данной главе, опубликованы в работах [1, 128, 129].

4.1 Предложения по аппаратной реализации

Аппаратная реализация алгоритмов ПОС в виде аппаратного комплекса цифровой обработки сигналов (ЦОС) в составе адаптивной антенной решётки (ААР) представляет собой концепцию программно-конфигурируемого радио, которое представляет собой оборудование, где большинство функций физического уровня выполняются в программном виде, при этом

аппаратные функции управляются программным путем [130]. В свою очередь программно-конфигурируемое радио включает в себя следующие блоки (рисунок 4.1):

- антенная решётка;
- перестраиваемая аналоговая часть, позволяющая переключаться между АЦП и ЦАП, а также имеющая в своём составе синтезатор частот и малошумящие усилители мощности;
- АЦП и ЦАП с возможностью коррекции амплитуды с помощью перестраиваемых фильтров;
- предварительная ЦОС для децимации и интерполяции отсчётов сигнала, а также для упаковки данных в интерфейс;
- основная ЦОС для обработки данных, в том числе осуществление алгоритмов ПОС.

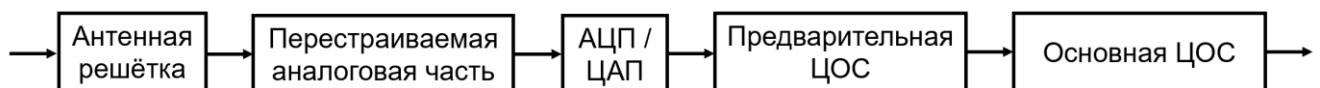


Рисунок 4.1 — Основные блоки программно-конфигурируемого радио

Современные технологии позволяют реализовать на одном устройстве цифровой приёмопередатчик, то есть устройство, которое включает в себя все основные блоки программно-конфигурируемого радио за исключением антенны. Решения, проводимые в данном разделе, заключаются в подборе компонентов и устройств для аппаратной реализации цифрового приёмопередатчика, использующего методы ПОС.

4.1.1 Предложения по аппаратной реализации на импортной элементной базе

В качестве импортной элементной базы, на котором можно осуществить все ключевые блоки программно-конфигурируемого радио за исключением первого является СнК семейства Zynq UltraScale+ RFSoc от компании Xilinx, которая объединяет ключевые блоки, необходимые для реализации полного программно-конфигурируемого радио, включая преобразователи данных с прямой радиочастотной дискретизацией [130, 131].

Основными компонентами СнК Zynq UltraScale+ RFSoc являются:

- Система преобразования радиочастотных данных (RF Data Converter Subsystem), которая включает в себя 14-битный АЦП с полосой до 4 ГГц и 16-битный ЦАП с полосой до 6 ГГц. Помимо самих преобразователей в систему входят встроенные блоки цифрового повышения и понижения частоты, которые обеспечивают перенос

спектра сигнала. Они включают программируемые фильтры интерполяции/децимации, 48-разрядные генераторы с числовым управлением и комплексные микшеры [132].

- Система обработки, которая управляет всей платформой и выполняет прикладные задачи и включает в себя два ядра ARM Cortex-A5: одно для задач общего назначения и работы операционной системы, второе для обработки данных в реальном времени. Также в состав системы обработки входят контроллеры памяти (DDR, NAND, SD/eMMC, Quad SPI), контроллер прямого доступа к памяти (DMA) и другие периферийные интерфейсы.
- Программируемая логическая интегральная схема (ПЛИС), которая позволяет реализовывать настраиваемые конвейеры ЦОС. ПЛИС включают в себя конфигурируемые логические блоки (CLBs), блоки памяти (BRAM, UltraRAM) и специализированные DSP-блоки для высокопроизводительных вычислений. Она напрямую взаимодействует с АЦП и ЦАП, реализуя специфичные для задачи радиочастотные операции.
- Дополнительные встроенные IP-блоки, которые расширяют возможности платформы, такие как блоки ЦОС для цифровой фильтрации и генерации сигналов и других оптимизированных решений задач ЦОС, блоки трансиверов для подключения к внешним сетям.
- Система управления тактовой частотой. Данная система включает в себя схемы синтеза, буферизации и маршрутизации тактовых сигналов, что позволяет гибко распределять такты, минимизируя задержки и искажения.

Периферия СнК Zynq UltraScale+ RFSoc обеспечивает подключения с другими устройствами такие, как Ethernet, USB3.0, UART, I2C. Данная СнК поддерживает подключение памяти DDR3 / LPDDR3 / DDR4 / LPDDR4, а также отладочный интерфейс JTAG, который вместе с USB обеспечивает отладочные возможности СнК.

Преимуществом изготавливаемых СнК от компании Xilinx является открытая для развития система программного обеспечения, которая предоставляет необходимый набор инструментального программного обеспечения, операционной системы на базе Linux, библиотек обработки сигналов, изображений, ИИ и других средств для поддержки многочисленных приложений пользователей.

4.1.2 Предложения по аппаратной реализации на отечественной элементной базе

Среди отечественной элементной базы не существует точных аналогов устройства типа RFSoc, которое включало бы в себя полный набор подсистем цифрового приёмопередатчика. Однако, его можно собрать на отечественной элементной базе путём соединения перестраиваемого аналогового тракта, АЦП/ ЦАП и СнК, которая выполняет предварительную и основную ЦОС. Структурная схема такого соединения представлена на рисунке 4.2.

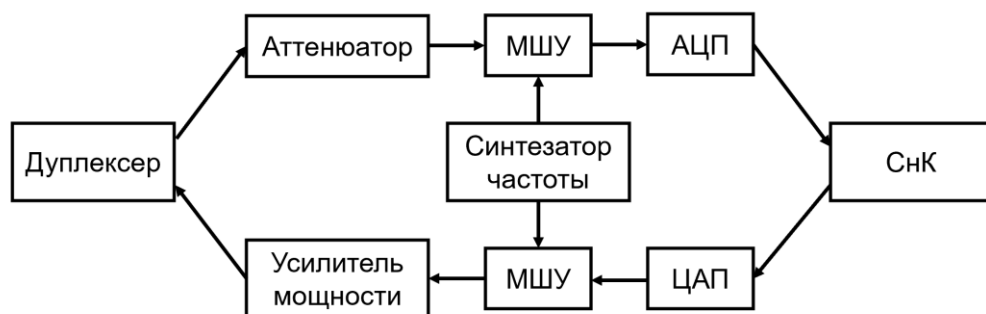


Рисунок 4.2 — Структурная схема аппаратной реализации макета цифрового приёмопередатчика на отечественной элементной базе

В качестве отечественной элементной базы для реализации перестраиваемого тракта могут быть использованы следующие компоненты:

- дуплексер М44228 от ЗАО НПП «Планета-Аргалл» [133];
- управляемый аттенюатор 1338ХК8У от ЗАО НИИМА «Прогресс» [134];
- усилитель мощности MS020440 от АО «Микроволновые системы» [135];
- маломощный усилитель мощности М52102А от ЗАО НПП «Планета-Аргалл» [136];
- синтезатор частоты со встроенным ГУН К1367ПЛЗУ от ЗАО НИИМА «Прогресс» [137];

В качестве отечественной элементной базы для реализации АЦП может быть использована 14-разрядная АЦП 5101НВ015 с частотой дискретизации 150 МГц от компании «Миландр» или же 16-разрядный АЦП К5111НВ015 с частотой дискретизации 200 МГц от ЗАО НИИМА «Прогресс» [138].

В качестве ЦАП могут быть использованы 16-разрядный ЦАП 1273ПА5У с частотой дискретизации 400 МГц от ФГУП НИИЭТ [139].

В качестве СнК для реализации первичной ЦОС и основной ЦОС для реализации методов ПОС можно использовать СнК «Скиф» (1892ВА018), разработанная в АО НПП «ЭЛВИС». СнК «Скиф» предназначена для построения мобильных и встраиваемых интеллектуальных систем для

связных, телекоммуникационных, навигационных, мультимедийных приложений, мультисенсорной обработки сигналов, робототехнических систем [140].

Все инструментальные средства СнК «Скиф» доступны под интерфейсом единой интегрированной среды разработки и отладки разработки.

В состав СнК «Скиф» входят:

- процессорный управляющий кластер общего назначения (CPU) — 4-ядерный кластер, состоящий из 64-битных Arm-ядер Cortex-A53 MPCore, со встроенным аппаратным менеджером когерентности (Arm GIC-500);
- процессорные управляющие / сервисные ядра (RISC0 и RISC1) с MIPS32-совместимой архитектурой из библиотеки «Мультикор» АО НПЦ «ЭЛВИС»;
- процессорный DSP-кластер на базе двух DSP-ядер ELcore50 из библиотеки «Мультикор» (с ядром CPU и DSP-сопроцессором в каждом);
- графическое ядро PowerVR Series8XE (Imagination Technologies), которое обеспечивает поддержку режима программируемого вычислителя (pGPU) с API OpenCL.

Периферия СнК «Скиф» поддерживает интерфейсы для подключения АЦП/ ЦАП с разрядностью до 16 бит [141]. Также имеются интерфейсы для подключения с другими устройствами такие, как Ethernet, USB3.0, UART, I2C. СнК «Скиф» поддерживает подключение памяти DDR3 / LPDDR3 / DDR4 / LPDDR4, а также отладочный интерфейс JTAG, который вместе с USB обеспечивает отладочные возможности СнК.

4.2 Проведение машинных испытаний по реализации аппаратно-программного комплекса пространственной обработки сигналов

4.2.1 Аппаратное и программное обеспечение машинных испытаний

Для проведения машинных испытаний по реализации аппаратного комплекса была разработана структурная модель в виде блоков, описывающих аппаратную реализацию алгоритмов ЦОС на системе на кристалле (СнК). Особенностью СнК является объединение на одном устройстве ПЛИС, процессорных ядер, блоков памяти, а также интерфейсов для взаимодействия с внешними устройствами, в том числе аналоговые интерфейсы в виде аналогово-цифровых и цифро-аналоговых преобразователей.

Непосредственно алгоритмы ПОС были реализованы ПЛИС на языке описания аппаратуры Verilog. Использование ПЛИС в данном случае имеет ряд преимуществ:

- Низкая задержка. Гибридные сети связи предъявляют жёсткие требования к задержкам сигнала [17]. Поскольку в ПЛИС логика реализуется аппаратно, а не выполняется программно, реакция системы является очень быстрой. Более того, использование ПЛИС в качестве устройства для реализации ПОС позволяет одновременно выполнять множество операций, что даёт возможность к распараллеливанию алгоритмов и повышению скорости обработки сигналов [142].
- Гибкость. В отличие от цифровых сигнальных процессоров или процессоров общего назначения, чья логика задаётся при производстве и не меняется, ПЛИС может быть быстро сконфигурирована множество раз под выполнение конкретной задачи. Это позволяет оперативно вносить изменения и исправлять ошибки без необходимости в дорогостоящем и длительном производственном изменении аппаратной части [143].

На этапе машинных испытаний проверялась работоспособность алгоритмов пространственной фильтрации применительно к тестовым сигналам. Целью проверки было получение выходных данных для последующего анализа на электронной вычислительной машине (ЭВМ), а именно выходных сигналов и их спектров, сигнала ошибки, а также вектора или матрицы весовых коэффициентов. Входными сигналами для макета являются сигналы со входа 8-элементной антенной решётки, выходными сигналами же являются сигналы на выходе 8-элементной антенной решётки, сигнал ошибки, а также значения ВВК.

Макет для проведения машинных испытаний предназначен для обработки входных и выходных сигналов и служит для выполнения следующих задач:

- адаптивная обработка входных и выходных сигналов;
- ввод данных входных цифровых сигналов, а также хранение выходных цифровых сигналов с целью последующего анализа полученных результатов;
- взаимодействие с ЭВМ для визуализации входных и выходных сигналов и их спектров, а также расчёт выигрыша в ОСШП и вычисление ДН на основе ВВК.

Для создания и отладки макета машинных испытаний была выбрана операционная система Ubuntu Linux, преимуществом которой является свободный доступ, ориентированность на простоту и удобство пользователя, а также совместимость с большим числом программ по моделированию и интегрированной среде разработки. В качестве среды разработки проекта на СнК был использован программный пакет Vivado Design Suite, который представляет собой удобную для пользователя и целостную платформу для моделирования, синтеза и отладки проектов при аппаратной реализации систем ЦОС. Для сборки и отладки проекта был использован программный пакет PetaLinux, который позволяет оптимизировать разработку встроенных систем на базе Linux, а также имеет совместимость со средой разработки Vivado. Для анализа входных и выходных сигналов и их спектров была выбрана программа GNU Radio,

которое можно использовать и совместно с радиочастотным оборудованием для реализации программно-определяемых радиосистем. Структурная схема вышеописанного макета машинных испытаний представлена на рисунке 4.3.

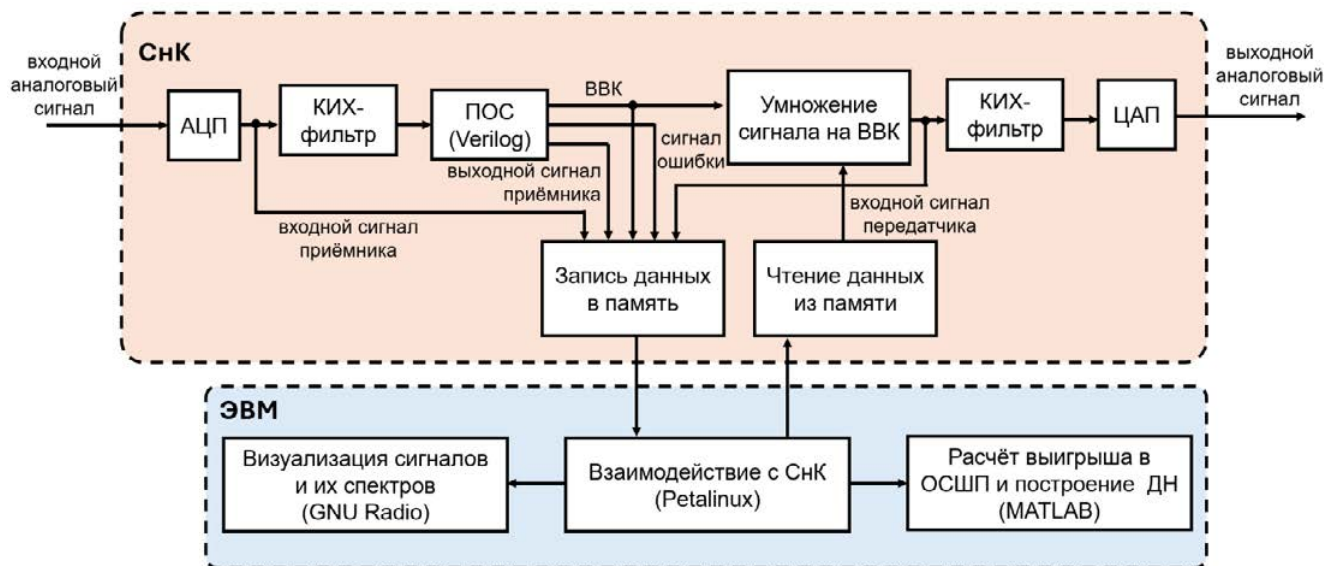


Рисунок 4.3 — Структурная схема макета машинных испытаний

Проект по реализации методов ПОС на СнК включает в себя следующие основные этапы ЦОС:

- аналогово-цифровой преобразователь (АЦП) предназначен для оцифровки входных аналоговых сигналов;
- частотная фильтрация сигналов приёмника на базе КИХ-фильтра для выделения несущей гармоники в алгоритмах ПОС на приёмной стороне и пилот-сигналов в алгоритмах ПОС на передающей стороне;
- алгоритм ПОС, входными данными для которого являются 8 потоков сигналов приёмника, а выходными — весовые коэффициенты, сигнал ошибки и выходной сигнал приёмника;
- формирование 8 потоков сигналов передатчика путём умножения весовых коэффициентов на входной сигнал передатчика;
- частотная фильтрация сигналов передатчика на базе КИХ-фильтра для ограничения полосы сигнала;
- цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) предназначен для преобразования выходных цифровых сигналов в аналоговый.

4.2.2 Результаты машинных испытаний для градиентного алгоритма NLMS на приём

Результаты моделирования алгоритма NLMS, проведённые в пункте 2.1.1, выполнялись в среде MATLAB для данных с плавающей точкой двойной точности (double), который является типом данных по умолчанию. Для сохранения низкой вычислительной сложности алгоритма NLMS при реализации на ПЛИС необходимо перейти к вычислениям с фиксированной точкой. Недостатком вычислений с фиксированной точкой алгоритмов ЦОС, имеющих обратную связь, является накопление ошибок квантования, которое хоть и имеет небольшой вклад, однако может оказывать существенное влияние при работе алгоритма в течение большого числа циклов итерации.

Для устранения эффектов накопления ошибок квантования при непрерывной работе алгоритма необходимо ограничить число итераций, а течении которого выполняется сходимость алгоритма. Данные из таблицы 2.2 показывают, что для различной сигнально-помеховой обстановки необходимо разное требуемое количество итераций. Поскольку сигнально-помеховая обстановка априори неизвестна, то невозможно определить с высокой точностью и требуемое количество итераций для обеспечения корректной работы алгоритма. Для решения данной проблемы было предложено использование двух порогов. Первый порог l_1 задаётся исходя из предположений об ОСШ и необходим для остановки обновления ВВК в случае, если сигнал ошибки $e(k)$ не превышает значение l_1 . Второй порог l_2 задаётся как максимальный уровень ошибки и необходим для инициализации работы алгоритма при запуске системы, а также для корректировки ВВК в случае изменения сигнально-помеховой обстановки. Использование двух порогов предотвращает этап корректировки ВВК при случайных флуктуациях сигнала ошибки, которые зависят от флуктуации шума в канале. Результаты работоспособности реализации алгоритма NLMS на ПЛИС приведены в [1, 128].

В таблице 4.1 представлена схема алгоритма NLMS при аппаратной реализации. В приложении А приведён листинг программы алгоритма NLMS на языке Verilog. В таблицах 4.2–4.3 приведены результаты сравнения характеристик алгоритма ПОС, полученных в результате машинных испытаний, таких как выигрыш в ОСШП, максимального и среднего значения уровня боковых лепестков (УБЛ) ДН при различных углах прихода полезного сигнала.

Таблица 4.1 — Схема выполнения алгоритма NLMS

Вход: количество антенных элементов, M ; образцовый сигнал, $d(k)$; входной сигнал, $\mathbf{x}_M(k)$; константа, μ_0 ; константа, ε ; порог1, l_1 ; порог2, l_2 .

Выход: выходной сигнал, $y(k)$; сигнал ошибки, $e(k)$; ВВК, $\mathbf{w}_M(k)$.

Инициализация: $\mu(k) = 0, y(k) = 0, e(k), \mathbf{w}_M(k) = 0_M$

```

1: for  $k = 1, 2, \dots$  do
2:    $y(k) = \mathbf{w}_M^H(k) \cdot \mathbf{x}_M(k)$ 
3:    $e(k) = d(k) - y(k)$ 
4:   if  $e(k) > l_2$  then
5:      $\mathbf{w}_M(k) = 0_M$  else
6:       while  $e(k) < l_1$  do
7:          $\mu(k) = \frac{\mu_0}{\mathbf{x}_M^H(k) \cdot \mathbf{x}_M(k) + \varepsilon}$ 
8:          $\mathbf{w}_M(k) = \mathbf{w}_M(k-1) + e(k) \cdot \mu(k) \cdot \mathbf{x}_M(k)$ 
9:       else  $\mathbf{w}_M(k) = \mathbf{w}_M(k-1)$ 
10:      end while
11:   end if
12: end for

```

Сигнально-помеховая обстановка для результатов машинных испытаний, приведённых в таблице 4.2, — один источник сигнала с максимальной мощностью и различным углом прихода. Сигнально-помеховая обстановка для результатов машинных испытаний, приведённых в таблице 4.3, — один источник сигнала с максимальной мощностью и углом прихода 0° и один источник помехи с мощностью на 5 дБ ниже мощности сигнала и различным углом прихода.

Таблица 4.2 — Результаты машинных испытаний при использовании алгоритма NLMS

Углы прихода источника полезного сигнала, град.	Результаты симуляции в MATLAB			Результаты машинных испытаний		
	Максимальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	$\overline{\Delta h^2}$, дБ	Максимальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	$\overline{\Delta h^2}$, дБ
0	-13,3	-25	0	-12,7	-23,6	-0,5
10	-14,9	-22,4	9,6	-15,1	-23,5	9,3
20	-12,3	-20,0	13,4	-12,2	-21,8	12,8
30	-10,8	-19,5	38,2	-12,5	-20,5	37,6
40	-11,5	-17,4	18,6	-12,8	-19,4	18,1
50	-10,1	-16,9	34,1	-10,0	-14,4	32,5
60	-8,5	-11,4	24,5	-7,7	-11,7	24,3

Таблица 4.3 — Результаты машинных испытаний при использовании алгоритма NLMS при условии наличия одной помехи

Углы прихода источника помехи, град.	Результаты симуляции в MATLAB				Результаты машинных испытаний			
	Макси- мальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	УБЛ на углах помехи, дБ	$\overline{\Delta h^2}$, дБ	Макси- мальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	УБЛ на углах помехи, дБ	$\overline{\Delta h^2}$, дБ
0	-13,2	-18,4	—	-0,4	-8,2	-16,3	—	-0,8
10	-8,2	-15	-7,4	6,8	-7,6	-14,4	-12,4	7,5
20	-13	-18,7	-21	11,8	-11,7	-19,5	-26,5	11,4
30	-12,2	-19,2	-26	10,1	-8,8	-17,2	-24	8,8
40	-13,6	-18	-18	14,2	-12,1	-19,3	-28,7	13,5
50	-13,3	-18,5	-30	14,3	-10	-18,1	-24,4	15,0
60	-13	-17,4	-25	14,2	-10,8	-16,1	-20	14,5

Данные из таблиц 4.2–4.3 показывают ухудшение значения выигрыша в ОСШП не более чем на 1 дБ, что подтверждает корректность работы машинных испытаний алгоритма. Характеристики ДН такие, как максимальный и средний УБЛ изменились не более чем на 15%, что объясняется приближёнными квантованными значениями ВВК, полученными в результате машинных испытаний.

