Основы оптического приборостроения
курсовой проект

Вычисление и отображение параксиальных характеристик оптических систем при помощи матричной оптики

1. Оптическая система

Параксиальные характеристики оптической системы - это кардинальные отрезки оптической системы: фокусные расстояния, фокальные отрезки, положения главных плоскостей (рис.1).

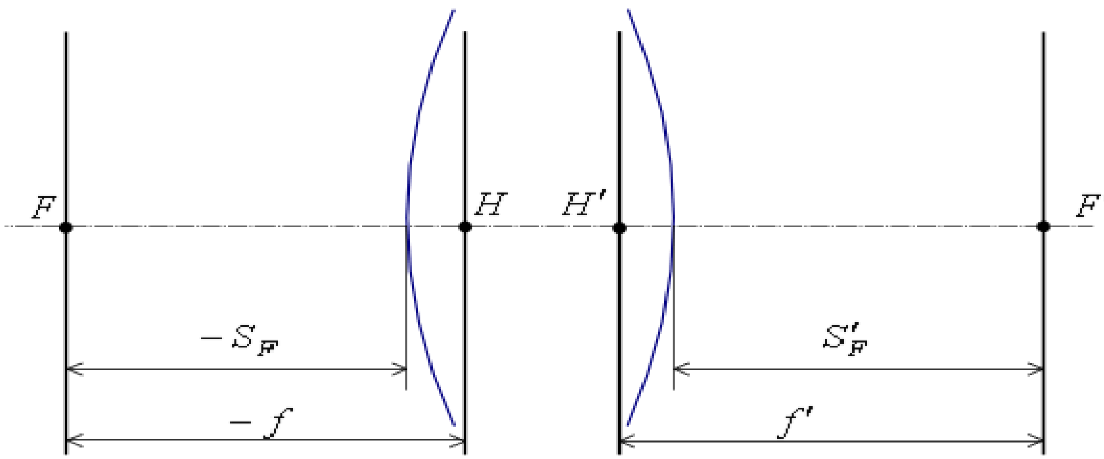

Рис.1 Изображение кардинальных отрезков оптической системы

Главные плоскости системы - пара сопряженных плоскостей в пространстве предметов и изображений, в которых линейное увеличение равно единице. *Главные точки* H и H' - это точки пересечения главных плоскостей с оптической осью.

Переднее фокусное расстояние f - это расстояние от передней главной точки (H) до переднего фокуса.

Заднее фокусное расстояние f' - это расстояние от задней главной точки (H') до заднего фокуса.

Передний фокальный отрезок S_F - это расстояние от первой поверхности оптической системы до переднего фокуса (F).

Задний фокальный отрезок S'_F - это расстояние от последней поверхности оптической системы до заднего фокуса (F').

Для удобства чтения оптических схем и компьютерных расчетов в оптике приняты единые правила знаков. Положительным *направлением света* считается распространение слева направо. *Осевые расстояния* между преломляющими поверхностями считаются положительными, если они измеряются по направлению распространения света (слева направо).

2. Матрица преобразования

Основное действие оптической системы заключается в изменении хода лучей, т.е. преобразовании двух параметров – линейной и угловой координат луча. Эти преобразования наиболее удобно описывать при помощи аппарата *матричной оптики* (матрица преобразования полностью описывает распространение лучей через оптическую систему).

Необходимо учитывать, что параметры луча в пространстве предметов и изображений могут быть заданы только в том случае, если выбраны *опорные плоскости* (ОП) – некоторые произвольно выбранные плоскости, перпендикулярные оптической оси.

