

МарГТУ

Марийский государственный технический университет

М. З. ВАЙНШТЕЙН В. М. ВАЙНШТЕЙН О. В. КОНОНОВА

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Учебное пособие

Йошкар-Ола
МарГТУ
2011

УДК 891
ББК 72.4
В 14

Рецензенты:

доктор техн. наук, профессор кафедры СМиТ Московского
государственного университета путей сообщения

Л. М. Добшиц

доктор техн. наук, профессор, заведующий кафедрой автомобильных
дорог Марийского государственного технического университета

М. Г. Салихов

*Печатается по решению
редакционно-издательского совета МарГТУ*

Вайнштейн, М. З.

В 14 Основы научных исследований: учебное пособие / М. З. Вайнштейн, В. М. Вайнштейн, О. В. Кононова. – Йошкар-Ола: Марийский государственный технический университет, 2011. – 216 с.

В учебном пособии кратко представлены основные формы научной деятельности, включающие выбор направления научного исследования, поиск, накопление и обработку научной информации. Изложены рекомендации по оформлению результатов научной работы и внедрению их в производство.

Для студентов, магистрантов и аспирантов строительных специальностей.

УДК 891

ББК 72.4

© Вайнштейн М. З., Вайнштейн В. М.,
Кононова О. В., 2011

© Марийский государственный
технический университет, 2011

ОТ АВТОРОВ



М. З. Вайнштейн
(1927-2009 гг.)

На обложке этой книги его фамилия по праву стоит первой. Именно М. З. Вайнштейну принадлежит идея подготовки и издания данного учебного пособия. Он был вдохновителем и «дирижером» нашего творческого коллектива. Михаил Зиновьевич не успел увидеть эту книгу: работа подписывалась в печать, когда его уже не стало. Эта была последняя рукопись, над которой он работал.

Учебное пособие создавалось, правилось, дополнялось новой информацией более 15 лет. М. З. Вайнштейн придавал ему огромное значение: весь огромный педагогиче-

ский опыт приводил его к пониманию необходимости такого издания. Работе в МарГТУ Михаил Зиновьевич посвятил более 30 лет и все эти годы с увлечением руководил научной работой студентов. Много и настойчиво доказывал коллегам важность преподавания дисциплины «Основы научных исследований».

М. З. Вайнштейн – автор более 200 научных публикаций и учебных пособий, талантливый ученый и педагог, организатор кафедры строительных материалов и технологии строительства Марийского государственного технического университета и первый ее заведующий.

Мы как соавторы, завершившие работу над этим учебным пособием уже без Михаила Зиновьевича, рассматриваем настоящую книгу как результат совместного творчества и как дань памяти нашему глубокоуважаемому учителю и коллеге.

**О. В. Кононова,
В. М. Вайнштейн**

ПРЕДИСЛОВИЕ

Введение в учебный процесс дисциплины «Основы научных исследований» – важный этап совершенствования обучения в высшей школе.

Это дисциплина, в которой рассматриваются вопросы методологии проведения научных исследований, а также способы их организации.

До введения дисциплины научно-исследовательская работа (НИР) проводилась студентами преимущественно в научных кружках студенческого научного общества и частично при проведении учебного процесса: при разработке курсовых работ и проектов, при выполнении практических и лабораторных работ, а также в периоды учебных и производственных практик и при разработке дипломных проектов.

Введение «Основ научных исследований» в программу отвечает современным требованиям подготовки специалиста высшей квалификации, изложенным в государственном образовательном стандарте высшего профессионального образования, и обязывает всех студентов освоить важнейшие принципы и методы в области организации и выполнения научных исследований. Изучение дисциплины направлено на развитие рационального творческого мышления и оптимизацию организации научной деятельности студента. За время изучения курса студент должен под руководством опытного наставника выполнить конкретное научное исследование в рамках учебного процесса.

В результате изучения теоретического курса и выполнения экспериментальных исследований студент должен освоить:

- 1) методологию и методику проведения научных исследований;
- 2) планирование и организацию научно-исследовательской работы;

3) принципы анализа необходимой информации по теме научного исследования;

В процессе выполнения научной работы студент:

- 1) разрабатывает теоретические предпосылки к исследованию;
- 2) формулирует цель и задачи исследования;
- 3) планирует и проводит эксперимент;
- 4) обрабатывает результаты измерений;
- 5) оценивает погрешность наблюдений;
- 6) сопоставляет результаты эксперимента с теоретическими предпосылками;
- 7) формулирует выводы научного исследования;
- 8) составляет отчет, доклад или статью по результатам научного исследования.

Овладение этими приемами призвано способствовать совершенствованию научно-исследовательской работы, приобретению будущими специалистами практических навыков, повышающих их компетенции, необходимые при внедрении в производство научных достижений.

ВВЕДЕНИЕ

Все мы являемся сегодня очевидцами бурного развития науки и техники. Современные темпы развития науки так велики, что только на последние 30 лет приходится около 70 % объема знаний, накопленных человечеством за всю его историю.

В настоящее время научно-технический прогресс проявляется в форме научно-технической революции (НТР).

Особенностями НТР являются:

- 1) возрастающая роль науки;
- 2) возможность автоматизации не только физического, но и умственного труда;
- 3) бурный рост и ускоряющийся процесс обновления научно-технической информации;
- 4) быстрая смена материалов, конструкций, машин, технологических процессов;
- 5) резкое увеличение разновидностей инженерных решений;
- 6) повышение уровня комплексной механизации и автоматизации, а также систем управления.

Внедрение научных достижений в производство выражается: в росте производительности труда, снижении себестоимости продукции, повышении качества и долговечности продукции.

В настоящее время в мире в сфере науки и ее обслуживания занято около 30 млн. человек. Количество научного персонала ежегодно возрастает. Каждые 10-15 лет, а в некоторых отраслях каждые 7-8 лет его численность удваивается. Соответственно растут число патентов, финансовые затраты и объем научной информации.

Научно-технический прогресс оказывает непосредственное влияние на развитие высшей школы.

Он предъявляет новые возросшие требования к знаниям студентов, их творческому развитию, умению находить наиболее рациональные решения – технологические, организационные, конструкторские.

Подготовка специалистов на современном этапе настоятельно требует создания в высшей школе творческой научной атмосферы. Наука тесным образом связана с системой подготовки специалистов в вузах.

Высшая школа готовит кадры для научных организаций, а взамен получает научную продукцию от науки (исследования, разработки, открытия и т.д.), что служит базой для повышения качества подготовки молодых специалистов.

В настоящее время, когда развитие нашего общества характеризуется глубоким проникновением науки во все сферы материального производства, молодые специалисты должны быть вооружены новейшими знаниями в области научных исследований. Эту миссию должна выполнить высшая школа. Молодой специалист и зрелый инженер в условиях обширного потока и быстрого обновления информации должны уметь хорошо ориентироваться в поиске научной информации. А это невозможно без навыка научной деятельности.

Современное производство требует от специалиста умения самостоятельно ставить и решать различные принципиально новые вопросы, что нельзя сделать без овладения студентами основами научных исследований. Таким образом, научная подготовка студентов в вузах – одна из важнейших сторон обучения.

1

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О НАУКЕ И НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

1.1. Основные определения и понятия

Наука – это непрерывно развивающаяся система знаний объективных законов природы, общества и мышления, получаемых и пре-вращаемых в непосредственную производительную силу общества в результате специальной деятельности людей.

Науку можно рассматривать как специфическую форму общественного сознания, основу которой составляют:

- 1) система знаний;
- 2) процесс познания закономерностей объективного мира;
- 3) определенный вид трудовой деятельности;
- 4) один из важных факторов общественного развития;
- 5) процесс производства знаний и их использование.

Не всякое знание можно рассматривать как научное. Нельзя при-знать полностью научными те знания, которые человек получает лишь на основе простого наблюдения. Эти знания играют важную роль, но они не раскрывают сущность явлений, взаимосвязи между ними, которая позволила бы объяснить, почему данное явление про-текает так или иначе, и предсказать дальнейшее его развитие.

Научные знания принципиально отличаются от слепой веры, от беспрекословного признания того иного положения, без какого-либо логического обоснования и практической проверки.

Раскрывая закономерные связи действительности, наука выра-жает их в абстрактных понятиях и схемах.

Основным признаком науки и главной ее функцией является познание объективности мира. Наука создана для непосредственного выявления существенных сторон всех явлений природы, общества и мышления.

Материалистический принцип науки обуславливает ее *предмет* – законы природы, общества и мышления.

Цель науки – познание законов развития природы и общества и воздействие на них на основе использования знаний для получения полезных обществу результатов. Пока соответствующие законы не открыты, человек может лишь описывать явления, собирать, систематизировать факты, но он ничего не может объяснить и предсказать.

Развитие науки идет от сбора фактов, их изучения и систематизации, обобщения и раскрытия отдельных закономерностей к связанной логически стройной системе научных знаний, которая позволяет объяснить уже известные факты и предсказать новые.

Путь познания определяется знаменитой формулой: *от живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике!*

Процесс познания включает накопление *фактов*. Без систематизации и обобщения, без логического осмысливания фактов не может существовать никакая наука. Но хотя факты, как говорил И. П. Павлов, – это воздух ученого, сами по себе они еще не наука. Факты становятся составной частью научных знаний, если они выступают в систематизированном, обобщенном виде. Факты систематизируют и обобщают с помощью простейших абстракций – понятий (определений), являющихся важными структурными элементами науки.

Наиболее широкие понятия называют *категориями*. К самым общим абстрактным категориям относятся философские понятия о форме и содержании явлений, в политэкономии, например, – это товар, стоимость и т.д.

Важная форма знания – принципы (постулаты), аксиомы.

Под *принципами* понимают исходные положения какой-либо отрасли науки. Они являются начальной фермой систематизации знаний (например, аксиомы евклидовой геометрии, постулат Бора в квантовой механике и т.д.).

Важнейшим составным звеном в системе научных знаний являются научные *законы*, отражающие наиболее существенные, устойчивые повторяющиеся объективные внутренние связи в природе, обществе и мышлении. Обычно законы выступают в форме определенного соотношения понятий, категорий.

Наиболее высокой формой обобщения и систематизации знаний является теория.

Под *теорией* понимают учение об общественном опыте (практике), формулирующее научные принципы и методы, которые позволяют обобщить, познать существующие процессы и явления, проанализировать действие на них разных факторов и предложить рекомендации по использованию их в практической деятельности людей.

Проблема – сложный вопрос, задача, требующая разрешения, исследования.

Наука включает в себя также методы исследования.

Под *методом* понимают способ теоретического исследования или практического осуществления какого-либо процесса. Метод – это инструмент для решения главной задачи науки – открытия объективных законов действительности.

К классическим общим методам исследования относят методы индукции и дедукции, анализа и синтеза, сравнения результатов теоретических и экспериментальных исследований.

Дедукция – способ исследования от общего к частному. *Индукция* – это метод, при использовании которого, наоборот, от частных исследований приходят к общим выводам.

При исследовании процессов необходимо учитывать их возможную противоречивость. Например, при твердении цементов происходят структурообразующие и деструктивные процессы. Это вполне согласуется с законом единства и борьбы противоположностей.

Любая научная теория, объясняя характер тех или иных процессов, всегда связана с определенным частным методом исследования. Опираясь на общие и частные методы исследования ученые получают ответ на вопрос о том, с чего надо начинать исследования, как относиться к фактам, как обобщать материал, каким путем идти к выводам.

В настоящее время все большее значение приобретают *математические методы* исследования, то есть методы количественного изучения явлений и процессов, представляющие собой более высокую ступень научного исследования и позволяющие использовать их результаты для инженерных расчетов. Это в известной степени обусловлено интенсивным развитием вычислительной техники.

Когда ученые не располагают достаточным фактическим материалом, в качестве средства достижения научных результатов они используют *гипотезы* – научно обоснованные предположения, выдвигаемые для объяснения каких-либо процессов, которые после проверки могут оказаться истинными или ложными. Гипотеза часто выступает как первоначальная формулировка, черновой вариант открываемых законов.

Гипотеза является важной формой развития естествознания. Большинство научных законов сформулировано на основе ранее высказанных гипотез.

Научное исследование представляет собой изучение с помощью научных методов явлений и процессов, анализ влияния на них различных факторов, а также изучение взаимодействия между явлениями с целью получения убедительно доказанных и полезных для науки и практики результатов.

Целью научного исследования является всестороннее и достоверное изучение объекта, его структуры, свойств, связей на основе разработанных в науке принципов и методов познания, а также получение полезных для деятельности человека результатов.

Основой разработки каждого научного исследования является *методология*, т.е. совокупность методов, способов и приемов, применяемых в определенной последовательности. В конечном счете, методология – это схема, план решения поставленной научно-исследовательской задачи.

В зависимости от цели, задач и объекта исследования применяются различные принципы или методы.

Важную роль в научном исследовании играют познавательные задачи, возникающие при решении научных проблем.

Наибольший интерес представляют эмпирические и теоретические задачи.

Эмпирические задачи – направлены на выявление, описание и тщательную констатацию различных факторов, связанных с изучаемыми явлениями и процессами. В научных исследованиях эмпирические задачи решаются различными методами познания: наблюдением и экспериментом.

Наблюдение – это метод познания, при котором объект изучают без вмешательства в него, фиксируют, измеряют свойства объекта и характер их изменения (например, наблюдение за осадкой здания, технологическим процессом и др.).

Экспериментальные исследования – это метод познания, в котором проверяется истинность выдвигаемых гипотез или выявляются закономерности явлений. В отличие от наблюдения, в эксперименте исследователь вмешивается в изучаемый процесс, искусственно создавая условия, облегчающие изучение явления и устраняющие побочные факторы.

Теоретические исследования – направлены на изучение и выявление причин, связей, взаимосвязей, позволяющих установить поведение объекта, определить и изучить его структуру, характеристику на основе разработанных в науке принципов и методов познания. В результате полученных знаний формулируют законы, разрабатывают теорию, проверяют факты и др.

Теоретические исследовательские задачи формулируют таким образом, чтобы их можно было проверить эмпирически (опытом, практикой).

В решении теоретических задач научного исследования важная роль принадлежит *логическому методу* познания, позволяющему на основе логических умозаключений объяснять явления и процессы, выдвигать различные предположения и идеи, устанавливать пути их решения. Логический метод базируется на полученных фактах и результатах эмпирических исследований.

Результаты научных исследования оцениваются тем выше, чем выше научность сделанных выводов и обобщений, чем они досто-

вернее и эффективнее. Они должны создавать основу для новых научных разработок.

Одним из важных требований, предъявляемых к научному исследованию, является *научное обобщение*, которое позволяет установить взаимосвязь между изученными явлениями и процессами.

Каждое научное исследование имеет тему. Темой могут быть различные вопросы науки и техники. *Обоснование темы* – это важный этап в разработке научного исследования.

Систематический анализ показывает, что достижения в научной деятельности за последние 250 лет возрастают по экспоненциальному закону. Через каждые 10-15 лет все показатели удваиваются. Поэтому считают, что основным законом роста достижений в науке является *экспоненциальный*.

Характерной особенностью современной науки является то, что она превращается в сложный и непрерывно растущий социальный организм, в наиболее динамичную производительную силу общества. Наука становится производительной силой общества, что проявляется в глубоких изменениях, происходящих во взаимоотношении науки и производства.

1.2. Классификация и основные этапы научно-исследовательских работ

Научно-исследовательские работы (НИР) классифицируют по различным признакам.

1. *По видам связи НИР с общественным производством* их разделяют:

- 1) на работы, направленные на создание новых процессов, машин, конструкций и т.п., полностью используемых для повышения эффективности производства;
- 2) работы, направленные на улучшение производственных отношений, повышение уровня организации производства без создания новых процессов и механизмов;

3) теоретические работы в области общественных, гуманитарных и других наук, которые используются для совершенствования общественных отношений, повышения уровня духовной жизни людей.

2. По степени важности исследования для народного хозяйства НИР классифицируются:

1) на важнейшие работы, выполняемые по государственному плану;

2) работы, проводимые по заданию министерств и ведомств;

3) исследования, выполняемые по плану (по инициативе) научно-исследовательских организаций.

3. В зависимости от источников финансирования НИР делятся:

1) на госбюджетные, финансируемые из средств государственного бюджета;

2) хоздоговорные, финансируемые в соответствии с заключенными договорами между организациями – заказчиками, которые используют результаты НИР в данной отрасли, и организациями, выполняющими исследования.

4. По длительности разработки НИР различают:

1) долгосрочные, разрабатываемые в течение нескольких лет;

2) краткосрочные, выполняемые обычно за один год.

5. По целевому назначению НИР классифицируются на три вида:

1) теоретические исследования направлены на создание новых принципов. Это обычно фундаментальные исследования. Цель их – расширить знания общества, более глубоко понять законы природы. Такие разработки используются в основном для дальнейшего развития новых теоретических исследований, которые могут быть долгосрочными, бюджетными;

2) прикладные исследования должны удовлетворять потребности общества в развитии конкретной отрасли производства. Прикладные исследования направлены на создание новых методов, на основе которых разрабатывают новое оборудование, новые машины и материалы, способы производства и организации работ;

3) научные разработки – это научные работы, призванные преобразовать прикладные или теоретические исследования в технические приложения. Конечная цель разработок, которые проводятся в опытно-конструкторских бюро (ОКБ), проектных опытных производствах, – подготовить материал научных исследований для внедрения.

1.3. Последовательность проведения исследовательских работ

Исследовательскую работу проводят в определенной логической последовательности. Процесс выполнения теоретических и прикладных НИР включает в себя шесть этапов:

1 этап. *Формулирование темы исследования.* Оно начинается с общего ознакомления с проблемой, по которой предстоит выполнять исследование. Выполняется предварительное ознакомление с литературой, и определяются важнейшие направления деятельности. Составляются аннотация и краткий план исследования. Разрабатывается техническое задание. Составляется общий календарный план НИР. Предварительно определяется ожидаемый экономический эффект от реализации исследования.

2 этап. *Формулирование цели и задач исследования.* На втором этапе выполняется подбор и составление библиографических списков отечественной и зарубежной литературы: монографий, учебников, научных статей, патентов и других источников информации. Изучаются научно-технические отчеты по теме различных организаций соответствующего профиля. Выполняется изучение источников информации, на основе которого составляется научный реферат. В результате анализа собранной в реферате информации, сопоставления всех источников информации исследователь формулирует собственные суждения по теме исследования. В результате на основе реферата создается научный обзор, содержащий обстоятельное мно-

гостороннее освещение состояния вопроса по теме исследования, позволяющее сформулировать методические выводы по обзору информации, а на их основе – цели и задачи исследования.

3 этап. Теоретические исследования. Третий этап исследования направлен на изучение физической сущности рассматриваемых процессов и явлений. Исследователь формулирует гипотезу, выбирает и обосновывает модель объекта исследования. Выполняет теоретический анализ, используя методы математического моделирования.

4 этап. Экспериментальные исследования.

Формулируются цели и задачи эксперимента. Выполняется планирование эксперимента. Разрабатываются методики эксперимента. Выбираются средства измерения. Обосновываются способы измерений. Осуществляется подготовка лабораторной базы эксперимента, включая конструирование приборов, макетов, аппаратов, моделей, стендов, установок, подготовку материалов, измерительных приборов и других средств, необходимых для проведения эксперимента. Реализуются запланированные серии экспериментов в лаборатории, на опытных участках, заводах, предприятиях. Выполняется статистическая обработка экспериментальных данных.

5 этап. Анализ и оформление научных исследований. Проводится общий анализ теоретических и экспериментальных исследований. Выполняется сопоставление результатов эксперимента с научной гипотезой. Анализируются расхождения. Уточняются теоретические модели объектов исследования. В случае необходимости проводится дополнительный эксперимент. Формулируются научные и производственные выводы, составляется научный отчет. Научный отчет подлежит рецензированию и, при необходимости, корректировке. Подтверждение научной гипотезы является основанием для создания научной теории.

6 этап. Внедрение и оценка эффективности. Результаты исследования внедряются на производстве. Определяется реальный экономический или социальный эффект от их использования.

Научная разработка или опытно-конструкторская работа (ОКР) включают в себя следующие этапы:

1 этап. Формулирование темы, цели и задач исследования (см. 1, 2 этапы).

2 этап. Изучение литературы, проведение исследования (в случае необходимости) и подготовка к техническому проектированию экспериментального образца.

3 этап. Техническое проектирование. Разработка вариантов технического проекта. Выполняются расчеты и разработка чертежей. Изготавливаются отдельные узлы и блоки, анализируется их работа. Разрабатывается и согласовывается технический проект. Выполняется технико-экономическое обоснование (ТЭО) проекта.

4 этап. Рабочее проектирование.

5 этап. Изготовление опытного образца. Анализ и контроль технической документации. Проектируется технологический процесс, разрабатываются технологические карты, составляется проект организации работ. Изготавливаются детали, блоки и узлы опытного образца, выполняется их сборка. Выполняются опробование, доводка и регулировка образца, стендовые и производственные испытания.

6 этап. Доработка опытного образца. Выполняется анализ работы узлов образца после производственных испытаний, и, при необходимости, совершенствование и замена отдельных узлов.

7 этап. Государственные испытания. Передача образца специальной комиссии на государственные испытания.

1.4. Научные учреждения и кадры

В нашей стране исследования ведутся в научных организациях, среди которых можно выделить:

- 1) НИИ, входящие в состав Академии наук России, отраслевых академий и академий республик;
- 2) высшие учебные заведения (вузы);
- 3) НИИ отраслевых министерств.

Наряду с этим исследования и разработки проводятся в проектно-конструкторских и технологических институтах, в лабораториях и бюро, в обсерваториях, на опытных станциях, в ботанических садах, музеях, научных библиотеках, архивах, заповедниках и других организациях.

Ряд научно-исследовательских (НИ) организаций являются головными, которые помимо общих задач осуществляют внутреннюю и межведомственную координацию научных исследований, выполняемых другими научными организациями, работающими над общей темой.

Высшим научным учреждением страны является Академия наук России. Она осуществляет общее научное руководство исследованиями по важнейшим проблемам естественных и общественных наук, проводимыми в АН республик, вузах и других НИ учреждениях.

Основным органом научно-исследовательской деятельности, согласно уставу АН России, является институт, важнейшие задачи которого – проведение фундаментальных исследований по своему профилю, выявление новых возможностей технического прогресса, подготовка рекомендаций по использованию научных результатов исследования в народном хозяйстве, участие во внедрении этих результатов, изучение и освещение достижений мировой науки.

Наряду с проведением собственных научных исследований, институт координирует свою работу с исследованиями других учреждений, готовит научные кадры, организует дискуссии, конференции и совещания, пропагандирует научные знания и широко информирует общественность о полученных научных результатах.

Основными структурными подразделениями институтов являются отделы, лаборатории, вычислительные центры, экспериментальные базы и другие сектора.

Научно-исследовательские организации, входящие в состав отраслевых министерств, выполняют главным образом прикладные исследования, которые служат каналом для обеспечения связи науки с производством.

К научным кадрам или научным работникам (НР) относят лиц, имеющих высшее образование и ведущих научно-исследовательскую или научно-педагогическую работу по утвержденному в установленном порядке плану.

Научные кадры пополняются за счет специалистов с высшим образованием, через аспирантуру и соискательство, через факультеты повышения квалификации, курсы, семинары.

Вопросы, связанные с подготовкой кадров, являются важнейшими в научной политике.

Аттестация научных и научно-педагогических кадров проводится высшей аттестационной комиссией (ВАК) и Министерством образования и науки Российской Федерации.

2

ВЫБОР ТЕМЫ, ФОРМУЛИРОВАНИЕ ЦЕЛИ И ЗАДАЧ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2.1. Методы выбора и оценки тем научных исследований

В научно-исследовательской работе различают:

- 1) научные направления;
- 2) проблемы;
- 3) темы.

Под *научным направлением* понимают сферу научных исследований научного коллектива, посвященных решению каких-либо крупных, фундаментальных исследовательских задач в определенной отрасли науки.

Структурными единицами направления являются комплексные *проблемы*, темы и вопросы. Комплексная проблема включает в себя несколько проблем.

Под *проблемой* понимают сложную научную задачу, которая охватывает значительную область исследования и имеет перспективное значение.

Тема – это научная задача, охватывающая определенную область научного исследования.

При разработке темы или вопроса выдвигается конкретная *задача* в исследовании – разработать новый материал, конструкцию, прогрессивную технологию строительства и т.д.

Необходимость решения проблемы ставит более общую задачу – открытие, решение комплекса научных задач, обеспечивающих ускорение теоретических разработок и процесса общественного производства.

Постановка (выбор) проблем или тем является трудной, ответственной задачей. Она включает в себя ряд этапов.

Первый этап – *формулирование проблем*. На основе анализа противоречий исследуемого направления формулируют основной вопрос (проблему) и определяют в общих чертах ожидаемый результат.

Второй этап включает в себя *разработку структуры проблемы*. Выделяют темы, подтемы, вопросы. По каждой теме выявляют ориентировочную область исследования.

На третьем этапе устанавливают *актуальность проблемы*, т.е. ценность ее на данном этапе исследований.

Для этого по каждой теме выставляют несколько возражений и на основе анализа, методом последовательного приближения, исключают возражения в пользу реальности данной темы.

При обосновании проблем проводится их коллективное обсуждение на заседаниях Советов, на которых выступает оппонент и принимается окончательное решение.

После обоснования проблемы и установления структуры научный работник или коллектив, как правило, самостоятельно приступают к выбору темы научного исследования.

По мнению некоторых ученых, выбрать тему зачастую более сложно, чем провести само исследование.

К теме предъявляется ряд требований:

1) она должна *быть актуальной*, т.е. важной, требующей разрешения в настоящее время. Это требование одно из основных. Критерия для оценки актуальности темы пока нет. Актуальность темы оценивает ученый или коллектив;

2) она должна *решать новую научную задачу*. Это значит, что тема в такой постановке никогда не разрабатывалась и не разрабатывается, т.е. исключается дублирование, которое допускается лишь в особых случаях, для ускорения решения проблемы конкурирующими коллективами.

Грань между научными и инженерными исследованиями стирается с каждым годом. Однако при выборе тем новизна должна быть не

инженерной, а научной, т.е. принципиально новой. Все, что уже известно, не может быть предметом научного исследования.

Однако нельзя впадать в крайность, применяя этот принцип. Если допускать монополию в науке, то исключается соревнование идей, что снижает эффективность научных исследований.

Выполняя длительное время работу по узкоспециальной тематике с устоявшейся методикой, некоторые научные работники теряют к ней интерес. Поэтому в коллективе может быть несколько (до 10 %) непрофильных тем, не отличающихся резко от основной тематики коллектива.

Наиболее часто в разработке прикладных тем применяют коэффициент перспективности $K_{\mathcal{O}}$, в основе которого лежат экономические показатели:

$$K_{\mathcal{O}} = \frac{V_{\Gamma} C_{eo} P_H P_{\mathcal{B}} \sqrt{T}}{3_{\Pi} + 3_O + 3_{\Gamma}}, \quad (2.1)$$

где V_{Γ} – объем продукции в год, внедряемой после освоения данной темы, ед/год;

C_{eo} – стоимость единицы продукции;

P_H – вероятность научного успеха в разработке темы;

$P_{\mathcal{B}}$ – вероятность внедрения научных разработок;

T – продолжительность производственного внедрения в годах;

3_{Π} – общие затраты на научное исследование, р.;

3_O – затраты на опытное и промышленное освоение, р.;

3_{Γ} – ежегодные затраты на производство продукции, р.

Чем выше коэффициент $K_{\mathcal{O}}$, тем перспективнее тема, планируемая к разработке.

Показатель перспективности может быть иной:

$$K_{\mathcal{O}} = \frac{\mathcal{O}_O}{3_{\Pi}} - (1 - P_p), \quad (2.2)$$

где $\mathcal{O}_O$ – общий ожидаемый экономический эффект;

P_p – вероятность риска.

В формулах (1) и (2) P_H , $P_{\mathcal{B}}$, P_p – величины, которые устанавливаются на основе научных прогнозов (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Критерии перспективности темы

Критерии перспективности темы	Шкала критериев	Баллы
1. Актуальность темы	Не актуальная	-2
	Частично актуальная	-1
	Актуальная	+1
	Очень актуальная	+2
2. Продолжительность разработки	Более 3-х лет	-2
	2-3 года	-1
	1-2 года	+1
	Менее года	+2
3. Возможность внедрения	Очень трудно	-2
	Трудно	-1
	Легко	+1
	Очень легко	+2
4. Ожидаемый экономический эффект в рублях (на 1 р. затрат на исследование)	Менее 1 р.	-2
	1-2 р.	-1
	2-5 р.	+1
	Более 5 р.	+2

В последние годы при выборе тем исследователи в нашей стране и за рубежом все шире применяют методы экспертных оценок. Суть этого метода состоит в том, что планируемую тему оценивают специалисты-эксперты. Каждому эксперту выдается оценочная балльная шкала, с помощью которой он устанавливает баллы по теме. После ответа экспертов на вопрос результаты обрабатывают различными методами.

Наиболее простым является метод максимального балла – предпочтение отдают той теме, которая набирает наибольший суммарный балл.

В данном случае тема является перспективной, если сумма баллов положительная.

2.2. Научно-техническая информация

Ежегодно в мире издается по 500 тыс. книг по различным вопросам, еще больше журналов. Значительное количество научно-технической информации остается неопубликованной.

По разным вопросам строительства поток информации в мире составляет в год около 300 тыс. книг, 6 тыс. стандартов. Только в нашей стране ежегодно регистрируются 10 тыс. научно-исследовательских работ и диссертаций по различным вопросам строительства.

Информация имеет свойство обновляться. В табл. 1.2 приводятся статистические данные о «старении» информации.

Таблица 1.2

Статистические сведения о «старении» информации

№ п/п	Вид информации	Годы, % старения							
		1	2	4	6	8	10	12	14
1	Листки технической информации	100	–	–	–	–	–	–	–
2	Экспресс-информация	60	80	100	–	–	–	–	–
3	Прикладные журнальные статьи	40	50	90	100	–	–	–	–
4	Теоретические журнальные статьи	30	50	70	90	95	100	–	–
5	Монографии	10	40	60	80	90	95	100	–
6	Изобретения	10	30	50	70	80	90	95	100

По данным зарубежных исследователей, интенсивность падения ценности информации («старения») ориентировочно составляет 10 % в день для газет, 10 % в месяц для журналов и 10 % в год для книг.

Отыскать новое, передовое, научное в решении данной темы – сложная задача не только для одного научного работника, но и для большого коллектива. Для ускорения отбора необходимой документации из общего объема и повышения эффективности труда научных работников в стране создана общегосударственная служба научно-технической информации (НТИ), которая включает в себя следующие основные организации:

- ВИНТИ – Всесоюзный институт научной и технической информации. Он обрабатывает огромный поток информации, зарубежной и отечественной, и издает реферативные журналы и ежегодные сборники по НТИ;
- ВНТИЦ – Всесоюзный научно-технический информационный центр. Он проводит регистрацию научно-исследовательских и опытно-

ных работ, диссертаций и готовит информационный материал по этим вопросам;

- ВНИИКИ – Всесоюзный НИИ технической информации, классификации и кодирования. Он осуществляет информацию в области стандартизации, измерений и измерительной техники. В институте создан Всесоюзный информационный фонд стандартов и технических условий;

- ЦНИИПИ – Центральный НИИ патентной информации. Он является центром информации об отечественных и зарубежных изобретениях и осуществляет обработку патентных фондов на изобретения и открытия;

- ГПНТБ – Государственная публичная научно-техническая библиотека. Она содержит всю НТ литературу и документацию страны, издает «Новости технической литературы», снабжает литературой министерства ведомства, вузы и предприятия страны.

Общегосударственная служба включает в себя отраслевые информационные центры.

В области строительства все НТИ организует Госстрой России, которому подчинены:

- ВНИИНТПИ – всероссийский научно-исследовательский институт проблем научно-технического прогресса и информации в строительстве;

- ОНТИ – отделы научно-технической информации при всех министерствах строительства;

- ЦНТБ – центральная научно-техническая библиотека. Ее книжный фонд составляет около 1 млрд. экземпляров.

Носителями информации могут быть различные документы: книги, периодические издания (журналы, бюллетени, труды институтов, научные сборники, каталоги, патентная документация, отчеты о научно-исследовательских работах, информационные издания, сборники НТИ), переводы иностранной НТ литературы, материалы НТ и производственных совещаний, диссертации и авторефераты, производственно-техническая документация организаций (отчеты, акты приемки работ и др.), вторичные документы (реферативные обзоры, библиографические каталоги, реферативные журналы и т.д.).

2.3. Проработка и анализ информации и формулирование задач научного исследования

Каждое научное исследование после выбора темы начинают с тщательного изучения научно-технической информации.

Цель поиска, проработки, анализа информации – всестороннее освещение состояния вопроса по теме, уточнение ее (если необходимо), обоснование цели и задач научного исследования.

Для ускорения поиска необходимо прибегнуть к помощи ВИНТИ, ВНИИКИ, ЦНИИПИ, ГПНТБ, ЦНИС, а также региональных центров НТИ и местных ОНТИ.

Учет проработанной информации сводится к составлению библиографии. *Библиография* – это перечень различных информационных документов с указанием следующих данных: фамилия и инициалы автора, название источника, место издания, издательство, год издания, объем источника в страницах.

Каждый научный работник должен владеть искусством запоминания. Существуют различные способы запоминания: механический, смысловой, произвольный, перечитывание.

Неотъемлемым требованием проработки научно-технической информации является запись прочитанного. Это помогает лучше осмыслить и запомнить информацию.

Анализ проработанной информации – одна из важнейших задач. Всю информацию необходимо классифицировать и систематизировать. Источники можно сгруппировать по тематике анализируемых вопросов и представить в хронологическом порядке.

3

МЕТОДОЛОГИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

3.1. Общие сведения

Цель теоретических исследований состоит в выявлении на основе имеющихся данных связей между объектом исследования и факторами окружающей среды, а также в обобщении результатов эмпирических исследований. Теоретические исследования предполагают анализ физической сущности процессов и формулирование выводов. Они завершаются формулированием научной гипотезы или теории, применимой к данной области исследования. При этом математическая формализация выдвинутых гипотез и научных выводов в технических науках наиболее желательна.

Теоретические исследования должны быть творческими. *Творчество* – это создание по замыслу новых ценностей, новых открытий, изобретений, установление неизвестных науке фактов, добывание новой, ценной для человечества информации.

Опровергнуть существующие или создать новые научные гипотезы, глубоко объяснить процессы или явления, которые раньше были непонятными или слабоизученными, связать воедино различные явления, то есть найти стержень изучаемого процесса, научно обобщить большое количество опытных данных – все это невозможно без теоретического творческого мышления.

Творческое решение часто не укладывается в заранее намеченные планы. Иногда оригинальные решения появляются внезапно после длительных и, казалось бы, бесплодных попыток.

Успешное выполнение теоретических исследований зависит не только от кругозора, настойчивости и целеустремленности научного работника, но и от того, в какой мере он владеет методами и способами научного исследования, и в первую очередь – *диалектическим методом*.

Современные исследования предусматривают *системный подход* к изучению объектов исследования. По определению академика Н. М. Амосова: «Всякая система представляет собой некоторое количество разнородных или одинаковых элементов, объединенных связями таким образом, что обеспечивается целостная функция». Входами системы в частном случае могут быть качество или набор свойств исходных элементов системы, а также характеристики процесса, приводящие к возникновению связей в системе. Параметрами выхода системы могут служить характеристики системы как единого целого.

Важное место при выполнении теоретических исследований занимают способы *дедукции* и *индукции*, *анализа* и *синтеза*.

Исследуя различные процессы, широко используют общие *принципы взаимосвязи* между свойствами, вещественным составом и структурой объекта исследования.

При исследовании явлений и процессов возникает потребность рассмотреть большое количество одновременно действующих факторов (признаков). Важно уметь выделить из них главные. С этой целью применяют *способ ранжирования*, при помощи которого выявляют наиболее значимые, и исключают все второстепенные факторы, не влияющие существенно на исследуемое явление.

В научных исследованиях широко применяют *метод абстрагирования*. При изучении объекта как системы есть необходимость абстрагироваться от некоторых происходящих в ней явлений, с тем чтобы выделить для анализа наиболее важные для данного исследования характеристики системы из большого количества реально происходящих в ней явлений и процессов. Особой формой абстрагирования является *моделирование* объекта исследования.

В теоретических исследованиях возможны два метода: логический и исторический. *Логический метод* включает в себя гипотетиче-

ский и аксиоматический. *Гипотетический метод* основан на разработке гипотезы, научного предположения, содержащего элементы новизны и оригинальности. Гипотеза должна полнее и лучше объяснять явления и процессы, подтверждаться экспериментально и соответствовать общим законам. *Аксиоматический метод* основан на очевидных положениях (аксиомах), применяемых без доказательства.

Исторический метод позволяет исследовать возникновение, формирование и развитие процессов и событий в хронологической последовательности с целью выявления внутренних и внешних связей, закономерностей и противоречий.

В прикладных науках основным методом теоретических исследований является гипотетический. Он базируется на законах физики, химии, механики, физической химии. Данный метод описывает физическую сущность исследуемого явления или процесса и составляет основу теоретических разработок.

При выполнении исследований в строительстве наиболее часто возникает потребность в описании физической сущности следующих основных явлений и процессов: напряженно-деформированного состояния при статических, динамических и вибрационных воздействиях, разрушения (образование трещин, абразивного износа, разрыва и др.), потери устойчивости, влаго- и теплообменных процессов (нагревание, охлаждение, увлажнение, высыхание, примерзание, оттаивание), химических и физико-химических процессов твердения вяжущих, бетонов, структурообразующих и деструктивных явлений, закономерностей измельчения материалов, перемешивания компонентов смесей, модифицирования свойств строительных материалов введением различных добавок, уплотнения, разуплотнения, самоуплотнения и расслаивания многокомпонентных систем.

К большому многообразию физических процессов, изучаемых в фундаментальных и прикладных исследованиях, применимы законы диалектики и основные законы термодинамики (1-й, 2-й, 3-й).

В исследуемых системах в большинстве случаев одновременно развиваются два противоположных процесса. На различных этапах одни процессы преобладают над другими. Следует учитывать то, что изучаемые процессы и явления обладают свойствами инерционно-

сти, наследственности, периодичности. Многие из этих процессов развиваются по принципу цепных реакций

$$\left(\frac{dy}{dt} = KY \right)^m \quad (3.1)$$

или по принципу теплопроводности

$$\left(\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t \right). \quad (3.2)$$

Наряду с детерминированными, в строительстве широко распространены и случайные (стохастические) системы.

Исследуя различные процессы, широко используют общие принципы взаимосвязи между свойствами, вещественным составом, структурой и состоянием объекта исследования.

В последнее время в строительстве все большее значение приобретают исследования по вопросам планирования, экономического обоснования, а также организации процессов.

3.2. Модели исследования

Первым этапом в познании физической сущности процессов выступают наблюдения. Любой процесс зависит от многих действующих факторов. Каждое наблюдение или измерение может зафиксировать влияние лишь некоторых факторов. Для того чтобы наиболее полно понять процесс, необходимо большое количество наблюдений и измерений. Выделить главное и затем всесторонне исследовать процессы или явления с помощью обширной, несистематизированной информации затруднительно. Процесс исследования значительно облегчается в случае применения *моделирования*. Модель следует рассматривать как особую форму абстрагирования, которая, отображая объект исследования, позволяет получать о нем новую информацию. Модель и оригинал не тождественны, но вполне аналогичны хотя бы в одном определенном смысле.

Под *моделью* понимают искусственную систему, отражающую основные свойства изучаемого объекта – оригинала. Модель – это

материальная или информационная копия анализируемого объекта, явления, процесса действительности. Модель – это условный образ или представление предмета, системы или идеи в форме, отличной от оригинала, но более удобной для его изучения. При моделировании прибегают к различным формам и уровням абстракции.

Метод моделирования, предполагающий изучение явлений, процессов с помощью моделей, – один из основных в современных исследованиях. Сущностью математического моделирования является положение о том, что «единство природы обнаруживается» в поразительной применимости «дифференциальных уравнений к разным областям явлений».

Математическое моделирование приобретает большую ценность, когда возникает необходимость изучать особо сложные процессы.

При построении модели сам объект обычно рассматривают как систему. Чем ближе модель к оригиналу, тем удачнее она описывает объект, тем эффективнее теоретическое исследование и тем ближе полученные результаты к принятой гипотезе исследования.

Сложная материальная система предполагает единство вещественного состава, внутренней структуры и функциональных связей со средой. Соответственно, в зависимости от уровня абстрагирования, модели могут быть *субстанциональными, структурными и функциональными*. В частности, в функциональных моделях имеет место абстрагирование как от вещественного состава, так и от внутренней структуры. Функциональное моделирование позволяет временно отвлечься от сложных явлений, происходящих в системе, что ускоряет решение ряда задач, стоящих перед исследователем.

Модели могут быть физические и абстрактно-знаковые.

Физические модели позволяют наглядно представлять протекающие в системе процессы. С помощью физической модели можно изучать влияния отдельных параметров на течение физических процессов.

К *абстрактно-знаковым* относят графические и математические модели, которые дают возможность исследовать явления, трудно поддающиеся изучению на физических моделях.

Стандартных рекомендаций по выбору и построению моделей не существует. Однако необходимо помнить следующее. Модель должна отображать существенные признаки явления, процесса. Мелкие фак-

торы, излишняя детализация, второстепенные явления и т.п. лишь усложняют модель, затрудняют теоретические исследования, делают их громоздкими, нецелесообразными.

В отдельных случаях на начальных стадиях исследования модель изучаемого явления может быть ограничена лишь описанием сущности. Однако по мере накопления научных данных появляется возможность для ее математического описания.

При моделировании необходимо установление критерия подобия, то есть словесной или математической формулировки тех условий, при которых модель может считаться закономерно отражающей оригинал. Принято говорить о полном, неполном и приближенном подобии, приемлемых для тех или иных исследований.

Кибернетические модели основываются на получении соотношений между входными и выходными параметрами так называемого «черного ящика», представляющего собой изучаемое явление, без раскрытия его внутренней структуры. Функциональная модель при тех же входных воздействиях должна обнаруживать аналогичную с объектом исследования реакцию на выходах.

При анализе работы строительных материалов и конструкций, необходимо изучать *закономерности деформирования* их элементов.

В зависимости от вида и характера нагрузки, свойств материала элементов конструкций могут быть различные условия деформирования.

На рис. 3.1 приведена графическая модель, отражающая физическую сущность деформирования упруго-вязких материалов.