4.2.3 Результаты машинных испытаний для алгоритма с обращением корреляционной матрицы на приём

Алгоритм обращения корреляционных матриц имеет высокую вычислительную сложность, поэтому при аппаратной реализации на ПЛИС предложено использование итерационного нахождения обратной матрицы с помощью модифицированного алгоритма Ньютона, приведённого в пункте 3.2.2. Результаты моделирования в среде MATLAB итерационных алгоритмов по обращению матриц показали, что на первых шагах итерации ($k = 1, 2, 3$) значения элементов оценки обратной матрицы $\mathbf{X}_k \rightarrow \hat{\mathbf{R}}^{-1}$ имеют большой разброс относительно элементов исходной матрицы $\mathbf{R}$ и обратной матрицы $\mathbf{R}^{-1}$. В связи с этим, для реализации алгоритма с фиксированной точкой необходима чрезмерно большая разрядность для формата расширенного слова порядка 64 бит, чтобы сохранить достаточную точность полученных значений оценки обратной матрицы. В связи с этим использование такой длины расширенного формата слова является нецелесообразным. Усечение расширенного слова со

стороны младших бит приводит к ухудшению точности результатов, в свою очередь, усечение слова со стороны старших бит приводит к расхождению алгоритма на первых итерациях.

Современные СнК позволяют выполнять на ПЛИС вычисления с плавающей точкой [144, 145]. Поэтому при аппаратной реализации модифицированного алгоритма Ньютона для сохранения ресурсов, а также точности результатов было предложено использование формата данных с плавающей точкой половинной точности (half), который имеет разрядность 16 бит. В [1, 129] приведены результаты реализации алгоритма адаптивной ПОС с обращением корреляционной матрицы на ПЛИС, которые подтверждают работоспособность алгоритма в формате half. В приложении Б приведён листинг программы модифицированного алгоритма Ньютона алгоритма на языке Verilog. В таблице 4.4 представлена схема алгоритма с обращением корреляционной матрицы на основе модифицированного алгоритма Ньютона при аппаратной реализации.

Таблица 4.4 — Схема выполнения модифицированного алгоритма Ньютона

Вход:	количество антенных элементов, M ; количество источников сигнала, N ; количество отсчётов для усреднения, L ; количество итераций обращения матрицы, K ; параметр связи, λ_0 ; параметр масштаба, ε ; образцовый сигнал, $\mathbf{d}_N(k)$; входной сигнал, $\mathbf{x}_M(k)$.
Выход:	выходной сигнал, $\mathbf{y}_N(k)$; сигнал ошибки, $\mathbf{e}_N(k)$; МВК, $\mathbf{W}_{M \times N}(k)$.
Инициализация:	$\mathbf{R}_{dx, M \times N}(k) = \mathbf{0}_{M \times N}$, $\mathbf{R}_{xx, M \times M}(k) = \mathbf{0}_{M \times M}$, $y(k) = 0$, $e(k) = 0$, $\mathbf{W}_{M \times N}(k) = \mathbf{0}_{M \times N}$.
1: for $k_1 = 1, 2, \dots$ do	
2:	$\mathbf{R}_{dx, M \times N}(k_1) = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{x}_M(k_1 - l) \cdot \mathbf{d}_N^H(k_1 - l)$
3:	$\mathbf{R}_{xx, M \times M}(k_1) = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{x}_M(k_1 - l) \cdot \mathbf{x}_M^H(k_1 - l)$
4:	Инициализация: $\lambda(k_2) = \lambda_0$, $\mathbf{X}_{M \times M}(k_2) = \mathbf{I}_M$
5: for $k_2 = 1, \dots, K$ do	
6:	$\mathbf{X}_{M \times M}(k_2) = \mathbf{X}_{M \times M}(k_2 - 1) [(\lambda(k_2) + 1) \mathbf{I}_M - \lambda(k_2) \mathbf{R}_{xx, M \times M}(k_1) \cdot \mathbf{X}_{M \times M}(k_2 - 1)]$
7:	$\lambda(k_2 + 1) = \lambda(k_2)(1 - \varepsilon)$
8: end for	
9:	$\mathbf{R}_{xx, M \times M}^{-1}(k_1) = \mathbf{X}_{M \times M}(K)$
10:	$\mathbf{W}_{M \times N}(k_1) = \mathbf{R}_{xx, M \times M}^{-1}(k_1) \cdot \mathbf{R}_{dx, M \times N}(k_1)$
11:	$\mathbf{y}_N(k_1) = \mathbf{W}_{M \times N}^H(k_1) \cdot \mathbf{x}_M(k_1)$
12:	$\mathbf{e}_N(k_1) = \mathbf{d}_N(k_1) - \mathbf{y}_N(k_1)$
13: end for	

В таблицах 4.5–4.6 приведены результаты сравнения характеристик алгоритма ПОС, полученных в результате машинных испытаний, таких как выигрыш в ОСШП, максимального и среднего значения уровня боковых лепестков (УБЛ) ДН при различных углах прихода полезного сигнала. Сигнально-помеховая обстановка для результатов машинных испытаний, приведённых в таблице 4.5, — один источник сигнала с максимальной мощностью и углом прихода 0° и один

источник помехи с мощностью на 5 дБ ниже мощности сигнала и различным углом прихода. Для таблицы 4.6, — один источник сигнала с максимальной мощностью и углом прихода 0° и два источника помех с мощностью на 5 дБ ниже мощности сигнала и различными углами прихода.

Таблица 4.5 — Результаты машинных испытаний при использовании алгоритма с обращением корреляционной матрицы при условии наличия одной помехи

Углы прихода источника помехи, град.	Результаты симуляции в MATLAB				Результаты машинных испытаний			
	Максимальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	УБЛ на углах помехи, дБ	$\overline{\Delta h^2}$, дБ	Максимальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	УБЛ на углах помехи, дБ	$\overline{\Delta h^2}$, дБ
0	-13,2	-18,4	-	0	-11,9	-17,4	-	-0,2
10	-8,2	-15	-7,4	14,8	-7,8	-14,4	-12,4	12,5
20	-13	-18,7	-21	18,6	-12,6	-18,2	-21	15,4
30	-12,2	-19,2	-26	43,8	-11,9	-19,5	-28	41,3
40	-13,6	-18	-18	23,3	-11,9	-18,7	-20	23,1
50	-13,3	-18,5	-30	39,6	-10	-16,3	-24,7	36,9

Таблица 4.6 — Результаты натурных испытаний при использовании алгоритма с обращением корреляционной матрицы при условии наличия двух помех

Углы прихода источников помех, град.	Результаты симуляции в MATLAB				
	Максимальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	УБЛ на углах помехи 1, дБ	УБЛ на углах помехи 2, дБ	$\overline{\Delta h^2}$, дБ
10, 20	-7,5	-15,2	-24,7	-9,8	7,8
10, 30	-7,4	-15,6	-26,1	-24,7	15,9
10, 40	-7,2	-16,1	-24,8	-17,6	25,6
20, 30	-13,9	-20,3	-35	-20,3	23,9
20, 40	-13,8	-19,2	-29,8	-21,3	33,2
30, 40	-14,1	-22,4	-42,1	-19,8	31,1
10, 20	-8,7	-17,6	-15,2	-12,7	7,2
10, 30	-10,1	-20,5	-14,7	-22,2	15,7
10, 40	-8,2	-18,1	-15,3	-20,1	25,2
20, 30	-9,7	-19,1	-21,4	-18,9	23,3
20, 40	-9,9	-17,3	-16,4	-23,3	32,8
30, 40	-10,1	-20,3	-33,4	-32,7	29,7

Данные из таблиц 4.5–4.6 показывают ухудшение значения выигрыша в ОСШП не более чем на 2 дБ, что подтверждает корректность работы машинных испытаний алгоритма. Характеристики ДН такие, как максимальный и средний УБЛ изменились не более чем на 15%, что объясняется приближёнными значениями МВК, полученными в результате вычислений в формате half, в ходе проведения машинных испытаний.

4.2.4 Результаты машинных испытаний для итерационного алгоритма прекодирования на передачу

Алгоритм линейного прекодирования ZF, основанный на обращении матрицы Грама с помощью модифицированного алгоритма Ньютона приведён в пункте 3.2.2. Принцип аппаратной реализации алгоритма Ньютона на ПЛИС аналогичен пункту 4.2.3.

В [1] приведены результаты реализации на ПЛИС алгоритма прекодирования на основе модифицированного алгоритма Ньютона, которые подтверждают работоспособность алгоритма в формате half. В приложении В приведён листинг программы алгоритма линейного прекодирования на языке Verilog. В таблице 4.7 представлена схема алгоритма линейного прекодирования на основе модифицированного алгоритма Ньютона при аппаратной реализации.

Таблица 4.7 — Схема выполнения модифицированного алгоритма Ньютона

Вход: количество антенных элементов, M ; количество источников сигнала, N ; количество итераций обращения матрицы, K ; параметр связи, λ_0 ; параметр масштаба, ε ; канальная матрица, $\mathbf{H}_{N \times M}(k)$; информационный сигнал, $\mathbf{d}_N(k)$.

Выход: выходной сигнал, $\mathbf{x}_M(k)$; МВК, $\mathbf{P}_{M \times N}(k)$.

Инициализация: $\mathbf{P}_{N \times M}(k) = \mathbf{0}_{M \times N}$, $\mathbf{x}_M(k) = \mathbf{0}_M$.

```

1: for  $k_1 = 1, 2, \dots$  do
2:    $\mathbf{G}_{N \times N}(k_1) = \mathbf{H}_{N \times M}(k_1) \mathbf{H}_{N \times M}^H(k_1)$ 
3:   Инициализация:  $\lambda(k_2) = \lambda_0$ ,  $\mathbf{X}_{N \times N}(k_2) = \mathbf{I}_N$ 
4:   for  $k_2 = 1, \dots, K$  do
5:      $\mathbf{X}_{N \times N}(k_2) = \mathbf{X}_{N \times N}(k_2 - 1) [(\lambda(k_2) + 1) \mathbf{I}_N - \lambda(k_2) \mathbf{G}_{N \times N}(k_1) \cdot$ 
      $\cdot \mathbf{X}_{N \times N}(k_2 - 1)]$ 
6:      $\lambda(k_2 + 1) = \lambda(k_2)(1 - \varepsilon)$ 
7:   end for
8:    $\mathbf{G}_{N \times N}^{-1}(k_1) = \mathbf{X}_{N \times N}(K)$ 
9:    $\mathbf{P}_{M \times N}(k_1) = \mathbf{H}_{N \times M}^H(k_1) \mathbf{G}_{N \times N}^{-1}(k_1)$ 
10:   $\mathbf{x}_M(k_1) = \mathbf{P}_{M \times N}(k_1) \cdot \mathbf{d}_N(k_1)$ 
11: end for

```

В таблице 4.8 приведены результаты сравнения характеристик алгоритма ПОС, полученных в результате машинных испытаний, таких как выигрыш в ОСШП, максимального и среднего значения уровня боковых лепестков (УБЛ) ДН при различных углах прихода полезного

сигнала. Сигнально-помеховая обстановка для результатов машинных испытаний — два источника сигнала с максимальной мощностью и различными углами прихода. Данные из таблицы 4.8 показывают ухудшение значения выигрыша в ОСШП не более чем на 1 дБ, что подтверждает корректность работы машинных испытаний алгоритма. Характеристики ДН такие, как максимальный и средний УБЛ изменились не более чем на 15%, что объясняется приближёнными значениями МВК, полученными в результате вычислений в формате half, в ходе проведения машинных испытаний.

Таблица 4.8 — Результаты машинных испытаний при использовании алгоритма прекодирования при условии наличия двух источников сигнала

Углы прихода источника полезного сигнала, град.	Результаты симуляции в MATLAB			Результаты машинных испытаний		
	Максимальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	$\overline{\Delta h^2}$, дБ	Максимальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	$\overline{\Delta h^2}$, дБ
0, 10	-17,9	-23,8	20,0	-16,8	-21,3	18,9
0, 20	-12,7	-16,7	20,0	-10,9	-11,9	19,4
0, 30	-10,4	-9,8	20,1	-2,6	-12,4	19,4
0, 40	-15,5	-16,3	20,4	-14,1	-16,2	19,9
0, 50	-7,4	-20,7	21,1	-6,9	-18,8	20,9
0, 60	-9,2	-14,7	22,6	-9,2	-13,7	22,5
10, 20	-16,7	-20,3	20,0	-15,4	-18,7	20,1
10, 30	-16,6	-20,6	20,1	-15,6	-19,3	19,8
10, 40	-10,4	-14,3	20,4	-9,8	-12,9	19,0
10, 50	-11,9	-17,6	21,2	-11,6	-16,7	20,8
10, 60	-7,7	-17,1	22,6	-6,5	-15,5	21,0
20, 30	-16,6	-21,0	20,1	-14,2	-19,4	19,9
20, 40	-18,3	-22,7	20,2	-15,8	-21,0	20,0
20, 50	-9,3	-15,7	21,0	-8,7	-14,7	20,3
20, 60	-10,1	-14,7	21,2	-9,4	-14,0	19,2
30, 40	-15,9	-20,5	20,1	-19,2	-14,5	19,5
30, 50	-23,1	-28,6	20,2	-19,8	-27,6	19,4
30, 60	-17,9	-23,8	20,4	-11,4	-13,5	20,3
40, 50	-12,7	-16,7	20,1	-11,9	-18,7	18,4
40, 60	-10,4	-9,8	20,1	-16,9	-22,9	19,0
50, 60	-15,5	-16,3	20,1	-11,7	-20,8	18,4

4.3 Результаты натурных испытаний по реализации аппаратно-программного комплекса пространственной обработки сигналов

Результаты применения, описанных выше методов ПОС, рассматривались в рамках выполнения научно-исследовательской работы (НИР) «Исследование и отработка современных технологий проектирования адаптивных («умных») антенн и поиска решений для систем связи будущего» (шифр «Растр»). В ходе проведения данной НИР были определены перспективные технические и аппаратные решения, применимые для построения перспективных антенн мобильных устройств (5G) в диапазонах Sub-6-GHz (менее 6 ГГц) и mmWave (миллиметровые волны) на примере 8-элементной ААР. Обоснованием выбора диапазона рабочих частот для реализации 8-элементной ААР было решение комиссии по радиочастотам ГКРЧ от 17 марта 2020 года (протокол №20-54дсп). Среди предложенных диапазонов рабочих частот выбор был сделан в пользу диапазона 2300–2620 МГц, для реализации технических решений на базе существующей инфраструктуры.

В рамках НИР была разработана антенная решётка, состоящая из 8 излучающих элементов, каждый из которых представляет собой два взаимно перпендикулярных вибратора, работающие в диапазоне 2,3–2,7 ГГц. Коэффициент усиления антенны 12,6 дБ [129]. На рисунке 4.4 представлен общий вид антенной решетки и излучателей в составе данной решетки. На рисунке 4.5 представлена схема размещения антенных элементов антенной решетки при измерениях. Антенная решётка, подключённая к схеме, представленной на рисунке 4.3 представляет собой полноценную ААР.

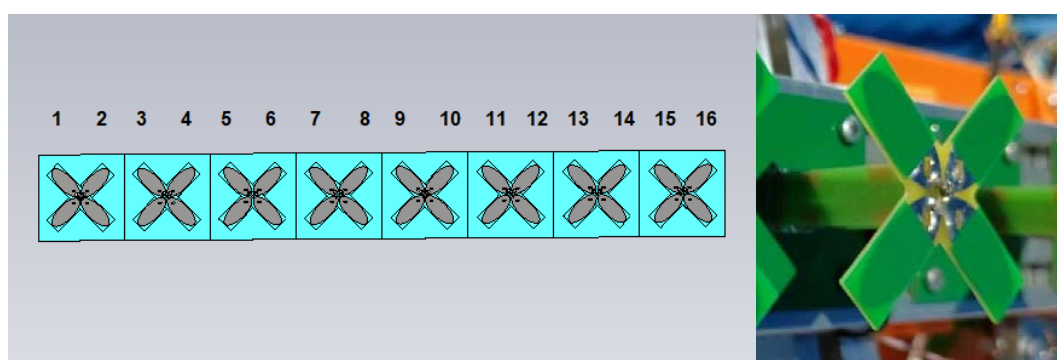


Рисунок 4.4 — Общий вид антенной решетки и излучателей в составе данной решетки

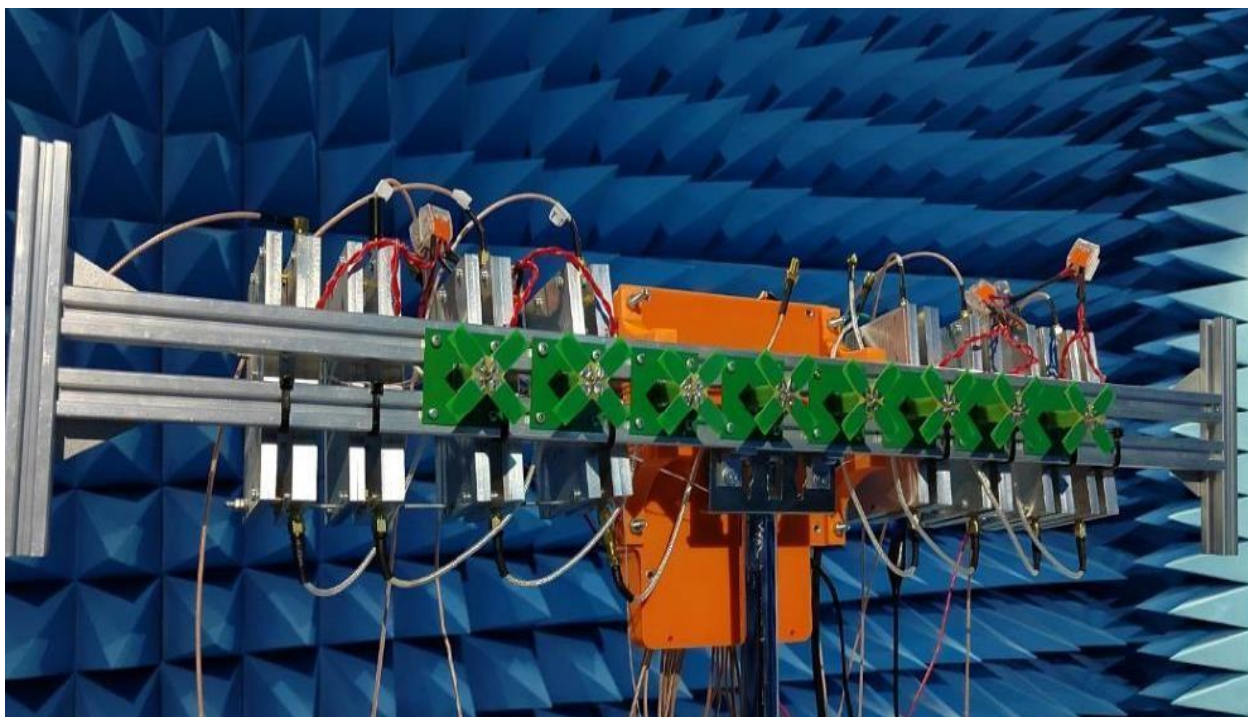


Рисунок 4.5 — Схема размещения антенных элементов антенной решетки при измерениях

4.3.1 Методика измерения характеристик работы адаптивной антенной решётки

Для анализа работоспособности алгоритмов ПОС производились измерения ДН ААР в безэховой экранированной камере (БЭК). Полученные характеристики ДН, полученные в ходе натурных испытаний, затем сравнивались с характеристиками ДН, полученными в результате симуляции в среде MATLAB. С учетом характеристик элементов решетки, геометрии размещения элементов и режимов работы ААР рекомендованы следующие методики измерений:

- Для повышения точности измерений, с целью устранения переотражений и неучтенных источников шума, при измерениях, как в режиме адаптации, так и без адаптации рекомендуется производить измерения в БЭК. Для выбранного частотного диапазона 2300–2620 МГц стандартные радиопоглощающие пирамиды обеспечивают коэффициент отражения по мощности около -40 дБ.
- Измерения проводятся в режиме ближнего поля, с пересчетом характеристик в поле дальней зоны.
- Стенд для измерения — с плоскостным сканированием, который является оптимальным решением для антенн со средней и высокой направленностью.
- Перед началом измерения в БЭК производится производилась калибровка ААР на основе алгоритма NLMS с целью устранения случайных набегов фаз, связанных с невозможностью точного учёта разброса параметров конструкции антенной решётки.

Структурная схема калибровки ЦАР с адаптивной обработкой сигналов представлена на рисунке 4.6.

