

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»
(СПбГУТ)

Г. А. Фокин

ТЕХНОЛОГИИ
СЕТЕВОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

СПб ГУТ)))

Санкт-Петербург

2020

УДК 621.396.969
ББК 32.95
Ф 75

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор кафедры радиотехнических систем
Санкт-Петербургского государственного электротехнического
университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина) *В.Ю. Волков,*

доктор экономических наук, председатель отделения
«Информационных и телекоммуникационных технологий» РАЕН,
академик РАЕН *В.О. Тихвинский*

Рекомендовано к печати научно-технической комиссией ученого совета СПбГУТ

Фокин, Г.А.
Ф 75 Технологии сетевого позиционирования : [монография] / Г. А. Фокин ; СПбГУТ. –
Санкт-Петербург, 2020. – 558 с.
ISBN 978-5-89160-194-9

В процессе эволюции сетей подвижной радиосвязи совершенствовались методы и средства сетевого позиционирования, требования к которым стали предъявляться с образованием партнерского проекта 3GPP. Данная тенденция получила продолжение в сетях 4G LTE, и ожидается ее дальнейшее развитие в перспективных сетях 5G NR. В монографии представлен разработанный комплекс моделей, методов и метрик оценки и визуализации точности позиционирования, на основе которого исследуются вопросы определения местоположения в сетях радиодоступа, в том числе при отсутствии прямой видимости, с использованием беспилотных летательных аппаратов, а также в режиме адаптивного диаграммообразования.

Предназначена для научных работников и аспирантов специальностей 05.12.13 «Системы, сети и устройства телекоммуникаций» и 05.12.14 «Радиолокация и радионавигация».

Fokin, G. A.
Network positioning technologies : [Monography] / G. A. Fokin ; SUT. – St. Petersburg, 2020. – 558 p.
ISBN 978-5-89160-194-9

In the process of evolution of mobile radio networks, methods and means of network positioning were improved, the requirements for which began to be imposed with the formation of the 3GPP partnership project. This trend was continued in 4G LTE networks, and its further development is expected in promising 5G NR networks. This monograph presents a developed set of models, methods and metrics for assessing and visualizing positioning accuracy, based on which we study location estimation issues in radio access networks, including the case of Non-Line-Of-Sight, using Unmanned Aerial Vehicles and using adaptive beamforming.

Intended for scientists and post-graduate students of specialties 05.12.13 "Systems, networks and telecommunications devices" and 05.12.14 "Radar and radio navigation".

УДК 621.396.969
ББК 32.95

ISBN 978-5-89160-194-9

© Фокин Г.А., 2020
© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича», 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
1. ЭВОЛЮЦИЯ ТЕХНОЛОГИЙ СЕТЕВОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ.....	10
1.1. Услуги и сценарии использования сетей 5G.....	10
1.1.1. Требования к сетям 5G и новые услуги.....	10
1.1.2. Сети 5G как основа цифровой трансформации	11
1.1.3. Сценарии использования сетей 5G	14
1.1.4. Диапазоны частот и способы их использования в сетях 5G	17
1.1.5. Эволюция радиointерфейсов сетей LTE-A – 5G	22
1.1.6. Новые технологические принципы построения сетей 5G	24
1.1.7. Выводы	26
1.2. Услуги и сценарии позиционирование в сетях 5G.....	28
1.2.1. Постановка задачи	28
1.2.2. Показатели эффективности позиционирования в сетях 5G	29
1.2.3. Анализ сценариев и требований позиционирования в сетях 5G.....	32
1.2.4. Группировка сценариев ОМП и требований к ним в сетях 5G	43
1.2.5. Применимость технологий для позиционирования в сетях 5G	47
1.2.6. Требования к технологиям позиционирования в сетях 5G	51
1.2.7. Выводы	55
1.3. Эволюция технологий позиционирования в сетях 5G	56
1.3.1. Постановка задачи	56
1.3.2. Эволюция радиointерфейсов СПРС для позиционирования	57
1.3.3. Эволюция стандартов позиционирования в СПРС	67
1.3.4. Эволюция методов позиционирования в СПРС	71
1.3.5. Эволюция процедур позиционирования в СПРС	86
1.3.6. Анализ точности технологий позиционирования в СПРС	94
1.3.7. Выводы	97
1.4. Использование технологий позиционирования в сетях 5G	99
1.4.1. Новые технологические принципы построения сетей 5G	99
1.4.2. Особенности архитектуры сетей радиодоступа 5G.....	101
1.4.3. Особенности физического уровня сети радиодоступа 5G.....	108
1.4.4. Организация радиосвязи на основе позиционирования в СРД 5G	115
1.4.5. Архитектура системы позиционирования в СПРС 5G	122
1.4.6. Тенденции развития технологий позиционирования в СРД 5G	126
1.4.7. Выводы	132
2. МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ.....	134
2.1. Постановка задачи	134
2.2. Вероятностные основы оценки точности позиционирования.....	136
2.2.1. Одномерное нормальное распределение.....	136
2.2.2. Двумерное нормальное распределение	141
2.2.3. Трехмерное нормальное распределение.....	149
2.2.4. Многомерное нормальное распределение	151
2.3. Эллипс рассеивания.....	154
2.3.1. Определение эллипса рассеивания	154
2.3.2. Поворот эллипса рассеивания	157
2.3.3. Координатный прямоугольник эллипса рассеивания	161
2.3.4. Инвариантное свойство эллипса рассеивания	165
2.4. Инструменты оценки точности позиционирования.....	168
2.4.1. Гамма и хи-квадрат распределения	168
2.4.2. Вероятность попадания в заданную область	171
2.4.3. Собственный вектор и собственные числа	176
2.4.4. Спектральное разложение матрицы ковариации.....	179

2.5. Инструменты визуализации точности позиционирования.....	184
2.5.1. Изолинии двумерной плотности вероятности	184
2.5.2. Геометрическая интерпретация матрицы ковариации.....	186
2.5.3. Направление максимального рассеивания	188
2.5.4. Эллипс рассеивания заданной доверительной вероятности.....	200
2.6. Математические модели и методы оценки точности позиционирования ..	202
2.6.1. Метрики оценки точности позиционирования	202
2.6.2. Обобщенная математическая модель методов позиционирования	209
2.6.3. Анализ разностно-дальномерного метода.....	218
2.6.4. Анализ угломерного метода	225
2.7. Графические модели и методы оценки точности позиционирования	232
2.7.1. Графические модели разностно-дальномерного метода	232
2.7.2. Графические модели угломерного метода	244
2.7.3. Визуализация кругового вероятного отклонения.....	251
2.8. Выводы	257
СКРИПТЫ К РАЗДЕЛУ 2	259
3. ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ ПРИ ОТСУТСТВИИ ПРЯМОЙ ВИДИМОСТИ.....	282
3.1. Постановка задачи	282
3.2. Промежуточные оценки координат	286
3.2.1. Оценка по среднему из выборки измерений	286
3.2.2. Оценка по двум разным наборам измерений	287
3.2.3. Оценка по измерениям с наличием и отсутствием прямой видимости.....	290
3.3. Модели позиционирования при отсутствии прямой видимости	291
3.3.1. Математическая модель сбора измерений	291
3.3.2. Влияние отсутствия прямой видимости на точность позиционирования	292
3.3.3. Идентификация источников измерений с отсутствием прямой видимости	295
3.3.4. Имитационная модель позиционирования при отсутствии прямой видимости... ..	308
3.4. Алгоритм позиционирования при отсутствии прямой видимости	311
3.4.1. Анализ прототипов позиционирования при отсутствии прямой видимости.....	311
3.4.2. Способ и устройство позиционирования при отсутствии прямой видимости	313
3.4.3. Алгоритм позиционирования при отсутствии прямой видимости	315
3.5. Прогноз отсутствия прямой видимости по моделям местности	320
3.5.1. Этапы трассировки лучей	320
3.5.2. Признак отсутствия прямой видимости у луча	324
3.5.3. Визуализация NLOS по цифровым моделям местности.....	325
3.6. Выводы	326
СКРИПТЫ К РАЗДЕЛУ 3	327
4. ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БПЛА	340
4.1. Постановка задачи	340
4.2. Модели радиоканала связи с БПЛА	341
4.2.1. Современные подходы к моделированию радиоканала с БПЛА	341
4.2.2. Двухлучевая модель радиоканала	346
4.2.3. Модели радиоканала связи с БПЛА над водой.....	360
4.2.4. Модели радиоканала связи с БПЛА в холмах и горах	372
4.2.5. Модели радиоканала связи с БПЛА в городе и пригороде.....	378
4.2.6. Выводы	382
4.3. Локальные системы позиционирования РДМ и УМ	383
4.3.1. Особенности локальных систем позиционирования.....	383
4.3.2. Особенности РДМ и УМ с использованием БПЛА.....	386
4.3.3. Сравнение разностно-дальномерного и угломерного методов	389
4.3.4. Факторы дальности обнаружения и зоны охвата РДМ и УМ	394
4.3.5. Особенности комбинирования измерений РДМ и УМ.....	396

4.4. Модели и методы позиционирования с использованием БПЛА	398
4.4.1. Классификация БПЛА	398
4.4.2. Анализ состояния проблемы позиционирования с БПЛА	402
4.4.3. Система позиционирования на основе РДМ/УМ с БПЛА	403
4.4.4. Математическая модель позиционирования с использованием с БПЛА	404
4.4.5. Имитационная модель позиционирования с использованием с БПЛА	421
4.5. Позиционирование с БПЛА при отсутствии прямой видимости	425
4.5.1. Сценарий позиционирования в условиях LOS	425
4.5.2. Сценарий NLOS у наземного пункта приема	427
4.5.3. Сценарий NLOS у пункта приема на борту БПЛА	431
4.6. Выводы	433
СКРИПТЫ К РАЗДЕЛУ 4	434
5. ДИАГРАММООБРАЗОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ	443
5.1. Постановка задачи	443
5.2. Особенности диаграммообразования в разделяемой среде передачи	444
5.2.1. Управление направлением и мощностью излучения	444
5.2.2. Проблемы направленных передач в разделяемой среде	447
5.3. Математическая модель радиостанции с диаграммообразованием	450
5.3.1. Постановка задачи	450
5.3.2. Модель круговой антенной решетки	451
5.3.3. Математическая модель работы радиостанции с диаграммообразованием	457
5.4. Оценка связности радиостанций СРД.....	464
5.4.1. Постановка задачи	464
5.4.2. Математическая модель радиоканала	466
5.4.3. Оценка связности радиостанций	468
5.4.4. Оценка связности радиостанций с диаграммообразованием	481
5.5. Оценка вероятности успешного радиоприема в СРД	485
5.5.1. Постановка задачи	485
5.5.2. Оценка вероятности успешного радиоприема	488
5.5.3. Оценка вероятности успешного радиоприема с диаграммообразованием	494
5.6. Выводы	496
СКРИПТЫ К РАЗДЕЛУ 5	497
6. РЕАЛИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЙ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ	505
6.1. Постановка задачи	505
6.2. Система локального позиционирования внутри помещений	505
6.2.1. Принцип работы радиокарты	506
6.2.2. Принцип работы ИНС	507
6.2.3. Совместная обработка измерений радиокарты и ИНС	508
6.2.4. Результаты эксперимента совместной обработки радиокарты и ИНС	509
6.3. Система локального позиционирования на основе SDR.....	516
6.3.1. Система локального позиционирования РДМ на основе SDR.....	516
6.3.2. Система локального позиционирования УМ на основе SDR	519
6.4. Выводы	521
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	522
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ	526
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	536

ВВЕДЕНИЕ

Объектом исследования в настоящей монографии являются *сети пятого поколения 5G/IMT-2020* (International Mobile Telecommunications), продолжающие эволюцию сетей 4G и являющиеся закономерным этапом развития сетей подвижной радиосвязи (СПРС) [1].

В 1990-е годы переход от технологий аналоговой сотовой радиосвязи первого поколения 1G AMPS (Advanced Mobile Phone Service) к СПРС 2G GSM (Global System for Mobile Communications), CDMA One (Code Division Multiple Access), DAMPS (Digital Advanced Mobile Phone System) означал переход к цифровым технологиям на техническом уровне и к первым простым сервисам передачи данных на пользовательском уровне [2].

В 2000-е годы переход к СПРС 3G открыл техническую возможность передачи данных на скоростях, необходимых для просмотра мультимедийного видеоконтента, что явилось качественно новым этапом эволюции с точки зрения пользователя. С технической точки зрения этот этап эволюции основан на прорыве в разработке и массовом производстве аналоговых и цифровых компонентов микроэлектроники, в том числе, цифровых микроэлектронных технологий глубокого субмикронного уровня (65–45 нм и ниже), обеспечивших радикальное снижение энергопотребления и увеличение функциональности в заданном объеме; именно производство компактных мобильных устройств и было основным стимулом [2].

В эволюции СПРС очередное поколение систем от предыдущего должно отличаться качественно как на техническом, так и на уровне потребления услуг. Важным обстоятельством перехода к СПРС 4G являлось то, что несмотря на наличие в СПРС 3G эволюционирующих технологий высокоскоростной передачи HSPA (High Speed Packet Access), они не смогли конкурировать с технологиями LTE и LTE-A. Также важным фактором явилось развитие цифровых полупроводниковых технологий, которые привели к массовому распространению портативных устройств со средствами отображения видеоконтента, которые приближались по качеству к стационарным компьютерам. Смартфоны явились тем элементом экосистемы 4G, без которого новые скорости передачи были ранее не востребованы, так как скромные экраны мобильных аппаратов середины 2000-х не могли в полной мере реализовать возможности просмотра видеоконтента [2].

В 2010-е годы переход к СПРС 4G открыл возможности для организации полноценного «офиса в кармане» [2] и имел своей целью достижение требований ITU-R M.1645 [3] комитета IMT-Advanced Международного союза электросвязи ITU (International Telecommunication Union): скорость в нисходящем канале до 100 Мбит/с для мобильных и 1 Гбит/с для малоподвижных абонентов. Такая скорость позволяет организовать обмен большими массивами данных, просматривать ТВ-трансляции по протоколу интернета IPTV (Internet Protocol Television) и видео по запросу VoD (Video on

Demand). Все те сервисы, которые пользователь имел у себя дома или в офисе, становились доступными в любом месте [2]. Как в свое время СПРС 2G GSM позволили разговаривать по телефону почти всегда и почти везде, так и СПРС 4G обеспечили надежным высокоскоростным доступом к различным сетям передачи данных [2]. К сетям 4G в полной мере можно отнести LTE-A.

Чтобы перейти к СПРС 4G, потребовалось коренное, принципиальное изменение в идеологии построения и архитектуре как сетей радиодоступа, так и опорных сетей. В беспроводных сетях было покончено с «телефонным наследием» сотовой связи: ведь даже системы 3G, по сути, являлись радиодлинителями, связывающими абонентов с автоматическими телефонными станциями (АТС) [2]. Система 4G – это принципиально иная структура: это плоская IP-сеть с пакетной передачей данных, возможностью распределенной архитектуры, каналами прямого обмена между базовыми станциями (БС). При переходе от 3G к LTE сохранялся только парк антенно-мачтовых устройств, остальное нужно было строить с нуля, включая опорные сети [2].

Технологии СПРС 4G LTE эволюционировали в LTE-A (LTE Advanced) и LTE-A Pro, однако новые вызовы, связанные с взрывным ростом трафика и ограниченностью спектрального ресурса традиционного для СПРС дециметрового диапазона, обусловили *переход к новым СПРС 5G*.

При экспоненциальном росте трафика пропускная способность (ПС) остается ограничена пределом Шеннона, и несмотря на совершенствование микроэлектроники и методов цифровой обработки, получается выигрыш в разы, а с учетом перспективных приложений нужен рост ПС на порядки. Помимо увеличения потребностей в ПС для отдельных абонентов, растет число самих абонентов и активных устройств Интернета вещей. С одной стороны, частотный ресурс дециметрового и нижней части сантиметрового диапазона уже достаточно перегружен существующими сетями радиодоступа (СРД). С другой стороны, производители полупроводниковых приборов подошли к возможности создания сверхмалопотребляющих устройств, а элементная база диапазона миллиметровых волн ММВ (с длиной волны от 10 мм до 1 мм, что соответствует частоте от 30 ГГц до 300 ГГц) стала промышленной реальностью [2]. Таким образом, экспоненциальный рост трафика на уровне СРД как один из стимулов построения СПРС 5G, поддерживается портативных устройств с высокой производительностью и качественным отображением не только разрешения видео; появится и мобильное 3D-видео, и средства передачи тактильных ощущений.

В 2020-е годы СПРС 5G призваны обеспечить сверхскорость (1–10 Гбит/с), сверхмалые задержки (менее 1 мс), сверхбольшое число активных физических соединений и их сверхвысокую плотность, энергетическую и спектральную сверхэффективность, что не представляется возможным решить в рамках концепции СПРС 4G, таких как LTE Advanced [2].

Предметом исследования в настоящей монографии являются новые геоинформационные услуги и **технологии сетевого позиционирования** устройств средствами инфраструктуры СПРС 5G, а также реализующие их модели, методы и метрики определения местоположения в СРД 5G.

Эволюция СПРС 1G–5G показала, что сетевое позиционирование традиционно рассматривалось как одна из дополнительных возможностей в процессе стандартизации, реализации и эксплуатации СПРС. Однако сетевая инфраструктура открывала широкие возможности для решения задач определения местоположения (ОМП) абонентов, поэтому в процессе эволюции начиная с аналоговых СПРС первого поколения 1G с частотным разделением каналов FDMA (Frequency Division Multiple Access) также совершенствовались методы и средства сетевого позиционирования. Цифровые СПРС второго поколения с частотно-временным FDMA/TDMA (Time Division Multiple Access) GSM и кодовым CDMA (Code-Division Multiple Access) разделением каналов способствовали *развитию методов сетевого позиционирования* для служб экстренной помощи и охраны правопорядка [4]. Глобализация СПРС связана с образованием партнерского проекта 3GPP (3rd Generation Partnership Project), образованного для стандартизации систем 3-го поколения 3G UMTS [5]. Начиная с третьего поколения 3G в процессе стандартизации СПРС стали предъявляться требования по решению задачи ОМП. Данная тенденция получила продолжение в сетях 4-го поколения LTE [6, 7], и ожидается ее дальнейшее развитие в сетях 5-го поколения NR. На сегодняшний день экосистема СПРС 5G рассматривается как инфраструктурная основа цифровой экономики [8–10]. Вместе с развитием технологий СРД и соответствующего оборудования совершенствуются также и методы анализа перспективных гетерогенных сетей, в том числе, пространственно-временной подход. Говоря о пространственном измерении построения и функционирования экосистемы 5G, следует учитывать новые возможности сетевого позиционирования устройств, образующих сеть, так как использование данных о местоположении (МП) при управлении сетевой организацией позволяет существенным образом усовершенствовать возможности установления и ведения радиосвязи, и, таким образом, повысить связность и эффективность функционирования гетерогенных сетей 5G.

Актуальность сетевого позиционирования в экосистеме 5G определяется также рядом новых факторов развития сетей, услуг и технологий.

С одной стороны, новый радиointерфейс 5G, более широкие полосы частот, системы massive MIMO с возможностью адаптивного диаграммообразования (ДО), диапазон MMB (mmWave), а также новая архитектура СРД 5G, в том числе, непосредственная радиосвязь друг с другом D2D в сверхплотных радиосетях UDN (Ultra Dense Network) позволяют пересмотреть сценарии использования известных моделей и методов сетевого позиционирования и способствуют реализации повышенных требований к точности

позиционирования. С другой стороны, использование данных о МП способствует практической реализации геоинформационных услуг, в том числе технологий и приложений дополненной реальности, а также новых механизмов установления и ведения радиосвязи на основе данных позиционирования о местоположении LAC (Location-Aware Communication) [11–15]. Таким образом, предварительный анализ дает основания полагать, что в перспективной экосистеме 5G сетевое позиционирование будет уже не одной из дополнительных услуг, как это было в СПРС предыдущих поколений, а *важной составляющей построения и функционирования СРД*.

Целью исследования является достижение качественно нового уровня построения и функционирования сетей подвижной радиосвязи пятого поколения 5G за счет экосистемы сетевого позиционирования радиостанций, образующих сеть радиодоступа.

Сетевое позиционирование, как предмет исследования, рассматривается при этом с двух сторон: во-первых, как целевая задача непосредственного географического ОМП устройств в СПРС 5G; во-вторых, как инструмент совершенствования показателей эффективности установления и ведения радиосвязи на основе данных о местоположении устройств СПРС 5G.

Научной задачей является анализ и синтез комплекса моделей и методов позиционирования устройств, образующих СПРС 5G.

Для достижения поставленной цели в настоящей монографии решаются следующие частные задачи.

В разделе 1 *формализация объекта исследования выполняется через анализ эволюции технологий и услуг позиционирования в СПРС 5G* по следующим категориям: услуги и сценарии использования сетей 5G (раздел 1.1), услуги и сценарии позиционирования в сетях 5G (раздел 1.2), эволюция технологий позиционирования в сетях 2G–5G (раздел 1.3), а также использование технологий позиционирования в сетях 5G (раздел 1.4). В результате анализа объекта исследования *выделяется предмет исследования – сетевое позиционирование устройств* средствами инфраструктуры СПРС 5G.

Далее в монографии представлены *результаты исследований и разработки комплекса моделей и методов сетевого позиционирования*: моделей и методов оценки точности в разделе 2; позиционирования при отсутствии прямой видимости в условиях многолучевого распространения радиоволн в разделе 3; позиционирования с использованием стационарных пунктов приема в составе наземного сегмента и подвижных пунктов приема на борту беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) в составе воздушного сегмента в разделе 4; в разделе 5 исследованы вопросы адаптивного диаграммообразования в СПРС 5G на основе позиционирования сетевых устройств в СРД; в разделе 6 представлены примеры экспериментальной реализации технологий позиционирования внутри помещений, а также с использованием технологий программно-конфигурируемого радио.

1. ЭВОЛЮЦИЯ ТЕХНОЛОГИЙ СЕТЕВОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

1.1. Услуги и сценарии использования сетей 5G

1.1.1. Требования к сетям 5G и новые услуги

Эволюция сетей подвижной радиосвязи (СПРС) продолжается уже несколько десятилетий, и согласно плану развития ИМТ-2020 (International Mobile Telecommunications) на рубеже очередной декады ожидается переход от пилотных зон и опытных фрагментов к коммерческому использованию сетей пятого поколения 5G [1]. ИМТ-системы будущего должны поддерживать новые сценарии использования, в числе которых приложения, требующие высокоскоростной передачи данных, подключения большого количества устройств, а также приложения, обладающие сверхнизкой задержкой и высокой надежностью. Стремительный рост скоростей передачи от единиц-десятков мегабит в секунду до единиц-десятков гигабит в секунду стимулирует развитие мультимедийного контента сверхвысокого разрешения. Помимо значительного прироста скорости передачи в сетях 5G ожидается значительное уменьшение сквозной задержки передачи. Развертывание сетей 5G позволит существенно повысить автоматизацию в различных сферах жизнедеятельности и, таким образом, трансформировать экономику за счет массового внедрения робототехники и датчиков Интернета вещей (IoT, Internet Of Things), работающих в онлайн-режиме с минимальной задержкой.

Требования к ключевым показателям KPI (Key Performance Indicators) сетей 5G/ИМТ-2020В определены в 3GPP TR 38.913 [16]: а) пиковая скорость передачи данных: в канале вниз (DL) 20 Гбит/с; в канале вверх (UL) 10 Гбит/с; б) пиковая спектральная эффективность: DL – 30 бит/с/Гц; UL – 15 бит/с/Гц; в) сквозная задержка на уровне пользователя (user plane latency): 4 мс в UL/DL для услуг типа eMBB, 0,5 мс для услуг типа URLLC в UL/DL; сквозная задержка на уровне управления (control plane latency) 10 мс; надежность передачи данных (вероятность потери пакета): 10^{-5} для пакета 32 байт со сквозной задержкой в сети в 1 мс для услуг URLLC; г) плотность подключенных устройств: 1 млн на 1 км^2 ; д) срок работы батареи устройства: 10 – 15 лет для устройств IoT/M2M/D2D; е) скорость передвижения абонентского устройства – до 500 км/ч; непрерывное обслуживание при хэндовере.

Таким образом, можно констатировать, что требуемые показатели характеристик сети, достижение которых позволяет отнести ее к 5G, по ряду показателей говорит об: а) увеличении пропускной способности сети в 10 раз; б) росте спектральной эффективности радиointерфейса до 3 раз; в) уменьшении сквозной задержки передачи данных в 10 раз до 1 мс; г) увеличении количества подключаемых абонентских устройств в соте в 10-100 раз – до 1 миллиона устройств на 1 км^2 ; д) увеличение времени автономной работы устройств IoT/M2M/D2D – до 10 лет.

5G/IMT-2020 – это и новый стандарт связи, и технологическая эволюция сетей подвижной радиосвязи, и новая парадигма инфокоммуникационных технологий (ИКТ) и услуг со следующими особенностями.

1. *Внедрение принципиально новых услуг, таких как* [17]: а) услуги на основе голограмм и мультимедиа с эффектом присутствия, включая трансляции спортивных матчей и интерактивные фильмы с охватом в 360°; б) полномасштабные услуги виртуальной и дополненной реальности (Virtual Reality/Augmented Reality – VR/AR), включая услуги AR при навигации и вождении автомобиля, управления дронами (беспилотными летательными аппаратами, БПЛА), диагностику и хирургическое вмешательство на расстоянии с помощью робота; в) услуги со сверхнизкой задержкой, включая дистанционное управление спасательным роботом, автономное вождение автомобиля; г) услуги Интернета вещей IoT на основе массового подключения устройств; д) интеллектуальные услуги на основе технологий больших объемов данных Big Data; е) тактильный Интернет.

2. *Многokратный рост мобильного трафика, вызванный ростом* [17]: а) объема потребления видеоконтента и увеличением его разрешения; б) количества подключенных к сети устройств (смартфоны, планшеты, устройства класса M2M и D2D, беспилотные транспортные средства и т.д.); в) темпа использования приложений; г) использования облачных технологий; д) использования современных online игр и их обновлением.

3. *Превалирующая роль смартфонов, как источника мобильного трафика* [17]: а) в ближайшие годы прогнозируется резкий рост трафика данных до 10 раз; б) около 90% трафика данных будет генерироваться смартфонами; в) мобильное видео – доминирующий вид мобильного трафика.

1.1.2. Сети 5G как основа цифровой трансформации

В национальной программе «Цифровая экономика Российской Федерации» определены следующие задачи [18]: а) создание глобальной конкурентоспособной инфраструктуры передачи, обработки и хранения данных преимущественно на основе отечественных разработок; б) преобразование приоритетных отраслей экономики и социальной сферы, включая здравоохранение, образование, промышленность, сельское хозяйство, строительство, городское хозяйство, транспортную и энергетическую инфраструктуру, финансовые услуги, посредством внедрения цифровых технологий.

Решение указанных задач предполагает развитие сетей 5G/IMT-2020, которые позволят упростить внедрение инфокоммуникационных технологий (ИКТ) в традиционные отрасли промышленности и народного хозяйства и использовать инновационные высокоскоростные услуги и сервисы во всех отраслях экономики [17]. Перспективные цифровые технологии, в том числе, СПРС 5G/IMT-2020, искусственный интеллект и Интернет вещей являются одним из основных стимулов экономического роста и цифровой трансформации DT (Digital Transformation) в масштабах государства.

Четвертая промышленная революция «Индустрия 4.0» и цифровая трансформация основаны на ИКТ и искусственном интеллекте (ИИ) [19]. Первыми областями, осваивающими новые цифровые технологии, предположительно станут коммунальное хозяйство, транспорт, производство, здравоохранение, сельское хозяйство и финансы. Цифровая трансформация подразумевает изменения в производственных и социальных процессах путем принятия цифровых технологий.

Цифровая экономика представляет собой хозяйственную деятельность, в которой ключевыми факторами являются данные в цифровом виде, обработка больших объемов и использование результатов анализа которых позволяют существенно повысить, по сравнению с традиционными формами хозяйствования, эффективность различных видов производства, технологий, оборудования, хранения, продажи, доставки товаров и услуг [20].

Цифровая трансформация современной экономики как составляющая «Индустрии 4.0» и программа «Цифровая экономика Российской Федерации», утвержденная на государственном уровне и являющаяся одним из национальных проектов, диктуют необходимость создания современной инфраструктуры сетей передачи, обработки и хранения данных, поэтому развитие радиотехнологий становится одной из важнейших составляющих процесса цифровизации традиционных отраслей промышленности и народного хозяйства, который, невозможен без внедрения сетей 5G/ИМТ-2020&IoT [19]. Развертывание сетей 5G/ИМТ-2020 является одной из приоритетных задач Национального проекта «Цифровая экономика Российской Федерации». Сети 5G/ИМТ-2020 станут частью критически важной инфраструктуры и инфраструктурной базой для обеспечения цифровой трансформации.

Планы развития цифровой экономики Российской Федерации, основанные на ключевых показателях внедрения сетей и услуг 5G и IoT на период 2020–2025 гг., предполагают [18]: а) покрытие устойчивой сетью связи 5G к 2020 г. восьми городов России с населением от 1 млн человек и доведение к 2025 г. количества таких городов до 15; б) утверждение плана выделения радиочастотного ресурса для внедрения технологии 5G; в) разработка к 2025 г. в России отечественных решений: мобильной операционной системы, системы управления базами данных, корпоративной операционной системы, а также средств управления облачной инфраструктурой и виртуализацией; г) запуск к 2025 г. в 10 городах России беспилотного общественного и индивидуального транспорта, интегрированного с системами организации городского движения, а в 25 городах – разработка таких проектов.

Ключевые технологии, такие как 5G/ИМТ-2020, облачные и сенсорные сервисы, IoT и ИИ, будут консолидироваться и развиваться совместно, стимулируя тем самым экономический рост [19]. Основными разработчиками и эксплуатантами новых сетей, на базе которых будут внедряться интеллектуальные технологии, становятся операторы подвижной радиосвязи [19].

Операторы используют решения Big Data в рекламных кампаниях, в том числе, для анализа потоков населения при оценке эффективности размещения новых офисов банков, салонов связи, фитнес-клубов. Технология позволяет анализировать обезличенные данные о пешеходном трафике, времени нахождения абонентов в конкретном районе. Инфраструктурной основой для реализации задач цифровой экономики определены такие сквозные технологии, как промышленный интернет вещей (IIoT), беспроводная связь, виртуальная и дополненная реальность. Их полномасштабное использование невозможно без создания и развития сетей 5G/IMT-2020 [19].

Ожидается, что к 2025 году средний объем данных, использованных в сетях связи во всем мире, в пересчете на одного пользователя вырастет в 10 раз – до 4 Гбайт на человека в день, а в сетях подвижной радиосвязи – в 30 раз (до 1 Гбайт), 89% из которых составят видеоматериалы [19].

Новые возможности сети 5G открывают перед людьми с ограниченными возможностями. Портативные устройства типа умных часов, умных очков и умных гарнитур станут серьезной интеллектуальной поддержкой для этой группы населения. Так, внедрение роботов-поводырей в сочетании с расширением возможностей облачных сервисов позволит слепыми и слабовидящим зажить полноценной жизнью. Уже сегодня некоторые компании работают над созданием умной навигационной гарнитуры, которая поможет получать информацию о своем местонахождении, направлении движения и препятствиях с высокой точностью в режиме реального времени [19].

Главными технологическими вызовами цифровой экономики в ближайшие годы могут стать: массовое внедрение и соединение в сети киберфизических устройств, относимых к классу IoT и M2M, с плотностью размещения от 300 тыс. устройств в соте и до 1 млн устройств на 1 км², а также создание высоконадежных соединений с задержкой до 1 мс для услуг IoT и M2M в реальном масштабе времени. Для преодоления этих вызовов предполагается развивать технологические возможности 5G и IoT [20].

В качестве технологического базиса цифровой экономики будут приняты различные технологии радиодоступа, обеспечивающие соединение устройств в сетях IoT, включая будущие и существующие технологии 3GPP и 5G, а также новые технологии радиодоступа [20]. Разработкой технологии 5G в настоящее время занимаются ведущие международные органы стандартизации. Эта новая фаза эволюции мобильных телекоммуникационных стандартов выходит за пределы фазы 4G/IMT-Advanced, неся с собой повышение на порядок функциональных возможностей, скорости передачи и других технических критериев [20]. В 5G аналитики видят не только технологию, но и интеллектуальную платформу, которая в сочетании с ИИ обеспечит сверхбыструю технологию радиодоступа, низкую задержку и более надежную мобильную связь, способную справляться с растущими требованиями к передаваемым данным для нужд цифровой экономики [20].

1.1.3. Сценарии использования сетей 5G

Сценарии использования сетей 5G/ IMT-2020 классифицированы МСЭ на 3 группы (табл. 1.1) [17, 21].

Первая группа [21]: *усовершенствованная подвижная широкополосная связь eMBB* (Enhanced Mobile Broadband). Подвижная широкополосная связь охватывает сценарии использования, ориентированные на человека и обеспечивающие доступ к мультимедийному контенту, услугам и данным. К таким услугам относятся: Ultra HD и видео, 3D видео, в том числе в реальном времени, онлайн игры, виртуальная реальность (возможные области применения: образование, развлечения, здравоохранение, военная промышленность), расширенные сервисы социальных сетей, облачные сервисы (возможные области применения: государственные услуги, бизнес приложения, вычисления), голос, в том числе потоковый, музыка в реальном времени, вещание MBMS. Для качественной поддержки этих услуг должны обеспечиваться мультигигабитные скорости передачи данных. В сценариях для eMBB высокое значение имеют практическая пользовательская скорость передачи данных, трафик на единицу площади, пиковая скорость передачи данных, мобильность, энергоэффективность и эффективность использования спектра.

Вторая группа [21]: *крупномасштабные системы межмашинной связи MIoT* (Massive IoT). Данный сценарий использования характеризуется большим количеством подключенных устройств, передающих относительно небольшой объем данных, не столь чувствительных к задержке. Для качественной поддержки этих услуг необходимо обеспечить низкую стоимость абонентских устройств при поддержке большой зоны охвата и продолжительного времени работы от батареи. Основные области применения: энергетика, транспорт, здравоохранение, торговля, общественная безопасность, промышленность, ЖКХ, беспилотные транспортные средства. Сценариям MIoT свойственны высокая плотность соединений и необходимость поддержания корректного функционирования большого количества устройств в сети [17]. Для реализации данного сценария важны низкая стоимость устройства и его энергоэффективность.

Третья группа [21]: *сверхнадежная передача данных с малой задержкой (URLLC)*. В данном сценарии использования предъявляются жесткие требования к таким показателям функционирования сети, как пропускная способность, задержка и готовность. Примерами могут служить беспроводное управление промышленными и производственными процессами (роботизация), дистанционная хирургия, автоматизация распределения энергии в «умных» электросетях, безопасность на транспорте. В некоторых сценариях URLLC высокое значение имеет низкая задержка для того, чтобы обеспечить работу критически важных служб безопасности, а также мобильность в сфере услуг безопасности перевозок.

Табл. 1.1. Требования к сценариям использования сетей 5G и возможности их реализации на сетях LTE-A [17]

	Применение	Основные требования / Покрытие	Возможность предоставления на сетях LTE-Advanced
eMBB	Видео со сверхвысоким разрешением (4K, 8K, 3D)	Сверхвысокая скорость радиосоединения, низкая задержка ≤ 200 мс (видео реального времени). Покрытие: ограниченное.	LTE-A: при невысокой плотности абонентов (суммарная пропускная способность до 100 Гбит/с/км ²). От 100 Гбит/с/км ² до 1000 Гбит/с/км ² – только 5G.
	Виртуальная и дополненная реальность	Сверхвысокая скорость радиосоединения, сверхнизкая задержка. Покрытие: ограниченное.	LTE-A: при невысокой плотности абонентов (суммарная ПС до 100 Гбит/с/км ²) и задержке до 7 мс. При скорости свыше 4 Гбит/с и задержке ≤ 2 мс – только 5G.
	Тактильный интернет	Сверхнизкая задержка. Покрытие: ограниченное.	Только сети 5G.
	Игры в облаке (VR-сервисы)	Сверхвысокая скорость соединения. Низкая задержка ≤ 7 мс. Покрытие: ограниченное.	Только сети 5G.
	Мобильная «последняя миля» - вместо оптической линии связи до квартиры	Высокая скорость радиосоединения до 150 Мбит/с. Покрытие – ограниченное.	LTE-A: при невысокой концентрации абонентов (суммарная ПС до 100 Гбит/с/км ²).
	Беспроводная связь в высокоскоростных поездах	Скорость до 500 км/ч. Задержка ≤ 10 мс. Покрытие: отдельные транспортные линии.	LTE-A: возможно.
	Передача данных с высокой концентрацией абонентов	Суммарная пропускная способность до 100 Гбит/с/км ² . Покрытие: ограниченное.	Только сети 5G.
mMTC	Подключенные счетчики воды, электроэнергии и пр.	Возможность преодоления препятствий. Покрытие: региональное или федеральное.	LTE-A: возможно до 100 тыс. устройств на км ²
	Умный дом (подключенные бытовые устройства и пр.)		
	Умный офис	Функционирование в условиях чрезвычайных ситуаций, возможность преодоления препятствий, высокая надежность. Покрытие: региональное или федеральное.	LTE-A: возможно до 100 тыс. устройств на км ²
	Умный город (системы видеонаблюдения и пр.)	Работа на коротких и длинных дистанциях, функционирование в условиях чрезвычайных ситуаций, работа в условиях быстро движущихся объектов и наличия препятствий, высокая надежность радиосоединения, возможность преодоления препятствий. Покрытие: городское.	LTE-A: возможно до 100 тыс. устройств на км ² . Полномасштабный «Умный город» в крупных городах с высокой плотностью населения – только сети 5G.
	Сенсорные сети (промышленные, коммерческие и т.д.)	Работа на коротких и длинных дистанциях, функционирование в условиях чрезвычайных ситуаций, работа в условиях быстро движущихся объектов и наличия препятствий, Mesh сеть. Покрытие: ограниченное.	LTE-A: возможно до 100 тыс. устройств на км ² . Сценарии со сверхвысокой концентрацией датчиков IoT в отдельных зонах (производство, инфраструктура) – только сети 5G/IMT-2020.