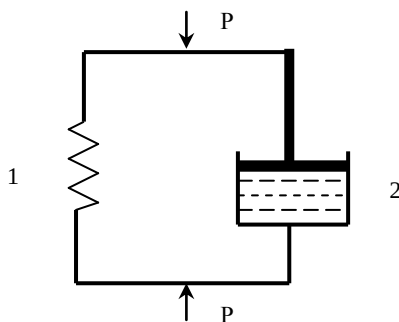


Рис. 3.1. Модель деформирования упруго-вязких материалов

Элемент 1 модели, представленный пружиной, характеризует упругие свойства материала. Элемент 2 модели, представленный в виде поршня, перемещающегося в заполненном вязкой жидкостью цилиндре, характеризует вязкие свойства объекта исследования.

При параллельном соединении двух элементов модели в единое целое образуется модель деформирования упруго-вязкого тела. Такое деформирование подчиняется закону Кельвина.

Математическая модель, соответствующая графической модели (рис. 3.1), может быть представлена в виде

$$P = P_y + P_\epsilon = E_y S_y + h - \frac{dS}{dt}, \quad (3.3)$$

где P_y , P_ϵ – упругое сжатие пружины и вязкое сопротивление жидкости;

E_y , S_y – модуль упругости и относительная деформация пружины;

h – коэффициент вязкости;

$\frac{dS}{dt}$ – скорость деформации;

Решая (1) при $t = 0$, $S = 0$ имеем

$$S = \frac{P}{E_y} \left[1 - \exp \left(-\frac{E_y t}{\eta} \right) \right]. \quad (3.4)$$

Зависимость (3.2) в ряде случаев хорошо согласуется с экспериментом и позволяет изучать законы деформирования упруго-вязких материалов, например, грунтов и бетонов.

Рассмотренная модель отражает детерминированную зависимость, когда одному значению аргумента соответствует только одно значение функции. Однако в природе чаще имеют место стохастические процессы, когда одному значению аргумента соответствуют несколько значений функции вследствие действия на явления различных случайных факторов.

На рис. 3.2 приведена схема распределения песка, который вытекает непрерывной струей из лейки через сито в ящик с вертикальными секциями.

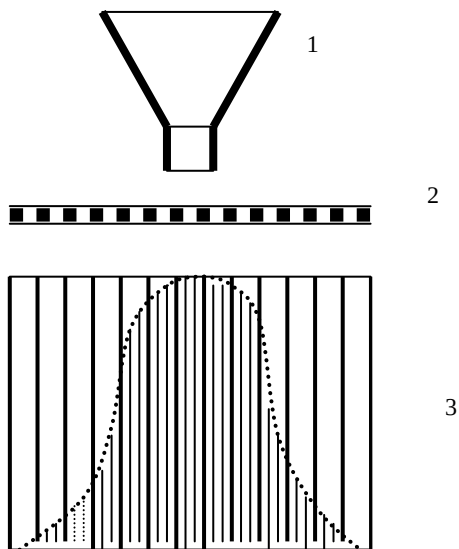


Рис. 3.2. Схема распределения песка:
1 – воронка; 2 – сито; 3 – ящик с секциями

Результаты наблюдения показывают, что распределение песка по секциям подчиняется закону нормального распределения:

$$Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}}, \quad (3.5)$$

где Y – ордината, частота распределения песка;

X – абсцисса, номер секции в ящике, отсчитываемый от середины;

σ – среднее квадратичное отклонение.

Выражение (3.3) является математической моделью процесса, приведенного на рис. 3.2.

В последнее время широкое распространение получили модели, обеспечивающие оптимизацию технологических процессов и их управление. Рассмотрим такую транспортную задачу.

ПРИМЕР. Пусть имеем A_1, A_2, A_3 объектов строительства, потребляющих соответственно a_1, a_2, a_3 щебня. В местах B_1 и B_2 есть притрассовые карьеры с запасами щебня v_1 и v_2 .

При этом $a_1 + a_2 + a_3 = v_1 + v_2$.

Стоимость единицы продукции из карьера B_1 на объект A_1 , равна C_{11} , на объект A_2 – C_{12} . Общее количество щебня, транспортируемое на объект A из карьера, равно:

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{21} &= a_1 \\ X_{12} + X_{22} &= a_2 \\ X_{13} + X_{23} &= a_3 \\ X_{11} + X_{12} + X_{13} &= B_1 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} &= B_2, \end{aligned} \quad (3.6)$$

где a_1, a_2, a_3 – потребность щебня на объектах.

В системе (3.4) первое уравнение означает количество щебня, транспортируемое на объект A_1 из карьеров B_1 и B_2 , второе – на объект A_2 . Последнее уравнение – количество щебня, доставляемое на объекты A_1, A_2, A_3 из карьера B_2 .

Все исходные данные сведены в матрицу условия задачи (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Матрица условий задачи

Карьеры	Объекты			Запасы
	A_1	A_2	A_3	
B_1	C_{11}, X_{11}	C_{12}, X_{12}	C_{13}, X_{13}	v_1
B_2	C_{21}, X_{21}	C_{22}, X_{22}	C_{23}, X_{23}	v_2
Общая потребность	a_1	a_2	a_3	

Требуется определить наиболее выгодный (экономичный) вариант перевозки щебня.

В этом случае численными методами с помощью линейного программирования и ЭВМ находят функцию, которая удовлетворяет условию

$$C = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij} X_{ij} = \min. \quad (3.7)$$

Уравнение (3.5) является математической моделью, позволяющей оптимизировать транспортный процесс. Графическая модель этого процесса изображена на рис. 3.3.

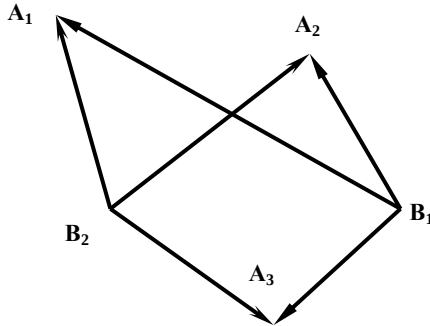


Рис. 3.3. Схема транспортных связей:
 A_i – объекты строительства; B_i – карьеры

Основываясь на подобии или аналогии объектов, процессов, изучают явления на модели, а затем с помощью критериев подобия устанавливают закономерности на объекте исследования.

На рис. 3.4 приведена электрическая модель-аналог.

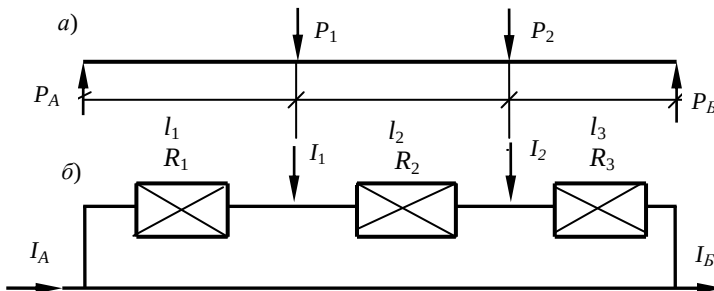


Рис. 3.4. Схема балки на опорах (а) и ее электрическая модель-аналог (б):

P_1, P_2 – нагрузка; P_A, P_B – реакции; R_1, R_2 – электрическое сопротивление;
 J_1, J_2 – сила тока, моделирующая нагрузки для изучения напряженно-деформированного состояния балки на двух опорах

Реакция на опорах балки вычисляется по формулам

$$P_A = \frac{P_1(l_2 + l_3) + P_2 l_3}{l_1 + l_2 + l_3}, \quad P_B = \frac{P_1 l_1 + P_2(l_2 + l_1)}{l_1 + l_2 + l_3}. \quad (3.8)$$

Силу тока на входе и выходе электрической цепи рассчитывают аналогично:

$$J_A = \frac{J_1(R_2 + R_3) + J_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad J_B = \frac{J_1 R_1 + J_2(R_2 + R_1)}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (3.9)$$

Таким образом, меняя силу тока J_1, J_2 и сопротивление R , можно изучить реакцию опор балки в зависимости от величин P_1 и P_2 .

Анализ многообразных физических моделей изучаемых процессов исследуется математическими методами, которые могут быть разделены на следующие основные группы:

1) *аналитические методы исследования* (элементарная математика, дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление и др. разделы высшей математики, используемые для изучения непрерывных детерминированных процессов);

2) *метод математического анализа с использованием эксперимента* (метод аналогии, теория подобия, метод размерностей) и др.;

3) *вероятностно-статистические методы* исследования (статистика и теория вероятностей, дисперсионный и корреляционный анализы, теория надежности, метод Монте-Карло и др.) для изучения стохастических процессов – дискретных и непрерывных.

4) *метод системного анализа* (исследование операции, теория массового обслуживания, теория управления, теория множеств и др.), используемые для исследования сложных моделей – систем с многообразными и сложными взаимосвязями элементов, характеризующие непрерывностью и детерминированностью, а также элементами дискретности и случайности;

5) В прикладной математике эффективно применять так называемые *рациональные методы*, допускающие наличие формулиро-

вок и утверждений, справедливых лишь для данных реальных условий. При этом условия могут уточняться в ходе исследований, базироваться на доводах, основанных на приближенных решениях, аналогиях или экспериментах, что не приемлемо в «чистой» математике.

Большое влияние на развитие математических методов исследования, особенно в прикладной математике, оказали ЭВМ, с созданием которых связывают новый современный этап математики [1].

Иногда построение физических моделей и математическое описание невозможно. Однако и при этом необходимо сформулировать рабочую гипотезу, проиллюстрировать ее графическими схемами, таблицами, предположить и оценить результаты, которые должны быть получены на основе выдвинутой гипотезы.

3.3. Основы теории подобия

Теория подобия – это учение о подобии явлений. Подобие явлений, характеризующееся соответствием, а в частном случае пропорциональностью величин, участвующих в изучаемых явлениях, происходящих в оригиналах и моделях, по степени их соответствия может быть трех видов: *полное, неполное и приближенное*. Так, если дифференциальное уравнение А, описывающее физический процесс, преобразовано в уравнение В, то, установив соответствующие функциональные связи, можно рассматривать А и В в качестве подобных процессов.

Суть теории подобия рассмотрим на простом примере. Пусть имеется ряд прямоугольников. Это класс плоских фигур, поскольку они объединены общими свойствами: имеют по четыре стороны и четыре прямых угла. Из этого класса можно выделить лишь единичную фигуру, которая имеет конкретное значение сторон l_1 , l_2 . Численные значения l_1 , l_2 определяют условия однозначности.

Если стороны l_1, l_2 умножить на величину K_i , которой можно придать любое значение, то получим серию подобных плоских фигур, объединенных в определенную группу:

$$\frac{l'_1}{l'_2} = \frac{l''_1}{l''_2} = \dots = K_i. \quad (3.10)$$

Величину K_i называют *критерием подобия*. Такой способ приведения подобия применим не только для плоских, объединенных фигур, но и для разных физических величин: времени $K_m = \frac{T''}{T'}$, дав-

лении $K_p = \frac{P''}{P'}$, вязкостей $K_\mu = \frac{\mu''}{\mu'}$, температуропроводности

$K_a = \frac{a''}{a'}$ и т.д.

Критерии подобия создают внутри данного класса явлений группы путем преобразования условий однозначности в подобные системы. Все явления, входящие в одну группу, подобны и отличаются только масштабами. Таким образом, любое дифференциальное уравнение характерно для класса неподобных явлений. Это же уравнение с граничными условиями и критериями подобия характерно лишь для группы подобных явлений. Если граничные условия представлены без критерия подобия, то дифференциальное уравнение можно применять лишь для анализа частного случая.

Теория подобия базируется на трех теоремах.

Теорема 1 (М. В. Кирпичева, А. А. Гухмана)

Два физических явления подобны, если они описываются одной и той же системой дифференциальных уравнений, имеют подобные (граничные) условия однозначности и их определяющие критерии подобия численно равны.

Теорема 2. Если физические процессы подобны, то критерии подобия этих процессов равны между собой.

Теорема 3. Уравнения, описывающие физические процессы, могут быть выражены дифференциальной связью между критериями подобия.

В группе подобных между собой явлений, отличающихся только масштабом, можно распространять результаты единичного эксперимента.

При использовании теории подобия удобно оперировать критериями подобия, которые обозначаются двумя латинскими буквами по фамилии ученых.

Рассмотрим некоторые критерии подобия.

- Критерий подобия Рейнольдса (им пользуются изучая потоки жидкостей):

$$R_e = \frac{\omega \ell}{\nu}, \quad (3.11)$$

где ν – динамическая вязкость;

ω – скорость движения;

ℓ – расстояние, толщина, диаметр трубопровода.

Критерий R_e является показателем отношения сил инерции к силам трения.

- Критерий Эйлера:

$$E_u = \frac{\Delta P}{\rho \omega^2}, \quad (3.12)$$

где ΔP – период давления при движении жидкости в трубопроводе вследствие трения;

ρ – плотность.

В тепломассопереносе применяют различные критерии.

- Критерий Фурье:

$$F_0 = \frac{aT}{l^2}, \quad (3.13)$$

где a – коэффициент температурно- или влагопроводности;

T – время;

l – характерный размер тела (длина, радиус).

Этот критерий характеризует скорость выравнивания тепла в данном теле.

- Критерий Лыкова:

$$L_u = \frac{a_1}{a}, \quad (3.14)$$

где a, a_1 – коэффициенты тепло- и массопереноса.

Данный критерий характеризует интенсивность изменения массопереноса (влаги, пара) относительно теплопереноса. Он изменяется в широких пределах (от 0 до 100°C).

- Критерий Кирпичева:

$$K_i = \frac{q(T)l}{\lambda \Delta T}, \quad (3.15)$$

где $q(T)$ – поток тепла.

Этот критерий характеризует отношение потока тепла, подводимого к поверхности тела, к потоку тепла, отводимого внутрь его.

Все приведенные, а также другие критерии имеют безразмерный вид. Они независимы друг от друга, поэтому их сочетание дает новые критерии.

При исследовании явлений и процессов удобно использовать критерии подобия. Экспериментальные данные обрабатываются в виде обобщенных безразмерных переменных и составляют уравнения в критериальной форме, т.е. в дифференциальные уравнения вместо переменных l, a, T и т.д. ставят критерии подобия. Далее приступают к решению теоретического уравнения в критериальном виде.

Полученное аналитическое решение позволяет распространить результаты единичного опыта на группу подобных явлений и анализировать переменные величины за пределами эксперимента.

Критерии подобия применяются и для решения дифференциальных уравнений со многими переменными. В этом случае уравнения и граничные условия целесообразно представлять в критериальном безразмерном виде. Решение уравнений в безразмерном виде менее трудоемко, поскольку число переменных уменьшается, анализ аналитических выражений упрощается, а объем расчетов существенно снижается. Все это упрощает составление графиков и номограмм. Поэтому умение составлять дифференциальные уравнения в критериальном виде, решать их и анализировать представляет большой интерес для научного работника.

В ряде случаев встречаются процессы, которые не могут быть непосредственно описаны дифференциальными уравнениями. Зави-

симось между переменными величинами в таких процессах в конечном счете можно установить лишь экспериментально. Чтобы ограничить эксперимент и отыскать связь между основными характеристиками процесса, эффективно применять *метод анализа размерностей*, который сочетает теоретические исследования с экспериментальными и позволяет составить функциональные зависимости в критериальном виде.

Пусть известна в общем виде функция F для какого-либо сложного процесса

$$F = f(n_1, n_2, \dots, n_k), \quad (3.16)$$

содержащая k неизвестных постоянных или переменных размерных величин. Необходимо отыскать F и найти ее зависимость от основных переменных. Значение $n_1, \dots, n_k$ имеют определенную размерность единиц измерений. Метод размерностей предусматривает выбор из числа трех основных независимых друг от друга единиц измерения. Основные К–3 величины, входящие в функциональную зависимость (3.14), должны иметь размерности, выраженные через три основные.

При этом основные выбирают так, чтобы остальные К–3 были представлены в функции F как безразмерные, в критериях подобия. Тогда функция (3.14) принимает вид

$$\frac{F}{a^x b^y c^z} = f\left(1, 1, 1, \frac{A}{a^x b^y c^z}, \frac{A}{a^{x_2} b^{y_2} c^{z_2}}, \frac{A}{a^{x_3} b^{y_3} c^{z_3}}\right). \quad (3.17)$$

Три единицы означают, что первые три числа являются отношением n_1, n_2, n_3 к соответственно равным значениям a, b, c . Выражение (3.17) анализируют по размерностям величин. В результате устанавливают численные значения показателей степени $x \dots x_3, y \dots y_3, z \dots z_3$ и определяют критерии подобия.

ПРИМЕР. При обтекании опоры моста водой со скоростью V (м/с) на поверхность площадью S (м²) действует сила F (кгс). Плотность воды ρ (кгс.с²/м⁴).

Функциональную зависимость можно записать так:

$$F_0 = f\left(V, S, \rho, \mu, g, p, \frac{l}{\beta}\right), \quad (3.18)$$

где $\frac{l}{\beta}$ – отношение высоты к ширине опоры моста.

Эта величина безразмерна, остальные шесть переменных имеют размерность.

Переменные размерные величины μ , g , ρ , как и V , S , ρ , подлежат изучению при условии, что функция F_0 будет представлена в критериальном виде.

При использовании метода анализа размерностей возможны лишь три безразмерные величины. Применительно к (3.7) запишем:

$$\frac{F_0}{V^x S^y \rho^z} = f \left(1, 1, 1, \frac{\mu}{V^{x_1} S^{y_1} \rho^{z_1}}, \frac{g}{V^{x_2} S^{y_2} \rho^{z_2}}, \frac{\rho}{V^{x_3} S^{y_3} \rho^{z_3}}, \frac{l}{\beta} \right). \quad (3.19)$$

В качестве основных размерностей принимаем м/с, кгс, $\text{с}^2/\text{м}^2$, т.е. для V , S , ρ . При этом $[F] = [V^x, S^y, \rho^z]$ или $\text{кгс} = (\text{м/с})^x \cdot (\text{м}^2)^y \cdot (\text{кгс} \cdot \text{с}^2/\text{м}^2)^z$.

Из этого выражения находим показатели степеней, принимая числитель со знаком «+», знаменатель – со знаком «-»; показатель $\text{кгс} - z$, показатель $\mu - 0 = x + 2y - 4z$; показатель $\text{с} - 0 = x + 2z$.

Отсюда запишем

$$n = \frac{F}{V^2 S \rho}, \quad n_4 = \frac{\mu}{V \rho \sqrt{S}}, \quad n_5 = \frac{g \sqrt{S}}{V^2}, \quad n_6 = \frac{\rho}{\rho V^2}, \quad (3.20)$$

где μ – вязкость воды;

g – ускорение силы тяжести;

ρ – давление.

Выражения n_4 и n_6 представляют собой критерии подобия Рейнольдса и Эйлера, а n_5 – критерий Фруда F_r .

В результате исследуемая функция принимает вид

$$\frac{F}{V^2 S \rho} = f \left(R_e, F_r, E_u, \frac{1}{\beta} \right). \quad (3.21)$$

Эта формула позволит исследовать процесс обтекания опоры моста в различных вариантах размеров l и β , скоростей V при условии равенства критериев подобия. Ее можно использовать для анализа процесса методом теории подобия на моделях.

3.4. Аналитические методы исследования

Исследуя физические модели, описывающие функциональные связи, используют *аналитические методы*, с помощью которых устанавливают математическую зависимость между параметрами модели. Эти методы позволяют глубоко и всесторонне изучить исследуемые процессы, установить точные количественные связи между аргументами и функциями, глубоко проанализировать рассматриваемые явления.

В строительстве широко применяют элементарные функции и уравнения, особенно когда стремятся упростить исследуемую модель и получить приближенные решения поставленной задачи.

Достаточно часто используют линейные функции и уравнения, например, при исследовании сложных строительных материалов. Полагая, что напряжения в слоистом материале распределяются прямо пропорционально модулям упругости его компонентов, с помощью элементарных линейных уравнений можно получить ряд полезных сведений.

В практике часто встречаются процессы, протекающие по принципу «цепного» механизма (растворение, охлаждение, перемешивание и др.). Для их исследования используют экспоненциальные, параболические, показательные функции. Чтобы изучить колебательные процессы, применяют тригонометрические функции.

В большинстве случаев элементарные функции непрерывны, что позволяет их дифференцировать и интегрировать.

Это дает возможность определить наилучшие или наихудшие условия протекания исследуемого процесса путем нахождения экстремумов.

ПРИМЕР. Производительность труда (Π) зависит от годового объема работы (V):

$$\Pi = C_0 + C_1 V - C_2 V^2 \dots, \quad (3.22)$$

где C_0 , C_1 , C_2 – постоянные.

Анализ этой зависимости показывает, что по мере увеличения объема работ V производительность вначале возрастает, затем убы-

васт. Увеличение производительности объясняется тем, что более крупная организация имеет больше резервов. В таких организациях лучше организован труд. Однако в очень крупных организациях, с большим объемом работ, сложно организовать производство, трудно управлять им. Оптимальный объем работ для организации V_{on} можно найти, определив экстремум функции (3.22), который обеспечивает максимальную производительность:

$$V_{cn} = -\frac{C_1}{2C_2}. \quad (3.23)$$

При анализе форм и размеров инженерных конструкций, пользуются методами элементарной, начертательной и аналитической геометрии.

Обыкновенные дифференциальные уравнения используют для теоретического анализа только одной переменной.

Уравнения 1-го порядка имеют вид:

$$f\left(x, y, \frac{dx}{dy}\right) = 0; \quad \frac{dy}{dx} = f(x, y). \quad (3.24)$$

Применяют также уравнения высших порядков.

Общие решения таких уравнений представляют семейство кривых на плоскости. Кривая $f(x, y)$ будет решением (3.24), если она в каждой своей точке касается вектора поля напряжения. Поэтому каждое уравнение имеет множество решений (кривых):

$$F(X, Y, C_1, C_2, \dots, C_n) = 0, \quad (3.25)$$

где $C_1, C_2, \dots, C_n$ – постоянные интегрирования.

Для нахождения частного решения указывают начальные условия – т.е. задают значения в некоторых известных точках. Это позволяет определить постоянные $C_1, C_2, \dots, C_n$, а затем и частные решения.

Отыскать решение обыкновенных дифференциальных уравнений трудно. В большинстве случаев затруднительно также получить аналитические выражения в виде элементарных функций и в конечном виде. Поэтому для их решения применяют различные приближенные методы – конечных разностей, разложение в ряды и др.

Обыкновенные дифференциальные уравнения применяют при теоретическом анализе различных моделей простых и средних по сложности процессов: миграции в грунтах как капиллярных средах, движения жидкости в трубах, линейного распределения тепла в стержнях, осаждения грунта в пульпе при гидронамывах насыпей, уплотнении грунта насыпей, напряженного состояния в полотне и т.д.

ПРИМЕР. В технологии вяжущих исследуют их растворение, полагая, что скорость растворения пропорциональна их количеству:

$$\frac{dm}{dt} = -km, \quad (3.26)$$

где m – количество вяжущего;

t – время;

k – коэффициенты пропорциональности.

Постоянную интегрирования C находят из условия, что при $t = 0$, $c = m_0$ (начальное количество). Следовательно, $m = m_0 e^{-kt}$.

Последнее выражение содержит конкретную информацию о процессе растворения, которое со временем затухает. Скорость затухания этого процесса зависит от величины коэффициента k , которая, в свою очередь, обуславливается природой вещества и температурой раствора.

Ряд прикладных задач решают с помощью *функций Бесселя*.

Дифференциальные уравнения

$$X^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + X \frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2) = 0 \quad (3.27)$$

называют уравнением Бесселя. В нем величина n – постоянна, ее называют порядком функции Бесселя. Решением уравнения Бесселя первого порядка является знакопеременный убывающий ряд:

$$J_n(X) = \frac{X^n}{2^n \Gamma(n+1)} \left(\frac{X^2}{2(2n+2)} + \frac{X^4}{2 \cdot 4(2n+2) - (2n+4)} \right), \quad (3.28)$$

где $\Gamma(n+1)$ – гамма функции.

График функции Бесселя определяет затухающую зону. Эта функция широко применяется при расчете дорожных одежд.

Большое распространение при решении прикладных задач получили дифференциальные уравнения в частных производных, например:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial Y} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2}, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2}. \quad (3.29)$$

Общее решение этих уравнение зависит не от произвольных постоянных, а от произвольных функций. В них искомые переменные представляют собой функции нескольких независимых переменных.

Обычно суть задач сводится к тому, чтобы найти соотношение между переменными U , X , Y , установить функциональную зависимость $U = f(X, Y)$, удовлетворяющую дифференциальному уравнению с частными условиями задачи. Эти дополнительные условия определяются физическим смыслом.

При исследовании многообразных тепловых процессов в строительстве (водно-тепловой режим дорог, расчеты по охлаждению ограждающих конструкций зданий, пропаривание железобетонных изделий, приготовление асфальтобетонных смесей, теплотехнические расчеты при зимней технологии строительства и др.) обычно применяют систему связанных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка гиперболического вида.

$$\frac{\partial t}{\partial T} = a \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + b \frac{\partial \omega}{\partial T}; \quad \frac{\partial t}{\partial T} = a_1 \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} + a_1 b_1 \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}, \quad (3.30)$$

где a_1 , a_2 – коэффициенты тепло- и влажнoпроводимости;

b – критерий теплообмена вследствие фазовых превращений (испарение, оттаивание, промерзание и др.) мигрирующего вещества;

b_1 – коэффициент термоградиентной влажнoпроводимости.

В уравнении (3.30) коэффициенты a , b , a_1 , b_1 , постоянны. Если они переменны, система принимает более сложный вид.

Любые дифференциальные уравнения являются моделью целого класса явлений, т.е. совокупностью явлений, характеризующихся одинаковыми процессами. При интегрировании уравнений получают большое количество решений, удовлетворяющих исходному дифференциальному уравнению.

Чтобы получить из множества возможных решений одно, удовлетворяющее только рассматриваемому процессу, необходимо задать дополнительные условия к дифференциальному уравнению. Они должны четко выделить изучаемое явление из всего класса явлений. Условия, которые характеризуют все особенности уравнений, называются *условиями однозначности* и характеризуются следующими признаками:

- 1) геометрией системы (формы и расчеты тела);
- 2) физическими свойствами тела (теплопроводность, теплопроводность, упругость, вязкость и т.д.);
- 3) временными условиями, т.е. состоянием системы в начальный момент или распределением переменных величин по всему объему системы;
- 4) граничными условиями, т.е. взаимодействия системы на границах с окружающей средой. При решении задач типа (3.23) – (3.27) необходимо знать условия однозначности.

Начальные и граничные условия называют *краевыми*.

При решении нелинейных задач со сложными краевыми условиями использование точных аналитических методов встречает значительные трудности.

В таких случаях для анализа моделей применяют численные методы. Например, в настоящее время широко применяют численные методы конечных разностей (*метод сеток*). Суть его заключается в том, что производную заменяют приближенным выражением в виде разности значения функции $U = f(x)$ в отдельных точках сетки. В результате дифференциальное уравнение заменяют эквивалентным соотношением конечных разностей, которые решают с помощью простейших алгебраических выражений. Данный метод основан на замене непрерывного процесса изменения функции скачкообразным во времени и пространстве.

С помощью конечных разностей можно решать сложные задачи с постоянными и переменными коэффициентами. Особенно эффективен этот метод при использовании ЭВМ, существенно облегчающих вычислительные операции.

В строительстве ряд задач исследуется с помощью интегральных уравнений, содержащих искомую функцию $\varphi(S)$ под знаком интеграла:

$$h(x)\varphi(x) - \lambda \int_a^s K(x, S)\varphi(S)dS = f(x), \quad (3.31)$$

где $h(x)$, $\varphi(x)$ – известные функции;

λ – постоянный параметр, который называют собственным числом;

$K(x, S)$ – заданная функция, которую называют ядром интегрального уравнения.

Если $h(x) = 0$ или $h(x) = 1$, то уравнение (3.31) преобразуется в уравнение *Фредгольма* первого или второго рода.

Если при $S > 1$ ядро $K(x, S) = 0$, то верхний предел интегрирования равен X . Такие уравнения называются *уравнениями Вольтера*.

В современной теории ползучести строительных материалов широко используют интегральные уравнения Вольтера и Фредгольма.

Общего метода решения интегрированных уравнений даже линейного типа $h(x) = 0$, $h(x) = 1$ не существует. Интегральное уравнение является решением дифференциального.

ПРИМЕР. Решением дифференциального уравнения

$$P = E_y S_y + \eta \frac{dS}{dt} \quad (3.32)$$

является интегральное уравнение

$$S = e - \frac{E_y t}{\eta} \left(S_y + \frac{1}{\eta} \int_0^t p e - \frac{E_y t}{\eta} dt \right). \quad (3.33)$$

Если $p = p_0 \neq \text{const}$, имеем

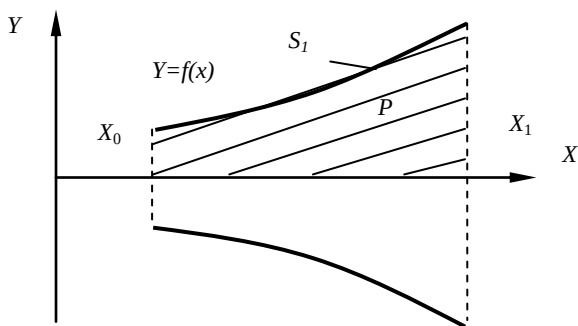
$$S = \frac{p_0}{E_y} \left(-e^{-\frac{E_y t}{\eta}} \right). \quad (3.34)$$

Это позволяет сводить решения дифференциальных уравнений к решению интегральных и наоборот.

Одним из методов решения интегральных уравнений является *метод последовательных приближений* (обратиться к специальной литературе).

Многие задачи исследуются с помощью *вариационного исчисления*. Чтобы сформулировать задачу вариационного исчисления вводят понятие *функционала*.

Пусть имеем плоскую кривую $Y = f(x)$ с областью определения



$X_0 \leq X \leq X_1$ (рис. 3.5).

Рис. 3.5. Схема к определению понятия функционала

Очевидно, что длина S_1 , площадь P криволинейной трапеции, объем тела вращения V , зависят от вида заданной кривой $Y = f(x)$.

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx, \\
 P &= \int_{x_0}^{x_1} Y(x) dx, \\
 V &= \pi \int_{x_0}^{x_1} [Y(x)]^2 dx.
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Таким образом, функция $Y = f(x)$ однозначно определяет величину S_1 , P , V , т.е. она играет роль своеобразного «аргумента». В этом случае величины S_1 , P , V называют функционалом относительно функции $Y = f(x)$. Суть задачи вариационного исчисления состоит в

том, что если функционал $F(Y)$ находится в области $X_0 \leq X \leq X_1$, то требуется найти такую функцию $Y = f(x)$ в заданной области определения функционала $F(y)$, при которой этот функционал принимает минимальное или максимальное значение.

В области строительных наук широко используется *теория функций комплексной переменной*. В основе этой теории лежит положение о комфортном преобразовании, согласно которому две пересекающиеся кривые Z_1Z_2 и Z_1Z_3 из области Z всегда можно перенести в область W соответственно кривыми w_1, w_2, w_3 , сохраняя равенство углов между кривыми в каждой паре. Это позволяет изменить координаты таким образом, чтобы упростить громоздкие математические преобразования. Теория функций комплексной переменной используется в теории упругости для определения концентрации напряжений в плоскости или в пространстве, содержащем различные включения.

Выше были названы лишь основные методы аналитических исследований, применяемые в строительстве. В случае необходимости их использования следует обратиться к специальной литературе.

МЕТОДЫ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

4.1. Аналитические методы исследования с использованием экспериментов

Физические процессы можно исследовать аналитическими или экспериментальными методами.

Аналитические зависимости позволяют изучать процессы в общем виде на основе функционального анализа уравнений и являются математической моделью класса процессов. Математическая модель может быть представлена в виде функции, уравнения, в виде системы уравнений, дифференциальных или интегральных уравнений. Такие модели обычно содержат большое количество информации. Характерной особенностью математических моделей является то, что они могут быть преобразованы с помощью математического аппарата. Так, например, функции можно исследовать на экстремум, дифференциальные или интегральные уравнения можно решить.

Использование математических моделей является одним из основных методов современного научного исследования.

Однако ему свойственны существенные недостатки. Для того чтобы из всего класса найти частное решение, присущее лишь данному процессу необходимо задать условия однозначности.

Установление краевых условий требует проведения достоверного опыта и тщательного анализа экспериментальных данных. Неправильное принятие краевых условий приводит к тому, что подвергается теоретическому анализу не тот процесс, который планируется, а видоизмененный.

Кроме указанного недостатка аналитических методов, во многих случаях отыскать аналитические выражения с учетом условий однозначности, наиболее реально отражающих физическую сущность изучаемого процесса, или вообще возможно или чрезвычайно затруднительно.

Иногда, исследуя сложный физический процесс при хорошо обоснованных краевых условиях, упрощают исходные дифференциальные уравнения из-за невозможности или чрезмерной громоздкости их решения, что искажает физическую сущность явления. Таким образом, реализовать аналитические зависимости сложно.

Экспериментальные методы позволяют глубоко изучить процессы в пределах точности техники эксперимента и сконцентрировать внимание на тех параметрах процесса, которые представляют наибольший интерес. Однако результаты конкретного эксперимента не могут быть распространены на другой процесс, даже близкий по физической сущности, потому что результаты любого эксперимента отражают индивидуальные особенности лишь исследуемого процесса.

Из опыта еще невозможно окончательно установить, какие из параметров оказывают решающее влияние на ход процесса и как будет протекать процесс, если изменять различные параметры одновременно. При экспериментальном методе каждый конкретный процесс должен быть исследован самостоятельно.

В конечном счете экспериментальные методы позволяют установить частные зависимости между отдельными переменными в строго определенных интервалах их изменения. Анализ переменных характеристик за пределами этих интервалов может привести к искажению зависимости, к грубым ошибкам.

Таким образом, и аналитические, и экспериментальные методы имеют свои преимущества и недостатки, которые часто затрудняют эффективное решение практических задач. Поэтому очень плодотворным является сочетание положительных сторон обоих методов исследования.

Явления, процессы изучаются не изолированно друг от друга, а комплексно. Различные объекты с их специфическими переменными

величинами объединяются в комплексы, характеризующиеся едиными законами. Это позволяет распространить анализ одного явления на другие или целый класс аналогичных явлений. При этом принципе исследований уменьшается число переменных величин, они заменяются обобщенными критериями. В результате упрощается искомое математическое выражение. На этом принципе основаны методы сочетания аналитических способов исследования с экспериментальными методами аналогии, подобия, размеренностей, являющимися разновидностью методов моделирования.

Суть *метода аналогии* рассмотрим на примере.

Тепловой поток зависит от температурного перепада (*закон Фурье*)

$$q_T = -\lambda \frac{dt}{dx}, \quad (4.1)$$

где λ – коэффициент теплопроводности.

Массоперенос, или перенос вещества (газа, пара, влаги), определяется перепадом концентрации вещества «С» (*закон Фика*):

$$q_B = -\mu \frac{dc}{dx}, \quad (4.2)$$

где μ – коэффициент массопереноса.

Перенос электричества по проводнику с погонным сопротивлением обуславливается перепадом напряжения (*закон Ома*):

$$q_e = -\frac{1}{\rho} \frac{du}{dx}, \quad (4.3)$$

где ρ – коэффициент электропроводности.

Все три рассматриваемых явления характеризуются различными физическими процессами, но имеют идентичные математические выражения, т.е. их можно исследовать методом аналогии.

В зависимости от того, что принимается за оригинал и модель, существуют различные виды моделирования методом аналогии. Так, если тепловой поток q_T изучают на модели о движении жидкости q_D , то моделирование называют гидравлическим, если тепловой поток исследуют на электрической модели, моделирование называют электрическим.

Итак, моделирование может быть: 1) гидравлическим; 2) электрическим; 3) механическим; 4) акустическим и т.д.

Идентичность математических выражений процессов оригинала и модели не означает, что эти процессы абсолютно аналогичны.

Для того чтобы на модели максимально моделировать изучаемый процесс оригинала, необходимо соблюдать критерий аналогии. Так, сравнивать q_T и q_{Σ} , коэффициенты теплопроводности λ и электропроводности ρ , температуру t и напряжение u нет смысла.

Для устранения этой несовместимости оба уравнения необходимо представить в безразмерных величинах: каждую переменную величину представить в виде произведения постоянной размерности Π_n на переменную безразмерную Π_{δ} .

$$\Pi = \Pi_n \Pi_{\delta}. \quad (4.4)$$

Имея в виду (4.4), выражения для q_T и q_{Σ} запишем так:

$$q_T = q_{T.П.} q_{T.Б.}; \quad \lambda = \lambda_{П.} \lambda_{Б.}; \quad t = t_{П.} t_{Б.}; \quad x = x_{П.} x_{Б.};$$

$$q = q_{\Sigma.П.} q_{\Sigma.Б.}; \quad \gamma = \gamma_{П.} \gamma_{Б.}; \quad u = u_{П.} u_{Б.}. \quad (4.5)$$

После простых преобразований имеем:

$$\left[-\frac{q_{T.П.} X_{П.}}{\lambda_{П.} t_{П.}} \right] q_{T.Б.} = \lambda \frac{dt_{\delta}}{dX_{\delta}}; \quad \left[-\frac{q_{\Sigma.П.} X_{П.}}{\gamma_{П.} u_{П.}} \right] q_{\Sigma.Б.} = \gamma_{\delta} \frac{du_{\delta}}{dX_{\delta}}. \quad (4.6)$$

Оба выражения записаны в безразмерном виде и их можно сравнить.

Уравнения будут идентичны, если

$$\left[-\frac{q_{T.П.} X_{П.}}{\lambda_{П.} t_{П.}} \right] = \left[-\frac{q_{\Sigma.П.} X_{П.}}{\gamma_{П.} u_{П.}} \right]. \quad (4.7)$$

Это уравнение называют *критерием аналогии*. С его помощью устанавливают параметры модели по исходному уравнению объекта.

Количество критериев аналогии на единицу меньше числа членов изучаемого исходного выражения. Поскольку число неизвестных больше числа уравнений, то некоторыми параметрами модели задаются. Обычно это время наблюдения или протекания процесса на модели.

Оно должно быть удобно для наблюдений оператору.

В настоящее время широко распространено *электрическое моделирование*.

ПРИМЕР. Необходимо изучить закономерности колебания массы m , подвешенной параллельно упругой пружине и демпфером к плоскости.

Для этой системы дифференциальное уравнение имеет вид

$$m - \frac{d^2 S}{dt^2} + \alpha \frac{dS}{dt} + \frac{1}{\beta} S = F(T), \quad (4.8)$$

где α – коэффициент демпфирования;

S – механическое перемещение;

β – коэффициент, характеризующий упругость пружины (деформация пружины при действии единицы силы);

$F(T)$ – сила, прилагаемая к системе.

Чтобы определить параметры m , α , β уравнение (4.8) можно исследовать методом электрических аналогий. Для электрической модели цепи уравнение имеет вид

$$C_1 \frac{d^2 f}{dt^2} + \frac{1}{R} - \frac{df}{dt_1} + \frac{1}{l} f = i(t_1), \quad (4.9)$$

где C_1 – емкость конденсатора;

f – магнитный поток;

t_1 – время процесса в электросети;

R , l – резистор, индуктивность;

i – ток электросети.

После соответствующих преобразований (см. выше пример) безразмерные уравнения запишем так:

$$\begin{bmatrix} \frac{m_p}{\alpha_p t_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_1 p R_1}{t_1 p} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \frac{t_p}{\alpha_p \rho_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_p t_1 p}{l p} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \frac{f_p t_p}{S_p \alpha_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_p i_p t_1 p}{f_p} \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Выбор критериев (ЗО) представляет определенные трудности. Чтобы упростить построение модели пользуются системой масштабных уравнений.

Поскольку механический (оригинал) и электрический (модель) процессы аналогичны, то переменные величины этих систем изменяются во времени закономерно в определенном соотношении – масштабе.

Масштабный коэффициент той или иной переменной величины представляет собой отношение переменных величин модели и оригинала.

$$M_f = \frac{f}{S}; \quad M_t = \frac{t_l}{t}; \quad M_i = \frac{i}{f}, \quad (4.11)$$

где M_f , M_t , M_i – масштабы переменных величин.

С учетом масштабных переменных величин уравнение для модели и оригинала следующие:

$$\begin{aligned} \frac{C_1 R}{M_t} - \frac{d^2 S}{dt^2} + \frac{dS}{dt} + \frac{RM_t}{l} - S &= \frac{RM_t M_i}{M_f}; \\ \frac{m}{\alpha} - \frac{d^2 S}{dt^2} + \frac{dS}{dt} + \frac{1}{\alpha \beta} S &= \frac{1}{\alpha} F. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Эти уравнения тождественны, если

$$\left[\frac{C_1 R}{M_t} \right] = \left[\frac{m}{\alpha} \right]; \quad \left[\frac{RM_t}{l} \right] = \left[\frac{1}{\alpha \beta} \right]; \quad \left[\frac{RM_t M_i}{M_f} \right] = \left[\frac{1}{\alpha} \right]. \quad (4.13)$$

Масштабные системы (4.13) идентичны критериям аналогов (4.10), но в более простой форме.

С помощью системы масштабных уравнений (4.13) вычисляют параметры модели, а на основе предельных отклонений переменных величин оригинала и модели – масштабные коэффициенты. Задавая средние значения параметров оригинала (4.13) вычисляют средние значения параметров модели и проектируют электрическую цепь. Далее оригинал исследуют на модели. Варьируя l , R , c на модели изучают параметры m , α , β оригинала. При электрическом моделировании применяют аналоговые вычислительные машины (АВМ). Под АВМ понимают определенное сочетание различных электрических элементов, в которых протекают процессы, описываемые математическими зависимостями, аналогичными для изучаемого объекта (оригинала). При этом должны соблюдаться масштабные коэффициенты независимых и переменных величин аналога и оригинала.

Широко распространенным методом моделирования является *электродинамическая аналогия*. Она основана на электрическом моделировании движения жидкости, пара или газа и широко при-

меняется для исследования водного режима оснований зданий, сооружений, плотин и т.д. Часто также пользуются *методом гидравлического моделирования* на гидроинтеграторах. *Гидроинтеграторы* – это приборы, в которых вода передвигается по системе соединенных между собой трубок и узлов. Он широко применяется для решения задач области строительства: при расчете температур и напряжений в различных конструкциях зданий, сооружений; анализе процесса увлажнения и влагонакопления в основаниях зданий, дорог и т.д.; анализе процессов деформирования и разрушения конструкций; оценке температурного поля и пропаривания железобетонных изделий; определении физико-тепловых характеристик материалов и конструкций; расчете теплового режима зданий, дорог и других сооружений при климатических воздействиях, для изучения фильтрации воды в гидротехнических сооружениях; расчете промерзания грунтов полотна и оснований фундаментов и в других случаях.