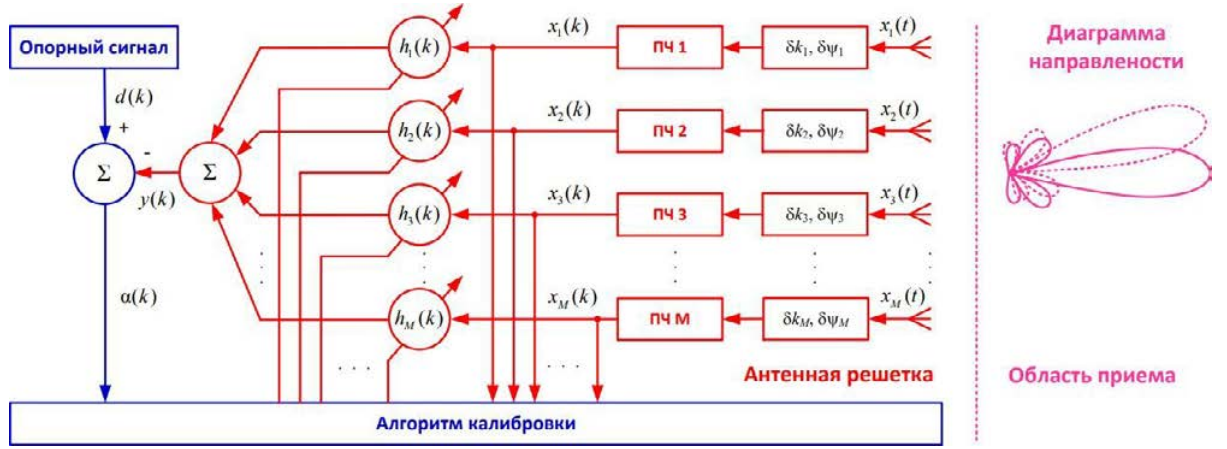


Рисунок 4.6 — Структурная схема калибровки ЦАР с адаптивной обработкой сигналов

Для оценки соответствия между теоретической и практической ДН, полученных в результате работы алгоритма по достаточно большому количеству экспериментальных измерений, можно использовать критерия согласия. Цель проверки гипотезы о согласии опытной модели с теоретической — это стремление удостовериться в том, что данная модель теоретического закона не противоречит наблюдаемым данным, и использование её не приведет к существенным ошибкам. В качестве критерия согласия для оценки результатов был использован критерий Колмогорова-Смирнова [146]. В ситуации проверки гипотез предельные распределения статистик классических непараметрических критериев согласия известны и не зависят от вида наблюдаемого закона распределения и, в частности, от его параметров [147]. Это достоинство предопределило использование критерия Колмогорова-Смирнова при оценке ДН. Критерий Колмогорова-Смирнова опирается на статистику:

$$D_n^+ = \max_{|x| < \infty} |F_n(x) - F(x, \theta)| = \max_{1 \leq i \leq n} \left(\frac{i}{n} - F(x_i, \theta) \right), \quad (4.1)$$

или

$$D_n^- = \min_{|x| < \infty} |F_n(x) - F(x, \theta)| = \max_{1 \leq i \leq n} \left(F(x_i, \theta) - \frac{i-1}{n} \right) \quad (4.2)$$

где n — объем выборки; x_i — упорядоченные по возрастанию выборочные значения; $F(x_i, \theta)$ — функция закона распределения, согласие с которым проверяют.

В случае, если количество измерений невелико, используют поправку Большева, учитывающую количество измерений. Тогда реальная статистика будет равна:

$$S_m = \frac{(6nD_n^+ + 1)^2}{9n}. \quad (4.3)$$

Гипотезу H_0 не отвергают, если для вычисленного по выборке значения статистики S_m^* :

$$P(S > S_m^*) > \int_{S^*}^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}} dx = e^{-\frac{S_m^*}{2}} > \alpha, \quad (4.3)$$

где α — порог значимости.

4.3.2 Результаты натурных испытаний для градиентного алгоритма NLMS на приём

Измерения на приём проводились в ближнем поле, где ДН не сформирована до конца, а мощность излучения сильно зависит от расстояния между передающей антенной, служащей макетом источника полезного сигнала, и приёмной ААР. В качестве передающей антенны источника сигнала использовалась антенна Вивальди с рабочим диапазоном частот 2300–2620 МГц. При проведении натурных испытаний в БЭК выбранная частота источника сигнала — 2350,289 МГц. В качестве передающих антенн источников помех использовались разработанные антенные элементы с кросс-поляризацией. Выбранная частота на излучения помех — 2350,4 МГц. На рисунках 4.7–4.11 представлены условия проведения экспериментов и расположение аппаратуры в БЭК.

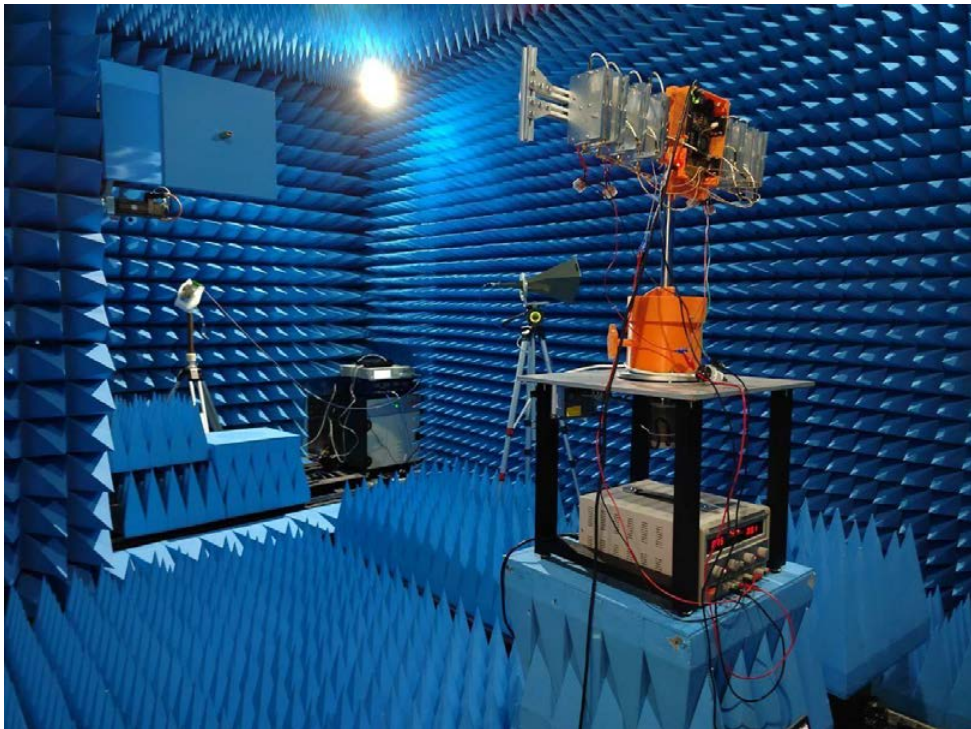


Рисунок 4.7 — Измерительный комплекс ААР в режиме на приём



Рисунок 4.8 — ААР в БЭК

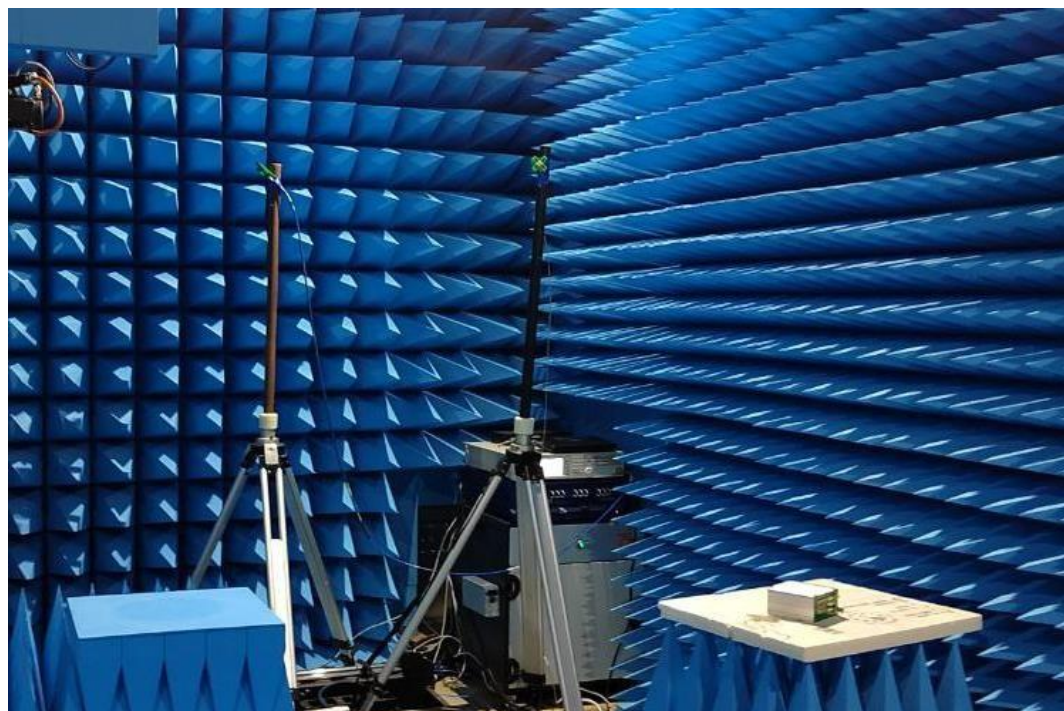


Рисунок 4.9 — Антенны, используемые для излучения полезного сигнала (слева) и помехи (справа)



Рисунок 4.10 — Генератор для излучения радиосигналов в диапазоне 2300 - 2620 МГц



Рисунок 4.11 — Источник питания, подключаемый к усилителям ААР

Для проведения работоспособности алгоритма NLMS было проведено два испытания. В первом случае был один источник сигнала с выходной мощностью 5 Вт, который устанавливался под углом к нормали испытуемой ААР. Во втором случае был один источник сигнала с выходной мощностью 5 Вт, который устанавливался под углом 0° к нормали испытуемой ААР, и один источник помехи с выходной мощностью 5 Вт и ослаблением аттенюатора -5 дБ, который устанавливался под углом к нормали испытуемой ААР. В таблицах 4.9–4.10 представлены результаты натурных испытаний ААР при использовании алгоритма NLMS, а именно: значения

максимального и среднего УБЛ ДН, а также коэффициент совпадения (КС) по критерию Смирнова-Колмогорова характеристик ДН.

Данные из таблиц 4.9–4.10 подтвердили ухудшение ЭМС в направлениях, отличных от направлений на источники сигнала и помех в результате натурных испытаний. При этом рост уровня боковых лепестков ДН составил примерно 6,2% по мощности. В большинстве случаев коэффициент совпадения составил не менее 80%, что характеризует высокую степень совпадения теоретических и экспериментальных данных.

Таблица 4.9 — Результаты натурных испытаний ААР при использовании алгоритма NLMS

Углы прихода источника полезного сигнала, град.	Результаты симуляции в MATLAB		Результаты натурных испытаний			КС, %
	Максимальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	Максимальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	Время сходимости алгоритма, мкс	
0	-13,3	-25	-10,9	-22,9	174	88
10	-14,9	-22,4	-15,3	-24,7	172	89
20	-12,3	-20,0	-12,5	-23,3	165	84
30	-10,8	-19,5	-14,7	-24,7	169	81
40	-11,5	-17,4	-14,2	-21,8	170	82
50	-10,1	-16,9	-9,8	-11,2	175	82
60	-8,5	-11,4	-7,4	-12,7	180	84

Таблица 4.10 — Результаты натурных испытаний при использовании алгоритма NLMS при условии наличия одной помехи

Углы прихода источника помехи, град.	Результаты симуляции в MATLAB			Результаты натурных испытаний				КС, %
	Максимальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	УБЛ на углах помехи, дБ	Максимальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	УБЛ на углах помехи, дБ	Время сходимости алгоритма, мкс	
0	-13,2	-18,4	-	-8,2	-16,3	-	343	84
10	-8,2	-15	-7,4	-7,6	-14,4	-12,4	181	79
20	-13,0	-18,7	-21,0	-11,7	-19,5	-26,5	173	81
30	-12,2	-19,2	-26,0	-8,8	-17,2	-24	166	83
40	-13,6	-18,0	-18,0	-12,1	-19,3	-28,7	179	83
50	-13,3	-18,5	-30,0	-10,0	-18,1	-24,4	168	82
60	-13,0	-17,4	-25,0	-10,8	-16,1	-20	172	79

4.3.3 Результаты натурных испытаний для алгоритма обращения корреляционных матриц на приём

Условия проведения измерений на приём для тестирования алгоритма обращения корреляционных матриц аналогичны пункту 4.3.2.

Для проведения работоспособности алгоритма обращения корреляционных матриц было проведено два испытания. В первом случае был один источник сигнала с выходной мощностью 5 Вт, который устанавливался под углом 0° к нормали испытуемой ААР, и один источник помехи с выходной мощностью 5 Вт и ослаблением аттенюатора -5 дБ, который устанавливался под углом к нормали испытуемой ААР. Во втором случае был один источник сигнала с выходной мощностью 5 Вт, который устанавливался под углом 0° к нормали испытуемой ААР, и два источника помехи с выходной мощностью 5 Вт и ослаблением аттенюатора -5 дБ, которые устанавливались под углом к нормали испытуемой ААР. В таблицах 4.11–4.12 представлены результаты натурных испытаний ААР при использовании алгоритма обращения корреляционных матриц, а именно: значения максимального и среднего УБЛ ДН, а также коэффициент совпадения (КС) по критерию Смирнова-Колмогорова характеристик ДН.

Данные из таблиц 4.11–4.12 подтвердили ухудшение ЭМС в направлениях, отличных от направлений на источники сигнала и помех в результате натурных испытаний. При этом рост уровня боковых лепестков ДН составил примерно 5,6% по мощности. В большинстве случаев коэффициент совпадения составил не менее 80%, что характеризует высокую степень совпадения теоретических и экспериментальных данных.

Таблица 4.11 — Результаты натурных испытаний ААР при использовании алгоритма с обращением корреляционной матрицы при условии наличия одной помехи

Углы прихода источника помехи, град.	Результаты симуляции в MATLAB			Результаты натурных испытаний				КС, %
	Макси- мальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	УБЛ на углах помехи, дБ	Макси- мальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	УБЛ на углах помехи, дБ	Время сходимости алгоритма, мкс	
0	-13,2	-18,4	-	-11,9	-17,4	-	302	86
10	-8,2	-15	-7,4	-7,8	-14,4	-12,4	276	79
20	-13	-18,7	-21,0	-12,6	-18,2	-21,0	287	82
30	-12,2	-19,2	-26,0	-11,9	-19,5	-28,0	242	84
40	-13,6	-18	-18,0	-11,9	-18,7	-20,0	296	81
50	-13,3	-18,5	-30,0	-10,0	-16,3	-24,7	234	84

Таблица 4.12 — Результаты натурных испытаний ААР при использовании алгоритма с обращением корреляционной матрицы при условии наличия двух помех

Углы прихода источ- ников помех, град.	Результаты симуляции в MATLAB				Результаты натурных испытаний					КС, %
	Макси- мальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	УБЛ на углах помехи 1, дБ	УБЛ на углах помехи 2, дБ	Макси- мальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	УБЛ на углах помехи 1, дБ	УБЛ на углах помехи 2, дБ	Время сходи- мости алгорит- ма, мкс	
10, 20	-7,5	-15,2	-24,7	-9,8	-8,7	-17,6	-15,2	-12,7	351	84
10, 30	-7,4	-15,6	-26,1	-24,7	-10,1	-20,5	-14,7	-22,2	225	78
10, 40	-7,2	-16,1	-24,8	-17,6	-8,2	-18,1	-15,3	-20,1	213	77
20, 30	-13,9	-20,3	-35	-20,3	-9,7	-19,1	-21,4	-18,9	250	82
20, 40	-13,8	-19,2	-29,8	-21,3	-9,9	-17,3	-16,4	-23,3	285	81
30, 40	-14,1	-22,4	-42,1	-19,8	-10,1	-20,3	-33,4	-32,7	283	82

4.3.4 Результаты натурных испытаний для итерационного алгоритма прекодирования на передачу

Измерения на передачу проводились в ближнем поле. При проведении натурных испытаний был использован стенд ближнего поля. Данный тип измерений предназначен для имитации однородной плоской волны посредством математического преобразования выборок измерений IEEE Std 1720™–2012.

Восстановление радиотехнических характеристик измеряемой антенны в дальней зоне по амплитудно-фазовому распределению, измеренному в непосредственной близости от апертуры исследуемой антенны, основано на теореме эквивалентности. Теорема говорит нам о том, что распределение токов на поверхности проводника равно распределению электромагнитного поля вдали от него. Все измерения, проводимые на сканере, являются относительными.

Процесс измерения параметров ближнего поля испытуемой антенны складывается из нескольких этапов:

1. Испытуемая антенна устанавливается в непосредственной близости от плоскости перемещения зонда сканера (на расстоянии 2–5 длины волны до ближайших токопроводящих участков конструкции антенны). Раскрыв антенны ориентируется по возможности параллельно плоскости перемещения зонда.

2. При запуске управляющей программы «RL-BEAM-DA» на ПЭВМ происходит автоматическая проверка подключения устройств стенда. Если все устройства готовы к работе,

то можно начинать измерения.

3. Оператор формирует задание для комплекса, содержащее настройки измерения.
4. В соответствии с заданием комплекс формирует несколько вложенных друг в друга координатных сеток в соответствии с заданным количеством частот, на которых предстоит проводить измерения. Дискретность перемещения, по которой будут происходить измерения комплексного сигнала, в верхнем пределе должен быть равен половине длины волны наибольшей частоты из заданного диапазона частот.

5. По команде оператора «Начать процедуру измерения», комплекс запускает процесс перемещения каретки с зондом по прямоугольному растру и сбор амплитудно-фазовой информации. Сбор амплитудно-фазовой информации на анализаторе происходит по сигналу выходного триггера контроллера сканера (TRIG OUT).

При использовании такого стенда данные, как правило, измеряются с шагом, не превышающим половины длины волны. На рисунке 4.12 представлен стенд измерения ближнего поля.



Рисунок 4.12 — Стенд ближнего поля с измерениями на плоскости

Для проведения работоспособности алгоритма прекодирования было проведено испытание, в котором было два источника сигнала с выходной мощностью 5 Вт, которые устанавливались под углом 0° к нормали испытываемой ААР. В таблицах 4.13–4.14 представлены результаты натурных испытаний ААР при использовании алгоритма прекодирования с итерационным обращением матрицы Грамма по модифицированному методу Ньютона, а именно: значения максимального и среднего УБЛ ДН, а также коэффициент совпадения (КС) по критерию Смирнова-Колмогорова характеристик ДН.

Таблица 4.13 — Результаты натурных испытаний при использовании алгоритма прекодирования при условии наличия двух источников сигнала

Углы прихода источника полезного сигнала, град.	Результаты симуляции в MATLAB		Результаты натурных испытаний			КС, %
	Максимальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	Максимальный УБЛ, дБ	Средний УБЛ, дБ	Время сходимости алгоритма, мкс	
0, 10	-17,9	-23,8	-16,8	-21,3	182	94
0, 20	-12,7	-16,7	-10,9	-11,9	153	89
0, 30	-10,4	-9,8	-2,6	-12,4	157	92
0, 40	-15,5	-16,3	-14,1	-16,2	166	91
0, 50	-7,4	-20,7	-6,9	-18,8	157	85
0, 60	-9,2	-14,7	-9,2	-13,7	207	87
10, 20	-16,7	-20,3	-15,4	-18,7	202	88
10, 30	-16,6	-20,6	-15,6	-19,3	152	93
10, 40	-10,4	-14,3	-9,8	-12,9	169	90
10, 50	-11,9	-17,6	-11,6	-16,7	205	87
10, 60	-7,7	-17,1	-6,5	-15,5	166	89
20, 30	-16,6	-21,0	-14,2	-19,4	204	89
20, 40	-18,3	-22,7	-15,8	-21,0	157	91
20, 50	-9,3	-15,7	-8,7	-14,7	207	91
20, 60	-10,1	-14,7	-9,4	-14,0	158	93
30, 40	-15,9	-20,5	-19,2	-14,5	189	84
30, 50	-23,1	-28,6	-19,8	-27,6	152	86
30, 60	-12,3	-15,3	-11,4	-13,5	202	90
40, 50	-13,4	-19,9	-11,9	-18,7	188	88
40, 60	-17,7	-24,1	-16,9	-22,9	169	85
50, 60	-14,4	-22,4	-11,7	-20,8	207	89

В результате работы алгоритмов прекодирования с итерационным обращением матрицы Грамма по модифицированному методу Ньютона произошло ухудшение ЭМС в направлениях, отличных от направлений приёмников сигнала. При этом средний рост уровня боковых лепестков ДН составил примерно 4,8% по мощности. При увеличении аттенюации полезного сигнала с 0 до 20 дБ происходит увеличение максимального УБЛ на 2–4 дБ и среднего УБЛ на 6 дБ. В случае, если приёмники сигнала расположены друг к другу менее чем на 30° , происходит увеличение максимального УБЛ на 2 дБ и среднего УБЛ на 5 дБ. В случае, если приёмники сигнала расположены друг к другу более чем на 30° , происходит увеличение максимального УБЛ на 6 дБ и среднего УБЛ на 10 дБ. Несмотря на ухудшение ЭМС в направлениях отличных от направлений приёмников сигнала, адаптация ДН позволяет усиливать полезный сигнал вне зависимости от его углов излучения.