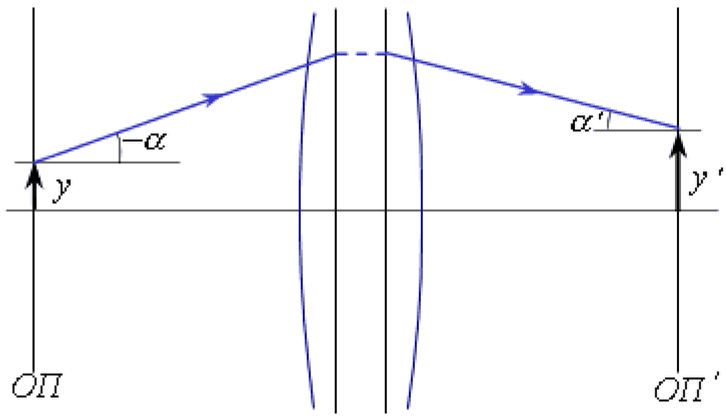

Рис.2 Линейная (y) и угловая (α) координаты луча

Действие оптической системы (ОС) заключается в преобразовании координат лучей (рис.2):

$$\begin{bmatrix} y \\ \alpha \end{bmatrix} \longrightarrow (\text{ОС}) \longrightarrow \begin{bmatrix} y' \\ \alpha' \end{bmatrix}, \text{ где}$$

$$y' = Ay + B\alpha \qquad (1)$$

$$\alpha' = Cy + D\alpha \qquad (2)$$

Выражения для линейной (1) и угловой (2) координат луча можно записать в матричной форме, а преобразование координат луча оптической системой можно представить в виде умножения некоторой матрицы на вектор входных координат луча:

$$\begin{bmatrix} y' \\ \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \alpha \end{bmatrix} \qquad (3)$$

Таким образом, все свойства идеальной оптической системы полностью описываются *матрицей преобразования лучей G*, называемой также *гауссовой матрицей* (размер матрицы 2x2):

$$G = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \qquad (4)$$

3. Виды матриц преобразования

Существуют два основных вида матриц преобразования (*G*), описывающих два простых преобразования – перенос луча в свободном пространстве и преломление луча на преломляющей поверхности или в оптической системе:

- *матрица переноса* - матрица Гаусса, которая рассматривает преобразование только линейных координат лучей;
- *матрица преломления* - матрица Гаусса, которая рассматривает преобразование только угловых координат лучей.

3.1. Общий вид матрицы переноса

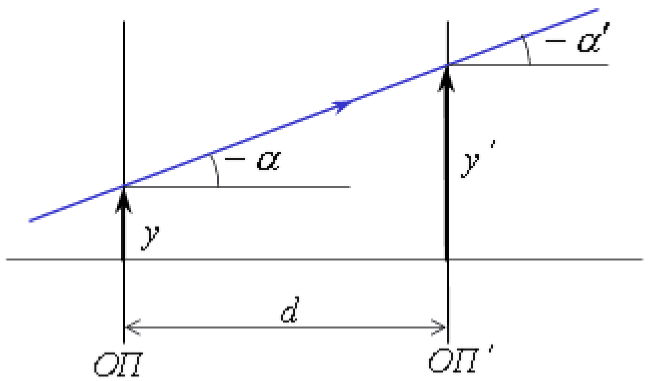

Рис.3 Перенос луча оптической системой

Согласно рис.3 при переносе луча изменяется только линейная координата, угловая координата луча не изменяется:

$$y' = y + \frac{d}{n}$$

$$\alpha' = \alpha \qquad (5)$$

В данном случае матрица преобразования имеет смысл *матрицы переноса:*

$$T = \begin{bmatrix} 1 & \frac{d}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{,где} \qquad (6)$$

$\frac{d}{n}$ – приведенное расстояние между опорными плоскостями,

d – расстояние между опорными плоскостями,

n – показатель преломления оптической системы.