Данный метод характеризуется доступностью программирования, простотой решения сложных задач, хорошей наглядностью исследуемых процессов, достаточно высокой точностью расчетов, возможностью остановить процесс и повторить его на модели. Однако оборудование для метода громоздкое и выпускается пока в ограниченном количестве [8].

4.2. Вероятностно-статистические методы исследования

В строительстве необходимо исследовать не только детерминированные, но и случайные вероятностные (стохастические) процессы.

Все строительные процессы выполняются в условиях непрерывно меняющейся обстановки (переброска бригад на объекты, вынужденные простои машин, неравномерная работа транспорта, перебои с поставками материалов, непрерывное изменение метеорологических факторов и т.д.). Те или иные события могут произойти или не

произойти. В связи с этим приходится анализировать случайные, вероятностные или стохастические связи, в которых каждому аргументу соответствует множество значений функций.

Наблюдения показали, что, несмотря на случайный характер связи, рассеивание имеет вполне определенные закономерности. Для таких статистических законов теория вероятностей позволяет предсказать исход одного какого-либо события, а средний результат случайных событий тем точнее, чем больше число анализируемых явлений.

Несмотря на случайный характер событий, они подчиняются определенным закономерностям, рассматриваемым в теории вероятности.

Теория вероятностей является математическим отражением законов, изучает случайные события и базируется на следующих основных показателях.

Под *совокупностью* понимают множество однородных событий. Совокупность случайной величины X составляет *первичный статистический материал*. Совокупность, содержащая самые различные варианты массового явления, называют *генеральной совокупностью*, или *большой выборкой*. Обычно изучают лишь часть генеральной совокупности, называемой *выборочной совокупностью*, или *малой выборкой*.

Вероятностью $P(X)$ события X называют отношение числа случаев $N(X)$, которые приводят к наступлению события X , к общему числу возможных случаев N :

$$P(X) = \frac{N(X)}{N}. \quad (4.14)$$

Теория вероятностей рассматривает теоретические распределения случайных величин и их характеристики.

Математическая статистика занимается способами обработки и анализа экспериментальных событий. Эти две родственные науки составляют единую математическую теорию массовых случайных процессов, широко применяемую для анализа научных исследований.

В математической статистике существует понятие о *частоте события* $Y(X)$, представляющего собой отношение числа случаев $n(X)$, при которых имело место событие, к общему числу событий n .

$$\bar{Y}(x) = \frac{n(x)}{n}. \quad (4.15)$$

При неограниченном возрастании числа событий, частота стремится к вероятности $P(X)$.

Допустим, имеются статистические наблюдения за количеством автомобилей X_i , прибывающих ежемесячно на склад (табл. 4.1).

Таблица 4.1

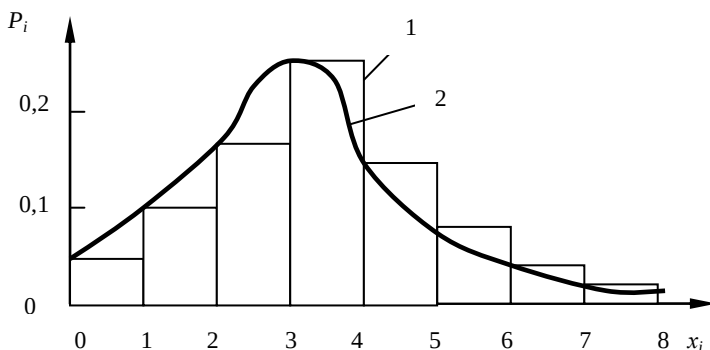
Пример статистических наблюдений

Количество автомобилей X_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Частота абсолютная Y_i	2	4	10	14	7	5	4	3	1	0
Частота относительная Y_{oi}	0,04	0,08	0,20	0,28	0,14	0,10	0,03	0,06	0,02	0

Абсолютная частота Y_i или относительная характеризует вероятность появлений случайной величины. Относительные частоты представляют собой ряд распределения (рис. 4.1), а плавная кривая – закон (функцию) $F(x)$. Вероятность случайной величины (события) – это количественная оценка возможности ее появления.

Достоверное событие имеет вероятность $p = 1$, невозможное событие – $p = 0$. Следовательно, для случайного события $0 \leq P(x) \leq 1$, а сумма вероятностей всех возможных значений

$$\sum_0^n P_i = 1. \quad (4.16)$$



**Рис. 4.1. Общий вид распределения случайных величин:
1 – гистограмма; 2 – кривая распределения**

В исследованиях иногда недостаточно знать одну функцию распределения. Необходимо еще иметь характеристики: среднеарифметическое, математическое ожидание, дисперсию, размах ряда распределения.

Пусть среди n событий случайная величины x_1 повторяется Π_1 раз, величины x_2 – Π_2 раза и т.д.

Тогда среднеарифметическое значение X имеет вид

$$\bar{X} = \sum_0^n X_i \frac{Y_i}{n}. \quad (4.17)$$

Размах можно использовать для ориентировочной оценки вариации ряда событий

$$R = X_{\max} - X_{\min}, \quad (4.18)$$

где $X_{\max}$, $X_{\min}$ – максимальное и минимальное значения измеренной величины погрешности.

Если вместо эмпирических частот $V_1, \dots, V_n$ принять их вероятности $P_1, \dots, P_n$, то получим важную характеристику функции распределения – *математическое ожидание*:

$$m(x) = \sum_0^n X_i P_i. \quad (4.19)$$

ПРИМЕР. Имеется пять измерений одной выборки:

$$x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 3; x_4 = 4; x_5 = 5.$$

$$P_1 = 0,10; p_2 = 0,15; p_3 = 0,45; p_4 = 0,30; P_5 = 0.$$

$$\text{Среднее значение } \bar{X} = \frac{15}{5} = 3,0.$$

По формуле (4.19)

$$m(x) = 1 \times 0,10 + 2 \times 0,15 + 3 \times 0,45 + 4 \times 0,30 + 5 \times 0 = 2,95.$$

Для непрерывных случайных величин математическое ожидание равно

$$m(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xP(x)dx, \quad (4.20)$$

то есть оно равно действительному значению X_0 наблюдаемых событий.

Таким образом, если систематические погрешности измерений полностью исключены, истинное значение измеряемой величины равно математическому ожиданию, а соответствующая ему абсцисса называется центром распределения.

Дисперсия характеризует рассеивание случайной величины по отношению к математическому ожиданию и вычисляется с помощью формулы:

$$D(x) = \sum_1^n (x_i - m(x))^2 p_i. \quad (4.21)$$

Для рассматриваемого выше примера $D(x) = (1-2,95)^2 \times 0,1 + (2-2,95)^2 \times 0,15 + (3-2,95)^2 \times 0,30 + (5-2,95)^2 \times 0 = 0,83$.

Важной характеристикой теоретической кривой распределения является среднеквадратичное отклонение или стандарт:

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)}. \quad (4.22)$$

Площадь, расположенная под кривой распределения, соответствует единице, то есть кривая охватывает все значения случайных величин, или все результаты измерений. Для одной и той же площади можно построить большое количество кривых распределений, то есть они могут иметь различное рассеяние.

Мерой рассеяния (точности измерений) является дисперсия или среднеквадратичное отклонение.

Коэффициент вариации

$$K_v = \frac{\sigma}{m(x)} \quad (4.23)$$

применяется для сравнения интенсивности рассеяния в различных совокупностях, определяется в относительных.

Основной задачей статистики является подбор теоретических кривых по имеющемуся эмпирическому закону распределения. Пусть в результате n измерений случайной величины получен вариационный ряд $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Первичная обработка таких рядов сводится к следующему:

1) группируют x_i в интервалы и устанавливают для каждого из них частоты Y_i и $\bar{Y}_{oi}$;

- 2) по значениям x_i и $\bar{Y}_{oi}$ строят ступенчатую гистограмму частот;
- 3) вычисляют характеристики эмпирической кривой распределения.

Основными характеристиками эмпирического распределения являются:

- 1) среднеарифметическое значение

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_1^n x_i ; \quad (4.24)$$

- 2) дисперсия

$$D = \frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2 ; \quad (4.25)$$

- 3) среднее квадратичное отклонение

$$\sigma = \sqrt{D} . \quad (4.26)$$

Значениям $\bar{x}$, D , σ эмпирического распределения соответствуют величины $\bar{x}$, $D(x)$, $\sigma(x)$ теоретического распределения.

Рассмотрим основные теоретические кривые распределения.

Наиболее часто в исследованиях применяют *закон нормального распределения* (рис. 4.2).

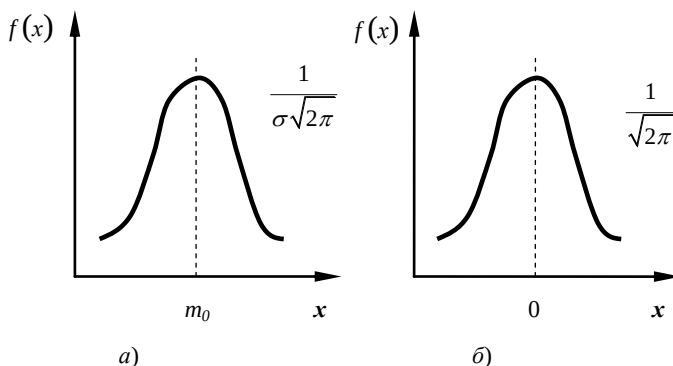


Рис. 4.2. Общий вид кривой нормального распределения
а) $m(x) \neq 0$; б) $m(x) = 0$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - m(x))^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (4.27)$$

Это уравнение соответствует функции нормального распределения при $m(x)=0$.

Если совместить ось ординат с точкой m , т.е. $m(x)=0$, и принять $\sigma^2 = 1$, то закон нормального распределения описывается зависимостью (за единицу масштаба принята дисперсия σ^2)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{x^2}{2} \right). \quad (4.28)$$

Эта формула более проста и чаще применяется при анализе.

Для оценки рассеяния обычно пользуются величиной σ . Чем меньше σ , тем меньше рассеяние, т.е. большинство наблюдений мало отличается друг от друга (рис. 4.3).

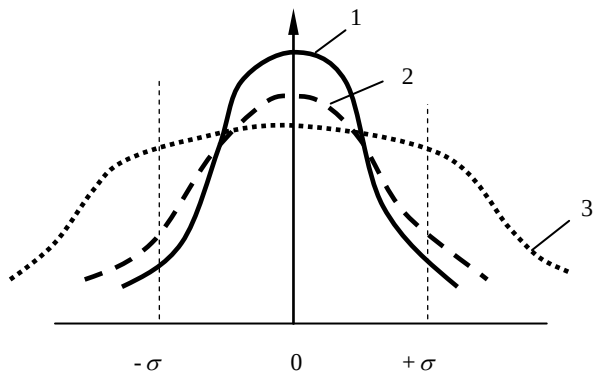


Рис. 4.3. Характер рассеяния кривой нормального распределения:
1 – $\sigma = 0,5$; 2 – $\sigma = 1$; 3 – $\sigma = 0,2$

С увеличением σ рассеяние возрастает, вероятность появления больших погрешностей увеличивается, а максимум кривой распределения (ордината), равный $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$, уменьшается.

Поэтому величину $\gamma = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ при $\sigma = 1$ называют мерой точ-

ности.

Таким образом, чем меньше σ , тем больше сходимость результатов измерений, а ряд измерений более точен. Как видно из уравнений (4.27) и (4.28), среднеквадратичное отклонение определяет закон распределения.

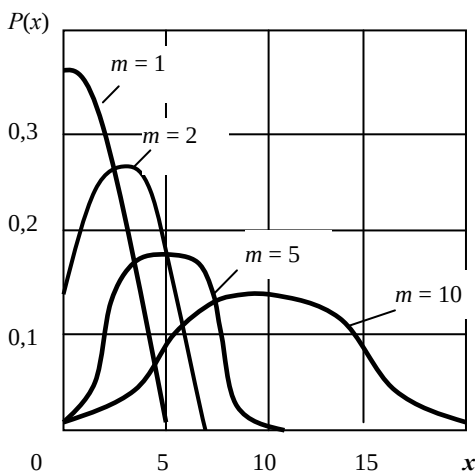


Рис. 4.4. Общий вид кривой распределения Пуассона

Среднеквадратичное отклонение $+\sigma$ и $-\sigma$ соответствует точкам перегиба кривой (рис. 4.3).

Вероятность того, что случайные события не выйдут за эти пределы, равна 0,683. В общем случае для предела $\pm\sigma$ вероятность того, что событие x_i попадет в данный предел, вычисляется по функции распределения Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-x_i^2} dx. \quad (4.29)$$

Функция $\Phi(x)$ табулирована и используется в исследованиях.

Для анализа многих случайных дискретных процессов пользуются распределением Пуассона. Например, поток автомобилей, прибывающих на асфальтобетонный завод, поток автомобилей перед светофором и другие краткосрочные события, протекающие в единицу времени.

Вероятность появления числа событий $X = 1, 2, 3, \dots$ в единицу времени выражается *законом Пуассона* (рис. 4.2):

$$P(x) = \frac{m^x}{x!} e^{-m} = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}, \quad (4.30)$$

где x – число событий за данный отрезок времени t ;

λ – плотность, т.е. среднее число событий за единицу времени;

λt – среднее число событий за время t , $\lambda t = m$.

Распределение Пуассона относится к редким событиям, т.е. $P(x)$ – вероятность того, что событие в период какого-либо испытания произойдет x раз при очень большом числе изменений.

Для закона Пуассона дисперсия равна математическому ожиданию числа наступления события за время t , т.е. $\sigma^2 = m$.

Как видно из формулы (5.12), пуассоновский процесс можно задать двумя параметрами x и m . Табличные значения вероятностей $P(x)$ для x от 0 до 25 и m от 0,1 до 18 составляет соответственно от 0,904 до 0,023.

ПРИМЕРЫ

1. С помощью наблюдений установлено, что за пять минут на погрузку под экскаватор поступает 6 автосамосвалов. Какова вероятность поступления 10 автомобилей за 5 минут?

В этом случае $x = 0$; $\lambda t = 6$; $P(x) = \frac{6^{10} e^{-6}}{10!}$. Как видно, эта веро-

ятность очень мала.

2. Вероятность возникновения брака составляет 0,02. Какова вероятность того, что в партии из 100 единиц окажется пять бракованных изделий?

Имеем $100 \times 0,02 = 5$, тогда $P(x) = \frac{2^{-5} e^{-2}}{5} = 0,036$, т.е. вероятность очень мала.

Для исследования количественных характеристик некоторых процессов (время обслуживания строительных машин в ремонтных мастерских и автомобилей на станции технического обслуживания, время отказов машин и изделий, длительность телефонных разговоров между диспетчером и передвижными оперативными пунктами и т.д.) можно применять *показательный закон распределения* (рис. 4.5).

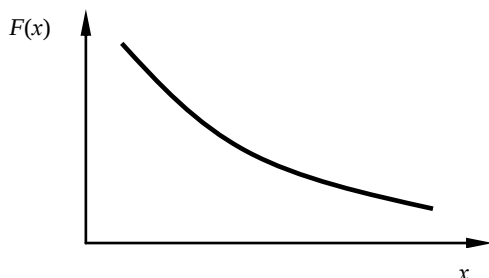


Рис. 4.5. Общий вид кривой показательного распределения

Плотность вероятности показательного закона выражается зависимостью

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad (4.31)$$

где λ – плотность или интенсивность (среднее число) событий в единицу времени.

В показательном законе плотность является величиной, обратной математическому ожиданию

$$\lambda = \frac{1}{m(x)}. \quad (4.32)$$

Кроме того, имеет место соотношение $\sigma^2 = [m(x)]^2$.

В различных областях исследований широко применяется *закон распределения Вайбулла* (рис. 4.6).

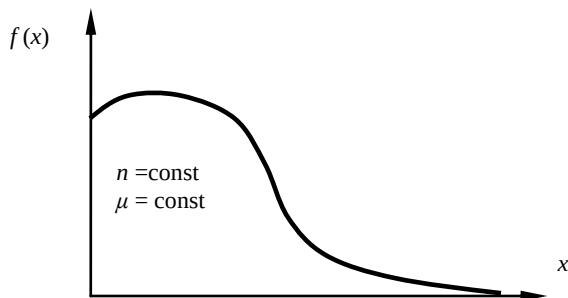


Рис. 4.6. Общий вид кривой распределения Вайбулла

$$f(x) = n\mu^n x^{n-1} e^{-\mu^n x^n}, \quad (4.33)$$

здесь n, μ – параметры закона;

x – аргумент, чаще принимаемый как время.

Исследуя процессы, связанные с постепенным снижением параметров (ухудшение свойств материалов во времени, деградация конструкции, процессы старения, износные отказы в машинах и т.д.) применяют закон *гамма-распределения* (рис. 4.7).

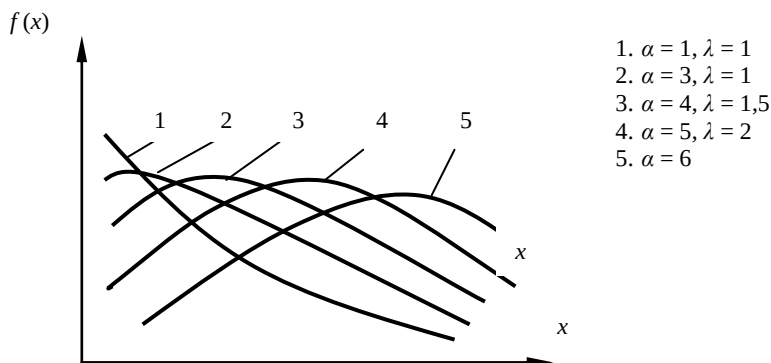


Рис. 4.7. Общий вид кривых гамма-распределения

$$f(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\alpha!} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, \quad (4.34)$$

где α, λ – параметры.

Если $\alpha = 1$, гамма-функция превращается в показательный закон (рис. 4.7)

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}. \quad (4.35)$$

При исследовании многих процессов, связанных с анализом климатических и гидрологических воздействий на сооружения, установлении расчетных характеристик грунтов и материалов и т.д. используют *закон распределения Пирсона*. Из двенадцати типов этого закона чаще всего применяется третий (рис. 4.8).

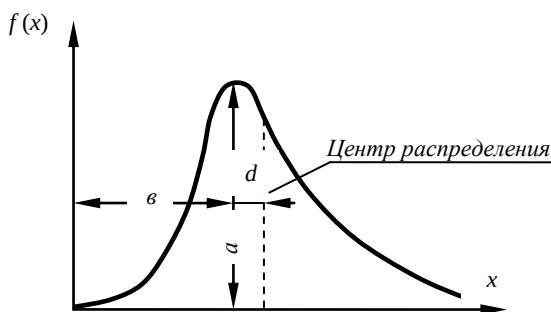


Рис. 4.8. Общий вид кривой распределения Пирсона

$$f(x) = ae^{dx} \left(1 + \frac{x}{c}\right)^{dc}, \quad (4.36)$$

где a — максимальная ордината;

c — соответственно расстояния от максимальной ординаты до центра распределения и начала координат.

Кроме приведенных выше применяют и другие виды распределения — Рэля, Шарлье, Гидрича, бэта-распределение.

Перед исследователем всегда возникает вопрос — в какой мере существенно влияет тот или иной фактор либо комбинация факторов на исследуемый процесс? Так, при измерении какой-либо величины, результаты зависят от многих факторов, но основными являются следующие: техническое состояние прибора и внимание оператора.

Методы установления основных факторов и их влияние на исследуемый процесс рассматривается в специальном разделе тео-

рии вероятностей и математической статистики – дисперсионном анализе.

Различают одно- и многофакторный анализ. Суть *однофакторного дисперсионного анализа* рассмотрим ниже.

ПРИМЕР. Пусть необходимо проверить степень точности группы нивелиров (m -приборов) и установить, являются ли их систематические ошибки одинаковыми, т.е. изучить влияние одного фактора – прибора на погрешность измерения. Каждым прибором выполнено n -измерений одного и того же объекта. Всего выполнено mn измерений. Обозначим отдельные измерения через x_{ij} , где i – номер прибора; j – номер выполненного на этом приборе измерения. Значение i изменяется от 1 до m , j – от 1 до n .

Дисперсионный анализ допускает, что отклонения подчиняются нормальному закону распределения. Вычисляют для каждой серии измерений среднеарифметическое значение и среднюю из показаний первого прибора и т.д. для каждого из n_i измерений и m_i приборов.

В результате таких расчетов устанавливают Q_1 и Q_2 :

$$Q_1 = n \sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - \bar{x})^2; \quad Q_2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2, \quad (4.37)$$

где $\bar{x}_i$ – среднеарифметическое для измерения;

$\bar{x}$ – среднеарифметическое для всех серий измерений (общее среднее значение);

x_{ij} – отдельное i -е измерение на j -м приборе;

$\bar{x}_i$ – среднеарифметическое для соответствующей серии (группы) измерений.

Величину Q_1 называют суммой квадратов отклонений между измерениями серий. Она показывает степень расхождения в систематических погрешностях всех m приборов, то есть характеризует рассеивание исследуемого фактора между приборами.

Величину Q_2 называют суммой квадратов отклонений внутри серии. Она характеризует остаточное рассеивание случайных погрешностей опыта (одного прибора).

Метод анализа допускает следующую гипотезу: центры нормальных распределений случайных величин равны (или равны с определенной степенью точности), следовательно, все mn измерений можно рассматривать как выборку из одной и той же нормальной совокупности.

$$\text{Вычисляют критерий } P = \frac{\frac{-1}{m-1} Q_1}{\frac{1}{m(n-1)} Q_2}. \quad (4.38)$$

Очевидно, что числитель и знаменатель критерия F представляют собой дисперсию σ^2 для m и n наблюдений. В зависимости от значения $K_1 = m-1$ и $K_2 = m(n-1)$ (числа степеней свободы) и вероятности P (например, 0,95; 0,99 и др.) составлены табличные значения F_p . Если $F \leq F_p$, то гипотеза удовлетворяется, т.е. в данном примере все приборы имеют одинаковые (допустимые) систематические ошибки. Если $F > F_p$, то гипотеза не удовлетворяется.

Дисперсионный анализ называют *многофакторным*, если он имеет два и более факторов. Суть его не отличается принципиально от однофакторного, но усложняются выкладки и существенно увеличивается количество расчетов.

Очень часто применяют методы вероятностей и математической статистики в теории надежности, которая в настоящее время широко используется в различных отраслях науки и техники.

Под *надежностью* понимают свойство изделия (объекта) выполнять заданные функции (сохранять установленные эксплуатационные показатели) в течение требуемого времени. Обеспечение надежности, исключение отказов (нарушение работоспособности) продукции стало одной из основных народнохозяйственных задач.

В теории надежности отказы рассматриваются как случайные события.

Для количественного описания отказов применяют модели – функции распределения вероятностей интервалов времени.

Наиболее часто применяют следующие законы: нормального и экспоненциального распределения, Вейбулла, гамма-распределения.

Основной задачей теории надежности является прогнозирование (предсказание с той или иной вероятностью) различных показателей – безотказной работы, долговечности, срока службы и т.д.

Она связана с нахождением вероятностей.

Для исследования сложных процессов вероятностного характера с 1950 г. стали применять *метод Монте-Карло*. С помощью этого метода решают широкий круг задач, в которых ставят цель отыскать наилучшее решение из множества рассматриваемых вариантов; определить оптимальное количество автомобилей, обслуживающих экскаватор или смеситель; установить наилучшие параметры выпускаемой продукции; уточнить пропускную способность транспортных путей и т.д.

Метод Монте-Карло, называемый методом статистического моделирования или статистических испытаний, представляет собой численный метод решения сложных задач. Он основан на использовании случайных чисел, моделирующих вероятностные процессы. Результаты решения метода позволяют установить эмпирические зависимости исследуемых процессов. Математической основой метода является *закон больших чисел*, разработанный П. Л. Чебышевым, который формулируется так: при большом числе статических испытаний вероятность того, что среднеарифметическое значение случайной величины стремится к математическому ожиданию, равна 1

$$\lim P \left\{ \left| \frac{\sum x_i}{n} - m(x) \right| < \varepsilon \right\} \rightarrow 1, \quad (4.39)$$

где ε – любое малое положительное число.

Из формулы (4.39) видно, что по мере увеличения числа испытаний n среднеарифметическое $\frac{\sum x_i}{n}$ неограниченно (асимптотически)

приближается к математическому ожиданию.

Последовательность решения задач методом Монте-Карло сводится к следующему:

1) сбору, обработке и анализу статистических наблюдений, исследуемого процесса;

2) отбору главных и отбрасыванию второстепенных факторов и составлению адекватной математической модели (уравнения), графиков, циклограмм и т.д.;

3) составлению алгоритмов и решению задачи на ЭВМ.

Для решения задач методом Монте-Карло необходимо иметь статистический ряд, знать закон его распределения, среднее значение $\bar{x}$ и математическое ожидание $m(x)$, среднее квадратичное отклонение. С помощью метода можно получить сколько угодно заданную точность решения, т.е. $x \rightarrow m(x)$. При нормальном законе распределения оценить точность результатов, полученных методом Монте-Карло, можно по формуле

$$P|x - m(x)| < \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (4.40)$$

Пусть по условию задачи задана допустимая ошибка ε_d . Если при имеющемся числе ряда n_1 и σ_1 , ошибка ε_{d1} окажется большей, чем ε_d , то увеличивают число испытаний до n_2 и вычисляют новое значение ошибки ε_{d2} и т.д., пока не будет соблюдаться условие $\varepsilon_{dj} \leq \varepsilon$.

Решение задач методом Монте-Карло эффективно лишь с использованием ЭВМ.

4.3. Методы системного анализа

Под *системным анализом* понимают совокупность приемов и методов для изучения сложных объектов систем, представляющих собой сложную совокупность взаимодействующих между собой элементов.

Взаимодействие элементов системы характеризуется прямыми или обратными связями.

Сущность системного анализа состоит в том, чтобы выявить эти связи и установить их влияние на поведение всей системы в целом.

Системный анализ используется для исследования движения таких сложных систем, как солнечная, экономика отдельной отрасли, промышленное предприятие, строительная организация и др. Наиболее часто рассматривается развитие этих систем во времени.

Системный анализ складывается из четырех этапов.

Первый этап заключается в постановке задачи: определяют объект, цели и задачи исследования, а также критерии для изучения объекта и управления им. Это важный этап системного анализа, поэтому его выполняет наиболее опытный исследователь.

Неправильная, неполная постановка целей может свести на нет результаты всего анализа.

Во время второго этапа очерчивают границы изучаемой системы и определяют ее структуру. Прежде всего все объекты и процессы, имеющие отношение к поставленной цели, разбивают на два класса – собственно изучаемую систему и внешнюю среду. При этом различают замкнутые и открытые системы.

При исследовании замкнутых систем влиянием внешней среды на их поведение пренебрегают. Затем выделяют отдельные составные части системы – ее элементы, устанавливают взаимодействие между ними и внешней средой. Следует отметить, что последнее время все большее внимание в технике привлекают замкнутые системы, которые описывают закрытые технологические циклы, например, так называемую «безотходную технологию».

Такие технологические процессы перспективны не только экономически, они также обусловлены требованиями экологии. В настоящее время утверждается принцип – «чем больше отходов, тем ниже уровень производства».

Третий важный этап системного анализа заключается в составлении математической модели исследуемой системы. Вначале производят параметризацию системы, описывают выделенные элементы системы и элементарные воздействия на нее с помощью тех или иных параметров. При этом различают параметры, характеризующие непрерывные и дискретные (прерывающиеся), детерминированные (в которых наблюдаются закономерные изменения) и вероятностные (случайные) процессы.

В зависимости от особенностей процессов используют тот или иной математический аппарат.

Аналитические методы применяют лишь для описания небольших систем вследствие их громоздкости или невозможности составить и решить системы уравнений.

Для описания больших систем, все чаще исследуемых в настоящее время, используют дискретные параметры, например, переменные, принимающие целочисленные значения.

С их помощью можно изучить процессы и объекты, которые характеризуют не только качественно, но и количественно, используя для этой цели балльную систему.

Например, твердость материалов оценивают баллами по шкале Мооса, морозостойкость бетонов – баллами по С. В. Шестоперову и др. Методы операций с дискретными параметрами излагаются в теории множеств и прежде всего в ее важнейших разделах – алгебре множеств и в алгебре высказываний (математической логике). Эти разделы получили большое развитие в послевоенное время, они составляют основу математического обеспечения современных ЭВМ.

Теория множеств – наука об общих свойствах множеств, преимущественно бесконечных. В ней рассматриваются такие вопросы, как количественные сравнения, упорядоченные множества и др. В алгебре множеств и высказываний наряду с изучением операций над произвольным алгебраическим множеством α , β , γ , рассматривается формализация «законов мысли». Это обеспечивает формулирование правил логики на языке математики, который используется современным ЭВМ. Далее устанавливают количественные зависимости между выбранными параметрами, которые могут быть представлены в виде уравнений, графиков, таблиц и т.д.

Наиболее часто зависимости в сложных системах характеризуются алгоритмами с использованием количественных и качественных параметров.

Если исследуются сложные системы (именуемые как обобщенные динамические системы), характеризующиеся большим количеством параметров различной природы, то в целях упрощения математического описания их расчленяют на подсистемы, выделяют типовые системы, производят стандартизацию связей для различных уровней иерархии однотипных систем.

В результате третьего типа системного анализа формулируют законченные математические модели системы, описанные на формальном, например, алгоритмическом языке.

В последнее время для обобщенных динамических систем все чаще используют *булевы модели*, названные в честь выдающегося математика Д. Буля (1815-1864) – основоположника *алгебры множеств* и *алгебры высказываний* (алгебра Буля). В булевых моделях связи описываются дискретными параметрами преимущественно в двоичной системе исчисления. Такие модели исследуются, как правило, с помощью ЭВМ.

Различают булевы модели с односторонними и двусторонними переходами.

Примером модели с односторонним переходом являются сетевые графики, при составлении и исследовании которых, наряду с алгеброй множеств, широко используют *теорию графов*.

Графом $G(x, v)$ называют множество точек (вершины графа) и линий (дуги графа), соединяющих некоторые из этих вершин (рис. 4.9). Теория графов рассматривает операции над ними – сложение, умножение, объединение графов.

В расчетах и исследованиях сетевых графиков часто используют ориентировочные графы (рис. 4.9 *в, г, е*) с одним истоком, без циклов.

Вершинами ориентировочного графа служат события сетевого графика (например, начало выполнения какой-либо строительной операции), а дугами – работы, описываемые сетевым графиком. Расчет сетевых графиков состоит главным образом в том, чтобы отыскать наилучшие пути с целью обеспечить сокращение сроков выполнения работ и снижение материальных затрат.

Примером может служить расчет сетевого графика планирования и организации строительных работ.

В технических науках системный анализ в большинстве случаев производят в целях оптимизации процессов и управления системой. Он заключается в выборе такого варианта управления, при котором достигается минимальное или максимальное значение заданной (выбранной) величины – критерия оптимизации.

Сложность выбора надлежащего критерия состоит в том, что на практике в задачах оптимизации и управления имеют дело со многими критериями, которые часто бывают взаимно противоречивыми. Математически правильная постановка задачи оптимизации предпо-

лагает наличие лишь одного критерия. Наиболее часто выбирают один критерий, а для других устанавливают пороговые (предельно-допустимые) значения. Иногда применяют смешанные критерии, представляющие собой функции от первичных параметров. Во многих случаях критерии оптимизации называют целевыми функциями.

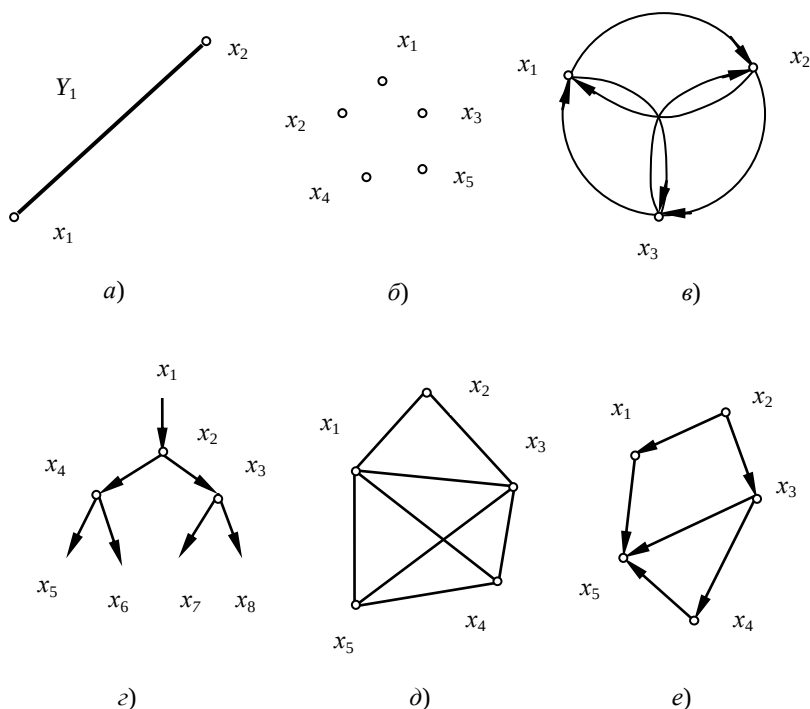


Рис. 4.9. Виды графов: а – обычный граф (x_1, x_2 – вершины графов, y_1 – дуга графов); б – нуль граф; в – симметричный граф; г – граф-дерево; д – полный граф; е – несимметричный граф

Оптимизация процессов и системы аналитическими методами состоит в том, что необходимо найти экстремальное (минимальное или максимальное) значение некоторой функции $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ в

определенной области S значений параметров $x_1, x_2, \dots, x_n$. Однако классические аналитические методы редко используют для оптимизации сложных реальных процессов. Сложные экстремальные процессы обычно решают другими методами, основой которых является постепенное приближение к экстремуму. Для этой цели часто применяют *метод наискорейшего (градиентного) спуска и подъема*.

Суть метода поясним на следующем примере.

Допустим, что необходимо найти экстремум целевой функции $f(x_1, x_2)$, описывающий некоторую поверхность (рис. 4.10).

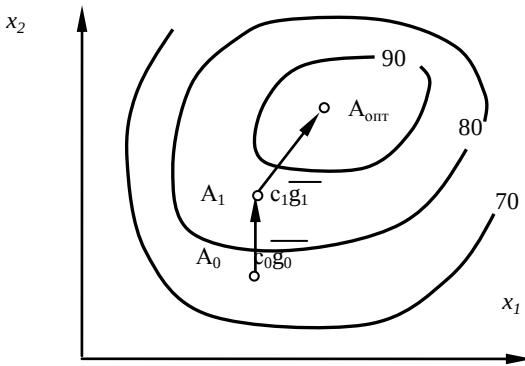


Рис. 4.10. Схема движения к оптимуму по градиенту (крутое восхождение)

Нахождение экстремума начинают с любой точки поверхности $A_0 (x_{01}, x_{02})$. Из этой точки определяют направление подъема или спуска, которое является наиболее крутым; его называют градиентом и обозначают g .

Отсюда же начинают движение по направлению градиента к оптимуму с шагом $\vec{cg}$, где c – постоянная величина, зависящая от точности измерения. В результате получаем новую точку $A_1 (x_{11}, x_{22})$, в которой снова повторяют описанную операцию (процедуру) до тех пор, пока не определят экстремум.

Этот способ используют также при оптимизации процессов экспериментальным путем методами математического планирования эксперимента. На практике встречаются задачи оптимизации, когда при нахождении экстремума целевая функция f и граничные уравнения ее области S являются линейными.

Решая задачи такого класса, чаще всего применяют *метод линейного программирования*.

В строительстве повседневно приходится решать различные задачи рационального распределения ресурсов: как наилучшим образом использовать рабочих, машины, строительные материалы и изделия, организовать процессы, управление ими, как наиболее рационально разместить производственные предприятия и т.д. Во время управления ходом строительного процесса возникает потребность в оптимальном решении задач с учетом изменяющейся обстановки.

Очень часто методы линейного программирования используют для решения транспортной задачи.

При формулировании задачи вводится критерий (целевая функция), количественно определяющий успешность процесса. Задача линейного программирования заключается в нахождении такого процесса (операции), при котором целевая функция достигла бы максимума или минимума, и математически формулируется следующим образом: необходимо найти значения n переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$, удовлетворяющих ограничениям

$$p_i = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.41)$$

и максимизирующих или минимизирующих целевую функцию

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n c_i x_i \rightarrow \min(\max) \quad (4.42)$$

где a_i, c_i – заданные константы.

В формулировании задач линейного программирования требуется, чтобы все переменные были неотрицательными, т.е. $x_j > 0, j = 1, 2, \dots, n$. При таких условиях задача удобна для численного решения.

Задачи линейного программирования в настоящее время хорошо изучены, и решение их сводится к сравнительно простым вычисле-

ниям. На многие из них имеются разработанные для ЭВМ типовые программы.

В ряде случаев встречаются задачи *нелинейного программирования*, целевая функция которых записывается как сумма линейных и нелинейных:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_i x_j. \quad (4.43)$$

Среди задач нелинейного программирования встречаются такие, в которых ограничения не имеют дискретных переменных. В них функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ непрерывные и выражаются частными производными. Такие задачи иногда называют классическими задачами оптимизации, поскольку решаются они классическими методами на основе дифференциального исчисления.

Различают также другой вариант задач нелинейного программирования. Это задачи целочисленного линейного программирования. В данном случае в качестве ограничений выставляют особое требование о целостности переменных значений.

Задача формулируется следующим образом:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (4.44)$$

где $x_i \geq 0$; $j = 1, 2, \dots$ – целые числа.

Решение большого количества производственных задач методами линейного и нелинейного программирования обеспечивает в строительстве большой экономический эффект, в частности, снижение сметной стоимости в результате оптимизации процессов составляет 3-7%.

Некоторые практические процессы в строительном производстве непрерывно изменяются, особенно те, что связаны с управлением производством. В связи с изменением условий доставки материалов, наличием строительных и дорожных машин, изменением метеорологических и грунтовых условий, наличием бригад различных специальностей практически ежедневно на производстве приходится рассматривать новые ситуации. Строительный процесс является динамическим.

Решение ряда практических задач в строительстве с учетом различных ситуационных изменений, особенно в управлении процессом, можно осуществить с помощью *метода динамического программирования*. Этот метод в строительстве начали применять лишь в последнее время. Уже известны решения задач, направленных на оптимизацию процессов: при выборе оптимальных составов машин, распределении капиталовложений в строительство в различные периоды, а также решение технико-экономических задач по реконструкции различных объектов, оценке эффективности развития производственной базы и т.д.

В основу задач динамического программирования положены принципы оптимальности. Оптимальное управление процессом определяется заданной целью и составлением системы в рассматриваемый период времени, независимо от изменяющихся условий, которые привели систему в данное состояние.

Целевая функция выражается суммой

$$\omega = \sum_{k=0}^{N-1} f_o[x(k), u(k)] = \max(\min) , \quad (4.45)$$

где N – общее количество шагов (интервалов);

$u(k)$ – управляющие воздействия;

$x(k)$ – значение координаты в дискретные моменты времени.

При оптимальном управлении функционал (4.35) должен быть минимизирован или максимизирован. Оптимальный процесс станет известен, если будут найдены значения управляющего воздействия $U_0, U_1, \dots, U_{N-1}$ во все дискретные моменты времени $k = 0, 1, \dots, N-1$, имеющие определенные ограничения и минимизирующие (максимизирующие) сумму (4.35).

Чтобы решить задачу динамического программирования, необходимо отыскать минимум (максимум) сложной дискретной функции большого количества переменных.

Метод динамического программирования сводит эту задачу к простой: минимизируются простые функции в обратном порядке – от конца к началу процесса.

Для исследования оптимизации процессов методами линейного, нелинейного или динамического программирования нет стандарт-

ных решений. В каждом конкретном случае применяют свой подход (метод) к решению задачи. Особенно трудны задачи нелинейного и динамического программирования.

Следует иметь в виду, что при решении задач оптимизации строительного производства могут возникнуть случаи, когда вследствие оптимизации какого-либо процесса другой может ухудшиться. Поэтому необходимо соблюдать комплексность решения с учетом всех особенностей процесса и смежных его факторов. Рассматривая задачу по этапам, необходимо анализировать в целом обстановку, которая складывается в результате оптимизации исследуемого процесса.

Одним из методов оптимизации процессов, применяемых в последнее время в строительстве, являются методы, основанные на *теории массового обслуживания* (ТМО).

ТМО имеет целью отыскать оптимальные условия, т.е. обеспечить эффективность работы системы «требование-обслуживание».

Под обслуживанием понимают удовлетворение потребности какой-либо заявки. Например, погрузка щебня в карьере в автомотоили-самосвалы. В этой системе в качестве требования выступает подача под погрузку автомобилей в карьер по заявкам, в качестве обслуживания – погрузка щебня средствами погрузки (экскаваторы, автопогрузчики, транспортеры и др.).

Таким образом, ТМО состоит из числа (потока) требований, обслуживающего прибора (аппарата) и выходящего потока.

Основными характеристиками ТМО являются:

1) интенсивность поступления требований или заявок на обслуживание, λ ;

2) интенсивность обслуживания (пропускная способность прибора обслуживания), μ ;

3) коэффициент использования системы, $\psi = \frac{\lambda}{\mu}$;

4) время ожидания в очереди до обслуживания;

5) длительность обслуживания, t_1 ;

6) время обслуживания в системе, $t_{об}$;

7) число требований в очереди, n ;

8) математическое ожидание числа требований в системе, n_c .

Эти характеристики имеют следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\bar{t}_1 &= \frac{1}{\mu}; \\ t_{об} &= \bar{t}_o + \bar{t}_1; \\ n &= n_c - \psi; \\ \bar{t}_o &= \frac{\bar{n}}{\lambda}.\end{aligned}\tag{4.46}$$

Индекс «—» означает, что принимаются средние значения: λ , t_o , t_1 , $t_{об}$, n .

Чаще всего распределение времени обслуживания по длительности выражается показательным законом.