4.4 Предложения по реализации методов пространственной обработки сигналов в гибридных сетях связи

На основании выбора классов используемых методов ПОС для повышения помехоустойчивости элементов ГСС, приведённого в пп. 1.3.3, а также анализа результатов математического моделирования алгоритмов ПОС на приёмной и передающей стороне, проведённого в главах 2–3, можно предложить следующие алгоритмы ПОС.

На АТ для связи с БС и БПЛА для обеспечения мобильной связи, а также с КА для обеспечения спутникового интернета на примере систем «СКИФ» и «Гонец» может быть использован алгоритм NLMS (рисунок 4.13). Алгоритмы класса LMS имеют низкую вычислительную сложность, что позволяет использовать их на АТ, не обладающих достаточными вычислительными ресурсами для дополнительной ПОС. Предложенная модификация алгоритма с переменным шагом по обобщённому показателю эффективности работы алгоритмов ПОС (1.99), позволяет увеличить быстродействие алгоритма на 10% по сравнению с известным алгоритмом (пп. 2.1.1).

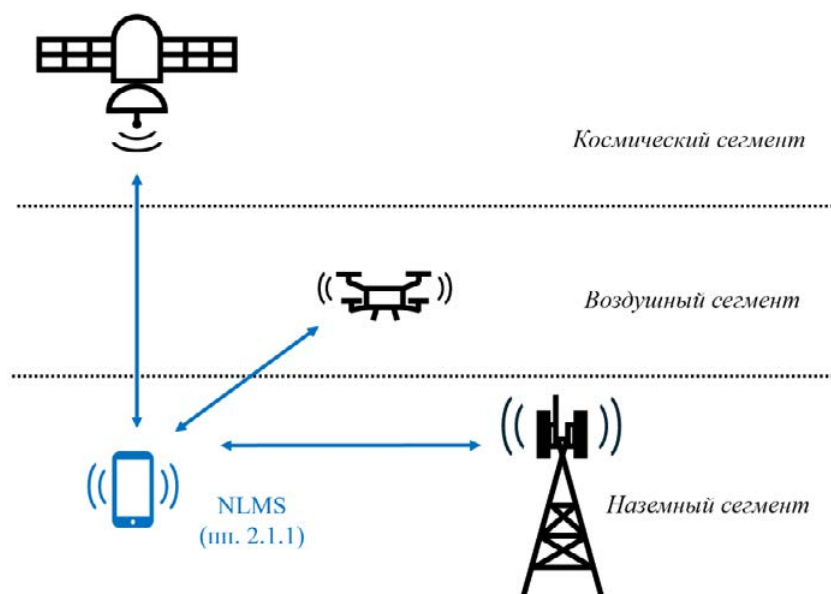


Рисунок 4.13 — Алгоритмы ПОС, используемые на АТ

На БС, работающей в режиме на приём, могут быть использованы следующие алгоритмы (рисунок 4.14):

- На БС для связи с другими БС необходимо обеспечение максимального ОСШП, которое достигается формированием узкого главного лепестка в направлении другой БС и глубоких нулей в направлениях нежелательных источников взаимных помех при малых размерностях кластера сотовой связи. В данной ситуации сигнально-помеховая обстановка является стационарной, поэтому в качестве алгоритма ПОС может быть использован предложенный алгоритм NLMS (пп. 2.1.1), обладающий выигрышем в быстродействии.
- На БС для связи с множеством АТ для обеспечения оптимального приёма в случае стационарной сигнально-помеховой обстановки целесообразно использовать алгоритм обращения корреляционных матриц на основе модифицированного алгоритма Ньютона (пп. 4.3.3), который позволяет сократить требуемое время работы алгоритма на 20% по сравнению с классическим алгоритмом Ньютона и на 6% по сравнению с алгоритмом Чебышёва. В случае нестационарной сигнально-помеховой обстановки целесообразно использовать алгоритмы на основе метода наименьших квадратов, которые обладают компромиссом между уровнем ОСШП и вычислительной сложностью. Предложенная модификация алгоритма RLS за счёт использования коэффициента забывания λ позволяет сократить требуемое время работы в два раза, при этом сохраняя такой же уровень ОСШП (пп. 2.2.1).
- На БС для связи с БПЛА на примере системы «Марафон IoT» в условиях динамической и нестационарной сигнально-помеховой обстановки рекомендуется

использовать разработанный алгоритм UKF-MVDR (пп. 2.2.2), который обеспечивает выигрыш в 5–10 дБ по сравнению с известными алгоритмами на основе калмановского решения, а также демонстрирует устойчивость к одновременному изменению углов направлений полезного сигнала и помех.

- На БС для связи с КА, находящимся на геостационарной орбите (ГСО), канал связи является квазистационарным, поэтому эффективным алгоритмом, обладающим низкой вычислительной сложностью, будет алгоритм NLMS (пп. 2.1.1). В случае, если КА находится на низкой околоземной орбите (НОО), в условиях динамической и нестационарной сигнально-помеховой обстановки рекомендуется использовать разработанный алгоритм UKF-MVDR (пп. 2.2.2).

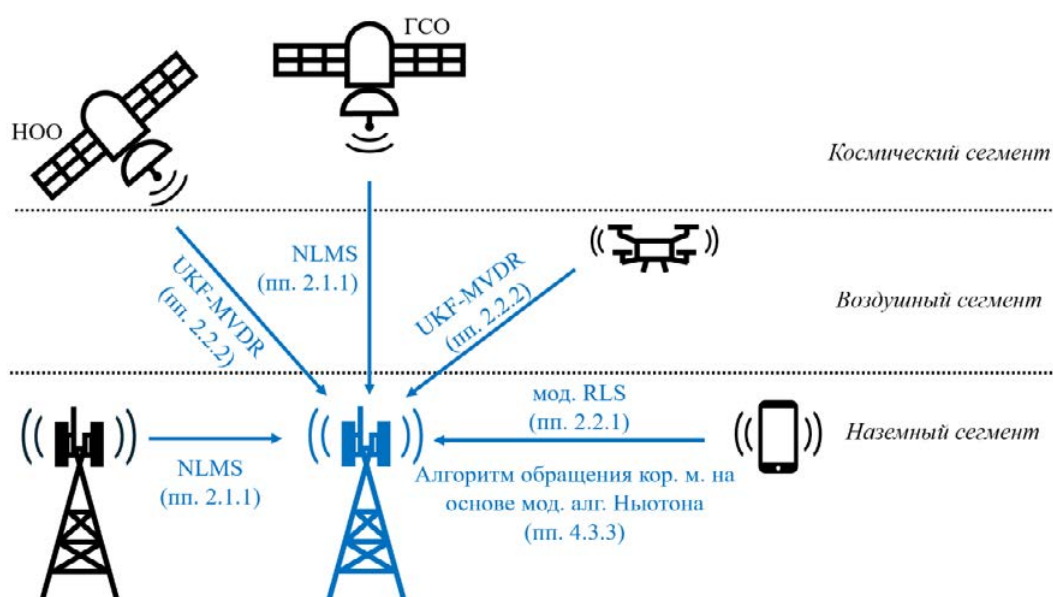


Рисунок 4.14 — Алгоритмы ПОС, используемые на БС, в режиме на приём

Для исправной работы алгоритмов ПОС необходим образцовый сигнал, в качестве которого используются пилот-сигналы от АТ в системах сотовой связи или заголовок кадра (PL-header) в системах спутниковой связи. В случае, если при приёме сообщения начинается с середины кадра или же заголовок невозможно восстановить, целый кадр считается утерянным, что приводит к дополнительным задержкам передачи. В таком случае имеет смысл использовать методы адаптивной ПОС в условиях априорной неопределённости образцового сигнала (рисунок 4.15):

- На БС для связи с КА на ГСО, где канал связи является квазистационарным можно использовать систему из линейного фильтра Калмана, который служит для оценки образцового сигнала, и алгоритма NLMS, который служит для ПОС (пп. 2.3.1). Данная схема позволяет достичь того же уровня ОСШП, что и в случае априорно известного образцового сигнала. На БС для связи с КА на НОО, где канал связи является

нестационарным целесообразно использовать систему из нечувствительного фильтра Калмана (UKF), который даёт точную оценку в условиях нелинейности канала связи, и алгоритма RLS, который обладает устойчивостью к нестационарной сигнально-помеховой обстановке.

- На БС для связи с АТ, где сигнально-помеховая обстановка является нестационарной в виду многолучевого распространения, предлагается использовать систему из UKF, который даёт точную оценку в условиях нелинейности канала связи, и алгоритма NLMS.
- На БС для связи с БПЛА, где сигнально-помеховая обстановка является динамической и нестационарной, предлагается использовать систему из UKF и модифицированного алгоритма RLS, который обладает устойчивостью к нестационарной сигнально-помеховой обстановке.

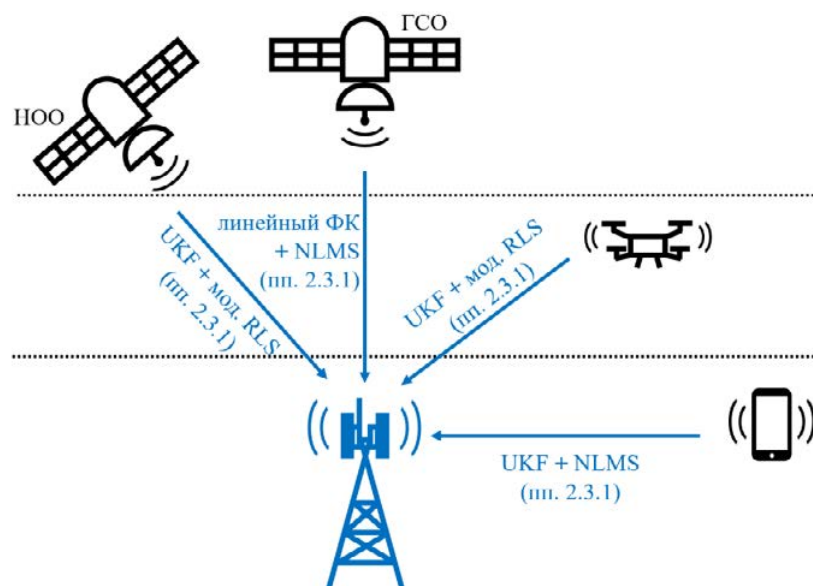


Рисунок 4.15 — Алгоритмы ПОС, используемые на БС, в режиме на приём в условиях априорной неопределённости сигнально-помеховой обстановки

На БС, работающей в режиме на передачу, могут быть использованы следующие алгоритмы (рисунок 4.16):

- На БС для связи с другими БС с целью формирования узкого главного лепестка в условиях стационарной сигнально-помеховой обстановки может быть использован предложенный алгоритм NLMS (пп. 2.1.1), обладающий выигрышем в быстродействии.
- На БС для связи с КА на ГСО в односигнальном режиме, где канал связи является квазистационарным может быть использован предложенный алгоритм NLMS. В

случае, если КА расположен на НОО, где канал связи является нестационарным в виду значительной угловой скорости, целесообразно использовать разработанный алгоритм UKF-MVDR, обладающий устойчивостью к одновременному изменению углов направления полезного сигнала и помех.

- На БС для связи с БПЛА на примере системы «Марафон IoT» в условиях динамической и нестационарной сигнально-помеховой обстановки рекомендуется использовать разработанный алгоритм UKF-MVDR, который обладает устойчивостью как к энергетической нестационарности сигналов, так и к одновременному изменению углов направления полезного сигнала и помех.
- На БС для связи с АТ главной задачей является внесение предсказаний в передаваемый сигнал с целью согласования передаваемого сигнала с каналом связи для уменьшения вычислительной сложности дополнительной пост-обработки на приёмной стороне. В сельской местности, где нагруженность канала невелика, может быть использован оптимальный алгоритм MMSE с обращением матрицы Грама на основе разработанного модифицированного алгоритма Ньютона (пп. 3.2.2), который позволяет сократить время вычисления обратной матрицы на 20% по сравнению с классическим алгоритмом Ньютона и на 6% по сравнению с алгоритмом Чебышёва. В городской местности, где нагруженность канала высокая, рекомендуется использовать разработанный алгоритм на основе сингулярного разложения, который позволяет увеличить ОСШП на 5,9 дБ при максимальной нагруженности канала по сравнению с известным алгоритмом на основе LQ-разложения.

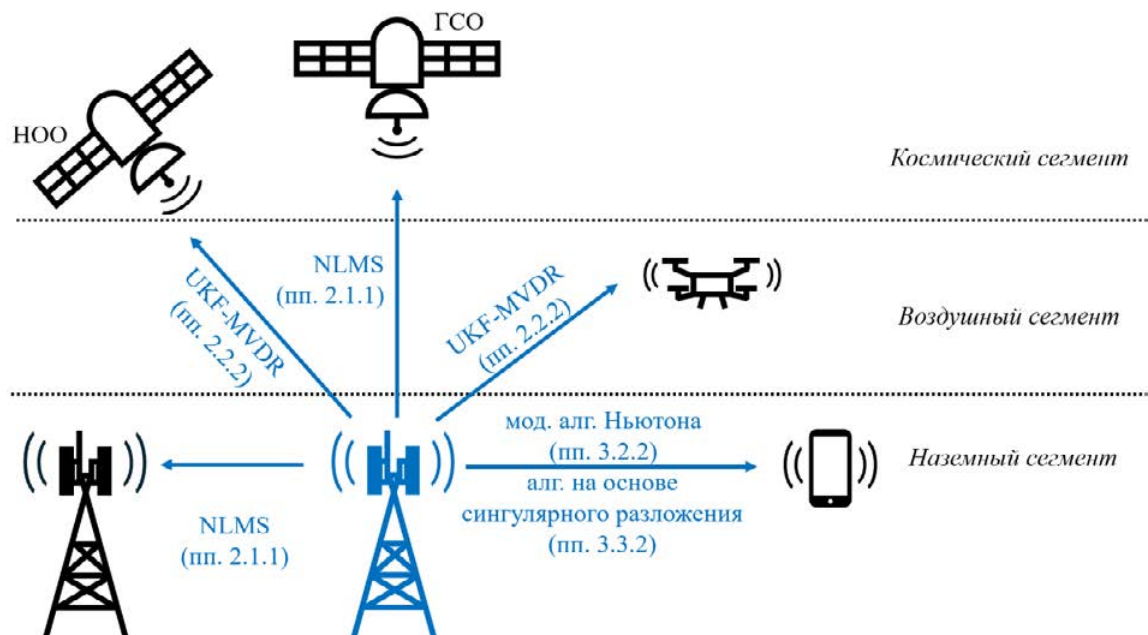


Рисунок 4.16 — Алгоритмы ПОС, используемые на БС, в режиме на передачу

На БПЛА, работающей в режиме АТ на приём и передачу, в системе спутникового интернета вещей «Марафон IoT» для связи с БС и КА, где канал связи является нестационарным могут быть использованы алгоритмы на основе метода наименьших квадратов, которые обладают компромиссом между уровнем ОСШП и вычислительной сложностью (рисунок 4.17). Предложенная модификация алгоритма RLS за счёт использования коэффициента забывания λ позволяет сократить требуемое время работы в два раза, при этом сохраняя такой же уровень ОСШП (пп. 2.2.1).

На БПЛА, работающей в режиме БС для связи с АТ, могут быть использованы следующие методы ПОС (рисунок 4.18):

- В многосигнальном режиме на приём предлагается использование модифицированного алгоритма RLS, который обеспечивает быструю сходимость при средней вычислительной сложности.
- В многосигнальном режиме на передачу предлагается использование алгоритм MMSE с обращением матрицы Грама на основе разработанного модифицированного алгоритма Ньютона (пп. 3.2.2), который обеспечивает выигрыш в быстродействии.

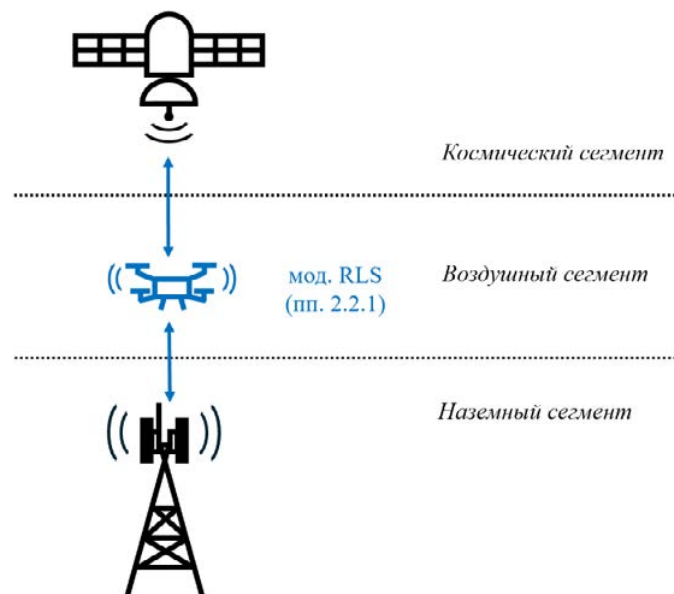


Рисунок 4.17 — Алгоритмы ПОС, используемые на БПЛА, используемого в качестве АТ

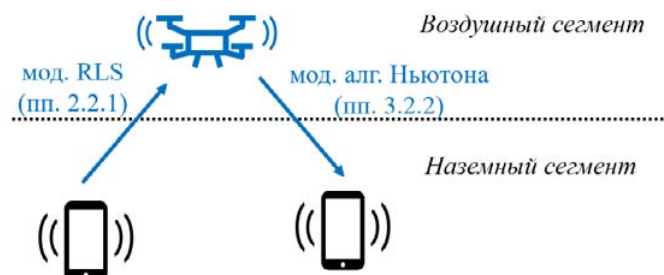


Рисунок 4.18 — Алгоритмы ПОС, используемые на БПЛА, используемого в качестве БС

На КА для связи с наземным и воздушным сегментом на примере систем спутникового интернета «СКИФ» и «Гонец» могут быть использованы следующие методы ПОС (рисунок 4.19):

- В многосигнальном режиме на приём предлагается использование модифицированного алгоритма RLS, который обеспечивает быструю сходимость при средней вычислительной сложности.
- В многосигнальном режиме на передачу требуется использование алгоритма прекодирования ограничением пик-фактора для уменьшения внутриполосных и внеполосных искажений. В качестве такого алгоритма предлагается использование алгоритма MMSE с обращением матрицы Грама на основе разработанного модифицированного алгоритма Ньютона совместно с методом АО, который обладает простотой реализации и приводит к снижению ОСШП не более чем на 2 дБ при средней нагрузке канала.

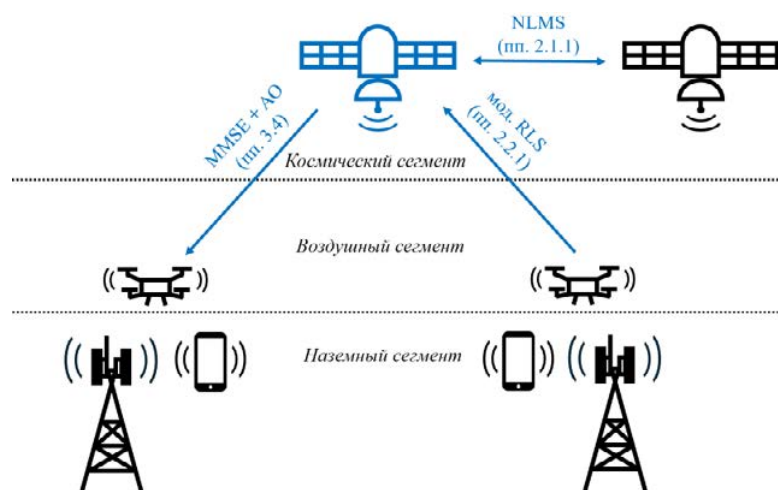


Рисунок 4.19 — Алгоритмы ПОС, используемые на КА

4.5 Выводы по четвёртому разделу

1. Рассмотрены предложения по реализации разработанных алгоритмов ПОС на различных элементах ГСС с целью увеличения помехоустойчивости.
2. Рассмотрены предложения по аппаратной реализации методов ПОС в ГСС в виде адаптивной 8-элементной антенной решётки, выступающей в роли прототипа БС, на импортной и отечественной элементной базе в виде конкретных устройств. По результатам анализа приведённых устройств был сделан выбор в пользу реализации аппаратно-программного комплекса на импортной элементной базе.
3. Среди методов ПОС были реализованы три разработанных алгоритма, которые по обобщённому показателю эффективности работы алгоритмов ПОС (1.99),

обладают выигрышем во времени работы алгоритмов. Для связи БС с КА в односигнальном режиме работы на приём был рассмотрен быстрый алгоритм LMS с переменным шагом, который позволяет уменьшить требуемое время работы алгоритма на 10% по сравнению с известным итерационным алгоритмом. Для связи БС с АТ в многосигнальном режиме работы на приём был рассмотрен алгоритм с итерационным обращением корреляционной матрицы на основе модифицированного алгоритма Ньютона, который позволяет уменьшить требуемое время работы алгоритма на 20% по сравнению с классическим алгоритмом Ньютона и на 6% по сравнению с алгоритмом Чебышёва. Для связи БС с АТ многосигнальном режиме работы на передачу был рассмотрен итерационный алгоритм линейного прекодирования на основе модифицированного алгоритма Ньютона. Результаты проведённых машинных испытаний подтверждают повышение помехоустойчивости ГСС за счёт использования методов ПОС и свидетельствуют о достижении научной задачи работы.