3.2. Общий вид матрицы преломления

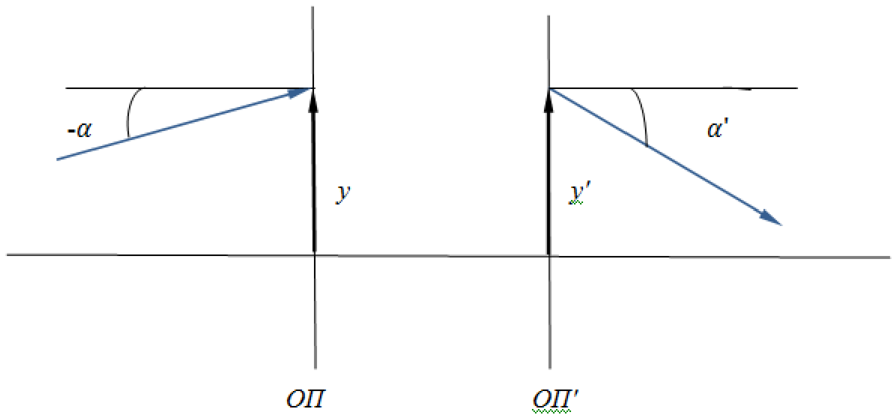

Рис.4 Преломление луча оптической системой

Матрица преломления описывает преломление луча оптической системой (рис.4), при этом у луча изменяется только угловая координата:

$$y' = y$$

$$\alpha' = -\phi y + \alpha \qquad (7)$$

В данном случае матрица преобразования имеет смысл *матрицы преломления:*

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi & 1 \end{bmatrix} \text{ , где} \qquad (8)$$

ф – оптическая сила преломляющей системы.

3.3. Матрица одной преломляющей поверхности

В случае преломления луча на одной сферической поверхности с радиусом *r*, находящейся на границе сред с показателями преломления n и n_1 (рис.5), а также принимая во внимание что

$$\phi = \frac{1}{r}(n^{u} - n), \qquad (9)$$

итоговые выражения для преобразования линейной и угловой координат луча выглядят следующим образом:

$$y' = y$$

$$\alpha' = -\frac{y}{r}(n' - n) + \alpha \qquad (10)$$

В данном случае матрица преломления имеет вид:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{r}(n' - n) & 1 \end{bmatrix} \qquad (11)$$

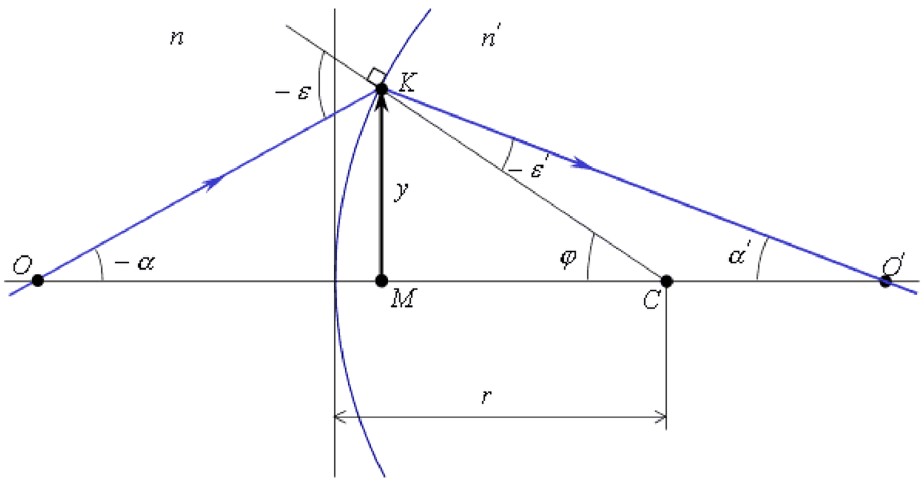

Рис.5 Прохождение луча через одну преломляющую поверхность.

4. Постановка задачи вычисления параксиальных характеристик оптической системы

Оптическая система, работающая в воздухе, состоит из двух оптически прозрачных элементов. Заданы радиусы кривизны (*r*), толщины (*d*) и показатели преломления оптических сред (*n*) деталей оптической системы:

r_1 = 56,5+0,1N, мм;

r_2 = – (56,5+0,1N), мм;

r_3 = 48+0,1N, мм;

$r_4 = -(48+0{,}1N)$, мм, где

N — номер варианта (последние две цифры студенческого билета).