В ТМО $\varphi < 1$, т.е. интенсивность обслуживания выше интенсивности требования. Тем не менее возникает очередь на обслуживание, поскольку $t_{об}$ по ряду причин величина переменная, а интервал между обслуживанием неритмичен. В результате, несмотря на то, что $\mu > \lambda$, возникают очереди.

Задачей ТМО в конечном счете является установление наиболее достоверных зависимостей между интенсивностью потока требований и производительностью (пропускной способностью) прибора, их количеством и эффективностью обслуживания системы.

Показателями эффективности функционирования системы могут быть t_o , t_1 , $t_{об}$, приведенная стоимость и др.

Теория массового обслуживания базируется на анализе случайных процессов. При решении тех или иных практических задач в каждом случае принимаются индивидуальные решения.

В качестве примера рассмотрим случай обслуживания асфальтобетонного смесителя на АБЗ автомобилями-самосвалами.

Имеется система «смеситель-автосамосвалы». При обычном расчете потребное количество автомобилей равно

$$N_a = \frac{t_1}{t_2},\tag{4.47}$$

где t_1 — полное время одного цикла автосамосвала;

t_2 — время погрузки самосвала.

Это выражение справедливо при строгом соблюдении графика работы, цикличности подачи автомобиля, высокой надежности работы смесителя и самосвалов. Однако на практике такой синхронной работы не наблюдается. Время t_1 , цикла самосвала неодинаковое и изменяется на 100-200 % в меньшую и большую сторону от среднего значения. Время погрузки тоже не одинаково. Система не конвейерная, она функционирует как система массового обслуживания, так как поток требований и его обслуживание базируются на случайных воздействиях. Следовательно, анализ системы может быть выполнен методами теории вероятностей. Эта система с позиции вероятностей может находиться в различных условиях (вариантах): смеситель простаивает из-за отсутствия 1, 2, ..., N самосвалов; смеситель полностью загружен работой (максимальное обслуживание). Вероятность каждого такого условия k вычисляют по формуле

$$P_k = \frac{N!}{(N-k)!} \left(\frac{\mu}{\gamma}\right) P_c, \quad (4.48)$$

где N – количество автосамосвалов в обращении $k = 0, 1, 2, \dots, N$;

μ – среднее количество рейсов за 1 час работы, $\mu = \frac{1}{t_1}$;

P_c – вероятность простоя смесителя;

γ – среднее количество самосвалов, находящихся под погрузкой в течение одного часа.

Из этого уравнения вероятность простоя смесителя

$$P_c = \frac{1}{\sum \frac{P_k}{P_c}}. \quad (4.49)$$

Вероятность простоя каждого самосвала

$$P_a = \frac{\sum (k-1) P_k}{N}. \quad (4.50)$$

Анализ показывает, что использование обычных методов расчета автомобилей (4.43) приводит к тому, что смеситель используют не полностью (максимум до 75 %), а простои под погрузкой достигают 10 %. С увеличением процента использования смесителя резко воз-

растает потребность в автосамосвалах. Поэтому для выбора оптимального соотношения в системе «смеситель-автосамосвалы» необходимо продолжить исследование по экономическому критерию.

В системном анализе используются методы теории игр, которая рассматривает развитие процессов как случайные ситуации.

Теория игр – это математическая *теория конфликтов*. Конфликт заключается в том, что интересы двух сторон не совпадают (борьба интересов) или стороны преследуют противоположные цели.

Примером конфликтной ситуации является, например, все спортивные игры. Игрок выбирает такую совокупность правил поведения (стратегию), которая обеспечивает ему желаемый результат-выигрыш.

Как правило, теория игр рассматривает конфликтные ситуации, при которых приходится принимать решения с частичным или полным отсутствием данных об обстановке. Поэтому могут быть и случайные ходы, эффект которых можно оценить в среднем математическим ожиданием. Результаты игры оценивают количественными показателями или условными числами: выигрыш +1, ничья 0, проигрыш –1.

Методы теории игр применяются не только для исследования конфликтных ситуаций в буквальном их понимании, но и для решения задач, в которых, например, в качестве «противника» выступает природа. Такие задачи возникают при строительстве различных сооружений, организации работ, организации транспортных процессов в сельском хозяйстве, метеорологии и др.

С помощью теории игр можно оценить наиболее благоприятные и неблагоприятные ситуации и на основе полученных данных принять оптимальное для данных условий решения. В теории игр важное значение имеет понятие *стратегии*, под которым подразумевают правила поведения каждой стороны в ответ на действие другой стороны.

Целью игры является обеспечение выигрыша. Чаще применяют наиболее полно разработанную теорию парной игры с нулевой ничьей, когда исследуется задача с двумя противоположными сторонами

A и B . При этом одна сторона выигрывает все, что проигрывает другая, т.е. сумма выигрышей равна нулю.

Если допустить, что каждая из сторон придерживается оптимальной стратегии, то они могут рассчитывать на равновесный средний выигрыш, называемый ценой игры γ . Решить игру – значит, найти пару оптимальных стратегий для A и B и цену игры. Игру называют конечной, если стороны располагают конечным числом стратегий. Так, если A имеет m стратегий, а $B - n$, то игра называется $m \times n$. Игровую стратегию задают матрицей игры (табл. 4.1). В матрице помещают средние выигрыши с соответствующей парой стратегий. Например, a_{12} – это выигрыш стороны A со стратегией A_1B_2 . При любой стратегии A сторона B стремится свести выигрыш A к минимуму a_{ij} . Поскольку имеется множество стратегий, то сторона A находит такую стратегию, при которой обеспечивался максимальный выигрыш, т.е. определяются наиболее благоприятные условия игры для стороны A . Этот результат – максимальный выигрыш A при некотором противодействии $B - \alpha = \max \times \min$ (максимин) – называют нижней ценой игры.

Таблица 4.1

Матрица игры

Стратегия A	Стратегия B			
	B_1	B_2	...	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
...	...	...	...	...
A_{1m}	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

Такая стратегия всегда обеспечивает стороне A выигрыш не ниже. Аналогично для B существует минимальный проигрыш $\beta = \min \max a_{ij}$. Величину β называют минимаксом или верхней ценой игры. Обычно ведут расчеты по принципу минимакса («осторожности»), т.е. находят такую стратегию, когда сторона A получает наилучший результат при наихудших действиях стороны B . Этот принцип является основным в теории игр, но обеспечивает определенный запас в инженерных расчетах.

Игры, для которых $\alpha = \beta$, имеют, по крайней мере, одно решение, что возможно при условии полной информации, т.е. тогда, когда каждая из сторон знает результаты всех предыдущих ходов своих и противника. Обычно $\alpha \neq \beta$, это игры смешанных стратегий. В этом случае выбор и оценку вероятности оптимальной стратегии производят из множества стратегий методами линейного программирования. На основе анализа стратегий составляют матрицу игры.

Исследуя матрицу, исключают заведомо нереальные стратегии и упрощают матрицы. Далее вычисляют α и β и определяют цену игры γ , которая находится в пределах $\alpha \leq \gamma \leq \beta$. По значению α, β, γ устанавливают оптимальную стратегию.

ПРИМЕР. Строительное управление планирует разработку грунта в зимний период. Имеется два варианта разработки, т.е. стратегии: A_1 – разработку грунта производить в мерзлом состоянии мощными землеройными машинами; A_2 – разработку грунта производить менее мощными машинами, в непромерзшем состоянии, используя снег как утеплитель, ограничивающий промерзание грунта на заранее установленную допустимую глубину.

В качестве противника выступает природа. Она имеет свою стратегию: B_1 – сильные морозы наступают после выпадения снега (грунт промерзает на небольшую глубину); B_2 – морозы наступают до выпадения снега (грунт сразу же промерзает на большую глубину). В этой игре ценой будет экономический эффект.

На основе анализа климатических условий за прошедшие годы задана матрица (табл. 4.2)

Таблица 4.2

Матрица по результатам анализа климатических условий

Стратегия A	Стратегия B		
	B_1	B_2	Минимумы строк
A_1	$a_{11} = 7$	$a_{12} = 8$	7
A_2	$a_{21} = 12$	$a_{22} = 4$	4
Максимумы столбиков	12	8	

Определим нижнюю и верхнюю цену игры: $\beta = \min \max (12, 8) = 8$; $\alpha = \min \max (7, 4) = 7$. Поскольку $\alpha \neq \beta$, то принимаем смешанную стратегию. Для игр 2×2 задачу можно решить упрощенным способом.

Вначале рассмотрим случай, когда сочетание климатических условий наиболее благоприятно, т.е. при нижней цене игры.

В этом случае

$$\begin{aligned} a_{11} + a_{22}P_2 &= \gamma; & 7P_1 + 12P_2 &= \gamma \\ a_{12}P_1 + a_{22}P_2 &= \gamma; & 8P_1 + 4P_2 &= \gamma, \end{aligned} \quad (4.51)$$

где P_1 и P_2 – вероятности событий.

$$\text{Так как } P_1 + P_2 = 1, \text{ то } P_1 = \frac{8}{9}, P_2 = \frac{1}{9}, \gamma = 7\frac{5}{9}.$$

Результаты анализа показывают, что если бы природа придерживалась благоприятной для строительной организации стратегии, то лучшим был бы вариант разработки промерзающего грунта (с учетом теплоизоляции снега), так как наступают сильные морозы до выпадения снега лишь один раз в 9 лет.

Однако разумнее допустить иной вариант – природные условия сложатся неблагоприятно для строителей. В этом случае (при верхней цене игры β) имеем

$$a_{11}g_1 + a_{12}g_2 = 7g_1 + 8g_2 = \gamma; \quad a_{21} + a_{22} = 12g_1 + 4g_2 = \gamma,$$

где g_1, g_2 – вероятности событий в этом случае.

$$\text{Так как } g_1 + g_2 = 1, \text{ то } g_1 = \frac{4}{9}, g_2 = \frac{5}{9}.$$

В этом наиболее неблагоприятном варианте в пяти зимах из девяти морозы наступают до выпадения снега. Поэтому оптимальной является такая стратегия, когда принимают производство работ в мерзлом грунте (без утепления снегов), чем создают необходимые резервы для успешного выполнения работ в любых климатических условиях.

Наиболее полно и глубоко можно выполнить системный анализ *методами кибернетики*, которая представляет собой науку о сложных динамических системах, способных воспринимать, хранить и перерабатывать информацию для целей оптимизации и управления.

Важнейшим понятием кибернетики как основы управления в природе и технике является понятие обратной связи, которая проявляется в отраженном влиянии на процесс его собственного действия.

Методы кибернетики тесно связаны со многими общенаучными методами, поскольку общенаучный характер закономерностей, принципов, средств и методов науки наиболее ярко выражен в кибернетике.

Этап теоретических разработок научного исследования включает следующие основные разделы:

- 1) анализ физической сущности процесса, явлений;
- 2) формулирование гипотезы исследования, построение, разработка физической модели;
- 3) проведение математического исследования;
- 4) анализ теоретических решений, формулирование выводов.

Может быть принята и другая структура теоретической части исследования, например, если не удастся выполнить математическое исследование, то формулируют рабочую гипотезу в словесной форме, привлекая графики и таблицы и др. Однако в технических науках, в том числе и строительной, необходимо стремиться к применению математизации выдвинутых гипотез и других научных выводов.

5

МЕТОДОЛОГИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

5.1. Общие сведения

Наиболее важной составной частью научных исследований является эксперимент. Слово эксперимент (на латинском *experimentum*) означает – *проба, опыт*.

Экспериментальные исследования – один из основных способов получения новых научных знаний. *Эксперимент* представляет собой научную постановку в точно учитываемых условиях опытов или наблюдений явления, позволяющую следить за его ходом, управлять им, воссоздавать его каждый раз при повторении этих условий.

От обычного пассивного наблюдения эксперимент отличается активным воздействием исследователя на изучаемое явление.

Основной целью эксперимента является проверка теоретических положений (выдвинутых гипотез), а также более широкое и глубокое изучение темы научного исследования.

Эксперимент должен быть проведен в кратчайший срок, по возможности с минимальными затратами материальных и денежных средств, при высоком качестве полученных результатов.

Различают эксперименты естественные и искусственные. *Естественные эксперименты* проводятся в естественных условиях существования объекта исследования, они характерны для изучения социальных явлений (социальный эксперимент) в обстановке, например, производства, быта и т.п.

Искусственный эксперимент широко применяется во многих научных исследованиях и в первую очередь в технических науках.

В процессе искусственного эксперимента изучают явление, изолированное до требуемой степени, чтобы оценить его в количественном и качественном отношении. Исследователь намеренно создает искусственные условия, которые, по замыслу экспериментатора, способствуют изучению свойств объекта исследования.

Иногда необходимо провести *поисковые* экспериментальные исследования. Они необходимы в том случае, если затруднительно классифицировать все факторы, влияющие на изучаемое явление вследствие отсутствия достаточных предварительных данных. На основе предварительных экспериментов строится программа исследований в полном объеме.

Экспериментальные исследования делятся также на лабораторные и производственные.

Лабораторные опыты проводят с применением типовых приборов, специальных моделирующих установок, стендов, оборудования и т.д.

Эти исследования позволяют наиболее полно и качественно, с требуемой повторяемостью изучить эти характеристики при изменении (варьировании) других.

Лабораторные опыты при достаточно полном научном обосновании эксперимента (математическое планирование) позволяют получить научную информацию с минимальными затратами.

Однако такие эксперименты не всегда полностью моделируют реальный ход изучаемого процесса, поэтому возникает потребность в проведении производственного эксперимента.

Производственные экспериментальные исследования дают возможность изучить процесс в реальных условиях с учетом воздействия различных случайных факторов производственной среды. Такие эксперименты проводят на строящихся объектах, заводах, эксплуатируемых дорогах, зданиях и сооружениях.

Вследствие, как правило, громоздкости опыта требуется особо тщательное продумывание и планирование эксперимента. Важное значение играет обоснование минимального потребного количества измерений. К производственным исследованиям относятся также специальные полевые экспедиции по обследованию эксплуатируе-

мых объектов. Например, для изучения процессов деформаций и разрушений конструкций дорог создают специальные экспедиции, обследующие конструкции в осенние и весенние периоды повышенного увлажнения.

Одной из разновидностей производственного эксперимента является собирание материалов в организациях, которые накапливают по стандартным формам те или иные данные. Ценность этих материалов заключается в том, что они систематизированы за многие годы по единой методике. Такие данные хорошо поддаются обработке методами статистики и теории вероятностей.

В ряде случаев производственный эксперимент эффективно проводить *методом анкетирования (псевдоэксперимент)*.

Для изучаемого процесса составляют тщательно продуманную методику. Основные данные собирают *методом опроса* производственных организаций по предварительно составленной анкете. Этот метод позволяет собрать очень большое количество данных наблюдений или измерений по изучаемому вопросу. К результатам анкетных данных следует относиться с особой тщательностью, так как они не всегда содержат достаточно надежные данные. Особую роль здесь играет *метод статистической чистки измерений*.

Производственные экспериментальные исследования могут быть заменены опытами на специальных полигонах. *Полигонные испытания* позволяют производить исследования без нарушения технологического производственного ритма, что повышает эффективность использования применяемого в эксперименте оборудования, машин, приборов.

В зависимости от темы научного исследования объем экспериментов может быть различным. В лучшем случае для подтверждения рабочей гипотезы достаточно лабораторного эксперимента, в худшем – приходится проводить серию экспериментальных исследований: предварительные (поисковые), лабораторные, полигонные на эксплуатируемом объекте.

В ряде случаев на эксперимент затрачивается большое количество средств. Научный работник производит огромное количество наблюдений и измерений, получает множество диаграмм, графиков,

выполняет неоправданно большое количество экспериментов и испытаний. На обработку и анализ такого эксперимента затрачивается много времени. Иногда оказывается, что выполнено много лишнего, ненужного. Все это происходит, когда экспериментатор четко не обосновал цель и задачи эксперимента. В других случаях результаты длительного, обширного эксперимента не полностью подтверждают рабочую гипотезу научного исследования. Как правило, это также свойственно для эксперимента с четко не обоснованными целью и задачами. Поэтому прежде чем приступить к экспериментальным исследованиям, необходимо разработать методологию эксперимента.

Методология эксперимента – это общая структура (проект) эксперимента, то есть постановка и последовательность выполнения экспериментальных исследований. Методология эксперимента включает следующие основные этапы:

- 1) разработку гипотезы, подлежащей проверке;
- 2) разработку программы экспериментальных исследований;
- 3) оценку измерений и выбор методов и средств для проведения эксперимента;
- 4) математическое планирование эксперимента с одновременным проведением экспериментального исследования, обработкой и анализом полученных данных.

5.2. Разработка программы эксперимента

Программа эксперимента включает:

- 1) *Введение*. Обоснование темы. Цель и задачи исследования. Исполнители темы (организация, авторы). Сроки выполнения темы. Информация о заказчике и ассигновании исследований.
- 2) *Рабочая гипотеза*. Описывается научное предположение, которое является объектом исследования. Научное предположение (гипотеза) теоретически обосновывается.
- 3) *Исходные материалы*, на которых предполагается выполнять исследование (или объект исследования, его характеристика).

4) *Календарный план работ.* Он составляется по определенной форме, где должно быть указаны № этапа, наименование этапа и его краткое описание, процент от общего объема запланированного исследования, сроки начала и окончания, исполнитель и затраты (в рублях) на выполнение этапа.

5) *Методика экспериментального исследования.* Она составляет основу программы. Методика представляет собой описание системы приемов или способов для последовательного и наиболее эффективного осуществления экспериментального исследования. Она обычно описывается в той последовательности, в которой изложены этапы исследования календарного плана.

Обычно методика включает в себя: цель и задачи эксперимента (исследования) по каждому этапу; выбор варьирующих факторов; обоснование приемов, средств и способов проведения исследования и количества измерений; описание проведения эксперимента; обоснование способов обработки и анализа результатов.

6) При необходимости в программу исследований включаются *работы по конструированию и изготовлению приборов, аппаратов и приспособлений*, их методическое обследование, а также программы опытно-производственных испытаний.

7) Описание *материальной базы*, необходимой для проведения исследований.

8) *Командировки.* Обосновывается необходимость командировок с указанием города, организации и срока для выполнения работы.

9) *Особые условия* (при необходимости), обеспечивающие выполнение работ, условия взаимоотношений по отдельным вопросам с заказчиком (если тема хоздоговорная).

Как уже указывалось, методика является основой программы экспериментальных исследований.

Определение цели и задачи эксперимента – один из наиболее важных этапов.

Определение цели и задач эксперимента производится на основе анализа информации, гипотезы и теоретических разработок. Вся научная информация позволяет в той или иной степени судить об

ожидаемых закономерностях изучаемого процесса, а следовательно, и определить задачи эксперимента.

Четко обоснованные задачи – это уже большой вклад в их решение.

Количество задач не должно быть слишком большим. Для конкретного (не комплексного) эксперимента оптимальным количеством является 3-4 задачи. В большом, комплексном эксперименте их может быть 8-10.

Выбор варьируемых факторов – это установление основных и второстепенных характеристик, влияющих на исследуемый процесс. Вначале анализируют расчетные (теоретические) схемы процесса. На основе этого ранжируют все факторы по степени важности для данного эксперимента.

Правильный выбор основных и второстепенных факторов играет важную роль в эффективности эксперимента, поскольку эксперимент в известной степени сводится к нахождению зависимостей между этими факторами.

В отдельных случаях трудно сразу выявить роль основных и второстепенных факторов. При этом необходимо выполнить большой по объему предварительный поиск (*поисковый эксперимент*).

Основным принципом установления степени важности характеристики является ее роль в исследуемом процессе. Для этого изучают процесс в зависимости от какой-то одной переменной при остальных постоянных. Такой принцип проведения эксперимента оправдывает себя лишь в тех случаях, когда переменных характеристик мало – 1-3.

Если же переменных величин много, целесообразен принцип многофакторного эксперимента (анализа), рассматриваемый ниже.

Выбор средств измерений – это выбор необходимых для наблюдений и измерений приборов, оборудования, машин, аппаратов и др. Естественно, что в первую очередь используют стандартные, серийно выпускаемые машины и приборы, работа на которых регламентирована инструкциями, ГОСТами и другими официальными документами. В отдельных случаях возникает потребность в создании уникальных приборов, установок, стендов и т.д., которая должна быть теоретически и практически обоснована.

Очень ответственной частью является установление точности измерений и погрешностей. Методы измерений должны базироваться на законах специальной науки – *метрологии*.

При экспериментальном изучении одного и того же процесса (наблюдения и измерения) повторные отсчеты на приборах, как правило, неодинаковы. Отклонения объясняются различными причинами – неоднородностью свойств изучаемого тела, несовершенностью приборов и классов точности, субъективными особенностями экспериментатора и др. Чем больше случайных факторов, влияющих на опыт, тем больше отклонения отдельных измерений от среднего значения. Это требует повторных измерений, а следовательно, необходимо знать их потребное минимальное количество. Под потребным минимальным количеством понимают такое количество измерений, которое в данном опыте обеспечивает устойчивое среднее значение измеряемой величины, удовлетворяющее заданной степени точности. Установление потребного минимального количества измерений имеет большое значение, поскольку обеспечивает получение наиболее объективных результатов при минимальных затратах времени и средств.

В методике подробно описывают *процесс проведения эксперимента*. Вначале составляют последовательность (очередность) проведения операций измерения и наблюдений. Затем тщательно описывают каждую операцию с учетом выбранных методов проведения эксперимента.

Важное внимание уделяют *методам контроля качества операций*; разрабатывают формы записи результатов наблюдений и измерений.

Важным разделом методики является *выбор методов обработки и анализа экспериментальных данных*. Обработка данных сводится к систематизации всех цифр, классификации, анализу. Результаты экспериментов должны быть сведены в удобочитаемые формы записи-таблицы, графики, формулы номограммы, позволяющие быстро и доброкачественно сопоставлять полученные данные.

Особое внимание в методике должно быть уделено *математическим методам обработки и анализу опытных данных* – установ-

лению эмпирических зависимостей, аппроксимации связей между варьируемыми характеристиками, установлению критериев и доверительных интервалов и др.

После установления методики определяют *объем и трудоемкость экспериментальных исследований*, которые зависят от глубины теоретических разработок, степени точности принятых средств измерения. Чем четче сформулирована теоретическая часть исследования, тем меньше объем эксперимента.

Возможны три случая проведения эксперимента:

1) теоретически получена аналитическая зависимость, которая однозначно определяет исследуемый процесс. Например: $y = 3e^{-2x}$. В этом случае объем эксперимента для подтверждения данной зависимости минимален, поскольку функция однозначно определяется экспериментальными данными;

2) теоретическим путем установлен лишь характер зависимости. Например: $y = ae^{-kx}$. Экспериментальным путем необходимо определить a и k . При этом объем эксперимента возрастает;

3) теоретически не удалось получить каких-либо зависимостей. Разработаны лишь предположения о качественных закономерностях процесса. В этом случае целесообразен поисковый эксперимент.

После установления объема экспериментальных исследований составляют перечень необходимых средств измерения, объем материалов, список исполнителей, календарный план и смету расходов. Программу экспериментальных исследований рассматривает научный руководитель, ее обсуждают в научном коллективе и утверждают в установленном порядке.

5.3. Подготовка приборов и экспериментальных установок к работе, их тарировка

После выбора соответствующих приборов, аппаратов, установок производится подготовка их к работе и тарировка. Исследователь тщательно знакомится с инструкцией по наладке приборов, аппара-

тов, оборудования и пользованию ими. Проверяет надежность крепления, наличие заземления, ограждающих устройств и после этого приступает к работе. В первую очередь следует обратить внимание на цену делений градуированных шкал, оттарировать прибор в соответствии с инструкцией. Приступая к работе на любом оборудовании, необходимо изучить и строго соблюдать правила техники безопасности.

При работе на приборах, аппаратах и т.д. следует создать удобные условия с тем, чтобы получаемые данные точно соответствовали и оценивали состояние исследуемого процесса.

5.4. Методы оценки измерений

Методы оценки измерений являются основной составной частью любого эксперимента. От тщательности измерений и последующих вычислений зависят его результаты. Поэтому каждый экспериментатор должен знать закономерности измерительных процессов: уметь правильно измерить изучаемые величины, оценить погрешности при измерениях; правильно, с требуемой точностью, вычислить значение величин и их минимальное количество; определить наилучшие условия измерений, при которых ошибки будут наименьшими, и произвести общий анализ результатов измерений.

Измерение – это процесс нахождения какой-то физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств. Это познавательный процесс сравнения величины чего-либо с известной величиной, принятой за единицу (эталон).

Измерения бывают: *статистические*, когда измеряемая величина не изменяется, и *динамическими*, когда измеряемая величина меняется (например, измерения пульсирующих процессов). Измерения разделяются на прямые и косвенные.

При *прямых* измерениях искомую величину устанавливают непосредственно из опыта; при *косвенных* – функционально от другой величины, определенных прямыми измерениями: $b = f(a)$, где b – величина, найденная с помощью косвенных измерений; a – то же, но с помощью прямых измерений.

Различают три класса измерений:

1) *особо точные* – эталонные измерения с максимально возможной точностью. Этот класс почти не применяется в экспериментальных исследованиях строительного производства;

2) *высокоточные* – измерения, погрешность которых не должна превышать заданных значений. Этот класс измерений используется при некоторых наиболее ответственных экспериментах, а также для контрольно-проверочных измерений приборов;

3) *технические* измерения, в которых погрешность определяется особенностями средств измерения.

Различают также абсолютные и относительные измерения.

Абсолютные – это прямые измерения в единицах измеряемой величины, например, влажность материала в процентах (ω).

Относительные – измерения, представленные отношением измеряемой величины к одноименной величине, принимаемой за сравнимую. Например, относительная влажность материала $\frac{\omega}{\omega_T}$, где

ω_T – абсолютная влажность материала при определенных условиях.

Результаты измерений оцениваются различными **показателями**.

Погрешность измерения – это алгебраическая разность между действительным значением измеряемой величины x_g и значением, полученным при измерении x_i :

$$\varepsilon = x_g - x_i. \quad (5.1)$$

Измерение x_g – это такое значение измеряемой величины, которое заведомо точнее, чем получаемое при измерении. С некоторым допущением x_g можно считать истинным или точным значением величины.

Значение ε иногда называют абсолютной ошибкой измерения. Относительная ошибка измерения

$$\delta = \pm \frac{\varepsilon}{x_g} 100, \% \quad (5.2)$$

Точность измерения – это степень приближения измерения к действительному значению величины.

Достоверность измерения показывает степень доверия к результатам измерения, т.е. вероятность отклонений измерения от действительных значений.

Чтобы повысить точность и достоверность измерений, необходимо уменьшить погрешности. Погрешность при измерениях возникает вследствие ряда причин: несовершенства методов и средств измерений, недостаточно тщательного проведения опыта, влияния различных внешних факторов в процессе опыта, субъективных особенностей экспериментатора и др.

Погрешности классифицируются на систематические и случайные.

Систематические – это такие погрешности, которые при повторных экспериментах остаются постоянными (или изменяются по известному закону). Если численные погрешности этих экспериментов известны, то их можно учесть во время повторных измерений.

Случайными называются погрешности, возникающие чисто случайно при повторном измерении. Эти измерения не могут быть исключены как систематические. Однако при наличии многократных повторений с помощью систематических методов можно исключить наиболее отклоняющиеся случайные измерения.

Разновидностью случайных погрешностей являются *грубые погрешности* или *промахи*, существенно превышающие систематические или случайные погрешности.

Промахи и грубые погрешности вызваны, как правило, ошибками экспериментатора. Их легко обнаружить. В расчет эти погрешности не принимаются и при вычислении их исключают. Таким образом, можно записать

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 ,$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – систематические и случайные погрешности измерений.

В процессе эксперимента трудно отличить систематические погрешности от случайных. Однако при тщательном и многократном эксперименте все же можно исключить систематические погрешности (ошибки).

Основная задача измерений заключается в том, чтобы получить по возможности результаты измерений с меньшими погрешностями.

Какие же существуют основные принципы и методы устранения систематических и случайных ошибок?

Систематические погрешности можно разделить на 5 групп:

1) инструментальные – возникающие вследствие нарушения средств измерений: дополнительных люфтов или трения, неточности градуированной шкалы, износа и старения узлов и деталей средств измерения и т.д.;

2) погрешности, возникающие из-за неправильной установки средств измерений;

3) погрешности, возникающие в результате действия внешней среды (высоких воздушных, магнитных и электрических полей, атмосферного давления и влажности воздуха, вибрации и колебаний транспорта от движущегося транспорта и т.д.);

4) субъективные погрешности вследствие индивидуальных физиологических, психолого-физиологических, антропологических свойств человека;

5) погрешности метода. Они появляются в результате обоснованного метода измерений (при различных упрощениях схем или функциональных зависимостей, при отсутствии теоретических обоснований метода измерения, малом количестве повторений и др.).

Систематические погрешности могут быть постоянными или переменными, увеличивающимися или уменьшающимися в процессе эксперимента. Их обязательно нужно исключать. Известны случаи когда из-за наличия систематических погрешностей делались неправильные научные выводы из эксперимента.

Устранены систематические погрешности могут быть следующими методами: часто от систематических погрешностей 1, 2, 3, 5 групп можно избавиться до начала эксперимента путем регулировки или ремонта средств измерения, тщательной проверки установки средств измерений, устранения нежелательных воздействий внешней среды. Особое внимание должно быть уделено обоснованию теории и методики измерений. Одним из эффективных методов устранения систематических ошибок 1-3 групп является исключение их в процессе эксперимента. Основным принципом исключения является *повторное измерение величин*.

Применяют также метод *замещения*. При измерении x_i вместо исследуемого объекта устанавливают «эталонный образец», заранее измеренный с высокой точностью. Разность в измерениях позволит найти погрешность измерительного средства.

Если все же нельзя установить значения систематических погрешностей, то ограничиваются оценкой их границ.

При проведении с одинаковой тщательностью тех или иных экспериментов результаты определения одной и той же величины, как правило, отличаются между собой, что свидетельствует о наличии *случайных погрешностей*. Каждый экспериментатор, анализируя результаты измерений, должен уметь правильно оценить неизбежно возникающие случайные погрешности, к которым относятся также промахи и грубые погрешности.

Наиболее типичными причинами промахов являются *ошибки при наблюдениях*: неправильный отсчет по шкале измерительных приборов, описки (ошибки) при записи результатов измерений, различные манипуляции с приборами и отдельными узлами (перестановка, замена блоков, проверка и т.д.), неисправности прибора, а также внезапно изменившиеся условия эксперимента.

Анализ случайных погрешностей основывается на *теории случайных ошибок*. Эта теория позволяет с определенной гарантией вычислить действительные значения и оценить возможные ошибки, по которым судят о действительном значении искомой величины.

В основе теории случайных ошибок лежат следующие предположения:

- 1) при большом числе измерений случайные погрешности одинаковой величины, но разного знака, встречаются одинаково часто;
- 2) большие погрешности встречаются реже, чем малые, или вероятность появления погрешности уменьшается с ростом ее величины;
- 3) при бесконечно большом числе измерений истинное значение измеряемой величины равно среднеарифметическому значению всех результатов измерений;
- 4) появление того или иного результата измерения как случайного события описывается нормальным законом распределения, ес-

ли число измерений больше 30, или распределением Стьюдента, если количество измерений меньше 30.

Различают генеральную и выборочную совокупность измерений.

Под *генеральной совокупностью измерений* подразумевают все множество возможных значений измерений x_i или возможных значений погрешностей Δx_i , обычно количество измерений n бесконечно.

Для *выборочной совокупности измерений* величина n ограничена, и в каждом конкретном случае строго определяется.

Обычно считают, что если $n > 30$, то среднее значение данной совокупности измерений $\bar{x}$ достаточно приближается к его истинному значению.

Теория случайных ошибок позволяет решить две задачи:

- 1) оценить точность и надежность измерения при данном количестве замеров;
- 2) определить минимальное количество замеров, гарантирующее требуемую (заданную) точность и надежность измерения.

Рассмотрим первую задачу при большом количестве измерений, $n > 30$. Разброс показателей (однородность) измерения характеризуется величиной дисперсии σ^2 и коэффициентом вариации (изменчивости) K_v :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}; \quad K_v = \frac{\sigma}{\bar{x}}, \quad (5.3)$$

где $\bar{x}$ – среднее арифметическое из всех величин замеров;

n – количество измерений.

Чем больше σ и K_v , тем больше разброс показателей измерений. Зная величину σ и K_v , можно определить доверительный интервал и доверительную вероятность (надежность) измерения.

Доверительным интервалом называется $\bar{x} \pm \mu$ ($\mu = \bar{x} - x_i$) интервал значений x_i , в которое попадает истинное значение x_g измеряемой величины с заданной вероятностью.

Доверительной вероятностью (надежностью) измерения называется вероятность $\Phi(t)$ того, что истинное значение x_g измеряемой

величины попадает в данный доверительный интервал. Это величина определяется в долях единицы или в процентах.

Обычно доверительный интервал находится по формуле

$$\mu = \pm t\sigma, \quad (5.4)$$

где t – гарантийный коэффициент.

Доверительная вероятность, гарантийный коэффициент и значение x_i связаны соотношением

$$\Phi(t) = \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) = \frac{2}{H\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{x_i^2}{2}} dx_i. \quad (5.5)$$

Функцию $\Phi(t)$ называют *интегралом вероятностей* или *интегралом Лапласа*. Численные значения интеграла вероятности приведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Численные значения интеграла вероятности

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0,00	0,0000	0,45	0,3473	0,90	0,6319	1,35	0,8230	1,80	0,9281
0,05	0,0399	0,50	0,3829	0,95	0,6579	1,40	0,8385	1,85	0,9357
0,10	0,0797	0,55	0,4177	1,00	0,6827	1,45	0,8529	1,90	0,9426
0,15	0,1192	0,60	0,4515	1,05	0,7063	1,50	0,8664	1,95	0,9488
0,20	0,1585	0,65	0,4843	1,10	0,7287	1,55	0,8789	2,00	0,9545
0,25	0,1974	0,70	0,5161	1,15	0,7419	1,60	0,8904	2,25	0,9756
0,30	0,2357	0,75	0,5467	1,20	0,7699	1,65	0,9011	2,50	0,9876
0,35	0,2737	0,80	0,5763	1,25	0,7887	1,70	0,9109	3,00	0,9973
0,40	0,3108	0,85	0,6047	1,30	0,8064	1,75	0,9199	4,00	0,9999

Величину $1-\Phi(t)$ называют *уровнем значимости*. Она показывает, что при нормальном законе распределения погрешность, превышающая доверительный интеграл, будет встречаться один раз из n_u измерений

$$n_u = \frac{\Phi(t)}{1-\Phi(t)}, \quad (5.6)$$

иначе приходится браковать одно показание из « n_u » измерений.

Зная величины σ и $K\sigma$, можно дать характеристику качества измерений.

ПРИМЕР. Допустим, испытано 53 образца бетона. Определено, что средняя прочность при сжатии $\bar{R} = 201 \text{ кг·с/см}^2$, $\sigma = 27 \text{ кг·с/см}^2$. Задаваясь величиной t (гарантийный коэффициент), можно определить доверительный интервал μ_1 и доверительную вероятность $\Phi(t)$ измерения по табл. 6.1.

Так, при $t = 1$, $\mu = \pm t \sigma = 1 \cdot 27 = \pm 27 \text{ кг·с/см}^2$, т.е. $R = 201 \pm 27 \text{ кг·с/см}^2$. Из табл. 6.1 определим доверительную вероятность $\Phi(t) = 0,683$. Значит, из 1000 измерений 683 попадает в данный доверительный интервал, а 317 результатов выходят за его пределы. При $t = 3$, $\mu = 3 \cdot 27 = 81 \text{ кг·с/см}^2$, т.е. $R = 201 + 81 = 282 \text{ кг·с/см}^2$. По табл. 6.1 $\Phi(t) = 0,997$, следовательно, из 1000 измерений 997 попадает в данный доверительный интервал и только 3 измерения выходят за его пределы.

Для строительства обычно принимают, что гарантийный коэффициент изменяется от 2 до 3.

При выполнении измерений нужно знать их точность m , которую обычно характеризуют величиной σ_0 – среднеарифметическое значение среднеквадратичного отклонения σ :

$$\sigma_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \quad m = \frac{\sigma_0}{\bar{x}}. \quad (5.7)$$

Величину σ_0 часто называют средней ошибкой. Доверительный интервал ошибки, точность измерения m определяются аналогично, как и для величины измерений: $\mu = t\sigma_0$.

По величине t легко определить доверительную вероятность (надежность) точности (ошибки) из табл. 5.1.

В исследованиях часто по заданной точности m и доверительной вероятности (надежности) измерения определяют минимальное количество измерений, гарантирующее требуемой величины m и $\Phi(t)$. Для этой цели в большинстве случаев используют приближенную зависимости:

$$N_{\min} = \frac{\sigma^2 t^2}{\sigma_0^2}. \quad (5.8)$$

В относительных величинах выражение (5.8) принимает вид:

$$N_{\min} = \frac{K_{\epsilon}^2 t^2}{m^2}, \quad (5.9)$$

где K_{ϵ} – коэффициент вариации (изменчивость), %;

m – точность измерений, %.

Для вычисления минимального количества измерений $N_{\min}$ может быть принята такая последовательность:

1) проводят предварительный эксперимент с количеством измерений n , которое составляет в зависимости от трудоемкости опыта от 20 до 50;

2) вычисляют среднеквадратичное отклонение σ по выражению (5.3);

3) в соответствии с поставленной задачей эксперимента, устанавливают требуемую точность измерений, которая должна быть не менее точности прибора;

4) устанавливают нормированное отклонение μ , величину которого обычно задают; она зависит также от точности метода. Например, при большой точности измерений и трудоемком эксперименте можно принять $t = 2$; при малой – $t = 3$. Так, измеряя влажность материалов можно принять $t = 2$, плотность, размеры тел $t = 2,5$.

Из выражения (5.8) определяют $N_{\min}$. В дальнейшем в процессе эксперимента число измерений не должно быть меньше $N_{\min}$.

Оценки измерений с помощью величины σ и σ_0 по приведенным методам справедливы при больших $n > 30$. Для нахождения границ доверительного интервала при малых значениях n применяют метод, предложенный в 1908 г. английским математиком В. С. Госсетом (псевдоним Стьюдент).

Уравнение распределения Стьюдента имеет вид:

$$Y = \frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\sqrt{\pi} \sqrt{n-1} \Gamma(\frac{n-1}{2}) (1 + \frac{x^2}{n-1})^{0,5n}}, \quad (5.10)$$

где $\Gamma(n)$ – гамма-функция.

Кривые распределения Стьюдента при $n \rightarrow \infty$ (практически при $n > 20$) переходят в кривые нормального распределения на рис. 5.1.

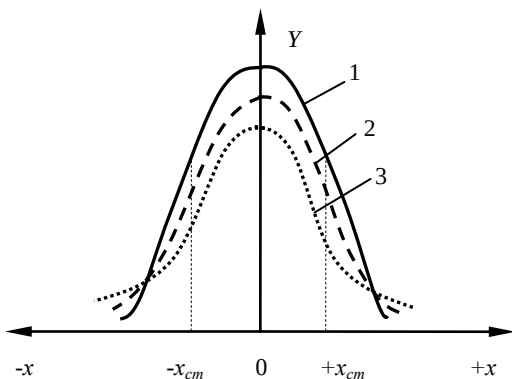


Рис. 5.1. Кривые распределения Стьюдента для различных значений n
1) $n \rightarrow \infty$; 2) $n = 10$; 3) $n = 2$

Для малой выборки доверительный интервал

$$\mu_{cm} = \sigma_0 \alpha_{cm}, \quad (5.11)$$

где α_{cm} – критерий Стьюдента, принимаемый по табл. 5.2 в зависимости от значения доверительной вероятности Φ_{cm} .

Зная μ_{cm} , можно вычислить действительное значение изучаемой величины для малой выборки:

$$x_g = \bar{x} \pm \mu_{cm}. \quad (5.12)$$

Таблица 5.2

Значения критерия Стьюдента

n	Значения α_{cm} при Φ_{cm}					
	0,8	0,9	0,95	0,99	0,995	0,999
2	3,080	6,31	12,71	63,70	127,30	637,20
3	1,886	2,92	4,30	9,92	14,10	31,60
4	1,638	2,35	3,18	5,84	7,50	12,94
5	1,533	2,13	2,77	4,60	5,60	8,61
6	1,476	2,02	2,57	1,03	4,77	6,86

n	Значения α_{cm} при Φ_{cm}					
	0,8	0,9	0,95	0,99	0,995	0,999
7	1,440	1,94	2,45	3,71	4,32	5,96
8	1,415	1,90	2,36	2,50	4,03	5,40
9	1,397	1,86	2,31	3,36	3,83	5,04
10	1,383	1,83	2,26	3,25	3,69	4,78
12	1,363	1,80	2,20	3,11	3,50	4,49
14	1,350	1,77	2,16	3,01	3,37	4,22
16	1,341	1,75	2,13	2,95	3,29	4,07
18	1,333	1,74	2,11	2,90	3,22	3,96
20	1,328	1,73	2,09	2,86	3,17	3,88
30	1,316	1,70	2,04	2,75	3,20	3,65
40	1,306	1,68	2,02	2,70	3,12	3,55
50	1,298	1,68	2,01	2,68	3,09	3,50
60	1,290	1,67	2,00	2,66	3,06	3,46
	1,282	1,64	1,96	2,58	2,81	3,29

Возможна иная постановка задачи. По n известных измерений малой выборки определить доверительную вероятность Φ_{cm} при условии, что погрешность среднего значения не выйдет за пределы $\pm \mu$.

Задачу решают в такой последовательности: вычисляют среднее значение $\bar{X}$, σ_0 и $\alpha_{cm} = \frac{\mu_{cm}}{\sigma_0}$. Затем по величине α_{cm} , известному n и данным табл. 5.2 определяют доверительную вероятность.

Оценка результатов измерений, содержащих грубые ошибки.

Появление этих ошибок вполне вероятно, а наличие их ощутимо влияет на результат измерений. Так, уже одна грубая ошибка в 25 измерениях значительно искажает экспериментальные данные.

При анализе эксперимента следует прежде всего исключить то или иное измерение, необходимо убедиться, что это действительно грубая ошибка, а не отклонение вследствие статистического разброса.

Известно несколько *методов определения грубых ошибок статистического ряда*.