4. Проведены натурные испытания в БЭК по работоспособности алгоритмов ПОС в составе аппаратно-программного комплекса. Проведённый анализ результатов экспериментов свидетельствует о корректной работе предлагаемого комплекса для повышения помехоустойчивости ГСС за счёт использования предложенных алгоритмов ПОС. Вследствие этого, разработанный аппаратно-программный имеет практическую ценность в применении в антенных системах ГСС, а также обладает научной новизной в совокупности с разработанными алгоритмами ПОС. Таким образом, по результатам исследования, описанного в данной главе, решена четвёртая задача работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной диссертационной работе была произведена разработка и исследование новых алгоритмов ПОС с целью повышения помехоустойчивости гибридных сетей связи. Предложенные алгоритмы ПОС показали свою эффективность по сравнению с известными алгоритмами, которая выражена в количественных показателях быстродействия и ОСШП.

В результате выполнения вышеописанных исследований были решены все поставленные задачи работы и достигнута её цель.

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. Предложены модификации стационарных и нестационарных алгоритмов для методов ПОС на приёмной стороне с целью повышения быстродействия. Так по результатам компьютерного моделирования предложенные модификации алгоритма LMS для линейной решётки позволяют повысить устойчивость алгоритма, а также сократить требуемое время работы на 10%, для кольцевой малоэлементной — на 15%. Предложенная модификация алгоритма RLS позволяет сократить время работы алгоритма в 2 раза.
2. Разработан новый нестационарный алгоритм для методов ПОС на приёмной стороне UKF-MVDR на основе несмещённого фильтра Калмана. Разработанный алгоритм показывает наибольшее значение выигрыша в ОСШП по сравнению с существующими алгоритмами, а также демонстрирует устойчивость как к энергетической нестационарности сигналов, так и к одновременному изменению углов прихода полезного сигнала и помех.
3. Предложены схемы адаптивной ПОС на приёмной стороне в условиях априорной неопределённости сигнальной и помеховой обстановки на основе фильтра Калмана и алгоритма адаптивной ПОС. Предложена параметризация несмещённого фильтра Калмана для повышения устойчивости предложенной схемы, а также повышения точности оценки образцового сигнала в условиях нелинейных моделей образцового сигнала и канала связи.
4. Предложены решения по оптимизации методов ПОС на передающей стороне. Модификация алгоритма оценки канальной матрицы с помощью регуляризации ковариационных матриц пилот-сигналов позволяет сократить количество дополнительных пилот-сигналов, требуемых для точной оценки канальной матрицы, в 4–5 раз. Проведена параметризация методов ограничения пик-фактора, а также предложены рекомендации по использованию методов ограничения пик-фактора для рассматриваемых алгоритмов прекодирования.

5. Предложены модификации алгоритмов линейного и нелинейного прекодирования для ПОС на передающей стороне. Предложенная модификация итерационного алгоритма Ньютона позволяет сократить время работы на 20% быстрее по сравнению с классическим алгоритмом Ньютона и на 6% быстрее по сравнению с алгоритмом Чебышёва. Предложенная модификация алгоритма нелинейного прекодирования на основе LQ-разложения, которая заключается в регуляризации матрицы обратной связи, позволяет увеличить ОСШП минимум на 4,1 дБ.
6. Разработаны новые алгоритмы нелинейного прекодирования на основе сингулярного разложения с целью повышения ОСШП при максимальной нагрузке канала. Результаты компьютерного моделирования показывают увеличение ОСШП на 5,9 дБ при максимальной нагрузке канала по сравнению с существующим алгоритмом на основе LQ-разложения.
7. Предложен аппаратно-программный комплекс по реализации алгоритмов ПОС на приёмной и передающей стороне. Рассмотрена реализация предложенного аппаратно-программного комплекса на импортной и отечественной элементной базе. Проведённые натурные испытания свидетельствуют о корректной работе аппаратно-программного комплекса.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

CMA	— Constant modulus algorithm — Алгоритм постоянного модуля
CSI	— Channel state information — Информация о состоянии канала
DPC	— Dirty paper coding — Кодирование грязной бумаги
DSSS	— Direct sequence spread spectrum — Метод прямой последовательности с расширением спектра
FHSS	— Frequency-hopping spread spectrum — Метод псевдослучайной перестройки частоты
IoT	— Internet of Thing — Интернет вещей
LMS	— Least mean squares — Метод наименьших квадратов
MMSE	— Minimum mean square error — Алгоритм минимума среднеквадратической ошибки
MRT	— Maximum ration transmission — Алгоритм максимального коэффициента передачи
MVDR	— Minimum variance distortionless-response — Алгоритм минимальной дисперсии без искажений
NLMS	— Normalized least mean squares — Нормированный метод наименьших квадратов
OFDM	— Orthogonal frequency-division multiplexing — Мультиплексирование с ортогональным частотным разделением каналов
PAPR	— Peak-to-average power ratio — Отношение пиковой мощности к средней мощности
RLS	— Recursive least squares — Рекуррентный метод наименьших квадратов
SIC	— Successive interference cancellation — Последовательное исключение интерферирующих компонент
WiMAX	— Worldwide interoperability for microwave aces — Технология обеспечения глобальной совместимости для микроволнового доступа
ZF	— Zero forcing — Алгоритм обращения в нуль
AAP	— Адаптивная антенная решётка
АБГШ	— Аддитивный белый гауссовский шум
АМ	— Автономная машина
АО	— Амплитудное ограничение
АТ	— Абонентский терминал
АФАР	— Активная антенная фазированная решётка
АЦП	— Аналогово-цифровой преобразователь

БПЛА	— Беспилотный летательный аппарат
БПФ	— Быстрое преобразование Фурье
БС	— Базовая станция
ВВК	— Вектор весовых коэффициентов
ВО	— Выборочное отображение
ГСС	— Гибридные сети связи
ДН	— Диаграмма направленности
КА	— Космический аппарат
МВК	— Матрица весовых коэффициентов
МКИ	— Межканальная интерференция
ОСП	— Отношение сигнал/помеха
ОСШ	— Отношение сигнал/шум
ОСШП	— Отношение сигнал/(шум+помеха)
ПВОС	— Пространственно-временная обработка сигналов
ПЛИС	— Программируемая логическая интегральная схема
ПОС	— Пространственная обработка сигналов
СБИС	— Сверхбольшая интегральная схема
СКО	— Средний квадрат ошибки
СЛАУ	— Система линейных алгебраических уравнений
СнК	— Система на кристалле
УБЛ	— Уровень боковых лепестков
ЦАП	— Цифро-аналоговый преобразователь
ЦАР	— Цифровая антенная решётка
ЦОС	— Цифровая обработка сигналов
ШПС	— Широкополосные сигналы
ЭВМ	— Электронная вычислительная машина

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушанков, Е. И. Современное состояние и перспективы развития адаптивных антенных комплексов в радиотехнических системах / Е. И. Глушанков, К. О. Коровин, И. А. Бойко, М. Г. Борисов // Вестник СПбГУТ. — 2024. — Т. 2, №1. — С. 9.
2. Бойко, И. А. Исследование адаптивных фильтров в антеннах беспилотных авиационных систем / И. А. Бойко, Н. О. Агейчик // 65-я научно-техническая конференция профессорско-преподавательского состава, научных работников и аспирантов (НТК ППС 2025): сборник научных статей. — Санкт-Петербург, 17-21 февраля 2025. — Т. 2. — С. 26-29.
3. Бойко, И. А. Методы адаптивной обработки сигналов в гибридных сетях связи / И. А. Бойко, А. Г. Владыко, Е. И. Глушанков, И. А. Горобцов // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2025): сборник научных статей XIV Международной научно-технической и научно-методической конференции. — Санкт-Петербург, 25-27 июня 2025. — Т. 2. — С. 254-259.
4. Boyko, I. Methods of Adaptive Signal Processing in Hybrid Network Communication / I. Boyko, I. Gorobtsov, E. Glushankov, A. Vladyko // 2025 IEEE XVII International Scientific and Technical Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE), Novosibirsk, Russian Federation: IEEE, 2025. P. 1-5. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/11289216> (date accessed: 04.08.2026).
5. Бойко, И. А. Моделирование устойчивых адаптивных БИХ-фильтров // XIII Международная научно-техническая и научно-методическая конференция "Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании" (АПИНО 2024): сборник научных статей. — Санкт-Петербург, 24-25 февраля 2021. — Т. 3. — С. 69-73.
6. Glushankov, E. I. Spatial Signal Processing in Centrally Symmetric Linear and Circular Antenna Arrays / E. I. Glushankov, D. I. Kirik, A. A. Khrenov, K. O. Korovin and I. A. Boyko // 2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russian Federation: IEEE, 2022. P. 1-5. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9744369> (date accessed: 04.08.2026).
7. Glushankov, E. I. Algorithms for Multiple Signals Adaptive Processing in Radio Engineering Systems Antenna Arrays / I. A. Boyko, E. I. Glushankov, D. I. Kirik, K. O. Korovin, E. A. Rylov // 2021 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), Kaliningrad, Russia: IEEE, 2021. P. 1-6. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9488370> (date accessed: 04.08.2026).

8. Киричек, Р. В. Гибридные сети связи: Возможности и перспективы / Р. В. Киричек, А. В. Абилов, А. В. Рабин, А. И. Зайцев, Д. В. Окунева, Д. Н. Застолбин // *Электросвязь*. — 2024. — №12-2. — С. 4-9.
9. Российская Федерация. Правительство Российской Федерации. Стратегия развития отрасли связи РФ на период до 2035 г.: распоряжение Правительства Российской Федерации от 24 ноября 2023 г. № 3339-р // *Законы, кодексы и нормативно-правовые акты Российской Федерации* : сайт. URL: <https://legalacts.ru/doc/rasporjazhenie-pravitelstva-rf-ot-24112023-n-3339-r-ob-utverzhenii/?ysclid=msiyg831p1437474439>
10. Guidotti, A. The path to 5G-advanced and 6G non-terrestrial network systems / A. Guidotti, A. Vanelli-Coralli, V. Schena, N. Chuberre, M. El Jaafari, J. Puttonen, S. Cioni // 2022 11th Advanced Satellite Multimedia Systems Conference and the 17th Signal Processing for Space Communications Workshop (ASMS/SPSC), Graz, Austria: IEEE, 2022. P. 1-8. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9914764> (date accessed: 04.08.2026).
11. Великанова Е. П. Исследование многопозиционной РЛС на основе системы связи WiMAX / Е. П. Великанова, А. А. Гельцер, Е. В. Рогожников, П. С. Киселёв // *Вестник СибГУТИ*. 2014. №3 (27). Электрон. версия. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-mnogopozitsionnoy-rls-na-osnove-sistemy-svyazi-wimax> (дата обращения: 04.08.2026).
12. Пастухов, А. С. Моделирование совместной передачи видео-и интернет-трафика в стандарте DVB /ip/ MPEG-2 в гибридных спутниковых сетях связи / А. С. Пастухов, Я. М. Разумов, К. Ю. Окулов, А. К. Гуреев // *Электротехнические и информационные комплексы и системы*. 2007. — №2. С. 56-60 Электрон. версия. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-sovmestnoy-peredachi-video-i-internet-trafika-v-standarte-dvb-ip-mpeg-2-v-gibridnyh-sputnikovyh-setyah-svyazi> (дата обращения: 04.08.2026).
13. Гриценко А. А. Гибридные радиосети или Третья технологическая волна в развитии спутниковых систем // *Connect*. 2023 г. №11-12. С. 26-31. URL: <https://www.connect-wit.ru/izdaniya-connect.html> (дата обращения: 04.08.2026).
14. 3GPP TR 22.822. Study on using Satellite Access in 5G. Release 16. Jun. 2018 // 3gpp.org: сайт. URL: https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/22_series/22.822/
15. МСЭ-R. Ключевые элементы для интеграции спутниковых систем в технологии доступа следующего поколения. Отчёт МСЭ-R М.2460-0 от 07.2019 // itu.int: сайт. URL: https://www.itu.int/dms_pub/itu-r/opb/rep/R-REP-M.2460-2019-PDF-E.pdf.
16. Beckman, C. Starlink and cellular connectivity under mobility: Drive testing across the arctic circle / C. Beckman, J. Garcia, H. Mikkelsen, P. Persson // 2024 Wireless Telecommunications Symposium (WTS), Oakland, CA, USA: IEEE, 2024. P. 1-9. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10536679> (date accessed: 04.08.2026).

17. Развитие сетей мобильной связи от 5G Advanced к 6G. Проекты, технологии, архитектура / В. О. Тихвинский, С. В. Терентьев, В. А. Коваль, Е. Е. Девяткин. — Москва: Техносфера, 2023. — 528 с.
18. Березкин, А. А. Многокритериальная оценка эффективности управления беспилотными системами в гибридных сетях связи / Р. М. Вивчарь, Р. В. Киричек // Труды учебных заведений связи. 2024. №1. С. 18-25. Электрон. версия. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/mnogokriterialnaya-otsenka-effektivnosti-upravleniya-bespilotnymi-sistemami-v-gibridnyh-setyah-svyazi> (дата обращения: 01.03.2026).
19. Киричек, Р. В. Сети беспилотных летательных аппаратов как элемент инфраструктуры умных городов // 72-я Всероссийская научно-техническая конференция, посвященная Дню радио. — Санкт-Петербург, 20–28 апреля 2017 г. — С. 166–167.
20. Варгаузин, В. А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи / В. А. Варгаузин, И. А. Цикин. — Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2013. — 352 с.
21. Зикий, А. Н. Устройства телекоммуникационных систем. Усилители мощности: учебное пособие. / А. Н. Зикий, А. В. Помазанов. — Ростов-на-Дону — Таганрог : Южный федеральный университет, 2019. — 138 с.
22. Ипатов, В. П. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения: монография / В. П. Ипатов. — Москва : Техносфера, 2007. — 487 с.
23. Николаев, В. И. Системы широкополосного радиодоступа 4 поколения: выбор сигнально-кодовых конструкций / В. И. Николаев, А. В. Гармонов, Ю. И. Лебедев // Первая миля. — 2010 г. — Т. 20-21, №5-6. — С. 56-59.
24. Torrieri, D. Principles of spread-spectrum communication systems. Fourth Edition / D. Torrieri. — Boston, MA : Springer US, 2018. — 727 p.
25. Коржик, В. И. Помехоустойчивое кодирование дискретных сообщений в каналах со случайной структурой / В. И. Коржик, Л. М. Финк. — Москва: Связь, 1977. — 271 с.
26. Яковлев, А. Н. Цифровая фильтрация и синтез цифровых фильтров. Учебное пособие / А. Н. Яковлев, Д. О. Соколова. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2012. — 64 с.
27. Джиган, В. И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы / В. И. Джиган. — Москва : Техносфера, 2013. — 528 с.
28. Hudson, J. E. Adaptive Array Principles / J. E. Hudson. — The Institution of Engineering & Technology, 1981. — 268 p.
29. Albreem, M. A. Overview of Precoding Techniques for Massive MIMO / M. A. Albreem, A. H. Al Habbash, A. M. Abu-Hudrouss, S. S. Ikki // IEEE Access. 2021. vol. 9. P. 60764-60801. The

- electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9404152> (date accessed: 04.08.2026).
30. Крейнделин, В. Б. Обработка и прекодирование сигналов в системе с неортогональным доступом и с разделением по мощности / В.Б. Крейнделин, Л.А. Варукина // Т-Comm-Телекоммуникации и Транспорт. — 2024 г. — Т. 18. — №. 6. — С. 38-45.
 31. Yin, H. A coordinated approach to channel estimation in large-scale multiple-antenna systems / H. Yin, D. Gesbert, M. Filippou, Y. Liu // IEEE Journal on selected areas in communications. 2013. Vol. 31. No. 2. P. 264-273. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6415397> (date accessed: 04.08.2026).
 32. Pourkabirian, A. Robust channel estimation in multiuser downlink 5G systems under channel uncertainties / A. Pourkabirian, M. H. Anisi // IEEE Transactions on Mobile Computing. 2021. Vol. 21. No. 12. P. 4569-4582. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9442954> (date accessed: 04.08.2026).
 33. Van Trees, H. L. Optimum array processing: Part IV of detection, estimation, and modulation theory. — New York: John Wiley & Sons, 2002. — 1443 p.
 34. Chen, Y. H. Adaptive beamforming using the constrained Kalman filter / Y. H. Chen, C. T. Chiang // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1993. Vol. 41. No. 11. P. 1576-1580. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/267359> (date accessed: 04.08.2026).
 35. Vorobyov, S. A. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: A solution to the signal mismatch problem / S. A. Vorobyov, A. Gershman, Z. Q. Luo // IEEE Transactions on Signal Processing. 2003. Vol. 51. No. 2. P. 313–324. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1166614> (date accessed: 04.08.2026).
 36. Tocca, V. Adaptive beamforming algorithms performance evaluation for active array radars / V. Tocca, D. Vigilante, L. Timmoneri, A. Farina // 2018 IEEE Radar Conference (RadarConf18), Oklahoma City, OK, USA: IEEE, 2018. P. 43-48. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8378528> (date accessed: 04.08.2026).
 37. Sun, S. Robust adaptive beamforming based on a method for steering vector estimation and interference covariance matrix reconstruction / S. Sun, Z. Ye // Signal Processing. — 2021. — Vol. 182. — P. 107939.
 38. Ai, X. Robust adaptive beamforming with Subspace projection and covariance matrix reconstruction / X. Ai, L. Gan // IEEE Access. 2019. Vol. 7. P. 102149-102159. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8771052> (date accessed: 04.08.2026).
 39. Воеводин, В. В. Вычислительные процессы с тёплицевыми матрицами / В. В. Воеводин, Е. Е. Тыртышников. — Москва : Наука, 1987. — 320 с.

40. Глушанков, Е. И. Аппроксимация выборочных корреляционных матриц матрицами специального вида в задачах адаптации центрально-симметричных антенных решеток / Е. И. Глушанков, А. Н. Колесников, В. И. Мотков, В. А. Родимов // В сб.: Пространственно-временная обработка сигналов в системах радиосвязи. — Приложение к журналу «Радиотехника», 1992. — С. 41-52.
41. Glushankov, E. I. Adaptation of Antenna Arrays with Using Correlation Matrices of a Special Types / E. I. Glushankov, D. I. Kirik, D. M. Kirsanov, E. A. Rylov // 2021 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), Kaliningrad, Russia: IEEE, 2021. P. 1-5. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9488331> (date accessed: 04.08.2026).
42. Golub, G. H. Matrix computations. 4th Edition / G. H. Golub, C. F. Van Loan. — Baltimore: JHU press, 2013. — 747 p.
43. Мухамеджонова, Ш. М. Быстрые алгоритмы обработки больших массивов данных / Ш. М. Мухамеджонова, А. Б. Назимов // Вестник Вологодского государственного университета. Серия: Технические науки. — 2020. — №. 2. — С. 40-43.
44. Diniz, P. S. R. Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation. Third Edition. — Springer, 2002. — 652 p.
45. Costa, M. Writing on dirty paper (Corresp.) / M. Costa // IEEE Transactions on Information Theory. 1983. Vol. 29. No. 3. P. 439-441. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1056659> (date accessed: 04.08.2026).
46. Thakor, P. Performance of Tomlinson-Harashima precoding and dirty paper coding for broadcast channels in MU-MIMO / P. Thakor, R. Sathvara // International Research Journal of Engineering and Technology. 2016. Vol. 3. No. 4. P. 2458-2462. The electronic version. URL: <https://www.irjet.net/archives/V3/i4/IRJET-V3I4586.pdf> (date accessed: 04.08.2026).
47. Mohammed, S. K. Per-Antenna Constant Envelope Precoding for Large Multi-User MIMO Systems / S. K. Mohammed, E. G. Larsson // IEEE Transactions on Communications. 2013. Vol. 61. No. 3. P. 1059-1071. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6451071> (date accessed: 04.08.2026).
48. Amadori, P. V. Constant envelope precoding by interference exploitation in phase shift keying-modulated multiuser transmission / S. K. Mohammed, E. G. Larsson / P. V. Amadori, C. Masouros // IEEE Transactions on Communications. 2017. Vol. 16. No. 1. P. 538-550. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7738555> (date accessed: 04.08.2026).