	Применение	Основные требования / Покрытие	Возможность предоставления на сетях LTE-Advanced
	Удаленный контроль перевозок (мониторинг транспортных средств)	Работа на коротких и длинных дистанциях, функционирование в условиях чрезвычайных ситуаций, работа в условиях быстро движущихся объектов и наличия препятствий. Покрытие: региональное или федеральное.	LTE-A: возможно.
URLLC	Частичная промышленная автоматизация, мониторинг и контроль	Надежность и высокая скорость радиосоединения, низкая задержка, работа на коротких и длинных дистанциях, функционирование в условиях чрезвычайных ситуаций. Покрытие: региональное или федеральное.	LTE-A: возможно удаленный контроль производственного оборудования и объектов, Smart Grid («умные» сети) управление производством, передачей и потреблением электроэнергии
	Полная промышленная автоматизация, управление ключевыми энергетическими объектами, удаленно управляемое оборудование	Сверхвысокая надежность и высокая скорость радиосоединения, сверхнизкая задержка, работа на коротких и длинных дистанциях, функционирование в условиях чрезвычайных ситуаций. Покрытие: ограниченное.	Только сети 5G/IMT-2020.
	Критически важные приложения. Электронное здравоохранение (удаленная хирургия при пом. роботов)	Сверхвысокая надежность и высокая скорость радиосоединения, низкая или сверхнизкая задержка. Покрытие: ограниченное.	Только сети 5G/IMT-2020.
	Критически важные приложения (работа в опасных средах, спасательные миссии)	Высокая/сверхвысокая надежность и высокая скорость радиосоединения, низкая/сверхнизкая задержка, работа на коротких и длинных дистанциях, функционирование в условиях чрезвычайных ситуаций, в условиях наличия препятствий. Покрытие: региональное или федеральное.	Дроны (наблюдение, доставка) – LTE-A. Дроны, спасательные роботы – только 5G/IMT-2020.
	Поддержка транспорта (с участием водителя, оповещения об опасных ситуациях, анализ трафика)	Высокая надежность и высокая скорость радиосоединения, низкая задержка, работа на коротких и длинных дистанциях, функционирование в условиях чрезвычайных ситуаций, работа в условиях быстро движущихся объектов и наличия препятствий. Покрытие: региональное или федеральное.	Частичная автоматизация транспортной системы – возможно LTE-A.
	Беспилотный транспорт	Сверхвысокая надежность и высокая скорость радиосоединения, сверхнизкая задержка, работа на коротких и длинных дистанциях, функционирование в условиях чрезвычайных ситуаций, работа в условиях быстро движущихся объектов и наличия препятствий. Покрытие: региональное или федеральное.	Только сети 5G/IMT-2020.

1.1.4. Диапазоны частот и способы их использования в сетях 5G

В соответствии со спецификациями 3GPP диапазоны 5G/ IMT-2020 разделены на два поддиапазона FR1 (450–6000 МГц) и FR2 (24,25 – 52,6 ГГц), а документами Ассоциации GSMA частоты 5G/ IMT-2020 разделены на 3 группы [17]: а) ниже 1 ГГц (частотный диапазон FR1); б) в полосе 1 – 6 ГГц (частотный диапазон FR1); в) свыше 6 ГГц (частотный диапазон FR2).

Частоты ниже 1 ГГц имеют наилучшие характеристики распространения радиоволн (РРВ) в условиях городской, пригородной и сельской местности, обеспечивают эффективное радиопокрытие больших территорий, а также покрытие в помещениях и актуальны для использования IoT устройствами. В качестве ключевого диапазона радиочастот для внедрения сетей 5G/IMT-2020 ниже 1 ГГц рассматривается полоса 694-790 МГц. В ней в Европе планируется использовать диапазон 2×30 МГц для развертывания сетей 5G/ IMT-2020 с широким покрытием, которые должны обеспечить массовое предоставление сервисов Интернета вещей и минимального набора сервисов 5G/ IMT-2020 за пределами крупных городов и вдоль транспортных магистралей. При этом данный диапазон в Европе дополняет возможности сетей LTE в диапазоне 800 МГц. Высвобождение диапазона радиочастот 694-790 МГц для сетей 5G/IMT-2020 от РЭС ЦТВ является наиболее предпочтительным вариантом обеспечения сетей 5G/IMT-2020 радиочастотным ресурсом. В РФ использование сетями 5G/IMT-2020 полосы радиочастот 694-790 МГц (703-733 МГц/758-788 МГц, 2×30 МГц) требует проведения ряда мероприятий и решений [17].

Частоты 1-6 ГГц имеют как хорошие характеристики РРВ в условиях городской, пригородной и сельской местности, так и достаточную ширину полос для организации высокоскоростных каналов с шириной до 100 МГц. В этой полосе радиочастот для сетей 5G/IMT-2020 рассматриваются диапазоны: 3400-3800 МГц, 4400-4990 МГц, 5,9 ГГц. Диапазоны частот 3400- 3800 МГц и 4800-4990 МГц расположены достаточно близко друг к другу, поэтому характеристики, определяющие распространение в них электромагнитных волн, будут весьма близки. Это также делает весьма похожими и количественные и качественные требования к параметрам оборудования базовых станций сети связи 5G в этих полосах частот. В связи с этим полосы частот 3400-3800 МГц и 4800-4990 МГц можно рассматривать как части одного частотного диапазона 3400 - 5000 МГц. Частотный диапазон 5,15-5,95 ГГц не стандартизирован 3GPP для систем 5G/IMT-2020. Полосы 5,15-5,35 ГГц и 5,65-5,85 ГГц являются нелицензируемыми в РФ и могут использоваться системами 5G/ IMT-2020 с применением метода доступа в спектр LAA (license assisted access). Полоса частот 5,47-5,65 ГГц в РФ не распределена для использования РЭС гражданского назначения. Полоса частот 5,855 - 5,925 ГГц Решениями ГКРЧ и СЕРТ выделена системам ITS (Intellectual Transport Systems) [17].

Частоты выше 6 ГГц предназначены для организации сверхвысокоскоростных каналов на небольших расстояниях за счет использования полос до 400 МГц, обеспечения сверхмалых задержек на радиоинтерфейсе. Частоты свыше 6 ГГц имеют значительное ослабление при РРВ. На данный момент спецификациями 3GPP определены четыре NR диапазона в полосах выше 6 ГГц: 26,5-29,5 ГГц, 24,25-27,5 ГГц, 37-40 ГГц, 27,5-28,35 ГГц [17].

Всемирная конференция радиосвязи 2019 (ВКР-19) [22] идентифицировала для систем ИМТ полосы частот *миллиметрового диапазона*: 24,25-27,5 ГГц, 37-43,5 ГГц, 45,5-47 ГГц, 47,2-48,2 и 66-71 ГГц. Идентификация указанных полос радиочастот обеспечит возможность предоставления в будущем сверхвысокоскоростных услуг подвижной связи с малой задержкой и создаст основу для внедрения различных новых приложений.

Для увеличения пропускной способности сетей 5G/ИМТ-2020, а также повышения эффективности использования РЧС в целом, также целесообразно применять следующие рекомендованные международными организациями *новые способы его выделения и использования* [17]:

1. *Licensed-Assisted Access (LAA)*. Данный способ основан на применении участков нелицензируемого спектра со свободным доступом пользователей для формирования вторичных агрегируемых несущих SCC (Secondary Component Carrier) в групповом агрегируемом сигнале [17].

С целью обеспечения возможности использования данного способа необходимо решение следующих вопросов, которые рассматриваются в настоящее время международной организацией 3GPP [17]: а) работа радиоинтерфейса NR в нелицензированном спектре, включая физические каналы, выбор дуплексного режима, формы сигнально-кодированной конструкции, ширины полосы пропускания, интервала между поднесущими, структуры кадра и дизайна физического уровня, сделанных как часть исследования радиоинтерфейса NR; б) возможность использования нелицензированных полос ниже 7 ГГц; в) принципы обеспечения прямой совместимости, реализованные в радиоинтерфейсе NR; г) начальный доступ в сеть, доступ к каналу, планирование/повторение с переспросом HARQ и мобильность, включая работу подключенного/неактивного/ждущего режима и режима мониторинг/отказ связи; д) методы обеспечения электромагнитной совместимости в радиоинтерфейсе NR и между радиоинтерфейсами NR в нелицензированном диапазоне в режиме LAA и радиоинтерфейсами LTE и другими RAT в соответствии с нормативными требованиями, например для диапазонов 5 ГГц и 6 ГГц; е) методы обеспечения совместимости, определенные при применении LAA в сетях LTE для диапазона 5 ГГц, который следует рассматривать как основной диапазон для работы в режиме LAA. При этом работа радиоинтерфейса NR в нелицензионном спектре не должна влиять на развернутые там сети Wi-Fi (данные, видео и голосовые услуги) больше, чем включение дополнительной сети Wi-Fi в том же диапазоне.

2. *Licensed Sharing Access (LSA)*. Способ основан на совместном использовании участков лицензируемого спектра, выделенных операторам одной или разных радиослужб. Метод LSA служит регуляторным и технологическим инструментом предоставления дополнительного спектрального ресурса пользователям подвижной широкополосной связью, если перегруппирование спектра невозможно или нежелательно. Дополнительные пользователи получают разрешение использовать спектр (или часть спектра) в соответствии с правилами совместного использования, включенными в их права на использование спектра, что позволяет всем уполномоченным пользователям, включая традиционных пользователей, обеспечивать определенное качество обслуживания (QoS). Для реализации этого способа лицензируемого совместного использования спектра в сетях 5G/IMT-2020 будет использоваться новый функциональный сетевой элемент – спектральный менеджер HSM (Horizontal Spectrum Manager). Менеджер HSM будет рассматривать только те частотные ресурсы, которые доступны для повторного использования, и распределит их между вторичными пользователями частотного ресурса LSA. Роль спектрального менеджера HSM может быть определена регулирующим органом, независимой доверенной третьей стороной или даже одним из владельцев лицензии радиочастотного спектра. Операторы могут достичь взаимного согласия через менеджера спектра HSM для того, чтобы иметь общий ресурс спектра, дополненный спектральными ресурсами каждого из операторов и доступный для всех шеринговых операторов. Недостатками использования LSA в сетях 5G/IMT-2020 является накопление задержки при принятии решения спектральным менеджером об использовании полос LSA за счет необходимости обращения к *геолокационной базе данных*, что делает их неприменимыми в бизнес-моделях критических услуг 5G/IMT-2020 таких как услуги RLLC [17].

Предлагаемые подходы к созданию и использованию сети радиосвязи 5G/IMT-2020 в полосах: 694-790 МГц; 3,4-3,8 ГГц; 4,4-4,99 ГГц, 5,9 ГГц, 24,25-29,5 ГГц, 30-55 ГГц, 66-76 ГГц, 81-86 ГГц показаны в табл. 1.2, где использованы следующие обозначения: а) LAA – применение технологии агрегации нелицензируемого и лицензируемого спектра; б) LSA – применение технологии лицензируемого шеринга спектра; в) LA – применение спектра в лицензируемых полосах частот [17].

Табл. 1.2. Подходы к созданию и использованию радиосети 5G/IMT-2020 [17]

Полоса частот	Технология доступа к спектру		
	LAA	LSA	LA
694-790 МГц	да	да	да
3,4-3,8 ГГц	да	да	да
4,4-4,99 ГГц	да	да	да
5,9 ГГц	нет	да	да
24,25-29,5 ГГц	да	нет	да
30-55 ГГц	да	нет	да
66-76 ГГц	нет	нет	да
81-86 ГГц	нет	нет	да

Авторизация прав использования спектра на основе лицензионного доступа применима ко всем частотным диапазонам и технологии LA могут использоваться без ограничений. Получение права на использование спектра в сетях 5G/IMT-2020 на основе LAA и LSA имеет ряд недостатков. Это вызвано технологическими особенностями LAA и LSA, а также техническими требованиями, используемыми в бизнес-моделях сетей 5G/IMT-2020 [17]. Применимость услуг к спектру определена в табл. 1.3.

Табл. 1.3. Применимость различных технологий доступа к спектру в зависимости от бизнес-модели услуг 5G/IMT-2020 [17]

Бизнес-модели услуг 5G/IMT-2020	Технология доступа к спектру		
	LAA	LSA	LA
eMBB	да	да	да
uRLLC	нет	нет	да
mIoT	да	да	да

В табл. 1.4 рассмотрена взаимосвязь между частотным диапазоном и типами услуг, которые целесообразно предоставлять в нем.

Табл. 1.4. Рекомендуемые диапазоны частот для реализации различных сервисов системы 5G/IMT-2020 [17]

Тип услуг 5G/IMT-2020	Высокоуровневые требования	Вопросы, связанные со спектром	Рекомендуемые диапазоны
Усовершенствованная подвижная широкополосная связь (eMBB)	Сверхвысокоскоростные радиоканалы	Сверхширокие полосы несущих	24 ГГц и выше
	Высокоскоростные радиоканалы	Широкие полосы несущих	3,4-3,8 ГГц, 4,4-4,99 ГГц
	Устойчивость к большому Допплеровскому сдвигу	Зависит от требований к емкости	Все диапазоны
	Сверхмалая временная задержка	Приложения малого радиуса действия	3,4-3,8 ГГц, 4,4-4,99 ГГц, 24 ГГц и выше
	Малая временная задержка	Приложения среднего радиуса действия	3,4-3,8 ГГц, 4,4-4,99 ГГц
	Сверхвысоконадежные радиоканалы	Существенное влияние атмосферных осадков на надежность outdoor радиоканалов мм-диапазона	
Сверхнадежная передача данных с малой задержкой (URLLC)	Малый радиус действия	Использование радиочастот мм-диапазона	24 ГГц и выше
	Средний радиус действия	–	3,4-3,8 ГГц, 4,4-4,99 ГГц
	Преодоление препятствий радиосигналом на своем пути	–	Ниже 1 Гц
Крупномасштабные системы межмашинной связи (MIoT)	Работа в cluttered environment	Доминирование дифракции в низких и отражений в высоких частотных диапазонах	Все диапазоны
	Работа около быстро движущихся препятствий	Каналы с частотно избирательным замиранием	Предпочтительные частоты ниже 4 ГГц
	Mesh networking	Высокоскоростной распределенный беспроводной backhaul, работающий в или вне полосы	Выше 24 ГГц

С учетом рассмотренных выше тенденций для реализации потенциала сетей 5G/IMT-2020 необходимо выделение в интересах построения многодиапазонной сети 5G/IMT-2020 нескольких полос радиочастот в диапазоне [17]: а) 694-790 МГц для обеспечения эффективного радиопокрытия в условиях городской, пригородной и сельской местности на базе существующих сайтов; выделение этого диапазона позволит развивать услуги 5G в малонаселенных районах, а также обеспечить реализацию услуг IoT/M2M; б) 2,3-2,4 ГГц для повышения скорости передачи данных сетей 5G/IMT-2020 на линии «БС – АТ» за счет агрегирования диапазона с полосами частот ниже 1 ГГц, либо с полосами в диапазоне 3-5 ГГц; в) 3,4 - 3,8 ГГц для организация в районах с высокой плотностью трафика на базе существующих сайтов высокоскоростных каналов, поддержки основного набора услуг 5G/IMT-2020, ориентированного на человека и обеспечивающего доступ к мультимедийному контенту, услугам и данным, а также «облачным» сервисам и услугам IoT/M2M/D2D; г) 4,4-4,99 ГГц для дополнения диапазона 3,4-3,8 ГГц с учетом того, что использование диапазона 3,4-3,8 ГГц в ближайшей перспективе в РФ затруднено; диапазон 4,4-4,99 ГГц предназначен для решения тех же задач, что и диапазон 3,4-3,8 ГГц; д) 24,25 - 29,5 ГГц для организации сверхвысокоскоростных каналов на небольших расстояниях от БС, и всех типов услуг 5G, особенно URLLC. Предполагаемое соответствие диапазонов частот сценариям развертывания сетей 5G представлено в табл. 1.5 [23].

Табл. 1.5. Характеристики и рекомендуемые диапазоны частот для 5G/IMT-2020 [23]

Сценарий установки РЭС/характеристики сценария	Плотная городская застройка		Городская застройка			Пригородные зоны, сельская местность			Внутри зданий		
	Макро	Микро	Макро/Микро								
Рекомендуемый диапазон частот, ГГц	4	30	2	4	30	0,7	2	4	4	30	70
Расстояние между сайтами, м	200		500			5000	1732	20			
Количество элементов антенны БС	256		256			64	256	256			
Количество элементов антенны АС	8	32	8	32		4	8	8	32		
Высоты подвеса антенн, м	н.д.	н.д.	25 /10 (уличный каньон)			35			2 – 3		

Диапазон частот ниже 1 ГГц отличается наилучшими характеристиками РРВ в условиях пригородной и сельской местности для эффективного радиопокрытия больших территорий, а также покрытия в помещениях с минимальным набором сервисов 5G. Диапазон частот 1–6 ГГц имеет хорошие характеристики РРВ в условиях городской, пригородной и сельской местности, а также достаточную ширину для организации высокоскоростных (до 100 МГц) каналов. Диапазон частот выше 6 ГГц предназначен для организации сверхвысокоскоростных каналов связи на небольших расстояниях от БС (около 200 м) за счет использования каналов с шириной до 400 МГц и обеспечения сверхмалых задержек. Однако сигналы на частотах свыше 6 ГГц значительно ослабляются при распространении [23].

1.1.5. Эволюция радиointерфейсов сетей LTE-A – 5G

В отличие от предыдущих поколений сетей связи (2G, 3G, 4G), для каждого из которых разрабатывался новый радиointерфейс, в сети 5G/IMT-2020 планируется применять как новый радиointерфейс NR (New Radio), так и существующий стандарт LTE-Advanced (LTE-A), в ходе эволюции приближающийся по своим характеристикам к NR. В стандарте LTE-A уже реализованы поддержка активных антенных систем, более эффективное кодирование и модуляция, агрегация нескольких частотных каналов, уменьшенная задержка на уровне радиointерфейса [19].

Однако структура радиointерфейса NR изначально разрабатывалась для более высоких скоростей передачи данных и меньших задержек, более эффективного использования частотного ресурса за счет применения [17]: а) сигналов с большей шириной спектра (до 100 МГц в диапазоне до 6 ГГц и до 400 МГц в диапазоне свыше 6 ГГц); б) минимальных задержек на радиointерфейсе посредством увеличения частоты следования временных слотов кадровой структуры; в) адаптивного к нагрузке временного дуплекса; г) более эффективных помехоустойчивых кодов; д) активных антенных систем миллиметрового диапазона с большим количеством элементов, узкой диаграммой направленности и высокой избирательностью; е) индивидуальных сценариев использования полосы канала NR для АТ различных типов (широкополосных/узкополосных АТ с агрегацией полос) [17].

Несмотря на меньшую по сравнению с NR эффективностью реализованных технических решений, эволюционный путь имеет более низкую стоимость и обеспечивает высокую скорость развертывания на основе существующей инфраструктуры, а также возможность обслуживания имеющихся терминалов LTE [19].

Для подключения большого числа маломощных устройств в рамках реализации концепции IoT в 3GPP были разработаны такие режимы работы LTE, как eMTC и NB-IoT, дополняющие возможности друг друга [19]. Технология LTE-eMTC в большей степени ориентирована на более надежную связь с поддержкой мобильности и более высокую скорость передачи при потере в максимальном покрытии и энергетике. NB-IoT оптимизирована для сегмента IoT, где требуются максимальная дальность связи, малые скорости и большая энергоэффективность [19]. Радиointерфейс NR играет роль ключевого для сценариев, предполагающих высокую пропускную способность и малую задержку [19]. NR предполагается развертывать как в нижних, так и в верхних диапазонах радиочастот. Ключевыми особенностями радиointерфейса являются пересмотренная структура кадра с возможностью минимизации задержки до 1 мс, более широкие каналы, более эффективное помехоустойчивое кодирование и использование сложных антенных систем.

В табл. 1.6 [17] представлено сравнительное описание семейства радиointерфейсов NR и LTE-Advanced, формирующих сеть 5G/IMT-2020.

Табл. 1.6. Эволюция радиointерфейсов сетей LTE-Advanced 5G/IMT-2020 [17]

Параметр	Эволюция стандарта LTE-Advanced					NR Фаза 1 и Фаза 2	
	NB-IoT	LTE-eMTC	LTE-Advanced и улучшения	LTE-eLAA/ MultiFire	LTE-V2X / C-V2x	NR ниже 6 ГГц	NR выше 6 ГГц
Ширина канала	180/200 кГц	1.06 МГц (размещается внутри канала LTE 5 МГц или шире)	1,4 МГц, 3 МГц, 5 МГц, 10 МГц, 15 МГц и 20 МГц. Возможна агрегация нескольких несущих	20 МГц и агрегация нескольких несущих	10 МГц или 20 МГц	5 МГц, 10 МГц, 15 МГц и 20 МГц, 25 МГц, 30 МГц, 40 МГц, 50 МГц, 60 МГц, 80 МГц и 100 МГц. Агрегация нескольких несущих	50 МГц, 100 МГц, 200 МГц и 400 МГц. Возможна агрегация нескольких несущих
Диапазоны	Отдельные полосы 450 – 3800 МГц, преимущественно низкие полосы радиочастот	Отдельные полосы 450 – 3800 МГц	Отдельные полосы 450 – 3800 МГц	5150 – 5350 МГц, 5470 – 5850 МГц	5855 – 5925 МГц, 450 – 3800 МГц для получения вспомогательной информации	Отдельные полосы 450 – 3800 МГц, а также 3800 – 4200 МГц и 4400 – 5000 МГц	26,5 – 29,5 ГГц, 24,25 – 27,5 ГГц, 37 – 40 ГГц
Задержка (на уровне радиointерфейса)	Секунды	Десятки мс	5 – 10 мс, прорабатывается дальнейшее снижение	5 – 10 мс	Не более 4 мс	4 мс (Фаза 1) 1 мс (Фаза 2)	4 мс (Фаза 1) 1 мс (Фаза 2)
Пиковые скорости	Порядка 130 кбит/с	До 1 Мбит/с	До 2 Гбит/с	Сотни Мбит/с	До 44 Мбит/с	2 Гбит/с и более	До 20 Гбит/с
Ожидаемые применения	Маломощные и простые устройства IoT	Маломощные устройства (носимая электроника, более сложные датчики и счетчики)	Мобильный широкополосный доступ, профессиональная связь, сложные IoT системы	Мобильный широкополосный доступ, частные сети LTE (в т.ч. для промышленного IoT)	Вспомогательные системы вождения, автомобильная безопасность, элементы автономного транспорта	Фаза 1: Мобильный широкополосный доступ, сложные IoT системы. Фаза 2: Дальнейшие улучшения, включая критически важные системы IoT	Фаза 1: Мобильный широкополосный доступ, трафикоемкие IoT системы. Фаза 2: Дальнейшие улучшения, включая критически важные системы IoT

1.1.6. Новые технологические принципы построения сетей 5G

Технологии сетевой инфраструктуры 5G/IMT-2020 должны учитывать [17]: а) мультидиапазонность сети радиодоступа; б) технологическая гетерогенность сетей 5G/IMT-2020 с возможностью одновременного использования сетей радиодоступа различных технологий радиодоступа 5G/4G/WLAN; в) инфраструктурная гетерогенность построения сетей (HetNet), которая состоит в возможности одновременного использования в одной соте БС различного уровня – макро/ микро/ пико и фемто.

Сеть 5G/IMT-2020 должна обеспечивать [17]: а) реализацию разнообразных услуг с разными требованиями к сети, в том числе пограничных вычислений MEC (Mobile Edge Computing); б) быстрое внедрение новых услуг; в) автоматическое конфигурирование услуг, виртуальных и физических ресурсов и их мониторинга; в) поддержку большого количества MVNO и выделенных сетей, в том числе для предоставления услуг IoT; г) гарантированное качество обслуживания; д) эффективное использование сетевых ресурсов, включая радиочастотный спектр и пропускную способность.

Технологически обеспечение перечисленных требований в сетях 5G/IMT-2020 должно достигаться путем [17]: а) реализации принципа программируемости сети, что означает повсеместный, где это возможно, переход от использования оборудования к использованию программного обеспечения, включая реализацию функций обработки информации управления и сигнализации, конфигурирование услуг, виртуальных и физических ресурсов сети; б) четкого логического отделения функций уровня управления от уровня данных пользователя, включая опорную сеть 5G/IMT-2020; это позволит независимо друг от друга развивать и масштабировать программные и физические ресурсы, относящиеся к этим уровням; в) реализации принципа логических сетевых слоев, который позволяет автоматизировать конфигурирование сетевых ресурсов и адаптировать архитектуру сети к требованиям услуг и сетевых сервисов; г) использования облачных вычислений (Cloud Computing), обеспечивающих возможность эмуляции сетевых элементов посредством «Инфраструктуры как услуги» IaaS (Infrastructure as a Service); в) внедрения технологий NFV (Network Functions Virtualization – виртуализация физических сетевых элементов телекоммуникационной сети, когда сетевые функции исполняются программными модулями, работающими на стандартных серверах и виртуальных машинах в них) и SDN (Software Defined Network - программно-определяемая сеть – метод администрирования компьютерных сетей, позволяющий управлять услугами сети, когда функционал управления отделен от нижележащего уровня пересылки пакетов) в сетях радиодоступа, пакетных транспортных сетях, а также для виртуализации функций коммутации сети телефонной связи (vIMS - Virtual IMS); г) реализации функций хранения и предоставления контента для услуг, чувствительных к задержкам передачи, на границе сети (MEC).

Технологии радиointерфейса 5G/ИМТ-2020 должны строиться с применением следующих новых технологических принципов радиосвязи [17]: а) *усовершенствованные формы сигналов* (фильтрованное OFDM (FOFDM), модуляция с множеством несущих с использованием банка фильтров (FBMC); многостанционный доступ с разделением по шаблону (PDMA), на основе разреженных кодов (SCMA), с разделением на основе перемежения (IDMA) и распределение по несущим с низкой плотностью (LDS)); б) *усовершенствованные антенные системы* (ДО 3D beamforming), усовершенствованные системы ММО; в) *гибкость при использовании спектра* (агрегация несущих с различным дуплексом); г) *прямая связь м/д АТ*.

Дополнительным стимулом построения СПРС 5G, является Интернет вещей, который означает взрывной рост (сотни миллиардов) активных приемопередающих беспроводных устройств, связанных в глобальную сеть Интернет. Такое число новых устройств в корне меняет существующую концепцию построения сети, причем речь идет не только о низкоскоростных потоках телеметрии и управления, но и о высокоскоростном трафике, например, видео. Становится актуальной концепция межмашинного взаимодействия М2М (Machine-to-Machine, М2М) и глобальной связности [2].

В рамках индустриального тренда промышленного управления Industry 4.0 новым трендом в СПРС 5G является концепция облачных вычислений с переносом процедур сложной обработки и хранения больших объемов данных в центры обработки данных (ЦОД). На уровне телекоммуникационных технологий данный тренд характеризуется концепцией программно-определяемых сетей SDN (Software-Defined Networks) с переносом функций обработки из распределенных сетевых устройств (маршрутизаторов) в ЦОД. На уровне СРД подавляющее большинство источников необработанных данных, которые по телекоммуникационным каналам должны передаваться в ЦОД, являются беспроводные устройства [2].

СПРС 5G можно условно подразделить СРД (БС–АТ, АТ–АТ) и опорные сети (связь между БС, между БС и сетевым оборудованием). Для СПРС 5G последний тип сетей (backhaul) становится все более актуальным, особенно с учетом развития сверхплотных сетей UDN [2]. С учетом тренда переноса функциональности в ЦОД появился новый термин – fronthaul: это высокоскоростной выделенный канал связи для передачи «сырых» данных от трансивера (вплоть до квадратурных составляющих непосредственно от модулятора) в ЦОД, где выполняется вся обработка сигнала [2].

Помимо скорости, все более важную роль играет время задержки передачи информации. Если раньше это острее всего сказывалось на биржевых операциях и любителях сетевых игр, то с наступлением эры Интернета вещей, эры Industry 4.0 время установления соединения, передачи данных и доставки отклика становится все более критичным, например, для задач дистанционного управления технологическими процессами [2].

1.1.7. Выводы

На физическом уровне СПРС 5G для технической реализации описанных выше новых вызовов рассматриваются следующие прорывные технологии: а) работа в диапазоне ММВ (30–300 ГГц); б) использование множественного доступа с пространственным уплотнением каналов SDMA (Space-division multiple access) за счет адаптивного диаграммообразования Beamforming с формированием узких диаграмм направленности антенн (ДНА) в приемных и передающих устройствах, в том числе, применение многоантенных систем Massive MIMO (Multiple Input Multiple Output); в) применение новых сигнально-кодовых конструкций (СКК), например, мультиплексирование с неортогональным частотным разделением каналов N-OFDM (англ. Non-Orthogonal Frequency Division Multiplexing, что влечет усложнение алгоритмов обработки сигналов в устройствах; г) существенно более плотное расположение БС с переходом от макросот к микро- и пикосотам сверхплотных сетей UDN (Ultra-Dense Networks); д) применение полнодуплексного режима с приемом и передачей в одной полосе за счет технологий подавления интерференции Self-interference cancellation (SIC) [2].

На канальном и сетевом уровнях построения и функционирования СПРС 5G для технической реализации описанных выше новых вызовов рассматриваются следующие новые подходы и принципы: а) *архитектура СРД*: в отличие от СПРС предыдущих поколений с архитектурой сотовой сети, где основной элемент сети – базовая станция (БС), в которой сосредоточены функции сетевой организации и управления, в СПРС 5G ожидается переход к концепции устройство-центрической сети, в которой сами абонентские терминалы (АТ) реализуют часть функций сетевого управления (установление и ведение радиосвязи, хендовер и др.); б) *организация каналов радиосвязи*: если СПРС 2G и 3G допускали только канал БС–АТ, а в системах 4G появилась возможность прямой связи между БС, то в СПРС 5G говорят о непосредственной связи и взаимодействии между устройствами D2D (Device-to-Device), причем в рамках глобально-связанной сети. Речь идет о мобильных, динамически формирующихся, реконфигурируемых и самоорганизующихся радиосетях; в) *концепция соты*: это уже не нечто фиксированное; сегодня говорят о виртуальных, распределенных и гибких сотах, о динамически изменяющихся и даже мобильных сотах; г) *гетерогенность* сети по множеству параметров: используемым технологиям, частотным диапазонам, разделению функций между макро- и микросотовыми БС; например обмен данными может осуществляться через микро-БС, а управляющая информация – через макро-БС; также нисходящий канал DL (Downlink) БС→АТ реализован в миллиметровом диапазоне, в узком луче, формируемом ДНА БС, а восходящий канал UL БС←АТ– в сантиметровом диапазоне; д) *управление сетью*: часть функций децентрализуется, часть переносится в облако; появляется понятие облачной сети радиодоступа С-

RAN (Cloud Radio Access Network), аналог SDN на уровне СРД [2]; д) роль опорных сетей: при сверхплотном расположении БС с шагом в десятки метров принципиально иную роль начинают играть связывающие их опорные сети; это могут быть высокоскоростные сети диапазона ММВ, радиорелейные системы с возможностями mesh-сетей; более того, сама граница между опорными сетями и сетями радиодоступа начинает стираться [2].

Миллиметровый диапазон определяет революционный этап в вопросах построения и функционирования СПРС 5G на уровне СРД. Если в диапазоне ниже 6 ГГц речь идет преимущественно об эволюционном развитии технологий СРД 4G (например, переход от OFDM к N-OFDM), то в диапазоне выше 6 ГГц с наиболее вероятным для использования в ближайшее время интервалом от 28 до 95 ГГц т.е. в миллиметровом диапазоне, есть все основания говорить о революционном подходе к организации СРД за счет следующих новых подходов и принципов: а) *значительно более широкие полосы частот* свыше 1 ГГц, что обеспечивает скорость передачи 1–10 Гбит/с и выше; б) *необходимость направленных антенных систем* с адаптивно формируемыми ДНА для достижения существенного энергетического выигрыша по сравнению с традиционными системами радиосвязи; в) *значительно меньшие физические размеры антенных систем* при высоком усилении за счет меньшей длины волны диапазона ММВ: шаг между элементами антенной решетки (АР) составляет половину длины волны, то есть несколько миллиметров (5 мм – для 30 ГГц, 2,5 мм – для 60 ГГц), активные АР можно формировать на подложках микросхем, в их корпусах, что существенно упрощает и удешевляет элементную базу и разработку систем связи в целом; благодаря малым физическим размерам антенных решеток, их можно встраивать в абонентские устройства; г) *высокая пространственная селективность* достигается за счет высокой направленности антенных систем диапазона ММВ: соседние радиостанции могут работать на одной частоте, не мешая друг другу, за счет пространственного уплотнения одновременных передач; компактные радиостанции с адаптивно перестраиваемой ДНА обеспечивают необходимую для СРД 5G гибкость; д) *высокое затухание электромагнитного излучения* диапазона ММВ естественным образом решает проблему интерференции, что особенно важно для организации беспроводной опорной сети. Кроме того, перспективные системы связи диапазона ММВ СРД 5G еще и более безопасны по сравнению с сегодняшними СРД 2G – 4G благодаря высокому затуханию электромагнитного поля (ЭМП) [2]. С точки зрения практической реализации в СПРС 5G многоэлементные АР в портативных АТ стали реальностью относительно недавно благодаря принципиально новой элементной базе [2].

Таким образом, *СПРС 5G представляется актуальным объектом исследования* и, несомненно, *инновационной экосистемой для сетевого позиционирования, являющегося предметом настоящего исследования.*

1.2. Услуги и сценарии позиционирование в сетях 5G

1.2.1. Постановка задачи

Методы и средства сетевой геолокации абонентов на протяжении последних сорока лет совершенствовались вместе с эволюцией поколений сетей мобильной связи. В отличие от предыдущих поколений в перспективных сетях 5G технологиям геолокации придается особое значение, подтверждением чего служат последние спецификации 3GPP [24] – [28].

Согласно спецификации 3GPP TR 22.862 [24] о реализуемости новых услуг для сетей связи 5G определены некоторые сценарии использования позиционирования с повышенной точностью. Повышенные требования к точности позиционирования включают в себя оперативность получения, надежность и доступность данных искомого местоположения. В некоторых сценариях необходимо предусмотреть передачу данных о местоположении другому сетевому устройству. При этом следует различать передачу первичных измерений и результатов обработки в виде оценок координат. Также следует различать задачу определения абсолютных (географических) координат и оценку относительного местоположения, например, удаление относительно соседнего устройства, препятствия. Одним из перспективных приложений сетей 5G, где задача позиционирования особенно востребована, является определение местоположения (ОМП) в целях предотвращения столкновений транспортных средств: каждое транспортное средство должно «знать» свое местоположение и местоположение соседних автомобилей, а также ожидаемые пути их передвижения для предупреждения столкновений. Системы позиционирования в сетях подвижной связи пятого поколения в зонах позиционирования повышенной точности потребуют точности менее 1 м в более чем 95% зоны обслуживания, включая ОМП в городе, сельской местности и внутри помещений. Позиционирование с повышенной точностью в СПС 5G должно поддерживаться в зонах дорожного движения, туннелях, подземных паркингах и внутри помещений. На рис. 1.1 показан пример сценариев позиционирования с обычной и повышенной точностью.

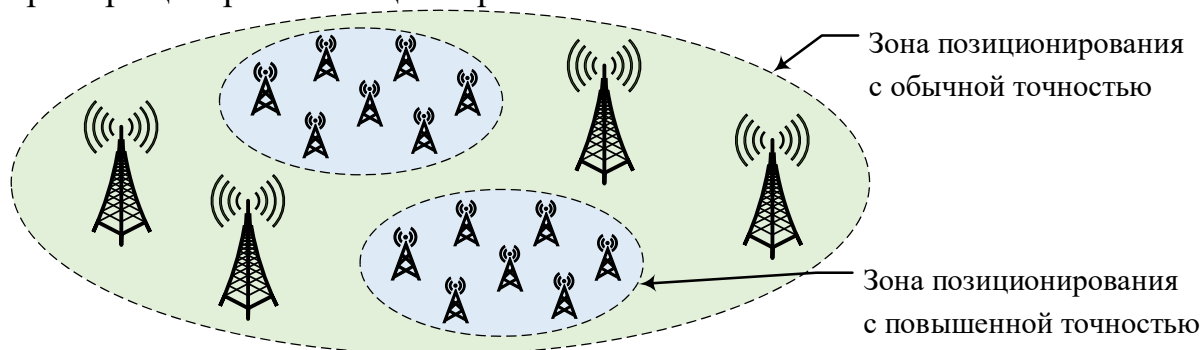


Рис. 1.1. Зоны позиционирования с повышенной точностью

Предполагается, что повышенная точность сможет быть обеспечена в условиях сверхплотного размещения устройств, образующих сеть.

В спецификации 3GPP TR 22.872 [25] систематизированы сценарии использования и приложения позиционирования в СПС 5G и соответствующие требования к ним. Позиционирование, согласно спецификации [25], может выполняться как технологиями 3GPP, так и другими технологиями определения местоположения, или же их комбинацией. Приложения позиционирования подразделяются на следующие сценарии позиционирования: а) услуги LBS (Location-based Service) – тип информационных и развлекательных услуг, основанных на определении текущего местоположения устройства; б) в промышленности/производстве и здравоохранении; в) в чрезвычайных и критически важных ситуациях; г) в задачах управления дорожным движением; д) в задачах управления железнодорожным и морским сообщением; е) в задачах управления воздушным сообщением; ж) другие сценарии позиционирования. К каждому приложению и сценарию предъявляются свои специфические требования определения местоположения.

Материал настоящего раздела организован далее следующим образом. В разделе 1.2.2 определяются ключевые показатели эффективности KPI (Key Performance Indicators). В разделе 1.2.3 выполняется анализ сценариев позиционирования снаружи и внутри помещений, в результате которого систематизируются требования. В разделе 1.2.4 осуществляется группировка сценариев позиционирования по укрупненным категориям требований в сетях 5G. В разделе 1.2.5 проводится анализ применимости существующих технологий позиционирования в сетях 5G сформулированным выше категориям требований. В разделе 1.2.6 сформулированы требования к перспективным технологиям позиционирования 5G. Раздел 1.1.7 содержит выводы.

1.2.2. Показатели эффективности позиционирования в сетях 5G

Для характеристики эффективности задач позиционирования в сетях 5G вводятся следующие ключевые показатели эффективности KPI [25]:

Точность позиционирования (оценки координат) определяет близость измеренной/вычисленной оценки координат абонентского устройства UE к истинному местоположению (МП). Может характеризовать как точность МП в абсолютных (географических) координатах, так и точность относительного местоположения. Подразделяется на горизонтальную точность на плоскости 2D, и вертикальную точность по высоте в пространстве 3D.

Точность скорости (оценки скорости) определяет близость измеренной/вычисленной скорости UE к истинной скорости UE.

Точность направления определяет близость измеренного/вычисленного направления на устройство UE к истинному направлению UE. Измеренное и истинное направление на UE определяются в связанной системе координат с использованием углов курса, тангажа и крена (рис. 1.2).

Для движущегося UE под направлением понимают направление вектора скорости; данный показатель можно объединить с точностью оценки скорости.

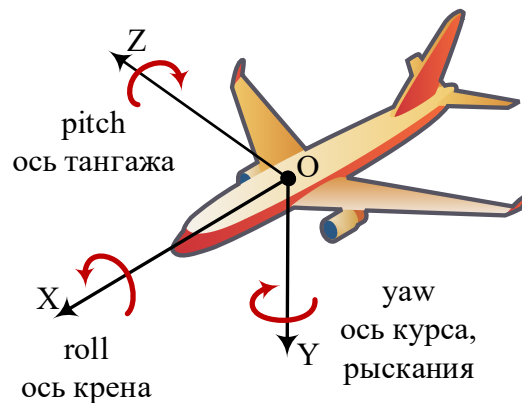


Рис. 1.2. Связанная система координат: углы курса, тангажа и крена

Примечание. Связанная система координат – это система координат, используемая для анализа движения воздушных судов в механике полета. Она состоит из продольной OX , поперечной OZ и вертикальной осей OY , которые проходят через центр масс движущегося объекта. В качестве продольной оси OX используют строительную ось самолёта. При вращении вокруг неё самолёт опускает одну и поднимает другую консоль крыла. Такое движение называется «крен» (roll). Вертикальная ось OY – ось, лежащая в плоскости симметрии самолёта и перпендикулярная его продольной оси. Вращение вокруг неё называется «рыскание» (yaw). Самолёт при этом поворачивает нос влево или вправо. Поперечная ось OZ – это ось, перпендикулярная плоскости симметрии самолёта, направленная в сторону правой консоли крыла, дополняя, таким образом, связанную систему координат до правой тройки векторов. При вращении вокруг этой оси самолёт опускает и поднимает нос. Это движение (и образуемый с горизонтальной плоскостью угол) называется «тангаж» (pitch) [29].