1. Пусть имеется статистический ряд малой выборки, подчиняющийся закону нормального распределения. При наличии грубых ошибок критерий их появления

$$\beta_1 = \frac{x_{\max} - \bar{x}}{\sqrt{\frac{n-1}{n}}\sigma}; \quad \beta_1 = \frac{\bar{x} - x_{\min}}{\sqrt{\frac{n-1}{n}}\sigma}, \quad (5.13)$$

где $x_{\max}, x_{\min}$ – наибольшее и наименьшее значение из n измерений.

В табл. 5.3 приведены в зависимости от доверительной вероятности максимальные значения $\beta_{\max}$, возникающие вследствие статистического разброса. Если $\beta_1 > \beta_{\max}$, то значение $x_{\max}$ необходимо исключить из статистического ряда как грубую ошибку.

При $\beta_2 < \beta_{\max}$ исключается величина $x_{\min}$. После исключения грубых ошибок определяют новые значения $\bar{x}$ и σ из $n-1$ или $n-2$ измерений.

Таблица 5.3

Критерий грубых ошибок

n	$\beta_{\max}$ при $\Phi(t)$			n	$\beta_{\max}$ при $\Phi(t)$			n	$\beta_{\max}$ при $\Phi(t)$		
	0,90	0,95	0,99		0,90	0,95	0,99		0,90	0,95	0,99
3	1,41	1,41	1,41	11	2,19	2,34	2,61	19	2,43	2,60	2,93
4	1,64	1,69	1,72	12	2,23	2,39	2,66	20	2,45	2,62	2,96
5	1,79	1,87	1,96	13	2,26	2,43	2,71	25	2,54	2,72	3,07
6	1,89	2,00	2,13	14	2,30	2,46	2,76	30	2,61	2,79	3,16
7	1,97	2,09	2,26	15	2,33	2,49	2,80	35	2,67	2,85	3,22
8	2,04	2,17	2,37	16	2,35	2,52	2,84	40	2,72	2,90	3,28
9	2,10	2,24	2,46	17	2,38	2,55	2,87	45	2,76	2,95	3,33
10	2,15	2,29	2,54	18	2,40	2,58	2,90	50	2,80	2,99	3,37

2. Второй период установления грубых ошибок основан на использовании критерия В. И. Романовского и также применим для малой выборки. Методика сводится к следующему. Задаются доверительной вероятностью $\Phi(t)$ и по табл. 5.4 в зависимости от n находят коэффициент q .

Таблица 5.4

Коэффициент q

n	$\beta_{\max}$ при $\Phi(t)$				n	$\beta_{\max}$ при $\Phi(t)$			
	0,95	0,98	0,99	0,995		0,95	0,98	0,99	0,995
2	15,56	38,97	77,96	779,7	10	2,37	2,96	3,41	5,01
3	4,97	8,04	11,46	36,5	12	2,29	2,83	3,23	4,62
4	3,56	5,08	6,530	14,46	14	2,24	2,74	3,12	4,37
5	3,04	4,10	5,04	9,43	16	2,20	2,68	3,04	4,20
6	2,78	3,64	4,36	7,41	18	2,17	2,64	3,00	4,07
7	2,62	3,36	3,96	6,37	20	2,15	2,60	2,93	3,98
8	2,51	3,18	3,71	5,73		1,96	2,33	2,58	3,29
9	2,43	3,05	3,54	5,31					

Вычисляют предельную допустимую ошибку отдельного измерения:

$$\varepsilon_{np} = \sigma q. \quad (5.14)$$

Если $\bar{x} - x_{\max} > \varepsilon_{np}$, то измерение $x_{\max}$ исключают из ряда наблюдений. Этот метод более требователен к очистке ряда.

При анализе измерений можно применять для приближенной оценки следующую методику: вычисляют σ_0 по выражению (5.3); принимают доверительную вероятность Φ_{cm} и находят доверительные интервалы μ_{cm} по выражению (5.11); окончательно устанавливают действительное значение измеряемой величины x_g по формуле (5.12). Приведенная методика целесообразна лишь для второстепенных экспериментов.

При проведении более глубокого анализа экспериментальных данных рекомендуется следующая методика.

1) После получения экспериментальных данных в виде статистического ряда его анализируют. Проводя повторные измерения в одних и тех же условиях, предварительно исключают систематические ошибки.

2) Анализируют ряд в целях обнаружения грубых ошибок и промахов; устанавливают подозрительные значения $x_{\max}$ или $x_{\min}$; определяют среднеквадратичное отклонение σ ; вычисляют по выражению (5.13) критерий β_1 и β_2 и сопоставляют с $\beta_{\max}$ и $\beta_{\min}$; исключают при необходимости из статистического ряда $x_{\max}$ или $x_{\min}$ и получают новый очищенный статистический ряд из новых членов.

3) Вычисляют среднеарифметическое $\bar{x}$ погрешности отдельных измерений $x - x_i$ и среднеквадратичное очищенного ряда σ .

4) Находят среднеквадратичное σ_0 серии измерений, коэффициент вариации K_σ .

5) При большой выборке задаются доверительной вероятностью $\Phi(t)$ или уравнением значимости $1 - \Phi(t)$ и по табл. 5.1 определяют t . При малой выборке ($n \leq 20$) в зависимости от принятой доверительной вероятности Φ_{cm} и числа членов ряда n принимают коэффициент Стьюдента α_{cm} , по формуле (5.4) для большой выборки или по формуле (5.11) для малой выборки определяется доверительный интервал.

6) Устанавливают по формуле (5.12) действительное значение исследуемой величины.

7) Оценивают относительную погрешность результатов серии измерений при заданной доверительной вероятности $\Phi(t)$ и Φ_{cm}

$$\delta = \frac{\sigma_o \alpha_{cm}}{\bar{x}} \cdot 100\% . \quad (5.15)$$

Если величина погрешности серии измерений соизмерима с величиной погрешности прибора (B_{np}), то границы доверительного интервала можно вычислить так:

$$\mu_{cm} = \sqrt{\alpha_{cm}^2 \sigma_o^2 + \left[\frac{\alpha_{cm}(\infty)}{3} \right] B_{np}} . \quad (5.16)$$

Формулой (5.16) следует пользоваться при $\alpha\sigma_o \leq 3B_{np}$, если же $\alpha\sigma_o > 3B_{np}$, то доверительный интервал вычисляют с помощью формул (5.3) или (5.11).

ПРИМЕР. Имеется 18 измерений. Необходимо их проанализировать. Результаты анализа средств и результатов показал, что систематических ошибок в эксперименте не обнаружено (табл. 5.5).

Таблица 5.5

Пример статистического анализа экспериментальных данных

№	$\tilde{o}_i$	$\tilde{o}_i - \bar{x}'$	$\tilde{o}_i - \bar{x} - \frac{\varepsilon - \tilde{o}_i - \bar{x}_i}{n}$	$(\tilde{o}_i - \bar{x}')^2$
1	67	-8	-7,83	64
2	67	-8	-7,83	64
3	68	-7	-6,83	49
4	68	-7	-6,83	49
5	69	-6	-5,83	36
6	70	-5	-4,83	25
7	71	-4	-3,83	16
8	73	-2	-1,83	4
9	74	-1	-0,83	1
10	75	0	+0,17	0
11	76	+1	+1,17	1
12	77	+2	+2,17	4
13	78	+3	+3,17	9
14	79	+4	+4,17	16
15	80	+5	+5,17	25
16	81	+6	+6,17	36
17	82	+7	+7,17	49
18	92	+17	+17,17	289
	$\bar{x} = 74,83$	$\Sigma = -3$		
Проверка: -46,5 +46,5				$\Sigma = 737$

Выясним, не содержат ли измерения грубых ошибок. Воспользуемся первым методом (критерий $\beta_{\max}$). Вычислим среднеарифметическое $\bar{x}$ и среднеквадратичное отклонение σ . При вычислении удобно пользоваться следующей формулой:

$$\bar{x} = \bar{x}' + \frac{x_i - \bar{x}'}{n},$$

где $\bar{x}'$ – среднее произвольное число.

Для вычисления $\bar{x}$ примем произвольно $\bar{x}' = 75$. Тогда

$$x = 75 - \frac{3}{18} = 74,83.$$

В формуле σ величину $(\bar{x} - x_i)^2$ можно вычислить упрощенным методом:

$$(\bar{x} - x_i)^2 = \sum (x_i - \bar{x}')^2 - \frac{(x_i - \bar{x}')^2}{n}.$$

В данном случае $(x - x_i)^2 = 737 - \frac{3^2}{18} = 736,5$.

По формуле $\sigma = 6,58$, коэффициент вариации

$$K_{\sigma} = \frac{6,58}{74,83} 100 = 8,9\%. \text{ Вычисляем } \beta_1 = \frac{92-74,83}{\sqrt{\frac{18-1}{18} \cdot 6,58}} = 1,62.$$

Как видно из данных табл. 5.3, при доверительной вероятности $\Phi(t) = 0,9 - 0,99$ и $n = 18$ $\beta_{\max} = 2,4 - 2,90$. Поскольку $1,62 < \beta_{\max}$, то измерение 92 не является грубым промахом.

Воспользуемся вторым методом. Если $n = 18$, то по табл. 5.4 $q = 2,17$ при доверительной вероятности $\Phi(t) = 0,95$ и $q = 3,00$ при $\Phi(t) = 0,99$.

Предельная допустимая абсолютная ошибка отдельного измерения:

при $\Phi(t) = 0,95$ $\varepsilon_{np} = 6,58 \cdot 2,17 = 14,3$

при $\Phi(t) = 0,99$ $\varepsilon_{np} = 6,58 \cdot 3,00 = 19,7$.

Следовательно, при доверительной вероятности 0,95 $(92-74,8) > 14,3$ и измерение 92 необходимо из ряда исключить. Если же доверительную вероятность принять за 0,99, то $(92-74,8) < 19,7$ и измерение 92 следует остановить.

В случае, когда измерение 92 исключается, $\bar{x} = 73$; $\sigma = 5,15$.

Вычисляем среднеквадратичное отклонение для всей серии измерений:

$$\text{при } n = 18 \quad \sigma_0 = \frac{6,58}{\sqrt{18}} = 1,55;$$

$$\text{при очищенном ряде } n = 17 \quad \sigma_0 = \frac{5,15}{\sqrt{17}} = 1,25.$$

Таким образом, при очищенном ряде точность измерений повышается на 27 %.

Определим границы доверительного интервала. Поскольку $n < 20$, то ряд следует отнести к малой выборке. Поэтому доверительный интервал вычислим с применением критерия Стьюдента α_{cm} . По табл. 5.2 принимаем доверительную вероятность 0,95 и $\alpha_{cm} = 2,11$ при $n = 18$; $\alpha_{cm} = 2,12$ при $n = 17$. Вычисляем доверительный интервал:

$$\text{при } n = 18 \quad \mu_{cm} = 74,8 \pm 3,2;$$

$$\text{при } n = 17 \quad \mu_{cm} = 73,8 \pm 2,7.$$

Оценим относительную погрешность результатов серии измерений:

$$\text{при } n = 18 \quad \delta = \frac{3,2 \cdot 100}{74,8} = 43\%;$$

$$\text{при } n = 17 \quad \delta = \frac{2,7 \cdot 100}{73,8} = 3,7\%.$$

Таким образом, если принять $x_i = 92$ за грубый промах, погрешность измерения уменьшается на 14 %.

Если необходимо определить минимальное количество измерений при заданной точности, производят серию опытов, вычисляют σ , затем по формуле (9) определяют $N_{\min}$.

В данном случае $\sigma = 6,58$, $K_g = 8,91\%$. Допустим, задана точность $m = 5\%$ и $m = 3\%$ при доверительной вероятности $\Phi_{cm} = 95\%$,

$\alpha_{cm} = 2,11$. При $m = 5\%$ имеем $N_{\min} = \frac{8,91^2 \cdot 2,11^2}{5^2} = 14$ измерений;

при $m = 3$ $N_{\min} = \frac{8,91^2 \cdot 2,11}{3^2} = 40$ измерений.

Таким образом, повторность опытов значительно увеличивает повышение точности измерения.

Во многих случаях в процессе экспериментальных исследований приходится иметь дело с косвенными измерениями. При этом неизбежно в расчетах применяют те или иные функциональные зависимости типа

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (5.17)$$

Поскольку в данную функцию подставляют не истинные, а приближенные значения, то окончательный результат также будет приближенным.

В связи с этим одной из основных задач теории случайных ошибок является определение ошибки функций, если известны ошибки их аргументов.

При исследовании функции одного переменного предельные абсолютные ε_{np} и относительные δ_{np} ошибки (погрешности) вычисляют по формулам

$$\varepsilon_{np} = \pm \varepsilon_{np} f'(x); \quad (5.18)$$

$$\delta_{np} = \pm d \ln f(x), \quad (5.19)$$

где $f'(x)$ производная функция $f(x)$;

$d \ln f(x)$ – дифференциал натурального логарифма функции.

Если исследуется функция многих переменных, то

$$\varepsilon_{np} = \pm \sum_i^n \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} dx_i \quad (5.20)$$

$$\delta_{np} = \pm d \left| \ln(x_1, x_2, \dots, x_n) \right| \quad (5.21)$$

В формулах (6.20) и (6.21) под знаком суммы и дифференциала принимают абсолютные величины. Методика определения ошибок с помощью этих уравнений следующая:

1. Определяют абсолютные и относительные ошибки аргумента (независимых переменных). Обычно величина $x_g = \pm \varepsilon$ каждого переменного измерена, следовательно, абсолютные ошибки для аргументов известны, т.е. $\varepsilon_{x_1}, \varepsilon_{x_2}, \dots, \varepsilon_{x_n}$. Вычисляют относительные ошибки независимых переменных:

$$\delta_{x_1} = \frac{\varepsilon_{x_1}}{x_g}; \delta_{x_2} = \frac{\varepsilon_{x_2}}{x_g}; \dots; \delta_{x_n} = \frac{\varepsilon_{x_n}}{x_g}.$$

2. Находят частные дифференциалы функции и по формуле (5.20) вычисляют ε_{np} в размерностях функции $f(y)$.

3. С помощью формулы (5.21) вычисляют δ_{np} , %. Одной из задач теории измерений является установление оптимальных, т.е. наиболее выгодных условий измерений. Оптимальные условия измерения в данном эксперименте имеют место при $\delta_{np} = \min$. Методика решения этой задачи сводится к следующему. Если исследуют функцию с одним неизвестным переменным, то вначале берут первую производную по x . Приравнявая ее к нулю, определяют x_i . Если вторая производная по x_i будет положительной, то функция (5.17) при $x = x_i$ имеет минимум.

При наличии нескольких переменных поступают аналогичным образом, но берут производные по всем переменным $x_1, \dots, x_n$.

В результате минимизации функции устанавливают оптимальную область измерений (интервал температур, напряжений, силы тока, угла поворота стрелки на приборе и т.д.) каждой функции $f(x_1, \dots, x_n)$, при которой относительная ошибка измерений минимальна $\delta_{x_i} = \min$.

При проведении исследований часто возникает вопрос о достоверности данных, полученных в результате опытов.

ПРИМЕР. В исследованиях влияния вибрационного перемешивания на прочность бетона установлено: прочность контрольных образцов $R_1 = \bar{R}_1 \pm \sigma_{01} = 200 \pm 5 \text{ кг·с/см}^2$, прочность бетонных образцов после перемешивания $R_2 = \bar{R}_2 \pm \sigma_{02} = 230 \pm 6 \text{ кг·с/см}^2$. Прирост прочности составляет 15 %. Это упрочнение относительно небольшое, его можно отнести за счет разброса опытных данных. В этом случае проводят проверку на достоверность экспериментальных данных по условию

$$\frac{\bar{x}}{\sigma_1} \geq 3.$$

В данном случае проверяется разность $\bar{x} = R_2 - R_1 = 30 \text{ кг·с/см}^2$.

Ошибка измерения равна: $\sigma_0 = \sqrt{\sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2}$, поэтому

$$\frac{R_2 - R_1}{\sqrt{\sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2}} = \frac{30}{\sqrt{25+36}} = \frac{30}{7,9} \geq 3.$$

Следовательно, прирост прочности достоверен.

5.5. Средства измерений и их поверка

Неотъемлемой частью экспериментальных исследований являются *средства измерения*, т.е. совокупность технических средств (имеющих нормированные погрешности), которые дают необходимую информацию для эксперимента. Средства измерения, выпускаемые промышленностью, могут быть разделены на основные группы для измерения различных показателей: физических, механических, химических свойств, а также структуры материала и изделия. Можно выделить средства измерения, позволяющие непосредственно определять испытываемый показатель (например, пресс для установле-

ния предела прочности материала), и измерения, которые дают возможность косвенно судить об этом показателе (ультразвуковые дефектоскопы – по скорости ультразвука позволяют судить о прочности).

К средствам измерений относятся инструмент измерительный, приборы и т.д.

Измерительные средства делят на образцовые и технические. Образцовые приборы являются эталоном. Они предназначены для проверки технических, т.е. рабочих средств.

Измерительным прибором называется средство измерения, предназначенное для получения определенной информации об изучаемой величине в удобной для экспериментатора форме.

Приборы классифицируют по различным признакам. *По способу отсчета значения измеряемой величины* их делят на показывающие и регистрирующие.

Наибольшее распространение получили *показывающие аналоговые приборы*, отсчетные устройства которых состоят из шкалы и указателя. Однако они имеют большие погрешности, чем цифровые. Более удобными является *показывающие цифровые*.

Регистрирующие приборы бывают самопишущими и печатными. Самопишущие – термограф, чистограф, шлейфовый осциллограф и др. Печатные выдают измерения в виде цифр на ленте.

Приборы также классифицируют *по точности измерений, стабильности показаний, чувствительности, пределам измерения* и т.д.

Измерительные приборы характеризуется величиной погрешности и точности, стабильностью измерений и чувствительностью.

Под *абсолютной погрешностью* измерительного прибора понимают величину $b = \pm(x_n - x_g)$,

где x_n – показание прибора (номинальное значение измеряемой величины);

x_g – действительное значение измеряемой величины, определенное более точным методом.

Погрешность – одна из важнейших характеристик прибора. Погрешность прибора состоит из систематических и случайных по-

грешностей. Часто для оценки погрешностей прибора применяют *относительную погрешность*

$$b_{np} = \pm \frac{x_n - x_D}{x_D} \cdot 100, \% \quad (5.22)$$

Иногда применяют понятие *приведенной погрешности*

$$b_{np} = \pm \frac{x_n - x_g}{x_{np}}, \quad (5.23)$$

где x_{np} – какое-либо значение шкалы измерительного устройства (диапазон измерений), длина шкалы и др.

Суммарные погрешности, установленные при определенных условиях ($t_g - 20^\circ\text{C}$, влажность 80 %, $p = 760$ мм. рт. ст.) называются основными погрешностями прибора.

Диапазоном измерений называют ту часть диапазона показаний прибора, для которой установлены погрешности прибора.

Разность между максимальным и минимальным показателями прибора называют размахом. Под *порогом чувствительности* прибора понимают наименьшее значение измеренной величины, вызывающее изменение показания прибора, которое можно зафиксировать.

Средства измерения делятся на классы точности в зависимости от допускаемой погрешности B_g . Способы обозначения классов точности различны.

Класс точности (1 – наивысший, 3 – наименьший). Допускаемая погрешность для прибора 1-го класса $\pm 1\%$.

Средства измерения должны быть стабильны, или должна быть обеспечена воспроизводимость. *Стабильность прибора* определяется вариацией показаний, которая нормирует (w_g). Поскольку вариация принимается с одним знаком, а допускаемая погрешность имеет $\pm$, то

$$w_g = 0,5 \text{ в.} \quad (5.24)$$

В последние годы при исследовании процессов в строительстве стали широко применять электрические, электронные, частотные, радиоизотопные и другие приборы. Они требуют специальной защиты от пыли вибрации, газа, света и др. Отсутствие такой защиты может вызвать погрешности, превышающие допустимые.

Поверка средств измерений предусматривает определение и (по возможности) уменьшение погрешности прибора.

Поверку средств измерений производят на различных уровнях: от специальных государственных организаций до низовых звеньев. На высокоточные измерительные приборы государственные метрологические организации выдают специальное свидетельство, в котором после поверки указывают номинальные значения измеряемой величины, класс точности, предельную допустимую погрешность, результаты поверки погрешности прибора в виде таблицы, вариаций измерений.

Государственные метрологические институты и лаборатории по надзору за стандартами и измерительной техникой производят госконтроль за обеспечением в стране единства мер.

Измерительные приборы и установки различных организаций подвергают обязательным *государственным* поверкам раз в 1-2 года. В периоды между ними осуществляют *ведомственные* поверки средств измерений. Эти поверки по объему мало отличаются от госповерки. Все приборы после хранения на складе при установке подвергаются *рабочей* поверке. Рабочая поверка производится в низовых звеньях, т.е. непосредственно в организациях. Такие поверки проводятся каждым экспериментатором перед началом измерений и наблюдений. В процессе рабочей поверки осуществляют различные операции: определяют диапазон и вариации измерений, регулировку и градуировку средств измерений. Под *градуировкой* понимают нанесение на шкалу отсчитывающего устройства меток по заранее известной измеренной величине.

Наиболее распространенный способ поверки приборов и оценки его эксплуатационных характеристик является *способ сравнения*. Суть его сводится к сопоставлению поверяемого прибора с образцо-

выми. По отсчетам судят о погрешности, которые вносят в поверяемый прибор.

Важным методом в организации эксперимента является выбор средств измерения. Средства измерения должны:

- 1) максимально соответствовать тематике, цели и задачи НИР;
- 2) обеспечивать высокую производительность труда;
- 3) обеспечивать заданную степень точности при минимальном количестве измерений, высокую надежность;
- 4) в наибольшей степени исключать систематические ошибки;
- 5) желательно максимально использовать средства измерений с автоматической записью;
- 6) иметь высокую экономическую эффективность при минимуме затрат людских, денежных и материальных ресурсов;
- 7) обеспечивать экономические требования эксперимента (антропометрические, санитарно-гигиенические, психофизиологические и др.);
- 8) обеспечивать требования техники безопасности и пожарной профилактики.

При выборе средств необходимо максимально использовать стандартно-выпускаемую аппаратуру, которая приводится в специальных ежегодниках-каталогах: «Средства измерения, допущенные к выпуску в обращении в СССР». Наряду с этим средства измерения описываются в специальной литературе (см. например: [9], [10]).

6

МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

6.1. Проведение эксперимента

Проведение эксперимента является важнейшим и наиболее трудоемким этапом. Экспериментальные работы необходимо проводить в соответствии с утвержденным планом-программой и особенно методикой эксперимента.

Приступая к эксперименту, окончательно уточняют методику его проведения, последовательность испытаний. Иногда при этом используют *метод рандомизации*, который заключается в том, что опыты проводят в случайной последовательности, определяемой с помощью перечня случайных чисел. Тем самым исключают систематические ошибки, которые могут возникнуть при субъективном назначении последовательности испытаний.

ПРИМЕР. Допустим, необходимо определить последовательность проведения пяти опытов. Пронумеруем их: 1, 2, 3, 4, 5. Поставим им в соответствие любые пять последовательных чисел, взятых в любой строке или столбце случайных чисел (из последовательного перечня случайных чисел). Например: вторая строка 80, 40, 52, 92, 29 и т.д. Первому числу соответствует 88, второму – 40, третьему – 52, четвертому – 92, пятому – 29. Расположив случайные цифры в порядке возрастания (убывания), получим такую последовательность проведения опытов: 6 4, 5, 2, 3, 1 или 1, 3, 2, 5, 4.

При экспериментальном исследовании сложных процессов часто возникают случаи, когда ожидаемый результат получают позже, чем предусматривается планом. Поэтому научный работник должен про-

явить терпение, выдержку, настойчивость и довести эксперимент до получения результатов.

Особое значение имеет добросовестность при проведении экспериментальных работ. Экспериментатор должен фиксировать все характеристики исследуемого процесса, не допуская субъективного влияния на результаты измерений. Иногда молодые научные работники, стремясь быстрее получить нужный результат, подтверждающий гипотезу, выбирают только те экспериментальные данные, которые хорошо согласуются с теоретическими предположениями. В этом случае иногда опускаются ценные данные об исследуемом процессе, которые впоследствии восстановить удастся с большим трудом.

В процессе проведения экспериментальных работ недопустима небрежность, что приводит к большим искажениям, ошибкам. Чтобы избежать этого, эксперименты повторяют, что увеличивает продолжительность исследований.

Обязательным требованием проведения эксперимента является *ведение журнала*.

Форма журнала может быть произвольной, но она должна наилучшим образом соответствовать исследуемому процессу с максимальной фиксацией всех факторов. В журнале отмечают тему НИР и тему эксперимента, фамилию исполнителя, время и место проведения эксперимента, характеристику окружающей среды, данные об объекте эксперимента и средствах измерения, результаты наблюдений, а также другие данные для оценки получаемых результатов. Журнал заполняется аккуратно, без каких-либо исправлений. При получении в одном статистическом ряду результатов, резко отличающихся от соседних измерений, исполнитель должен записать все данные без искажений и указать обстоятельства, сопутствующие указанному измерению. Это позволит установить причину искажений и квалифицировать измерения как соответствующие реальному ходу процесса или как грубый промах. Если в процессе измерений необходимы простейшие расчеты, то они должны быть выполнены безупречно.

При проведении эксперимента исполнитель должен исправно следить за средствами измерений: устойчивостью аппаратов и

установок, правильностью их показаний, характеристиками окружающей среды, не допускать посторонних лиц в рабочую зону, систематически проверять средства измерения. В случае если рабочая поверка не обеспечивает требуемую точность приборов, то эксперимент следует приостановить, а средства измерения передать на госповерку, одновременно с производством измерений и их анализом. Анализ позволяет контролировать исследуемый процесс, корректировать эксперимент, улучшать методику и повышать эффективность эксперимента. Для исследователя исключительно важны при этом консультации с коллегами по работе и с научным руководителем.

Первичные результаты измерений сводят в таблицы по варьирующим характеристикам для различных изучаемых вопросов. Очень тщательно изучают сомнительные цифры, резко отличающиеся от статистического ряда измерений, от средних значений. Точность обработки экспериментальных данных не должна превышать точность измерений.

Анализ результатов эксперимента – это завершающая часть, на основе которой делают вывод о подтверждении гипотезы научного исследования. Иногда за цифрами трудно четко представить физическую сущность процесса. Поэтому требуется очень тщательное сопоставление фактов, причин, обуславливающих ход того или иного процесса и установления адекватности гипотезы и эксперимента.

6.2. Методы графического изображения результатов измерений

При обработке результатов измерений и наблюдений широко используют методы графического изображения.

Результаты измерений, представленные в табличной форме, не позволяют достаточно наглядно характеризовать закономерности изучаемых процессов. Графическое изображение дает более наглядное представление о результатах экспериментов, позволяет выявить

общий характер, физическую сущность исследуемого процесса, определить общий характер функциональной зависимости изучаемых переменных величин, установить наличие максимума или минимума функции.

После обработки результатов измерений и оценки степени их точности необходимо подвергнуть их анализу в табличной форме. Данные таких таблиц обрабатываются *графическими методами*.

Для графического изображения результатов измерений (наблюдений), как правило, применяют систему прямоугольных координат. Если анализируется графическим методом функция $y = f(x)$, то наносят в системе прямоугольных координат значения $(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n)$. Прежде чем строить график, необходимо знать предполагаемую закономерность исследуемого явления. Часто качественные закономерности и характер графической зависимости ориентировочно известны экспериментатору из теоретических исследований.

Точки на графике необходимо соединять плавной кривой (линией) так, чтобы она как можно ближе проходила по всем экспериментальным точкам (рис. 6.1). Если соединить точки прямыми отрезками, то получим ломаную линию. Она характеризует изменение функции по данным эксперимента. Обычно функции имеют плавный характер. Поэтому следует проводить между точками плавные кривые. Резкое искривление графика объясняется погрешностями измерений. Однако могут быть исключения. Так, иногда исследуются явления, для которых в определенных интервалах наблюдается быстрое скачкообразное изменение одной из координат (рис. 6.2). Это объясняется сущностью физико-химических процессов, например фазовыми превращениями влаги при исследовании промерзающих систем, радиоактивным распадом атомов и т.д. В таких случаях необходимо особо тщательно соединять точки кривой. Общее «осреднение» всех этих точек плавной кривой может привести к тому, что скачок функции подменяется погрешностями измерений.

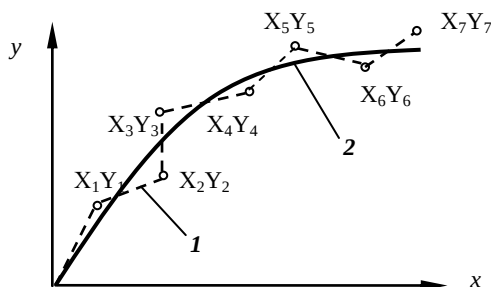


Рис. 6.1. Графическое изображение функции $y = f(x)$:
1 – кривая по результатам непосредственных измерений;
2 – плавная кривая

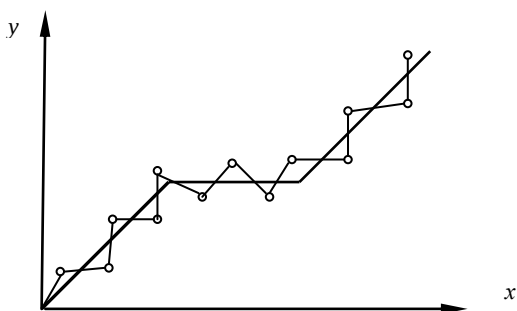
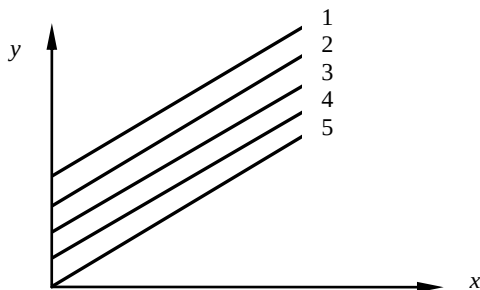


Рис. 6.2. Графическое изображение функции $y = f(x)$ при наличии скачка

Иногда при построении графика одна-две точки резко удаляются от кривой. Вначале нужно проанализировать физическую сущность явления, и если нет оснований полагать наличие скачка функции, то такое резкое отклонение можно объяснить грубой ошибкой или промахом. В таких случаях необходимо повторить измерение в диапазоне резкого отклонения точки. Если прежнее измерение оказалось ошибочным, то на график наносят новую точку. Если же повторное измерение дает прежнее значение, необходимо к этому интервалу кривой отнестись очень внимательно и особо тщательно проанализировать физическую сущность явления.



**Рис. 6.3. Графическое изображение функции $b = f(x, y, z)$:
1 – Z_5 ; 2 – Z_4 ; 3 – Z_3 ; 4 – Z_2 ; 5 – Z**

Часто при графическом изображении результатов экспериментов приходится иметь дело с тремя переменными $b = f(x, y, z)$. В этом случае применяют метод разделения переменных. Одной из величин Z в пределе интервала измерений $Z_1 - Z_5$ задают несколько последовательных значений. Для двух остальных переменных X и Y (при $Z_i = \text{const}$) строят график $y = f_1(x)$. В результате на одном графике получают семейство кривых $y = f_1(x)$ для различных значений Z (рис. 6.3).

Если необходимо графическое изобразить функцию с четырьмя и более переменными $a = f(b, x, y, z)$, то строят серию графиков типа предыдущих (см. рис. 6.3), но каждый из них при $b_1, \dots, b_n = \text{const}$ или принимают из N переменных $N-1$ постоянным и строят графики: вначале $N-1 = f_1(x)$, далее $N-2 = f_2(x)$, $N-3 = f_3(x)$ и т.д. Таким образом, можно проследить изменение любой переменной величины в функции от других при постоянных значениях остальных. Этот метод графического анализа требует тщательности, большого внимания к результатам измерений. Однако он в большинстве случаев является наиболее простым и наглядным.

При графическом методе изображения результатов экспериментов большую роль играет выбор координат или координатной сетки.

Координатные сетки бывают равномерными и неравномерными. У равномерных координатных сеток ординаты и абсциссы имеют равномерную шкалу (например, прямоугольные координаты).

Из неравномерных координатных сеток наиболее распространены полулогарифмические, логарифмические, вероятностные.

Полулогарифмическая сетка имеет равномерную ординату и логарифмическую абсциссу (рис. 6.4).

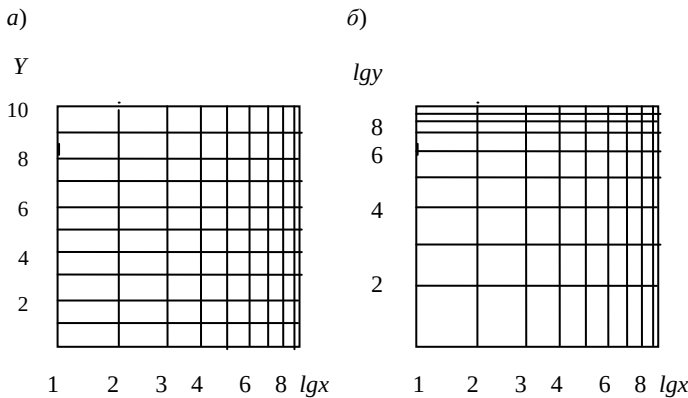


Рис. 6.4. Координатные сетки: полулогарифмическая (а) и логарифмическая (б)

Логарифмическая координатная сетка имеет оси логарифмические: вероятностная – ординату – обычно равномерную, а абсциссу – вероятностную шкалу (рис. 6.5).

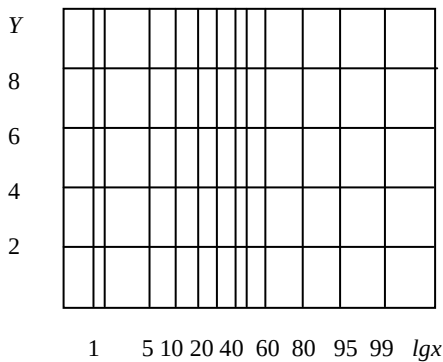


Рис. 6.5. Координатная вероятностная сетка

Назначение неравномерных сеток различное. В большинстве случаев их применяют для более наглядного изображения функции. Функция $y = f(x)$ имеет различную форму на различных сетках, так многие криволинейные функции спрямляются на логарифмических сетках.

Большое значение в практике графического изображения экспериментальных данных имеет вероятностная сетка, применяемая в различных случаях: 1) при обработке измерений для оценки их точности; 2) при определении расчетных характеристик (расчетной влажности, расчетных значений модуля упругости грунта, межремонтных сроков службы одежды и покрытий и т.д.).

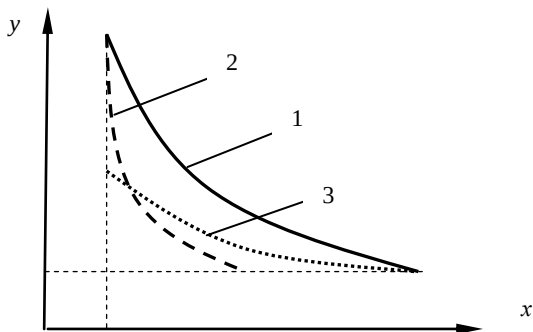
Иногда в процессе обработки экспериментальных данных графическим способом, необходимо составить расчетные графики, ускоряющие нахождение по одной переменной других. При этом существенно повышаются требования к точности вычерчивания функции на графике.

Вычерчивая расчетные графики, необходимо руководствоваться следующими практическими рекомендациями:

1) в зависимости от числа переменных следует выбрать координатную сетку и определить вид графика – одна кривая, семейство кривых или серия семейств;

2) большое значение имеет выбор масштаба графика, что связано с размерами чертежа и соответственно с точностью снимаемых с него значений величин. Известно, что чем крупнее масштаб, тем выше точность снимаемых величин. Однако, как правило, графики не превышают размеров 20×15 см, что является удобным для составления отчетов.

Абсолютная ошибка снимаемых с графиков величин (выполненных на миллиметровке) может достигнуть $E = \pm 0,2M$, где M – принятый масштаб графика. Масштаб по координатным осям обычно применяют различный. От его выбора зависит форма графика – он может быть плоским (узким) или вытянутым (широким) вдоль оси (рис. 6.6).



**Рис. 6.6. Форма графика в зависимости от масштаба:
1 – плоская; 2 – уширенная; 3 – нормальная**

Узкие дают большую погрешность по оси Y , широкие – по оси X . Расчетные графики, имеющие максимум (минимум) функции или сложный вид, особо тщательно следует вычерчивать в зонах перегиба. На таких участках количество точек для вычерчивания должно быть значительно больше, чем на плавных.

В некоторых случаях строят номограммы, существенно облегчающие применение для систематических расчетов сложных теоретических или эмпирических формул в определенных пределах изменения величин. Номограммированы могут быть любые алгебраические выражения.

В результате сложные математические выражения можно решать сравнительно просто графическими методами.

Построение номограмм – трудоемкая операция. Однако будучи раз построенной, номограмма может быть использована для нахождения любой из переменных, входящих в номограммированное уравнение. Применение ЭВМ существенно снижает трудоемкость номограммирования. Существует несколько методов построения номограмм. Для этого применяют равномерные и неравномерные координаты сетки.

В системе прямоугольных координат функции в большинстве случаев имеют криволинейную форму. Это увеличивает трудоем-

кость, т.к. требуется большее количество точек для нанесения одной кривой.

В полу- или логарифмических координатных сетках функции имеют прямолинейную форму и составление номограмм упрощается.

Методика построения номограмм функции одной переменной $y = f(x)$ или многих $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ описана ранее и сводится к построению кривой семейства или серии семейств путем принятия постоянных и нахождения одной переменной.

Сложные алгебраические выражения целесообразно сводить к простому произведению двух-трех значений, например: $d = авс$, где $a, в, с$ – функции двух-трех переменных.

В этом случае необходимо (вначале задавшись переменными) вычислить $a, в, с$. Далее, придавая $a, в, с$ постоянные значения, найти d .

Величины $a, в, с$ необходимо варьировать в определенных значениях, например от 0 до 100 через 5 или 10.

6.3. Метод подбора эмпирических формул

В процессе экспериментальных измерений получают статистический ряд измерений двух величин, объединяемых функцией

$$y = f(x). \quad (6.1)$$

Каждому значению функции $y_1, \dots, y_n$ соответствует определенное значение $x_1, \dots, x_n$.

На основе экспериментальных данных можно подобрать алгебраическое выражение, которое называется *эмпирической формулой*.

Такие формулы подбирают лишь в пределах измерений значений аргумента $x_1 - x_n$. Эмпирические формулы имеют тем большую ценность, чем больше они соответствуют результатам эксперимента.

Необходимость в подборе эмпирических формул возникает во многих случаях. Так, если аналитическое выражение сложное, требует громоздких вычислений, составления программ для ЭВМ, то часто эффективнее пользоваться упрощенной приближенной эмпирической формулой.

Опыт показывает, что эмпирические формулы часто незаменимы для анализа измеренных величин. К эмпирическим формулам предъявляются два основных требования:

- 1) они должны по возможности быть наиболее простыми;
- 2) точно соответствовать экспериментальным данным в пределах изменения аргумента.

Эмпирические формулы являются приближенными выражениями аналитических формул.

Замену точных аналитических выражений приближенными, более простыми называют *аппроксимацией*, а функции – *аппроксимирующими*.

Процесс подбора эмпирических формул состоит из трех этапов:

- 1) данные измерения наносят на сетку прямоугольных координат, соединяют экспериментальные точки плавной кривой и выбирают ориентировочно вид формулы;
- 2) вычисляют параметры формул, которые наилучшим образом соответствовали бы принятой формуле;
- 3) проверка отклонения измерений, полученных по эксперименту и высчитанных по формуле. Оценка достоверности, вариации и надежности.

Подбор эмпирических формул необходимо начинать с самых простых выражений.

Результаты измерений многих явлений и процессов аппроксимируются простейшими эмпирическими выражениями (уравнениями) типа

$$y = a + bx, \quad (6.2)$$

где a и b – постоянные коэффициенты.

Так, линеаризованным уравнением (6.2) можно выразить зависимость между влажностью и плотностью грунта, содержанием цемента и прочностью бетона, количеством проходов смесительной машины и степенью размельчения грунта, продолжительностью перемешивания асфальтобетонной смеси и степенью ее однородности и т.д.

Поэтому при анализе графического материала необходимо по возможности использовать линейную функцию. В этом случае при-

меняют метод варьирования. Он заключается в том, что кривую, построенную по экспериментальным точкам, представляют линейной функцией.

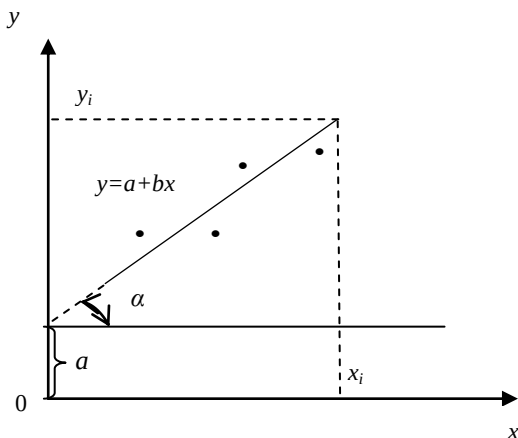


Рис. 6.7. Графическое определение параметров a и b

Для преобразования некоторой кривой $y = f(x)$ в прямую линию вводят новые переменные X и Y :

$$X = f_1(x, y); \quad Y = f_2(x, y). \quad (6.3)$$

В этом уравнении X и Y должны быть связаны линейной зависимостью

$$Y = a + bX. \quad (6.4)$$

Значение X и Y можно вычислить на основе решения системы (6.3). Далее строят прямую (рис. 6.7) по которой графически легко вычислить параметры a (ордината точки пересечения прямой с осью Y) и b (тангенс угла наклона прямой с осью Y):

$$b = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y_i - a}{x_i}.$$

При графическом определении параметров a и b обязательно, чтобы прямая (6.1) строилась на координатной сетке, у которой

началом является точка $Y = 0, X = 0$. Для расчета b необходимо точки Y и X принимать на крайних участках прямой.

Для определения параметров прямой можно применять также другой графический метод. В уравнение (6.4) подставляют координаты двух крайних точек, взятых с графика. Получают систему двух уравнений, из которых вычисляют a и b . После установления параметров a и b получают эмпирическую формулу (6.2), которая связывает Y и X , что позволяет установить функциональную связь между x и y (6.3) и эмпирическую зависимость (6.1).

Линеаризацию кривых можно легко осуществить на полу- или логарифмических координатных сетках, которые достаточно широко применяют при графическом методе подбора эмпирических формул.