49. Mahmood, A. Sparse or dense — Message Passing (MP) or Approximate Message Passing (AMP) for Compressed Sensing signal recovery / A. Mahmood, J. Kang, H. Lee // 2013 IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing (PACRIM), Victoria, BC, Canada: IEEE, 2013. P. 259-264. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6625485> (date accessed: 04.08.2026).
50. Jacobsson, S. Quantized precoding for massive MU-MIMO / S. Jacobsson, G. Durisi, M. Coldrey, T. Goldstein, C. Studer // IEEE Transactions on Communications. 2017. Vol. 65. No. 11. P. 4670–4684. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7967843> (date accessed: 04.08.2026).
51. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9-е изд. — М. : Лаборатория знаний, 2020. — 636 с.
52. Бойко, И. А. Моделирование градиентного алгоритма адаптации антенной решётки в среде MATLAB / И. А. Бойко, Е. И. Глушанков, Е. А. Рылов // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. — 2022. — №. 1. — С. 55-61.
53. Бойко, И. А. Моделирование градиентного алгоритма адаптации антенной решетки в среде MATLAB / И. А. Бойко, Е. И. Глушанков, Е. А. Рылов // X Международная научно-техническая и научно-методическая конференция "Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании" (АПИНО 2021): сборник научных статей. — Санкт-Петербург, 24-25 февраля 2021. — Т. 3. — С. 49-54.
54. Патент на изобретение RU 2788589 С1 Российская Федерация. Способ адаптации антенной решетки градиентной процедурой с переменным шагом: № 2021137119: заявлено 14.12.2021: опубликовано 23.01.2023 / И. А. Бойко, Е. И. Глушанков, И. А. Горобцов, Д. И. Кирик, К. О. Коровин, А. В. Шестаков. — 17 с.
55. Патент на изобретение RU 2788589 С9 Российская Федерация. Способ адаптации антенной решетки градиентной процедурой с переменным шагом: № 2021137119: заявлено 14.12.2021: опубликовано 25.05.2023 / И. А. Бойко, Е. И. Глушанков, И. А. Горобцов, Д. И. Кирик, К. О. Коровин, А. В. Шестаков. — 17 с.
56. ПРИКЛАДНЫЕ НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ СОЗДАНИЯ СЕТЕЙ СВЯЗИ 2030, ВКЛЮЧАЯ УСЛУГИ ТЕЛЕПРИСУТСТВИЯ С СЕТЕВОЙ ПОДДЕРЖКОЙ, И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА РЕШЕНИЙ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТРАСЛЕВЫХ КАДРОВ. ВТОРАЯ ОЧЕРЕДЬ: Отчет о НИР. Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации. 2022.
57. Glushankov, E. Optimization of Fan-Beam Radiation Pattern of Cylindrical Phased Array / E. Glushankov, K. Korovin, I. Gorobtsov, I. Boyko, D. Kirik // 2021 13th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), Brno, Czech

- Republic: IEEE, 2021. P. 224-229. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9631661> (date accessed: 06.08.2026).
58. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021681348 Российская Федерация. Программа модифицированного алгоритма RLS: № 2021680757: заявлено 14.12.2021: опубликовано 21.12.2021 / И. А. Бойко, Е. И. Глушанков, И. А. Горобцов, Д. И. Кирик, К. О. Коровин. — 3072 Байт.
 59. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025689152 Российская Федерация. Программный модуль адаптивного диаграммообразования на основе несмещенного фильтра Калмана UKF-MVDR: № 2025688633: заявлено 24.10.2025 / И. А. Бойко, Е. И. Глушанков. — 12,37 Кбайт.
 60. Бойко, И. А. Алгоритмы адаптивной обработки сигналов в геостационарных системах / И. А. Бойко, Е. И. Глушанков, А. Ж. Ляляина // Труды учебных заведений. — 2025. — Т. 11, №5. — С. 74-83.
 61. Щедрин, А. А. Исследование калмановских алгоритмов фильтрации в целях адаптивного диаграммообразования / А. А. Щедрин, И. А. Бойко, Е. И. Глушанков // Научно-техническая конференция Санкт-Петербургского НТО РЭС им. А.С. Попова, посвященная Дню радио: материалы конференции. — Санкт-Петербург, 22-26 апреля 2024. — № 1(79). — С. 3-5.
 62. Щедрин, А. А. Использование фильтра Калмана с ограничениями в целях уменьшения чувствительности приемной адаптивной фазированной антенной решетки к углу прихода / А. А. Щедрин, И. А. Бойко // Вестник СПбГУТ. — 2024. — Т. 2, №4. — С. 4.
 63. Бойко, И. А. Методы оценки шума измерения приемной адаптивной антенной решетки, работающей на принципах калмановской фильтрации / И. А. Бойко, Е. И. Глушанков, А. А. Щедрин // Подготовка профессиональных кадров в магистратуре для цифровой экономики (ПКМ-2023): сборник лучших докладов. — Санкт-Петербург, 5-7 декабря 2023. — Т. 1. — С. 88-94.
 64. Бойко, И. А. Адаптивное диаграммообразование в условиях неопределённости эталонного сигнала, оцениваемого фильтром Калмана / И. А. Бойко, Е. И. Глушанков // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2023): сборник научных статей XII Международной научно-технической и научно-методической конференции. — Санкт-Петербург, 28 февраля – 1 марта 2023. — Т. 1. — С. 87-91.
 65. Glushankov, E. Methods to Improve the Accuracy of State Estimation in Nonlinear Kalman Filter in Case of a Priori Uncertainty / E. Glushankov, I. Boyko, D. Kirik, K. Korovin, A. Shchedrin // 2024 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications,

- Moscow, Russian Federation: IEEE, 2024. P. 1-6. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10496782> (date accessed: 06.08.2026).
66. Haykin, S. LEAST-MEAN-SQUARE ADAPTIVE FILTERS / S. Haykin, B. Widrow. — Wiley-Interscience, 2003. — 494 p.
 67. Ferrara, E. Fast implementations of LMS adaptive filters // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. — 1980. — Vol. 28, No. 4. — P. 474-475. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1163432> (date accessed: 06.08.2026).
 68. Singh, H. Probe Suppression in Conformal Phased Array / H. Singh, M. Dutta, P. S. Neethu. — Singapore : Springer Singapore, 2016. — 42 p.
 69. Singh, H. Active cancellation of probing in phased array using modified improved LMS algorithm / H. Singh, R. M. Jha // 2012 World Congress on Information and Communication Technologies, Trivandrum, India: IEEE, 2012. P. 852-855. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6409194> (date accessed: 06.08.2026).
 70. Gozasht, F. A comprehensive performance study of circular and hexagonal array geometries in the LMS algorithm for smart antenna applications / F. Gozasht, G. R. Dadashzadeh, S. Nikmhr // Progress In Electromagnetics Research. 2007. Vol. 68. P. 281-296. The electronic version of print. publ. URL: <https://www.jpier.org/issues/reader.html?pid=06091002> (date accessed: 06.08.2026).
 71. Nitzberg, R. Effect of errors in adaptive weights // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1976. Vol. AES-12, No. 3. P. 369-373. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4101656> (date accessed: 06.08.2026).
 72. Simon, D. Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches. — Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons, 2006. — 525 p.
 73. Godara, L. C. Smart antennas. — Boca Raton, Florida: CRC press, 2004. — 445 p.
 74. Godara, L. C. Error Analysis of the Optimal Antenna Array Processors // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1986. Vol. AES-22, No. 4. P. 395-409. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4104229> (date accessed: 06.08.2026).
 75. Van Der Merwe, R. Sigma-point Kalman filters for probabilistic inference in dynamic state-space models: Ph.D. Thesis. — Oregon Health & Science University, 2004.
 76. Omgond, P. Constrained Kalman filter based interference suppression in phased arrays / P. Omgond, P., H. Singh // 2014 IEEE International Microwave and RF Conference (IMaRC), Bangalore, India: IEEE, 2014. P. 286-289. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7039029> (date accessed: 06.08.2026).
 77. Bhotto, M. Z. A. Constant modulus blind adaptive beamforming based on unscented Kalman filtering / M. Z. A. Bhotto, I. V. Bajić // IEEE Signal Processing Letters. 2015. Vol. 22, No. 4. P.

- 474-478. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6922488> (date accessed: 06.08.2026).
78. El-Khamy, S. E. A new adaptive beamforming of multiband fractal antenna array in strong-jamming environment / S. E. El-Khamy, H. F. El-Sayed, A. S. Eltrass // *Wireless Personal Communications*. 2022. Vol. 126, No. 1. P. 285-304. The electronic version of print. publ. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11277-022-09745-4> (date accessed: 06.08.2026).
 79. Ali, R. L. Adaptive Beamforming using Hybrid Algorithm of RLS-LMS for Wireless Power Transmission / R. L. Ali, S. A. Khan, N. Raza, S. Ali, C. Xydeas, H. Ahmed // *International Journal of Technology and Research*. 2013. Vol. 1, No. 2. P. 25. The electronic version of print. publ. URL: https://www.researchgate.net/publication/323048321_Adaptive_Array_Beamforming_Using_an_Enhanced_RLS_Algorithm (date accessed: 06.08.2026).
 80. Лыгач, А. Н. Исследование фильтра Калмана в курсе цифровой обработки сигналов / А. Е. Лыгач, И. Н. Давыденко // *Информационные радиосистемы и радиотехнологии 2022 : материалы научно-технической конференции, Минск, 29–30 ноября 2022 г. / Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники ; редкол.: В. А. Богущ [и др.]. — Минск, 2022. — С. 172–177.*
 81. Поборчая, Н. Е. Анализ использования фильтра Калмана в процедуре детектирования сигнала в системе с ММО и приемником прямого преобразования / Н. Е. Поборчая, Е. О. Лобова // *Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. — 2022. — Т. 14, №. 2. — С. 4-9.*
 82. Сейдж, Э. П. Идентификация систем / Э. П. Сейдж, Дж. Л. Мэлса [перевод с английского В. А. Потоцкого и А. С. Манделл]. — Москва : Наука, 1974. — 248 с.
 83. Шахтарин Б. И. Нелинейная оптимальная фильтрация в примерах и задачах: учебное пособие для вузов. — Москва : Горячая линия - Телеком, 2014. — 344 с.
 84. Wan E. A. The unscented Kalman filter for nonlinear estimation / E. A. Wan, R. Van Der Merwe // *Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No.00EX373), Lake Louise, AB, Canada: IEEE, 2000. P. 153-158. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/882463> (date accessed: 06.08.2026).*
 85. Куликова М. В. Численные методы нелинейной фильтрации для обработки сигналов и измерений / М. В. Куликова, Г. Ю. Куликов // *Вычислительные технологии. — 2016. — Т. 21, №. 4. — С. 64-98.*
 86. Särkkä, S. Bayesian filtering and smoothing / S. Särkkä, L. Svensson. — Cambridge, United Kingdom: Cambridge university press, 2023. — 438 p.

87. Hänggi, P. Colored noise in dynamical systems / P. Hänggi, P. Jung // *Advances in chemical physics*. — 2007. — Vol. 89. — P. 239-326.
88. Łuczka J. Non-Markovian stochastic processes: Colored noise // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. — 2005. — Vol. 15, No. 2.
89. Litvinchuk, G. S. Factorization of measurable matrix functions / G. S. Litvinchuk, I. M. Spitkovskii. — Springer Basel AG, 1987. — 372 p.
90. Бойко, И. А. Оценка несовершенной корреляционной матрицы канала в системах Massive MIMO // *Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2022): сборник научных статей XI Международной научно-технической и научно-методической конференции*. — Санкт-Петербург, 15-16 февраля 2022. — Т. 3. — С. 56-60.
91. Glushankov, E. I. Estimation Using Covariance Matrices Regularization Method / E. I. Glushankov, I. A. Boyko, D. I. Kirik, K. O. Korovin // *2022 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO)*, Arkhangelsk, Russian Federation: IEEE, 2022. P. 1-4. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9840964> (date accessed: 06.08.2026).
92. Бойко, И. А. Модифицированный алгоритм Ньютона в системах massive MIMO с прекодированием / И. А. Бойко, И. А. Глушанков // *XVII Международная научно-практическая конференция «Электронные средства и системы управления»: материалы докладов Международной научно-практической конференции*. — Томск, 19-21 ноября 2021. — Т. 2. — С. 255-258.
93. Патент на изобретение RU 2804839 C1 Российская Федерация. Способ для полнодуплексной системы предварительного кодирования с многоканальным входом и многоканальным выходом (MIMO): № 2023105052: заявлено 03.03.2023: опубликовано 06.10.2023 / И. А. Бойко, Е. И. Глушанков, И. А. Горобцов, Д. И. Кирик, К. О. Коровин, А. В. Шестаков. — 14 с.
94. Glushankov, E. Development of a Modified Newton Iteration Algorithm for massive MIMO systems with precoding and its study in MATLAB environment / E. Glushankov, I. Boyko, D. Kirik, K. Korovin // *Journal of Physics: Conference Series*. — IOP Publishing, 2022. — Vol. 2291, No. 1. — P. 012011. The electronic version of print. publ. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/2291/1/012011/pdf> (date accessed: 06.08.2026).
95. Boyko, I. A. Nonlinear Precoding Algorithms Based on Matrix Decomposition for Terrestrial Components of Hybrid Communication Networks / I. Boyko, E. Glushankov, A. Vladyko // *2026 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems*

- (WECONF), St. Petersburg, Russian Federation: IEEE, 2026 P. 1-6. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/11553630> (date accessed: 06.08.2026).
96. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025611257 Российская Федерация. Программа моделирования системы MIMO со спектрально-кодовыми конструкциями и пространственно-временным кодированием: № 2024692465: заявлено 17.12.2024: опубликовано 17.01.2025 / Д. Д. Некрасов, И. А. Бойко, Е. И. Глушанков. — 24780 Байт.
 97. Gao, X. Massive MIMO Performance Evaluation Based on Measured Propagation Data / X. Gao, O. Edfors, F. Rusek, F. Tufvesson // IEEE Transactions on Wireless Communications. — 2015. — Vol. 14, No. 7. — P. 3899-3911. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7062910> (date accessed: 06.08.2026).
 98. Björnson, E. Massive MIMO systems with imperfect covariance information / E. Björnson, L. Sanguinetti, M. Debbah // 2016 50th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers (Asilomar 2016), Pacific Grove, CA, USA: IEEE, 2016. The electronic version. URL: https://www.researchgate.net/publication/311612344_Massive_MIMO_with_Imperfect_Channel_Covariance_Information (date accessed: 06.08.2026).
 99. Kay, S. M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. — Prentice Hall, 1993. — 589 p.
 100. Marzetta, T. L. Fundamentals of massive MIMO / T. L. Marzetta, E. G. Larsson, H. Yang, H. Q. Ngo. — Cambridge University Press, 2016. — 223 p.
 101. Björnson, E. Optimal multiuser transmit beamforming: A difficult problem with a simple solution structure [lecture notes] / E. Björnson, M. Bengtsson, B. Ottersten // IEEE Signal Processing Magazine. 2014. Vol. 31, No. 4. P. 142-148. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6832894> (date accessed: 07.08.2026).
 102. Qiang, X. Approximative matrix inversion based linear precoding for massive MIMO systems / X. Qiang, Y. Liu; Q. Feng; J. Liu; X. Ren; M. Jin // 2020 International Conference on Computing, Networking and Communications (ICNC), Big Island, HI, USA: IEEE, 2020. P. 950-955. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9049670> (date accessed: 06.08.2026).
 103. Liu, Y. A near-optimal iterative linear precoding with low complexity for massive MIMO systems / Y. Liu, J. Liu, Q. Wu, Y. Zhang, M. Jin // IEEE Communications Letters. 2019. Vol. 23, No. 6. P. 1105-1108. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8693893> (date accessed: 06.08.2026).

104. Tang, C. High precision low complexity matrix inversion based on Newton iteration for data detection in the massive MIMO / C. Tang, C. Liu, L. Yuan, Z. Xing // IEEE Communications Letters. 2016. Vol. 20, No. 3. P. 490-493. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7370771> (date accessed: 06.08.2026).
105. Zhang, C. A low-complexity massive MIMO precoding algorithm based on Chebyshev iteration / C. Zhang, Z. Li, L. Shen, F. Yan, M. Wu, X. Wang // IEEE Access. 2017. Vol. 5. P. 22545-22551. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8068985> (date accessed: 06.08.2026).
106. Liu, L. Massive MIMO Detection Algorithm and VLSI Architecture / L. Liu, G. Peng, S. Wei. — Singapore: Springer Singapore, 2019. — 336 p.
107. Bai, Y. Joint Precoding Using Successive Over-relaxation Matrix Inversion and Newton Iteration for Massive MIMO Systems / Y. Bai, Z. Liang, C. Zhai, Y. Xin, W. Li // 11th International Conference on Wireless Communications and Signal Processing (WCSP), Xi'an, China: IEEE, 2019. P. 1-5 The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8927895> (date accessed: 06.08.2026).
108. Wu, M. Large-scale MIMO detection for 3GPP LTE: Algorithms and FPGA implementations / M. Wu, B. Yin, G. Wang, C. Dick, J. R. Cavallaro, C. Studer // IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing. 2014. Vol. 8, No. 5. P. 916-929. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6777306> (date accessed: 06.08.2026).
109. Babu, V. L. Performance Analysis of Linear and Nonlinear Precoding in MIMO Systems / V. L. Babu, L. Mathews, S. S. Pillai // International Journal of Advanced Research in Computer and Communication Engineering (IJARCCE). — 2015. — Vol. 4 (6). — P. 373-376.
110. Costa, M. Writing on dirty paper (Corresp.) // IEEE Transactions on Information Theory. 1983. Vol. 29, No. 3. P. 439-441. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1056659> (date accessed: 06.08.2026).
111. Medra, M. Low-complexity robust MISO downlink precoder design under imperfect CSI / M. Medra, Y. Huang, W. K. Ma, T. N. Davidson // IEEE Transactions on Signal Processing. 2016. Vol. 64, No. 12. P. 3237-3249. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7430368> (date accessed: 06.08.2026).
112. McCloud, M. L. Beamforming, diversity, and interference rejection for multiuser communication over fading channels with a receive antenna array / M. L. McCloud, L. L. Scharf, M. K. Varanasi // IEEE Transactions on Communications. 2003. Vol. 51, No. 1. P. 116-124. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1181554> (date accessed: 06.08.2026).
113. Meliha, M. Deep learning-based channel prediction with path extraction / M. Meliha, P. Chargé, Y. Wang, S. E. Bouzid, C. Henry, C. Bourny, H. Tomaz, Y. Chen // IEEE Wireless

- Communications Letters. 2025. Vol. 14, No. 3. P. 891-895. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10833709> (date accessed: 06.08.2026).
114. Tomlinson, M. New automatic equaliser employing modulo arithmetic // Electronics letters. — 1971. — Vol. 7. — P. 138-139.
 115. Chen, Y. Low complexity precoding schemes for massive MIMO systems: Ph.D. Thesis. — Newcastle University, 2019.
 116. Begashaw, S. Evaluation of Tomlinson-Harashima precoding for 5G massive MU-MIMO / S. Begashaw, X. Shao, E. Visotsky, F. Vook, A. Ghosh // 2018 IEEE 5G World Forum (5GWF), Silicon Valley, CA, USA: IEEE, 2018. P. 77-82. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8517040> (date accessed: 06.08.2026).
 117. Wagner, S. Large system analysis of linear precoding in correlated MISO broadcast channels under limited feedback / S. Wagner, R. Couillet, M. Debbah, D. T. M. Slock // IEEE transactions on information theory. 2012. Vol. 58, No. 7. P. 4509-4537. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6172680> (date accessed: 06.08.2026).
 118. Fang, X. Performance Analysis of ZF, MMSE, and SVD Precoding Method in Long Haul Optical OFDM Transmission / X. Fang, S. Fan, S. Lv, Y. Yan, L Liu // 2025 23rd International Conference on Optical Communications and Networks (ICOON), Zhangjiajie, China: IEEE, 2025. P. 1-3 The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/11145451> (date accessed: 06.08.2026).
 119. Li, A. Hybrid precoding and combining design for millimeter-wave multi-user MIMO based on SVD / A. Li, C. Masouros // 2017 IEEE International Conference on Communications (ICC), Paris, France: IEEE, 2017. P. 1-6 The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7996970> (date accessed: 06.08.2026).
 120. Qiang, X. Approximative matrix inversion based linear precoding for massive MIMO systems / X. Qiang, Y. Liu, Q. Feng, J. Liu, X. Ren, M. Jin // 2020 International Conference on Computing, Networking and Communications (ICNC), Big Island, HI, USA: IEEE, 2020. P. 950-955 The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9049670> (date accessed: 06.08.2026).
 121. Arapoglou, P. D. DVB-S2X-enabled precoding for high throughput satellite systems / P.D. Arapoglou, A. Ginesi, S. Cioni, S. Erl, F. Clazzer, S. Andrenacci, A. Vanelli-Coralli // International Journal of Satellite Communications and Networking. 2016. Vol. 34, No. 3. P. 439-455. The electronic version of print. publ. URL: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/sat.1122?casa_token=DrYkIq854uwAAAAA%3ASDtfWqWjdMWX785j9qtDTH7VLHIRLlh-nCZlC21myUvtVAh2xK4GxUBLhm6C5Phcgk9aCqzaPzkYEaOt (date accessed: 06.08.2026).