Точность временной метки определяет близость временной метки, с которой ассоциируется измеренное/вычисленное местоположение, к истинному моменту времени измерения/вычисления местоположения.

Доступность определяет процент времени, в течении которого система обеспечивает оценку местоположения с заданными требованиями.

Задержка определяется как время, прошедшее с момента запроса на позиционирование до момента получения данных местоположения. При инициализации (установке в исходное состояние, начальной загрузке, задании начальных условий) системы позиционирования задержка определяется как время первого срабатывания TTFF (Time to First Fix)

Время срабатывания TTFF определяется как время, прошедшее с момента первого после инициализации системы позиционирования запроса на позиционирование до момента получения данных местоположения. Время срабатывания больше задержки или равно задержке.

Частота обновления определяется как частота, с которой данные о местоположении формируются системой позиционирования. Частота обновления есть величина обратная интервалу времени формирования двух последовательных наборов данных о местоположении.

Энергопотребление определяется как мощность в мВт, необходимая для формирования набора данных о местоположении.

Энергопотребление на срабатывание определяется как энергия в мДж, необходимая для формирования набора данных о местоположении и представляет собой интегральную оценку энергопотребления системы позиционирования на заданном интервале времени; включает как энергопотребление, расходуемое на вычислительную обработку для формирования набора данных о местоположении, так и энергопотребление в режиме ожидания между обработкой двух последовательных запросов на формирование данных о местоположении. Этот показатель может использоваться вместо энергопотребления для систем ОМП, которые задействуются эпизодически, а в остальное время пребывают в режиме ожидания.

Масштабируемость определяется как число устройств, для которых система позиционирования может установить их местоположение в заданное время с требуемой частотой обновления.

Перечисленные КРІ зависят от степени подвижности UE и от его МП в соте: в зоне с обычной или повышенной точностью позиционирования.

В дополнение к перечисленным КРІ при анализе сценариев позиционирования следует учитывать следующие обстоятельства.

Среда функционирования: физическая среда, в которой функционирует устройство, в том числе масштаб зоны обслуживания (здание, зона радиопокрытия БС, региональное или глобальное радиопокрытие), условия РРВ (наличие или отсутствие препятствий, город, пригород, село, тоннели).

Зона позиционирования сети 5G: зона обслуживания сети 5G, в которой реализуются как услуги связи 5G, так и услуги позиционирования 5G.

Ограниченная зона позиционирования: часть зоны позиционирования сети 5G, где реализуются специфические услуги определения местоположения, в том числе с повышенными показателями КРІ.

Зона позиционирования с повышенной точностью: часть зоны позиционирования сети 5G с дополнительной инфраструктурой, где реализуется ОМП с повышенной точностью; например, в больницах можно организовать слежение за пациентами и медицинским персоналом с повышенной точностью и доступностью, в том числе за счет более плотного распределения сетевых устройств как снаружи, так и внутри помещений, а также совместной обработки измерений.

Степень подвижности: абонентское устройство UE может быть стационарным, или подвижным; для подвижных устройств показатели позиционирования определяются, в том числе, скоростью и траекторией движения.

Плотность устройств: определяется как число устройств UE на км².

Плотность опорных устройств: определяет влияние фактора плотности распределения опорных устройств, участвующих в сеансе позиционирования; для некоторых зон обслуживания, например, больниц, может оказаться предпочтительным та или иная плотность и конфигурация опорных устройств для повышения показателей позиционирования.

1.2.3. Анализ сценариев и требований позиционирования в сетях 5G Услуги геолокации LBS [25].

Велопрокат, или система совместного использования велосипедов (байкшеринг) – система проката, позволяющая арендовать велосипед на одной из автоматизированных станций, совершить поездку и вернуть велосипед в любой пункт проката. На велосипедах устанавливают модуль позиционирования 5G, который может использовать комбинацию технологий позиционирования 3GPP и сторонних технологий, таких как ГНСС (BeiDou, Galileo, GLONASS, GPS), TBS (Terrestrial Beacon Systems), Bluetooth, WLAN, RFID. Система позиционирования 5G обеспечивает определение местоположения велосипеда с горизонтальной точностью 2 м, доступностью 90% с задержкой не более 1 с. Приложение на абонентском устройстве позволяет определить ближайший пункт проката и арендовать свободный велосипед. При передвижении со скоростью 15-20 км/ч система позиционирования 5G отслеживает местоположение велосипеда. После поездки велосипед возвращается на ближайший пункт проката

Дополненная реальность (AR, Augmented Reality) – результат введения в поле восприятия любых сенсорных данных с целью дополнения сведений об окружении и улучшения восприятия информации [30]. Очки дополненной реальности накладывают контекстуальную информацию в поле зрения пользователя в зависимости от его местоположения, скорости и направления движения. Вместе с сервисами LBS средства AR поддерживают различные развлекательные приложения, включая спортивные мероприятия, например, предоставляют актуальные сведения о погоде, силе ветра, глубине снега для лыжников, мотоциклистов, серфингистов и др. Модули 5G позиционирования могут быть интегрированы в очки дополненной реальности, или подключены к ним. Пользователь имеет доступ к серверу AR через сеть 5G; сервер AR, в свою очередь, имеет доступ к контекстуальной информации, связанной с текущим местоположением пользователя. Система позиционирования 5G обеспечивает определение местоположения для поддержки приложений AR с горизонтальной точностью от 1 м до 3 м, доступностью 80% и скоростью движения не более 50 км/ч снаружи помещений; при движении со скоростью до 130 км/ч горизонтальная точность снижается до 10 м; точность определения скорости и направления движения составляет при этом не более 2 м/с и 10° соответственно. Данные позиционирования для приложений AR должны иметь время срабатывания TTFF не более 10 с.

Носимые устройства. Носимые устройства получают все большее распространение; наиболее ярким примером носимых устройств являются смарт-часы. Современные умные или смарт-часы – это носимые компьютеры, которые поддерживают сторонние приложения, управляются мобильными операционными системами и могут выступать в качестве мобильных медиа-плееров. С помощью смарт-часов можно принимать звонки, отвечать

на SMS и электронную почту. Некоторые смарт-часы работают в паре со смартфоном и выступают в роли вспомогательного экрана, который оповещает о поступлении новых уведомлений. С точки зрения задач позиционирования интерес представляют смарт устройства с возможностью определения местоположения, отслеживания перемещений, мониторинга активности для аудитории детей и пожилых людей. К таким носимым устройствам предъявляются требования пониженного энергопотребления с возможностью продолжительной автономной работы. Задачи позиционирования могут решаться как снаружи, так и внутри помещений с точностью ОМП по вертикали от 1 м до 3 м. В обычном режиме функционирования носимого устройства, где позиционирование должно осуществляться непрерывно, интервал обновления данных о местоположении должен быть от 1 с до 10 с; горизонтальная точность позиционирования должна быть не более 2 м, с доступностью 99% и задержкой не более 1 с. В режиме энергосбережения носимого устройства интервал обновления данных о местоположении может быть от 30 с до 300 с; горизонтальная точность позиционирования при этом должна быть не более 2 м, с доступностью 90% и задержкой не более 1 с. Значение показателя TTFF не должно превышать 10 с.

Рекламные уведомления. Рассылка навязчивых рекламных уведомлений без должного гибкого контекстуального механизма обычно неэффективна. Использование данных о текущем местоположении абонента могло бы повысить позитивное восприятие пользователем получаемых рекламных уведомлений с учетом контекста геолокации. Пользователи сети 5G имеют встроенный модуль позиционирования 5G, который может использовать комбинацию технологий позиционирования 3GPP и сторонних технологий, таких как GNSS, TBS, Bluetooth, WLAN. Сеть 5G должна располагать сервером анализа данных геолокации пользователей, на основании которого можно организовать комфортную для пользователей рассылку рекламных уведомлений. Реализация данного сценария требует согласия пользователя и предъявляет следующие требования: горизонтальная точность позиционирования не более 3 м, вертикальная точность не более 3 м, доступность 90%, задержка не более 1 мин.

Управление потоками. Задача управления потоками пассажиров актуальна в больших транспортных хабах, в том числе, аэропортовых комплексах. Технические возможности определения местоположения могли бы существенно облегчить пассажирам нахождение маршрута для своего рейса внутри аэропорта. Для реализации подобного сценария на устройство пользователя с модулем позиционирования 5G можно установить приложение, которое проложит оптимальный по заданным критериям маршрут перемещения внутри аэропорта. Реализация данного сценария в зоне позиционирования повышенной точности, преимущественно внутри помещений, предъявляет следующие требования: горизонтальная точность позиционирования

не более 10 м, вертикальная точность не более 3 м, доступность 80%, частота обновления 0,1 Гц, TTFF не более 10 с.

Позиционирование в промышленности и здравоохранении [25].

Позиционирование мед. персонала и оборудования в больнице. Данный сценарий востребован в таких медучреждениях как психиатрические и гериатрические больницы для определения местоположения пациентов в реальном времени на территории больницы (как внутри, так и снаружи помещений) для своевременного оповещения медперсонала о прецедентах выхода пациентов за разрешенные границы; также позиционирование востребовано для определения текущего местоположения медперсонала и медицинского оборудования (например, тележки с реанимационным набором), особенно в экстренных случаях. Для реализации данного сценария на пациенте или враче/медсестре должно быть носимое устройство (например, браслет у пациента и смартфон у медперсонала) с модулем позиционирования 5G. Модуль позиционирования 5G работает в связке с модулем 5G. Территорию больницы, включающую пространство как внутри, так и снаружи помещений можно рассматривать как зону позиционирования с повышенной точностью. Реализация данного сценария предъявляет следующие требования: горизонтальная точность позиционирования не более 3 м, вертикальная точность не более 2 м (с точностью до этажа), доступность 99%, задержка не более 1 мин. Также накладываются ограничения на форм-фактор, вычислительные ресурсы, ограниченный набор технологий радиодоступа и энергопотребление модуля позиционирования 5G.

Позиционирование тележек. В данном сценарии речь идет о так называемых платформенных тележках, в том числе, складских тележках. Они могут использоваться не только в складском деле, но и на заводах в промышленном производстве, в оптовой и розничной торговле. Позиционирование тележек позволяет отслеживать потоки перемещения товаров и должно учитывать инфраструктуру/пространство промышленного предприятия или склада. Предполагается, что тележка оборудована модулем позиционирования 5G; местоположение тележки может определяться как эпизодически по запросу, так и периодически с заданным интервалом. Реализация данного сценария предъявляет следующие требования: горизонтальная точность позиционирования не более 0,5 м, вертикальная точность от 1 м до 3 м, доступность 99%, задержка не более 20 мс при скорости движения тележки до 50 км/ч внутри помещений с площадью от 1000 м² до 100000 м².

Управление отходами. В данном сценарии речь идет о комплексе мероприятий по сбору и транспортировке мусора, а также контроле за данными процессами. Различные датчики на контейнерах мусора вместе с технологиями позиционирования могут способствовать оптимизации процесса управления отходами за счет автоматического сбора актуальных данных

(например, о наполненности контейнера) и их обработке (например, адаптации традиционно регулярного маршрута следования мусоровозов в зависимости от наполненности контейнеров). Предполагается, что контейнеры оборудованы датчиком наполненности и модулем позиционирования 5G; местоположение и наполненность контейнера передается в систему управления отходами, которая может адаптивно организовывать вывоз мусора. Местоположение контейнера снаружи или внутри помещений может определяться как эпизодически по запросу, так и периодически с интервалом от 2 часов до нескольких дней. Реализация данного сценария предъявляет следующие требования: горизонтальная точность позиционирования не более 3 м, вертикальная точность не более 2 м, доступность 99%, задержка не более 1 мин. Также накладываются требования энергопотребления с общим временем автономной работы до 15 лет при энергозатратах на сеанс позиционирования не более 5% (9 месяцев из 15 лет).

Управление контейнерами. Товары транспортируются, как правило, в контейнерах, поэтому вопросы автономного управления контейнерами становятся все более актуальными. Контейнеры могут храниться в различных местах, например, на кораблях, доках, складах, заводах. Для минимизации занимаемого места контейнеры, как правило, ставят друг на друга, поэтому задача их позиционирования представляется актуальной.

Позиционирования экстренного вызова и в критических случаях [25]. *Службы экстренного вызова.* В перечень экстренных оперативных служб, вызов которых круглосуточно и бесплатно обязан обеспечить оператор связи пользователю услугами входят службы: а) пожарной охраны; б) реагирования в чрезвычайных ситуациях; в) полиция; г) скорой медицинской помощи; д) аварийная служба газовой сети; е) служба «Антитеррор». Позиционирование выполняется, когда абонент вызывает экстренные службы по единому номеру экстренных оперативных служб (112) с помощью абонентского устройства, оснащенного модулем позиционирования 5G. Когда абонент вызывает экстренные службы с помощью смартфона, устройство автоматически активирует все свои службы определения местоположения, чтобы как можно точнее определить свои координаты, и отправляет эту информацию в службу экстренной помощи посредством SMS. Для определения местоположения в критических случаях используют, как правило, комбинацию технологий позиционирования 3GPP и сторонних технологий, таких как GNSS, TBS, Bluetooth, WLAN. ОМП в экстренных случаях не является приложением, и процесс позиционирования осуществляется без какого-либо участия пользователя. К данному сценарию позиционирования обычно предъявляются требования, определяемые регулятором. Федеральной комиссией по электросвязи США FCC (Federal Communications Commission) к 2020/2021 году сформулированы следующие требования к позиционированию в сетях 5G: горизонтальная точность позиционирования не

более 50 м с вероятностью не менее 80%, вертикальная точность не более 3 м с вероятностью не менее 80%, доступность не менее 95%, задержка и TTFF не более 30 мин. ОМП должно осуществляться внутри и снаружи помещений.

Точное позиционирование для служб первого/быстрого реагирования. Данный сценарий, также, как и предыдущий, относится к позиционированию в случае экстренного вызова в критически важной ситуации, однако с более высокими требованиями к показателям определения местоположения в пространстве в 3D. Для критически важных случаев снаружи помещений предъявляются следующие требования: горизонтальная точность позиционирования не более 1 м с вероятностью не менее 95%, вертикальная точность не более 0,3 м с вероятностью не менее 95%, задержка не более 5 с, TTFF не более 10 с, доступность не менее 98%. Для критически важных случаев внутри помещений предъявляются следующие требования: горизонтальная точность позиционирования не более 1 м с вероятностью не менее 95%, вертикальная точность не более 2 м с вероятностью не менее 95%, задержка не более 1 с, TTFF не более 10 с, доступность не менее 95%.

Оповещение близлежащих служб экстренного вызова. Данный сценарий имеет место в случае, когда, например, при вызове потерпевшим абонентом экстренной медицинской помощи оповещаются все находящиеся поблизости от вызывающего абонента компетентные специалисты – волонтеры. Врачи подходящей квалификации поблизости могут и не оказаться, зато с более высокой вероятностью оповещения получают те волонтеры, кто, находясь поблизости, будут в состоянии оказать первую неотложную медицинскую помощь. Реализация данного сценария предполагает наличие предварительной базы волонтеров у нескольких операторов связи; в случае экстренного реагирования оповещаются порядка 10 волонтеров поблизости от потерпевшего абонента в радиусе 5 км. Предъявляются следующие требования к определению местоположения волонтеров: горизонтальная точность позиционирования не более 50 м, вертикальная точность не более 3 м.

Позиционирование оборудования служб экстренного вызова медицинской помощи снаружи больницы. Данный сценарий может иметь место, например, в случае внезапной остановки сердца пациента. Доступность и своевременное применение автоматических наружных дефибрилляторов AED (Automated External Defibrillator) иногда может оказаться единственным шансом восстановить эффективные сердечные сокращения и спасти больного с остановкой кровообращения от неизбежной смерти. Автоматические дефибрилляторы должны стать общедоступными и позволить неквалифицированному пользователю оказать первую помощь больному с остановкой сердца до приезда бригады медиков. Этими приборами планируется оснащать экстренные службы (милиция, охрана, персонал авиакомпании

на борту самолета, и т.д.) или крупные предприятия. Таким образом, «общедоступный дефибриллятор» должен стать чем-то вроде огнетушителя, который каждый может снять со стенки и использовать для тушения пожара. Необходимым условием для этого является позиционирование ближайшего дефибриллятора. Предполагается, что дефибриллятор оборудован модулем позиционирования 5G и периодически сообщает службе экстренного вызова медицинской помощи о своем местоположении; служба, в свою очередь, поддерживает актуальную базу данных местоположений дефибрилляторов. Волонтер близлежащей службы экстренного вызова может, таким образом, получить доступ к ближайшему дефибриллятору. Реализация данного сценария предъявляет следующие требования к точности ОМП дефибриллятора: горизонтальная точность позиционирования не более 10 м, вертикальная точность не более 3 м (с точностью до этажа).

Позиционирование в управлении дорожным движением [25].

Мониторинг и управление дорожным движением. Данный сценарий имеет отношение к так называемым интеллектуальным транспортным системам (ИТС). ИТС используют моделирование транспортных систем и регулирование транспортных потоков, предоставляя участникам дорожного движения большую информативность и безопасность. ИТС предназначена для автоматизированного поиска и принятия к реализации максимально эффективных сценариев управления транспортно-дорожным комплексом региона, конкретным транспортным средством или группой транспортных средств с целью обеспечения заданной мобильности, максимизации показателей использования дорожной сети, повышения безопасности и эффективности транспортного процесса, комфортности для водителей и пользователей транспорта. В настоящее время мониторинг в ИТС основан, преимущественно, на средствах видеонаблюдения. Для повышения эффективности работы систем ИТС целесообразно использовать данные позиционирования в сетях 5G. Предполагается, что мониторингом дорожного движения в реальном времени будет заниматься так называемый сервер управления движением TMS (Traffic Management Server). В зависимости от текущей загрузки дорог сервер TMS сможет осуществлять рассылку сообщений по сети 5G участникам дорожного движения для повышения эффективности процесса управления транспортно-дорожным комплексом. Предполагается, что транспортное средство оборудовано модулем позиционирования 5G; модуль может быть также интегрирован в смартфон пользователя. Для позиционирования транспортного средства в сети 5G предъявляются следующие требования: горизонтальная точность позиционирования не более 1 м поперек (дороги) направления движения и порядка 3 м вдоль (дороги) направления движения при разрешенной скорости движения транспортного средства порядка 130 – 160 км/ч. Требование точности не более 1 м поперек направления движения транспортного средства связано с необходимостью

определения полосы движения и вероятной последующей сигнализации о перестроении на соседнюю полосу; ширина полосы движения обычно составляет от 3 до 4 м. Вертикальная точность должна быть не более 2,5 м для различения уровней движения многоуровневых транспортных развязок; доступность 95%, TTFF не более 10 с, частота обновления данных о местоположении порядка 10 Гц, задержка не более 30 мс. Также данные позиционирования должны быть конфиденциальными и должным образом защищены от спуфинга и фальсификации.

Взимание платы за проезд транспортных средств. Система взимания платы за проезд транспортных средств RUC (Road-User Charging) в процессе своего функционирования решает задачи позиционирования транспортных средств для определения размера платы за проезд по платной дороге. Обычно оплата проезда производится на фиксированных пунктах взимания платы. Развитие технологий позиционирования позволяет реализовать более гибкую систему оплаты проезда по платному участку дороги. Предполагается, что транспортное средство оборудовано специальным модулем позиционирования 5G, данные местоположения передаются на сервер RUC, где производится тарификация платы за проезд с учетом всевозможных контекстуальных факторов геолокации. Для реализации данного сценария предъявляются следующие требования при разрешенной скорости движения транспортного средства порядка 130 км/ч и плотности транспортных средств до 1000 на 1 км²: горизонтальная точность позиционирования от 1 м до 3 м, частота обновления данных о МП порядка 1 Гц, доступность 99%, точность определения скорости порядка 2 м/с, TTFF не более 10 с.

Позиционирование для ж/д и морских грузоперевозок [25].

Отслеживание имущества (контейнеров). Морские и ж/д перевозки контейнеров являются важной составляющей современной логистики. При перевозке грузов морским транспортом используется так называемое фрахтование. Возможности позиционирования и отслеживания контейнеров позволяют оптимизировать логистику. Предполагается, что контейнер (цистерна, вагон) оборудован модулем позиционирования 5G с возможностью продолжительной (до 15 лет) автономной работы. Зонами позиционирования являются склады и порты, а также борт судна или платформа товарного вагона. Зоны позиционирования с повышенной точностью на складе, развернутые снаружи и внутри помещений, могут иметь площадь до 10 км² и плотность объектов позиционирования выше 100.000 на км². Позиционированием и отслеживанием контейнеров занимается так называемая подсистема управления имуществом ASM (Asset Management System). К позиционированию контейнеров предъявляются требования по точности определения их местоположения в пространстве, так они могут располагаться друг на друге при транспортировке и хранении на складе. Для ОМП стационар-

ного контейнера на складе снаружи или внутри помещений в зоне позиционирования с повышенной точностью предъявляются следующие требования: горизонтальная и вертикальная точность позиционирования 1 м, частота обновления данных о местоположении не более 1 Гц, доступность 99%, задержка не более 1 с, TTFF не более 10 с. Также данные позиционирования должны быть конфиденциальны и защищены от спуфинга и фальсификации. Для ОМП подвижного контейнера со скоростью транспортировки до 180 км/ч снаружи помещений в широкой зоне позиционирования предъявляются требования: горизонтальная точность от 10 м до 30 м, доступность 99%, точность оценки скорости порядка 5 м/с, интервал обновления данных о местоположении и скорости может составлять от 300 с до 24 часов. Также предъявляются требования по ограничению энергопотребления величиной в 20 мДж на сеанс позиционирования.

Позиционирование с использованием БПЛА [25].

БПЛА (анализ данных). Беспилотные авиационные системы БАС (UAS, Unmanned Aerial System) стремительно становятся инструментами получения ценных данных для проектов по инспектированию, наблюдению, картированию и 3D-моделированию. Дистанционные данные – наиболее универсальная форма регистрации изображения, несущая географическую информацию об исследуемых объектах. В последнее время проведение наземных точечных и маршрутных исследований дополняется работами, связанными с запуском беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Данные съемки с помощью БПЛА в настоящее время рассматриваются как более дешевая и оперативная альтернатива использованию спутниковых данных. Промежуточное положение между наземной и аэрокосмической съемкой в целях локального мониторинга территорий по критерию «эффективность – стоимость» занимает съемка на базе дистанционно-управляемого БПЛА, обеспечивающего проведение работ на малых высотах и существенно более экономичного по сравнению с традиционными носителями. БПЛА способствуют наибольшему уровню детализации изучаемой поверхности и, в первую очередь, эффективны для применения в труднодоступных районах и для обзорных рекогносцировочных работ. Обычно геопривязка снимков к местности проводится методом синхронизации съемки с GPS-системой БПЛА. Для эффективной автоматизации анализа геоинформационных данных средствами БАС, в том числе для получения изображений с высоким разрешением для построения точных трехмерных моделей земной поверхности и объектов, необходимо точное позиционирование БПЛА. При посадке БПЛА на этапе сближения к точности позиционирования БПЛА предъявляются повышенные требования. Предполагается, что БПЛА оборудован модулем позиционирования 5G. Средой функционирования являются, как правило, протяженные территории снаружи помещений, в том числе, в условиях городской застройки. При обработке получаемых с БПЛА

изображений в режиме оффлайн, крайне низкая задержка не требуется; в процессе посадки БПЛА, если изображения с географической привязкой используются при так называемом сближении, задержка передачи данных о местоположении должна быть соразмерна скорости БПЛА для обеспечения возможности осуществления дистанционно управляемой посадки. Для реализации данного сценария предъявляются следующие требования при скорости полета БПЛА порядка 150 км/ч: горизонтальная и вертикальная точность позиционирования порядка 10 см с доступностью 99%, точность оценки скорости не более 50 см/с по горизонтали и по вертикали, точность оценки угла/направления не более 2°, TTFF не более 10 с. Энергопотребление модуля позиционирования не должно превышать 200 мВт.

БПЛА (удаленное управление). Дроны могут использоваться, например, для доставки медикаментов или критически важного медицинского оборудования (дефибрилляторов) из аптеки к месту назначения пациента как на значительные расстояния, так и между двумя разными блоками в пределах территории одного медучреждения. Иногда требуется, чтобы БПЛА имел возможность зависнуть над местом наблюдения и транслировать видео в реальном времени в службу экстренной медицинской помощи. Для удаленного управления при полете на небольшой высоте БПЛА должен быть оборудован модулем позиционирования 5G и поддерживать непрерывный сеанс связи/позиционирования средствами сети 5G со следующими характеристиками: задержка RTT не более 150 мс; ввиду возможных критических последствий надежность должна быть на уровне требований служб управления воздушным движением АТС (Air Traffic Control) близкой к 100%. Для реализации данного сценария при полете БПЛА по маршруту со скоростью до 50 км/ч и зависании над местом наблюдения снаружи помещений без существенных препятствий предъявляются следующие требования: точность горизонтального позиционирования должна быть не более 50 см, вертикальная точность не более 30 см, доступность 99%. При посадке и взлете БПЛА предъявляются требования: точность горизонтального позиционирования должна быть не более 50 см, вертикальная точность не более 10 см, доступность 99,9% на площади порядка 10 м² в зоне позиционирования повышенной точности.

Другие сценарии позиционирования [25].

Поддержка множественных сервисов ОМП предполагает дифференциацию показателей позиционирования по типу пользователей, например, службам обеспечения правопорядка в аэропорту предоставляются сервисы ОМП с повышенными КРІ по сравнению с обычными пассажирами.

Поддержка режима обмена данными позиционирования предусмотрена в сетях 5G для комбинации разнородных технологий ОМП.

В табл. 1.7 систематизированы сценарии/услуги позиционирования и требования к ним в сетях 5G согласно спецификации [25].

Табл. 1.7. Сценарии позиционирования в сетях 5G и требования к ним

	Сценарий использования	Требования							
		Зона обслуживания	Точность позиционирования	Скорость	Доступность	Обновление	TTFF	Задержка	Другие KPI
Услуги геолокации LBS	Велопрокат	Зона позиционирования 5G – снаружи помещений	2 м по горизонтали		90 %		10 с	1 с	
		Зона позиционирования с повышенной точностью	0,2 м по горизонтали		99 %		10 с	1 с	
	Дополненная реальность	Зона позиционирования 5G – снаружи помещений	1 – 3 м по горизонтали 0,1 – 3 м по вертикали	2 м/с 10°	80 %	1 – 10 Гц	10 с	1 с	Низкое энергопотребление
	Носимые устройства	Зона позиционирования 5G – снаружи/ внутри помещений	2 м по горизонтали 1 – 3 м по вертикали		90 %	30 с – 300 с	10 с		Режим энергосбережения
					99 %	1 с – 30 с	10 с	1 с	Обычный режим
	Рекламные уведомления	Зона позиционирования 5G – снаружи/ внутри помещений	3 м по горизонтали 3 м по вертикали		90 %			60 с	
Управление потоками	Позиционирование с повышенной точностью снаружи/ внутри помещений	10 м по горизонтали		80 %	10 с	10 с			
Пром-ть и здраво-	Позиционирование мед. персонала и оборудования в больн.	Позиционирование с повышенной точностью снаружи / внутри помещений	3 м по горизонтали 2 м по вертикали		99 %			60 с	
	Позиционирование тележек	Позиционирование с повышенной точностью снаружи/ внутри помещений	0,5 м по горизонтали 1 – 3 м по вертикали		99 %			20 мс	
	Управление отходами	Зона позиционирования 5G – снаружи помещений	3 м по горизонтали		99 %	2 часа – 1 день		60 с	Сверхнизкое энергопотребление
Экстр.	Службы экстренного вызова	Зона позиционирования 5G – снаружи/ внутри помещений	50 м по горизонтали 3 м по вертикали		95 %		30 с	60 с	Надежность / конфиденциальность
	Точное позиционирование для служб первого реагирования	Снаружи помещений	1 м по горизонтали 0,3 м по вертикали		98 %		10 с	5 с	Конфиденциальность
		Внутри помещений	1 м по горизонтали 2 м по вертикали		95 %		10 с	1 с	
	Оповещение служб экстренного вызова	Зона позиционирования 5G – снаружи/ внутри помещений	50 м по горизонтали 3 м по вертикали (этаж)		99 %		10 с		Приватность, масштабируемость, для всех операторов

	Сценарий использования	Требования							
		Зона обслуживания	Точность позиционирования	Скорость	Доступность	Обновление	TTFB	Задержка	Другие KPI
Экстр.	Оборудование служб экстренного вызова снаружи больниц	Зона позиционирования 5G – снаружи/ внутри помещений	10 м по горизонтали 3 м по вертикали (этаж)		95 %		10 с		Продолжительные периоды режима ожидания
Автодор.	Мониторинг и управление движением	Зона позиционирования 5G – снаружи помещений	1 – 3 м по горизонтали 2,5 м по вертикали		95 %	10 Гц	10 с	30 мс	Защита от спуфинга, фальсификации
	Взимание платы за проезд транспортных средств	Зона позиционирования 5G – снаружи помещений, позиционирование с повышенной точностью в тоннелях	< 1 м (поперек пути) 3 м (вдоль пути)	2 м/с	99 %	1 Гц	10 с		Защита от спуфинга и фальсификации
Ж/Д, мор.	Отслеживание имущества (контейнеров)	Зона позиционирования 5G – снаружи помещений	10 – 30 м по горизонтали	5 м/с	99 %	300 с – 1 день			20 мДж на срабатывание, защита от спуфинга, фальсификации
		Позиционирование с пов. точностью снаружи помещений	1 м по горизонтали			1 с	1 с		
БПЛА	БПЛА (анализ данных)	Зона позиционирования 5G – снаружи помещений	0,1 м по горизонтали 0,1 м по вертикали	0,5 м/с 2°	99 %		10 с		Низкое энергопотребление, защита от спуфинга, фальсификации
	БПЛА (удаленное управление)	Зона позиционирования 5G – снаружи помещений	0,5 м по горизонтали 0,3 м по вертикали		99 %			150 мс	Защита от спуфинга, фальсификации
		Позиционирование с пов. точностью снаружи помещений	0,5 м по горизонтали 0,1 м по вертикали		99,9 %			150 мс	
Другие	Поддержка множественных сервисов ОМП	Зона позиционирования 5G – снаружи помещений	2 м по горизонтали		90 %		10 с	1 с	Управление приложениями позиционирования
		Зона позиционирования 5G – внутри помещений	0,1 м по горизонтали		99 %		10 с	1 с	
	Поддержка обмена данными позиционир.	Зона позиционирования 5G – снаружи/внутри помещений							Поддержка обмена данными позиционирования

1.2.4. Группировка сценариев ОМП и требований к ним в сетях 5G

Несмотря на широкое разнообразие сценариев позиционирования в сетях 5G, представленных в табл. 1.7, для удобства анализа возможна группировка сценариев и требований к ним по укрупненным категориям [25].

Рассмотрим подход к группировке сценариев и требований к ним по показателю *времени срабатывания TTFB*. Многие из представленных сценариев предъявляют требование к показателю времени срабатывания TTFB не более 10 с. Службы экстренного вызова предъявляют требование к TTFB не более 30 с. Меньшее время срабатывания, безусловно, повышает качество услуги позиционирования; с другой стороны, за счет увеличения времени срабатывания при заданных вычислительных затратах можно улучшить другие показатели позиционирования, такие как, точность и доступность. Целевой показатель TTFB в 10 с может считаться разумным обобщенным требованием, если не препятствует выполнению других требований, в особенности требований регулятора. Система позиционирования 5G также должна предусмотреть возможность адаптации TTFB в интервале от 10 с до 30 с для повышения других показателей позиционирования.

Рассмотрим подход к группировке сценариев и требований к ним по *показателю времени задержки*. В большинстве рассмотренных сценариев позиционирования показатель задержки сопоставим по порядку величины с временем срабатывания, интервалом обновления и составляет 1 с и выше. Задержка менее 500 мс необходима в первую очередь для решения следующих задач: а) поддержка удаленного управления, например, БПЛА, где требуется задержка порядка 100 – 200 мс; б) предотвращение столкновений, где требуется задержка не более 20 – 30 мс (величина определяется временем, необходимым для преодоления расстояния неопределенности в точности позиционирования на максимальной скорости). Требование крайне низкой задержки позиционирования влечет за собой сложность технической реализации, в том числе и за счет комбинации различных технологий ОМП.

Рассмотрим подход к группировке сценариев и требований к ним по *показателю точности оценки скорости и координат в пространстве 3D*. В некоторых сценариях требуется позиционирование в пространстве 3D, где к оценке горизонтальных координат 2D добавляется требование оценки высоты с двумя классами точности. Вертикальная точность от 2 м до 3 м требуется для сценариев как снаружи, так и внутри помещений, в том числе для определения этажа внутри многоэтажного здания. Вертикальная точность от 0,1 м до 0,3 м требуется для сценариев управления движением устройств в пространстве 3D, в особенности вблизи препятствий, например, для задач посадки БПЛА; в таких задачах речь идет о точности относительного позиционирования (относительно препятствий); предполагаются сценарии позиционирования снаружи помещений с умеренным числом препятствий, либо зоны позиционирования с повышенной точностью в несколько десятков

метров; сценарии позиционирования внутри помещений могут быть с небольшой зоной обслуживания. Точная оценка скорости движения устройства требуется для сценариев снаружи помещений; при работе в условиях умеренных препятствий требуется оценка скорости с точностью до 1 м/с. Как для точности оценки местоположения по вертикали, так и для точности оценки скорости, комбинация различных технологий ОМП будет способствовать достижению обоих показателей позиционирования.

Рассмотрим подход к группировке сценариев и требований к ним по *показателю точности позиционирования по горизонтали на плоскости 2D*. Точность позиционирования по горизонтали на плоскости 2D вместе с доступностью являются двумя основными показателями для рассмотренных в табл. 1.7 услуг позиционирования и определяются сложностью технологии позиционирования или их комбинации, причем справедливы следующие зависимости: а) повышение точности и доступности услуги ОМП требует усложнения системы позиционирования; б) при заданной сложности системы позиционирования повышение доступности услуги ОМП может быть достигнуто за счет снижения точности ОМП, и наоборот. Согласно рекомендации 3GPP TR 22.872 [25] по показателю горизонтальной точности позиционирования в 2D можно выделить три укрупненные группы сценариев:

- сценарии позиционирования с очень высокой точностью и доступностью (до 99%) в благоприятной среде использования, зонах позиционирования с повышенной точностью, или снаружи помещений с умеренным числом препятствий, например задачи ОМП для БПЛА, тележек, велопроката;
- сценарии позиционирования с высокой точностью и меньшей (до 90%) доступностью, например большинство услуг геолокации LBS;
- сценарии позиционирования, в которых требования к точности ОМП можно снизить за счет повышения других показателей, таких, например, как доступность и энергопотребление, например, службы экстренного вызова, позиционирование пациентов снаружи больницы, отслеживание и управление имуществом требуют повышенной доступности при пониженных требованиях к горизонтальной точности.

Рассмотрим подход к группировке сценариев и требований к ним по *показателю относительной точности позиционирования*. Некоторые приложения требуют точности позиционирования не более 0,2 м. Подобная точность требуется не в абсолютных, а относительных координатах в небольших зонах обслуживания, например, при сближении в задачах посадки БПЛА. Требование дециметровой точности относительного позиционирования устройства в 2D и 3D в процессе самого сближения оправданы для подобных сценариев, однако, как правило предваряются этапом вхождения устройства в эту так называемую зону сближения; на предварительном этапе допустимыми оказываются менее строгие требования к точности

ОМП. Для уточнения пространства зоны сближения, в которой предъявляются требования дециметровой точности позиционирования не более 0,2 м, учитываются следующие факторы. Во-первых, перед входением в зону сближения устройство позиционируется в абсолютных координатах; при вхождении в так называемую зону сближения происходит переключение системы позиционирования в режим сближения с требованием относительной точности. Во-вторых, процесс относительного ОМП в режиме сближения осуществляется в зоне позиционирования с повышенной точностью, преимущественно снаружи помещений, где достигается точность в 0,5 м с доступностью не менее 95%. Принимая во внимание первые два фактора, разумно предположить, что ожидаемая зона сближения имеет порядок 2 м в области непосредственного сближения, например, места посадки БПЛА.

Следует также обратить внимание на показатель *конфиденциальности/приватности пользователей*. В некоторых приложениях ОМП, наряду с реализацией услуг позиционирования требуется обеспечить приватность. В частности, система должна решать задачу позиционирования по запросу без необходимости постоянного слежения за устройством/абонентом.

Следует также обратить внимание на необходимость *адаптации показателей системы позиционирования* оператора и третьих сторон к конкретным сценариям, в том числе, должна быть предусмотрена возможность динамической реконфигурация системы позиционирования для управления приоритетными для заданного сценария КРІ, например, точностью, доступностью, частотой обновления, энергопотреблением.

Рассмотрим подход к группировке сценариев позиционирования и требований к ним *по категории устройства*, участвующего в сеансе ОМП. Удобным представляется подразделение устройств UE на следующие категории: а) устройства носимые абонентские, преимущественно поддерживающие услуги позиционирования LBS и сценарии приложений здравоохранения; б) устройства межмашинного взаимодействия, используемые в управлении движением (тележки, БПЛА, автомобили); в) устройства со сверхнизким энергопотреблением, способные работать до 15 лет на одной батарее. В табл. 1.8 представлены укрупненные категории требований по горизонтальной точности позиционирования в зависимости от степени покрытия. В табл. 1.9 систематизированы сценарии позиционирования и требования к ним по категориям устройств.