Установление параметров прямой после нанесения экспериментальных данных на координатную сетку и проведении прямой производят еще следующим образом:

$$\begin{aligned} X_1 &= d \\ Y_1 &= k \\ \frac{Y_1}{X_2} &= p \quad (X - X_1)(Y_2 - Y_1) = (X_2 - X_1)(Y - Y_1) \\ Y_2 &= m \\ mx - md - xk + dk &= py - dy + dk - pk \\ x(m - k) - md - dk &= y(p - d) + dk - pk \\ y(p - d) &= x(m - k) - md + dk - dk + pk; \\ Y &= \frac{m - k}{p - d} - \frac{md}{p - d} + \frac{pk}{p - d}. \end{aligned}$$

ПРИМЕР. Подобрать эмпирическую формулу для совокупности следующих изменений:

y	12,1	19,2	25,9	33,2	40,5	46,4	54,0
x	1	2	3	4	5	6	7

1-й способ. Графический анализ показывает, что в прямоугольных координатах точки хорошо ложатся на прямую линию и их можно выразить зависимостью вида

$$Y = a + bx. \quad (6.5)$$

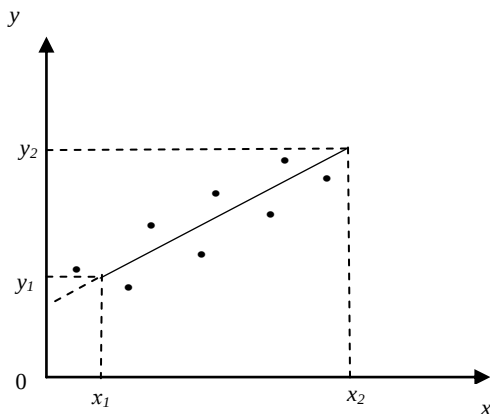


Рис. 6.8. Определение параметров a и b прямой

Выбираем координаты крайних точек и подставляем в (6.5)

$$A_0 + 7 A_1 = 54,0;$$

$$A_0 + A_1 = 12,1.$$

Откуда $A_1 = 41,9:6 = 6,98$ и $A_0 = 12,1 - 6,98 = 5,12$.

Эмпирическая формула имеет вид

$$Y = 5,12 + 6,98 A_1.$$

2-й способ.

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1};$$

$$\frac{x - 1}{7 - 1} = \frac{y - 12,1}{54 - 12,1};$$

$$(x - 1) 41,9 = 6(y - 12,1)$$

$$41,9x - 41,9 = 6y - 72,6$$

$$6y = 41,9x - 41,9 + 72,6 = 41,9x + 30,7$$

$$y = \frac{41,9}{6} x + \frac{30,7}{6} = 6,96x + 5,12.$$

Второй способ более простой, и мы сразу получаем уравнение прямой.

Таким образом, аппроксимация экспериментальных данных прямолинейными функциями позволяет просто и быстро установить вид эмпирических формул.

Графический метод выравнивания может быть применен в различных случаях, когда экспериментальная кривая на сетке прямоугольных координат имеет вид плавной кривой.

Рассмотрим основные случаи.

1. Если экспериментальный график имеет вид, представленный на рис. 6.9 *а*, то необходимо применить формулу

$$y = ax^b. \quad (6.6)$$

Заменяя $x = \lg x$ и $y = \lg y$, имеем $y = \lg a + bx$. При этом экспериментальная кривая превращается в прямую линию на логарифмической сетке.

2. Если экспериментальный график имеет вид, представленный на рис. 6.9 *б*, то следует использовать выражение

$$y = a e^{bx}. \quad (6.7)$$

Заменяя $y = \lg y$, имеем $y = \lg a + xb \lg e$. Здесь экспериментальная кривая превращается в прямую на полулогарифмической сетке.

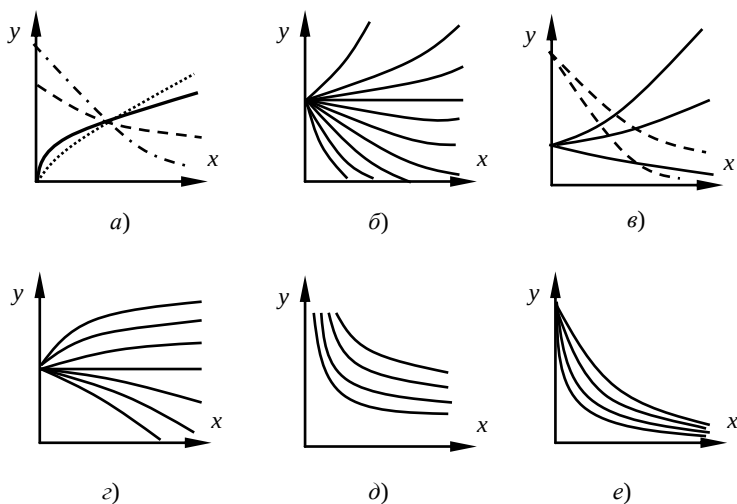


Рис. 6.9. Основные виды графиков эмпирических формул

3. Если экспериментальный график имеет вид, представленный на рис. 6.9 в, то применяем

$$Y = ax^b + e.$$

а) b – задано. Принимая $X = x^b$ имеем прямую линию на сетке прямоугольных координат

$$Y = aX + c;$$

б) b – неизвестно. Принимая $X = \lg X$ и $Y = \lg (y - c)$ имеем прямую линию на логарифмической сетке

$$Y = a + bX$$

В этом случае необходимо предварительно вычислить c . Для этого по экспериментальной кривой принимают три произвольные точки $X_1 Y_1$; $X_2 Y_2$ и $X_3 = \sqrt{X_1 X_2} Y_3$ и вычисляют c :

$$c = \frac{Y_1 Y_2 - Y_3^2}{Y_1 + Y_2 - 2Y_3} \quad (6.8)$$

4. Если экспериментальный график имеет вид, представленный на рис. 6.9 з, то нужно пользоваться формулой

$$y = ae^{bx} + c \quad (6.9)$$

Заменяя $Y = \lg (y - c)$ имеем прямую на полулогарифмической сетке $y = \lg a + b \lg ex$. Необходимо предварительно определить c с помощью (6.7), но $x_3 = 0,5(x_1 + x_2)$.

5. Если экспериментальный график имеет вид, аналогично рис. 6.9 д, то применяем выражение

$$Y = a + \frac{b}{x} \quad (6.10)$$

Заменяя $X = \frac{1}{x}$, получаем прямую линию на сетке прямоугольных координат $Y = a + bX$.

6. Если график имеет вид, аналогично 6.9 е, то нужно использовать формулу

$$Y = \frac{1}{a + bx}. \quad (6.11)$$

Заменяя $Y = \frac{1}{z}$, имеем $z = a + bx$, т.е. прямую на сетке прямоугольных координат.

Аналогично для уравнения

$$Y = \frac{1}{a+bx+cx^2} \quad (6.12)$$

с $Y = \frac{1}{z}$ имеем $z = a + bx + cx^2$.

Сложную степенную функцию

$$Y = ae^{nx+mx^2} \quad (6.13)$$

преобразуем в прямую линию.

При $\lg y = z$; $\lg a = P$; $n \lg e = q$; $m \lg e = z$ имеем $z = p + qx + rx^2$.

С помощью приведенных на рис. 6.9 графиков и выражений (6.6) – (6.12) практически всегда можно подобрать уравнение эмпирической формулы.

ПРИМЕР. Подобрать эмпирическую формулу для следующих измерений:

x	1	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
y	15,2	20,6	27,4	36,7	49,2	66,0	87,4	117,5

На основе этих данных строим график (рис. 6.10).

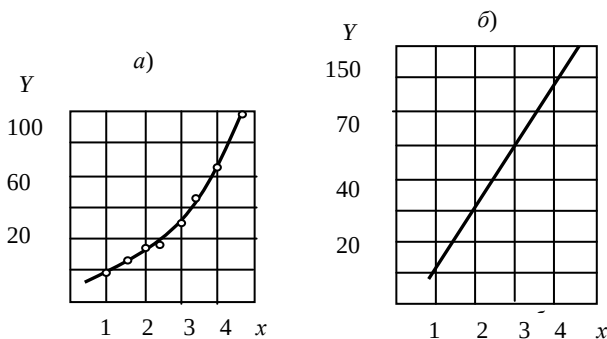


Рис. 6.10. Экспериментальная кривая (а) и спрямленная (б)

Как видно на рис. 6.10, имеем типичный график для показательной функции (6.7), см. рис. 6.8 б. В этой формуле необходимо найти параметры a и b .

$$y = ae^{bx}.$$

После логарифмирования этого выражения имеем $y = \lg a + b x \lg e$.

Если обозначить $\lg y = Y$, то $Y = \lg a + b \lg ex$, т.е. в полулогарифмических координатах выражение для Y представляет собой прямую линию, что подтверждает рис. 6.10.

Подставим в уравнение координаты крайних точек:

$\lg 15,2 = \lg a + b \lg e$, $\lg 117,5 = \lg a + 4,5 b \lg e$ или $\lg a + b \lg e = 1,183$; $\lg a + 4,5 b \lg e = 2,070$.

Отсюда $b = \frac{0,887}{3,5 \lg e} = 0,579$; $\lg a = 1,183 - 0,254 = 0,929$ $a = 1,85$.

Окончательно эмпирическая формула имеет вид $Y = 1,85 e^{0,579x}$.

При подборе эмпирических формул широко используют полиномы

$$Y = A_0 + A_1 X + A_2 X^2 + A_3 X^3 + \dots + A_n X^n, \quad (6.14)$$

где $A_0, A_1, \dots, A_n$ – постоянные коэффициенты.

Полиномами можно аппроксимировать любые результаты измерений, если они графически выражают непрерывные функции.

Особенно ценным является то, что даже при неизвестном точном выражении функции (6.14) можно определить значения коэффициентов A . Кроме графического метода, изложенного выше, для определения коэффициентов A применяют методы средних и наименьших квадратов.

Метод средних квадратов основан на следующем положении. По экспериментальным точкам можно построить несколько кривых. Наилучшей будет та кривая, у которой разностные отклонения наименьшие, т.е. $\sum \varepsilon = \min$.

Порядок расчета коэффициентов полинома сводится к следующему. Определяют (6.14) число членов ряда. Обычно принимают не более 3-4. В принятое выражение последовательно подставляют координаты X и Y m экспериментальных точек и получают систему из m уравнений. Каждое уравнение приравнивают к соответствующему отклонению.

$$\begin{aligned} A_0 + A_1 X_1 + A_2 X_1^2 + A_3 X_1^3 + \dots + A_n X_1^n - y_1 &= \varepsilon_1, \\ A_0 + A_1 X_2 + A_2 X_2^2 + A_3 X_2^3 + \dots + A_n X_2^n - y_2 &= \varepsilon_2, \\ A_0 + A_1 X_m + A_2 X_m^2 + A_3 X_m^3 + \dots + A_n X_m^n - y_m &= \varepsilon_m. \end{aligned} \quad (6.15)$$

Обычно число точек, т.е. число уравнений, больше числа коэффициентов A , что позволяет их вычислить при решении системы (6.15).

Разбивают систему начальных уравнений (6.15) последовательно сверху вниз на группы, число которых должно быть равно количеству коэффициентов A .

В каждой группе складывают уравнения и получают новую систему уравнений, равную количеству групп (обычно 2-3). Решая систему, вычисляют коэффициенты A .

Метод средних квадратов обладает высокой точностью, если число точек достаточно велико (не менее 3-4). Степень точности можно повысить следующим условием. Начальные условия группируют по 2-3 вариантам и вычисляют для каждого варианта эмпирическую формулу. Предпочтение отдают той формуле, у которой $\sum \varepsilon^2 = \min$.

ПРИМЕР. Выполнено семь измерений:

x	4	5	6	7	8	9	10
y	10,2	6,7	4,8	3,6	2,7	2,1	1,7

Необходимо подобрать эмпирическую формулу для полинома $Y = A_0 + A_1x + A_2x^2$. Подставим в это уравнение точки и разобьем систему начальных уравнений на три группы (1-2, 3-4, 5-7):

$$A_0 + 4A_1 + 16A_2 - 10,2 = \varepsilon_1,$$

$$A_0 + 5A_1 + 25A_2 - 6,7 = \varepsilon_2,$$

$$A_0 + 6A_1 + 36A_2 - 4,8 = \varepsilon_3,$$

$$A_0 + 7A_1 + 49A_2 - 3,6 = \varepsilon_4,$$

$$A_0 + 8A_1 + 64A_2 - 2,7 = \varepsilon_5,$$

$$A_0 + 9A_1 + 81A_2 - 2,1 = \varepsilon_6,$$

$$A_0 + 10A_1 + 100A_2 - 1,7 = \varepsilon_7.$$

После сложения уравнений в каждой подгруппе имеем

$$2A_0 + 9A_1 + 42A_2 = 16,9;$$

$$2A_0 + 13A_1 + 85A_2 = 8,4;$$

$$3A_0 + 27A_1 + 24A_2 = 6,5.$$

Определяя из этих выражений A_0 , A_1 и A_2 , окончательно имеем следующую эмпирическую формулу: $Y = 26,168 - 5,2168X + 0,2811X^2$.

Метод средних может быть применен для различных кривых после их выравнивания.

Коэффициент в полиноме можно определить по стандартной программе с помощью ЭВМ.

ПРИМЕР. Имеем восемь измерений:

x	3	6	9	12	15	18	21	24
y	57,6	41,9	31,0	22,7	16,6	12,2	8,9	6,5

Анализ графической кривой, построенной в системе прямоугольных координат по результатам измерений, дает возможность применить формулу (6.3): $Y = ae^{-bx}$.

Произведем линеаризацию путем замены переменных: $Y = \lg y$,

$$X = \frac{x}{2,303}. \text{ Тогда } Y = A + BX, \text{ где } A = \lg a, B = \lg b.$$

Поскольку необходимо получить два параметра, то разбиваем все измерения на две группы по четыре измерения. Составляем восемь уравнений:

$$\begin{array}{ll} 1,7604 = A + \frac{3}{2,303} B; & 1,2201 = A + \frac{15}{2,303} B; \\ 1,6222 = A + \frac{6}{2,303} B; & 1,0864 = A + \frac{18}{2,303} B; \\ 1,4914 = A + \frac{9}{2,303} B; & 0,9494 = A + \frac{21}{2,303} B; \\ 1,3560 = A + \frac{12}{2,303} B; & 0,8129 = A + \frac{24}{2,303} B; \\ \hline 6,2300 = 4A + \frac{30}{2,303} B; & 4,0688 = 4A + \frac{78}{2,303} B. \end{array}$$

После суммирования по группам получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными A и B , решая которую имеем

$$A = 1,8952$$

$$B = -0,1037$$

$$a = 78,56$$

$$b = -0,1037.$$

Окончательная модель имеет вид: $Y = 78,5e^{-0,1037}$.

Наилучшие результаты при определении параметров заданного уравнения дает использование *метода наименьших квадратов*.

Суть этого метода заключается в том, что если все измерения функции $y_1, y_2, \dots, y_n$ произведены с одинаковой точностью и распределенные величины ошибок измерения соответствуют нормальному закону, то параметры исследуемого уравнения определяются при условии, что сумма квадратов отклонения измерений значений от расчетных принимает наименьшее значение.

Для нахождения неизвестных параметров $(a_1, a_2, \dots, a_n)$, число которых n , необходимо решить систему n линейных уравнений.

$$\begin{aligned} y_1 &= a_1x_1 + a_2u_1 + \dots + a_nz_1, \\ y_2 &= a_1x_2 + a_2u_2 + \dots + a_nz_2, \\ &\dots \\ y_n &= a_1x_m + a_2u_m + \dots + a_nz_m, \end{aligned} \quad (6.16)$$

где $y_1, y_2, \dots, y_n$ – частные значения измеренных величин функции Y ;

x, u, z – переменные величины;

$a_1, a_2, \dots, a_n$ – коэффициенты уравнения, которые необходимо определить.

Эту систему приводят к системе нормальных линейных уравнений путем умножения каждого уравнения соответственно на $x_1, \dots, x_m$ и последующего их сложения, затем умножения соответственно на $u_1, \dots, u_m$ и т.д. Это позволяет получить систему нормальных уравнений

$$\begin{aligned} \sum_1^m yx &= a_1 \sum_1^m xx + a_2 \sum_1^m xu + \dots + a_n \sum_1^m xz; \\ \sum_1^m yu &= a_1 \sum_1^m ux + a_2 \sum_1^m uu + \dots + a_n \sum_1^m uz; \\ \sum_1^m yz &= a_1 \sum_1^m zx + a_2 \sum_1^m zu + \dots + a_n \sum_1^m zz. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Решив эту систему, определяют искомые коэффициенты.

ПРИМЕР. Определить коэффициенты a_1 и a_2 в уравнении

$$Kp = a_1 + a_2 \text{Цм},$$

где Kp – коэффициент раздвижки зерен в бетоне;

Цм – расход цементного теста в литрах на 1 м^3 бетона.

Ниже в табличной форме представлены исходные данные:

$u_2 = \text{Цм}$	$y = Kp$	u_2	$y u_2$
230	1,26	52900	289,8
255	1,32	65025	336,6
295	1,40	87025	413,0
320	1,50	102400	480,0
$\Sigma 1100$	5,48	307350	1519,4

Поскольку требуется определить два параметра, то система уравнений представляется в виде двух уравнений:

$$y = a_1 x_1 + a_2 u_2; \quad y u_2 = a_1 x_1 u_2 + a_2 u_2^2,$$

Здесь $y = Kp$; $X = 1$; $u_2 = \text{Цм}$.

Так как уравнения линейны, исследования ограничиваются четырьмя сериями опытов. Система линейных уравнений состоит их двух:

$$5,48 = 4a_1 + 1100a_2;$$

$$1519 = 1100a_1 + 307350a_2.$$

Решая их совместно получаем $a_1 = 0,78$; $a_2 = 0,0025$.

Окончательно получаем следующую эмпирическую формулу:

$$Kp = 0,78 + 0,0025 \text{Цм}.$$

Метод наименьших квадратов обеспечивает результаты высокой надежности.

Степень точности коэффициентов A в (6.15) должна быть такой, чтобы вычисленные значения y совпадали со значениями в исходных табличных данных. Это требует вычислять значения A тем точнее, чем выше индекс A , т.е. A_4 должно быть точнее, чем A_3 , а A_3 точнее, чем A_2 и т.д.

Для вычисления коэффициентов A методом наименьших квадратов расчеты необходимо производить по типовым программам на ЭВМ.

6.4. Корреляционный анализ

Под *корреляционным анализом* понимается исследование закономерностей между явлениями (процессами), которые зависят от многих, иногда неизвестных факторов.

Если две переменные зависят друг от друга так, что каждому значению X соответствует значение Y , то между ними существует *функциональная связь*.

Однако часто между переменными X и Y существует связь, но не вполне определенная. Одному значению X соответствует несколько значений Y . В этом случае связь называют *корреляционной*.

Функция $y = f(x)$ является корреляционной, если каждому значению аргумента соответствует статистический ряд распределения функции Y .

Следовательно, корреляционные зависимости характеризуются вероятностными связями. Поэтому установление корреляционных зависимостей между величинами Y и X возможно лишь тогда, когда выполняемы статистические измерения.

Например, модуль упругости грунта E зависит от его средней плотности γ . С возрастанием средней плотности увеличивается модуль упругости грунта. Эта закономерность проявляется лишь при наличии большого количества измерений (экспериментов). Для каждой отдельной пары связи $E_i = f(\gamma_i)$ наблюдается большое отклонение.

Суть корреляционного анализа сводится к тому, что устанавливается уравнение регрессии, т.е. вида зависимости между случайными величинами, оценке тесноты связей и достоверности результатов измерений.

Чтобы предварительно определить наличие корреляционной связи между X и Y , наносят точки на график и строят так называемое корреляционное поле (рис. 6.11 а).

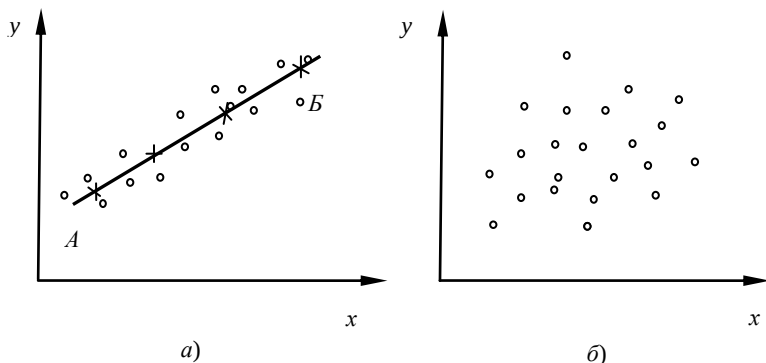


Рис. 6.11. Корреляционное поле

По тесноте группировки точек вокруг прямой или кривой линии, по наклону линии можно судить визуально, что экспериментальные данные имеют определенную связь между X и Y . Например, измерения, приведенные на рис. 6.11 б, связи не имеют, а на рис. 6.11 а – имеют.

По форме корреляционного поля можно ориентировочно судить о форме связи, характеризующей прямолинейную или криволинейную зависимость.

Даже для вполне выраженной формы корреляционного поля (вследствие статистического характера связи исследуемого явления) одно значение X может иметь несколько значений Y .

Поэтому оптимальной будет такая функция, в которой соблюдаются условия наименьших квадратов:

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = \min, \quad (6.18)$$

где y_i – фактическая ордината поля;

$\bar{y}$ – среднее значение ординаты с абсциссой X , вычисленной по уравнению.

Если на корреляционном поле (рис. 6.9 а) приведены средние значения Y (обозначение крестиками), то линия $A - B$ будет соответствовать функциональной зависимости $\bar{Y} = ax + b$. Средняя линия

корреляционного поля, для которой соблюдается условие $\sum (\bar{y}_i - y)^2 = \min$ называется *линией регрессии*.

Существует три вида корреляции: прямолинейная, криволинейная, множественная.

Наиболее распространенной является прямолинейная корреляция.

После корреляции зависимость аппроксимируют уравнением прямой.

$$Y = a + bx. \quad (6.19)$$

Линию регрессии рассчитывают из условий наименьших квадратов (6.18). При этом линия AB (рис. 6.11 a) наилучшим образом выравнивает значение постоянных коэффициентов a и b , т.е. коэффициентов уравнения регрессии. Их вычисляют по выражениям

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}; \quad (6.20)$$

$$a = y - bx = \frac{\sum y}{n} - b \frac{\sum x}{n}. \quad (6.21)$$

Критерием близости корреляционной зависимости между X и Y к линейной функциональной зависимости является коэффициент корреляции r . Он показывает степень линейной связи x и y

$$r = \pm \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{\left[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 \right] \left[n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2 \right]}}; \quad (6.22)$$

$$r = \pm \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n \sigma_x \sigma_y}; \quad (6.23)$$

$$r = \pm \frac{\left[\frac{1}{n} \sum (x_i y_i) \right] - \bar{x} \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (6.24)$$

где n – число измерений;

σ_x , σ_y – среднеквадратичные отклонения.

Несмотря на громоздкость формулы (7.22), она наиболее проста для вычислений.

Значение коэффициента корреляции всегда меньше единицы. При $r = 1,0$ величины X и Y связаны функциональной связью (в данном случае линейной), т.е. каждому значению X соответствует одно значение Y .

Если $r < 1$, то линейной функциональной связи не существует, однако может существовать линейная регрессия.

Обычно тесноту связи считают удовлетворительной при $r \geq 0,5$; хорошей при $r = 0,8 - 0,85$.

Уравнение регрессии прямой можно представить выражением

$$(6.19) \text{ или } Y = \bar{Y} + r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}). \quad (6.25)$$

ПРИМЕР. Имеется статистический ряд парных измерений:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	8	11	14	16	21	26	27	32	34	41

Необходимо найти уравнение прямолинейной регрессии, оценить тесноту связей и степень достоверности. Расчет ведется в табличной форме:

x	y	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$	x^2	y^2	xy	$(x - \bar{x})x(y - \bar{y})$
1	8	-4,5	-15	20,25	225	1	64	8	67,5
2	11	-3,5	-12	12,25	144	4	121	22	42,0
3	14	-2,5	-9	6,25	81	9	196	42	22,5
4	16	-1,5	-7	2,25	49	16	256	64	10,5
5	21	-0,5	-2	0,25	4	25	441	105	1,0
6	26	0,5	3	0,25	9	36	676	156	1,5
7	27	1,5	4	2,25	16	49	729	189	6,0
8	32	2,5	9	6,25	81	64	1024	256	22,5
9	34	3,5	11	16,25	121	81	1156	306	31,5
10	41	4,5	18	20,25	324	100	1681	410	81,0
55	230	—	—	82,50	1054	385	6344	1558	286,0

$$\bar{X} = \frac{55}{10} = 5,5;$$

$$\bar{Y} = \frac{230}{10} = 23;$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{82,50}{10}} = 2,873;$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1054}{10}} = 10,27.$$

Вычисляем r из (7.24)

$$r = \frac{\frac{1558}{10} - 5,5 \cdot 23}{2,873 \cdot 10,27} = -0,99.$$

Полученный коэффициент корреляции довольно высок.

Коэффициент регрессии согласно (7.25)

$$r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 0,99 \frac{10,27}{2,873} = 3,54.$$

Уравнение регрессии $Y = 23 + 3,54(X - 5,5)$.

Определим уравнение регрессии иным способом.

Коэффициент корреляции согласно (6.24)

$$r = \frac{10 \cdot 1558 - 55 \cdot 230}{(10 \cdot 385 - 55)(10 \cdot 6344 - 230)} = -0,99.$$

$$\text{Из (6.20) и (6.21) } b = \frac{10 \cdot 1558 - 55 \cdot 230}{10 \cdot 385 - 55} = 3,55$$

$$a = \frac{230}{10} - 3,55 \frac{55}{10} = 3,48.$$

По (6.20) уравнение регрессии имеет вид $Y = 3,48 + 3,55x$.

Ниже в табличной форме приведены расчет y по полученным двум уравнениям регрессии, а также сравнение с заданными величинами:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	8	11	14	16	21	26	27	32	34	41
y_1	7,1	10,6	14,2	17,7	21,3	24,8	28,3	31,8	35,4	38,9
y_2	7,1	10,6	14,2	17,7	21,3	24,8	28,3	31,9	35,4	39,0

Как видно по результатам расчетов, сходимость хорошая.

ПРИМЕР. Необходимо исследовать выносливость бетонов (количество циклов нагружения бетонных образцов до их разрушения) в зависимости от степени их нагружения ($\frac{\sigma}{R_{cm}}$).

Составим гипотезу научного исследования.

Из литературных данных известно, что усталостное разрушение материалов, в том числе и бетонов, представляет собой в значительной степени вероятностный процесс, т.е. на усталостное разрушение влияет много случайных факторов. Поэтому можно описать лишь вероятную зависимость между выносливостью бетонов и интенсивностью нагружения ($\frac{\sigma}{R_{cm}}$). Анализ литературных источников, а также поисковый эксперимент показали, что эта зависимость может

быть описана экспотенциальной зависимостью $N = K_1 10^{K_2 \frac{\sigma}{R_{cm}}}$ или

$$N = K'_1 10^{K_2 \frac{\sigma}{R_{cm}}},$$

где σ – величина приложенного напряжения, кг·с/см²;

R_{cm} – прочность бетона при изгибе, кг·с/см², определяется в соответствии с ГОСТом;

N – количество циклов нагружения σ , при котором бетон разрушается;

K_1, K_2 – коэффициенты.

Применим для этой кривой метод прямолинейной корреляции. Поисковый эксперимент показал, что разброс показателей измерения величины очень высок, поэтому требуемое количество образцов для получения достоверных результатов при точности измерения 10 % и вероятности ее получения 95 % составляет 15 образцов. Зависимость исследуем в пределах $\frac{\sigma}{R_{cm}} = 0,9 - 0,5$. Выравни-

вание зависимости N от $\frac{\sigma}{R_{cm}}$ приводит к результату

$\lg N = K_1 + K_2 \frac{\sigma}{R_{cm}}$. Учитывая, что получена прямолинейная зависимость и что усталостное разрушение в значительной степени представляет собой вероятностный процесс, в дальнейшем исследовании используем уравнение прямолинейной регрессии (6.26):

$$y - \bar{y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}),$$

где x – численные значения логарифмов количества циклов нагружения;

y – частные значения относительной напряженности.

Далее составляем методику основных экспериментальных исследований, в соответствии с которой проверяется эксперимент. Экспериментальные данные, с помощью которых проведены вычисления, представлены ниже в табличной форме ($n = 106$):

n	y	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$	x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})(x - \bar{x})$
1	0,91	0,1854	0,0343	2,1239	-2,1239	4,6049	-0,3970
2	0,91	0,1854	0,0343	2,5340	-2,5350	3,0151	-0,3212
3	0,91	0,1854	0,0343	2,2553	-2,2553	4,0582	-0,3727
105	0,58	-0,1446	0,0299	5,7982	1,5289	2,3360	-0,2216
106	0,58	-0,1446	0,0299	6,000	1,7302	2,9936	-0,2509
Σ	76,81	–	1,8980	452,5968	–	162,7350	-16,4631

Вычисляем: $\bar{Y} = 0,7246$; $\bar{X} = 4,2693$; $\sigma_x = 0,1338$; $\sigma_y = 1,2390$.

Согласно (7.25) $r = -0,937$. Уравнение регрессии $Y = 1,1566 - 0,102x$, $\frac{\sigma}{R_{cm}} = 1,1566 - 0,1012 \lg N$, или $N = 11,5 \cdot 10^{-9,9} \frac{\sigma}{R_{cm}}$. Таким образом, $K_1 = 11,5$; $K_2 = 9,9$.

Полученная формула отражает наиболее вероятную связь между величинами N и $\frac{\sigma}{R_{cm}}$ для данных конкретных условий эксперимента.

6.5. Проверка адекватности математических моделей экспериментальным данным

В результате эксперимента получают статистический ряд обычно парных, однофакторных (x_i, y_i) или многофакторных $(a_i, b_i, c_i, \dots)$ измерений. Статистические измерения подвергают обработке и анализу, подбирают эмпирические формулы и устанавливают их достоверность.

Перед подбором эмпирических формул необходимо еще раз убедиться в достоверности эксперимента. Кроме приведенных выше методов оценки достоверности, результаты эксперимента проверяют на воспроизводимость результатов, т.е. на их повторяемость в определенных пределах измерений с заданной доверительной вероятностью.

Суть такой проверки сводится к следующему. Имеется несколько параллельных опытов (серий). Для каждой серии вычисляют с помощью формулы среднеарифметическое значение $\bar{x}_i$ (n – число измерений в одной серии). Далее по формуле вычисляют дисперсию $D_i = \sigma^2$.

- *Критерий Кохрена* рассчитывают, чтобы оценить воспроизводимость для случая одинакового числа замеров n в каждой серии эксперимента:

$$G_p = \frac{\max D_i}{\sum_1^m D_i}, \quad (6.26)$$

где D_i – наибольшее значение дисперсии из числа рассматриваемых параллельных серий m ;

$\sum_1^m D_i$ – сумма дисперсий m серии.

Принимают гипотезу об однородности дисперсий, если

$$G_p \leq G_m, \quad (6.27)$$

где G_m – табличное значение критерия Кохрена, соответствующее доверительной вероятности $p = 0,95$, которое принимают в зависимости от числа параллельных серий m и числа степеней свободы $q = n - 1$ (табл. 6.1).

Таблица 6.1

Критерий Кохрена

m	Значения критерия G_m при $p = 0,95$ в зависимости от $q = n - 1$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
2	0,999	0,975	0,939	0,906	0,877	0,853	0,833	0,816
3	0,967	0,871	0,798	0,746	0,707	0,677	0,653	0,633
4	0,907	0,768	0,684	0,629	0,590	0,500	0,637	0,518
5	0,841	0,684	0,598	0,544	0,507	0,478	0,456	0,439
6	0,781	0,616	0,532	0,480	0,445	0,418	0,398	0,382
7	0,727	0,561	0,480	0,431	0,397	0,373	0,354	0,338
8	0,680	0,516	0,438	0,391	0,360	0,336	0,319	0,304
9	0,639	0,478	0,403	0,358	0,329	0,307	0,290	0,277
10	0,602	0,445	0,373	0,331	0,303	0,282	0,267	0,254
12	0,541	0,392	0,326	0,288	0,262	0,244	0,230	0,219
15	0,471	0,335	0,276	0,242	0,220	0,203	0,191	0,182
20	0,389	0,271	0,221	0,192	0,174	0,160	0,150	0,142

ПРИМЕР. Проверить гипотезу об однородности дисперсий при доверительной вероятности $p = 0,95$. Экспериментальные данные приведены ниже в табличной форме:

Номера серий	Измерения в одной серии			Результаты вычислений		По теоретической формуле
		2	3	$\bar{x}$	σ^2	
1	303	327	310	313	152	313
2	437	402	415	418	313	415
3	501	467	480	483	251	486
4	534	647	673	651	651	660

С помощью формулы (6.26) вычисляем расчетное значение критерия Кохрена

$$G_p = \frac{651}{152+313+251+651} = 0,46.$$

Число степеней свободы $q = n - 1 = 3 - 1 = 2$.

Согласно табл. 6.4, для $m = 4$ и $q = 2$ табличное значение критерия Кохрена $\sigma_m = 0,768$.

Поскольку $0,46 < 0,768$, принимаем гипотезу об однородности дисперсий. Если бы оказалось, что $G_p > G_m$, то необходимо было бы увеличить количество измерений в одной серии n или число серий m .

Следует активно влиять на ход эксперимента и при необходимости совершенствовать методику исследования – изменять количество измерений, определять новые параметры, исключать второстепенные факторы, расширять диапазон измерений и т.д.

В процессе проведения эксперимента возникает потребность проверить соответствие экспериментальных данных математической модели, т.е. проверить гипотезу об адекватности модели экспериментальным данным при заданном уровне значимости. Проверка статистической гипотезы об адекватности модели необходима также во всех случаях на стадии анализа теоретико-экспериментальных исследований.

Методы оценки адекватности основаны на использовании доверительных интервалов, позволяющих с заданной доверительной вероятностью определять искомые значения оцениваемого параметра. Суть такой проверки состоит в сопоставлении полученной или предполагаемой теоретической функции $y = f(x)$ с результатами измерений.

В практике оценки адекватности применяют различные критерии адекватности.

- *Критерий Фишера*

$$K_{\text{фп}} = \frac{\max(D_a; D_{cp})}{\min(D_a; D_{cp})}, \quad (6.27)$$

где D_a – дисперсия адекватности (6.30);

D_{cp} – дисперсия средних значений (6.28).

В числителе принимается наибольшее, а знаменателе – наименьшее значение из вычисленных величин дисперсии.

$$D_{cp} = \frac{D_i}{m} = \frac{1}{mn} \sum_1^m (x_i - \bar{x})^2. \quad (6.28)$$

В формуле (6.27) принимают соответственно наибольшее значение D_a и D_{cp} для числителя и наименьшее из D_a и D_{cp} для знаменателя.

Функция (уравнение регрессии) считается адекватной при

$$K_{\phi p} \leq K_{\phi m}, \quad (6.29)$$

где $K_{\phi m}$ – табличное значение критерия Фишера, принимаемое при числе степеней свободы q и доверительной вероятности $p = 0,95$ (табл. 6.2).

Таблица 6.2

Критерий Фишера

Число степеней свободы для знаменателя	Значение критерия Фишера $K_{\phi m}$ при $p = 0,95$ в зависимости от числа степеней свободы для числителя							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,76	238,88
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,24
10	4,97	4,10	3,71	4,48	3,33	3,22	3,14	3,07
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,10	3,01	2,95
12	4,75	3,89	3,49	3,25	3,11	3,00	2,91	2,85
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59
17	4,45	3,59	3,20	2,97	2,81	2,70	2,71	2,55
18	4,41	3,56	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45

В уравнении (6.27) значение вычисляют по формуле

$$D_a = \frac{1}{n-b} \sum_1^n (x_{iэ} - x_{ip})^2, \quad (6.30)$$

где $x_{iэ}$, x_{ip} – средние экспериментальные и теоретические значения (для принятой кривой) измерений;

n – число измерений;

b – число коэффициентов регрессии искомого или принятого теоретического уравнения.

Число степеней свободы для числителя и знаменателя вычисляют по формуле

$$q_1 = n - b; \quad q_2 = m(n - 1). \quad (6.31)$$

Критерий Фишера целесообразно применять при малой выборке.

ПРИМЕР. Допустим, необходимо проверить для данных условий строительства формулу Боломея-Скрамтаева $R_с = 0,6 \left(\frac{U_1}{B} - 0,5 \right)$.

Полагая, что свойства щебня и песка практически не изменяются (они поступают из одного и того же карьера), условия перемешивания и уплотнения бетонных смесей, твердения изделий постоянны. Изменяются лишь активность цемента – от 400 до 600 кг·с/см² и водоцементное отношение – от 0,45 до 0,55.

В данном случае уже заданы основные факторы (R_u и $\frac{U}{B}$), влияющие на прочность бетона, и определены пределы их изменения ($R_u = 400 - 600$ кг·с/см², $\frac{U}{B} = 2,22 - 1,82$). Результаты эксперимента приведены ниже в табличной форме:

Номер серии	Измерения в одной серии			Результаты вычислений		По теоретической формуле
	1	2	3	$\bar{x}$	σ^2	
1	303	327	310	313	152	313
2	437	402	415	418	313	415
3	501	467	480	483	251	486
4	534	647	673	651	651	660

Проверим адекватность формулы экспериментальным данным. Определим с помощью (6.30) дисперсию адекватности

$$D_a = \frac{1}{4-2} \left[(313-313)^2 + (418-415)^2 + (483-486)^2 + (651-660)^2 \right] = 99.$$

Вычислим по формуле (6.28)

$$D_a = \frac{1}{4-3} (152 + 313 + 251 + 615) = 111.$$

По табл. 6.2 $q_1 = 4 - 2 = 2$ и $q_2 = 4(3 - 1) = 8$; $K_{\phi m} = 4,46$;

$$K_{\phi p} = \frac{111}{55} = 2,02; 55 - \text{наименьшее значение.}$$

Поскольку $2,02 < 4,46$, то статистическая гипотеза об адекватности формулы при $p = 0,95$ подтверждается.

Критерий Пирсона – наиболее широко применяемый критерий, особенно при больших статистических измерениях.

Пусть имеем большую выборку N измерений. Разбиваем статистические измерения на m разрядов, в которых $x_1 - x_2$; $x_3 - x_4$; $x_5 - x_6$ и т.д. По данным измерений в каждом разряде оказалось $Y_{\partial i}$ измерений. Так, в диапазоне $x_1 - x_2$ имеется $Y_{\partial 1}$ измерений (частота); в $x_3 - x_4 - Y_{\partial 2}$ измерений и т.д. Очевидно, что $\sum_1^m Y_{\partial i} = N$.

Строят экспериментальную кривую частот по $Y_{\partial i} = f(x)$ или

$\frac{Y_{\partial i}}{N} = f(x)$. Эту кривую можно аппроксимировать различной теоретической кривой – законом Пуассона, Вейбула, биномиальным, показательным, логарифмическим, нормальным и др. Для теоретической кривой нетрудно установить соответственно Y_{mi} .

$$P(\chi^2, q) > \alpha = 1 - \Phi(x) \quad (6.32)$$

где $\alpha = 1 - \Phi(x)$ – уровень значимости, обычно принимаемый равным 0,01;

χ^2 – критерий согласия Пирсона;

q – число степеней свободы равное:

$$q = m - s, \quad (6.33)$$

где m – количество групп (серий, разрядов) большой выборки или число измерений в одной серии при анализе односерийного эксперимента;

s – коэффициент, принимаемый в зависимости от Y .

Значение χ^2 вычисляется по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(Y_{yi} - Y_{mi})^2}{Y_{mi}} \quad (6.34)$$

где Y_{yi}, Y_{mi} – количество измерений (частота) в каждой группе серий соответственно по данным эксперимента и по теоретической кривой.

В табл. 6.3 приведены значения критерия Пирсона (χ^2, q).

Таблица 6.3

Критерий Пирсона

χ^2	Значение критерия Пирсона $P(\chi^2, q)$ при числе степени свободы q							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,317	0,606	0,801	0,909	0,962	0,985	0,994	0,998
2	0,157	0,367	0,572	0,735	0,849	0,919	0,959	0,981
3	0,083	0,223	0,391	0,557	0,700	0,806	0,885	0,934
4	0,045	0,135	0,261	0,406	0,549	0,767	0,779	0,854
5	0,025	0,082	0,171	0,287	0,415	0,543	0,660	0,757
6	0,014	0,049	0,111	0,199	0,306	0,423	0,539	0,647
7	0,008	0,030	0,071	0,135	0,220	0,320	0,428	0,536
8	0,004	0,018	0,046	0,091	0,156	0,238	0,332	0,433
9	0,002	0,011	0,029	0,061	0,109	0,173	0,252	0,342
10	0,001	0,006	0,018	0,040	0,075	0,124	0,188	0,265
11	0,000	0,004	0,011	0,026	0,051	0,088	0,138	0,201
12	–	0,002	0,007	0,017	0,034	0,062	0,100	0,151
13	–	0,001	0,004	0,011	0,023	0,043	0,072	0,111
14	–	0,000	0,002	0,007	0,014	0,029	0,051	0,081
15	–	–	0,001	0,004	0,010	0,020	0,036	0,059
16	–	–	0,001	0,003	0,006	0,013	0,025	0,042
17	–	–	0,000	0,001	0,004	0,009	0,017	0,030
18	–	–	–	0,001	0,002	0,006	0,012	0,021
19	–	–	–	–	0,001	0,004	0,008	0,014
20	–	–	–	–	0,001	0,002	0,005	0,010

ПРИМЕР. Произведено 250 измерений некоторой величины x_i , $N = 250$. Экспериментальные данные Y_{ji} разбиты на 7 групп и приведены ниже в табличной форме:

Y_{ji}	1	23	50	82	58	28	2
Y_{mi}	1	27	57	80	57	27	1

Результаты измерений наносят на сетку в прямоугольных координатах. Кривая близка к закону нормального распределения. В качестве аппроксимирующей принята кривая нормального распределения, по которой установлены теоретические частоты.

Необходимо установить степень соответствия экспериментальных данных гипотезе.