122. Mountassir, J. Precoding techniques in OFDM systems for PAPR reduction / J. Mountassir, A. Isar, T. Mountassir // IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference, Yasmine Hammamet, Tunisia: IEEE, 2012. P. 728-731. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6196534> (date accessed: 06.08.2026).
123. Khademi, S. Precoding technique for peak-to-average-power-ratio (PAPR) reduction in MIMO OFDM/A systems / S. Khademi, A. J. Van der Veen, T. Svantesson // 2012 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Kyoto, Japan: IEEE, 2012. P. 3005-3008. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6288547> (date accessed: 06.08.2026).
124. Khademi, S. Constant modulus algorithm for peak-to-average power ratio (PAPR) reduction in MIMO OFDM/A / S. Khademi, A. J. Van der Veen // IEEE Signal Processing Letters. 2013. Vol. 20, No. 5. P. 531-534. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6494303> (date accessed: 06.08.2026).
125. Khan, V. PAPR reduction using clipping and filtering, SLM and PTS techniques / V. Khan, V. Chauhan // INTERNATIONAL JOURNAL OF ENGINEERING RESEARCH & TECHNOLOGY (IJERT) NCETECE-2014. — 2014. — Vol. 2, No. 10.
126. Wang, Y. An Optimized SLM Scheme for Suppressing PAPR in OFDM Systems / Y. Wang, P. Yang, X. Xu, L. Yang // International Conference on Frontiers of Electronics, Information and Computation Technologies, Changsha, China, 21-23 may 2021. The electronic version of print. publ. URL: <https://dl.acm.org/doi/epdf/10.1145/3474198.3478188> (date accessed: 06.08.2026).
127. Chen, J. C. Low-complexity precoding design for massive multiuser MIMO systems using approximate message passing / J. C. Chen, C. J. Wang, K. K. Wong, C. K. Wen // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2016. Vol. 65, No. 7. P. 5707-5714. The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7160779> (date accessed: 06.08.2026).
128. Глушанков, Е. И. Реализация алгоритма адаптивного диаграммообразования на ПЛИС / Е. И. Глушанков, Д. И. Кирик, К. О. Коровин, И. В. Царик, И. А. Бойко, О. Ю. Казьмин // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. — 2023. — Т. 11, №1 (40). — С. 19-20.
129. Глушанков, Е. И. Реализация алгоритма адаптивного диаграммообразования с обращением корреляционной матрицы на ПЛИС / Е. И. Глушанков, К. О. Коровин, И. А. Бойко // Электросвязь. — 2024. — №12-2. — С. 70-75.
130. Савченко, Е. М. Состояние и перспективы развития интегральных схем программно-конфигурируемых радиочастотных приемопередатчиков / Е. М. Савченко, А. С. Будяков,

- Д. И Гаранович, К. М. Огурцова // Электроника и микроэлектроника СВЧ. — 2019. — Т. 1. — С. 15-20.
131. HiTech Global ZYNQ UltraScale+™ RFSoc Development Platform. HTG-ZRF8: User Manual [Электронный ресурс] / AMD // rfsoc-pynq.io: сайт. URL: https://www.rfsoc-pynq.io/pdf/HTG-ZRF8_UG.pdf. (дата обращения: 07.08.2026).
 132. Zync UltraSale + RFSoc Data Sheet: DC and AC Switching Characteristics (DS926): datasheet [Электронный ресурс] / AMD // amd.com: сайт. URL: <https://docs.amd.com/r/en-US/ds926-zynq-ultrascale-plus-rfsoc>. (дата обращения: 07.08.2026).
 133. Семенова, Л. М. Модуль СВЧ переключателя со встроенным управлением / Л.М. Семенова, А.К. Адамов, АА. Кутепов, А.М. Осипов // XIII Всероссийская научно-техническая конференция «ЭЛЕКТРОНИКА И МИКРОЭЛЕКТРОНИКА СВЧ»: сборник трудов. — Санкт-Петербург, 27-31 мая 2024. — С. 267-271. Электрон. версия печ. изд. URL: <https://mwelectronics.etu.ru/assets/files/2024/sbornik/267-271.pdf>.
 134. Немудров В. и др. СВЧ кремний-германиевые монокристалльные интегральные схемы: преимущества и достижения / В. Немудров, М. Бычков, Л. Ионов, И. Малышев, И. Мухин, В. Репин, Р. Шабардин // Электроника: Наука, технология, бизнес. — 2015. — №. 6. — С. 92-97.
 135. Единый каталог российской ЭКБ для гражданского рынка. Выпуск 4. — Москва, февраль 2023. — 265 с. Электрон. версия печ. изд. URL: https://holographica.space/wp-content/uploads/2023/03/Единый_каталог_российской_ЭКБ_для_гражданского_рынка_выпуск_4.pdf?ysclid=msopa2jed0956015071.
 136. Дмитриев В. Отечественные СВЧ-компоненты на арсениде галлия // Компоненты и технологии. — 2011. — №. 6 (119). — С. 16-18.
 137. Каталог продукции АО «НИИМА «Прогресс». — Москва, 2017. — 37 с. Электрон. версия печ. изд. URL: <https://optochip.org/docum/store/f/d/84/1496830697-17-11785.pdf>.
 138. Глинкин, И. А. Цифровое приемное устройство коротковолнового диапазона на отечественной элементной базе / И. А. Глинкин, С. В. Литвинов, Д. С. Мудрик // Союз машиностроителей России. Национальная научно-техническая конференция. 2020. №IX. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/tsifrovoe-priemnoe-ustroystvo-korotkovolnovogo-diapazona-na-otechestvennoy-elementnoy-baze> (дата обращения: 08.08.2026).
 139. Скляр, В. Быстродействующие 14-разрядные ЦАП с токовым выходом серии 1273 / В. Скляр, В. Горохов, Ю. Борисов, Д. Горбунов, С. Битюцких // Электронные компоненты. — 2009. — № 2. — С. 21-24.

140. Петричкович, Я. и др. «СКИФ»-система на кристалле для мобильных и встраиваемых систем связи, навигации и мультимедиа / Я. Петричкович, Т. Солохина, Д. Кузнецов, Л. Меньшенин, А. Беляев, В. Гусев, И. Федорушкин, Ф. Путря, А. Функнер, С. Фролова, С. Лавлинский, О. Шаталова, В. Сафанюк, С. Корольков, И. Аликберов // *Электроника: Наука, технология, бизнес*. — 2020. — №. 8. — С. 120-129.
141. Микросхема интегральная Скиф. Руководство пользователя. РАЯЖ. 431282.038 [Электронный ресурс]. / АО НПЦ «Элвис» // elvees.com: сайт. URL: https://support.elvees.com/f/Процессоры%20Мультимедиа/СКИФ%20%28SoC%29/Документация/СНК%201892ВА018/Manual_1892ВА018.pdf.
142. Kastner, R. Parallel programming for FPGAs [Электронный ресурс] / R. Kastner, J. Matai, S. Neuendorffer. 2018. — 261 p. URL: <https://kastner.ucsd.edu/wp-content/uploads/2016/09/admin/main.pdf>.
143. Kilts, S. Advanced FPGA design: architecture, implementation, and optimization / S. Kilts. — Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2007. — 321 p.
144. Ganesh, S. S. High speed half-precision floating-point fused multiply and add unit using DSP blocks / S. S. Ganesh S, J. J. J. Nesam, U. Subramaniam // 2020 First International Conference of Smart Systems and Emerging Technologies (SMARTTECH), Riyadh, Saudi Arabia: IEEE, 2020. P. 227-230 The electronic version. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9283811> (date accessed: 07.08.2026).
145. Vivado Design Suite User Guide: Logic Simulation (UG900) [Электронный ресурс] / AMD // amd.com: сайт. URL: <https://docs.amd.com/r/en-US/ug900-vivado-logic-simulation/Introduction?tocId=2VUDe5z1RzKQkrJE4OYPSQ>. (дата обращения: 07.08.2026).
146. Лемешко, Б. Ю. Непараметрические критерии согласия: Руководство по применению / Б. Ю. Лемешко. — Москва: Инфра-М. — 2014. — 163 с.
147. Лемешко, Б. Ю. Проблемы применения непараметрических критериев согласия в задачах обработки результатов измерений / Б. Ю. Лемешко, С. Б. Лемешко // *Системы анализа и обработки данных*. — 2021. — №. 2 (82). — С. 47-66.

Приложение А

Листинг программы алгоритма NLMS на языке Verilog

```

module NLMS #(
parameter DATA_WIDTH = 16,
parameter real STEP_SIZE_0 = 0.8,
localparam integer mu_0 = 16'h7FFF * STEP_SIZE_0
5 )
// In/Out
(
input aclk_in,
input aclk_en_in,
10 input reset_in,

input [DATA_WIDTH-1:0] d_tdata,
input d_tvalid,
output d_tready,
15 input [DATA_WIDTH*8-1:0] x_tdata,
input x_tvalid,
output x_tready,

output reg [DATA_WIDTH-1:0] y_tdata,
output reg y_tvalid,
input y_tready,

output reg [DATA_WIDTH-1:0] e_tdata,
25 output reg e_tvalid,
input e_tready,

output reg [DATA_WIDTH*8-1:0] w_tdata,
output reg w_tvalid,
30 input w_tready
);
// tvalid & tready
always @(posedge aclk_en_in)
begin
35 y_tvalid <= d_tvalid & x_tvalid;
e_tvalid <= d_tvalid & x_tvalid;
w_tvalid <= d_tvalid & x_tvalid;
end

40 assign d_tready = y_tready & e_tready & w_tready;
assign x_tready = y_tready & e_tready & w_tready;

/// reg & wires ///

45 //reg en;
reg ready_start;
wire ready_y, ready_xx_sum, ready_mu, ready_emux;
reg ready_e, ready_emu;

50 reg signed [DATA_WIDTH-1:0] d_reg;
reg signed [DATA_WIDTH*8-1:0] x_reg, x_reg1;

//// W
reg [143:0] w_reg; // = 128'h7fff7fff7fff7fff7fff7fff7fff7fff; //1x8 vector
55 with '1' values

wire signed [DATA_WIDTH*2+3:0] y_wire, d_ext_wire;
wire signed [DATA_WIDTH*2+3:0] xx_sum_wire;

```

```

wire signed [39:0] xx_sum_ext_wire;
60 wire signed [47:0] mu_wire;

reg signed [DATA_WIDTH*2+3:0] e_reg;
wire signed [31:0] emu_wire;
65 wire signed [143:0] emux_wire;

genvar i;
generate
for (i = 8; i > 0; i = i - 1 ) begin
70
always @(posedge aclken_in) begin
    if (~reset_in) begin
        y_tdata <= 0;
        e_tdata <= 0;
75        w_tdata <= 0;
        w_reg[(DATA_WIDTH+2)*i-1:(DATA_WIDTH+2)*(i-1)] <= 18'h7fff;

        end else begin
            w_reg[(DATA_WIDTH+2)*i-1:(DATA_WIDTH+2)*(i-1)] <=
80 (w_reg[(DATA_WIDTH+2)*i-1:(DATA_WIDTH+2)*(i-1)] +
            emux_wire[(DATA_WIDTH+2)*i-1:(DATA_WIDTH+2)*(i-1)]);
            y_tdata <= {y_wire[35], y_wire[30], y_wire[29:16]}; //13 fr. bits
            e_tdata <= {e_reg[35], e_reg[30], e_reg[29:16]}; //13 fr. bits
            w_tdata <= {w_reg[143:128], w_reg[125:110], w_reg[107:92],
85 w_reg[89:74], w_reg[71:56], w_reg[53:38], w_reg[35:20], w_reg[18:2]};
        end
    end
end
endgenerate

90
always @(posedge aclk_in) begin
    if (~reset_in) begin
        ready_start <= 0;
95        x_reg <= 0;
        x_reg1 <= 0;

        d_reg <= 0;
    end else begin
100        ready_start <= 1;
        x_reg <= x_tdata;
        x_reg1 <= x_reg;

        d_reg <= d_tdata;
105    end
end
//calculate y
vector_mult_y vector_mult_y1
(
110    .clk_in(aclk_in),
    //.clken_in(~aclken_in),
    .rst_in(reset_in),
    .x(x_tdata),
    .w(w_reg),
115    .en(ready_start),
    .sum_out(y_wire),
    .ready(ready_y)
);

120 //calculate xx_sum
vector_mult_xx_sum vector_mult_xx_sum1
(

```

```

        .clk_in(aclk_in),
        .rst_in(reset_in),
125      .a(x_tdata),
        .b(x_tdata),
        .en(ready_start),
        .sum_out(xx_sum_wire),
        .ready(ready_xx_sum)
130    );

    assign xx_sum_ext_wire = {{4{xx_sum_wire[35]}}, xx_sum_wire};

135  //calculate mu
    div_gen_0 div(
        .aclk(~aclk_in),
        .aresetn(reset_in),
        .s_axis_divisor_tdata(xx_sum_ext_wire),
140      .s_axis_divisor_tvalid(ready_xx_sum),
        .s_axis_dividend_tdata(mu_0),
        .s_axis_dividend_tvalid(ready_xx_sum),
        .m_axis_dout_tdata(mu_wire),
        .m_axis_dout_tvalid(ready_mu)
145    );

    assign d_ext_wire = {{5{d_reg[15]}}, d_reg, 15'b0};

    //calculate e
150  always @(negedge aclk_in) begin
        if (~reset_in) begin
            e_reg = 0;
            ready_e = 0;
        end else begin
155          if (ready_y) begin
              ready_e = 1;
              e_reg = $signed(d_ext_wire-y_wire);
          end else begin
              ready_e = 0;
160              e_reg = 0;
          end
        end
    end

165  //assign mu_wire1 = {mu_wire[20:1]};

    //calculate emu
    mult_gen_emu mult_gen_emu1(
        .CLK(aclk_in),
170      //.CE (en_e_reg),
        //.SCLR(aclken_in),
        .A(e_reg),
        .B({mu_wire[20:1]}),
        .P(emu_wire)
175    );

    //assign emu_wire1 = {emu_wire[51:20]};

    always @(posedge aclk_in) begin
        if (~reset_in) begin
180          ready_emu = 0;
        end else begin
            if (ready_mu) begin
                ready_emu = 1;
            end else begin
190          ready_emu = 0;
            end
        end
    end

```

```
        end
    end
195 //calculate emux
    vector_scalar_mult vector_scalar_mult1(
        .clk_in(~aclk_in),
        .rst_in(reset_in),
        //SCLR(aclken_in),
200     .vector(x_reg1),
        .scalar(emu_wire),//[51:20]
        .en(ready_emu),
        .mult_out(emux_wire),
        .ready(ready_emux)
205     );
endmodule
```

Приложение Б

Листинг программы модифицированного алгоритма Ньютона на языке Verilog

```

module MNI
// Modified Newton Iteration Algorithm //
//parameters////////
#(
5 parameter DW = 32, // data width of cell
      M = 4, // order of input matrix
      Q = 2, // Q = 2 for complex numbers, Q = 1 for real numbers
      K = 8 // number of cycles
)
10 ///////////////////////////////////////////////////

    //ports //////////////////////////////////////
    (
15 input clock,
input reset,
input start,

input [DW*Q*M*M-1:0] G_tdata,
input G_tvalid,
20 output G_tready,

output reg [DW*Q*M*M-1:0] G_inv_tdata,
output reg G_inv_tvalid,
input G_inv_tready,
25 output reg finish
);
    ///////////////////////////////////////////////////

30 /// wires & regs //////////////////////////////////////
reg busy;
reg [4:0] k;

reg [DW*Q*M*M-1:0] G_tdata_reg;
35 reg G_tvalid_reg;

reg [DW*Q*M*M-1:0] X_tdata_reg;
reg X_tvalid_reg;
wire [DW*Q*M*M-1:0] X_tdata, X_tdata_wire;
40 wire X_tvalid, X_tvalid_wire;

reg [DW-1:0] lambda2_reg, lambda1_reg, epsilon_reg;
wire [DW-1:0] lambda2_wire, lambda1_wire, epsilon_wire;
wire [DW-1:0] lambda2_tdata, lambda1_tdata;
45 wire lambda2_tvalid, lambda1_tvalid;
reg start_reg;
wire start1;
reg finish1_reg, finish2_2;
wire finish1_1, finish1_2, finish2_1, finish3_1, finish3_2, finish4,
50 finish5;

wire [DW*Q*M*M-1:0] lambda2_I_tdata;
wire lambda2_I_tvalid, lambda2_I_tready;
reg [DW*Q*M*M-1:0] lambda2_I_reg;
55 wire [DW*Q*M*M-1:0] lambda2_I_wire;

wire [DW*Q*M*M-1:0] lambda1_G_tdata;
wire lambda1_G_tvalid, lambda1_G_tready;

```

```

60 wire [DW*Q*M*M-1:0] lambda1_G_X_tdata;
   wire lambda1_G_X_tvalid, lambda1_G_X_tready;

   wire [DW*Q*M*M-1:0] subtract_product_tdata;
   wire subtract_product_tvalid, subtract_product_tready;
65
   //////////////////////////////////////////
   assign G_tready = (~busy) & G_inv_tready;

   always @(posedge clock or negedge reset)
70 begin
       start_reg <= start;
   end

   always @(posedge clock or negedge reset)
75 begin
       if(~reset)
       begin
           busy <= 0;
       end else begin
80         if(start)
           begin
               busy <= 1;
           end else begin
               if(finish5 & (k == (K-1)))
85                 begin
                     busy <= 0;
                 end
           end
       end
90 end

   always @(posedge clock or negedge reset)
   begin
       if(start | (~reset))
95       begin
           k <= 5'd0;
       end else begin
           if(finish5 & busy)
           begin
100             if(k == (K-1))
                 begin
                     k <= 5'd0;
                 end else begin
                     k <= k + 5'd1;
105                 end
           end
       end
   end

110 assign start1 = (start_reg | finish5) & busy;
   assign finish1_1 = finish1_reg & busy;
   assign finish1_2 = finish1_reg & busy;

   always @(posedge clock)
115 begin
       finish1_reg <= start1 & busy;
       finish2_2 <= finish1_2;
   end

120 /// initial ///
   always @(posedge clock or negedge reset)
   begin

```

```

    if(~reset)
    begin
125      G_tdata_reg <= {(DW*Q*M*M){1'b0}};
      G_tvalid_reg <= 1'b0;
    end else begin
      if(start)
      begin
130        G_tdata_reg <= G_tdata;
        G_tvalid_reg <= G_tvalid;
      end
    end
  end
135  end

  //////////////////////////////////////
  genvar m;
  generate

140    for (m=0; m<M; m=m+1)
    begin
      always @(posedge clock or negedge reset)
      begin
        /// initial ///
145        if(start | (~reset))
        begin
          X_tdata_reg <= {(DW*Q*M*M){1'b0}};
          X_tvalid_reg <= 1'b0;
        end else begin
150          /// 1 ///
          if(start_reg)
          begin
            X_tdata_reg[(m*M+m)*DW*Q+:DW] <= 32'h3f800000; // 1
in float type !!!
155            X_tvalid_reg <= 1'b1;
          end else begin
            /// 5 ///
            if(finish5)
            begin
160              X_tdata_reg <= X_tdata;
              X_tvalid_reg <= X_tvalid;
            end
          end
        end
      end
    end
165  end
  end

  endgenerate

170  assign X_tdata_wire = X_tdata_reg;
  assign X_tvalid_wire = X_tvalid_reg;
  //////////////////////////////////////

  /// initial ///
175  always @(posedge clock or negedge reset)
  begin
    if(start | (~reset))
    begin
      epsilon_reg <= 32'h3f4fb2b8; /// 1-(1/5.3) in float type !!!
180      lambda2_reg <= 32'h0;
      lambda1_reg <= 32'h40a9999a; /// 5.3 in float type !!!
    end else begin
      /// 1 ///
      if(finish1_1)
190      begin
        lambda1_reg <= lambda1_tdata;

```

```

        end
        if(finish2_2)
        begin
195            lambda2_reg <= lambda2_tdata;
        end
    end
end

200 assign epsilon_wire = epsilon_reg;
assign lambda1_wire = lambda1_reg;
assign lambda2_wire = lambda2_reg;

/// 1 ///
205 lambda_mult lambda_mult_1
(
    .aclk(clock),
    .aclken(start1),
    .s_axis_a_tdata(lambda1_wire),
210    .s_axis_a_tvalid(1'b1),
    .s_axis_b_tdata(epsilon_wire), // 1 in float type
    .s_axis_b_tvalid(1'b1),
    .m_axis_result_tdata(lambda1_tdata),
    .m_axis_result_tvalid(lambda1_tvalid)
215 );

/// 2 ///
scalar_matrix_mult
#(.DW(DW), .K(M), .J(M), .Q(Q))
220 scalar_matrix_mult_1
(
    .clock(clock),
    .reset(reset),
    .start(finish1_1),
225    .a_tdata(lambda1_tdata), // scalar is real!
    .a_tvalid(lambda1_tvalid),
    //.a_tready(lambda1_tready),
    .B_tdata(G_tdata_reg),
    .B_tvalid(G_tvalid_reg),
230    //.B_tready,
    .C_tdata(lambda1_G_tdata),
    .C_tvalid(lambda1_G_tvalid),
    .C_tready(lambda1_G_tready),
    .finish(finish2_1)
235 );

/// 2 ///
lambda_adder lambda_adder_1
(
240    .aclk(clock),
    .aclken(finish1_2),
    .s_axis_a_tdata(lambda1_tdata),
    .s_axis_a_tvalid(lambda1_tvalid),
    .s_axis_b_tdata(32'h3f800000), // 1 in float type
245    .s_axis_b_tvalid(1'b1),
    .m_axis_result_tdata(lambda2_tdata),
    .m_axis_result_tvalid(lambda2_tvalid)
);

250 /// 3 ///
scalar_identity_matrix_mult
#(.DW(DW), .K(M), .Q(Q))
scalar_identity_matrix_mult_1
(
255    .clock(clock),