Табл. 1.8. Укрупненные категории требований по горизонтальной точности позиционирования в зависимости от степени покрытия

Сценарий достижения	Широкое покрытие	Высокая точность	Очень высокая точность	Предел точности
Консервативный	50 м	3 м	0,5 м	Верхняя граница
Промежуточный	10 м	1 м	0,3 м	Промежуточный
Амбициозный	3 м	1м	0,1 м	Нижняя граница

Табл. 1.9. Сценарии позиционирования и требования к ним по категориям устройств

Категория устройства	Сценарий использования позиционирования	Показатель KPI	Зона обслуживания / среда функционирования			
			Зона позиционирования с повышенной точностью	Зона позиционирования 5G		
				Снаружи и внутри помещений	Снаружи помещений, село, пригород	Снаружи помещений, плотная городская застройка
Устройства со сверхнизким энергопотреблением	Управление отходами, отслеживание и управление имуществом	Точность по горизонтали	1 м	3 м – 30 м	3 м – 30 м	
		Точность по вертикали				
		Точность оценки скорости (направления)		5 м/с	5 м/с	
		Доступность	99 %	99%	99%	
		TTFF	10 с			
Устройства носимые абонентские	Велопрокат, дополненная реальность, носимые устройства, рекламные уведомления, управление потоками, позиционирование пациентов, службы экстренного вызова	Точность по горизонтали	0,2 м – 1 м	1 м – 3 м	1 м – 3 м	10 м – 50 м
		Точность по вертикали	Снаружи помещений: 1 м – 3 м Внутри помещений: 0,1 м – 1 м	3 м	3 м	0,1 м – 3 м
		Точность оценки скорости (направления)		2 м/с (10°)	2 м/с (10°)	
		Доступность	80% - 99%	80% - 99%	80% - 99%	0,95
		TTFF	10 с – 30 с	10 с – 30 с	10 с – 30 с	10 с – 30 с
Устройства межмашинного взаимодействия	Тележки, мониторинг и управление движением, взимание платы за проезд, БПЛА (анализ данных, удаленное управление), поддержка множественных сервисов ОМП	Точность по горизонтали	0,1 м – 0,5 м	0,1 м – 3 м	1 м – 3 м	
		Точность по вертикали	0,1 м	0,1 м – 0,3 м	2,5 м	
		Точность оценки скорости (направления)		0,5 м/с (2°) – 2 м/с	0,5 м/с (2°) – 2 м/с	
		Доступность	99% - 99,9%	95% - 99,9%	95% - 99,9%	
		TTFF	1 с – 10 с	1 с – 10 с	1 с – 10 с	
	Сценарии позиционирования с очень высокой точностью и доступностью (до 99%) в благоприятной среде использования, в зоне позиционирования с повышенной точностью, либо снаружи помещений с умеренным числом препятствий. Эта группа требует точности не более 0,2 м, ожидаемых для сценариев относительного позиционирования, в процессе сближения при удалении устройств друг от друга не более чем на 10 м					
	Сценарии позиционирования с высокой точностью и меньшей (до 90%) доступностью в зоне позиционирования с повышенной точностью, либо снаружи помещений					
	Сценарии позиционирования, в которых требования к точности ОМП можно снизить за счет повышения других показателей, таких, например, как доступность и энергопотребление					

1.2.5. Применимость технологий для позиционирования в сетях 5G

В настоящем разделе выполним оценку применимости существующих технологий позиционирования для целей ОМП в части удовлетворения сформулированных выше требований в виде показателей КРІ. В результате анализа можно будет сделать вывод о том, какие технологии позиционирования и в каких сценариях использования уже удовлетворяют сформулированным требованиям, а какие требования потребуют совершенствования существующих подходов позиционирования в перспективных сетях 5G. Для оценки применимости технологий позиционирования требованиям будем использовать градацию по пяти категориям (табл. 1.10).

Табл. 1.10. Категории достижения требований позиционирования [25]

Требования удовлетворены полностью (не менее чем на 95 %)	Требования в основном удовлетворены (не менее чем на 68 %)	Требования удовлетворены при определенных условиях	Требования в основном не удовлетворены	Требования не удовлетворены полностью
-----------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------	----------------------------------------	---------------------------------------

Для анализа применимости рассматриваются технологии позиционирования, предусмотренные спецификацией 3GPP TS 38.305 [26], которые могут быть классифицированы на три категории: а) технологии 3GPP, уже включенные или планируемые к включению в 3GPP TS 38.305: позиционирование по каналу «вниз» OTDOA, улучшенное позиционирование по идентификатору соты (E-CellID); б) технологии, отличные от 3GPP, уже включенные или планируемые к включению в 3GPP TS 38.305: A-GNSS, HA-GNSS (RTK), TBS, WLAN, FTM, Bluetooth; в) сенсоры для позиционирования, уже включенные или планируемые к включению в 3GPP TS 38.305: датчики давления, инерциальные измерительные модули IMU.

Анализ применимости технологий позиционирования проводится для следующих *обобщенных показателей эффективности*: а) классы точности по горизонтали: 50 м, 3 м, 0,1 – 0,5 м; б) точность по вертикали: 2 – 3 м; в) относительная точность: 0,1 – 0,2 м; г) точность оценки скорости: 1 – 5 м/с.

Анализ применимости технологий позиционирования проводится для следующих *обобщенных сценариев функционирования на местности*: а) сельская местность снаружи помещений (препятствия отсутствуют); б) пригород и город снаружи помещений (препятствия незначительны); в) плотная городская застройка снаружи помещений (препятствия значительны); г) внутри помещений; д) зоны позиционирования повышенной точности.

Показатели позиционирования спутниковых систем GNSS специфицированы в [27], показатели систем 3GPP в [28]. Далее систематизированы возможности технологий ОМП по достижению требований точности в 50 м (табл. 1.11), 3 м (табл. 1.12) и 0,3 м (табл. 1.13) по горизонтали. Знак * означает, что *достижение требований зависит от конфигурации радиосети и плотности опорных устройств, участвующих в сеансе позиционирования*.

Табл. 1.11. Достижение требований точности ОМП 50 м по горизонтали [25]

Технология позиционирования	Зона позиционирования 5G				Зона позиционирования с повышенной точностью
	Сельская местность, снаружи помещений	Пригород/город, снаружи помещений	Плотная городская застройка, снаружи помещений	Внутри помещений	
3GPP (LTE)	*	*			
TBS	*				
WLAN			*	*	
Bluetooth			*	*	
GNSS					
HA-GNSS					
IMU	Повышает доступность и надежность				

Табл. 1.12. Достижение требований точности ОМП 3 м по горизонтали [25]

Технология позиционирования	Зона позиционирования 5G				Зона позиционирования с повышенной точностью
	Сельская местность, снаружи помещений	Пригород/город, снаружи помещений	Плотная городская застройка, снаружи помещений	Внутри помещений	
3GPP (LTE)					
TBS	*				*
WLAN				*	*
Bluetooth					*
GNSS					
HA-GNSS					
IMU	Повышает доступность и надежность				

Табл. 1.13. Достижение требований точности ОМП 0,3 м по горизонтали [25]

Технология позиционирования	Зона позиционирования 5G				Зона позиционирования с повышенной точностью
	Сельская местность, снаружи помещений	Пригород/город, снаружи помещений	Плотная городская застройка, снаружи помещений	Внутри помещений	
3GPP (LTE)					
TBS					
WLAN					
Bluetooth					
GNSS					
HA-GNSS					
IMU	Повышает доступность и надежность				

Далее систематизированы возможности технологий ОМП по достижению требований точности в 3 м по вертикали (табл. 1.14), относительного позиционирования с точностью 0,2 м (табл. 1.15), оценке скорости с точностью 1 м/с (табл. 1.16). Представленный выше анализ удовлетворения требований точности позиционирования в зависимости зоны показал, что *ни одна из технологий ОМП по отдельности не решает с требуемой точностью мере задачу геолокации.*

Табл. 1.14. Достижение требований точности ОМП 3 м по вертикали [25]

Технология позиционирования	Зона позиционирования 5G				Зона позиционирования с повышенной точностью
	Сельская местность, снаружи помещений	Пригород/город, снаружи помещений	Плотная городская застройка, снаружи помещений	Внутри помещений	
3GPP (LTE)				*	*
TBS					
WLAN					*
Bluetooth					*
GNSS					
HA-GNSS					
Барометр	Калибровка не всегда возможна	Требует калибровки в среде функционирования. Измерения могут сбиваться при перемещении снаружи внутрь помещения и наоборот.			
IMU	Повышает доступность и надежность				

Табл. 1.15. Достижение требований точности в 0,2 м для относительного ОМП [25]

Технология позиционирования	Зона позиционирования 5G				Зона позиционирования с повышенной точностью
	Сельская местность, снаружи помещений	Пригород/город, снаружи помещений	Плотная городская застройка, снаружи помещений	Внутри помещений	
3GPP (LTE)					
TBS					
WLAN					
Bluetooth					
GNSS					
HA-GNSS					
IMU	Повышает доступность и надежность				

Табл. 1.16. Достижение требований по оценке скорости с точностью 1 м/с [25]

Технология позиционирования	Зона позиционирования 5G				Зона позиционирования с повышенной точностью
	Сельская местность, снаружи помещений	Пригород/город, снаружи помещений	Плотная городская застройка, снаружи помещений	Внутри помещений	
3GPP (LTE)					
TBS					
WLAN					
Bluetooth					
GNSS					
HA-GNSS					
IMU	Требует регулярной калибровки вместе, например, с одомером, GNSS, HA-GNSS.			Калибровка не всегда возможна	

Из анализа табл. 1.11 следует, что точность позиционирования по горизонтали в 50 м удовлетворяется преимущественно уже существующими технологиями 3GPP, включая TBS и GNSS. При определенной геометрической конфигурации устройств WLAN точность позиционирования по гори-

зонталы в 50 м также оказывается достижимой. Из анализа табл. 1.12 следует, что точность позиционирования по горизонтали в 3 м удовлетворяется исключительно системами спутникового позиционирования GNSS. Из анализа табл. 1.13 следует, что точность позиционирования по горизонтали в 0,3 м удовлетворяется только в сельской местности и исключительно системой спутникового позиционирования с повышенной точностью HA GNSS, включенной в протокол LPP. В городе с присущей плотной застройкой высокоточное позиционирование существующими технологиями оказывается нереализуемым. Тот же вывод справедлив и для позиционирования внутри помещений. *Повышение точности и доступности услуг ОМП возможно за счет увеличения плотности размещения сетевых устройств, а также за счет комплексирования первичных измерений разных технологий позиционирования.* Таким образом, для повышения точности ОМП в сетях 5G следует должным образом обосновать выбор топологии территориального и/или пространственного размещения сетевых устройств, участвующих в сеансе позиционирования. В табл. 1.17 систематизированы сценарии удовлетворения требований к точности ОМП при комбинации различных технологий позиционирования для выбранных показателей.

Табл. 1.17. Достижение требований к точности ОМП при комбинации различных технологий позиционирования [25]

Требования к точности ОМП		Зона позиционирования 5G				Зона позиционирования с повышенной точностью
		Сельская местность, снаружи помещений	Пригород/город, снаружи помещений	Плотная городская застройка, снаружи помещений	Внутри помещений	
Точность по горизонтали	50 м	да	да	да	да	да
	3 м	да	да	да	нет	да
	0,3 м	да	да	нет	нет	нет
Относительная точность	0,2 м	да	да	нет	нет	нет
Точность по вертикали	3 м	да	да	да	да	да

Таким образом, существующие технологии позиционирования, как входящие в спецификации 3 GPP, так и сторонние, такие как GNSS (BeiDou, Galileo, GLONASS, GPS), TBS (Terrestrial Beacon Systems), инерциальные измерительные модули IMU, СРД WiFi/Bluetooth удовлетворяют достаточно широкий спектр требований к точности в различных сценариях, особенно при их совместном использовании. Однако остаются и такие сценарии, в которых существующие технологии ОМП не обеспечивают требуемой точности, поэтому остается актуальной задача в области совершенствования технологий позиционирования в радиосетях 5G. Особенно это касается сценариев ОМП внутри помещений и условий плотной городской застройки, в том числе в зонах обеспечения повышенной точности позиционирования, а также для относительного ОМП с точностью до 0,2 м. Ожидается, что СРД 5G UDN будут призваны решить эту задачу (рис. 1.3).

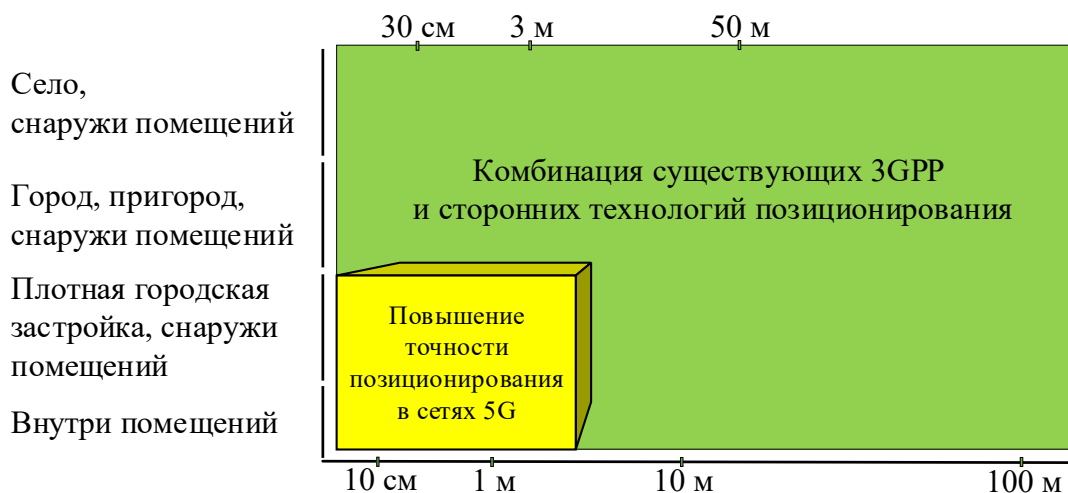


Рис. 1.3. Сценарии повышения точности в сетях 5G

1.2.6. Требования к технологиям позиционирования в сетях 5G

К перспективным технологиям ОМП 5G предъявляются следующие **общие требования позиционирования**. Сети 5G должны обеспечивать [25]: а) различные услуги абсолютного и относительного ОМП с использованием как отдельных технологий позиционирования, так и их комбинаций; при комбинации могут использоваться как технологии позиционирования 3GPP, так и другие технологии, такие как GNSS, TBS, IMU, WiFi/Bluetooth; комбинация технологий позиционирования используется, в том числе, для повышения КРП, таких как, точность, задержка, и др.; б) различные услуги ОМП с конфигурируемыми параметрами, такими как точность, доступность, энергопотребление, частота обновления и др. в соответствии с потребностями абонентов, операторов и третьих сторон; в) позиционирование в соответствии с требованиями регулятора; примером требований регулятора является ОМП при экстренном вызове службы 112; г) надежность позиционирования и доверительный интервал показателей; д) позиционирование в условиях роуминга; е) позиционирование устройств UE в периоды, когда UE находится вне зоны радиопокрытия сети 3GPP; ж) занесение в журнал данных о МП устройства для отслеживания, аутентификации и др.

Требования показателей позиционирования. Сети 5G должны обеспечивать [25]: а) позиционирование с точностью по горизонтали и доступностью согласно табл. 1.18. б) позиционирование с точностью 3 м по вертикали и доступностью 95% по всей зоне обслуживания 5G с подвижностью UE до 160 км/ч; точность позиционирования по вертикали должна обеспечивать ОМП с разрешением до этажа здания внутри помещений; в) определение изменения высоты UE относительного начального опорного состояния с точностью до 0,2 м и доступностью 95 % для некоторых сценариев позиционирования; г) точность относительного позиционирования до 0,2 м с доступностью 99 % для сценария двух устройств UE в пределах 10 м друг от друга, а также для сценария одного устройства UE и пункта позиционирования 5G в пределах 10 м друг от друга; под пунктом позиционирования

5G понимается инфраструктурное опорное оборудование сети 5G, развернутое в зоне обслуживания сети 5G для повышения показателей, например, маяки, распределенные по периметру района сбора товарного склада; относительное позиционирование устройств реализуется как на плоскости в 2D, так и в пространстве в 3D в декартовой или полярной системах координат, в том числе, с использованием дальномерных и угломерных измерений; д) позиционирование с показателем TTFF не более 30 с; для некоторых сценариев 5G TTFF не должен превышать 10 с за счет ослабления требований к другим показателям; е) позиционирование с задержкой не более 1 с; в некоторых приложениях может использоваться экстраполяция данных о местоположении, а также комбинация различных технологий ОМП с целью сокращения задержки позиционирования до 20 мс; ж) определение скорости движения устройств UE снаружи помещений с точностью до 0,5 м/с, разрешением по направлению не более 5° и доступностью 99%; для достижения данных KPI целесообразно использовать комбинацию технологий позиционирования; з) позиционирование с энергопотреблением устройства UE не более 20 мДж на сеанс позиционирования и максимальной пиковой мощностью не более 200 мВт; для реализации сеанса позиционирования расход ресурса аккумуляторной батареи (АКБ) устройства не должен превышать 5%, или же приводить к снижению времени автономной работы более чем на 10 месяцев при общем времени работы 15 лет; сеансы позиционирования в сетях 5G должны быть реализуемы на устройствах с ограниченным форм-фактором и вычислительным ресурсом.

Табл. 1.18. Требования точности и доступности позиционирования на плоскости [25]

Услуги позиционирования 5G	Точность по горизонтали	Доступность	Зона обслуживания и среда использования		Подвижность UE	Плотность UE
			Зона позиционирования 5G	Зона позиционирования с повышенной точностью		
Позиционирование с широкой зоной охвата	< 10 м	> 95%	внутри и снаружи помещений	–	внутри помещений: UE стационарно; снаружи помещений: 0 – 180 км/ч	> 10000 UE на км ²
Позиционирование с высокой точностью	< 3 м	> 99%	снаружи помещений	внутри и снаружи помещений	до 160 км/ч	> 10000 UE на км ²
Позиционирование с очень высокой точностью	< 0,3 м	> 99%	снаружи помещений (без препятствий)	внутри и снаружи помещений	до 160 км/ч	> 100000 UE на км ²

Зона ОМП с повышенной точностью: 500 м в длину, 500 м в ширину и 30 м в высоту [31]

Эксплуатационные требования. Сети 5G должны обеспечивать [25]: а) возможность опроса устройства UE для предоставления данных о его местоположении по запросу эпизодически, или периодически, а также возможность останавливать периодическое предоставление устройством UE данных о своем местоположении; данное требование не накладывает ограничений на объект осуществления вычислений ОМП: вычислительные процедуры могут осуществляться как устройством UE, так и сетью; б) возможность изменения частоты обновления данных о местоположении устройства UE в зависимости от скорости его движения; в) механизм динамической конфигурации частоты обновления данных о местоположении устройства UE для достижения некоторых показателей позиционирования, таких как, например, задержка и энергопотребление и др.; в качестве примера можно привести следующий сценарий: сеть 5G может запрашивать данные о местоположении устройства UE периодически с интервалом обновления каждые 1с – 10 с в нормальном режиме, и с интервалом обновления 30 с – 300 с в режиме энергосбережения; возможны сценарии, когда UE должно находиться в режиме энергосбережения несколько дней; г) позиционирование с заданной частотой обновления данных о местоположении для интервалов от 0,1 с до одного месяца; д) доступность данных о местоположении на сервере приложений; задержка поступления данных о местоположении на сервер позиционирования адаптируется под сценарий; е) согласование различных методов позиционирования в соответствии с политикой оператора, требованиями приложений ОМП, предпочтениями пользователя, а также обеспечивать реконфигурацию методов по требованию устройства или сети; ж) доступ к методам позиционирования, используемым при оценке данных местоположения, а также к соответствующим доверительным интервалам полученных оценок; з) оператору или третьей стороне реализацию механизма конфигурации и управления различными услугами ОМП по соглашению между оператором и третьей стороной; и) третьей стороне по запросу возможность согласования методов позиционирования; к) возможность для критических служб использовать позиционирование для ОМП с заданным доверительным интервалом по запросу, эпизодически или периодически.

Требования безопасности. Сети 5G должны обеспечивать [25]: а) конфиденциальность устройств и пользователей, при их согласии на услуги ОМП; это означает способность системы обеспечивать реализацию услуг позиционирования по запросу без необходимости постоянного слежения за местоположением устройства; согласие пользователя соблюдается в экстренных случаях; б) защиту данных о местоположении от фальсификации и спуфинга; в) механизмы обнаружения попыток фальсификации и спуфинга.

Итоговые требования показателей точности и доступности услуг позиционирования по горизонтали и вертикали согласно спецификации 3GPP TS 22.261 [31] представлены в табл. 1.19.

Табл. 1.19. Требования показателей точности и доступности услуг позиционирования по горизонтали и вертикали [31]

Уровень сервиса позиционирования	Абсолютное (А) или относительное (О)	Точность в 95%		Доступность услуги позиционирования	Задержка услуги позиционирования	Сценарий использования		
		Горизонтальная точность	Вертикальная точность			Зона позиционирования 5G	Зона позиционирования 5G с повышенной точностью	
							Снаружи помещений и в туннелях	Внутри помещений
1	А	10 м	3 м	95 %	1 с	Внутри помещений, скорость до 30 км/ч; Снаружи помещений (город и пригород), скорость до 250 км/ч	–	Внутри помещений, скорость до 30 км/ч
2	А	3 м	3 м	99 %	1 с	Снаружи помещений (город и пригород), скорость до 500 км/ч для поездов и до 250 км/ч для других средств	Снаружи помещений (плотная городская застройка), скорость до 60 км/ч; Вдоль дорог, скорость до 250 км/ч; вдоль железных дорог, скорость до 500 км/ч	Внутри помещений, скорость до 30 км/ч
3	А	1 м	2 м	99 %	1 с	Снаружи помещений (город и пригород), скорость до 500 км/ч для поездов и до 250 км/ч для других средств	Снаружи помещений (плотная городская застройка), скорость до 60 км/ч; Вдоль дорог, скорость до 250 км/ч; вдоль железных дорог, скорость до 500 км/ч	Внутри помещений, скорость до 30 км/ч
4	А	1 м	2 м	99,9 %	15 мс	–	–	Внутри помещений, скорость до 30 км/ч
5	А	0,3 м	2 м	99 %	1 с	Снаружи помещений (пригород), скорость до 250 км/ч	Снаружи помещений (плотная городская застройка), скорость до 60 км/ч; Вдоль дорог, скорость до 250 км/ч; вдоль железных дорог, скорость до 500 км/ч	Внутри помещений, скорость до 30 км/ч
6	А	0,3 м	2 м	99,9 %	10 мс	–	Снаружи помещений (плотная городская застройка), скорость до 60 км/ч	Внутри помещений, скорость до 30 км/ч
7	О	0,2 м	0,2 м	99 %	1 с	Внутри и снаружи помещений (пригород, город, плотная городская застройка), скорость до 30 км/ч; Относительное позиционирование между двумя UE в пределах 10 м друг от друга, или между UE и опорным пунктом 5G в пределах 10 м друг от друга (опорный пункт 5G представляет собой дополнительное оборудование, развернутое в зоне обслуживания для повышения показателей позиционирования, например, маяки по периметру зоны сближения устройств)		Внутри помещений, скорость до 30 км/ч

1.2.7. Выводы

В настоящем разделе был выполнен анализ новых услуг и сценариев позиционирования в сетях 5G. В разделе 1.2.2 систематизированы показатели эффективности позиционирования в сетях 5G. В разделе 1.2.3 выполнена формализация сценариев и требований позиционирования в сетях 5G. В разделе 1.2.4 сценарии позиционирования в сетях 5G сгруппированы по категориям требований. В разделе 1.2.5 проанализирована применимость технологий для позиционирования в сетях 5G. В разделе 1.2.6 представлены требования к технологиям позиционирования в сетях 5G.

Таким образом, существующие технологии позиционирования, как входящие в спецификации 3 GPP, так и сторонние, такие как GNSS, TBS, IMU, WiFi/Bluetooth удовлетворяют достаточно широкий спектр требований к точности ОМП в различных сценариях, особенно при условии их совместного использования. Однако остаются и такие сценарии, в которых существующие технологии позиционирования не обеспечивают требуемой точности ОМП, поэтому остается актуальной задача исследований и разработок в области совершенствования технологий позиционирования в сетях радиодоступа 5G. Особенно это касается сценариев ОМП внутри помещений и условий плотной городской застройки, в том числе в зонах обеспечения повышенной точности позиционирования, а также для задач относительного позиционирования с точностью до 0,2 м. Для таких сценариев повышение точности позиционирования возможно за счет увеличения плотности размещения опорных сетевых устройств, участвующих в сеансе определения местоположения, а также за счет комплексирования первичных измерений разных технологий позиционирования. Ожидается, что реализация парадигмы сверхплотных радиосетей UDN будет способствовать повышению точности позиционирования в сценариях сетей 5G.

Обзор новых сценариев построения СРД 5G показывает следующее: с одной стороны, вместе с совершенствованием радиоинтерфейса открываются новые возможности для повышения точности позиционирования; с другой стороны, возможности ОМП UE становятся востребованными для эффективного построения и функционирования сети радиодоступа. Совершенствование методов сетевого позиционирования влечет за собой усложнение архитектуры гетерогенной сети, а также процедур обмена данными для сбора и обработки первичных измерений при ОМП.

Далее в разделе 1.3 рассматривается эволюция технологий сетевого 5G с целью выявления тенденций их совершенствования. Для этого в 1.3.2 исследуется эволюция радиоинтерфейсов СПРС для позиционирования; в 1.3.3 приводится эволюция стандартов позиционирования в СПРС; в 1.3.4 рассматривается эволюция методов позиционирования в СПРС; в 1.3.5 прослеживается эволюция процедур позиционирования в СПРС; в 1.3.6 приводится классификация стандартов и пределов точности позиционирования.

1.3. Эволюция технологий позиционирования в сетях 5G

1.3.1. Постановка задачи

Традиционно позиционирование рассматривалось как дополнительная/опциональная возможность в процессе стандартизации, реализации и эксплуатации сотовых сетей подвижной радиосвязи (СПРС). Однако обширная сетевая инфраструктура сетей радиодоступа (СРД) по своей сути всегда располагала техническими возможностями для определения местоположения (ОМП) абонентов. Поэтому в процессе эволюции СПРС начиная с первого поколения 1G с частотным разделением каналов FDMA (Frequency Division Multiple Access) также совершенствовались методы и средства сетевого позиционирования [32]. Второе поколение 2G СПРС ознаменовало переход к цифровым системам с частотно-временным FDMA/TDMA (Time Division Multiple Access) GSM и кодовым CDMA (Code-Division Multiple Access) разделением каналов. Глобализация СПРС связана с образованием партнерского проекта 3GPP (3rd Generation Partnership Project), образованного для стандартизации систем 3-го поколения 3G UMTS. Начиная с третьего поколения 3G в процессе стандартизации СПРС разработчиками стали предъявляться требования по решению задачи ОМП в случаях экстренного вызова. Данная тенденция получила продолжение в сетях 4-го поколения LTE, и ожидается ее дальнейшее развитие в перспективных сетях 5-го поколения NR. Помимо СПРС задача позиционирования традиционно решается глобальными навигационными спутниковыми системами ГНСС/GNSS (BeiDou, Galileo, GLONASS, GPS), а также вспомогательными СРД, такими как WiFi/Bluetooth, TBS (Terrestrial Beacon Systems) и инерциальными измерительными модулями IMU; возможна также комбинация всех перечисленных технологий ОМП.

Целью настоящего раздела является анализ принципов и методов, способствовавших совершенствованию и внедрению технологий позиционирования в СПРС, а также исследование этапов развития методов и средств ОМП СПРС в процессе их эволюции начиная с 1G. Результатом настоящего анализа является систематизация тенденций совершенствования существующих и перспективных технологий ОМП в СПРС 5G, а также *уточнение сетевого позиционирования как предмета настоящего исследования.*

Материал раздела организован далее следующим образом. В разделе 1.3.2 показано эволюционное развитие радиointерфейсов СПРС, определяющих возможности и пределы точности первичных измерений. В разделе 1.3.3 представлена эволюция стандартов, а в разделе 1.3.4 эволюция методов позиционирования в СПРС. В разделе 1.3.5 представлена эволюция сетевых процедур позиционирования в СПРС. В разделе 1.3.6 систематизированы факторы, определяющие точность технологий сетевого позиционирования в СПРС. В разделе 1.3.7 сформулированы тенденции развития технологий сетевого позиционирования в СПРС 5G.

1.3.2. Эволюция радиointерфейсов СПРС для позиционирования

Несмотря на то, что СПРС начиная с 1G, создавались в первую очередь для организации услуг подвижной радиосвязи, в них также могла быть реализована возможность ОМП мобильных АТ. Выполним анализ развития радиointерфейсов СПРС применительно к задачам позиционирования.

СПРС 1G, такие как AMPS, NMT, появились в 1980-х годах и имели аналоговый узкополосный радиointерфейс. Стандарты 1G не предусматривали процедур позиционирования абонентов, однако в процессе функционирования выяснилось, что ОМП может повысить эксплуатационные показатели сети за счет управления мобильностью; например, для идентификации соты, в которой на данный момент находится абонент, выделения канальных ресурсов, организации хэндовера и др. Технические возможности позиционирования реализовывалось преимущественно на основе измерений RSSI (Received Signal Strength Indicator). В этом методе на БС производится измерение уровня или амплитуды сигнала, переданного АТ. Поскольку уровень уменьшается с увеличением расстояния, то, измеряя его, можно судить об удалении АТ от БС. В городе условия РРВ далеки от прямой видимости и метод RSSI становится малопригодным, однако он успешно может быть использован в комбинации с другими методами.

СПРС 2G цифрового стандарта GSM стали разворачиваться с 1990-х годов. Радиointерфейс GSM основан на частотно-временном разделении каналов TDMA/FDMA и гауссовой манипуляции с минимальным сдвигом GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying). Частотное разделение каналов реализуется разделением выделенного ресурса на частотные каналы шириной по 200кГц, в каждом из которых организуются 8 каналов с временным разделением: TDMA кадр в GSM делится на восемь временных интервалов (ВИ) периодом 576,9 мкс (рис. 1.4).

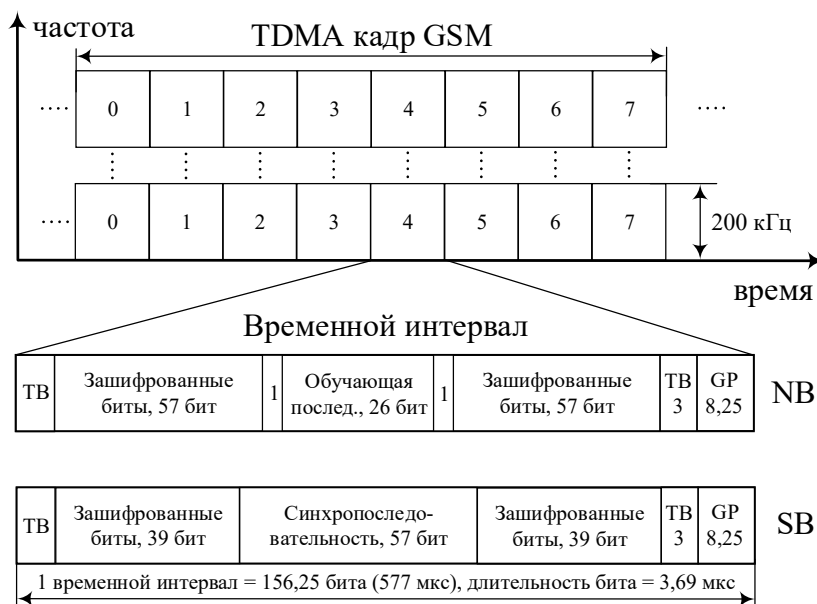


Рис. 1.4. Структура временного интервала TDMA кадра GSM

Информация по радиоканалу передается со скоростью 270, 833 кбит/с. Это означает, что ВИ TDMA кадра содержит 156,25 бит; длительность одного информационного бита равна $576,9 \text{ мкс}/156,25 = 3,69 \text{ мкс}$. Для передачи информации используется нормальный ВИ NB (Normal Burst); для обеспечения синхронизации используется ВИ SB (Synchronization Burst).

Нормальный ВИ NB включает в себя: $57 + 57 = 114$ бит зашифрованной информации; две концевых комбинации ТВ (Tail Bits) по три бита каждая; два контрольных бита, разделяющие зашифрованную информацию и служащие признаком того, содержит ли передаваемая группа речевую информацию, или информацию сигнализации; обучающую последовательность TS (Training Sequence) из 26 бит, которая разделяет информационный блок, состоящий из 114 бит по 57 бит; защитный интервал GP (Guard Period) с длительностью времени передачи 8,25 бит ($8,25 \times 3,69 = 30,44 \text{ мкс}$). С помощью TS обеспечивается определение задержек распространения сигнала между БС и АТ для оценки дальности связи; эта информация необходима для того, чтобы пакеты данных от разных АТ не накладывались при приеме на БС; поэтому удаленные на большое расстояние АТ должны передавать свои пакеты раньше АТ, находящихся в непосредственной близости от БС.

Интервал SB предназначен для синхронизации по времени БС и АТ и состоит из: синхропоследовательности длиной 64 бита; двух зашифрованных блоков, по 39 бит каждый, несущих информацию о номере кадра TDMA и идентификационном коде БС Cell ID; двух концевых комбинаций ТВ по 3 бита каждая; защитного интервала GP длиной 8,25 бит. Повторяющиеся интервалы SB образуют канал синхронизации SCH (Synchronization Channel).

В радиointерфейсе СПРС 2G GSM специальной поддержки технологий позиционирования все еще не было. Были реализованы лишь два механизма синхронизации для управления радиоресурсами. В GSM фазе 1 была реализована синхронизация передач АТ по параметру времени оборота RTT (Round Trip Time), которая позволяла оценить упреждение передачи ТА (Timing Advance) в канале «вверх» UL. В GSM фазе 2 был реализован механизм OTD (Observed Time Difference) для оценки рассинхронизации между БС. Возможности использования представленных механизмов в задачах позиционирования были ограничены используемыми для этого пакетами NB и SB. Разрешение ТА определяется временем передачи бита; если $RTT = 3,69 \text{ мкс}$, точность, с которой можно оценить удаление, равна $d = RTT/2 \cdot c \sim 550 \text{ м}$.

СПРС 3G стандарта UMTS были разработаны организацией 3GPP и стали разворачиваться с 2000-х годов. Радиointерфейс UMTS основан на широкополосном множественном доступе с кодовым разделением WCDMA (Wideband Code Division Multiple Access) с шириной канала 5 МГц. Общий пилотный канал CPICH (Common Pilot Channel) является немодулированным кодовым каналом, который использует уникальный для каждой БС код и служит, в том числе, для установления размеров сот БС (рис. 1.5).

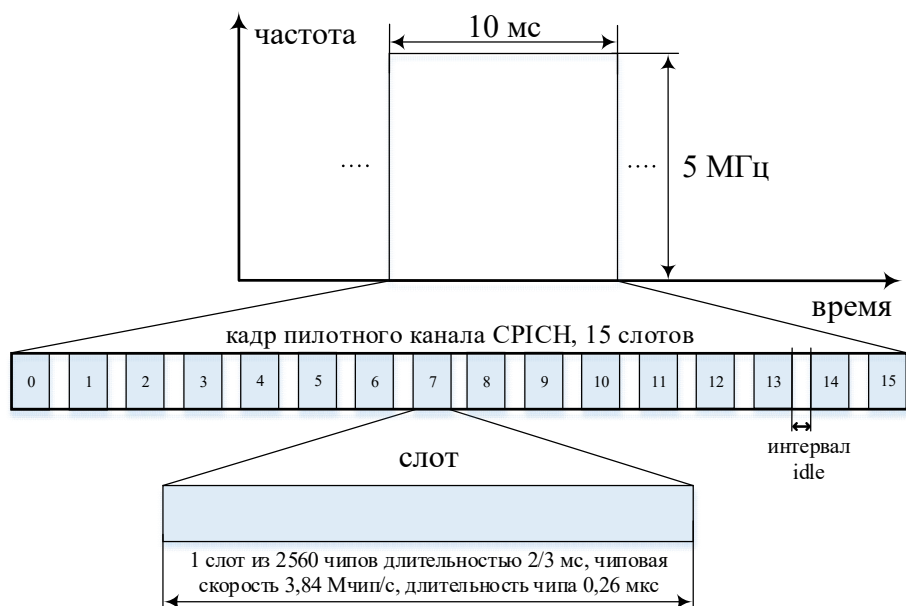


Рис. 1.5. Структура слота кадра UMTS канала CPICH

Длительность чипа при скорости передачи 3,84 Мчип/с равна 0,26 мкс, поэтому точность дальномерных измерений в UMTS имеет порядок 78 м ($3,0 \cdot 10^8$ м/с \cdot 0,26 мкс). Если разница многолучевых компонент составляет 0,26 мкс, то приемник WCDMA сможет разделить и сложить их когерентно.

СПРС 4G стандарта LTE (Long Term Evolution) разработаны организацией 3GPP и стали разворачиваться с 2010-х годов. Радиointерфейс LTE основан на доступе с ортогональным частотным мультиплексированием OFDMA (Orthogonal frequency-division multiple access) в DL. В UL, где излучаемая мощность значительно ниже, работает одночастотная технология SC-FDMA (Single-carrier FDMA), которая обеспечивает энергоэффективность АТ. Сигналы в DL и UL могут занимать полосы от 1,4 до 20 МГц в зависимости от числа ресурсных блоков (РБ). Передача данных организована в кадрах, продолжительность которых равна 10 мс. Кадры разделяются на 20 слотов длительность $T=15360 \cdot T_s=0,5$ мс, где T_s – элементарный временной интервал. Разделение частотного ресурса выполняется ресурсными блоками (РБ) с шириной полосы частот 180 кГц, что при разносе между соседними поднесущими частотами в 15 кГц соответствует 12 поднесущим.

Для дальномерных измерений в радиointерфейсе LTE специфицирован параметр разности времен опорных сигналов RSTD (Reference Signal Time Difference) [33, 34]. Параметр RSTD определяется как наименьшая разность моментов начала приема подкадров от двух eNB, расположенных в разных сотах. В пределах кадра различают подкадры из двух смежных слотов. Интервал измерений RSTD определяется двумя слотами в пределах одного подкадра с разрешением в T_s . Пусть $T_{\text{subframeRxj}}$ – момент начала приема подкадра eNB_j, а $T_{\text{subframeRxi}}$ – момент начала приема подкадра eNB_i, ближайший после начала приема $T_{\text{subframeRxj}}$, тогда $RSTD = T_{\text{subframeRxj}} - T_{\text{subframeRxi}}$ [33].

Измерения RSTD можно в принципе выполнить по любым сигналам нисходящего направления передачи DL, например, по пилотным сигналам сот CRS (Cell specific Reference Signals), или сигналам синхронизации PSS (Primary Synchronization Signal), SSS (Secondary Synchronization Signal). Препятствием для одновременного приема этих сигналов АТ от нескольких БС являются внутрисистемные помехи. Так, прием сигналов CRS, PSS и SSS возможен тогда, когда отношение сигнал/(шум+помехи) $SINR > -6$ дБ [35], однако этого условия недостаточно для одновременного обнаружения и приема сигналов в DL от нескольких территориально-распределенных eNB.

Для измерения параметра RSTD от нескольких eNB в 9-м релизе LTE были предложены специальные опорные сигналы позиционирования PRS (Positioning Reference Signal). По своей структуре сигналы PRS похожи на сигналы CRS и представляют собой псевдослучайную последовательность, модулированную сигналом ФМ-4 (QPSK, Quadrature Phase Shift Keying) с последующим отображением на частотно-временную сетку LTE с расположением ресурсных элементов по диагонали со сдвигами по поднесущим и OFDM-символам для избежания взаимного влияния с сигналами CRS. Сигналы PRS передаются с антенного порта 6, который определен как логический канал; отображение логического канала антенного порта на физическую антенну определяется БС. Пример отображения комплексных модулированных сигналов PRS на ресурсные элементы частотно-временной сетки для случая нормального ЦП и варианта конфигурации 1 и 2 антенных портов физического канала передачи вещательной информации PBCH (Physical Broadcast Channel) представлен на рис. 1.6 [33].