Согласно формуле (6.34) вычисляем критерий согласия

$$\chi^2 = \frac{(1-1)^2}{1} + \frac{(23-27)^2}{27} + \frac{(50-57)^2}{57} + \frac{(82-80)^2}{80} + \frac{(58-57)^2}{57} + \frac{(28-27)^2}{27} + \frac{(2-1)^2}{1} = 2,56.$$

При $s = 3$, $q = 8 - 5 = 3$. По табл. 6.3 $p(2,56; 5) = 0,774$. Адекватность удовлетворяется, поскольку $0,774 > 0,01$.

Критерий Романовского

$$K_p = \frac{\chi^2 q}{\sqrt{2q}}. \quad (6.35)$$

Здесь число степеней свободы q вычисляют с помощью (6.33). Адекватность удовлетворяется при $K_p < 3$.

Для рассмотренного примера $2K_p = \frac{2,56-5}{2,5} < 3$, т.е. адекватность удовлетворяется.

- *Критерий Колмогорова* K_K применяется для оценки адекватности при большей статистической выборке N .

Чтобы определить этот критерий, статистическую кривую частот преобразовывают в статистическую интегральную функцию. Находят наибольшую разность частот между экспериментальной статистической интегральной кривой:

$$D_o = \max(\sum Y_{ji} - \sum Y_{mi}). \quad (6.36)$$

Затем вычисляют величину

$$\lambda = D_o \sqrt{N}. \quad (6.37)$$

По значению λ (табл. 6.4) находят вероятность

$$p(\lambda) = 1 - k(\lambda). \quad (6.38)$$

Статистическая гипотеза об адекватности подтверждается, если $p(\lambda) > 0,05$.

Таблица 6.4

Критерий Колмогорова

λ	Критерий Колмогорова. Значение $1 - k(\lambda)$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,3	09999	09999	09999	09999	09998	09997	09995	09992	09987	09981
0,4	09972	09960	09945	09926	09903	09874	09840	09800	09753	09700
0,5	09640	09572	09497	09415	09325	09228	09124	09013	08896	08772
0,6	08643	08508	08368	08223	08073	07920	07764	07604	07442	07278
0,7	07112	06945	06774	06609	06440	06272	06104	05936	05770	05605
0,8	05441	05280	05120	04962	04806	04653	04503	04355	04209	04067
0,9	03927	03791	03657	03527	03399	03275	03154	03036	02921	02809
1,0	02700	02594	02492	02392	02296	02202	02111	02024	01939	01857
1,1	01777	01701	01626	01555	01486	01420	01356	01294	01235	01177
1,2	01123	01070	01019	00970	00924	00879	00836	00794	00755	00717
1,3	00681	00646	00613	00581	00551	00522	00495	00469	00444	00420
1,4	00397	00375	00355	00335	00316	00292	00282	00266	00250	00236
1,5	00222	00209	00197	00185	00174	00164	00154	000145	00136	00127
1,6	00120	00112	00105	00099	00092	00086	00081	00076	00071	00066
1,7	00062	00058	00054	00050	00047	00044	00041	00038	00035	00033
1,8	00031	00029	00027	00025	00023	00021	00020	00019	00017	00016
1,9	00015	00014	00013	00012	00011	00010	00009	00009	00008	00007
2,0	00007	00006	00006	00005	00005	00005	00004	00004	00004	00003
2,1	00003	00003	00003	00002	00002	00002	00002	00002	00002	00001
2,2	00001	00001	00001	00001	00001	00001	00001	00001	00001	00001
2,4	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	00000

ПРИМЕР. Пусть выполнено 200 измерений. Результаты расчетов, необходимых для оценки сходимости теории с экспериментом, приведены ниже в табличной форме:

№ п/п	Варьируемая характеристика x_i	Наблюдаемая частота Y_{yi}	Накопленная ча- стота интегральной экспериментальной кривой, $\sum Y$	Накопленная частота теоре- тической инте- гральной кри- вой, $\sum m_i$	D_o
1	2	0,001	0,001	0,001	0
2	4	0,005	0,006	0,004	0,002
3	6	0,010	0,016	0,010	0,006
4	8	0,018	0,034	0,020	0,014
5	10	0,023	0,067	0,035	0,032
.....					
200	400	0,002	0,412	0,430	0,018

Анализ данных последней графы таблицы показал, что наибольшее значение разности оказалось при $x_i = 5 - D_o = 0,032$.

Следовательно, $\lambda = 0,028\sqrt{200} = 0,43$.

Для $\lambda = 0,400$ по табл. 6.4 находим $1 - k(\lambda) = 0,9926 > 0,05$. Таким образом, адекватность теоретических разработок экспериментальным данным подтверждается.

6.6. Основные принципы оптимального планирования эксперимента

Основным из традиционных методов экспериментального исследования является определение требуемых зависимостей при изменении одного фактора и постоянстве остальных (однофакторный эксперимент). Так, прочность бетона зависит от многих факторов, главным из которых является активность цемента, В/Ц отношение, количество песка и щебня. Обычно же изучают зависимость прочности бетона от одного из этих факторов, например, активности цемента, затем В/Ц отношения и т.д. При использовании такого метода

устанавливают степень влияния каждого переменного фактора в отдельности на исследуемое явление или объект.

В отличие от традиционных форм выполнения экспериментов в последние годы все чаще применяются методы математического планирования, позволяющие одновременно изучать влияние ряда факторов (многофакторный эксперимент). Он основан на математической теории эксперимента, которая определяет условия оптимального проведения исследования, в том числе и при неполном знании физической сущности явления.

Для этого можно использовать математический аппарат не только на стадии обработки результатов измерений, как было раньше, но также при подготовке и проведении опытов. Математические методы планирования эксперимента являются методами системного анализа. Они дают возможность исследовать и оптимизировать сложные системы и процессы, обеспечивая высокую эффективность эксперимента и точность определения исследуемых факторов.

Планирование позволяет построить оптимальную стратегию исследования, обеспечивающую наибольшую эффективность минимума затрат.

Среди методов математического планирования широко распространен *метод полного факторного эксперимента*. Он представляет собой систему опытов, содержащих все возможные неповторяющиеся комбинации уровней варьирования выбранных факторов. Этот метод позволяет одновременно изучать влияние многих факторов на исследуемый процесс и дает возможность получить полином n -й степени (функцию отклика) для математического описания исследуемого процесса в некоторой локальной области многофакторного пространства $(z_{01}, z_{02}, \dots, z_{0n})$. Полученную функцию отклика можно использовать также для оптимизации процессов, т.е. определять параметры, при которых явление или процесс будут протекать наиболее эффективно.

Метод полного факторного эксперимента основан на положении о том, что исследуемую непрерывную функцию $y = f(z_1, z_2, \dots, z_n)$, имеющую все производные в заданной точке с координатами $z_{01}, z_{02}, \dots, z_{0n}$, можно разложить в ряд Тейлора:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \dots + \beta_n z_n + \beta_{12} z_1 z_2 + \dots + \beta_{(n-1)n} z_{n-1} z_n + \beta_{11} z_1^2 + \beta_{22} z_2^2 + \beta_{33} z_3^2 + \dots + \beta_{nn} z_{nn}^2, \quad (6.39)$$

где β_0 – значение функции отклика в начале координат $z_{01}, z_{02}, \dots, z_{0n}$;

$$z_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}; z_{ij} = \frac{\partial^2 y}{\partial z_i \partial z_j}; z_{ii} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 y}{\partial z_i^2}. \quad (6.40)$$

Ряд Тейлора аналогичен уравнению регрессии

$$Y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n + a_{12} x_1 x_2 + \dots + a_{(n-1)n} x_{n-1} x_n + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + \dots + a_{nn} x_n^2, \quad (6.41)$$

где a_0, a_i, a_j, a_{ii} – коэффициент регрессии;

x_i – кодированная переменная, введенная в целях упрощения

арифметических расчетов и равная $x_i = \frac{z_i - z_{oi}}{0,5 \Delta z_i}$;

$$\Delta z_i = z_{i \max} - z_{i \min}; z_{oi} = \frac{z_{i \max} + z_{i \min}}{2}.$$

Следовательно, x_i является относительной величиной: максимальному значению $z_{i \max}$ соответствует $x_i = +1$, минимальному $z_{i \min}$ – $x_i = -1$.

Функция (6.11) точно описывает искомую поверхность, соответствующую исследуемому процессу. При этом ограничиваются обычно полиномами первой или второй степени.

В дальнейшем проанализируем только полный двухфакторный эксперимент, составляемый с целью описать поверхности отклика второго порядка (рис. 6.12).

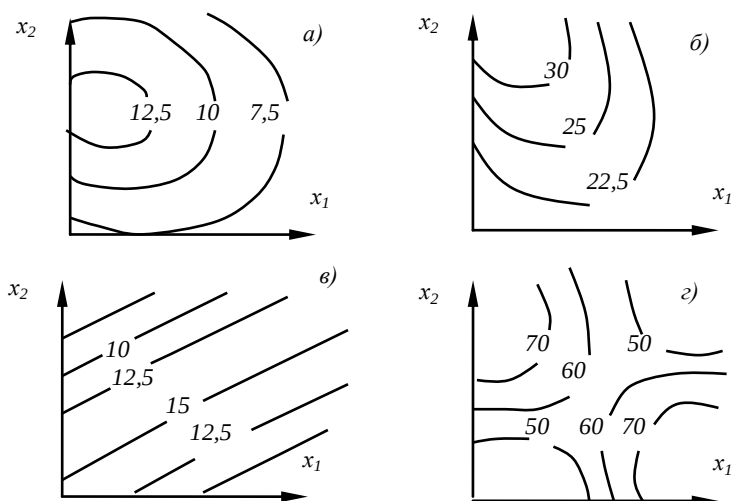


Рис. 6.12. Виды поверхностей откликов: а) параболоида; б) стационарные возвышенности; в) «хребет»; г) «седло»

Допустим, что необходимо исследовать явление в зависимости от изменения двух факторов z_1 и z_2 методом полного двухфакторного эксперимента.

Обычно в начале предполагают, что оно описывается линейным полиномом, т.е. поверхность отклика представляет собой плоскость, характеризуемую полиномом

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2. \quad (6.42)$$

Чтобы построить поверхности отклика в виде плоскости, достаточно провести четыре опыта. Наиболее удобно выбранные факторы варьировать на максимальном или минимальном уровнях, что в кодированном виде соответствует $x_i = +1, x_i = -1$. Для удобства планирования эксперимента составляют план (рис. 6.13) и матрицу (табл. 6.5) двухфакторного эксперимента, в соответствии с которыми и проводят исследования.

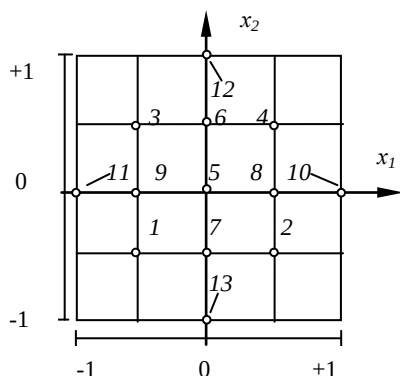


Рис. 6.13. План эксперимента для функции $y = f(x_1, x_2)$

Таблица 6.5

Двухфакторный эксперимент

№ опыта	Факторы		Функция отклика, Y_j
	X_1	X_2	
1	-1	-1	Y_1
2	+1	-1	Y_2
3	-1	+1	Y_3
4	+1	+1	Y_4

Как следует из матрицы (табл. 6.5), первый опыт проводят при минимальных значениях факторов x_1 и x_2 , четвертый – при максимальных, второй – при минимальном значении x_2 и максимальном x_1 , третий наоборот.

Аналогично составляют полином, план и матрицу планирования для проведения 3-х, 4-х и большего количества факторов. План трехфакторного эксперимента представлен на рис. 6.14, матрица – в табл. 6.12.

Как следует из данных табл. 6.11 и 6.12, принцип построения матриц планирования полного факторного эксперимента заключается в том, что уровни варьирования первого фактора чередуются от опыта к опыту, частота смены уровней варьирования каждого последующего фактора вдвое меньше, чем у последующего. У последнего фактора уровни меняются всегда один раз. Матрица планирования полного факторного эксперимента в этом случае обладает следующими свойствами:

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 0, \quad \sum_{j=1}^m x_{ij}^2 = m, \quad \sum_{j=1}^m x_{il} x_{ju} = 0, \quad (6.43)$$

где m – число опытов полного факторного эксперимента;

j – номер опыта;

i, e, u – номер факторов.

Свойство, выраженное уравнением (6.43), называется ортогональностью, а матрица – ортогональной.

Для этой матрицы вычисляют коэффициенты регрессии линейного полинома:

$$a_0 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_j; \quad a_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_{ji} x_j; \quad a_{iu} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_{ji} x_{ju} y_j. \quad (6.44)$$

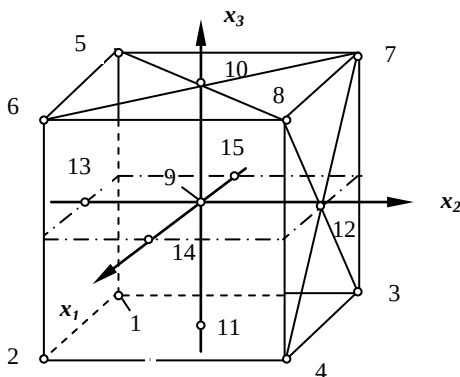


Рис. 6.14. План эксперимента для функции $y = f(x_1, x_2, x_3)$

Таблица 6.6

Трехфакторный эксперимент

№ опыта	Факторы			Функция отклика, Y_j
	X_1	X_2	X_3	
1	-1	-1	-1	Y_1
2	+1	-1	-1	Y_2
3	-1	+1	-1	Y_3
4	+1	+1	-1	Y_4
5	-1	-1	+1	Y_5
6	+1	-1	+1	Y_6
7	-1	+1	+1	Y_7
8	+1	+1	+1	Y_8

Формула (6.44) применима только для вычисления коэффициентов линейного полинома. В самом же общем виде коэффициенты регрессии вычисляют с помощью многочленов Чебышева, обеспечивающих минимум суммы квадратов отклонений.

Некоторые из коэффициентов регрессии могут оказаться незначимыми, т.е. пренебрежимо малыми. Коэффициент регрессии значим, и им пренебрегать нельзя, если

$$|a| \geq D_a t,$$

где t – критерий Стьюдента;

D_a – дисперсия, с которой определялся коэффициент регрессии,

вычисляется так: $D_a = \frac{D_{\bar{y}}}{\sqrt{m}}$,

$D_{\bar{y}}$ – дисперсия среднего значения фактора.

Полученные таким образом уравнения линейной регрессии проверяют на условие адекватности (например, по критерию Фишера). Адекватность линейного полинома можно определить и путем вычисления коэффициентов регрессии $a_{12}, \dots, a_{(n-1)n}$, которые при адекватности линейного полинома равны нулю.

Общее число опытов m в матрице планирования полного факторного эксперимента равно

$$m = 2^n, \quad (7.46)$$

где n – число факторов.

В случае линейного полинома для нахождения коэффициентов регрессии можно уменьшить количество опытов, воспользовавшись методом дробных реплик, которые представляют собой часть матрицы полного факторного эксперимента (например, $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ часть и т.д.).

Так, чтобы найти коэффициенты регрессии уравнения

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3, \quad (6.47)$$

необходимо провести восемь опытов согласно матрице планирования полного трехфакторного эксперимента. Однако их можно найти также при уменьшении количества опытов и до четырех, реализовать половину матрицы, поскольку план трехфакторного эксперимента представляется в форме куба, параметры которого полностью определены, если зафиксирована диагональная плоскость вершин куба, лежащих на ней (см. рис. 6.14). В этом случае основу матрицы составляет матрица двухфакторного эксперимента, а варьирование третьего фактора соответствует произведению $x_1 \cdot x_2$ (табл. 6.7).

Таблица 6.7

Матрица эксперимента

№ опыта	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1 x_2$	Y_j
1	+1	-1	-1	+1	Y_1
2	+1	+1	-1	-1	Y_2
3	+1	-1	+1	-1	Y_3
4	+1	+1	+1	+1	Y_4

Это преобразование допустимо, если коэффициент регрессии a_{12} незначим или равен нулю; в противном случае определяют сумму коэффициентов регрессии $a_{12} + a_3$.

Такое планирование эксперимента, когда некоторые факторы приравнивают к произведению нескольких факторов, называется *планированием со смешиванием*. Его обозначают 2^{n-p} , где n – число факторов; p – число факторов, приравниваемых к произведениям.

Например, описанное выше планирование (см. табл. 6.7) обозначают 2^{3-1} .

Число факторов, приравненных произведением, опытом не определяется, т.е. для них опыт не ставят.

Использование метода дробных реплик, или планирование со смешиванием, дает возможность в несколько раз уменьшить число опытов при исследовании линейных моделей. В табл. 6.8 приведена матрица планирования 2^{7-4} , позволяющая при восьми опытах определить коэффициенты регрессии линейного полинома:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 + a_6x_6 + a_7x_7. \quad (6.48)$$

Здесь принято $x_4 = x_1x_2$; $x_5 = x_1x_3$; $x_6 = x_2x_3$; $x_7 = x_1x_2x_3$.

Такие равенства называются генерирующими соотношениями, их выбор произволен, однако повторение не допускается. Широко используют план 2^{3-1} , 2^{4-1} , 2^{5-2} , 2^{6-3} , 2^{7-3} и т.д., позволяющие уменьшить количество опытов в два и более раза.

Таблица 6.8

Матрица планирования 2^{7-4}

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

Если же экспериментальные данные не согласуются с линейной моделью, то исследуемый процесс стремятся описать поверхностью второго порядка. Для этого к уже реализованному плану линейного полинома (см. рис. 6.11, 6.12) добавляют опыты в промежуточных «звездных» точках в центре плана. Полученную при этом «композицию» используют для математического описания процесса в виде многочлена второй степени:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2. \quad (6.49)$$

Этот метод получил наименование ортогонального центрального композиционного эксперимента (УКП).

При ортогональном УКП количество опытов определяют по формуле

$$m = 2^n + 2n + 1, \quad (6.50)$$

где $2n$ – количество опытов, образующих полный факторный эксперимент при определении линейного полинома;

$2n$ – число так называемых «звездных» точек в факторном пространстве, имеющих координаты $(\pm\alpha, 0, 0, \pm\alpha, 0, 0, 0, \pm\alpha)$. Здесь величина α называется звездным плечом.

С учетом вышесказанного матрица ортогонального УКП для двух факторов приведена в табл. 6.9.

Таблица 6.9

Матрица ортогонального УКП для двух факторов

Система опытов	№ опыта	x_1	x_2	$x_1 x_2$	Y_j
Полный факторный эксперимент линейной модели	1	-1	-1	+1	Y_1
	2	+1	-1	-1	Y_2
	3	-1	+1	-1	Y_3
	4	+1	+1	+1	Y_4
Опыт в центре плана	5	0	0	0	Y_5
Опыт в звездных точках	6	0	+1	0	Y_6
	7	0	-1	0	Y_7
	8	+1	0	0	Y_8
	9	-1	0	0	Y_9

В принятой матрице «0» показывает, что значение x_i применяется в начале координат (см. рис. 6.14). Коэффициенты регрессии в этом случае вычисляют с помощью формул:

$$a_0 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i - \frac{a_{11}}{m} \sum_{j=1}^m x_{ij}^2 - \dots - \frac{a_{44}}{m} \sum_{j=1}^m x_{ju}^2; \quad (6.51)$$

$$a_i = \frac{\sum_{j=1}^m x_{ij} y_i}{\sum_{j=1}^m (x_{ij})^2} \quad (i \neq 0); \quad (6.52)$$

$$a_{iu} = \frac{\sum_{j=1}^m x_{ij} x_{uj} y_j}{\sum_{j=1}^m (x_{ij} x_{uj})^2} \quad (i \neq u); \quad (6.53)$$

$$a_{ii} = \frac{\sum_{j=1}^m (x_{ij} - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_{ij}^2) y_j}{\sum_{j=1}^m (x_{ij}^2 - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_{ij}^2)^2}, \quad (6.54)$$

где j – номер опыта;

i, n – номера факторов.

Для расчета оценки дисперсии в определении коэффициентов регрессии используют следующие выражения:

$$Da_0 = \frac{D^2 y}{m} + \frac{n D^2 a_{ii}}{m} \sum_{j=1}^m x_{ij}^2; \quad (6.55)$$

$$Da_i = \frac{D_y^2}{\sum_{j=1}^m (x_{ij})^2} \quad (i \neq 0); \quad (6.56)$$

$$Da_{iu} = \frac{D_y^2}{\sum_{j=1}^m (x_{ij} x_{iu})^2} \quad (i = u); \quad (6.57)$$

$$Da_{ii} = \frac{D_y^2}{\sum_{j=1}^m (x_{ij}^2 - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_{ij}^2)^2}. \quad (6.58)$$

Коэффициенты a_0, a_1, a_{iu} значимы, если выполняется условие (6.46).

Адекватность полученного уравнения регрессии проверяется с помощью критерия Фишера. Вследствие громоздкости вычисления по этим формулам целесообразно проводить с помощью ЭВМ.

В пределах трехфакторного эксперимента вычисления можно производить и вручную:

$$a_{iu} = \frac{1}{c} \sum_{j=1}^m \gamma y_j, \quad (6.59)$$

где c и γ – коэффициенты, сведенные в табл. 6.10.

Таблица 6.10

Коэффициенты c и γ

a_{iu}	a_0	a_1	a_2	a_{11}	a_{22}	a_{12}
c	9	6	6	6	6	4
Номер опыта	Значение γ					
1	-1	-1	-1	1	1	1
2	-1	+1	-1	1	1	-1
3	-1	-1	+1	1	1	-1
4	-1	1	+1	1	1	1
5	5	0	0	-2	-2	0
6	2	0	1	-2	1	0
7	2	0	-1	-2	1	0
8	2	1	0	1	-2	0
9	2	-1	0	1	-2	0

Последняя соответствует только второй серии опытов плана эксперимента (см. рис. 6.13).

Если выполняется вторая серия опытов по плану трехфакторного эксперимента, то значение c и γ определяется по табл. 6.11.

При проведении опытов с четырьмя и более факторами для вычисления коэффициентов полинома по формулам (6.51-6.54) необходимо использовать ЭВМ.

С учетом изложенного последовательность оптимального планирования эксперимента сводится к следующему.

1. Выбирают на основании проведенных теоретических исследований из n действующих в системе факторов наиболее важные $z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_n$.

Таблица 6.11

Коэффициенты c и γ для второй серии опытов

a_{iu}	a_0	a_1	a_2	a_3	a_{12}	a_{13}	a_{23}	a_{11}	a_{22}	a_{33}
c	45	10	10	10	8	8	8	18	18	18
Номер опыта	Значение γ									
1	-2	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
2	-2	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1
3	-2	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1
4	-2	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1
5	-2	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1
6	-2	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1
7	-2	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1
8	-2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	13	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2
10	8	0	0	1	0	0	0	-4	-4	5
11	8	0	0	-1	0	0	0	-4	-4	5
12	8	0	-1	0	0	0	0	-4	5	-4
13	8	0	-1	0	0	0	0	-4	5	-4
14	8	1	0	0	0	0	0	5	-4	-4
15	8	-1	0	0	0	0	0	5	-4	-4

2. Устанавливают пределы измерений выбранных факторов $z_{i \min}$ и $z_{i \max}$, вычисляют основной уровень z_{oi} и интервал варьирования Δz_i , заменяют переменные z_i на кодированные x_i .

Пределы изменений факторов, интервал варьирования и основной уровень выбирают исходя из практического опыта и технической реализуемости.

3. Находят комбинацию факторов z_i , при которых будет изучаться заданная система. Комбинация исследуемых факторов обосновывается целью исследования.

4. Разрабатывают методику измерения выбранных факторов, определяют погрешности и число повторений в каждой из выбранных комбинаций факторов.

5. Измеряют объем эксперимента, чтобы установить исследуемые величины и вычислить по экспериментальным данным коэффициенты регрессии изучаемой зависимости, а также ее адекватность.

6. Проводят эксперимент, одновременно корректируя его с учетом полученных данных в ходе эксперимента. Если линейная модель не согласуется с экспериментом, то проводят опыты в «звездных» точках.

7. Определяют уравнение регрессии, проверяют статистические гипотезы об однородности дисперсий, значимости коэффициентов и адекватности модели экспериментальным данным.

ПРИМЕР. Необходимо исследовать изменение прочности мелкозернистого бетона в зависимости от состава и водоцементного отношения. Состав бетона изменялся от $\frac{П}{Ц} = 1,5$ до $\frac{П}{Ц} = 3,5$, водоце-

ментное отношение от $\frac{В}{Ц} = 0,4$ до $\frac{В}{Ц} = 0,6$.

1. Назначают уровни варьирования переменных факторов в плане эксперимента (табл. 6.12).

Таблица 6.12

Уровни варьирования переменных факторов

Характеристика	$\frac{В}{Ц}$	X_1	$\frac{П}{Ц}$	X_2
Основной уровень	0,5	0	2,5	0
Интервал варьирования 0,5	0,1	—	1,0	—
Верхний уровень	0,6	+1	3,5	+1
Нижний уровень	0,4	-1	1,5	-1

С учетом масштабирования и центрирования кодированные переменные факторы связаны с натуральными выражениями:

$$x_1 = \frac{\frac{B}{C} - 0,5}{0,1}; \quad x_2 = \frac{\frac{П}{C} - 2,5}{1}.$$

2. Проверяют применимость линейного полинома:

$$y_p = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_{12}.$$

Для ведения эксперимента применяют план, приведенный на рис. 6.13, составляют рабочую таблицу планирования и в соответствии с ней проводят эксперимент, результаты которого записывают в табл. 6.13.

Таблица 6.13

Результаты эксперимента

Номер опыта	x_1	x_2	z_1	z_2	y_3 эксперим.	y_p расчет	Δy
1	-1	-1	0,4	1,5	410	391	+19
2	+1	-1	0,6	1,5	116	135	-19
3	-1	+1	0,4	3,5	306	323	-17
4	+1	+1	0,6	3,5	88	79	+9
5	0	0	0,5	2,0	175	230	-55

3. Находят коэффициенты линейного полинома:

$$a_0 = \frac{1}{4} (410 + 116 + 88 + 306) - \frac{920}{4} = 230;$$

$$a_1 = \frac{1}{4} (-410 + 116 - 306 + 88) = -\frac{514}{4} = -128;$$

$$a_2 = \frac{1}{4} (-410 - 116 + 306 + 88) = -\frac{132}{4} = -33;$$

$$a_{12} = \frac{1}{4} (410 - 116 - 306 + 88) = \frac{76}{4} = 19.$$

Следовательно, $y_p = 230 - 128x_1 - 33x_2 + 19x_1x_2$.

Коэффициент a_{12} значим. Коэффициенты полинома вычисляют по формулам:

$$a_0 = \frac{1}{\text{число опытов}} (y_{\text{э}1} + y_{\text{э}2} + y_{\text{э}3} + y_{\text{э}4});$$

$$a_1 = \frac{1}{\text{число опытов}} (-y_{\text{э}1} + y_{\text{э}2} - y_{\text{э}3} + y_{\text{э}4});$$

$$a_2 = \frac{1}{\text{число опытов}} (-y_{\text{э}1} - y_{\text{э}2} + y_{\text{э}3} + y_{\text{э}4});$$

$$a_{12} = \frac{1}{\text{число опытов}} (y_{\text{э}1} - y_{\text{э}2} - y_{\text{э}3} + y_{\text{э}4}).$$

4. Контрольный эксперимент в точке $x_1 = 0, x_2 = 0$ показал, что $y_{\text{э}} = 175 \text{ кг} \times \text{с} / \text{см}^2$, что почти на 25 % меньше величин $y_p = a_0$ (a_1 – коэффициент, характеризующий результат эксперимента в центральной точке плана эксперимента).

Значит, искомая зависимость не может быть описана линейным полиномом. Продолжают эксперимент, представив исследуемую зависимость в виде полинома второй степени:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{12} x_1 x_2.$$

5. Проводят опыты в 6-9 точках (рис. 6.11). Для этого составляют новую рабочую таблицу, в которую заносят данные измерений в 1-5 точках (табл. 6.14).

Таблица 6.14

Данные измерений

Номер опыта	x_1	x_2	$\frac{B}{C}$	$\frac{\Pi}{C}$	$y_{\text{э}}$	y_p	Δy
1	-1	-1	0,6	1,5	410	399	+11
2	+1	-1	0,4	1,5	116	106	+10

3	-1	+1	0,6	3,5	306	308	-2
4	+1	+1	0,4	3,5	88	92	-4
5	0	0	0,5	2,5	175	172	+3
6	0	+1	0,5	3,5	161	149	+12
7	0	-1	0,5	1,5	187	198	-11
8	+1	0	0,6	2,5	101	99	+2
9	-1	0	0,4	2,5	350	353	-3

6. С помощью формулы (6.59) и табл. 6.10 определяют коэффициенты регрессии:

$$a_0 = \frac{1}{9}(-410 - 116 - 88 - 306 + 5175 + 2161 + 20187 + 2101 + 2350) = \frac{1553}{9} = 172;$$

$$a_1 = \frac{1}{6}(-410 + 116 - 88 - 306 + 101 - 350) = \frac{761}{6} = -127;$$

$$a_2 = \frac{1}{6}(-410 - 116 + 88 + 306 + 161 - 187) = \frac{158}{6} = -26;$$

$$a_{11} = \frac{1}{6}(88 + 116 + 306 + 410 - 2175 + 2161 - 2187 + 101 + 350) = \frac{325}{6} = 54;$$

$$a_{22} = \frac{1}{6}(88 + 116 + 306 + 410 - 2175 - 161 + 187 - 1101 - 2350) = \frac{16}{6} = 2,8;$$

$$a_{12} = \frac{1}{4}(410 - 116 - 306 + 88) = 19.$$

Коэффициент a_{22} незначим, им можно пренебречь. Следовательно, имеем полином

$$y_1 = 172 - 127x_1 - 26x_2 + 54x_1^2 + 19x_1x_2.$$

7. По формуле (6.30) вычислим оценку дисперсии адекватности:

$$D_a = \frac{1}{9-6}(11^2 + 10^2 + 2^2 + 4^2 + 3^2 + 12^2 + 11^2 + 2^2 + 3^2) = \frac{528}{3} = 176.$$

Согласно данным эксперимента $D_{cp} = 256$, критерий Фишера

$$K_\phi = \frac{256}{176} = \frac{D_{cp}}{D_a} = 1,44. \text{ Таким образом, полученный полином при за-}$$

данном уровне значимости адекватно отражает искомую зависимость.

Этот полином можно перевести в физические (натуральные) значения

факторов $\frac{B}{C}$ и $\frac{\Pi}{C}$:

$$R_o = 172 - 127 \frac{B/C^{-0,5}}{0,1} - 26 \left(\frac{\Pi}{C} - 2,5 \right) + 54 \frac{(B/C^{-0,5})^2}{0,1} + 19 \frac{B/C^{-0,5}}{0,1} \left(\frac{\Pi}{C} - 2,5 \right) =$$

$$= 2479 - 7145 \frac{B}{C} - 121 \frac{\Pi}{C} + 5400 \left(\frac{B}{C} \right)^2 + 190 \frac{B}{C} \frac{\Pi}{C}.$$

Важное место в теории планирования эксперимента занимают вопросы оптимизации исследуемых процессов или свойств многокомпетентных систем. Качество процесса обычно характеризуется несколькими функциями отклика. Например, максимальная производительность экскаватора и минимальная стоимость копания грунта достигаются при различных режимах работы экскаватора. Критерием может быть лишь одна из функций отклика, характеризующих процесс.

Оптимизацию процесса обычно осуществляют в условиях ограничений на влияющие факторы и исследуемые функции отклика, поскольку как факторы, так и функции могут изменяться только в определенных границах.

Покажем, как можно использовать результаты полного факторного эксперимента для оптимизации процесса методом крутого восхождения или наискорейшего спуска.

ПРИМЕР. Допустим, что в некоторой окрестности точки z_i с координатами z_1 и z_2 исследуемая функция отклика, характеризующая процесс, описывается полиномом $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2$.

Один из факторов, выраженный в физических величинах, принимают за базовый, например, x_1 . Вычисляют для него произведение

$$a_1, \Delta z_1,$$

где a_1 – коэффициент регрессии;

Δz_1 – интервал варьирования первого фактора.

Далее для базового фактора выбирают шаг движения Δz_{01} . После этого определяют

$$\nu = \frac{\Delta z_{oi}}{a\Delta z_1}. \quad (7.59)$$

Затем вычисляют шаги движения к оптимуму для всех остальных факторов, в данном случае

$$\Delta z_{02} = \nu a \Delta z_2. \quad (7.60)$$

К оптимуму движутся из центра плана. На каждом новом шаге добавляют Δz_{oi} и соответствующим предыдущим значениям факторов z_i .

Так осуществляют оптимизацию методом крутого восхождения. Если же ищут минимум функции y , то новые значения факторов находят из предыдущих путем вычитания Δz_{oi} , выполняя наискорейший спуск.

Движение к оптимуму прекращают, если достигнут оптимум функции критерия оптимальности (в пределах ограничений, наложенных на внешние факторы и функции отклика). Затем в области экстремума функции ищут ее новое математическое описание в виде полинома.

ПРИМЕР. Необходимо оптимизировать кинетику химического процесса, в котором выход реакции y_1 (%) зависит от температуры реакционной смеси ($^{\circ}\text{C}$) и концентрации реагента (%). В результате полного факторного эксперимента получено адекватное уравнение регрессии

$$y_1 = 45,0 + 1,95x_1 - 1,35x_2.$$

Основные характеристики плана эксперимента приведены в табл. 7.21. Ограничения на влияющие факторы имеют вид $30^{\circ} \leq z_1 \leq 120^{\circ}$; $10\% \leq z_2 \leq 70\%$. Будем оптимизировать выход продукции методом крутого восхождения. В качестве базового фактора

примем z_1 , шаг движения на крутом восхождении $\Delta z_{01} = 4^\circ$, тогда

$$\nu = \frac{\Delta z_{oi}}{a_1 \Delta z_1} = \frac{4}{1,95 \cdot 5} = 0,41; \quad \Delta z_{02} = \nu a_2 \Delta z_2 = 0,41(-1,35)1 = -0,55^\circ.$$

Принимаем шаг по концентрации $\Delta z_{02} = -0,55^\circ$. Результаты опытов, выполненных методом крутого восхождения, приведены в табл. 6.15.

Таблица 6.15

Результаты опыта по методу крутого восхождения

Характер и номер опыта	z_1	z_2	x_1	x_2	y_p	
Центр плана	50	25	0	0	—	—
Интервал варьирования	5	1	1	1	—	—
Шаг движения	4	-0,5	0,8	0,5	—	—
Полный факторный эксперимент						
Опыт 1	45	24	-1	-1	45,0	44,5
Опыт 2	55	24	+1	-1	48,0	48,1
Опыт 3	45	26	-1	+1	42,0	41,7
Опыт 4	55	26	+1	+1	45,6	45,6
Опыт 5	50	25	0	0	44,5	45,0
Крутое восхождение						
Опыт 6	54	24,5	0,8	-0,5	46,0	45,9
Опыт 7	58	24,0	1,6	-1,0	47,2	47,0
Опыт 8	62	23,5	2,4	-1,5	48,1	47,6
Опыт 9	66	23,0	3,2	-2,0	50,0	48,5
Опыт 10	70	22,5	4,0	-2,5	47,5	49,4
Опыт 11	74	22,0	4,8	-3,0	46,5	50,3

Очевидно (табл. 6.15), что в опыте 9 достигнут максимальный выход продукции реакции. Далее для окрестности точки $z_1 = 66^\circ$, $z_2 = 23\%$ определяют новый линейный полином регрессии, который более точно характеризует поверхность отклика в окрестностях оптимума. Наряду с описанным методом, часто оп-

тимизируют процессы методом Гауса-Зейделя, методом симплексов и т.д. По методу Гауса-Зейделя оптимум исследуемого процесса ищут поочередным варьированием каждого фактора. При этом достигают оптимума по одному фактору, а затем при его фиксированном значении находят оптимум по другим переменным.

Симплексом называют правильную фигуру, имеющую $n = 1$ вершину, где n – число факторов, влияющих на процесс. Если $n = 2$, то имеет место правильный треугольник. Показано, что в симплексе можно отбросить одну вершину и построить новый симплекс, используя новую вершину, построенную симметрично отброшенной.

Если последовательно отбрасывать вершину с самым плохим значением выходной переменной, то центр симплекса будет перемещаться к оптимуму.

В ряде случаев полученные полиномы исследуют на экстремум. Допустим, что необходимо исследовать полином, описывающий за-

висимость прочности бетона от $\frac{B}{C}$ и $\frac{P}{C}$:

$$y = 172 - 127x_1 - 26x_2 + 54x_1^2 + 19x_1x_2.$$

Обычно определяют тип поверхности по критерию

$$\delta = 4a_{11}a_{22} - a_{12}^2. \quad (6.61)$$

Если $\delta > 0$ функция описывает эллиптический параболоид; если $a_{11} > 0$, то имеется минимум, если $a_{11} < 0$ – максимум.

Если $\delta < 0$, приведенный выше полином описывает поверхность типа «седло». При $a_{11} = a_{22} = a_{12} = 0$ имеет место плоскость. В данном случае полином регрессии описывает поверхность типа «седло». Определим характерную точку седлования, в которой по одной переменной наблюдается максимум, по другой – минимум.

Для этого дифференцируем указанное уравнение по переменным x_1, x_2

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = -127 + 108x_1 + 19x_2;$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = -26 + 19x_1 = 0.$$

Решая систему уравнений, получаем

$$x_1 = \frac{26}{19} = 1,37; x_2 = -\frac{21}{19} = -1,1.$$

Таким образом, характерная точка седловины находится за пределами варьируемых факторов. Чтобы установить ее достоверность, необходимо поставить дополнительные опыты так, чтобы данная точка попала в пределы варьирования влияющих факторов. В этих пределах исследуемая поверхность отклика представляет собой поверхность, на которой функция y возрастает с убыванием x_1 и x_2 .

Подробно были рассмотрены более простые методы математического планирования эксперимента. Наряду с ними широко представлено рентабельное симплекс-решетчатое планирование и др. Бурное развитие этой области обусловлено широким применением ЭВМ. Желающих изучить более детально эту область отправляем к специальной литературе.

АНАЛИЗ И ОФОРМЛЕНИЕ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

7.1. Анализ теоретико-экспериментальных исследований. Формулировка выводов и предложений

Основой совместного анализа теоретических и экспериментальных исследований является сопоставление выдвинутой рабочей гипотезы с опытными данными наблюдений.

Теоретические и экспериментальные данные сравнивают методом сопоставления соответствующих графиков. Критерием сопоставления могут быть минимальные, средние и максимальные отклонения экспериментальных результатов от данных, установленных расчетом на основе теоретических зависимостей.

Возможно также вычисление среднеквадратичных отклонений и дисперсии. Однако наиболее достоверными следует считать результаты, принятые после проверки статистических гипотез.

В результате теоретико-экспериментального анализа могут возникнуть три случая:

- 1) установлено полное и достаточно хорошее совпадение рабочей гипотезы, теоретических предпосылок с результатами опыта ;
- 2) экспериментальные данные лишь частично подтверждают положение рабочей гипотезы, и в той или иной ее части противоречат ей. В этом случае рабочую гипотезу изменяют и перерабатывают так, чтобы она наиболее полно соответствовала результатам эксперимента;
- 3) рабочая гипотеза не подтверждается экспериментом. Тогда ее критически анализируют и полностью пересматривают. Затем

производят новые экспериментальные исследования с учетом новой рабочей гипотезы. Отрицательные результаты научной работы, как правило, не являются бросовыми. Они во многих случаях помогают выработать правильные представления об объектах, явлениях и процессах.

После выполнения анализа принимают окончательное решение, которое формулируют как заключение, выводы или предложения.

Обычно по одной теме не рекомендуется делать много выводов (не более 5-10).

Если же помимо основных выводов, отвечающих поставленной цели исследования, можно сделать еще и другие, то их формулируют отдельно, чтобы не затемнить конкретные ответы на основную задачу темы.

В заключение нужно разработать план внедрения законченных НИР в производство и рассчитать ожидаемый экономический эффект. При выполнении НИР заботятся о защите государственного приоритета (первенства в решении определенной научной или технической задачи) на изобретение или открытие.

7.2. Составление отчета о научно-исследовательской работе

Все материалы, полученные в процессе исследований, разрабатывают, систематизируют и оформляют в виде отчета.

К нему предъявляется ряд основополагающих требований:

- 1) четкость построения и логическая последовательность изложения материала;
- 2) краткость и точность формулировок;
- 3) конкретность изложения результатов;
- 4) убедительность аргументации и доказательность выводов и рекомендаций.

При составлении научных отчетов следует руководствоваться требованиями ГОСТ 19600-74.

Научный ответ содержит титульный лист, список исполнителей, реферат, содержание (оглавление), основную часть отчета, список литературы и приложения. В необходимых случаях в отчет включают перечень сокращений, символов, специальных терминов и их определений.

Основная часть отчета включает:

- 1) введение;
- 2) разделы (главы), отражающие методику, содержание и результаты выполненной работы;
- 3) заключение (выводы и предложения).

Введение кратко характеризует современное состояние исследуемого вопроса, а также цель, новизну и актуальность исследования, необходимость его проведения.

В разделах (главах) излагают подробно и последовательно содержание выполненной НИР, описывают результаты исследования, в том числе и отрицательные. Эта часть отчета содержит:

а) краткое изложение всех предыдущих работ разных авторов по вопросам исследования, их анализ и критику;

б) теоретическое исследование, разработку рабочей гипотезы, обоснование методологии, методику экспериментальных исследований, изложение экспериментальных результатов их точность и анализ, сопоставление теоретических и экспериментальных данных. Эти разделы завершаются трактовкой полученных результатов и описанием их возможного применения.

В приложение включают вспомогательный материал: промежуточные математические выкладки и расчеты; протоколы и акты испытаний; инструкции и методики, разработанные в результате исследования; иллюстрации вспомогательного материала и др.

Список литературы располагают в алфавитном порядке.

Отчет предоставляют в виде тома (томов), отпечатанных через полтора или два межстрочных интервала.

Одной из вспомогательных форм составления научных отчетов и научной работы в целом являются рефераты, с помощью которых молодой исследователь (студент, аспирант) учится самостоятельно

анализировать, систематизировать, классифицировать научные факты, высказывать критические замечания. Научные отчеты рецензируются, докладываются и обсуждаются.

7.3. Подготовка научных материалов к опубликованию в печати

Как правило, публикуют работы, содержащие новые научные результаты и конкретные предложения, имеющие важное теоретическое и практическое значение.