```

```

        .reset(reset),
        .start(finish2_2),
        .a_tdata(lambda2_tdata),
        .a_tvalid(lambda2_tvalid),
260    .aI_tdata(lambda2_I_tdata),
        .aI_tvalid(lambda2_I_tvalid),
        .finish(finish3_2)
    );

265 always @(posedge clock)
    begin
        if(start | (~reset))
            begin
                lambda2_I_reg <= {(DW*Q*M*M){1'b0}};
270            end else begin
                if(finish3_2)
                    begin
                        lambda2_I_reg <= lambda2_I_tdata;
                    end
                end
275    end
    end

    /// 3 ///
    matrix_mult_4
280    #(.DW(DW), .I(M), .K(M), .J(M), .Q(Q))
    matrix_mult_4_3
    (
        .clock(clock),
        .reset(reset),
290    .start(finish2_1),
        .A_tdata(lambda1_G_tdata),
        .A_tvalid(lambda1_G_tvalid),
        .A_tready(lambda1_G_tready),
        .B_tdata(X_tdata_wire),
295    .B_tvalid(X_tvalid_wire),
        // .B_tready,
        .C_tdata(lambda1_G_X_tdata),
        .C_tvalid(lambda1_G_X_tvalid),
        .C_tready(lambda1_G_X_tready),
300    .finish(finish3_1)
    );

    assign lambda2_I_wire = lambda2_I_reg;

305    /// 4 ///
    matrix_substract
    #(.DW(DW), .I(M), .K(M), .Q(Q))
    matrix_substract_1
    (
310    .clock(clock),
        .reset(reset),
        .start(finish3_1),
        .A_tdata(lambda2_I_wire),
        .A_tvalid(1'b1),
315    // .A_tready,
        .B_tdata(lambda1_G_X_tdata),
        .B_tvalid(lambda1_G_X_tvalid),
        .B_tready(lambda1_G_X_tready),
        .C_tdata(substract_product_tdata),
320    .C_tvalid(substract_product_tvalid),
        .C_tready(substract_product_tready),
        .finish(finish4)
    );

```

```

325 /// 5 ///
matrix_mult_4
#(.DW(DW), .I(M), .K(M), .J(M), .Q(Q))
matrix_mult_4_5
(
330   .clock(clock),
      .reset(reset),
      .start(finish4),
      .A_tdata(X_tdata_wire),
      .A_tvalid(X_tvalid_wire),
335   //.A_tready(lambdal_G_tready),
      .B_tdata(substract_product_tdata),
      .B_tvalid(substract_product_tvalid),
      .B_tready(substract_product_tready),
      .C_tdata(X_tdata),
340   .C_tvalid(X_tvalid),
      .C_tready(1'b1),
      .finish(finish5)
);

345 /// final ///
always @(posedge clock or negedge reset)
begin
    if(~reset)
    begin
350        G_inv_tdata <= {(DW*Q*M*M){1'b0}};
        G_inv_tvalid <= 1'b0;
        finish <= 1'b0;
    end else begin
        if(finish5 & (k == (K-1)))
355        begin
            G_inv_tdata <= X_tdata;
            G_inv_tvalid <= X_tvalid;
            finish <= 1'b1;
        end else begin
360            finish <= 1'b0;
        end
    end
end
end

365 endmodule

```

Приложение В

Листинг программы алгоритма линейного прекодирования на языке Verilog

```

module Precoder
#(parameter DW = 32, // data width of cell
  I = 8,             // rows of matrix H
  K = 4,             // columns of matrix H
  Q = 2              // Q = 2 for complex numbers, Q = 1 for real numbers
)

    // ports //////////////////////////////////////
    (
10    input clock,
        input reset,
        input start,

        input [DW*Q*K*I-1:0] H_tdata,
15    input  H_tvalid,
        output H_tready,

        output [DW*Q*K*I-1:0] P_tdata,
        output P_tvalid,
20    input P_tready,

        output finish
    );
    //////////////////////////////////////

25    /// wires & regs //////////////////////////////////////
    reg busy;

    reg start1;
30    wire start2, start3;
    wire [DW*Q*K*I-1:0] H_tdata1, H_tdata2;
    wire H_tvalid1, H_tready1, H_tvalid2, H_tready2;

    wire [DW*Q*K*I-1:0] H_tr_tdata;
35    wire H_tr_tvalid, H_tr_tready;

    wire [DW*Q*K*I-1:0] H_c_tdata;
    wire H_c_tvalid, H_c_tready;

40    reg [DW*Q*K*I-1:0] H_c_tdata_reg;
    reg H_c_tvalid_reg;
    wire [DW*Q*K*I-1:0] H_c_tdata_wire;
    wire H_c_tvalid_wire;

45    wire [DW*Q*K*K-1:0] G_tdata, G_inv_tdata;
    wire G_tvalid, G_tready, G_inv_tvalid, G_inv_tready;
    //////////////////////////////////////
    //assign H_tready = (~busy) & P_tready;

50    assign H_tdata1 = H_tdata;
    assign H_tvalid1 = H_tvalid & start;
    assign H_tdata2 = H_tdata;
    assign H_tvalid2 = H_tvalid & start;

55    matrix_transpose
    #(.DW(DW), .Q(Q), .C(K), .R(I))
    matrix_transpose_1
    (

```

```

        .clock(clock),
60    .reset(reset),
        .A_tdata(H_tdata1),
        .A_tvalid(H_tvalid1),
        .A_tready(H_tready1),
        .A_tr_tdata(H_tr_tdata),
65    .A_tr_tvalid(H_tr_tvalid),
        .A_tr_tready(H_tr_tready)
    );

    matrix_conjugate
70    #(.DW(DW), .Q(Q), .C(K), .R(I))
    matrix_conjugate_1
    (
        .clock(clock),
        .reset(reset),
75    .A_tdata(H_tdata2),
        .A_tvalid(H_tvalid2),
        .A_tready(H_tready2),
        .A_c_tdata(H_c_tdata),
        .A_c_tvalid(H_c_tvalid),
80    .A_c_tready(H_c_tready)
    );

    always @(posedge clock or negedge reset)
    begin
85        start1 <= start;
        if(~reset)
            begin
                H_c_tdata_reg <= {(DW*Q*K*I){1'b0}};
                H_c_tvalid_reg <= 1'b0;
90            end else begin
                if(start1)
                    begin
                        H_c_tdata_reg <= H_c_tdata;
                        H_c_tvalid_reg <= H_c_tvalid;
95                    end
                end
            end
        end

    assign H_c_tdata_wire = H_c_tdata_reg;
100    assign H_c_tvalid_wire = H_c_tvalid_reg;

    matrix_mult
    #(.DW(DW), .I(K), .K(I), .J(K), .Q(Q))
    matrix_mult_1
105    (
        .clock(clock),
        .reset(reset),
        .start(start1),
        .A_tdata(H_tr_tdata),
110    .A_tvalid(H_tr_tvalid),
        .A_tready(H_tr_tready),
        .B_tdata(H_c_tdata),
        .B_tvalid(H_c_tvalid),
        .B_tready(H_c_tready),
115    .C_tdata(G_tdata),
        .C_tvalid(G_tvalid),
        .C_tready(G_tready),
        .finish(start2)
    );
120

    MNI
    #(.DW(DW), .M(K), .Q(Q), .K(8))

```

```

MNI_1
(
125   .clock(clock),
      .reset(reset),
      .start(start2),
      .G_tdata(G_tdata),
      .G_tvalid(G_tvalid),
130   .G_tready(G_tready),
      .G_inv_tdata(G_inv_tdata),
      .G_inv_tvalid(G_inv_tvalid),
      .G_inv_tready(G_inv_tready),
      .finish(start3)
135 );

matrix_mult_4
#(.DW(DW), .I(I), .K(K), .J(K), .Q(Q))
matrix_mult_4_1
140   (
      .clock(clock),
      .reset(reset),
      .start(start3),
      .A_tdata(H_c_tdata_wire),
145   .A_tvalid(H_c_tvalid_wire),
      .A_tready(H_tr_tready),//??????
      .B_tdata(G_inv_tdata),
      .B_tvalid(G_inv_tvalid),
      .B_tready(G_inv_tready),
150   .C_tdata(P_tdata),
      .C_tvalid(P_tvalid),
      .C_tready(P_tready),
      .finish(finish)
155   );

endmodule

```

Приложение Г

Сведения об интеллектуальной собственности

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО
о государственной регистрации программы для ЭВМ
№ 2025689152

**Программный модуль адаптивного
диаграммообразования на основе несмещённого
фильтра Калмана UKF-MVDR**

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
"Санкт-Петербургский государственный университет
телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича" (RU)*

Авторы: *Бойко Игорь Андреевич (RU), Глушанков Евгений
Иванович (RU)*

Заявка № **2025688633**
Дата поступления **24 октября 2025 г.**
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ **24 октября 2025 г.**

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

документ подписан электронной подписью
Сертификат 00a570e4f7add8d531b4b8818e75f29506
Владелец **Зубов Юрий Сергеевич**
Действителен с 04.07.2025 по 28.11.2026

Ю.С. Зубов



Рисунок Г1 — Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2025689152



Рисунок Г2 — Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2025611257

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ(19) **RU** (11) **2 788 589** (13) **C1**(51) МПК
H01Q 3/01 (2006.01)
H04B 7/0404 (2017.01)

(12) ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ К ПАТЕНТУ

(52) СПК
H01Q 3/01 (2022.08); *H01Q 3/26* (2022.08); *H04B 7/04* (2022.08)

(21)(22) Заявка: 2021137119, 14.12.2021

(24) Дата начала отсчета срока действия патента:
14.12.2021Дата регистрации:
23.01.2023

Приоритет(ы):

(22) Дата подачи заявки: 14.12.2021

(45) Опубликовано: 23.01.2023 Бюл. № 3

Адрес для переписки:
193232, Санкт-Петербург, пр. Большевиков, 22,
корп. 1, проректору по научной работе

(72) Автор(ы):

Бойко Игорь Андреевич (RU),
Глушанков Евгений Иванович (RU),
Горобцов Илья Александрович (RU),
Кирик Дмитрий Игоревич (RU),
Коровин Константин Олегович (RU),
Шестаков Александр Викторович (RU)

(73) Патентообладатель(и):

Российская Федерация, от имени которой
выступает Министерство цифрового
развития, связи и массовых коммуникаций
Российской Федерации (RU),
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего
образования "Санкт-Петербургский
государственный университет
телекоммуникаций им. проф. М.А.
Бонч-Бруевича" (СПбГУТ) (RU)(56) Список документов, цитированных в отчете
о поиске: RU 94039019 A1, 10.09.1996. Статья:
"МЕТОДИКА ПРОСТРАНСТВЕННО-
ВРЕМЕННОЙ ОБРАБОТКИ И ЕЕ
РЕАЛИЗАЦИИ В АДАПТИВНЫХ
АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ", Известия
ТулГУ. Технические науки. 2020. Вып. 11. RU
2695417 C1, 23.07.2019. Статья:
МОДЕЛИРОВАНИЕ ГРАДИЕНТНОГО
АЛГОРИТМА АДАПТАЦИИ АНТЕННОЙ
РЕШЕТКИ В СРЕДЕ MATLAB".
Радиотехнические и телекоммуникационные
системы, (см. прод.)

(54) Способ адаптации антенной решетки градиентной процедурой с переменным шагом

(57) Реферат:

Изобретение относится к области связи, в
частности к радиотехническим беспроводным
коммуникационным системам, а более конкретно
к способам обработки сигналов в адаптивных
антенных решетках (АР). Способ адаптации
антенной решетки градиентной процедурой спеременным шагом состоит в том, что
определенным образом выбирают начальные
условия для градиентной процедуры в виде
нулевых значений весового вектора и единичной
мгновенной оценки матрицы входных сигналов,
в последующем итерационно вычисляют значение

Стр. 1

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ

(19) RU (11) 2 804 839 (13) C1

(51) МПК
H04B 7/0456 (2017.01)

(12) ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ К ПАТЕНТУ

(52) СПК H04B 7/0479 (2023.05)	
(21)(22) Заявка: 2023105052, 03.03.2023	(72) Автор(ы): Бойко Игорь Андреевич (RU), Глушанков Евгений Иванович (RU), Горобцов Илья Александрович (RU), Кирик Дмитрий Игоревич (RU), Коровин Константин Олегович (RU), Морозов Александр Алексеевич (RU), Шестаков Александр Викторович (RU)
(24) Дата начала отсчета срока действия патента: 03.03.2023 Дата регистрации: 06.10.2023	(73) Патентообладатель(и): Российская Федерация, от имени которой выступает Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации (RU)
Приоритет(ы): (22) Дата подачи заявки: 03.03.2023	(56) Список документов, цитированных в отчете о поиске: RU 2788589 C9, 25.05.2023. RU 2648281 C1, 23.03.2018. RU 2439804 C2, 10.01.2012. WO 2011126445 A1, 13.10.2011. WO 2009106090 A1, 03.09.2009. US 8761297 B2, 24.06.2014.
(45) Опубликовано: 06.10.2023 Бюл. № 28	
Адрес для переписки: 193232, Санкт-Петербург, пр. Большевиков, 22, корп. 1, СПбГУТ, проректору по научной работе	

(54) Способ для полнодуплексной системы предварительного кодирования с многоканальным входом и многоканальным выходом (MIMO)

(57) Реферат:

Изобретение относится к области связи. Техническим результатом является сокращение времени формирования скорректированного сигнала для передачи в условиях быстро изменяющейся сигнально-помеховой обстановки в радиотехнических системах передачи информации. В способе для полнодуплексной системы предварительного кодирования с многоканальным входом и многоканальным выходом (MIMO), заключающемся в том, что выполнен сетевым компонентом для полнодуплексной связи в системах с многоканальным входом и многоканальным выходом (MIMO), содержащем этапы, на которых формируют с помощью матрицы прекодирования, генерируемой в соответствии с условиями канала, множество лучей для множества сигналов передачи, передают на множестве антенн множество лучей для сигналов передачи, принимают с помощью множества антенн множество принимаемых сигналов, обнаруживают в множестве приемников множество скорректированных принимаемых сигналов, формируют с помощью матрицы прекодирования множество сигналов передачи, скорректированных в соответствии с условиями канала градиентной процедурой оценки матрицы входных сигналов с переменным шагом адаптации, постепенно уменьшающимся с каждой итерацией, и вычислением оптимального коэффициента, определяющего скорость уменьшения шага адаптации для уменьшения ошибки оценки матрицы на поздних шагах итерации. 3 ил.

Рисунок Г4 — Сведения о государственной регистрации патента RU 2804839 C1

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**RU2021681348**

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ
ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

Номер регистрации (свидетельства): 2021681348 Дата регистрации: 21.12.2021 Номер и дата поступления заявки: 2021680757 14.12.2021 Дата публикации и номер бюллетеня: 21.12.2021 Бюл. № 1 Контактные реквизиты: тел. +7-921-566-23-71; e-mail: anikevich.ea@net.sut.ru	Автор(ы): Бойко Игорь Андреевич (RU), Глушанков Евгений Иванович (RU), Горобцов Илья Александрович (RU), Кирик Дмитрий Игоревич (RU), Коровин Константин Олегович (RU) Правообладатель(и): Российская Федерация, от имени которой выступает Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации (RU)
--	--

Название программы для ЭВМ:
Программа модифицированного алгоритма RLS

Реферат:

Программа предназначена для расчёта вектора весовых коэффициентов (ВВК) адаптивной антенной решётки (ААР) для восстановления полезного сигнала. Область применения: программа обеспечивает решение оптимизационной задачи наилучшего приближения выходного сигнала ААР к образцовому сигналу по критерию минимума суммы квадратов сигнала ошибки, являющегося приближённым к оптимальным параметрам ААР по критерию минимума среднего квадрата ошибки. Функциональные возможности программы: в программе осуществляется итерационное вычисление оптимальных параметров ААР в установившемся режиме. На каждой итерации рассчитывается ВВК с помощью модифицированного алгоритма RLS с коэффициентом забывания, позволяющего учитывать предшествующие отсчёты входного сигнала с весом, который убывает по экспоненциальному закону. Данный алгоритм обеспечивает большую скорость сходимости по сравнению с классическим алгоритмом.

Язык программирования: Matlab
Объём программы для ЭВМ: 3072 Байт

Приложение Д

Акты о внедрении результатов диссертационного исследования

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ,
СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
ИМ. ПРОФ. М.А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»
(СПбГУТ)

Юридический адрес: набережная реки Мойки,
д. 61, литера А, Санкт-Петербург, 191186

Почтовый адрес: пр. Большевиков, д. 22, корп. 1,
Санкт-Петербург, 193232
Тел.(812) 3263156, Факс: (812) 3263159
http://sut.ru
E-mail: rector@sut.ru
ОКПО 01179934 ОГРН 1027809197635
ИНН 7808004760 КПП 784001001
ОКТМО 40909000

№ _____
на № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе
доктор технических наук, доцент



А.В. Рабин



АКТ

о внедрении результатов научных исследований
Бойко Игоря Андреевича

Комиссия в составе декана факультета радиоэлектронных систем и робототехники к.т.н., доцента Владыко А.Г., заведующего кафедрой радиотехники к.ф.-м.н., доцента Коровина К.О. и профессора кафедры радиотехники д.т.н. Глушанкова Е.И. составила настоящий акт в том, что следующие научные результаты исследований:

1. Исследование и разработка методик пространственно-временной обработки сигналов в программно-определяемых системах;
2. Исследование реализации алгоритмов пространственно-временной обработки сигналов на отладочной плате HiTech Global ITG-ZRF8-28;
3. Проведение натурных экспериментов с макетным образцом адаптивной восьмиэлементной цифровой антенной решётки в режиме приёма и передачи.

использованы в отчетах по НИР (Номер государственной регистрации: 121032500118-8) 8 этапов научно-исследовательской работы «Исследование и отработка современных технологий проектирования адаптивных («умных») антенн и поиска решений для систем связи будущего», выполненной в рамках государственного контракта № ПЗ3-1-26/7 от 26.02.2021 г. (шифр «Растр»).

Декан факультета РСР
к.т.н., доцент



Владыко А.Г.

Зав. каф. РТ
к.ф.-м.н., доцент



Коровин К.О.

Профессор каф. РТ
д.т.н., профессор



Глушанков Е.И.

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ,
СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
ИМ. ПРОФ. М.А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»
(СПбГУТ)

Юридический адрес: набережная реки Мойки,
д. 61, литера А, Санкт-Петербург, 191186

Почтовый адрес: пр. Большевиков, д. 22, корп. 1,
Санкт-Петербург, 193232
Тел. (812) 3263156, Факс: (812) 3263159
<http://sut.ru>
E-mail: rector@sut.ru
ОКПО 01179934 ОГРН 1027809197635
ИНН 7808004760 КПП 784001001
ОКТМО 40909000

№ _____
на № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе
доктор технических наук, доцент



А.В. Рабин

АКТ

о внедрении результатов научных исследований
Бойко Игоря Андреевича

Комиссия в составе декана факультета радиоэлектронных систем и робототехники к.т.н., доцента Владыко А.Г., заведующего кафедрой радиотехники к.ф.-м.н., доцента Коровина К.О. и профессора кафедры радиотехники д.т.н. Глушанкова Е.И., составила настоящий акт в том, что следующие научные результаты исследований:

1. Сравнительный анализ и обзор алгоритмов адаптивного диаграммообразования;
2. Разработка программы для моделирования работы адаптивной антенной решётки;

использованы в отчетах по НИР (Номер государственной регистрации: 122020100465-3) 2 этапа научно-исследовательской работы «Прикладные научные исследования в области создания сетей связи 2030, включая услуги телеприсутствия с сетевой поддержкой, и экспериментальная проверка решений при подготовке отраслевых кадров. Вторая очередь», выполненной в рамках государственного контракта № 071-03-2022-008 от 27.01.2022 г. (шифр «Телепорт-2030»).

Декан факультета РСР
к.т.н., доцент

Зав. каф. РТ
к.ф.-м.н., доцент

Профессор каф. РТ
д.т.н., профессор

Владыко А.Г.

Коровин К.О.

Глушанков Е.И.

Рисунок Д2 — Акт об использовании результатов диссертационной работы в СПбГУТ им. М. А. Бонч-Бруевича



**Акционерное общество
«Научно – производственное объединение
Завод «Волна»**

198095, Россия, Санкт-Петербург,
ул. Маршала Говорова, д. 29, лит. Н
Тел. (812) 252-09-14, факс (812) 244-58-96
www.volnaspb.ru, e-mail: info@volnaspb.ru

УТВЕРЖДАЮ

Генеральный директор

кандидат технических наук

Рылов Евгений Александрович



АКТ

Об использовании результатов диссертационной работы Бойко Игоря Андреевича

в АО «НПО ЗАВОД «ВОЛНА»

Комиссия в составе Батурина А.С. и Моторина Д.В. составила настоящий акт о том, что новые научные результаты диссертационного исследования Бойко И.А. были использованы при разработке проектов в АО «НПО ЗАВОД «ВОЛНА», а именно:

- Алгоритм адаптивного диаграммообразования на основе несмещённого фильтра Калмана UKF-MVDR;
- Аналитическая оценка помехоустойчивости к воздействию параметров нелинейности канала связи для системы радиодоступа КВ и УКВ диапазона;
- Программные коды разработанных средств для проведения имитационного эксперимента.

Предложенные в диссертации модели и алгоритмы использованы при формировании научно-технического задания в рамках ООКР «Ширина» для последующего проведения научно-испытательных и опытно-конструкторских работ АО «НПО ЗАВОД «ВОЛНА», в частности, по модернизации комплексов связи с повышенной помехозащищённостью для надводных кораблей и вспомогательных судов.

Председатель комиссии:

 Е.А. Рылов

Члены комиссии:
Главный конструктор

 А.С. Батурин

Заместитель Генерального директора по производству

 Д.В. Моторин

Рисунок Д3 — Акт об использовании результатов диссертационной работы в АО «НПО ЗАВОД «ВОЛНА»