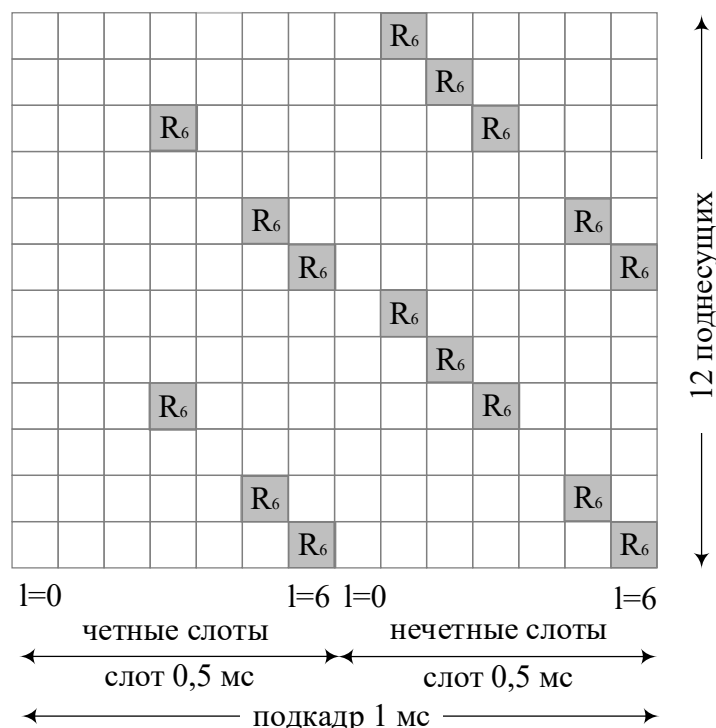


Рис. 1.6. Отображение сигналов PRS на частотно временную сетку OFDM

Каждый элемент частотно-временной сетки LTE представляет собой ресурсный элемент с индексом k в частотном домене и индексом l во временном домене. Ресурсные элементы, помеченные индексом R_6 , транслируют сигналы PRS внутри РБ из 12 поднесущих и 14 OFDM-символов.

Частотный сдвиг для каждой соты определяется как $v_{\text{shift}} = N^{\text{Cell ID}} \bmod 6$; таким образом, коэффициент повторного использования частот для сигналов PRS равен 6, т.е. всего может быть 6 частотных сдвигов (6 разных диагональных отображений сигналов PRS на частотно-временной ресурсной сетке). Сигналы PRS передаются в определенном порядке группами по N_{PRS} подкадров с периодичностью следования T_{PRS} подкадров. Параметр T_{PRS} определен в [36] и может принимать значения 160, 320, 640, а $N_{\text{PRS}} - 1, 2, 4$, или 6. Пример передачи сигналов PRS при $N_{\text{PRS}}=4$ представлен на рис. 1.7.



Рис. 1.7. Порядок передачи и конфигурация подкадров PRS

Передача групп подкадров PRS ведется с уникальными для соты сдвигами Δ_{PRS} , которые отсчитываются от начала передачи $\text{SFN}=0$. Параметры T_{PRS} и Δ_{PRS} определяются индексом I_{PRS} конфигурации PRS (табл. 1.20) [36].

Табл. 1.20. Индекс конфигурации сигналов PRS

Индекс PRS I_{PRS}	Период подкадров PRS T_{PRS}	Сдвиг подкадров PRS Δ_{PRS}
0 – 159	160	I_{PRS}
160 – 479	320	$I_{\text{PRS}} - 160$
480 – 1119	640	$I_{\text{PRS}} - 480$
1120 – 2399	1280	$I_{\text{PRS}} - 1120$
2400 – 4095	Зарезервировано	

В идеально синхронизированной сети сигналы PRS одной соты интерферируют с сигналами PRS другой соты только тогда, когда шаблон подкадров PRS этих сот совпадают, т.е. при равенстве параметра частотного сдвига $v_{\text{shift}} = N^{\text{Cell ID}} \bmod 6$. На рис. 1.8 представлен пример подкадра PRS со сдвигом $v_{\text{shift}}=1$: в не закрашенных элементах ничего не передается. Сигналы позиционирования, передаваемые в подкадрах PRS, излучаются с постоянной мощностью. Иногда группы подкадров PRS могут не излучаться вообще. Отключения сигналов PRS целесообразно тогда, когда UE принимает мощный сигнал PRS от своей обслуживающей БС, и поэтому не «слышит» слабый сигнал PRS от соседней БС (излучаемый с тем же частотным сдвигом v_{shift}). Прием слабого сигнала позиционирования от соседней БС станет возможен тогда, когда сигнал PRS обслуживающей БС будет отключен.

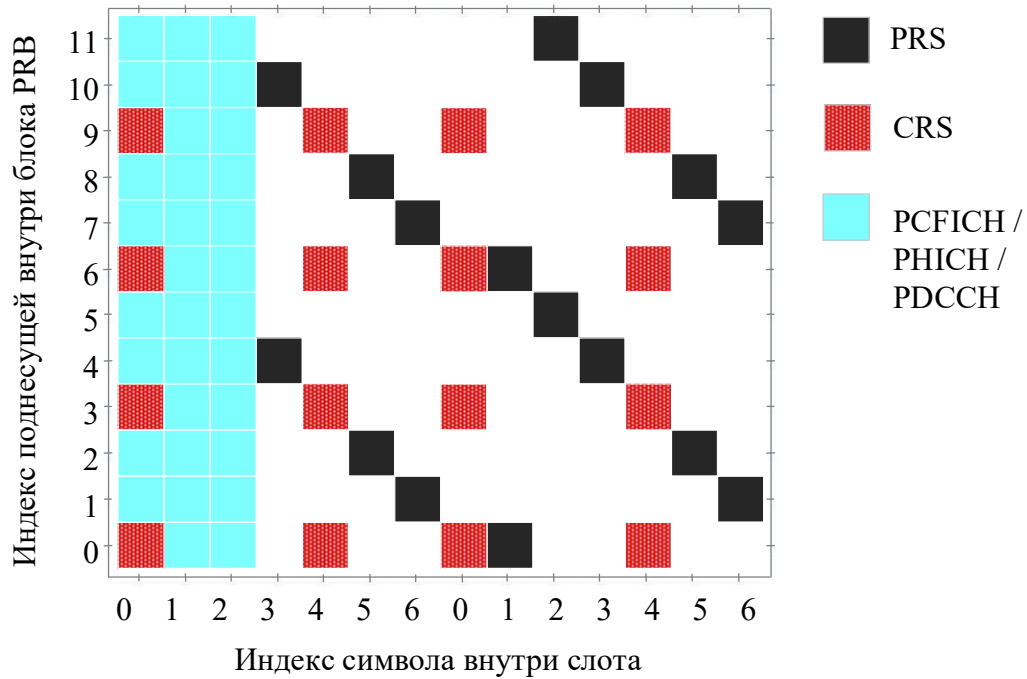
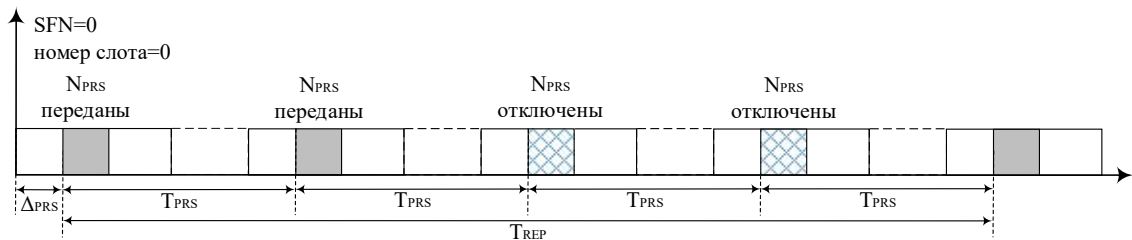
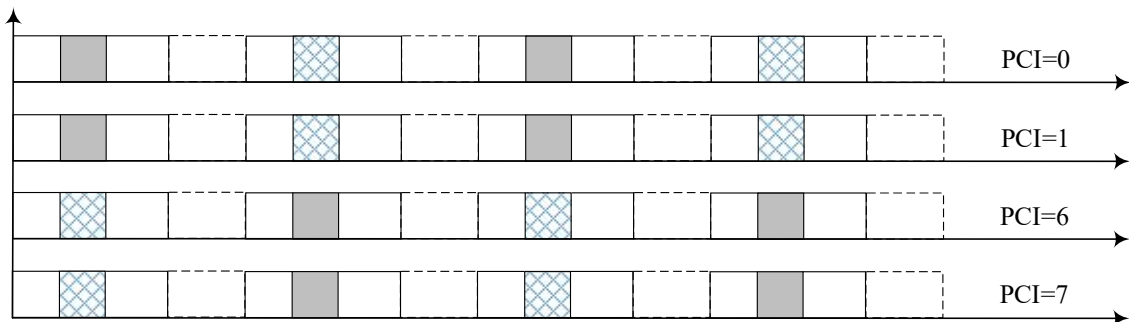


Рис. 1.8. Пример подкадра PRS со сдвигом $v_{\text{shift}}=1$ для 1-го антенного порта PDSCH

Периодичность отключения групп подкадров PRS определяется параметром T_{REP} , который измеряется числом последовательных групп подкадров PRS и может принимать значения 2, 4, 8, или 16 [37–39]. Команда на отключение представляет собой строку из 2, 4, 8, или 16 бит, в зависимости от параметра T_{REP} ; каждый бит определяет передачу (бит 1) или же отключение (бит 0). Первый бит в строке команды отключения соответствует первой группе подкадров PRS, которая следует за меткой SFN=0. Пример отключения командой 1100 для $T_{\text{REP}}=4$ представлен на рис. 1.9, а.



а) пример отключения группы подкадров PRS командой 1100 для $T_{\text{REP}}=4$



б) пример отключения группы подкадров PRS в разных сотах

Рис. 1.9. Пример отключения группы подкадров PRS

Пример отключения группы подкадров PRS разных сот представлен на рис. 1.9, б; передача в 4 разных сотах синхронизирована. Порядок следования групп подкадров PRS в сотах с идентификаторами PCI=0/PCI=6 и PCI=1/PCI=7 совпадает, поэтому сигналы PRS данных сот будут создавать друг другу взаимные помехи. Для исключения помех используется следующий порядок отключения: во время передачи сигналов PRS от сот с идентификаторами PCI=0 и PCI=1 группы подкадров PRS с аналогичным порядком следования от сот с идентификаторами PCI=6 и PCI=7 отключаются.

Синхронизация eNB в СПРС 4G LTE является обязательной для позиционирования OTDOA. Под фазовой (временной) синхронизацией понимается наличие опорного сигнала временной метки, у которого передний фронт синхроимпульса на обоих eNB совпадает. Если погрешность синхронизации eNB от опорного источника составляет $\pm\varphi$ с, то максимальный фазовый (временной) сдвиг между двумя eNB составит 2φ с (рис. 1.10).

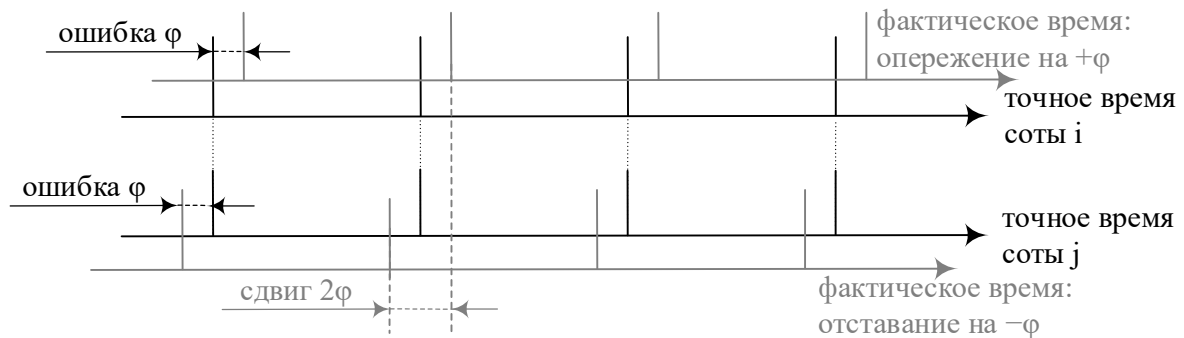


Рис. 1.10. Синхронизация фазы двух сот

При позиционировании OTDOA фазовый сдвиг приведет к тому, что $OTDOA = GTD + RTD$ будет отличаться от GTD на $RTD = (T_i - T_j) = 2\varphi$. Для метода OTDOA сдвиг синхронизации между eNB должен быть в пределах 100 нс (0.1 мкс), для чего требуется приемник GPS [33]. На синхронность излучения сигналов PRS, помимо временной метки GPS, оказывает влияние тракт между приемом метки GPS и излучением сигнала PRS с антенны eNB; задержки, вносимые блоками BB (Base Band) и RF (Radio Frequency) должны быть компенсированы так, чтобы $RTD = (T_i - T_j) = 0$ (рис. 1.11).

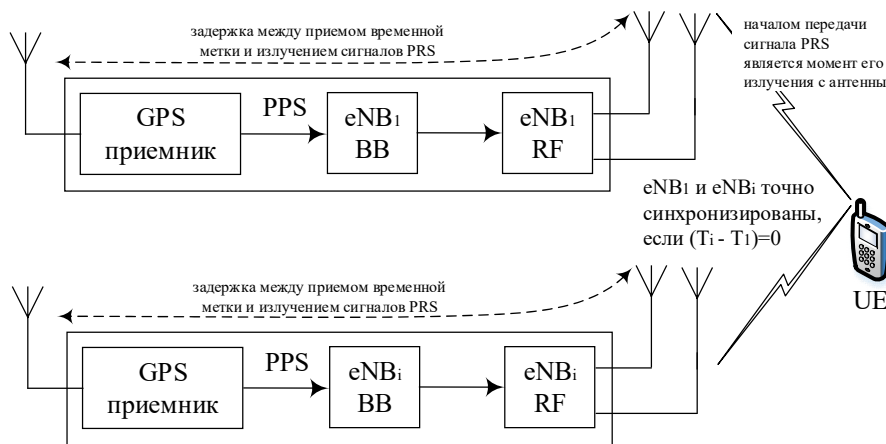


Рис. 1.11. Синхронизация eNB от GPS

На синхронность излучения сигналов PRS от eNB, помимо временной метки GPS, также оказывает влияние тракт между приемом временной метки GPS и излучением сигнала PRS с антенны eNB; задержки, вносимые блоками BB (Base Band) и RF (Radio Frequency) должны быть компенсированы так, чтобы $RTD=(T_i-T_l)=0$ (рис. 1.11).

Измерения RSTD в СПРС 4G LTE выполняются UE в режиме установленного соединения с обслуживающей БС eNB. Опорная сота i выбирается АТ. Измерения RSTD могут проводиться как от сот, которые работают на той же частоте, что и обслуживающая eNB, так и от сот, которые работают на частотах, отличных от частоты обслуживающей eNB. В первом случае опорная сота i и соседняя сота j работают на той же частоте, что и обслуживающая eNB. Во втором случае опорная сота i или же соседняя сота j работают на частоте, отличной от частоты обслуживающей eNB. Измерения RSTD могут принимать значения в диапазоне от $-15391 \cdot T_s$ до $15391 \cdot T_s$ с разрешением в $1T_s$ при $|RSTD| \leq 4096 \cdot T_s$ и с разрешением в $5T_s$ при $|RSTD| \geq 4096 \cdot T_s$ [35]. Элементарный временной интервал $T_s = 1/(15000 \cdot 2048) = 32,552$ нс, что дает 9,7656 м.

Окно поиска RSTD определяет оценку ожидаемого значения разности времен опорных сигналов и сообщается UE сервером позиционирования LS. Оценка ожидаемого значения RSTD может быть выполнена на основе предполагаемого местонахождения UE с точностью до соты по методу Cell ID; на основе этой оценки сервер позиционирования выбирает соседние соты для измерений RSTD. На основе предполагаемого местонахождения UE и соседних eNB_i, LS может вычислить расстояние между предполагаемым местонахождением UE и соседними БС eNB_i и, таким образом, оценить ожидаемое значение разности времен прихода опорных сигналов RSTD. На рис. 1.12 представлен пример сценария с опорной БС eNB₁, одной соседней БС eNB_i и двумя потенциально возможными местоположениями АС UE на расстоянии r от eNB₁ в точке А (ближе к eNB_i) и В (дальше от eNB_i).

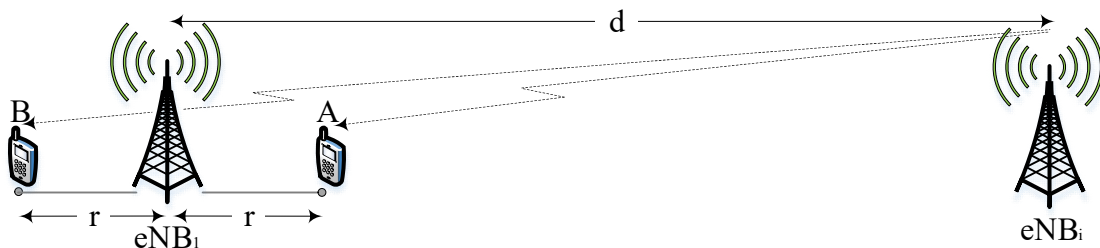


Рис. 1.12. Оценка окна поиска RSTD

Допустим, что сигнал, переданный eNB₁ в момент времени t , поступит на UE в момент времени $t_1=t+r/c$. Пусть неточность синхронизации RTD между двумя БС eNB₁ и eNB_i составляет Δ . Тогда сигнал, переданный eNB_i в момент времени $t+\Delta$, поступит на UE в точке А в момент $t_{iA}=(t+\Delta)+(d+r)/c$, а на UE в точке В в момент $t_{iB}=(t+\Delta)+(d-r)/c$. Таким образом, разность времен прихода сигналов eNB₁ и eNB_i на UE в точку А определяется как

$RSTD_{iA1} = t_{iA} - t_I = (\Delta + d/c) - 2r/c$, а разность времен прихода сигналов с eNB_1 и eNB_i на UE в точке В определяется как $RSTD_{iB1} = t_{iB} - t_I = (\Delta + d/c)$. Допустим опорная сота eNB_1 является обслуживающей, тогда параметр r/c может быть оценен по максимальному радиусу зоны обслуживания eNB_1 . В таком случае, окно поиска RSTD определяется выражением $[-r/c; r/c]$ с центром в $(\Delta + d/c - r/c)$. Таким образом, окно поиска RSTD определяется расстоянием r между опорной БС и искомым UE и может считаться одинаковым для всех соседних БС; расстояние r между опорной БС и искомым UE можно принять равным максимальному радиусу зоны обслуживания опорной БС. Центр окна поиска RSTD представляет собой ожидаемое значение RSTD, а размер окна поиска – ожидаемую погрешность RSTD. Ожидаемое значение RSTD μ_{RSTD} показывает разность времен опорных сигналов, измеренных UE от соседней и опорной сот. Это значение включает ожидаемую разность времен прихода сигналов и неточность синхронизации моментов излучения сигналов PRS разными БС. σ_{RSTD} показывает погрешность ожидаемого значения RSTD и сопоставима с погрешностью априорной оценки местонахождения UE с точностью до соты по методу Cell ID. Разрешение ожидаемой погрешности RSTD составляет $3 \cdot T_s$ [33]. На рис. 1.13, а представлено ожидаемое μ_{RSTD} и погрешность σ_{RSTD} UE при работе опорной и соседней соты на одной частоте. Если для измерений OTDOA используются разные несущие частоты (рис. 1.13, б), сеансы PRS на опорной и соседней сотах сдвинуты друг относительно друга на величину сдвига подкадра PRS Δ_{PRS} (сдвиг между первым подкадром PRS опорной соты на опорной частоте и первым появившимся подкадром PRS соседней соты на другой несущей частоте).

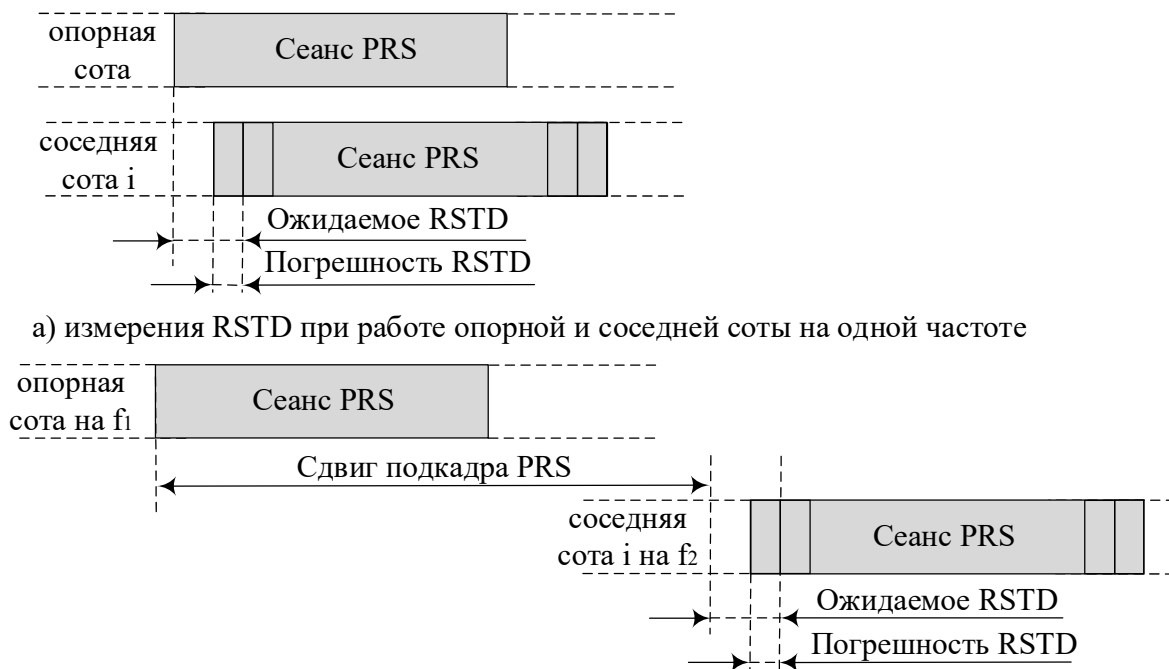


Рис. 1.13. Измерения RSTD при работе соты на одной и разных частотах

UE находит начала сеанса PRS соседней соты i в пределах окна поиска RSTD $[-\sigma_{RSTD} \cdot 3 \cdot T_s; +\sigma_{RSTD} \cdot 3 \cdot T_s]$ с центром в $T_{REF} + (1_{MC} \cdot N) + (\mu_{RSTD} \cdot 3 \cdot T_s)$, где T_{REF} – время начала приема подкадра PRS опорной соты; $N=0$, если абсолютный номер радиоканала соседней и опорной соты совпадают и $N=\Delta_{PRS}$ при работе опорной и соседней соты на разных радиоканалах.

Ожидаемое значение RSTD μ_{RSTD} по протоколу LPP кодируется (14-ю битами) целым числом в диапазоне от -8192 до $+8191$; окно поиска RSTD имеет диапазон $[-8192 \cdot 3 \cdot T_s; +8192 \cdot 3 \cdot T_s] \approx [-0,8 \text{ мс}; 0,8 \text{ мс}]$; это позволяет поддерживать частично синхронизированные сеансы PRS, когда максимальная погрешность частичной временной синхронизации передачи сигналов PRS от разных eNB не превышает половины подкадра, т.е. $0,5 \text{ мс}$.

В табл. 1.21 [35] представлены требования к точности измерений RSTD при SINR (Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio) больше -6 дБ в своей соте (intra) и больше -13 дБ в соседней соте (inter). Требования по измерению RSTD исчисляются в интервалах дискретизации LTE $T_s=32,55 \text{ нс}$. Точность дальномерных измерений в метрах приводится для минимальной ширины сигнала PRS в ресурсном блоке шириной 180 кГц из 12 поднесущих. Требования к измерениям RSTD на частоте соседней соты ниже, так как включают аппаратную задержку на перестройку частоты.

Табл. 1.21. Требования к точности измерений RSTD в 13-м релизе TS 36.133 [35]

Минимальная ширина канала PRS	Точность T_s		Точность, м	
	Intra	Inter	Intra	Inter
$\geq 1,08 \text{ МГц}$ (6 РБ)	± 15	± 21	$\pm 146,5$	$\pm 204,9$
$\geq 2,7 \text{ МГц}$ (15 РБ)	± 10	± 16	$\pm 97,6$	$\pm 156,1$
$\geq 4,5 \text{ МГц}$ (25 РБ)	± 6	± 10	$\pm 58,6$	$\pm 97,7$
$\geq 9 \text{ МГц}$ (50 РБ)	± 5	± 9	$\pm 48,8$	$\pm 87,8$
$\geq 13,5 \text{ МГц}$ (75 РБ)	± 4	± 8	$\pm 39,0$	$\pm 78,1$

Выводы. Проведенный анализ эволюции радиointерфейсов для позиционирования в СПРС позволяет сделать следующие выводы: 1) Со 2-го по 4-е поколение совершенствовались параметры радиосигнала, по которым производятся первичные дальномерные измерения, а именно, уменьшалась длительность элементарного временного интервала, которая позволяла оценить дальность: длительность бита GSM $3,69 \text{ мкс}$ давала порядок точности 550 м ; длительность чипа UMTS $0,26 \text{ мкс}$ давала порядок точности 78 м ; длительность временного интервала LTE $32,552 \text{ нс}$ давала порядок точности $9,7656 \text{ м}$. 2) В 4-м поколении LTE были введены специальные выделенные опорные сигналы позиционирования PRS; для повышения помехоустойчивости их приема в условиях внутрисистемных помех от разных базовых станций были предусмотрены специальные механизмы формирования, повторного использования и временного отключения сигналов PRS в разных сотах. 3) Для сбора первичных дальномерных измерений RSTD от территориально-распределенных БС обоснована необходимость их синхронизации.

Далее рассмотрим эволюцию стандартов позиционирования в СПРС.

1.3.3. Эволюция стандартов позиционирования в СПРС

Основным стимулом появления и развития стандартов ОМП в СПРС было позиционирование в случае экстренного вызова E911/E112. Данная техническая возможность не тарифицируется оператором и является обязательной к реализации национальным регулятором. Помимо регулятора возможности ОМП представляют интерес как для самих операторов в целях оптимизации работы радиосети, так и для третьих сторон в целях коммерциализации различных услуг геолокации. В первом случае говорят об организации радиосвязи, основанной на местоположении LAC (Location Aware Communication), что позволяет повысить пропускную способность и эффективность функционирования радиосети, например, за счет управления радиоресурсами, а также за счет организации пространственного уплотнения одновременных передач при адаптивном диаграммообразовании. Несмотря на то, что подход LAC может повысить эффективность построения и функционирования СРД, среди операторов долгое время не наблюдалось энтузиазма в части инвестиций в сетевую инфраструктуру для позиционирования [32]. Ожидаемый выигрыш мог быть нивелирован затратами; дополнительным препятствием являлось требование конфиденциальности МП АТ.

Начало стандартизации требований к позиционированию в СПРС было положено в 1996 году, когда Федеральная комиссия по электросвязи FCC (Federal Communications Commission) в отчете FCC 96-264 [40] определила фазы внедрения служб ОМП в СПРС для случаев экстренного вызова. В результате апробации возможностей ОМП на функционирующих сетях в 1999-м году в отчете FCC 99-245 [41] было решено дифференцировать требования в зависимости от того, где осуществляется обработка измерений. При позиционировании в устройстве требовалась точность 50 м для 67% и 150 м для 95% вызовов. При позиционировании сетью требовалась точность 100 м для 67% и 300 м для 95% вызовов. Точность в первом случае оказывалась выше за счет возможности комбинирования различных измерений.

В 2010 требования ОМП в СПРС были актуализированы в FCC 10-176 [42] для приведения к показателям общественной безопасности. При позиционировании в устройстве должна была обеспечиваться точность 50 м для 67% и 100 м для 90% вызовов. При позиционировании сетью должна была обеспечиваться точность 100 м для 67% и 300 м для 90% вызовов.

В 2014-м в FCC 14-13 [43] установлены требования ОМП внутри помещений с точность 50 м по горизонтали и 3 м по вертикали для 67% вызовов E911. В 2015-м в FCC 15-9 [44] установлено ограничение на задержку ОМП не более 30 с. Также появились требования к 3D позиционированию внутри помещений с точностью до квартиры в многоквартирном доме.

В СПРС 2G GSM изначально стандартов для позиционирования не было. Для целей радиосвязи были специфицированы два способа синхронизации передач. В GSM фазе 1 для улучшения хэндовера была предложена

процедура синхронизации по метрике двойного оборота RTT в UL. На основе RTT АТ мог установить временное упреждение ТА для передачи в UL. В GSM фазе 2 была определена процедура синхронизации OTD, основанная на измерении в DL разности времен прихода сигналов от двух БС. Таким образом, возможности позиционирования в сетях 2G GSM были ограничены использованием дальномерных измерений по сигналам пакетов SB. Опыт ОМП в СРД GSM показал необходимость синхронизации БС как опорных пунктов приема для реализации механизмов трилатерации в перспективе.

В 1998 году был создан консорциум 3GPP (3rd Generation Partnership Project), разрабатывающий спецификации для СПРС. Функциональное описание сервисов геолокации LCS (Location Service) в СПРС 2G GSM было разработано в 1999 году в 3GPP TS 03.71 [45]. Для GSM были определены следующие методы позиционирования: *Cell ID*, *TA*, *uplink TOA*, *E-OTD (enhanced OTD)*; также в 2000-х был предложен метод *A-GPS*, в котором СПРС дополняли возможности спутниковой навигации. Полное описание сервисов LCS для GSM помимо требований к позиционированию, включало требования к другим KPI и содержалось в 3GPP TS 22.071 [46].

В СПРС 3G UMTS функциональное описание сервисов геолокации было разработано в 1999 году в 3GPP TS 25.305 [47]. Для UMTS были определены следующие методы позиционирования: *Cell ID*, *OTDOA (Observed TDOA)* с периодами *idle periods* в канале вниз DL (*IPDL*) и *A-GPS*. Измерения задержек прихода сигнала осуществлялись в нисходящем направлении DL по пилотному каналу CPICH. В 2005-м году в 7-м релизе 3GPP TS 25.305 [48] была добавлена поддержка метода *UTDOA (Uplink TDOA)*. В 2010-м году в 10-м релизе 3GPP TS 25.305 [49] была добавлена поддержка метода сопоставления образов местоположения по радиокarte *RFPM (RF Pattern Matching)* для повышения точности позиционирования методом *Cell ID*.

В СПРС 3.9G поддержка технологий позиционирования в сетях 3.9G LTE релизов 8 и 9 была специфицирована в 2008 году в RP-080995 [50]; задачей спецификации была разработка протокола и метода позиционирования АТ в DL, а также разработка систем *A-GNSS* в части определения методов поддержки систем спутниковой навигации в местах слабого приема спутникового сигнала. Метод позиционирования в канале DL был похож на уже реализованные методы *E-OTD* в GERAN (GSM) и *OTDOA* в UTRAN (UMTS). Для эволюционного развития сетей UMTS возможности позиционирования рассматривались не только в целях ОМП в случае экстренного вызова, но также и в целях оптимизации работы самоорганизующейся радиосети SON (Self-organizing network). Объектом дальнейшего совершенствования в сетях LTE был метод *OTDOA* с *IPDL* из UMTS, эволюция которого проявилась в том, что предлагалось использовать выделенные опорные сигналы для позиционирования PRS и временное отключение сигнала обслуживающей соты. Сигнал PRS мог располагаться в разных подкадрах для

измерения RSTD. В 2009-м году в 9-м релизе 3GPP TS 36.305 [51] в качестве решений для сетей LTE были специфицированы методы enhanced Cell ID (E-CID), OTDOA с выделенным сигналом позиционирования PRS, а также A-GNSS. В 9-м релизе 3GPP TS 36.355 [37] была специфицирована поддержка протокола позиционирования LPP (LTE Positioning Protocol); в 9-м релизе 3GPP TS 22.071 [52] были актуализированы сервисы геолокации. В 4-м релизе [53] были предложены методы OTDOA-PE, а также DGPS-A.

СПРС 4G LTE-Advanced стандартизированы в 10-м релизе 3GPP и призваны удовлетворить требования 4G: пиковая скорость до 1 Гбит/с для малоподвижных и до 100 Мбит/с для высокоподвижных абонентов. Эволюция СПРС с LTE-A внесла понятие гетерогенных сетей с макро и микросотами и такими техническими решениями как агрегация полос CA (Carrier Aggregation), координированная многоточечная передача и прием CoMP (Coordinated Multipoint) и технологии MIMO; ширина частотного канала в LTE-A могла достигать до 100 МГц. В СПРС 4G LTE-A для ОМП рассматривались следующие возможности. 1) *Сетевое позиционирование (Network Based)*. В 2012-м году в 11-м релизе 3GPP TS 36.305 [54] было включено позиционирование UTDOA для дополнения систем A-GNSS в условиях слабого приема спутникового сигнала, а также для поддержки станций без возможности обработки сигналов в DL по методу OTDOA. Измерения в UTDOA производятся в LMU [55] по сигналам UL в физическом канале передачи пользовательского трафика и сигнализации PUSCH (Physical Uplink Shared Channel). 2) *Метод RFPM* или метод радиокарты RF fingerprinting является дополнительным методом в протоколе LPP к уже существовавшим методам, определенным в релизе 9. Включение метода радиокарты RFPM в LTE было специфицировано в 2013-м году в 12-м релизе 3GPP TR 36.809 [56]. 3) *Улучшенное позиционирование*. Объектом улучшения для сетей LTE-A выступали определенные в 9-м релизе методы OTDOA и E-CID. Инструменты повышения точности были специфицированы в 13-м релизе 3GPP TR 36.855 [57] и включали следующие возможности: а) разнесенная передача/прием сигналов PRS; б) гетерогенная сеть с макро и микросотами (последние при этом могли улучшить прием сигналов PRS); в) множественные соты с CA/CoMP для повышения точности позиционирования E-CID.

В СПРС 4.5G, известным с 13-го релиза как LTE-Advanced Pro, консорциумом 3GPP отводилась особое внимание позиционированию внутри помещений, что объяснялось повышенными требованиями по точности ОМП внутри помещений, регламентированными FCC для служб E911; доработки были специфицированы в 2016-м году в 3GPP TR 37.857 [58]. Благодаря влиянию FCC стандартизация технологий позиционирования получила новый стимул; было предложено несколько улучшений существующих методов 3GPP: OTDOA, UTDOA, E-CID, RFPM, а также технологий позиционирования, отличных от 3GPP, таких как A-GNSS, маяки TBS, СРД

WiFi/Bluetooth, использование барометра. В СПРС 4,5G LTE-A Pro для ОМП рассматривались следующие возможности. 1) Улучшение метода OTDOA путем: а) повышения характеристик передачи сигнала PRS в полосе частот более 20 МГц за счет агрегации полос; б) использования новых форматов PRS в нелицензируемых диапазонах (LTE-U); в) повышения вероятности радиоприема сигналов PRS в сценариях CoMP с большим числом пикосот. 2) Использование D2D: устройства UE, выполняющие роль опорных пунктов с известным местоположением, могли кооперироваться с устройствами UE – объектами позиционирования, для повышения точности ОМП посредством дальномерных и мощностных измерений по каналу PS-DCH (Physical Sidelink Discovery Channel), специфицированному в релизе 12. 3) Использование MIMO: ОМП по вертикали может быть улучшено посредством множественных антенн и технологии диаграммообразования по высоте elevation beamforming или MIMO полного измерений full dimension EB/FD MIMO. 4) WLAN/Bluetooth: дальномерные и мощностные измерения СРД WLAN/Bluetooth могут быть объединены с измерения сети 3GPP. 5) TBS: включение маяков TBS в пределах развернутой инфраструктуры СПРС может повысить точность ОМП. 6) Барометр: включение барометра в перечень средств позволяет повысить вертикальную точность ОМП. Средства повышения точности позиционирования, такие как TBS, WLAN/Bluetooth и барометр были специфицированы в 2016-м году в 13-м релизе 3GPP TS 36.305 [59]. Также были актуализированы требования к измерению RSTD на несущей частоте своей (intra) и соседней (inter) соты. Спецификация 3GPP TS 22.071 [60] была актуализирована в части требований к горизонтальной и вертикальной точности позиционирования. На рис. 1.14 представлена хронология развития стандартов позиционирования в СПРС 2G – 4G.

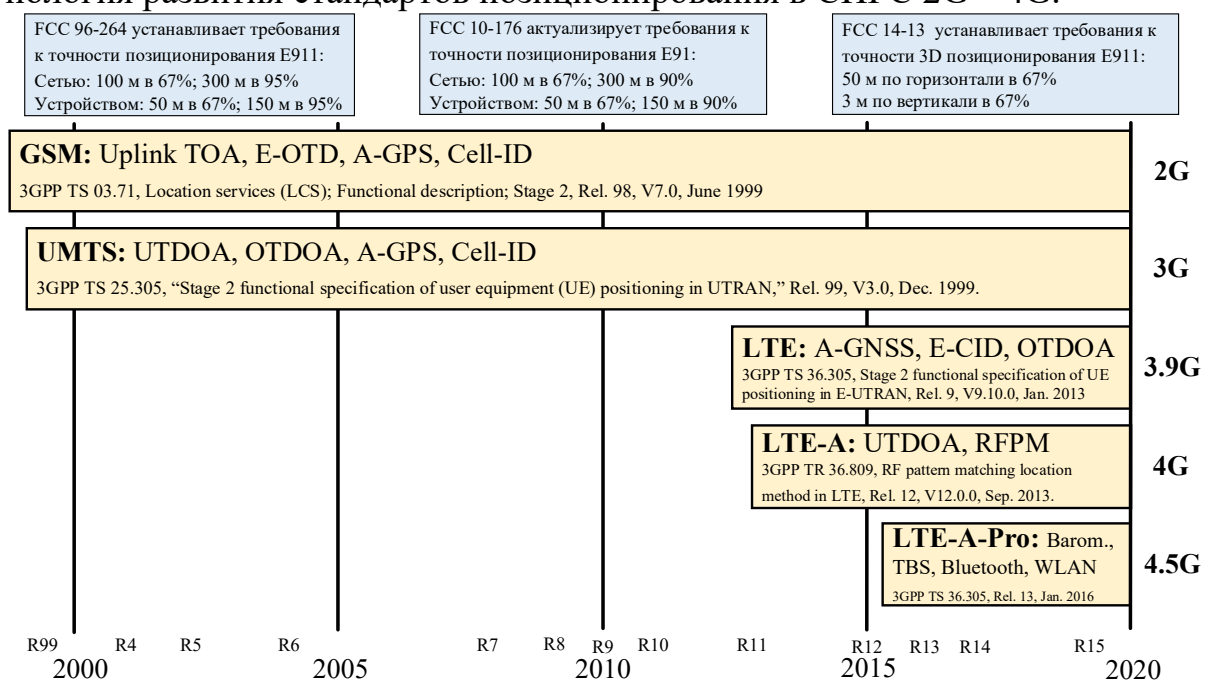


Рис. 1.14. Хронология развития стандартов позиционирования в сетях 2G – 4,5G

1.3.4. Эволюция методов позиционирования в СПРС

В англоязычной литературе существуют два термина для обозначения определения местоположения: *positioning* – позиционирование (определение географических координат объекта; позиция может быть представлена точкой в декартовых координатах местоположения объекта) и *localization* – локализация (отображение координат на карту; идентификация местоположения на местности /электронной карте), которые обычно используются как синонимы [32]. Позиционирование в СПРС основано на известных принципах радиолокации и радионавигации для измерения координат объектов с помощью радиоволн; отличие радиолокации от радионавигации заключается в том, что в радионавигации более активную роль играет объект, координаты которого измеряются. При позиционировании абонентских терминалов (АТ) используются опорные станции с известным местоположением: базовые станции (БС) в СПРС, или спутники в ГНСС. Позиционирование в СПРС используется в случаях, когда прием сигнала ГНСС затруднен, например, в условиях плотной городской застройки и/или внутри помещений.