К научным печатным работам относятся монографии, брошюры, статьи, к учебным изданиям – учебники и учебные пособия.

Подготовку материалов исследования к печати производят в определенной последовательности. Составляют план-проспект и систематизируют материал исследования, при этом строго придерживаются положения о том, что второстепенные сведения или опубликованные ранее не следует помещать в подготавливаемое издание. Затем располагают подобранный материал по главам и параграфам. Материалы направляются в издательства в двух экземплярах.

ВНЕДРЕНИЕ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

8.1. Внедрение законченных научно-исследовательских работ

Внедрение законченных научно-исследовательских работ в производство является завершающим этапом НИР.

Внедрение – это передача производству научной продукции (отчеты, инструкции, временные указания, технические условия, технический проект и т.д.) в удобной для реализации форме, обеспечивающей технико-экономический эффект.

Заказчиками на выполнение НИР могут быть технические управления министерств, строительные тресты и управления, производственные предприятия стройиндустрии, объединения НИИ, КБ и т.д.

Подрядчик – научно-исследовательская организация, НИ организация, выполняющая НИР, обязан сформулировать предложения для внедрения.

Процесс внедрения складывается из двух этапов:

- 1) опытно-производственного внедрения;
- 2) серийного внедрения (внедрения новой науки и техники).

Научная разработка, как бы тщательно она ни была выполнена в НИИ организациях, не может всесторонне учесть различные, часто встречающиеся факторы, действующие в условиях производства. И поэтому на первом этапе внедрения она требует опытной проверки в производственных условиях. Это нередко вызывает необходимость создания новых машин, уточнения новых процессов и т.д.

Результаты опытно-производственного испытания оформляют специальными *актами*, в которых приводятся оценка разработки с точки зрения конструктивной, технологической, эксплуатационной, экономической, эргономической, санитарно-гигиенической, противопожарной, организационной и других особенностей.

Акты подписываются со стороны заказчика и подрядчика. Иногда при испытании нового материала, конструкции основным критерием является их долговечность. В этих случаях необходимо будет моделировать процесс ускоренного воздействия на материал эксплуатационных условий, чтобы ускорить получение ответа на заданный вопрос.

Первый этап внедрения требует больших финансовых затрат, связан с довольно продолжительными испытаниями. На этом этапе необходимо участие авторов.

Прикладные теоретические исследования ОКР считаются завершенными, если в соответствии с договором по ним разработаны временные рекомендации, указания, инструкции, предложения и другие руководящие материалы.

Завершением и внедрением опытно-конструктивных работ считается опытно-промышленное внедрение предприятием новой технологии, изготовление опытного образца прибора или оборудования, партии новых материалов или документации заводам-изготовителям.

После опытно-производственного испытания новые материалы, конструкции технологию внедряют в серийное производство, как элемент новой техники. На этом, втором, этапе НИ организации не принимают участия во внедрении.

Большое количество НИР выполняют по заданию строительных организаций (трестов, управлений и т.д.). Чаще всего краткосрочные НИР (один год) направлены на разрешение актуальных для данной организации задач. В этих случаях законченные НИР внедряют собственным способом, т.е. строительной организацией. НИ организации представляет заказчику необходимую документацию.

Различают раздельный и комплексный способ внедрения.

При *раздельном способе внедрения* НИР выполняет организация, которая составляет предложения для внедрения. На основе этого

предложения проектная организация разрабатывает техническую документацию. Опытно-производственное внедрение осуществляет заказчик, после чего возможно серийное внедрение.

Все этапы системы «разработка-внедрение» выполняют отдельно, самостоятельно, последовательно. Продолжительность внедрения при этом наиболее распространенном способе максимальная.

Ускорение внедрения прикладных НИР возможно *комплексным способом*. В этом случае НИИ объединяют с проектными институтами. При НИИ организациях могут быть созданы специальные отделы по внедрению. Этот способ внедрения более эффективный, чем первый.

В последнее время создают *научно-технические объединения (комплексы)*, которые обеспечивают в наиболее короткий срок внедрение результатов НИР при минимальных затратах ресурсов и высоком качестве научно-технической продукции.

Внедрение достижений науки финансируется организациями, которые его осуществляют.

8.2. Эффективность научных исследований и ее критерии

Внедрение результатов НИР обеспечивает экономическую эффективность в народном хозяйстве. Под *экономической эффективностью научных исследований* в целом понимают снижение затрат овеществленного и живого труда на производство продукции в той отрасли, где внедряют законченные НИР и ОКР.

Эффективность научных исследований может быть различной:

- 1) экономическая эффективность (рост национального дохода) повышение производительности труда, качества продукции, снижение затрат на научные исследования;
- 2) укрепление обороноспособности страны;
- 3) социально-экономическая эффективность (ликвидация тяжелого труда, улучшение санитарно-гигиенических условий труда, очистка окружающей среды и т.д.);
- 4) престиж отечественной науки.

В связи с такой ролью науки расходы на нее непрерывно возрастают. Темпы затрат на науку превышают темпы капиталовложений. Это не случайно. Наука является наиболее эффективной сферой капиталовложений. В мировой практике принято считать, что прибыль от капиталовложений в науку составляет 100-200% и намного выше прибыли любых отраслей.

По данным зарубежных экономистов, на 1 доллар затрат на науку прибыль в год составляет от 4 до 7 долларов и больше.

В нашей стране эффективность науки также высокая. На 1 рубль, затраченный на НИР и ОКР, прибыль составляет 3-8 рублей. Наука с каждым годом обходится обществу все дороже. Поэтому в экономике науки возникает и вторая проблема – систематическое снижение затрат на исследование при возрастающем эффекте от их внедрения.

Повышение эффективности научных исследований в коллективе может быть достигнуто различными способами:

- 1) улучшением планирования и организации НИР;
- 2) более эффективным использованием ассигнований и оборудования;
- 3) материальным стимулированием научного труда;
- 4) применением научной организации труда;
- 5) улучшением психологического климата в научном коллективе и т.д.

Для оценки эффективности исследований применяют различные критерии, характеризующие степень их результативности.

Фундаментальные исследования начинают отдавать капиталовложения лишь спустя значительный период после начала разработки.

Результаты их обычно широко применяют в различных отраслях, иногда в тех, где их совсем не ожидали. Часто нелегко планировать ожидаемые результаты таких исследований.

Фундаментальные исследования (теоретические) трудно оценить количественными критериями эффективности. Обычно можно установить только качественные критерии:

- 1) возможность широкого применения результатов исследований в различных отраслях народного хозяйства;

- 2) новизна явлений, дающая большой толчок для принципиального развития наиболее актуальных исследований;
- 3) существенный вклад в обороноспособность страны;
- 4) приоритет отечественной науки;
- 5) отрасль, где могут быть начаты прикладные исследования;
- 6) широкое международное признание работ;
- 7) фундаментальные монографии по теме и цитируемость их учеными различных стран.

Проще оценить эффективность прикладных исследований и разработок. В этом случае применяют количественные критерии.

Об эффективности любых исследований можно судить лишь после их завершения и внедрения, т.е. тогда, когда они начинают давать отдачу для народного хозяйства. Большое значение приобретает фактор времени. Поэтому продолжительность разработки прикладных тем по возможности должна быть короче. Лучшим является такой вариант, когда продолжительность их разработки не превышает 3 лет. Для большинства прикладных исследований вероятность получения эффекта в народном хозяйстве в ближайшее время достигает 80 %.

Эффективность исследования (работы) научного работника оценивают различными критериями: публикационным, экономическим, новизной разработок, цитируемостью работ и т.д.

Эффективность работы научно-исследовательской группы или организации оценивают несколькими критериями: производительностью труда, количеством внедренных тем, экономической эффективностью о внедрения НИР и ОКР, общим экономическим эффектом, количеством полученных авторских свидетельств и патентов, количеством проданных лицензий или валютной выручкой.

1) Критерий производительности труда (K_n) определяется по формуле

$$K_n = \frac{Co}{p}, \quad (8.1)$$

где Co – общая сметная стоимость НИР и ОКР, тыс. р.;

p – среднесписочное число работников основного и подсобного персонала отдела, кафедры, лаборатории или НИИ.

Обычно $Kл$ рассчитывают за год. Среднегодовая выработка НИИ и ОКР на одного работника колеблется от 3 до 7 тыс. р.

2) *Критерий внедрения ($Kв$)* законченных тем устанавливают в конце календарного года суммированием законченных работ. Его вычисляют так:

$$Kв = \frac{m_в}{m}, \quad (8.2)$$

где m – общее количество разрабатываемых тем.

Показатель $Kв$ оценивает степень эффективности внедрения тем различных коллективов.

3) Критерий экономической эффективности ($Kэ$) вычисляют по общей структурной формуле

$$Kэ = \frac{\mathcal{E}}{3}, \quad (8.3)$$

где $\mathcal{E}$, 3 – экономический эффект от внедрения темы и затраты на ее выполнение и внедрение, тыс. р.

Экономический эффект от внедрения является основным показателем эффективности научных исследований. Эффект от внедрения рассчитывают за весь период, начиная от времени разработки темы до получения отдачи. Обычно продолжительность такого периода прикладных исследований составляет несколько лет.

Уровень новизны прикладных исследований и разработок коллектива характеризует критерий $Kа$, т.е. числом завершенных работ, по которым получены авторские свидетельства и патенты.

Если разработки НИИ проданы за границу, то эффективность разработки оценивается относительным показателем

$$Kл = \frac{Д}{\Sigma 3} \quad (8.4)$$

где $Д$ – возможный доход государства, тыс. р.;

$\Sigma 3$ – суммарные затраты на проведение НИР и ОКР, оформление и продажу лицензии, выполнение лицензионных межгосударственных отношений и др.

Чем выше показатели $Kл$, $Kв$, $Kэ$, $Kа$, $Kл$, тем эффективнее НИР коллектива.

8.3. Расчет экономической эффективности научных исследований

Расчет экономической эффективности НИР и ОКР имеет свои особенности. Наиболее четко эти работы разделяются на три этапа:

- 1) выбор темы;
- 2) выполнение НИР или ОКР;
- 3) внедрение в производство.

Поэтому расчет необходимо производить поэтапно. Результаты НИ, особенно на первых двух этапах, четко установить не представляется возможным. В связи с этим расчеты экономической эффективности иногда имеют прогнозно-вероятностный характер. Научные исследования разрабатываются и внедряются в течение ряда лет (2-5 и более). Значит при расчете экономической эффективности необходимо учитывать фактор времени.

В соответствии с тремя этапами НИР различают три вида эффективности: предварительную, ожидаемую и фактическую.

Предварительная экономическая эффективность устанавливается при обосновании темы научного исследования и включении ее в план работ. Рассчитывают ее по ориентировочным укрупненным показателям с учетом прогнозируемого объема внедрения результатов исследования в группу предприятий данной отрасли.

Ожидаемую экономическую эффективность вычисляют в процессе выполнения НИР. Ее условно относят (прогнозируют) к определенному периоду (году) внедрения продукции в производство.

Ожидаемую эффективность вычисляют не только на один год, но и на более длительный период (интегральный результат). Ориентировочно такой период составляет до 10 лет от начала внедрения для новых материалов и до 5 лет для конструкций, приборов, технологических процессов.

Фактическая экономическая эффективность определяется после внедрения научных разработок в производство, но не ранее, чем через год. Расчет ее производят по фактическим затратам на научные исследования и внедрение с учетом конкретных стоимостных показателей данной отрасли (предприятий), где внедрены научные разработки.

Фактическая экономия почти всегда несколько ниже ожидаемой. Ожидаемую определяют ориентировочно НИИ, фактическую – предприятие, на котором осуществлено внедрение.

Наиболее достоверным критерием экономической эффективности научных исследований является фактическая экономия от внедрения.

В основу расчета экономической эффективности НИР или ОКР кладут формулу приведенных затрат:

$$Z_{np} = C + E_n K, \quad (8.5)$$

где C – себестоимость;

K – капитальные вложения;

E_n – отраслевой нормативный коэффициент экономической эффективности.

Ожидаемую или фактическую экономическую эффективность $\mathcal{E}$ вычисляют по разности приведенных затрат старого (базовый вариант) Z_{np2} и нового научно обоснованного предложения (новый вариант НИР) Z_{np1} на единицу продукции:

$$\mathcal{E} = Z_{np2} - Z_{np1}. \quad (8.6)$$

Величина Z_{np2} для эксплуатируемого процесса, конструкции, технологии и т.д. является в рассматриваемый период постоянной, базовой, а Z_{np1} в зависимости от эффективности исследований переменна, т.е. многовариантна. Поэтому, определяя экономическую эффективность, необходимо принимать такой вариант научных разработок, при котором отдача в отрасли будет максимальной.

Если в процессе НИР и ПКР требуются дополнительные капиталовложения, то вычисляют фактический срок их окупаемости:

$$Y_\phi = \frac{K_1 - K_2}{C_1 - C_2}, \quad (8.7)$$

где K_1, K_2 – удельные капиталовложения (на единицу продукции в год) по новому и старому вариантам;

C_1, C_2 – себестоимость единицы продукции по новому и старому вариантам.

Чтобы оценить эффективность затрат, T_ϕ сравнивают с нормативным T_n для данной отрасли:

$$T_n = 1 / E_n. \quad (8.8)$$

Если $T_{\phi} \leq T_n$, то капиталовложения в НИР и ОКР эффективны.

При расчете экономической эффективности необходимо учитывать фактор времени в связи с изменением производительности труда. В процессе НИР и их внедрения возникает потребность в капитальных затратах в различное время. Эти затраты необходимо приводить к сопоставимому виду путем введения размерного множителя.

Приведем затраты к будущему периоду:

$$K_T = K_n (1 + E_n)^T, \quad (8.9)$$

где K_T – эквивалентные затраты через T лет;

K_n – затраты в настоящее время (текущие).

Если срок приведения небольшой ($T = 5$ лет), то можно пользоваться простой формулой

$$K_T = \sum_{i=1}^T K_i (1 + E_n (T - i)), \quad (8.10)$$

где T – продолжительность периода;

K_i – затраты на i -й год периода T .

Приведем затраты к настоящему периоду

$$K_n = K_T / (1 + E_n)^T. \quad (8.11)$$

В формулах (8.8)-(8.11) значение $E_n = 0,08$.

ПРИМЕР. Пусть по первому варианту на выполнение НИР и результатов их внедрение на пятилетку отпущено 1 млн р. По второму варианту на первые четыре года выделено 0,7 млн р. и на внедрение (пятый год) – 0,4 млн р. Чтобы правильно сравнить варианты, нужно сравнить разновременные капиталовложения, т.е. 0,4 млн р., и привести к сопоставимому виду. Без такого приведения первый вариант – 1 млн р. выгоднее второго – 1,1 млн р.

В действительности для второго варианта, применяя формулу (8.11), имеем:

$$K_n = 0,7 + 0,4 / (1 + 0,08)^4 = 0,99 \text{ млн р.}$$

Таким образом, если принять второй вариант, то на разработке и внедрении темы достигается экономия около 100 тыс. р.

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПАТЕНТОВЕДЕНИЯ

9.1. Патентный закон Российской Федерации

В соответствии с патентным законом Российской Федерации от 29 сентября 1992 года, было организовано государственное патентное ведомство Российской Федерации, которое осуществляет единую политику в области охраны объектов промышленной собственности в РФ, принимает к рассмотрению заявки на изобретение, полезные модели и промышленные образцы, проводит экспертизу, государственную регистрацию, выдает патенты, публикует официальные сведения, издает патентные правила и разъяснения по применению настоящего закона.

Права на изобретения, полезную модель, промышленный образец охраняет закон и подтверждает патент на изобретение, свидетельство на полезную модель или патент на промышленный образец.

Патент на изобретение действует в течение двадцати лет, считая с даты поступления заявки в Патентное ведомство.

Свидетельство на полезную модель действует в течение 5 лет, считая с даты поступления заявки в Патентное ведомство. Срок его действия может быть продлен Патентным ведомством по ходатайству патентообладателя, но не более чем на 3 года.

Патент на промышленный образец действует в течение 10 лет, считая со дня поступления заявки в Патентное ведомство, и может быть продлено по ходатайству патентообладателя еще на срок не более 5 лет.

9.2. Условия патентоспособности изобретения, полезной модели, промышленного образца

Изобретению предоставляется правовая охрана, если оно является новым, имеет изобретательский уровень и промышленно применимо.

Объектами изобретения могут являться: устройство, способ, вещество, штамм микроорганизма, культуры клеток растений и животных, а также применение известного ранее устройства, способа, вещества, штамма по новому назначению.

Не признаются патентоспособными изобретениями:

- научные теории и математические методы;
- методы организации и управления хозяйством;
- условные обозначения, расписания, правила; методы выполнения умственных операций; алгоритмы и программы для вычислительных машин;
- проекты и схемы планирования сооружений, зданий, территорий;
- решения, касающиеся только внешнего вида изделий, направленные на удовлетворение эстетических потребностей;
- технологии интегральных микросхем;
- сорта растений и породы животных;
- решения, противоречащие общественным интересам, принципам гуманности и морали;

К *полезным моделям* относится конструктивное выполнение средств производства и предметов потребления, а также их составных частей. Полезной модели предоставляется правовая охрана, если она является новой и промышленно применимой, т.е. может быть использована в промышленности, сельском хозяйстве, здравоохранении и других отраслях деятельности.

Не охраняются законом в качестве полезных моделей те, которые не принимаются как патентоспособные.

К *промышленным образцам* относятся художественно-конструктивное решение изделий, определяющее его внешний вид.

Промышленный образец принимается оригинальным, если его существенные признаки обуславливают творческий характер эстетических особенностей изделия.

Не принимаются патентоспособными промышленными образцами решения:

- обусловленные исключительно технической функцией изделия;
- объектом архитектуры (кроме малых архитектурных форм), промышленных, гидротехнических и других стационарных сооружений;
- печатной продукции как таковой;
- объектов неустойчивой формы на жидких, газообразных, сыпучих или им подобных веществ;
- изделий, противоречащих общественным интересам, принципам гуманности и морали.

9.3. Автор изобретения, полезной модели, промышленного образца

Автором изобретения полезной модели, промышленного образца признается физическое лицо, творческим трудом которого они созданы.

Право авторства является неотчуждаемым личным правом и охраняется бессрочно.

Право на получение патента, на изобретение, полезную модель, промышленный образец, созданные работником в связи с выполнением им своих служебных обязанностей или полученного от работодателя конкретного задания, принадлежит работодателю, если договором между ними не предусмотрено иное.

При этом автор имеет право на вознаграждение, соразмерное выгоде, которая получена работодателем или могла быть им получена при надлежащем использовании объекта промышленной собственности, в случае передачи работодателем права на получение патента другому лицу, принятия работодателем решения о сохранении соответствующего объекта в тайне или неполучении патента по

поданной работодателем заявки по причинам, зависящим от работодателя. Вознаграждение в размере и на условиях, определенных соглашением между ними.

Если работодатель в течение 4-х месяцев слал уведомления его авторам о созданном изобретении полезной модели или промышленном образце и не подает заявку в Патентное ведомство, не переуступит права на подачу заявки другому лицу и не сообщит автору о сохранении соответствующего объекта в тайне, то автор имеет право подать заявку и получить патент на свое имя.

Патент удовлетворяет признание предложения изобретением. полезной моделью или промышленным образцом, приоритет изобретателя, авторство на изобретение и исключительное право патентообладателя на изобретение.

Никто не имеет права использовать изобретение, на которое выдан патент, без согласия патентообладателя. Патентообладатель вправе за плату или бесплатно выдать разрешение (лицензию) на использование изобретения, полезной модели или промышленного образца либо полностью уступить патент. Патент на изобретение, полезную модель или промышленный образец и право на его получение *переходят по наследству*.

Действие патента досрочно прекращается:

- 1) в случае просрочки уплаты годовой патентной пошлины сверх установленного срока;
- 2) на основании заявления патентообладателя, поданного в Патентное ведомство.

Все лицензионные договора подлежат обязательной регистрации в Патентном ведомстве.

Есть понятие – *дополнительное изобретение*. Так называют такое изобретение, которое является усовершенствованием другого (основного) изобретения, на которое ранее был выдан патент или имеется действующий патент и без основного изобретения не может быть использован. На него может быть выдан дополнительный патент.

9.4. Планирование и использование изобретений, полезных моделей и промышленных образцов

Цель планирования изобретательской деятельности – направить творческие усилия изобретателей на решение актуальных задач совершенствования общественного производства, обеспечить современное и широкое использование в производстве эффективных изобретений, развивать техническое творчество трудящихся и вовлекать их в активную изобретательскую работу.

Использование изобретений и рациональных предложений предусматривается, в зависимости от важности и значения, в перспективных и годовых планах развития народного хозяйства РФ и ее субъектов, планах министерств, ведомств, предприятий, организаций, учреждений или в планах их организационно-технических мероприятий.

Министерства, ведомства, предприятия, организации, учреждения по информационным материалам производят отбор изобретений и рацпредложений и принимают решение об их использовании в плановом порядке.

Для проведения работ, связанных с изобретательством и рационализацией, министерства, ведомства, предприятия, организации и учреждения используют или организуют экспериментальные базы.

Расходы министерств и ведомств по смете затрат на изобретательство покрываются за счет бюджетных ассигнований и средств соответствующих централизованных фондов.

Расходы по смете затрат на изобретательство покрываются за счет:

- 1) средств, предусмотренных сметами производства, хозяйственных предприятий и организаций либо сметами на содержание организаций и учреждений, состоящих на госбюджете или финансируемых в ином порядке;
- 2) средств соответствующих фондов, образуемых на предприятиях и в организациях;
- 3) сумм оставляемой в распоряжении строительных организаций экономии, полученной в результате осуществления мероприятий

тий, удешевляющих строительство против сметы без снижения прочности и эксплуатационных качеств сооружений.

В сметах затрат на изобретательство могут предусматриваться расходы:

1) на изготовление и испытание моделей и образцов по изобретениям и рациональным предложениям;

2) организацию и содержание экспериментальных баз, предназначенных для создания и опытной проверки изобретений и рациональных предложений (кроме затрат на строительство и приобретение оборудования);

3) оплату труда изобретателей и рационализаторов, конструкторов, проектировщиков и технологов по разработке технической документации, изготовлению и испытанию моделей и образцов и организации производства (кроме работ, выполняемых в порядке служебного задания);

4) выплату вознаграждения авторами изобретений и рационализаторских предложений;

5) выплату премий за содействие изобретательству и рационализации;

6) оплату работ, связанных с проведением экспертизы, консультаций и составлением заключений по изобретениям и рациональным предложениям;

7) оплату работ по оформлению заявочных материалов на изобретения и рациональным предложениям (кроме работ, выполняемых в порядке служебного задания);

8) оплату работ, связанных с подготовкой материалов для патентования изобретений за границей, продажи и покупки лицензий;

9) комплектование и обработку патентного фонда, издание и приобретение материалов патентно-технической информации и литературы по изобретательству;

10) оплату командировок авторов, экспертов и др. специалистов по вызовам, связанным с рассмотрением заявочных материалов;

11) организацию выставок, смотров, конкурсов и других мероприятий по изобретательству и рационализации, на оплату привлекаемых лиц, а также на выплату премий по итогам указанных мероприятий.

9.5. Патентный поиск

Патентный поиск производится перед началом и в ходе выполнения научно-исследовательской работы.

Поиск начинается с того, что исследователь каким-то образом в первом приближении осознал новизну вопроса (предложения), его сформулировал и определил его значимость. После этого производят определение класса (МКП) предполагаемого изобретения и приступают к поиску на определение патентной чистоты. Такой поиск имеет целью установить, насколько нов изучаемый вопрос и что сделано в этой области другими исследователями, чтобы в своих исследованиях не повторяться.

Поиск производят по патентной литературе и в первую очередь по журналам «Открытия, изобретения, промышленные образцы и товарные знаки», «Изобретения за рубежом».

На основании поиска вскрывают аналоги и прототипы Вашего предложения, устанавливают существенные принципиальные отличия.

Для ускорения процесса поиска его производят следующим образом.

В конце каждого журнала имеется перечень классов и соответствующие им номера, производится поиск установленного класса и по нему соответствующий номер, который и разыскивается в журнале.

Поиск производится по журналам патентной литературы от более высокого к более низкому году издания, желательно не менее чем за 10 лет издания, а также по специальным журналам («Стройматериалы», «Бетон и железобетон», «Цемент», «Керамика», «Стены», «Огнеупоры», «Механизация строительства», «Основания», «Фундаменты» и т.д.).

Заявка на изобретение должна относиться к одному изобретению или группе изобретений, связанных между собой настолько, что они образуют единый изобретательский замысел (требование единства изобретения). Подробно с методикой составления заявки можно

ознакомиться в «Правилах составления подачи и рассмотрения заявки на выдачу патента на промышленный образец» [7].

Заявка на приобретение должна содержать:

- 1) заявление о выдаче патента с указанием автора (авторов) и лица (лиц), на имя которого (которых) спрашивается патент, а также их местожительства или местонахождения – в 3-х экземплярах;
- 2) описание изобретения, раскрывающего его с полнотой, достаточной для осуществления, – в 3-х экземплярах;
- 3) формулу изобретения, выражающую его сущность и полностью основанную на описании;
- 4) чертежи и иные материалы, если они необходимы для понимания сущности изобретения, – 2 экземпляра;
- 5) фотографии и рисунки общего вида – 6 экземпляров;
- 6) акт испытания – 1 экземпляр;
- 7) справку о творческом участии авторов, соавторов в создании изобретения – 1 экземпляр;
- 8) справку о патентном поиске (источник) – 1 экземпляр;
- 9) заключение о новизне (если заявка от организации) – 1 экземпляр.

К заявке на приобретение прилагается документ, подтверждающий уплату пошлины в установленном размере или основание для освобождения от уплаты пошлины, а также для уменьшения ее размера.

Требования к документам заявки на изобретение устанавливаются патентным ведомством, куда направляется заявка.

Каждая заявка на выдачу патента должна относиться к одному изобретению, т.е. к одному техническому решению задачи.

Искусственное расчленение целого объекта (с нарушением единства изобретения) на части, его составляющие, недопустимо.

Часть объекта может быть заявлена в качестве объекта изобретения только в том случае, когда цель изобретения относится именно к этой части объекта или эта часть может быть применена и в составе других объектов.

Допускает объединение в одной заявке двух или более изобретений, относящихся к разным объектам (устройство, способ, веще-

ство), если они служат единой цели и могут быть применены на дату подачи заявки лишь совместно.

Патентное ведомство *вправе отказать в принятии патента к рассмотрению* ввиду невозможности его осуществления, когда имеется хотя бы одно из нарушений установленных требований:

а) описание изобретения составлено неясно и неполно, не связано с чертежами посредством ссылок на обозначение деталей, узлов, отпечатано машинным текстом, который невозможно прочитать, отсутствует цель изобретения; указаны одни ингредиенты без их количественного соотношения при характеристике вещества (если оно не является химическим соотношением); не приведены конкретные примеры, подтверждающие, что заявленный способ или вещество обеспечивают достижение цели изобретения; отсутствует формула изобретения или она не соответствует содержанию описания;

б) в описании заявки не раскрыт способ получения вещества, если заявлено вещество, полученное химическим путем, или не указана область применения этого вещества;

в) формула изобретения не выражает техническую сущность заявленного изобретения, например, приведены преимущества объекта вместо его конкретных признаков, объект изобретения охарактеризован не свойственными признаками (устройство охарактеризовано приемами, операциями; способ – только конструктивными признаками; вещество – только качественным составом ингредиентов без количественного соотношения (для сплавов, стекла, растворов, смесей и т.п.);

г) чертежи и схемы, приложенные к описанию изобретения, не полны, не ясны, на них не показаны цифровые обозначения частей, деталей, узлов объекта;

д) в составе материалов заявки отсутствует документальное подтверждение важности получения вещества с теми свойствами, которые приведены в описании изобретения и которые обеспечивают достижение поставленной цели, указанной в описании и формуле изобретения; отсутствует акт (или иной документ) проверки заявленного в качестве объекта изобретения способа, в тех случаях, ко-

гда без него нельзя убедиться в возможности достижения поставленной цели;

е) если заявление, описание, чертежи, акты и т.п. не подписаны, а в необходимых случаях не скреплены печатью;

ж) в материалах заявки, поданной организацией, отсутствует заключение о новизне технического решения (включая сведения о проведенных патентных исследованиях) с указанием возможных областей его применения в народном хозяйстве и ожидаемого технико-экономического или иного эффекта.

Патентное ведомство РФ также возвращает заявку на выдачу патента без рассмотрения, если не соблюдены, в частности требования к заявке, кроме уже перечисленных (а, в, г, д, е):

а) при подаче заявки не приложен документ об уплате заявочной пошлины;

б) в материалы заявки не включен какой-либо из требуемых документов;

в) при подаче заявки не приложен документ, подтверждающий правопреемство;

г) в заявлении не указаны авторы изобретения, их адреса, места работы, гражданство;

д) заявка подана не через торгово-промышленную палату (если это не исключается соответствующим международным соглашением);

е) заявитель испрашивает патент на изобретение, на которое может быть выдано только другое свидетельство;

ж) в заявке испрашивается дополнительный патент на дополнительное изобретение к основному изобретению, на которое уже выдан патент;

з) в описании изобретения нет данных об ожидаемом технико-экономическом или ином эффекте при использовании изобретения.

Описание изобретения должно иметь следующую обязательную структуру:

1) название изобретения и класс международной классификации (МКИ), к которому оно, по мнению заявителя, относится;

- 2) область техники, к которой относится изобретение, и преимущественная область использования изобретения;
- 3) характеристика аналогов изобретения;
- 4) характеристика прототипа, выбранного заявителем;
- 5) критика прототипа;
- 6) цель изобретения;
- 7) сущность изобретения и его отличительные (от прототипа) признаки;
- 8) перечень фигур графических изображений (если они необходимы);
- 9) примеры конкретного выполнения;
- 10) технико-экономическая или иная эффективность;
- 11) формула изобретения.

Отклонения от указанной структуры описания допускаются в исключительных случаях, когда из-за характера изобретения необходимо применить другой порядок изложения, который будет способствовать лучшему пониманию изобретения.

Название изобретения должно быть точным, кратким и конкретным, содержать не более 8-10 значимых слов. Название изобретения не должно содержать признаков, указанных в отличительной части формулы изобретения.

Название изобретения, как правило, пишется в единственном числе.

Если в заявке содержатся два и более разных объектов (например, способ и устройство), которые служат единой цели и могут применяться на дату подачи заявки лишь совместно, название изобретения должно включать названия этих двух объектов («Способ извлечения урана из урановых руд и устройство для его осуществления»).

Составление описания следует начинать с указания области техники, к которой относится изобретение, и преимущественной области его использования. Эту часть описания обычно начинают словами: «Изобретение относится к ...» и дальше в соответствии со структурой описания изобретения.

Формула изобретения – это составленная по установленным правилам краткая словесная характеристика, выражающая техническую сущность изобретения. Характеристика изобретения выражается признаками объекта изобретения.

Под *признаками объекта изобретения* понимают, например, узел, деталь в устройстве, операцию, прием, параметры режима в способе, ингредиенты признаков объекта изобретения, отсутствие которого в совокупности существенных признаков не дает возможности получить тот положительный эффект, который является целью изобретения, и лишь его наличие в совокупности признаков обеспечивает получение этого положительного эффекта.

Заявка должна быть подана предприятием организацией, учреждением в *месячный срок* со дня выявления технического решения.

Опубликование в изданиях, доступных неопределенному кругу лиц, сведений, раскрывающих сущность новых технических решений, которые разработаны на предприятиях, в организациях и учреждениях и могут быть признаны изобретениями, до подачи заявки на выдачу патента не допускается.

Предварительная экспертиза проводится в 15-дневный срок с момента поступления заявки.

На основании предварительной экспертизы заявитель уведомляется о принятии заявки к рассмотрению либо об отказе в принятии заявки к рассмотрению.

Государственная научно-техническая экспертиза изобретений проводится в срок, не превышающий 6 месяцев со дня поступления.

После экспертизы Патентное ведомство принимает решение о выдаче авторского свидетельства или об отказе, который должен быть мотивированным.

Автор (при несогласии с решением экспертизы) имеет право в 2-месячный срок представить мотивированное возражение.

Окончательное решение принимает (при наличии возражений) Высшая патентная палата, решение которой является окончательным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В XXI веке, в условиях стремительно протекающих процессов глобализации и информационно-технической революции, охвативших мир, перед строительно-дорожным комплексом встают новые ответственные задачи: многократное увеличение объемов строительства и значительное повышение требований к строительным объектам, конструкциям и материалам.

Разработка грандиозных проектов, с одной стороны, повышает уровень требований к физико-техническим свойствам материалов, несущей способности конструкций и долговечности сооружений, а с другой – нацеливает на комплексное использование местных сырьевых ресурсов.

Без внедрения в научно-исследовательскую практику вероятностно-статистической концепции анализа и оптимизации инженерных решений на основе системного подхода и многофакторного моделирования эти важнейшие задачи не разрешимы.

Создание новых строительных материалов и совершенствование существующих должно базироваться на проведении научных исследований с оптимизацией рецептурно-технологических параметров, определяющих их свойства. Только при этих условиях могут быть обеспечены стабильность и надежность каждого показателя качества материалов, технологий и конструкций, а также решены задачи снижения материальных, энергетических и трудовых затрат, комплексного использования сырья, внедрения безотходных технологий и охраны окружающей среды.

Решить оптимизационные задачи возможно методом построения для исследуемых систем функциональных математических моделей.

Математическая модель позволяет получать об объекте исследования новую информацию, существенно облегчающую внедрение новых материалов и технологий в производство.

Модель с точки зрения полезности должна быть экономичной и обладать свойством возможности распространения информации на исследуемую систему без существенного искажения.

При любом моделировании существует риск неверно решить инженерную задачу. Теорией и практикой математического моделирования разрабатываются методы учета и минимизации риска. Владение этими методами сегодня становится насущной необходимостью в деятельности современного инженера. Вышесказанное подчеркивает важность обучения будущих специалистов современным методам организации и проведения научных исследований, познакомить с которыми читателя постарались авторы данного учебного пособия.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимают под терминами: наука, теория, проблема?
2. Какова цель науки?
3. Приведите наиболее общие и известные методы исследования.
4. Что представляет собой научное исследование и что может являться его целью?
5. В чем состоит методология научного исследования?
6. Каковы особенности теоретических и экспериментальных исследований?
7. Какие признаки заложены в основу классификации научных исследований по степени важности, по видам финансирования, по длительности разработки и целевому назначению?
8. С чего начинается формулирование темы исследования?
9. Каким образом определяются цели и задачи исследования?
10. Какие этапы включает в себя выполнение НИР и научных разработок?
11. Какое учреждение является высшим научным учреждением в России?
12. Как в России организована подготовка научных кадров?
13. Какие основные требования предъявляют к теме исследования?
14. Что понимают под коэффициентом перспективности темы научного исследования?
15. Каковы критерии перспективности темы научного исследования?
16. Какие организации представляют в России службу научно-технической информации?
17. Какие материалы и издания являются носителями научно-технической информации?
18. Каковы методы выполнения теоретических исследований?
19. В чем сущность метода моделирования в исследованиях?

20. Какие зависимости относятся к детерминированным?
21. Какие зависимости относятся к стохастическим?
22. В чем состоит суть теории подобия?
23. Какой смысл вкладывается в критерий подобия?
24. Назовите основные методы аналитических исследований.
25. Поясните суть метода аналогии.
26. Что понимают под экспериментом?
27. Чем лабораторный эксперимент отличается от производственного?
28. Что включает в себя методология эксперимента?
29. Что понимают под разработкой программы эксперимента?
30. В каких случаях проводят поисковый эксперимент?
31. Что понимают под погрешностью измерения?
32. Как оценивается относительная ошибка измерения?
33. Что понимают под точностью измерения?
34. Что показывает достоверность измерения?
35. Как повысить точность и достоверность измерений?
36. Какие погрешности относят к систематическим?
37. Какие погрешности относят к случайным?
38. Чем могут быть вызваны грубые погрешности?
39. Как устраняют систематические погрешности?
40. Что указывает экспериментатору на наличие случайных погрешностей?
41. На чем основывается анализ случайных погрешностей?
42. На каких принципах базируется теория случайных ошибок?
43. Чем отличаются генеральная и выборочная совокупность измерений?
44. Какие задачи позволяет решать теория случайных ошибок?
45. Что при измерениях величин понимают под доверительным интервалом?

46. Что называется доверительной вероятностью измерения?
47. Как определяется доверительный интервал для малой выборочной совокупности?
48. Какие методы используют для определения грубых ошибок статистического ряда?
49. Как определить минимальное количество измерений при заданной точности и доверительной вероятности?
50. Как определяется абсолютная погрешность измерительного прибора?
51. Как определяется относительная погрешность измерительного прибора?
52. Какие координатные сетки используют для графического изображения результатов эксперимента?
53. На чем основан метод средних квадратов, применяемый для определения коэффициентов полиномиальных функций?
54. На чем основан метод наименьших квадратов, применяемый для определения коэффициентов полиномиальных функций?
55. В чем заключается сущность корреляционного анализа?
56. Как по характеру корреляционного поля можно судить о наличии связи между параметрами X и Y ?
57. Как определяют коэффициент корреляции?
58. Каково значение коэффициента корреляции при существовании связи между параметрами X и Y ?
59. Как проверяют статистическую гипотезу об однородности дисперсий для случая с одинаковым числом замеров для каждой серии опытов?
60. Как проверяют статистическую гипотезу об адекватности модели экспериментальным данным?
61. Каковы основные принципы оптимального планирования эксперимента?
62. Каким требованиям должен отвечать отчет по научно-исследовательской работе?

63. Какова структура отчета по научно-исследовательской работе?

64. По каким параметрам оценивается эффективность НИР?

65. Как оценивается эффективность работы научного работника?

66. Что может являться объектом изобретения?

67. Что может рассматриваться как полезная модель?

68. Что в патентной деятельности понимают под промышленным образцом?

69. Что в патентной деятельности признают за аналог и прототип изобретения?

70. Что представляет собой формула изобретения?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блехман, И. И. Прикладная математика: предмет, логика, особенности подхода / И. И. Блехман, А. Д. Мышкис, А. Г. Пановко. – Киев: Наукова думка, 1976. – 270 с.
2. Вознесенский, В. А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях / В. А. Вознесенский. – М.: Статистика, 1974. – 190 с.
3. Леонтьев, Н. Л. Техника статистических вычислений / Н. Л. Леонтьев. – М.: Гослесбумиздат, 1961. – 232 с.
4. Налимов, В. В. Логические основания планирования эксперимента / В. В. Налимова, Т. И. Голикова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Металлургия, 1981. – 151 с.
5. Основы научных исследований: учеб. для техн. вузов / В. И. Крутов, И. М. Грушко, В. В. Попов и др.; под ред. В. И. Крутова, В. В. Попова. – М.: Высш. шк., 1989. – 400 с.
6. Плескунин, В. И. Теоретические основы организации и анализа выборочных данных в эксперименте / В. И. Плескунин, Е. Д. Воронина; под ред. А. В. Башарина. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1979. – 232 с.
7. Правила составления подачи и рассмотрения заявки на выдачу патента на промышленный образец. – М.: ВНИИПИ, 1995. – 69 с.
8. Расчет физических полей методом моделирования / под ред. Л. А. Люстерника и Б. А. Волынского. – М.: Машиностроение, 1968. – 428 с.
9. Туричин, А. М. Электрические измерения неэлектрических величин / А. М. Туричин. – М.: Энергия, 1975. – 576 с.
10. Хигерович, М. И. Физико-химические и физические методы исследования строительных материалов / М. И. Хигерович, А. П. Меркин. – М.: Стройиздат, 1963. – 198 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

От авторов	3
Предисловие	4
Введение	6
1. Общие сведения о науке и научных исследованиях.....	8
1.1. Основные определения и понятия	8
1.2. Классификация и основные этапы научно-исследовательских работ	13
1.3. Последовательность проведения исследовательских работ	15
1.4. Научные учреждения и кадры	17
2. Выбор темы, формулирование цели и задач научных исследований.....	20
2.1. Методы выбора и оценки тем научных исследований	20
2.2. Научно-техническая информация	23
2.3. Проработка и анализ информации и формулирование задач научного исследования	26
3. Методология теоретических исследований	27
3.1. Общие сведения	27
3.2. Модели исследования.....	30
3.3. Основы теории подобия	38
3.4. Аналитические методы исследования	43
4. Методы теоретических исследований.....	52
4.1. Аналитические методы исследования с использованием экспериментов.....	52
4.2. Вероятностно-статистические методы исследования	58
4.3. Методы системного анализа	73
5. Методология экспериментальных исследований	90
5.1. Общие сведения	90
5.2. Разработка программы эксперимента	93
5.3. Подготовка приборов и экспериментальных установок к работе, их тарировка	97
5.4. Методы оценки измерений	98
5.5. Средства измерений и их поверка	117

6. Методы экспериментальных исследований	122
6.1. Проведение эксперимента.....	122
6.2. Методы графического изображения результатов измерений	124
6.3. Метод подбора эмпирических формул	131
6.4. Корреляционный анализ	144
6.5. Проверка адекватности математических моделей экспериментальным данным	151
6.6. Основные принципы оптимального планирования эксперимента.....	160
7. Анализ и оформление научных исследований.....	182
7.1. Анализ теоретико-экспериментальных исследований. Формулировка выводов и предложений.....	182
7.2. Составление отчета о научно-исследовательской работе	183
7.3. Подготовка научных материалов к опубликованию в печати.....	185
8. Внедрение и эффективность научных исследований.....	186
8.1. Внедрение законченных научно-исследовательских работ	186
8.2. Эффективность научных исследований и ее критерии	188
8.3. Расчет экономической эффективности научных исследований	192
9. Основные принципы организации патентования	195
9.1. Патентный закон Российской Федерации	195
9.2. Условия патентоспособности изобретения, полезной модели, промышленного образца.....	196
9.3. Автор изобретения, полезной модели, промышленного образца	197
9.4. Планирование и использование изобретений, полезных моделей и промышленных образцов.....	199
9.5. Патентный поиск	201
Заключение	207
Контрольные вопросы	209
Список литературы	213

Учебное издание

<i>ВАЙНШТЕЙН Михаил Зиновьевич</i>

ВАЙНШТЕЙН Виктор Михайлович
КОНОНОВА Ольга Витальевна

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Учебное пособие

Редактор *Л. С. Емельянова*

Компьютерная верстка и дизайн обложки *С. Н. Эштыкова*

Марийский государственный технический университет
424024 Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3