$d_1 = 5{,}6$ мм

$d_2 = 10{,}6$ мм

$d_3 = 6{,}7$ мм

$n_1 = 1{,}4$

$n_2 = 1$

$n_3 = 1{,}6$

На основе заданных параметров элементов оптической системы необходимо:

1. **Найти матрицу преобразования оптической системы G.**
2. **Вычислить параксиальные характеристики оптической системы.**
3. **Отобразить параксиальные характеристики на оптическом чертеже.**

4.1. Нахождение матриц преломления и переноса оптического луча

Для того чтобы найти параксиальные характеристики системы, необходимо вычислить ее матрицу преобразования, которая определяется как последовательное перемножение матриц преломления и матриц переноса всех элементов оптической системы.

Т.к. оптическая система состоит из четырех преломляющих поверхностей и трех оптически прозрачных сред (рис.6), то необходимо воспользоваться формулой (6) для нахождения матриц переноса (T_1; T_2; T_3) оптического луча и формулой (11) для нахождения матриц преломления (R_1; R_2; R_3; R_4) сферических поверхностей.

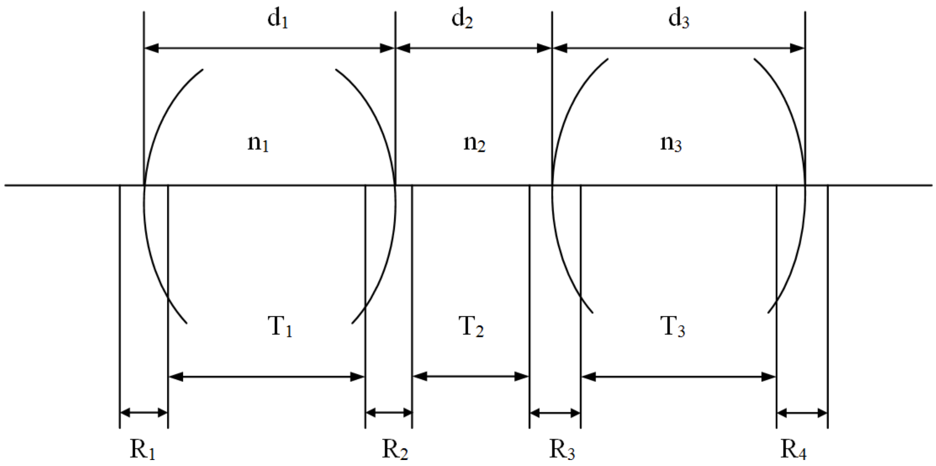

Рис.6 Оптическая система, состоящая из преломляющих поверхностей и оптически прозрачных сред.

4.2. Нахождение матрицы преобразования оптической системы

Матрица преобразования оптической системы, состоящей из нескольких компонентов, будет состоять из произведения матриц преломления и матриц переноса для отдельных компонентов:

$$G = R_4 T_3 R_3 T_2 R_2 T_1 R_1 \qquad (12)$$

4.3. Вычисление параксиальных характеристик оптической системы

Элементы матрицы преобразования можно выразить через кардинальные отрезки оптической системы:

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{S_F^F}{f^F} & \frac{S_F S_F^F - f f^F}{n f^F} \\ \frac{-n^F}{f^F} & \frac{S_F}{f} \end{bmatrix}, \quad \text{где} \qquad (13)$$

где n и n' - показатели преломления сред до и после оптической системы.

Зная значение элементов матрицы преобразования оптической системы, можно определить значения параксиальных характеристик:

$$f = \frac{g_{11}g_{22}}{g_{21}} - g_{12}\,; \qquad (14)$$

$$f' = -\frac{1}{g_{21}}; \qquad (15)$$

$$S_F = \frac{g_{22}}{g_{21}}; \qquad (16)$$

$$S'_F = -\frac{g_{11}}{g_{21}} \qquad (17)$$

По формулам (14,15,16,17) необходимо рассчитать фокусные расстояния *f* и *f'* и фокальные отрезки S_F и S'_F .

Отобразить полученные параксиальные характеристики оптической системы на чертеже (см. рис.1).