Для сбора первичных измерений в СПРС может использоваться как канал «вниз» DL (Downlink) от БС к АТ, так и канал «вверх» UL (Uplink) от АТ к БС. После сбора первичных измерений выполняется их обработка, в результате которой с использованием некоторого алгоритма и знания координат опорных базовых станций осуществляется вычисление координат АТ.

В зависимости от того, где производятся вычисления, различают позиционирование с вычислениями *в терминале* и *в сети*. При позиционировании *с вычислениями в терминале* АТ производит оценку координат самостоятельно на основе первичных измерений, полученных от передающих опорных БС или спутников; вспомогательные данные сопровождения (координаты опорных станций) поступают из сети. При позиционировании *с вычислениями в сети* оценка координат производится сетевым сервером геолокации; первичные измерения при этом могут формироваться двумя способами: а) АТ передает сигналы, по которым опорные БС выполняют первичные измерения; б) опорные БС передают сигналы, по которым АТ выполняет первичные измерения и отправляет их обратно в сеть. При ОМП в СПРС наибольшее распространение получил способ позиционирования с вычислениями в опорной сети; такой подход обеспечивает централизованное управление сервисами мобильной геолокации.

В зависимости от степени вовлечения АТ и сетевой инфраструктуры – опорных БС и сервера геолокации различают следующие способы позиционирования: а) на основе мобильной станции (Mobile-based) без участия сетевой инфраструктуры: АТ измеряет уровень сигнала и определяет местоположение независимо от сети; б) с поддержкой сети (Network-assisted): процесс ОМП происходит в АТ, однако АТ получает поддержку от сети; в) с поддержкой АТ (MS-assisted): АТ измеряет уровни принимаемых от БС

сигналов, а сеть определяет МП АТ; г) на базе сети (Network-based): сеть выполняет все функции, связанные с определением местоположения.

Каждый из перечисленных способов ОМП поддерживается одним или несколькими методами позиционирования, которые постоянно развиваются и/или дополняются новыми методами, позволяющими устранить или минимизировать недостатки предыдущих. Независимо от того, где выполняется обработка первичных измерений и производится оценка координат, а также независимо от степени вовлечения АТ и сети в процесс ОМП различают следующие *принципы позиционирования в СПРС*.

Трилатерация (Trilateration) – принцип оценки координат на основе вычисления точки пересечения геометрических фигур (рис. 1.15, а). Для дальномерного метода TOA (Time of Arrival) измеренные времена прихода сигнала на плоскости образуют окружности, а в пространстве – сферы. Для разностно-дальномерного метода TDOA (Time Difference of Arrival) измеренные разности времен прихода сигнала на плоскости образуют гиперболы, а в пространстве – гиперboloиды. Помимо времени прихода можно измерять также уровень принимаемого сигнала RSS (Received Signal Strength) или разность уровней DRSS (Difference of RSS).

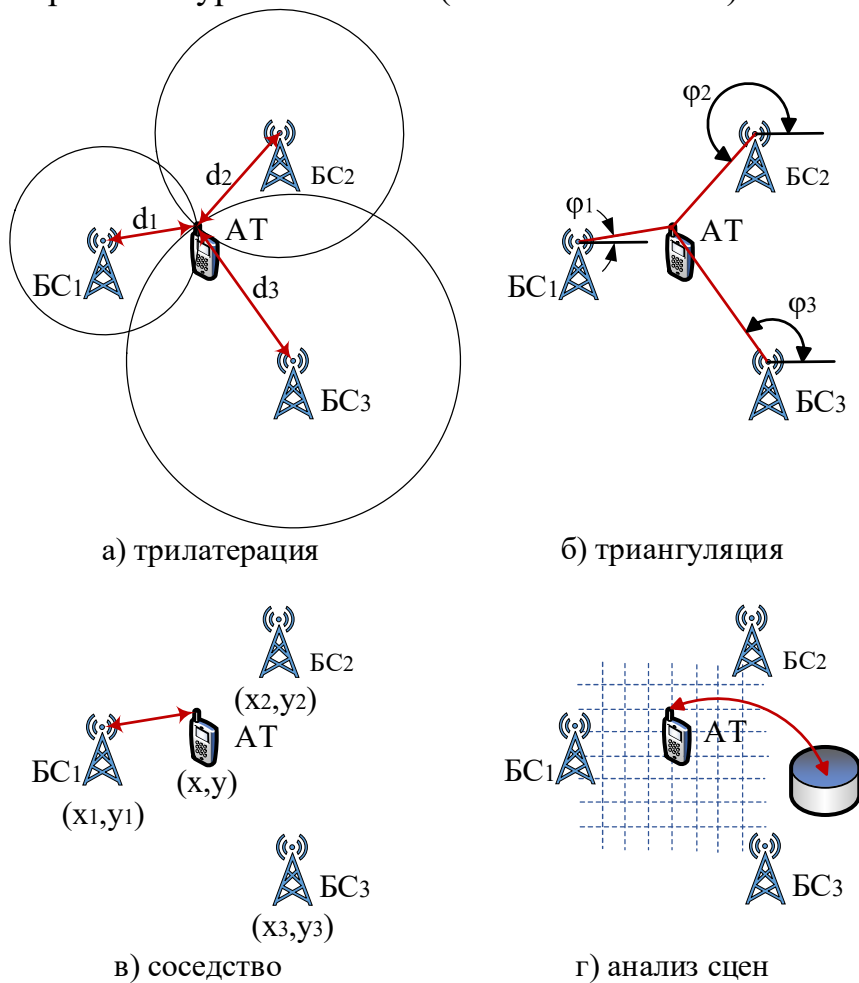


Рис. 1.15. Принципы позиционирования в СПРС

Триангуляция (Triangulation) – метод оценки координат на основе вычисления точки пересечения углов прихода сигнала АОА (Angle of Arrival) или направлений прихода сигнала ДООА (Direction Of Arrival) (рис. 1.15, б).

Метод триангуляции источника радиоизлучения (ИРИ) основан на определении угла/направления прихода сигнала на нескольких позициях АОА/ДООА. Для определения угла прихода сигналов используются фазированные антенные решетки (ФАР), устанавливаемые на БС. Поскольку диаграмма направленности антенн (ДНА) приемных базовых станций имеет определенную ширину, то точность позиционирования ухудшается по мере удаления ИРИ от БС. Для пеленгации объекта на плоскости его сигнал должен быть принят не менее чем двумя БС одновременно.

Соседство/близость (Proximity) – метод оценки координат на основе известного местоположения ближайшего опорного узла. Примером может быть распространенный метод идентификатора соты Cell ID, который определяет местоположение АТ с точностью до сот (БС) (рис. 1.15, в).

Анализ сцен (Scene Analysis, Fingerprinting) – метод оценки координат на основе анализа соответствия текущих первичных измерений (RSS, TOA) уже имеющимся в базе данных (БД), когда каждому набору измерений в БД соответствует свое местоположение АТ (рис. 1.15, г). Примером может быть так называемый метод радиокарты, полученной по измерениям уровня сигнала RSS; данный метод требует заблаговременного построения радиокарты для заданного участка, т.е. требует предварительных измерений RSS с занесением их в БД в зависимости от местоположения АТ. Недостатком метода является то, что любое изменение обстановки на данном участке, которое может повлиять на условия РРВ и, таким образом, на измерения RSS, требуют актуализации радиокарты.

Гибридный/комбинация (Hybrid) – метод оценки координат на основе комбинации результатов разных методов; используется для повышения точности позиционирования по сравнению с каким-либо одним методом.

В настоящее время системы, использующие описанные выше принципы, активно развиваются, и в лучших из них точность достигает единиц метров. Однако на пути реализации таких систем стоит немало проблем, главной из которых является многолучевое распространение радиоволн (МРРВ) в условиях города. Ввиду того, что в городе, где условия РРВ имеют сложный характер, сигнал, излученный передатчиком, вследствие переотражений от препятствий, может приходить на приемник с иных, по сравнению с истинным, направлений; проблема переотраженных сигналов в ОМП известна как проблема NLOS (Non-Line Of Sight) и будет рассмотрена далее.

Из теории систем радиолокации и радионавигации известно, что точность позиционирования определяется в первую очередь формой сигнала, используемого для сбора первичных измерений, поэтому далее рассмотрим эволюцию радиоинтерфейсов, определяющих точность измерений в СПРС.

Далее рассмотрим *эволюцию методов позиционирования в СПРС*.

Метод **Cell ID** является наиболее простым и использует уникальный идентификатор соты Cell ID и географические координаты ее центра БС. Местоположение АТ определяется с точностью до зоны обслуживания той БС, в которой этот терминал зарегистрирован. Значение Cell ID постоянно находится в памяти АТ; при смене соты значение Cell ID обновляется. Погрешность определения координат АТ в Cell ID соизмерима с размерами соты; за местоположение АТ принимается географическое расположение обслуживающей БС. В крупных городах размер соты минимальный, и точность метода может быть порядка сотен метров. В пригородных и сельских районах плотность БС ниже, поэтому точность метода может составлять десятки километров. Повысить точность позиционирования можно за счет метода TA (timing advance) в GSM [45] и метода RTT (Round Trip Time) в UMTS [47], а также за счет измерений уровня принимаемого сигнала RXLEV в GSM и уровня RSCP (Received Signal Code Power) в UMTS.

Метод **Cell ID TA** основан на определении задержки распространения сигнала TA от базовой станции до АТ в пределах соты. Для определения TA система ОМП инициирует пейджинг АТ, в результате сеть получает идентификатор обслуживающей БС и значение временной задержки TA, с помощью которой рассчитывается удаление АТ от БС, при этом получается окружность, на которой АТ может находиться. Пример ОМП АТ для трехсекторной БС с шириной сектора 120° представлен на рис. 1.16.

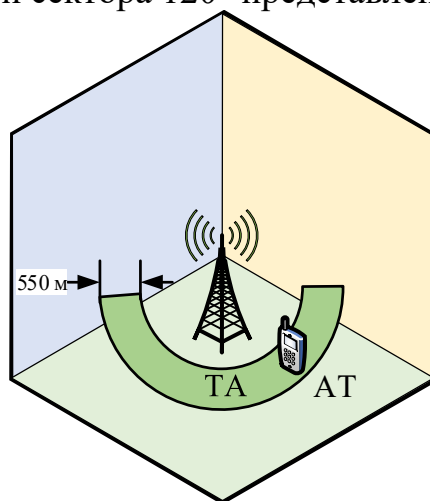


Рис. 1.16. Метод позиционирования Cell ID+TA в трехсекторной соте

В результате измерения задержки в секторе выделяется дуга шириной около 550 м. Для радиointерфейса GSM разрешение TA по ширине дуги определяется временем передачи одного бита; если $RTT=3,69$ мкс, то $d=RTT/2 \cdot c \sim 550$ м. Метод Cell ID может быть реализован в любой СПРС без какой-либо дополнительной аппаратной или программной модернизации. Недостатком метода Cell ID является низкая точность ОМП, которая ограничена размером соты, а также разрешением TA и RTT.

Метод *Cell ID RTT* предусматривает измерение времени между отправкой запроса и получением ответа. При помощи данного метода рассчитывается расстояние от БС или модуля измерения местоположения LMU (Location Measurement Unit) до АТ с использованием модели радиуса соты БС $d = RTT/2 \cdot c + e$, где $c = 3,0 \cdot 10^8$ м/с, $e = \delta \cdot c$ – погрешность измерений расстояния, δ – погрешность измерения времени (рис. 1.17).

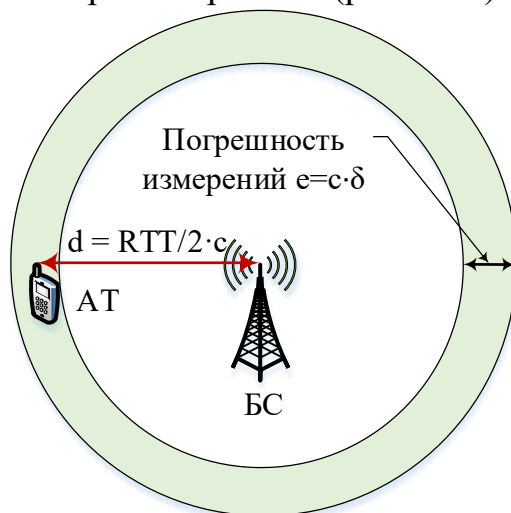


Рис. 1.17. Метод позиционирования по измерению Cell ID+RTT

Для более точной оценки положения АТ методом RTT следует использовать в вычислениях измерения RTT от соседних БС. Тогда АТ будет находиться в точке пересечения трех окружностей соседних БС, расположенных в центрах этих окружностей. Погрешность оценки местоположения АТ определяется пределами погрешностей всех измерений RTT. Для радиointерфейса UMTS длительность чипа равна 0,26 мкс, поэтому точность оценки дальности составляет 78 м ($3,0 \cdot 10^8$ м/с \cdot 0,26 мкс).

Метод *E-CID* (Enhanced Cell ID) был специфицирован в 10-м релизе UMTS [49] и в 9-м релизе LTE [61] и совмещал позиционирование по радиопокрытию БС с измерениями AOA, TA, RTT, RSS.

Метод *RFPM* относится к категории анализа сцен и сопоставления образов и требует предварительного составления базы данных (БД) измерений, сопоставляя которые с текущими измерениями можно оценить местоположение АТ. Позиционирование методом RFPM в гетерогенных сетях в условиях города и пригорода исследовалось в 3GPP TR 36.809 [56]. Для сетей LTE-A-Pro начиная с 13-го релиза TS 36.305 [59] метод RFPM основывался на измерениях в СРД WLAN и Bluetooth внутри помещений. Принцип действия RFPM основан на измерении фазовых, временных и амплитудных параметров радиосигнала, принятого в условиях прямой видимости, или отраженного от естественных и/или искусственных препятствий при РРВ. Измеренные параметры радиосигнала формируют так называемый радиотпечаток/fingerprint; совокупность радиотпечатков образует радиокарту для

заданного участка. В процессе работы передатчика АТ на БС поступает несколько сигналов, как «прямых», так и отраженных. Совокупность радиоотпечатков характерна для определенного местоположения АТ. Для каждой БС предварительно создается библиотека образов или БД радиокарт. При ОМП принятый образ сравнивается с образами из БД и, определив наиболее близкий к принятому, получают координаты АТ (рис. 1.18).

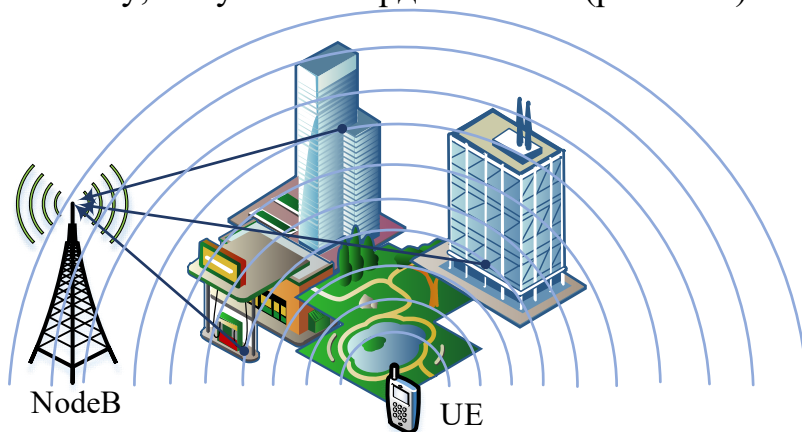


Рис. 1.18. Метод позиционирования RFPM

В методе RFPM, как правило, измерениями являются уровни принимаемого сигнала RSS. Точность метода определяется предварительно составленной БД радиокарт. Недостатком метода является необходимость одновременного создания БД радиокарт для всех БС сети, а также их актуализация при пространственных изменениях, которые могут повлиять на условия РРВ, и таким образом, на уровни принимаемых сигналов RSS.

Метод *UL-TOA (Uplink TOA)* был специфицирован в 1999-м году для сетей GSM [45] и основан на измерении задержки времен прихода сигналов в канале «вверх» от АТ до нескольких БС по пакетам доступа, или другим пакетам, периодически излучаемым АТ. UL-TOA относится к категории Network-based с вычислениями в сети и обеспечивает точность, которая зависит от числа БС, участвующих в измерениях. Для реализации метода требуется: а) наличие модуля измерения местоположения LMU (Location management unit) на каждой БС; б) синхронизация часов на каждой БС, например, с помощью GPS; в) организация связи АТ с БС, участвующими в измерениях. Первичные дальномерные измерения собираются в модулях LMU, и отправляются в сервисный центр позиционирования SMLC (Serving Mobile Location Center), где для позиционирования АТ решается система:

$$\begin{cases} d_1 = c(t_0 + t_1) \\ d_2 = c(t_0 + t_2) \\ d_3 = c(t_0 + t_3) \end{cases} \quad (1.1)$$

где t_0 – время излучения сигнала АТ, t_i – время приема сигнала БС $_i$, $i=1, \dots, N$, N – число БС, участвующих в измерениях, c – скорость света. Время t_0 SMLC неизвестно и (1.1) можно преобразовать к виду:

$$\begin{cases} \Delta d_{21} = c(t_2 - t_1) \\ \Delta d_{31} = c(t_3 - t_1) \end{cases} \quad (1.2)$$

где $\Delta d_{ij} = d_i - d_j$ – линии постоянной разности расстояний – гиперболы (рис. 1.19), пересечение которых определяет местоположение АТ; Δd_{ij} можно выразить через известные SMLC координаты БС (x_i, y_i) , следовательно решение (1.2) с двумя неизвестными координатами АТ (x, y) становится тривиальным.

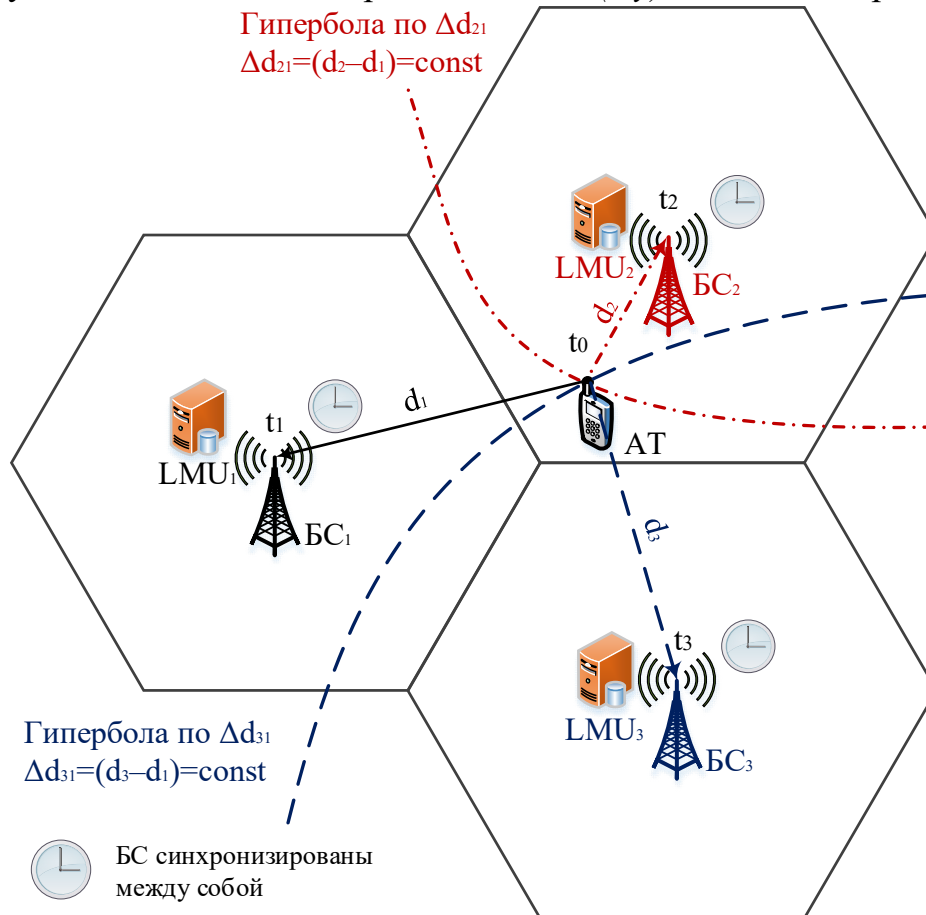


Рис. 1.19. Метод позиционирования UL-TDOA

Метод **Uplink TDOA** был специфицирован в 2005-м году для сетей UMTS в 7-м релизе [48] и в 2012-м году для сетей LTE-A в 11-м релизе [54]. Данный метод является аналогом метода UL-TDOA в GSM с тем отличием, что модули LMU могут сами обмениваться принятыми от АТ сигналами и вычислять их кросс корреляцию, т.е. получать измерения разностно-дальномерным методом (РДМ). РДМ измерения затем поступают в сервисный центр позиционирования SMLC для вычисления координат АТ.

Метод **OTD (Observed Time Difference)** основан на механизме синхронизации OTD измерения и сравнения моментов прихода сигналов от разных БС на АТ. E-OTD (Enhanced OTD) специфицирован для GSM в 1999-м году [45] и является развитием механизма синхронизации OTD. Различают гиперболический (разностно-дальномерный) TDOA/Hyperbolic и круговой (дальномерный) TOA/TDOA/Circular методы позиционирования E-OTD.

Для пояснения методов E-OTD введем следующие понятия.

OTD (Observed Time Difference) – наблюдаемая разность времен прихода сигнала: наблюдаемый AT временной интервал между приемом сигналов в DL от двух территориально-распределенных БС в разных сотах. Если сигнал от БС₁ принят в момент времени t_1 , а сигнал от БС₂ в момент времени t_2 , $OTD = t_2 - t_1$; если сигналы приняты одновременно, $OTD = 0$.

RTD (Real Time Difference) – неточность временной синхронизации между двумя территориально-распределенными БС. Если БС₁ передает сигнал в момент t_3 , а БС₂ – в момент t_4 , то $RTD = t_4 - t_3$; если же БС₁ и БС₂ синхронизированы точно и осуществляют передачу одновременно, то $RTD = 0$.

GTD (Geometric Time Difference) – геометрическая разность времен прихода сигналов. Если расстояние между БС₁ и АТ d_1 , а между БС₂ и АТ – d_2 , то разность времен прихода сигналов от БС₁ и БС₂ на АТ определяется как $GTD = (d_2 - d_1)/c$. Наблюдаемая разность времен прихода OTD связана с геометрической разностью времен прихода GTD и неточностью синхронизации RTD между двумя БС соотношением $GTD = OTD - RTD$.

Метод **Hyperbolic E-OTD** проиллюстрирован на рис. 1.20: OTD измеряется АТ, а RTD измеряется LMU₁, следовательно, GTD может быть вычислен. GTD₂₁ определяет гиперболу $\Delta d_{21} = d_2 - d_1$, а GTD₃₁ гиперболу $\Delta d_{31} = d_3 - d_1$; пересечение GTD₂₁ и GTD₃₁ определяет местоположение АТ.

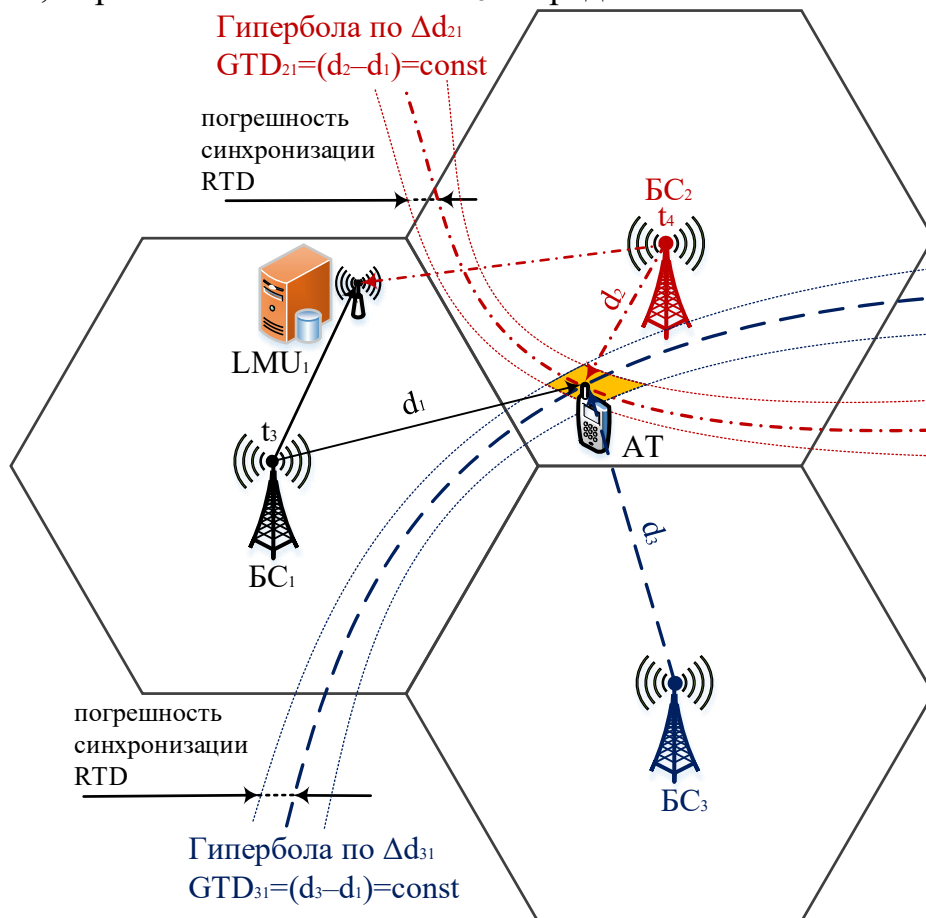


Рис. 1.20. Метод позиционирования hyperbolic E-OTD

Измерения для E-OTD в DL осуществляются по широковещательному каналу управления BCCH (Broadcast Control Channel) или каналу синхронизации SCH (Synchronization Channel). Сети GSM изначально не предполагали синхронизацию базовых станций, поэтому для функционирования E-OTD необходимо наличие как минимум одного модуля LMU с известным местоположением для измерения параметра RTD рассинхронизации разных БС. Параметр GTD, характеризующий время распространения сигнала от БС к АТ, получался вычитанием RTD из OTD. При оценке координат самим устройством, АТ вычисляет свои координаты с использованием принимаемых из сети сопутствующих данных: параметра RTD и известных координат БС. При оценке координат сетью, АТ отправляет параметр OTD, на основе которого вычисление координат производится в SMLC с использованием параметра RTD и известных координат БС. Принцип действия метода Hyperbolic E-OTD проиллюстрируем в сравнении с методом OTDOA-IDPL.

Метод *Circular E-OTD* проиллюстрирован на рис. 1.21 и основан на измерении времени прихода сигнала в DL от БС до АТ и модуля измерения LMU, координаты которого точно известны. Для ОМП на плоскости необходимо как минимум три БС; часы БС не синхронизированы; часы АТ и модуля измерения LMU также не синхронизированы.

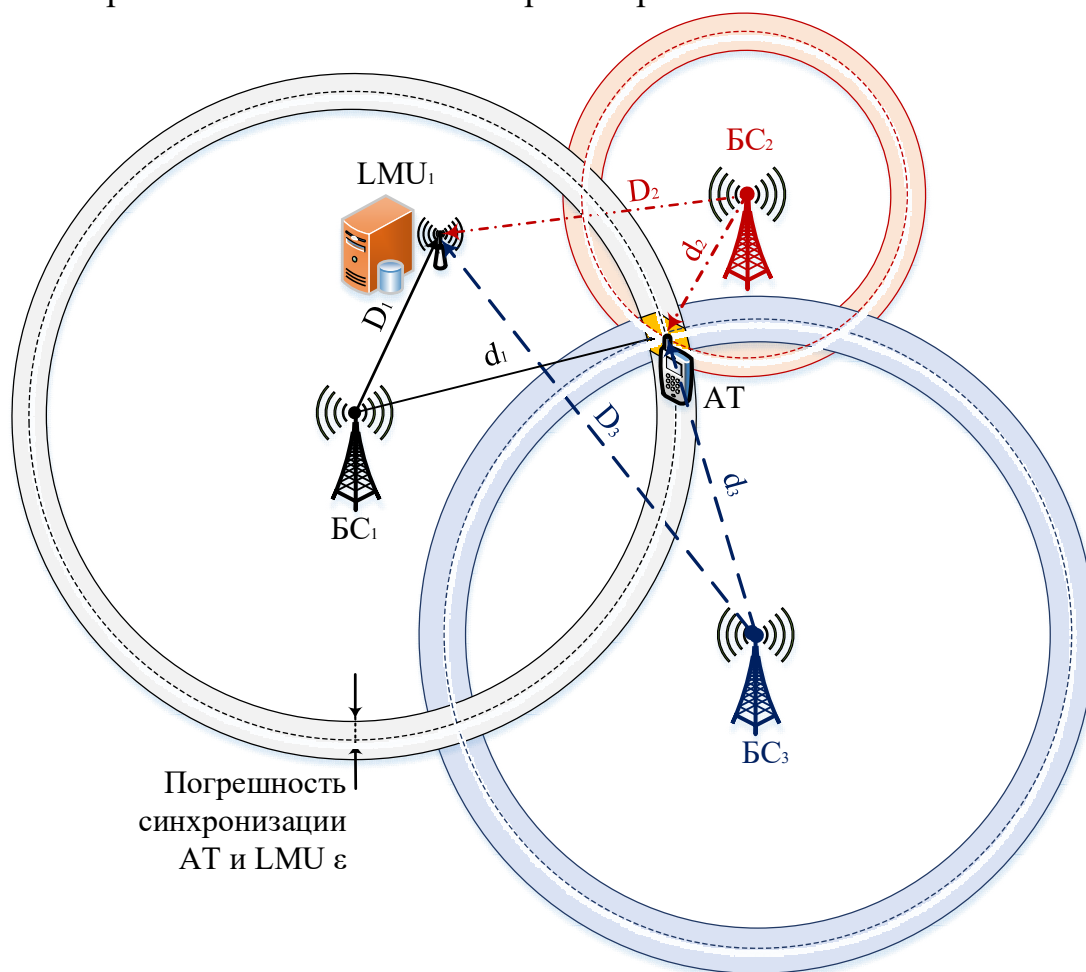


Рис. 1.21. Метод позиционирования circular E-OTD

Допустим, БС_{*i*} излучает сигнал в канале ВССН/SCН. На АТ и модуле измерений LMU регистрируется время прихода сигнала от БС_{*i*}: t_i – время прихода сигнала от БС_{*i*} на АТ, T_i – время прихода сигнала от БС_{*i*} на модуль LMU. Пусть ε – рассинхронизация АТ и LMU, d_i – расстояние от БС_{*i*} до АТ, а D_i – известное сети расстояние от БС_{*i*} до модуля LMU, тогда справедливо:

$$d_i - D_i = c(t_i - T_i + \varepsilon). \quad (1.3)$$

При оценке координат сетью значение t_i , зарегистрированное АТ, отправляется на модуль измерения LMU. Для позиционирования на плоскости эта операция повторяется минимум три раза с участием разных БС, после чего получается система уравнений:

$$\begin{cases} d_1 - D_1 = c(t_1 - T_1 + \varepsilon) \\ d_2 - D_2 = c(t_2 - T_2 + \varepsilon) \\ d_3 - D_3 = c(t_3 - T_3 + \varepsilon) \end{cases} \quad (1.4)$$

Расстояния d_i можно выразить через искомые координаты АТ (x, y), поэтому для позиционирования АТ необходимо решить систему (1.4) с тремя неизвестными: координаты АТ (x, y) и рассинхронизация ε .

Метод **GPS** (Global Positioning System) основан на оценке времени распространения радиосигналов со спутников. Преимуществом GPS является высокая точность и глобальное радиопокрытие. Недостатки включают: а) необходимость добавления в АТ GPS приемника; б) ОМП с использованием GPS возможно на открытых пространствах в условиях уверенного приема спутникового сигнала; в зданиях и центрах городов GPS приемники могут не работать; в) медленная инициализация GPS приемника. Задействовав СПРС, можно повысить скорость инициализации GPS приемника (рис. 1.22); метод называется А-GPS (assisted-GPS).

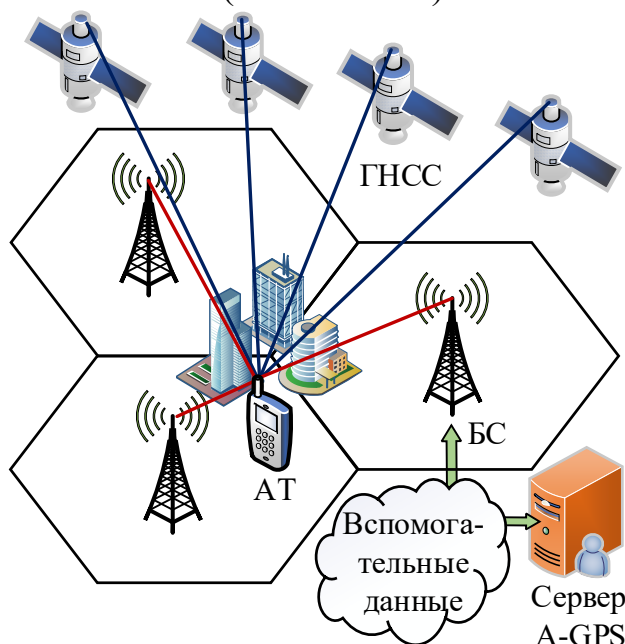


Рис. 1.22. Метод позиционирования А-GPS

Метод **A-GPS** предполагает передачу вспомогательных данных (эффе- мериды и временные параметры спутников) на АТ не со спутников, как обычно, а через каналы СРД GSM, UMTS и LTE для повышения скорости инициализации встроенных GPS приемников. СПРС в этом случае выступает транспортом для передачи в АТ вспомогательной информации.

GPS и A-GPS используют спутниковую систему США GPS. В настоящее время эксплуатируется и российская система ГЛОНАСС (Глобальная Навигационная Спутниковая Система). Принцип ОМП в ГЛОНАСС такой же, как и в GPS. Системы GPS и ГЛОНАСС независимы, но совместимы, что позволяет использовать их как единую Глобальную Навигационную Спутниковую Систему (ГНСС).

Метод **A-GNSS** (Assisted Global Navigation Satellite System) предусматривает позиционирование в СПРС с использованием ГНСС. Метод A-GNSS специфицирован для СПРС GSM [45], UMTS [47] и LTE [61]. Суть метода A-GNSS сводится к тому, позиционирование GNSS ускоряется/уточняется за счет предварительной загрузки в ГНСС приёмник необходимой сопровождающей информации через СПРС, благодаря чему при включении навигации АТ, оснащенный спутниковым приемником, может существенно сократить время ОМП по критерию TTFF. Требования к функционированию систем A-GNSS в сетях LTE были специфицированы в 2010-м году в релизе 9 [62]. Помимо выигрыша в скорости первичного определения координат, метод A-GNSS предоставляет возможность определения координат даже в случае слабого приема спутникового сигнала. A-GNSS можно использовать в комбинации с любым из описанных выше методов.

Метод **OTDOA-IDPL** (Observed TDOA IDPL), как аналог метода E-OTD для GSM, был специфицирован для сетей UMTS в 1999-м [47]. Местоположение АТ вычисляется с использованием измерений, полученных по сигналам DL канала CPICH либо сетью в SMLC, либо самим АТ. Для снижения интерференции при приеме первичных измерений по каналу CPICH в сетях UMTS были организованы интервалы молчания IDPL (Idle Period Downlink). Поясним суть метода IDPL подробнее. Известной проблемой, ограничивающей точность позиционирования в сетях UMTS, является так называемая проблема ближней – дальней зоны «near-far», которая является следствием работы устройств радиосети с кодовым разделением каналов на одной частоте. Для функционирования гиперболического метода позиционирования на плоскости требуется надежный радиоприем трех и более сигналов от опорных пунктов – базовых станций. В сетях UMTS, если АТ находится в зоне обслуживания данной БС NodeB и располагается значительно ближе к ней, чем к другим БС, уровень принимаемого радиосигнала обслуживающей БС намного превысит уровень сигналов других БС и, таким образом, затруднит сбор первичных дальномерных измерений. Функционирование гиперболического метода для радиосетей UMTS станет возможным

тогда, когда АТ, находясь в зоне обслуживания данной БС, сможет с сопоставимой помехоустойчивостью вести радиоприем сигналов CPICH не менее, чем от трех других БС. Для компенсации проблемы ближней – дальней зоны при позиционировании в сетях UMTS был предложен механизм OTDOA-IDPL, который служил для адаптации гиперболического метода E-OTD в GSM для сетей WCDMA. Суть метода OTDOA-IDPL сводится к добавлению периодов молчания Idle Periods базовых станций в канале DL, когда при передаче сигналов CPICH данной БС в определенные интервалы времени передачи других БС должны быть приостановлены; периоды молчания БС сети могут быть организованы синхронно или случайно. АТ в течение периода молчания обслуживающей БС сможет принять сигналы других БС и, таким образом, собрать первичные дальномерные измерения. Результаты моделирования показывают, что метод OTDOA-IDPL позволяет повысить помехоустойчивость сбора первичных дальномерных измерений с 30 % (без периодов молчания) до 70% [63].

В 4-м релизе [53] был предложен метод OTDOA-PE, который стал дальнейшим совершенствованием гиперболического метода позиционирования в сетях UMTS за счет добавления сетевых модулей/элементов позиционирования PE (Positioning Element). Модули PE являются портативными устройствами, располагаются в отличных от обслуживающей их БС NodeB местах с известными сетевыми координатами, синхронизированы с ней и обмениваются с ней посредством радиointерфейса. Модули PE излучают короткие сообщения в канале DL в течение периода молчания БС. Принимая сигналы от PE, АТ осуществляют сбор первичных дальномерных измерений TOA. Преимуществом метода OTDOA-PE в сетях UMTS по сравнению с методом E-OTD в сетях GSM является то, что модули PE синхронизированы с обслуживающей их БС NodeB, что освобождает систему позиционирования в СПРС от необходимости измерения RTD с использованием модулей LMU.

На рис. 1.23 представлен сценарий позиционирования E-OTD в GSM с использованием четырех БС и одного LMU; БС не синхронизированы, местоположение БС и отдельного модуля LMU-A точно известны сети. На временной диаграмме рис. 1.23 проиллюстрировано измерение разности времен прихода сигналов для BTS₂ и BTS₄. Моменты начала передач BTS₂ и BTS₄ не синхронизированы: BTS₂ начинает передачу в момент времени t_{s2} , а BTS₄ – в момент времени t_{s4} . Параметр RTD между BTS₂ и BTS₄ равен $RTD_{24}=(t_{s4}-t_{s2})$. Сигнал от BTS₂ приходит на UE в момент t_2 через время d_2/c , где d_2 – расстояние между BTS₂ и UE, а c – скорость света. Сигнал от BTS₄ приходит на UE в момент t_4 через время d_4/c , где d_4 – расстояние между BTS₄ и UE; при этом момент $t_4=RTD_{24}+d_4/c$. Далее АТ может оценить параметр наблюдаемой разности времен прихода сигналов от BTS₂ и BTS₄, равный $OTD_{24}=(t_4-t_2)$. В модуле измерения местоположения LMU сигналы, переданные BTS₂ и BTS₄, будут приняты в моменты времени $t'_2= D_2/c$, и $t'_4=$

$RTD_{24}+D_4/c$ соответственно, где D_2 – расстояние между BTS_2 и LMU, D_4 – расстояние между BTS_4 и LMU. Таким образом, LMU может оценить рас-синхронизацию BTS_2 и BTS_4 как $RTD_{24}=(t'_4-t'_2)-GTD_{24}$, где $GTD_{24}=(D_4-D_2)/c$. Расстояния D_4 и D_2 известны, так как известны координаты БС и LMU-A; параметр OTD_{24} , измеренный АТ, отправляется в SMLC; параметр RTD_{24} , измеренный LMU-A, также отправляется в SMLC. Наблюдаемая разность времен прихода сигнала OTD связана с геометрической разностью времен прихода сигнала GTD и неточностью синхронизации RTD между двумя БС соотношением $GTD=OTD-RTD$.

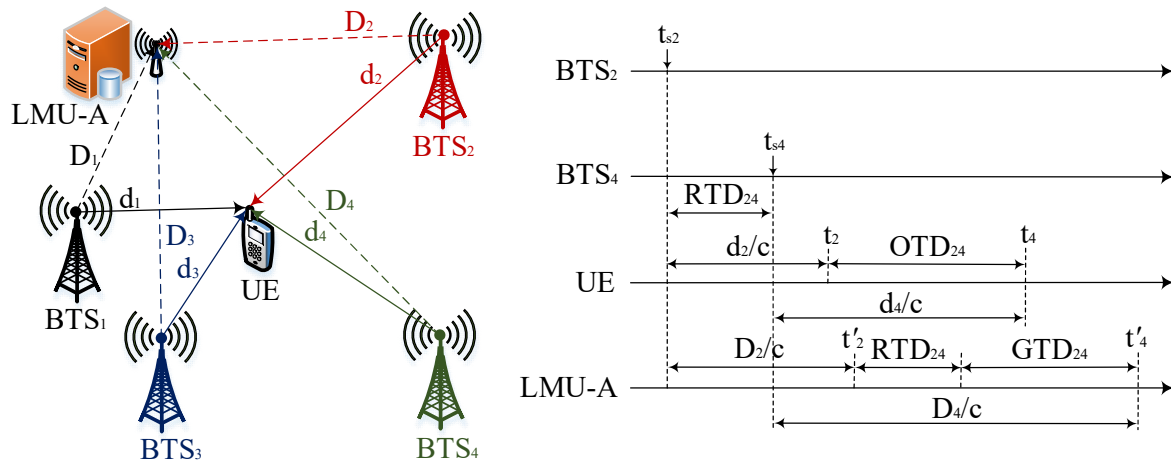


Рис. 1.23. Сценарий позиционирования E-OTD

На рис. 1.24 представлен сценарий позиционирования OTDOA-PE в UMTS с одной обслуживающей БС NodeB и тремя модулями PE.

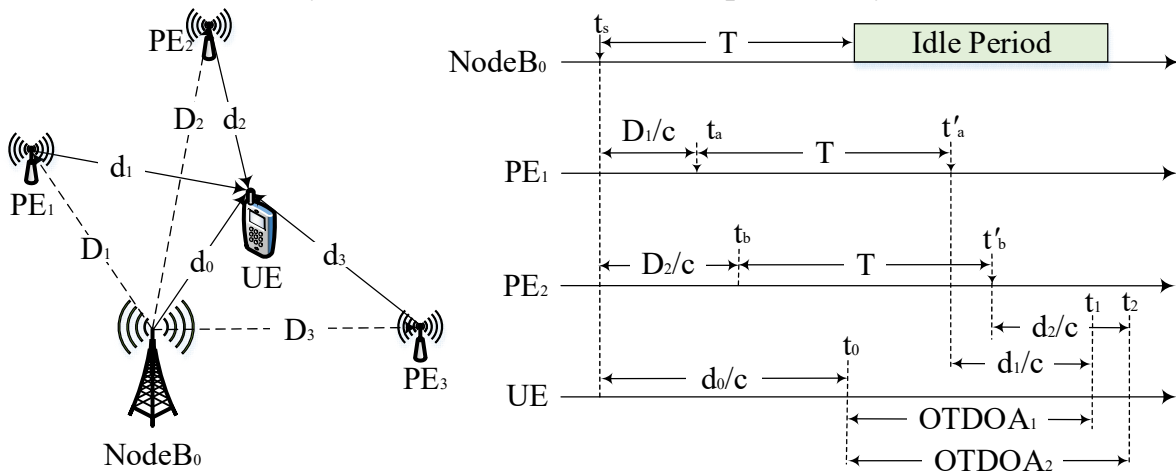


Рис. 1.24. Сценарий позиционирования OTDOA-PE

Координаты БС NodeB₀ и модулей PE известны. На временной диаграмме рис. 1.24 проиллюстрировано измерение разности времен прихода сигналов для БС NodeB₀ и модулей PE₁ и PE₂. БС NodeB₀ начинает передачу сигнала в момент времени t_s ; в моменты времени $t_a=D_1/c$ и $t_b=D_2/c$ переданный NodeB₀ сигнал принимается модулях PE₁ и PE₂ соответственно, где D_1 – расстояние между PE₁ и NodeB₀, D_2 – расстояние между PE₂ и NodeB₀. Через интервал T после начала передачи БС NodeB₀ модули PE начинают

передачу своих коротких сообщений: PE₁ – в момент времени t'_a, PE₂ – в момент времени t'_b. Сообщение от БС NodeB₀ принимается АТ UE в момент времени t₀, а сообщения модулей PE₁ и PE₂ в моменты времени t₁ и t₂ соответственно: t₀=d₀/c, где d₀ – расстояние между БС NodeB₀ и АТ UE; t₁=D₁/c+T+d₁/c, где d₁ – расстояние между PE₁ и АТ UE, D₁ – расстояние между PE₁ и БС NodeB₀; t₂=D₂/c+T+d₂/c, где d₂ – расстояние между PE₂ и АТ UE, D₂ – расстояние между PE₂ и БС NodeB₀. Таким образом, UE может оценить параметр OTDOA₁=(t₁–t₀) и OTDOA₂=(t₂–t₀). Так как модули PE синхронизированы с обслуживающей БС NodeB₀ необходимость вычисления параметра RTD отпадает, а модули LMU становятся излишними. Передачи модулей PE в рассмотренном примере осуществляются в момент молчания Idle Period обслуживающей базовой станции NodeB₀.

Метод **OTDOA PRS** был специфицирован для сетей LTE в 9-м релизе [61]. Разностно-дальномерные измерения производились в АТ с использованием специальных сигналов позиционирования PRS. Данные сигналы обладали гибкостью регулирования параметров мощности передачи, разноса по времени и частоте, а также включали набор шаблонов молчания для снижения интерференции. Вычисление координат АТ производилось в E-SMLC (Enhanced SMLC) с использованием данных о местоположении БС и их синхронизации. Наблюдаемая разность времен прихода сигнала OTDOA (Observed Time Difference Of Arrival) связана с геометрической разностью времен прихода сигнала GTD и неточностью синхронизации между двумя БС RTD соотношением OTDOA=GTD+RTD. Величина OTDOA определялась как наблюдаемый UE временной интервал между приемом сигналов в DL от двух eNB, находящихся в разных сотах через параметр RSTD:

$$RSTD_{i,1} = \frac{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}}{c} + \frac{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}}{c} + RTD_{i,1} + \delta_{i,1} \quad (1.5)$$

где RSTD_{i,1} – разность времен прихода опорных сигналов PRS, измеренных на UE, от БС eNB_i и опорной БС eNB₁; RTD=T_i–T₁ – неточность синхронизации между eNB_i и eNB₁; δ_{i,1}=δ_i–δ₁ – ошибки измерения TOA с eNB_i и eNB₁; c – скорость света; (x_i,y_i) – известные координаты eNB_i; (x,y) – неизвестные координаты UE. Для позиционирования UE на плоскости требуется как минимум три БС: одна опорная и две соседние. Если АТ знает координаты опорной БС eNB₁, координаты двух соседних БС, а также неточности синхронизации между двумя БС RTD=T_i–T₁, тогда мы получим два уравнения (1.5) с двумя неизвестными (x,y), которое можно решить. Для получения более точной оценки желательно иметь измерения от более чем двух соседних БС. Если бы БС радиосети LTE были точно синхронизированы, то неточности синхронизации были бы равны нулю, а метод OTDOA свелся бы к TDOA. Геометрически, каждая разность TDOA определяет гиперболу, при этом «ширина» гиперболы определяется ошибками измерений TDOA δ_i, δ₁.

Метод **TBS** (Terrestrial Beacon Systems) наземного позиционирования с использованием маяка был специфицирован в 13-м релизе LTE 3GPP TS 36.305 [59] и основан на сети наземных станций – маяков, передающих сигналы позиционирования для дополнения системы ГНСС внутри помещений для сценариев слабого приема спутникового сигнала. Система TBS, работающая с сигналами PRS и дополняющая метод OTDOA, специфицирована для сетей LTE в 14-м релизе [64]. Системы маяков, дополняющие ГНСС внутри помещений, иногда называют псевдоспутниками или псевдолитами (pseudolites); они транслируют GPS-подобные сигналы с наземных передатчиков и могут обеспечивать точность до нескольких сантиметров.

Метод **барометра**, или барометрического высотомера появился в 13-м релизе LTE 3GPP TS 36.305 [59] для определения этажа внутри помещений. Принцип действия барометрического высотомера основан на измерении давления атмосферы: с увеличением высоты уменьшается и текущее атмосферное давление. Для корректного определения высоты необходима калибровка прибора. Помимо барометрических высотомеров для дополнительного позиционирования внутри помещений могут использоваться инерциальные навигационные системы (ИНС) и микроэлектромеханические системы (МЭМС), включая сенсоры, фиксирующие скорость и направление движения, которые позволяют отслеживать перемещения АТ по отношению к известным фиксированным точкам.

Гибридный метод позиционирования основан на комбинации различных технологий определения местоположения. Наиболее распространены технологиями для комбинации являются методы ГНСС и дальномерные/разностно-дальномерные методы СПРС. В условиях слабого приема спутникового сигнала методы ГНСС дополняются методами ОМП в СПРС.

Выводы. Проведенный анализ эволюции методов позиционирования в СПРС позволяет сделать следующие выводы: 1) Классифицируя рассмотренные методы по принципам, можно выделить следующие группы: а) по принципу соседства функционируют методы CID+TA/CID+RTT, E-CID; б) по принципу трилатерации функционируют дальномерные и разностно-дальномерные методы Uplink TOA, UTDOA, E-OTD, OTDOA, TBS; в) по принципу анализа сцен функционирует метод радиокарты/RFPM. В отдельную группу можно выделить методы: г) спутниковой навигации GNSS/GPS и A-GNSS/A-GPS; д) инерциальной навигации/барометра. 2) Наиболее простыми для программно-аппаратной реализации в СПРС являются методы, функционирующие по принципу соседства. 3) Дальномерные и разностно-дальномерные методы, функционирующие по принципу трилатерации, требуют программно-аппаратного дополнения сетевой инфраструктуры СПРС, а также организации дополнительных сетевых процедур для позиционирования АТ. Далее рассмотрим эволюцию сетевой организации процедур позиционирования в СПРС.

1.3.5. Эволюция процедур позиционирования в СПРС

Сетевая организация процедур позиционирования в СПРС 2G GSM представлена на рис. 1.25 [63].

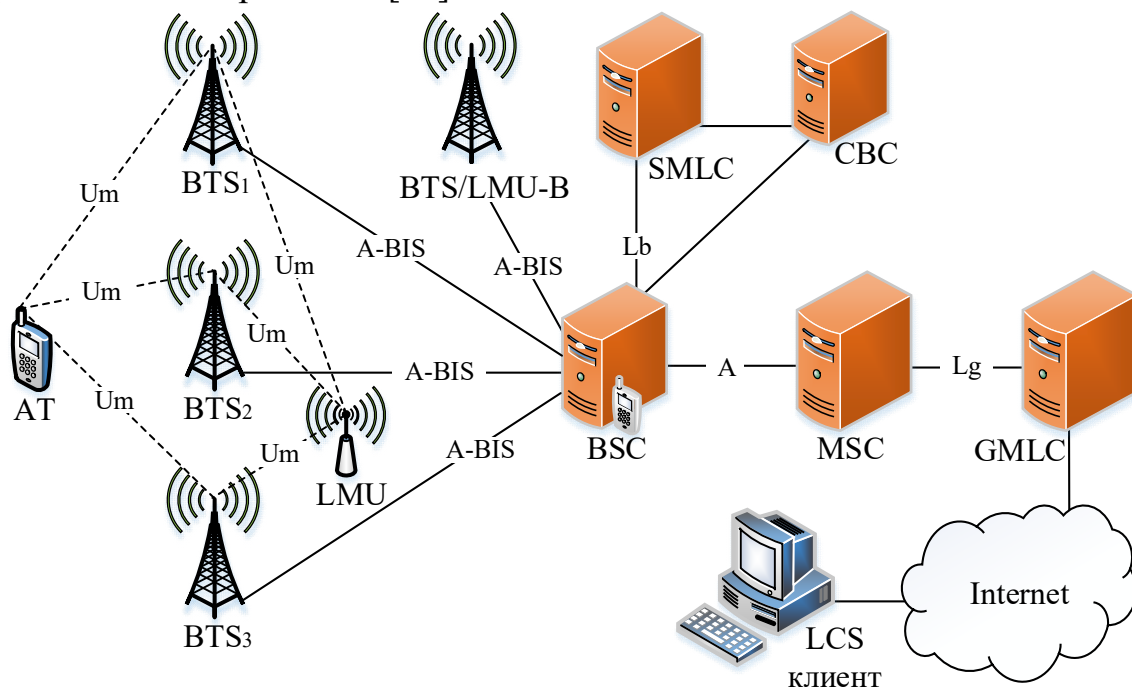


Рис. 1.25. Сетевая организация позиционирования в СПРС 2G GSM методом E-OTD

Для поддержки услуг LCS в сети радиодоступа GERAN было добавлено два новых модуля: сервисный центр позиционирования SMLC (Serving Mobile Location Center) и модуль измерения местоположения LMU (Location Measurement Unit). В ядро сети GSM был добавлен третий элемент – шлюзовой центр позиционирования GMLC (Gateway Mobile Location Center).

Сервисный центр позиционирования SMLC является частью подсистемы БС BSS (Base Station Subsystem) и может быть отдельным модулем, или составной частью BTS. SMLC принимает и транслирует запрос на позиционирование к АТ, когда инициатором ОПП является сеть; и принимает запрос на позиционирование от АТ, когда инициатором ОПП является АТ. SMLC осуществляет сбор измерений, сделанных АТ и модулями LMU, а также измерений ГНСС для позиционирования А-GNSS. SMLC выбирает метод обработки измерений с учетом требований клиента LCS. LCS клиент представляет собой ПО, которое может функционировать как в АТ, так и в SMLC; если LCS клиент работает вне инфраструктуры сети, GMLC служит для установления связи с СПРС. SMLC также отправляет данные сопровождения позиционирования в центр широковещательной рассылки CBC (Cell Broadcast Center) для поддержки позиционирования из категории MS-based.

Модули измерения местоположения LMU бывают двух типов: а) отдельно-стоящий модуль LMU-A оборудован приемником GNSS и ведет прямой обмен с BTS по радиointерфейсу Um; б) интегрированный в BTS модуль LMU-B ведет обмен с BSC по интерфейсу A-BIS.

Шлюзовой центр позиционирования *GMLC* служит для установления связи с GERAN в случае, если LCS клиент работает вне СПРС.

Сетевая организация процедур позиционирования *A-GPS* в сети 2G GSM с поддержкой от СПРС представлена на рис. 1.26 [63].

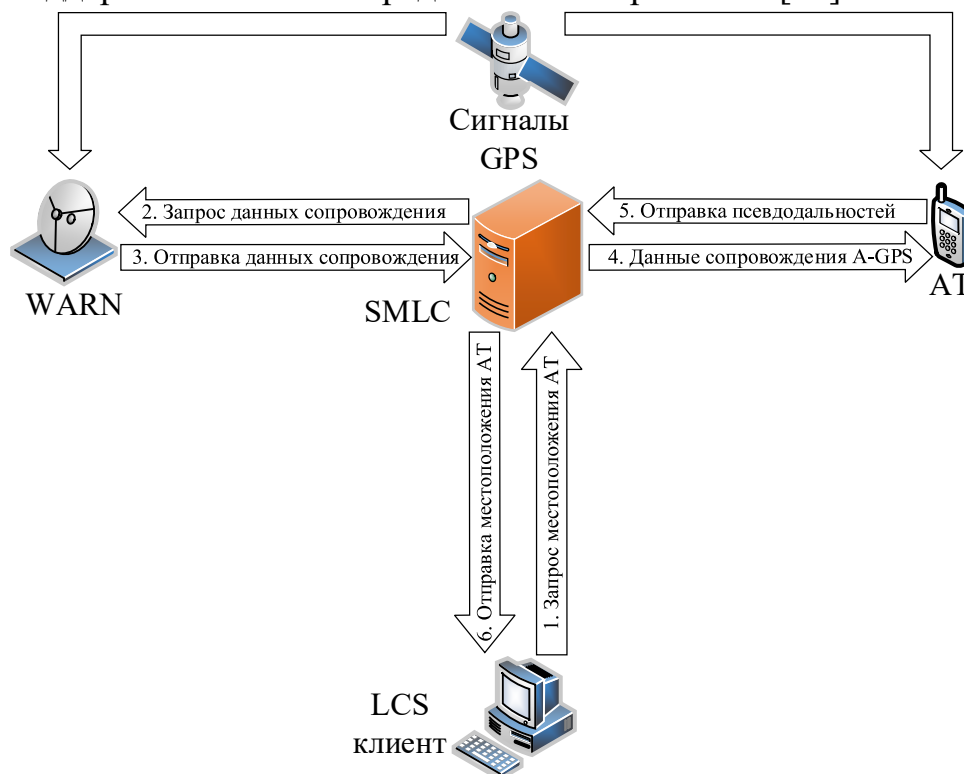


Рис. 1.26. Сетевая организация позиционирования в СПРС 2G GSM методом A-GPS

Позиционирование AT с приемником GPS может осуществляться как в автономном режиме исключительно по сигналам GPS, так и в режиме сопровождения A-GPS (Assisted GPS), когда AT помимо сигналов GPS принимает данные сопровождения от СПРС. В качестве данных сопровождения может быть список доступных спутников для начальной грубой оценки местоположения AT, коррекция доплеровских сдвигов для каждого спутника, а также окна поиска кодовых последовательностей спутников. С данными сопровождения инициализация GPS приемника AT происходит значительно оперативнее. Данные сопровождения от СПРС могут также включать дифференциальные поправки DGPS (Differential GPS). Системы дифференциальной коррекции ГНСС DGPS служат для повышения точности ОМП за счет исправления измеренных GPS приемником псевдодальностей до спутников поправками к ним, полученным извне от достоверного измерителя (опорной станции). Сеть стационарных наземных опорных станций WARN (Wide Area Reference Network) служит для определения погрешности/разницы между точно известными и определенными системой GPS координатами. Опорная станция WARN формирует корректирующее сообщение, по которому вычисляются дифференциальные поправки. На рис. 1.26 показана упрощенная сетевая организация обмена сообщениями между LCS

клиентом, SMLC, WARN и АТ при позиционировании методом А-GPS категории MS-assisted. Процесс обмена начинается с отправки запроса на позиционирования LCS клиентом на сервер SMLC через шлюз GMLC. Далее сервер SMLC запрашивает и получает данные сопровождения А-GPS и дифференциальные поправки DGPS от станции WARN. Затем SMLC отправляет данные сопровождения А-GPS через центр широковещательной рассылки CBC, получив которые АТ использует их для вычисления псевдодальностей до видимых спутников. Затем АТ отправляет вычисленные псевдодальности на SMLC, где производится вычисление местоположения (МП) АТ с использованием дифференциальной коррекции, полученной от WARN. Вычисленные координаты отправляются сервером SMLC LCS клиенту.

В 3GPP TS 04.31 [65] определен протокол RRLP управления радиоресурсами LCS для GERAN. Данный протокол является частью 3-го уровня стека протоколов GSM и служит для организации обмена сообщениями LCS между SMLC и АТ. RRLP поддерживает процедуры доставки данных сопровождения (рис. 1.27, а), измерения МП (рис. 1.27, б), управления ошибками и реализуется пятью сообщениями: 1) запрос на измерение МП: используется SMLC для получения от АТ измерений (при позиционировании MS-assisted) или оценок МП (при позиционировании MS-based); 2) ответ на запрос измерений МП: используется АТ в ответ на запрос на измерение МП; содержит измерения или оценки МП, или же индикатор ошибки; 3) данные сопровождения: используются сервером SMLC для отправки АТ данных сопровождения E-OTD или А-GPS; 4) подтверждение приема данных сопровождения: используется АТ для подтверждения приема данных сопровождения; 5) ошибка протокола: используется принимающей стороной для уведомления отправителя о проблеме завершения запрошенной процедуры.



Рис. 1.27. Процедуры протокола RRLP:
а) доставки данных сопровождения; б) измерения местоположения

Процедура доставки данных сопровождения (рис. 1.27, а) позволяет серверу SMLC отправлять данные сопровождения АТ для сбора измерений МП (UE-assisted) или вычисления оценки МП (UE-based). Порядок обмена

между SMLC и AT: SMLC отправляет AT одно или несколько сообщений с данными сопровождения; в случае ошибки приема AT отправляет в SMLC сообщение ошибки протокола, в противном случае AT отправляет сообщения подтверждения приема данных сопровождения от SMLC.

Процедура измерений (рис. 1.27, б) позволяет SMLC запрашивать и получать промежуточные измерения и окончательные оценки МП. Порядок обмена между SMLC и AT: SMLC отправляет AT запрос на измерения; в случае ошибки AT отправляет в SMLC сообщение ошибки протокола, в противном случае AT отправляет сообщение с запрошенными измерениями.

Сетевая организация процедур позиционирования в **СПРС 3G UMTS**, несмотря на то, что радиointерфейсы сетей GSM и UMTS отличаются принципиально, осталась похожей: сетевые модули, участвующие в сеансе позиционирования для сетей UTRAN остаются теми же, что и для GERAN: LMU, SMLC и GMLC; новым элементом является модуль позиционирования PE (Positioning Entity), добавленный в UTRAN для повышения точности функционирования гиперболического метода позиционирования OTDOA-PE.

Сетевая организация процедур позиционирования в **СПРС 4G LTE** с 9-го релиза специфицировалась в 3GPP TS 36.305 [51]. Сетевая архитектура позиционирования отличалась от 2G/3G тем, что сервер стал называться E-SMLC (Evolved SMLC) и мог поддерживать комбинированные методы позиционирования. Для LTE был разработан специальный протокол поддержки процедур позиционирования LPP (LTE Positioning Protocol). В отличие от предыдущих протоколов позиционирования (RRLP в GSM и RRC в UMTS), где поддерживался обмен сообщениями позиционирования исключительно в плоскости управления CP (Control Plane), в протоколе LPP поддерживался обмен также и в пользовательской плоскости UP (User Plane). Обмен сообщениями позиционирования (данными сопровождения и измерениями/оценками местоположения) в CP задействует выделенные каналы управления, считается более оперативным/надежным и используется для ОМП в случаях экстренного вызова; ОМП по каналам управления может происходить вез ведома абонента. Обмен сообщениями позиционирования в плоскости пользователя UP осуществляется с использованием TCP/IP соединения по протоколу SUPL (Secure User Plane Location), который функционирует на уровне приложений поверх LPP, RRC, RRLP. LPP является протоколом типа точка-точка и функционирует между UE и E-SMLC. Расширением LPP является протокол LPPa (LPP Annex), который определяет обмен сообщениями позиционирования между eNB и SMLC в CP. С точки зрения модели OSI LPP является протоколом уровня приложений, а LPPa – протоколом сетевого уровня. На рис. 1.28 показана упрощенная организация процедур обмена сообщениями позиционирования между UE и E-SMLC в плоскости управления CP, или между модулем SET (SUPL Enable Terminal) и SLP (SUPL Location Platform) в плоскости пользователя UP [63].

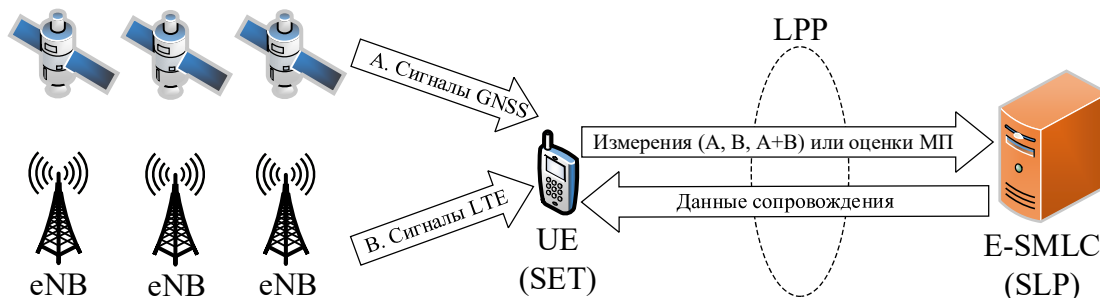


Рис. 1.28. Упрощенная организация процедур позиционирования с использованием LPP

На рис. 1.29 представлена упрощенная сетевая архитектура LTE LCS [33]. Основным элементом LCS является сервер позиционирования LS (Location Server). В плоскости управления LS представлен элементом E-SMLC; в пользовательской плоскости LS представлен элементом SUPL SLP.

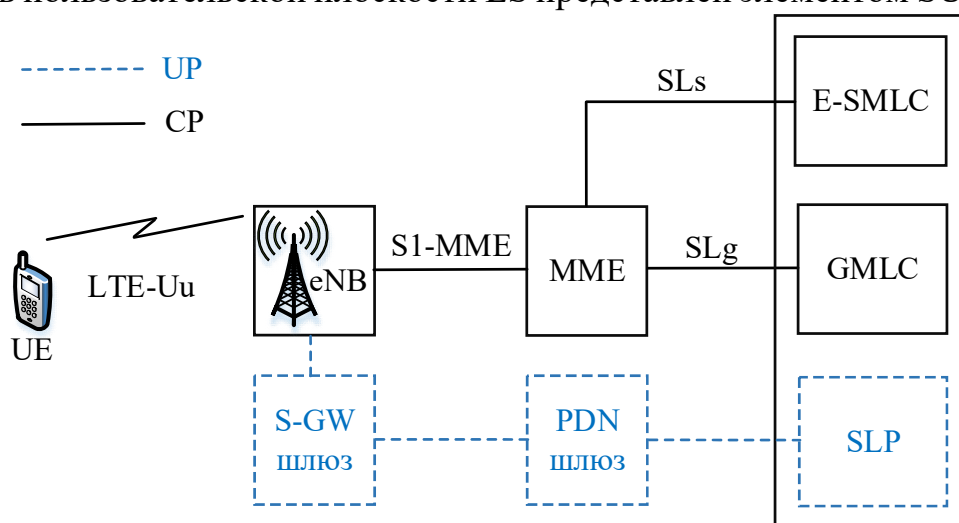


Рис. 1.29. Упрощенная структура LTE LCS при позиционировании методом OTDOA

Шлюз GMLC является первым элементом в CP, на который поступает запрос клиента LCS; после регистрации и авторизации клиента (UE), шлюз GMLC отправляет запрос позиционирования на блок управления мобильностью (БУМ) MME (Mobility Management Entity), откуда и получает координаты UE [39]. Сервер позиционирования (E-SMLC или SLP) управляет процедурами обмена при позиционировании UE. В CP сообщения LPP передаются прозрачными блоками данных PDU по протоколам S1-AP через S1-MME интерфейс, NAS/RRC через Uu интерфейс [33] (рис. 1.30).

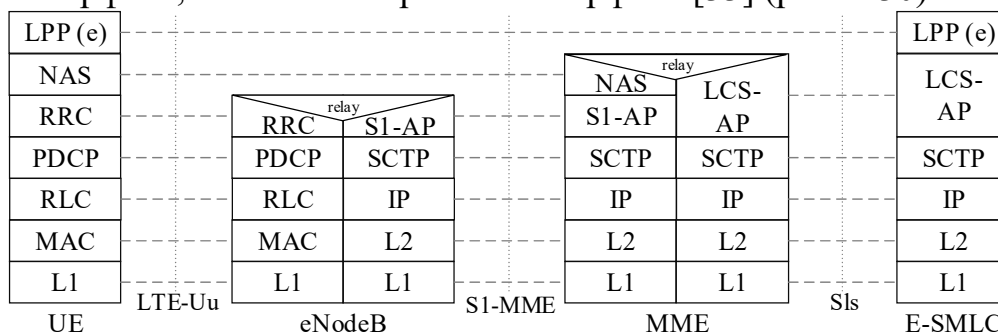


Рис. 1.30. Стэк протоколов LPP в плоскости управления CP: обмен м/д UE и E-SMLC

Интерфейс LTE-Uu служит для обмена между UE и eNodeB по радиоканалу. Сообщения LPP в UL/DL передаются в пакетах подуровня RRC. Интерфейс S1-MME служит для организации обмена между eNodeB и БУМ MME. Интерфейс S1s служит для организации обмена между MME и E-SMLC. В UP сообщения LPP передаются согласно рис. 1.31 [33].

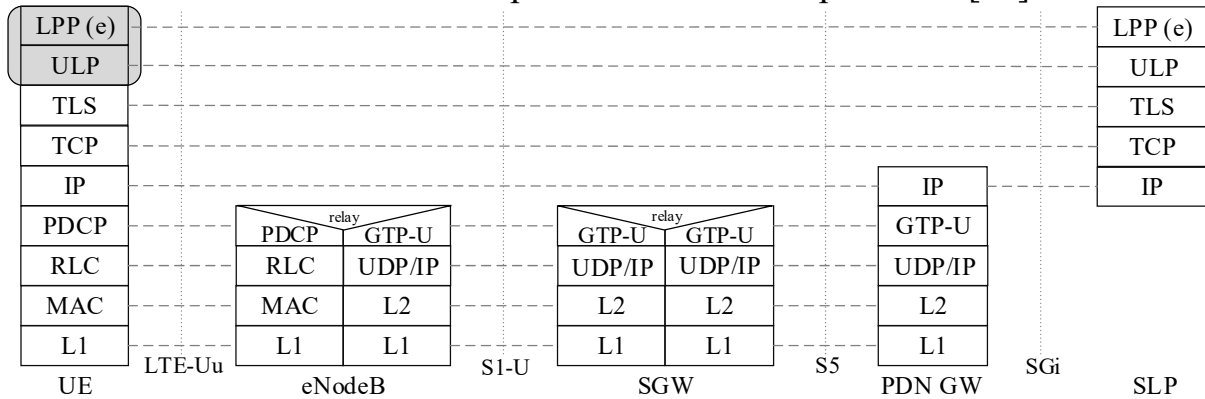


Рис. 1.31. Стэк протоколов LPP в плоскости пользователя: обмен м/д UE и SLP

Протокол LPPa служит для обмена между eNB и E-SMLC и прозрачен для БУМ; стэк протоколов между E-SMLC и eNodeB представлен на рис. 1.32 [38]. По протоколу LPPa от eNB к E-SMLC могут передаваться PCI нескольких сот, временная метка eNB и координаты eNB.

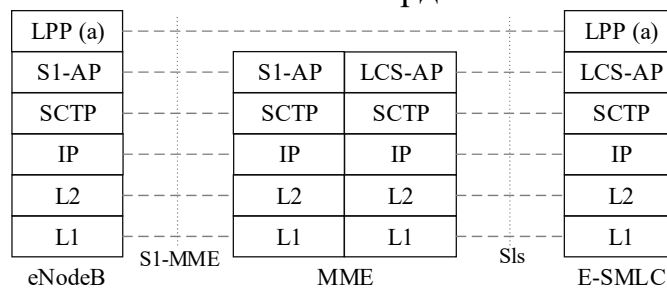


Рис. 1.32. Стэк протоколов LPPa: обмен м/д E-SMLC и eNodeB

Протокол LPP использует шесть типов процедур, которые можно разделить на три группы обмена сообщениями [37]: о возможностях/поддерживаемых методах позиционирования; сопровождения сеанса позиционирования; измерениями/оценками МП. На рис. 1.33 показан пример процедур LPP, инициированных сетью NI-LR (Network Initiated Location Request).



Рис. 1.33. Процедуры протокола LPP

Сначала выполняется процедура обмена сообщениями о возможностях/поддерживаемых методах позиционирования (рис. 1.33, а); если инициатором сеанса позиционирования является сеть, запрос выполняет сервер SMLC; UE отвечает на запрос отправкой сообщения о возможностях/поддерживаемых методах позиционирования; транзакция заканчивается подтверждением приема ACK от SMLC. Затем UE отправляет в SMLC запрос данных сопровождение на сеанс позиционирования (рис. 1.33, б); сервер отправляет в ответ необходимые данные сопровождения; транзакция заканчивается подтверждением приема ACK от UE. После отправки данных сопровождения сервер SMLC выполняет запрос данных местоположения от UE (рис. 1.33, в); АТ отправляет измерения (при позиционировании UE-assisted) или оценки МП (при позиционировании UE-based); транзакция заканчивается подтверждением приема ACK от SMLC. Если инициатором ОМП является устройство, UE начинает сеанс LPP и отправляет запрос на SMLC.

Рассмотрим процедуры позиционирования методом OTDOA. При позиционировании UE-а АТ отправляет измерения RSTD на сервер LS, который выполняет вычисления координат АТ; при позиционировании UE-б АТ по измерения RSTD самостоятельно выполняет вычисления своих координат. Порядок информационного обмена сигналами на установление и ведение сеанса позиционирования в пользовательской плоскости инвариантен к радиоинтерфейсу (GSM, UMTS, LTE) и стандартизирован как SUPL в [61].

В плоскости управления при позиционировании OTDOA происходит следующий обмен: БУМ ММЕ получает запрос на позиционирование конкретной UE от GMLC или UE; затем БУМ отправляет запрос позиционирования на E-SMLC; E-SMLC обрабатывает полученный запрос: передает сигналы измерений OTDOA конкретной UE; после этого E-SMLC возвращает данные измерений на БУМ. В пользовательской плоскости происходит обмен данными измерений OTDOA между UE и SLP напрямую [61].

Процедуры LPP между LS и UE специфицированы в [37] и включают установление сеанса позиционирования, обмен данными сопровождения сеанса позиционирования и измерениями координат (рис. 1.34).

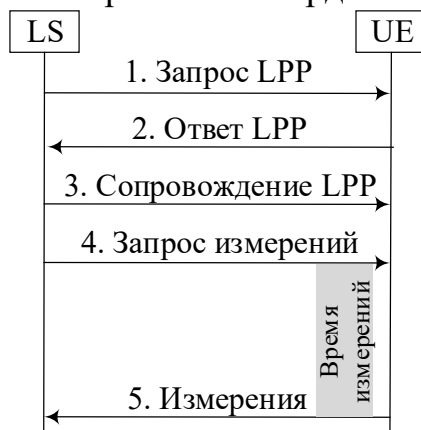


Рис. 1.34. Пример последовательность процедур LPP между LS и UE при OTDOA

Последовательность включает следующие процедуры: 1) LS отправляет запрос UE о возможностях измерений OTDOA; 2) UE отвечает LS сообщением, в котором содержится поддерживаемый UE режим измерений OTDOA: а) в режиме UE-a: UE отправляет измерения RSTD на сервер LS, который выполняет вычисления координат AT; в режиме UE-b: UE по измерениям RSTD самостоятельно выполняет вычисление своих координат; б) диапазоны частот, поддерживаемые UE для измерений RSTD; в) поддержка измерений RSTD на разных частотах; 3) LS отправляет UE данные сопровождения; данные сопровождения OTDOA включают данные об опорной и соседних сотах; 4) LS отправляет UE запрос на измерения RSTD; запрос на измерения RSTD включает следующие параметры: а) тип данных измерений (в режиме UE-a это измерения параметров OTDOA по протоколу LPP); б) требуемая точность позиционирования, которая достигается сервером LS после обработки измерений RSTD, сделанных UE; в) время измерений; этот параметр устанавливает ограничение на интервал времени с момента запроса сервером измерений до момента их получения (измеряется в секундах); г) параметры PPB: LS информирует UE о таких условиях PPB в радиолинии как многолучевость, наличие/отсутствие прямой видимости; 5) UE выполняет измерения RSTD используя данные сопровождения и параметры запроса на измерения, полученные от LS ранее. После измерений UE отправляет их на сервер. Состав отправки включает следующие данные: а) временная метка измерений в форме параметра SFN; б) идентификатор опорной соты PCI, использованной для расчета по методу OTDOA; в) метрика качества измерений TOA от опорной соты; г) список измерений от соседних сот: идентификаторы соседних сот (PCI), измерения RSTD от соседних сот, метрики качества измерений TOA от соседних сот. В качестве метрики качества измерений TOA может быть СКО или оценка ОСШ.

Обмен данными сопровождения OTDOA между E-SMLC и eNodeB по протоколу LPPa (рис. 1.32) следующие параметры (см. раздел 1.3.2): а) PCI; б) ширина полосы сигналов PRS BW_{PRS} , индекс конфигурации PRS I_{PRS} , длина циклического префикса N_{CP} , число последовательных кадров PRS N_{PRS} , число антенных портов; в) временная метка SFN; г) координаты антенны; д) конфигурация отключения сигналов PRS.

Протокол LPP поддерживает позиционирование в режиме UE-a, когда вычисление координат UE осуществляется на сервере LS. Расширение протокола LPPe поддерживает позиционирование в режиме UE-b, когда вычисление координат UE осуществляется AT, а обмен данными позиционирования SUPL реализуется в UP специальными блоками EPDU.

Выводы. Проведенный анализ показал усложнение сетевой организации и процедур позиционирования; позиционирование может быть реализовано как в CP, так и в UP, в зависимости от предъявляемых требований.

Далее выполним *анализ точности существующих технологий ОМП.*

1.3.6. Анализ точности технологий позиционирования в СПРС

В табл. 1.22 представлены достижимые в 67% случаев точности существующих технологий позиционирования в СПРС.

Табл. 1.22. Анализ точности стандартизированных технологий ОМП в СПРС [32]

Метод	СПРС	Принцип	Категория	Точность позиционирования с вероятностью 67%	
				Горизонтальная, м	Вертикальная, этаж
CID+TA/CID+RTT	2G, 3G, 4G	Соседство	Сеть	> 100	–
E-CID	3G, 4G	Соседство	Сеть	~ 50	1 – 3
RFPM	2G, 3G, 4G, WLAN, Bluetooth	Анализ сцен	Сеть	> 50	1 – 2
Uplink TOA	2G	Трилатерация	Сеть	> 100	–
UTDOA	3G, 4G	Трилатерация	Сеть	< 50	–
E-OTD	2G	Трилатерация	Сеть/ устройство	> 100	–
OTDOA	3G, 4G	Трилатерация	Сеть	< 50	≥ 3
A-GNSS	2G, 3G, 4G	Латерация	Сеть/ устройство	~ 10	≥ 3
TBS	4G	Трилатерация	Сеть/ устройство	< 50	1 – 2
Барометр	4G	Сенсор	Сеть/ устройство	–	~ 1
Гибридный	2G, 3G, 4G	Гибридный	Сеть/ устройство	< 10	1 – 2

Анализ рассмотренных методов показал, что на практике в СПРС использовались методы, работающие по принципам трилатерации, соседства/близости, а также гибридные методы. Методы АOA/DOA, работающие по принципу триангуляции до настоящего времени специфицированы не были. На рис. 1.35 графически представлены категории точности в СПРС для сценариев снаружи и внутри помещений.

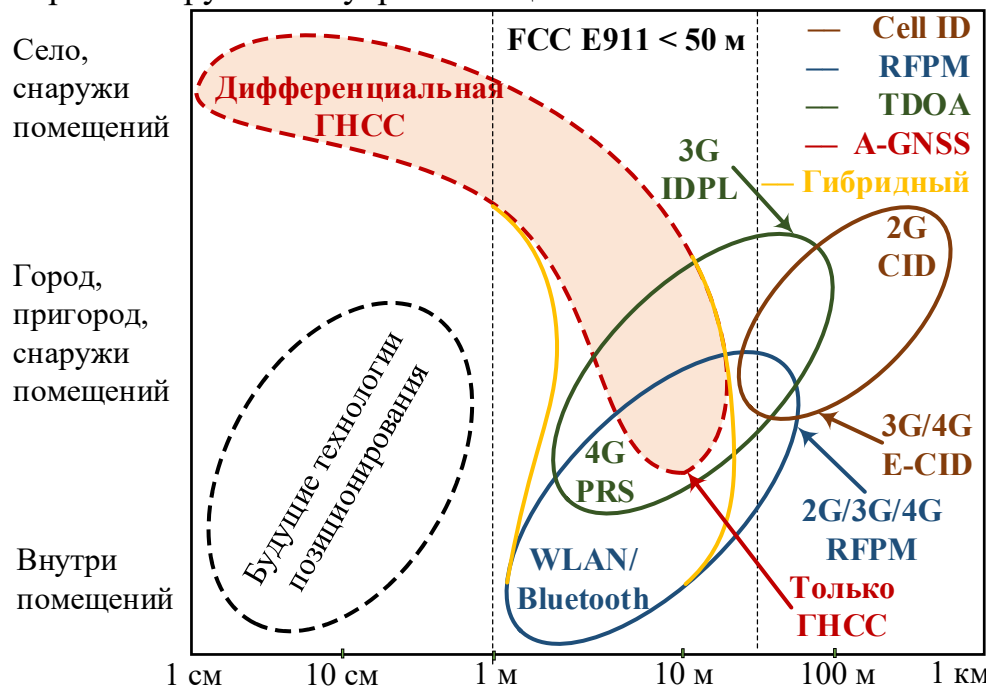


Рис. 1.35. Горизонтальная точность стандартизированных технологий ОМП в СПРС для различных сценариев позиционирования [18]

Рассмотрим основные факторы, ограничивающие точность рассмотренных методов позиционирования. Вследствие различных масштабов функционирования выделим отдельно факторы для методов трилатерации и методов позиционирования внутри помещений. Среди факторов, определяющих точность методов трилатерации, выделяют следующие: а) топология опорных пунктов; б) внутрисистемные помехи; в) многолучевое распространение; г) синхронизация базовых станций как опорных пунктов.

Топология опорных пунктов определяется числом БС, необходимых для радиопокрытия заданной территории. Радиопокрытие определяется условиями РРВ, которые могут отличаться от условий прямой видимости, что затрудняет точное позиционирование. Условия РРВ вместе с геометрией/топологией расположения БС и АТ определяют фактор снижения точности DOP (Dilution of Precision). В оптимистическом случае АТ окружен базовыми станциями; для модели квадратной решетки расположения БС на плоскости наибольшая точность позиционирования АТ будет в случае, если АТ располагается в центре квадрата, в вершинах которого установлены БС.

Внутрисистемные помехи являются результатом повторного использования частот в СПРС. Для позиционирования с высокой точностью желательно, чтобы АТ находился на границе соты обслуживающей БС и принимал сигналы нескольких соседних БС. Однако на границе соты отношение сигнал/помеха SINR гораздо ниже, чем если бы АТ был бы в центре соты рядом с обслуживающей ее БС. Для снижения внутрисистемных помех в сетях LTE при передаче сигналов PRS предусмотрены интервалы тишины.

Многолучевое распространение радиоволн является следствием функционирования СПРС в городе в условиях отсутствия прямой видимости NLOS между БС и АТ. Сигналы при МРРВ подвергаются отражению, дифракции и рассеянию. Данный эффект имеет, как правило, деструктивное влияние на качество радиоприема, однако еще более деструктивное влияние многолучевости проявляется при измерении первичных параметров времени или разности времен задержки распространения сигналов вследствие временной дисперсии многолучевого радиоканала (рис. 1.36).

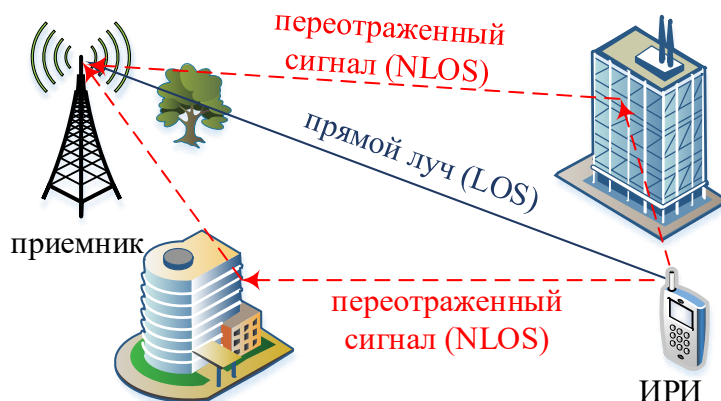


Рис. 1.36. Многолучевое распространение радиоволн в условиях города

Ввиду того, что в городе, где условия MPPB имеют сложный характер, сигнал, излученный передатчиком, вследствие переотражений от препятствий, может приходиться на приемник с иных, по сравнению с истинным, направлений. Кроме того, на приёмных позициях уровень переотраженных сигналов NLOS (Non-Line Of Sight) может быть намного выше, чем у прямого сигнала LOS (Line Of Sight), ослабленного прохождением сквозь препятствия. После такого ослабления прямой сигнал может быть даже ниже уровня шума и не восприниматься приемником, в то время как переотраженные сигналы могут иметь достаточно высокий уровень. При ограниченной ширине полосы частот сигнала способности системы разделять многолучевые компоненты ограничены. Так, при ширине канала 10 МГц длительность элементарного символа ограничена 0,1 мкс, что соответствует разнице лучей 30 м. В условиях MPPB следует идентифицировать и исключать NLOS сигналы, а для обработки оставлять только LOS измерения.

Синхронизация опорных пунктов необходима для позиционирования АТ по принципу трилатерации. Дальномерный и разностно-дальномерный методы требуют синхронизации БС как опорных пунктов, например, для передачи первичных измерений на АТ в канале «вниз» DL для метода OTDOA, или же для приема первичных измерений от АТ в канале «вверх» UL для метода UTDOA. Ошибки синхронизации вносят, помимо прочих, дополнительные погрешности позиционирования. Обычно БС синхронизируются по сигналу приемника ГНСС; для разностно-дальномерных систем требуется синхронизация опорных БС с точностью до 100 нс [33].

Факторы позиционирования внутри помещений. СПРС обеспечивают мобильную связь как снаружи, так и внутри помещений. Однако возможности позиционирования внутри помещений методами и средствами СПРС ограничены. Основным методом позиционирования внутри помещений является метод радиокарты из категории анализа сцен и сопоставления образов для СРД WLAN, точки доступа которых развернуты гораздо плотнее по сравнению с БС СПРС. Точность позиционирования по горизонтали определяется точностью предварительно составленной радиокарты и находится в пределах от 1 до 5 м [32]. Более высокая точность может быть достигнута за счет специально расставленных радиомаяков со сверхширокополосными сигналами UWB, что требует дополнительной инфраструктуры. Требование FCC 15-9 [44] стимулировали развитие технологий позиционирования внутри помещений. Средствами повышения точности являются гетерогенные сети WLAN, Bluetooth, D2D, TBS, а также средства ИНС и барометры. Ограничением технологий позиционирования внутри помещений является отсутствие синхронизации у опорных пунктов приема – точек доступа WLAN, а также многолучевость.

Далее рассмотрим *тенденции развития технологий позиционирования в перспективных СПРС 5G.*

1.3.7. Выводы

Ожидается, что сети 5G существенным образом изменят возможности радиосвязи и позиционирования [32]. В отличие о СПРС предыдущих поколений в сетях 5G сформулированы определенные сценарии позиционирования и количественные требования к ним. Среди основных тенденций развития технологий позиционирования в сетях 5G можно выделить следующие. С одной стороны, осведомленность о местоположении является средством повышения показателей функционирования сети радиодоступа 5G. С другой стороны, новые технологические возможности сетей радиодоступа 5G способствуют повышению показателей позиционирования устройств и служат стимулом к совершенствованию технологий ОМП. Среди основных факторов радиointерфейса 5G, определяющих новые возможности для технологий позиционирования, являются следующие [32]: а) миллиметровый диапазон mmWave и системы Massive MIMO; б) использование многолучевых компонент; в) использование прямой связи между устройствами D2D; г) сценарии сверхплотных радиосетей; д) комбинирование измерений.

Анализ эволюции технологий позиционирования в сетях 1G – 4.5G позволяет сделать следующие выводы для технологий ОМП в сетях 5G [32].

1) *GNSS и A-GNSS*. Стандарт 5G должен поддерживать все технологии ОМП, доступные программно-аппаратными средствами в АТ и сетевой инфраструктуре. Ожидается, что ГНСС будет играть ключевую роль в обеспечении синхронизации и позиционировании, особенно снаружи помещений, где достигается высокая точность и повсеместная доступность.

2) *Позиционирование внутри помещений*. С эволюцией поколений СПРС территориальный масштаб задач ОМП сместился с позиционирования снаружи помещений к позиционированию внутри помещений. Для ОМП внутри помещений распространение получили методы радиокарты.

3) *Гетерогенность*. СПРС следующего поколения являются гетерогенными по своей организационной структуре и должны поддерживать разные принципы позиционирования в зависимости от сценария функционирования АТ. Ожидается, что наряду с дальномерными методами трилатерации в СПРС 5G распространение получат угломерные методы триангуляции за счет использования миллиметрового диапазон радиоволн mmWave и систем Massive MIMO. Функционирование данных систем планируется в дополнение к системам A-GNSS в некоторых выделенных областях позиционирования с повышенными требованиями к точности. Методы из категории близости/соседства будут играть резервную роль для грубого ОМП на случай неработоспособности других технологий.

4) *Синхронизация*. Для эффективного функционирования дальномерных и разностно-дальномерных методов трилатерации требуется синхронизация опорных пунктов приема/передачи сигналов для первичных измере-

ний. Для этого предполагается использовать приемники ГНСС, обеспечивающие точность синхронизации до десятков наносекунд. Для синхронизации опорных пунктов внутри помещений могут использоваться методы RTT и другие сетевые протоколы синхронизации.

5) *Внутрисистемные помехи.* Для повышения точности ОМП следует снижать внутрисистемные помехи при передаче и приеме специальных сигналов позиционирования. Специальные сигналы PRS были предложены в стандарте LTE для метода OTDOA. Также был предложен механизм периодического молчания для повышения отношения SINR при приеме сигналов PRS, однако с увеличением плотности опорных сетевых устройств гетерогенной сети возможностей данного механизма может не хватить. Поэтому в стандарте 5G следует предусмотреть новый механизм планирования передачи сигналов PRS и периодов молчания.

6) *Энергопотребление.* Для устройств интернета вещей разработаны приемники ГНСС с относительно низким энергопотреблением. Однако некоторые устройства массовой межмашинной связи mMTC могут предъявлять еще более высокие требования энергосбережения с менее строгими требованиями к точности позиционирования. Поэтому целесообразно предусмотреть взаимодополняющие методы ОМП.

7) *Кооперативное позиционирование.* Кооперативное позиционирование устройств в гетерогенных сетях должно иметь возможность решать задачу ОМП с использованием как синхронизированных опорных устройств, так и с использованием асинхронных сетевых устройств, использующих разные технологии позиционирования. Примерами кооперативного позиционирования являются сценарии обмена данными позиционирования при прямой связи между устройствами D2D, V2V.

8) *Позиционирование с обработкой в устройстве и в сети.* Большинство технологий позиционирования в СПРС основаны на обработке первичных измерений и вычислении координат с использованием некоторого выделенного сетевого устройства, например, SMLC. Данный подход объясняется тем, что оператор не хочет раскрывать местоположение своих базовых станций. Однако это ограничивает возможности ОМП при вычислениях в устройстве, когда вычисления могли бы комплексоваться с другими измерениями, полученными с использованием прямой связи.

9) *Планирование радиосети.* Планирование радиосети в части размещения опорных сетевых устройств – базовых станций – следует производить, в том числе, с учетом требований позиционирования.

10) *Возможности коммерциализации.* Фактор коммерциализации услуг позиционирования является привлекательным для операторов, однако необходимость дополнения сетевой инфраструктуры служила препятствием для операторов при внедрении технологий ОМП. Ожидается, что в сетях 5G дополнительной инфраструктуры для позиционирования не потребуются.

1.4. Использование технологий позиционирования в сетях 5G

1.4.1. Новые технологические принципы построения сетей 5G

Стремительное развитие систем и сетей подвижной радиосвязи (СПРС) 5G, в особенности, новая архитектура построения и функционирования сетей радиодоступа (СРД) 5G [66], планируемый к использованию диапазон частот миллиметровых волн (ММВ), а также новый радиointерфейс с антенными системами mMIMO и возможностью адаптивного диаграммообразования (ДО) позволяют пересмотреть сценарии использования известных моделей и методов позиционирования и повысить точность определения местоположения (ОМП) устройств в приложениях геолокации.

Определяющим аспектом построения и функционирования перспективных СРД 5G на уровне радиointерфейса является переход радиостанций в более высокочастотный диапазон ММВ [67–73] сантиметровых (от 3 ГГц до 30 ГГц) и миллиметровых волн (от 30 ГГц до 300 ГГц). С одной стороны, вследствие физических ограничений на дальность радиосвязи с ростом частоты в перспективных СРД 5G говорят о так называемой концепции сверхплотных радиосетей UDN с числом устройств до 10^6 на 1 км^2 , когда на каждый 1 м^2 площади может приходиться одно устройство. Такая плотность радиостанций позволяет говорить о высокой вероятности радиосвязи в условиях прямой видимости LOS (Line Of Sight), а также способствует развитию децентрализованного взаимодействия радиостанций между собой. С другой стороны, уменьшение длины волны открывает широкие возможности для практической реализации систем massive MIMO с пространственной обработкой сигналов возможностью адаптивного ДО в устройствах как абонентских, так и базовых станций с числом антенных элементов, исчисляемых десятками и сотнями [74–90].

Данные обстоятельства позволяют говорить о том, что для СПРС 5G одним из наиболее инновационных по сравнению с сетями предыдущих поколений, будет режим функционирования радиостанций в сверхплотных радиосетях с адаптивным ДО, которое, вследствие высокой вероятности радиолиний LOS, сможет компенсировать физические ограничения на дальность связи. *Необходимым условием для адаптивного диаграммообразования является знание относительного расположения соседних станций, являющихся источниками радиоизлучения.*

Адаптивное формирование лучей диаграммы направленности антенн (ДНА) позволяет передающим и принимающим устройствам компенсировать издержки их сверхплотного распределения в пространстве за счет формирования максимумов ДНА в направлении передачи/приема полезного сигнала и минимумов ДНА в направлении внутрисистемных помех для других радиостанций. Компенсация внутрисистемных помех одновременно работающих устройств средствами ДО возможна за счет предварительного позиционирования других радиостанций.

В данном контексте применительно к СРД 5G известные категории радиосвязи и радиолокации/радионавигации или позиционирования оказываются взаимосвязанными, чего не было в сетях предыдущих поколений. Анализ технологий ОМП в СПРС показал, что позиционирование было дополнительной услугой, которая развивалась, в том числе, благодаря требованиям регулятора. Для цифровой экосистемы 5G задача ОМП является уже не просто одной из дополнительных услуг, а фактором эффективности построения и функционирования радиостанций в составе сверхплотных радиосетей, что подтверждается требованиями и сценариями позиционирования с точностью до одного метра, а также широким спектром соответствующих геоинформационных услуг связи [91–123]. Новые особенности построения и функционирования СРД 5G представлены на рис. 1.37 [66].

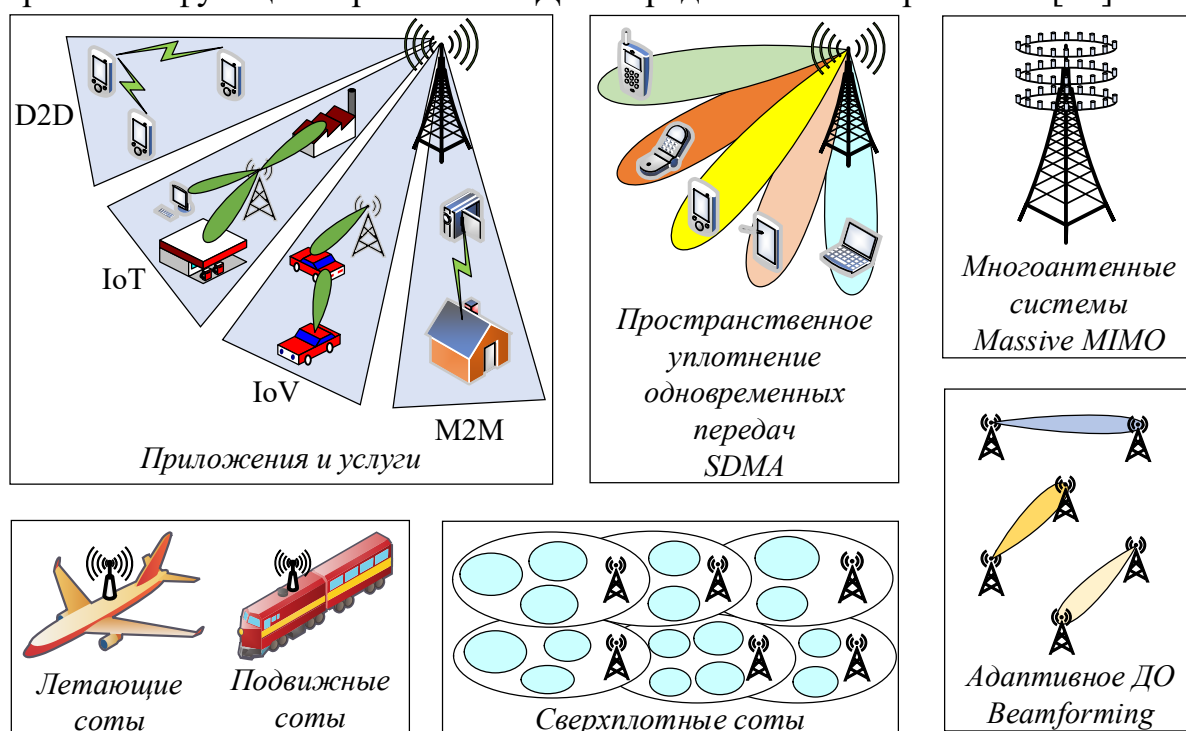
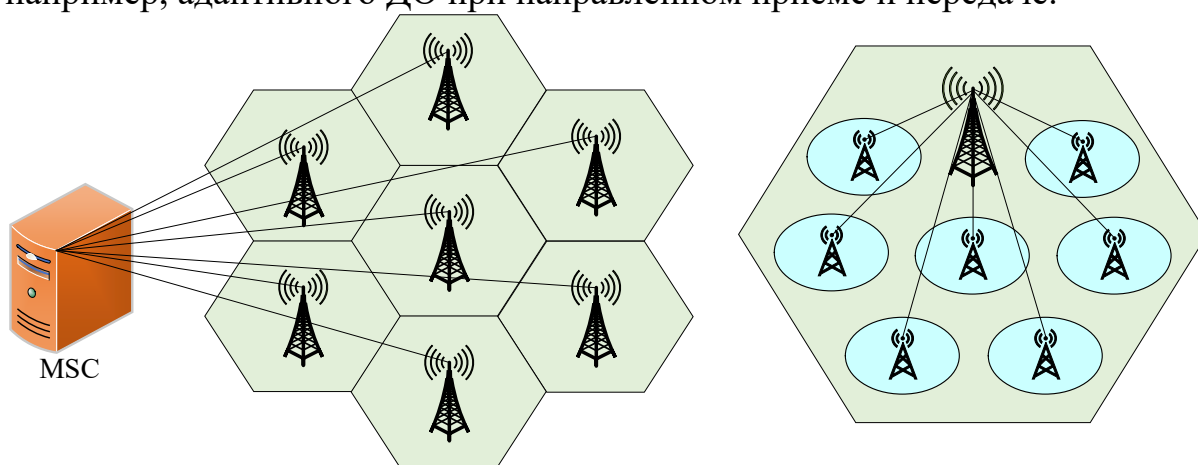


Рис. 1.37. Сценарии построения и функционирования СПРС 5G

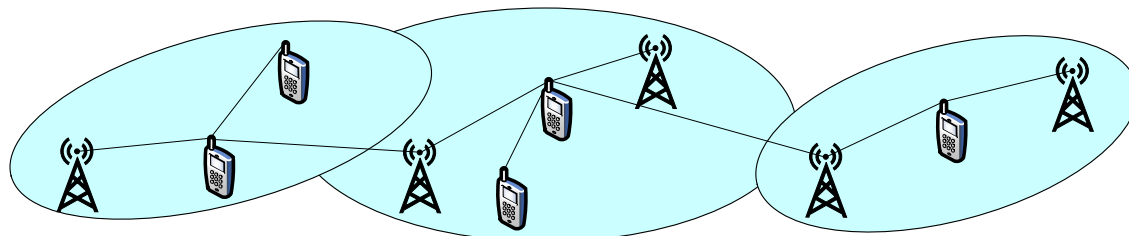
Целью настоящего раздела является анализ новых особенностей построения и функционирования СРД 5G как экосистемы определения местоположения абонентских устройств, а также выявление принципиальных возможностей в части повышения точности их позиционирования. Для этого в разделе 1.4.2 выполняется анализ новых особенностей архитектуры сетей радиодоступа 5G. Далее в разделе 1.4.3 исследуются вопросы физического уровня СРД 5G, существенные с точки зрения ОМП. В разделе 1.4.4 выполняется анализ факторов организации радиосвязи на основе позиционирования в СРД 5G. В разделе 1.4.5 представлена новая архитектура системы позиционирования в СПРС 5G. В разделе 1.4.6 формулируются тенденции развития технологий позиционирования в СРД 5G.

1.4.2. Особенности архитектуры сетей радиодоступа 5G

Архитектура в СРД 5G обусловлена требованиями сокращения сквозной задержки передачи и характеризуются переходом от централизованной через БС (рис. 1.38, а) к распределенной организации радиосвязи непосредственно между АТ (рис. 1.38, в). На рис. 1.38 показан сценарий перехода от централизованной к распределенной схеме, когда за счет малых сверхплотных сот (рис. 1.38, б) возможна организации радиосвязи с использованием транзитных узлов, в качестве которых выступают как БС малых сот, так и сами АТ. Сверхплотное территориальное распределение сот неизбежно приведет к повышению уровня внутрисистемных помех, что потребует пространственного уплотнения одновременных передач SDMA (Space-division multiple access), за счет новых процедур установления и ведения связи, например, адаптивного ДО при направленном приеме и передаче.



а) Централизованная организация радиосвязи через БС б) Сценарий малых сверхплотных сот

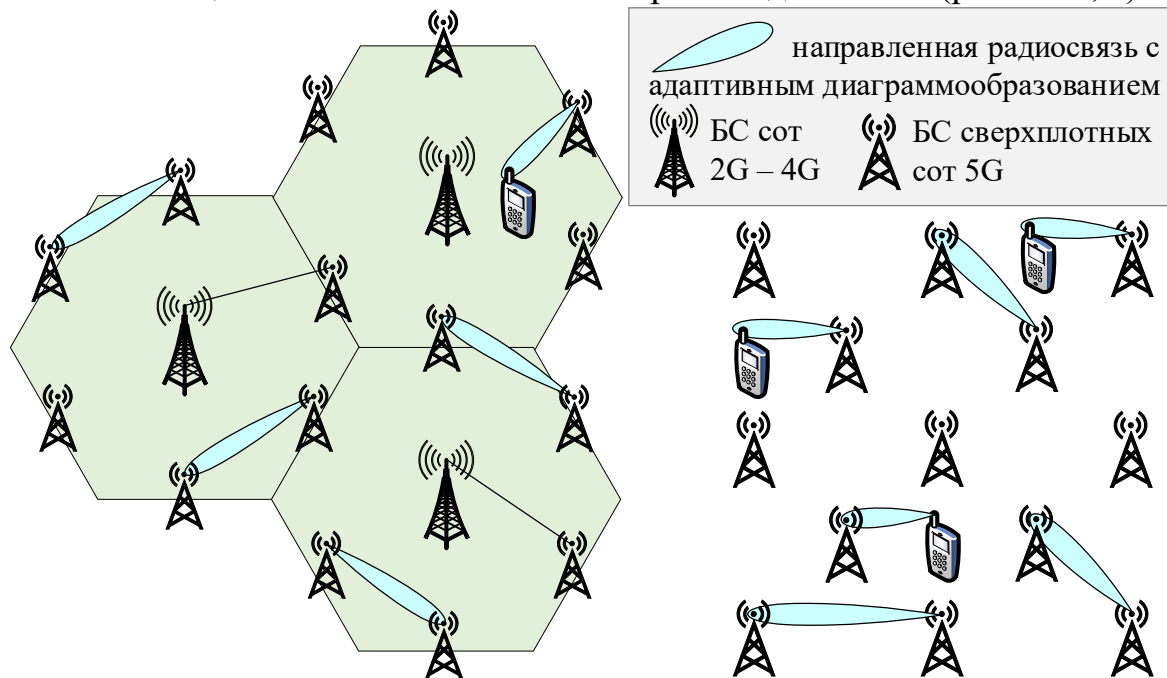


в) Распределенная организация радиосвязи через АТ и БС малых сверхплотных сот

Рис. 1.38. Переход от централизованной к распределенной организации радиосвязи

Одним из важных аспектов эволюции архитектуры СПРС 5G является переход к топологии, ориентированной на устройство, в которой само устройство выступает не только как оконечный, но и как транзитный узел сверхплотной радиосети. Это связано также со спецификой распространения радиоволн миллиметрового диапазона. Строго говоря, к миллиметровым волнам (ММВ) или крайне высоким частотам (КВЧ) относится диапазон радиоволн с длиной волны от 10 мм до 1 мм, что соответствует частоте от 30 ГГц до 300 ГГц, однако иногда в зарубежных публикациях [66] к ММВ относят также и сантиметровые волны (СМВ) с длиной волны от 10 см до 1 см, что соответствует частоте от 3 ГГц до 30 ГГц (сверхвысокие частоты,

СВЧ). Устройства стандартов 2G – 4G работают преимущественно с дециметровыми волнами (ДМВ) с длиной волны от 1 м до 10 см, что соответствует частоте от 300 МГц до 3 ГГц (ультравысокие частоты, УВЧ). Микроволновое излучение включает в себя дециметровый, сантиметровый и миллиметровый диапазоны радиоволн, частоты микроволнового излучения изменяются от 300 МГц до 300 ГГц (длина волны от 1 м до 1 мм). Ожидается, что устройства 5G будут работать в диапазонах СВЧ и КВЧ. Для удобства дальнейшего анализа будем под миллиметровым диапазоном понимать радиоволны диапазонов КВЧ (30 – 300 ГГц) и СВЧ (3 – 30 ГГц). Особенности распространения радиоволн (РРВ) ММВ диапазона накладывают определенные ограничения на дальность радиосвязи снаружи помещений [67] и в дополнении к традиционной организации радиосвязи через БС сот 2G – 4G являются предпосылкой сверхплотного территориального распределения базовых станций малых сот 5G миллиметрового диапазона (рис. 1.39, а).



а) Организация радиосвязи через БС сот 2G – 4G и сверхплотных сот 5G миллиметрового диапазона

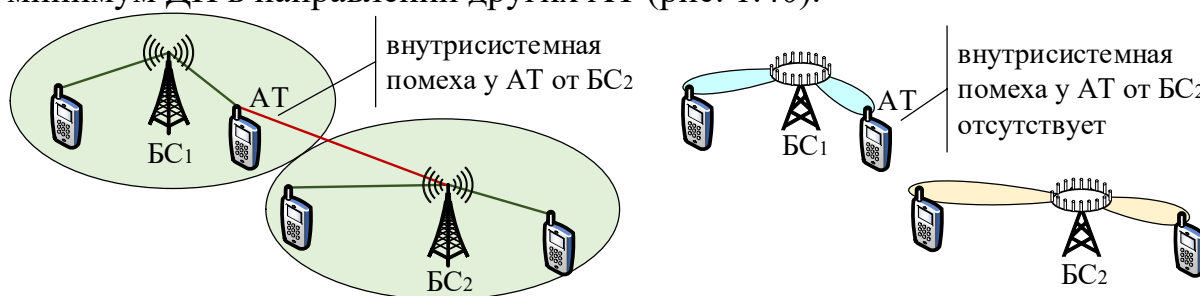
б) Организация радиосвязи через БС сверхплотных сот 5G миллиметрового диапазона

Рис. 1.39. Сценарии обычных и малых сот с адаптивным диаграммообразованием

Организация радиосвязи через БС сверхплотных сот 5G миллиметрового диапазона оправдана в местах повышенной плотности абонентских устройств, требующих высокой скорости передачи, например, на станциях, в крупных торговых центрах и офисах. Предпочтительными сценарием РРВ для БС сверхплотных сот 5G миллиметрового диапазона являются условия прямой видимости между передатчиков и приемником LOS (Line Of Sight) [68], которые позволяют, в том числе, реализовать режим адаптивного диаграммообразования (рис. 1.39, б).

Направленная передача и прием позволяет существенно повысить коэффициенты усиления (КУ) в радиолинии и, таким образом, компенсировать затухание сигнала ММВ [69, 70] в условиях LOS. Организация радиосвязи через БС сверхплотных сот 5G миллиметрового диапазона с адаптивным ДО позволяет реализовать пространственное уплотнение одновременных передач SDMA [71]. Таким образом, новые особенности архитектуры сети радиодоступа 5G включают, во-первых, *переход от централизованной к распределенной организации радиосвязи*, где в качестве транзитных узлов выступают как базовые станции малых сот, так и сами абонентские терминалы и, во-вторых, *организацию направленной радиосвязи в сверхплотных сотах с использованием адаптивного диаграммообразования*.

Радиоинтерфейс направленной радиосвязи в СРД 5G связан, в первую очередь, с переходом из диапазона УВЧ (0,3 – 3 ГГц) с длиной волны от 1 м до 10 см в миллиметровый диапазон с длиной волны от 10 см до 1 см (СВЧ) и от 10 мм до 1 мм (КВЧ). Меньшая длина волны позволяет реализовать компактные антенные решетки из достаточно большого числа элементов даже в портативных абонентских терминалах [72]. Пространственная обработка сигналов (ПОС) в антенных решетках позволяет адаптивно формировать максимум диаграммы направленности (ДН) передачи/приема в нужном направлении, например, в направлении обслуживаемого данной БС АТ, и минимум ДН в направлении других АТ (рис. 1.40).



а) Организация ненаправленной радиосвязи

б) Организация направленной радиосвязи

Рис. 1.40. Переход от ненаправленной к направленной организации радиосвязи

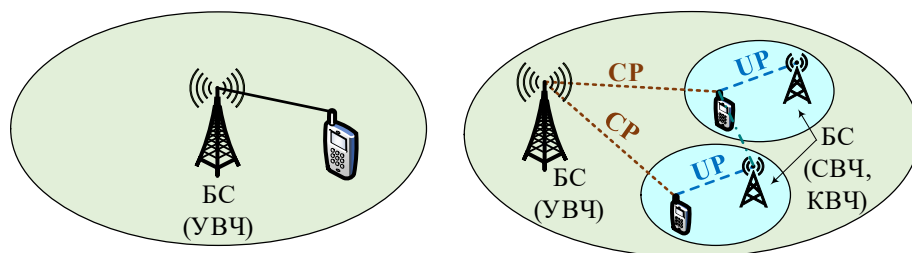
Реализация направленной передачи и приема требует предварительного определения углов/направлений прихода сигнала АОА (Angle of Arrival) / DOA (Direction of Arrival). Совокупность новых процедур для установления и ведения направленной радиосвязи, определяет *необходимость разработки нового радиоинтерфейса «направленной радиосвязи»* [73]. На сегодняшний день существуют определенные аппаратные ограничения, связанные с невозможностью подключения высокоскоростного АЦП/ЦАП к каждому антенному элементу, число которых в антенной системе базовых и абонентских станций может достигать нескольких десятков и сотен. Поэтому на физическом уровне для организация направленной радиосвязи предполагается использование *гибридных схем адаптивного диаграммообразования*, включающих совместную аналоговую и цифровую обработку

сигналов в антенных системах [71]. Дополнительным вариантом направленной радиосвязи является известный принцип секторизации, который с точки зрения сложности программно-аппаратной реализации является гораздо более простым по сравнению с адаптивным диаграммообразованием [74].

Адаптивные антенные системы (ААС) в СРД 5G, работающие в миллиметровом диапазоне, позволяют существенно повысить дальность радиосвязи за счет усиления узконаправленной передачи или приема без необходимости увеличения геометрических размеров ААС [75–77]; также узконаправленные передачи позволяют снизить внутрисистемные помехи при повторном использовании частот и реализовать пространственное уплотнение одновременных передач по принципу SDMA [78]. Основным ограничивающим фактором реализации многоэлементных антенных решеток остается массогабаритный; анализ ААС содержится в [79–87].

Разделение слоев в СРД 5G продиктовано изменениями архитектуры и радиоинтерфейса сверхплотных радиосетей. Управление большим количеством БС и АТ при их сверхплотном территориальном распределении и динамической конфигурации топологии связей традиционными методами становится проблематичным. Более гибким представляется подход программно-определяемых сетей SDN (Software Defined Network), который предполагает разделение функций управления сетевыми устройствами и функций передачи данных на пользовательский слой UP (User Plane) и слой управления CP (Control Plane). Пользовательский слой UP включает группу основных протоколов, которые переносят пользовательский трафик. Слой управления CP составляют вспомогательные протоколы, необходимые для управления. Такое разделение позволяет ограничить объем служебных сигналов и команд управления в плоскости управления CP при многократном росте абонентского трафика в пользовательской плоскости UP [66]. В концепции программно-определяемой сети SDN уровень управления сетью отделён от устройств передачи данных и реализуется программно.

Подход SDN позволяет разделить процессы в плоскостях передачи UP и управления CP данными, программно централизовать управление сетью, а также виртуализировать физические сетевые ресурсы. Инструментом взаимодействия двух плоскостей является протокол OpenFlow, реализующий независимый от производителя интерфейс между логическим контроллером сети и сетевым транспортом. Пример разделения слоев в сетях радиодоступа 5G со сверхплотным распределением базовых станций показан на рис. 1.41, где передача данных в UP осуществляется через БС малых сот, а сигналы управления в CP передаются базовыми станциями макросот. С точки зрения сетевой организации на уровне подсистемы радиодоступа подход SDN позволяет реализовать самоорганизующуюся сеть SON (Self-organizing network).



а) Обмен в макросоте

б) Разделение слоев UP/CP

- данные (пользователя) и (сигналы) управление в макросоте
- сигналы управления (C-Plane) от макросоты
- данные пользователя (U-Plane) в обслуживающей соте
- данные пользователя (U-Plane) в смежной соте

Рис. 1.41. Разделение слоев в сетях радиодоступа 5G

Несмотря на те возможности, которые открывает подход SON, на уровне радиодоступа может потребоваться кооперация нескольких базовых станций, для чего служит технология координированной многоточечной передачи и приема CoMP (Coordinated Multipoint).

Облачная сеть радиодоступа C-RAN (Cloud Radio Access Network) призвана справиться с возрастающими требованиями новых скоростей передачи в СРД 5G. Концепции C-RAN предусматривает централизованную обработку сигналов для нескольких сот и позволяет повысить производительность за счет координации между сотами CoMP, а также оптимизировать эксплуатацию затрат за счет объединения аппаратных ресурсов подсистемы радиодоступа. Изначально БС СРД 2G конструктивно представляли собой достаточно большой железный шкаф, высотой 1,5-2 метра, установленный в кондиционированном помещении, либо металлическом контейнере «на земле»; от БС к антеннам, размещенным на башнях и т.д. прокладывались фидеры. Позже начался выпуск так называемых распределенных БС, на основе которых в настоящее время построены СРД 2G-GSM, 3G-UMTS и 4G-LTE большинства операторов связи. Такая БС включает в себя базовый блок BBU (Baseband Unit), по-прежнему размещаемый «на земле», и несколько радиомодулей RRU (Radio Remote Unit), размещаемых вблизи антенн. BBU и RRU связаны между собой оптическим кабелем, поверх которого реализуется интерфейс CPRI (Common Public Radio Interface). Радиомодуль осуществляет аналого-цифровое / цифро-аналоговое преобразование, усиление и фильтрацию сигнала, формирование радиочастотного тракта. Весь стек протоколов взаимодействия БС с АТ и БС с ядром сети, а также алгоритмы обработки сигналов реализуются базовым блоком BBU. BBU, по сути, представляет собой небольшой сервер, высотой 2-3 юнита, который может быть установлен либо в телекоммуникационной стойке помещения, либо в климатическом шкафу на крыше здания, либо непосредственно на столбе/радиомачте для BBU внешнего (outdoor) исполнения [91].

Следующим шагом развития архитектуры построения БС стала концепция облачных ВВU или Cloud ВВU, которая заключалась в отказе от локальных ВВU, размещаемых непосредственно на объектах БС, и перенос их функциональности на виртуализированные ресурсы мощных серверов, размещаемых в центрах обработки данных (ЦОД). Данная концепция за счет централизации ресурсов позволяет повысить надежность и емкость БС, одновременно снизив затраты на их эксплуатацию [91]. Архитектура БС СРД 5G представляет собой дальнейшее развитие идеологии распределенных БС и Cloud ВВU.

При организации облачной сети радиодоступа используется технология оптического волокна как среды передачи от передатчика до некоей точки х FTTx (Fiber To The x); и уже от этой точки сигнал снова преобразуется в электрический и распространяется по кабелю. Разновидностью FTTx является волокно до антенны FTТА (Fiber to the Antenna) с передачей по оптоволокну от пула блоков ВВU до выносных радио модулей RRH (Remote Radio Head), расположенных вблизи антенн (рис. 1.42).

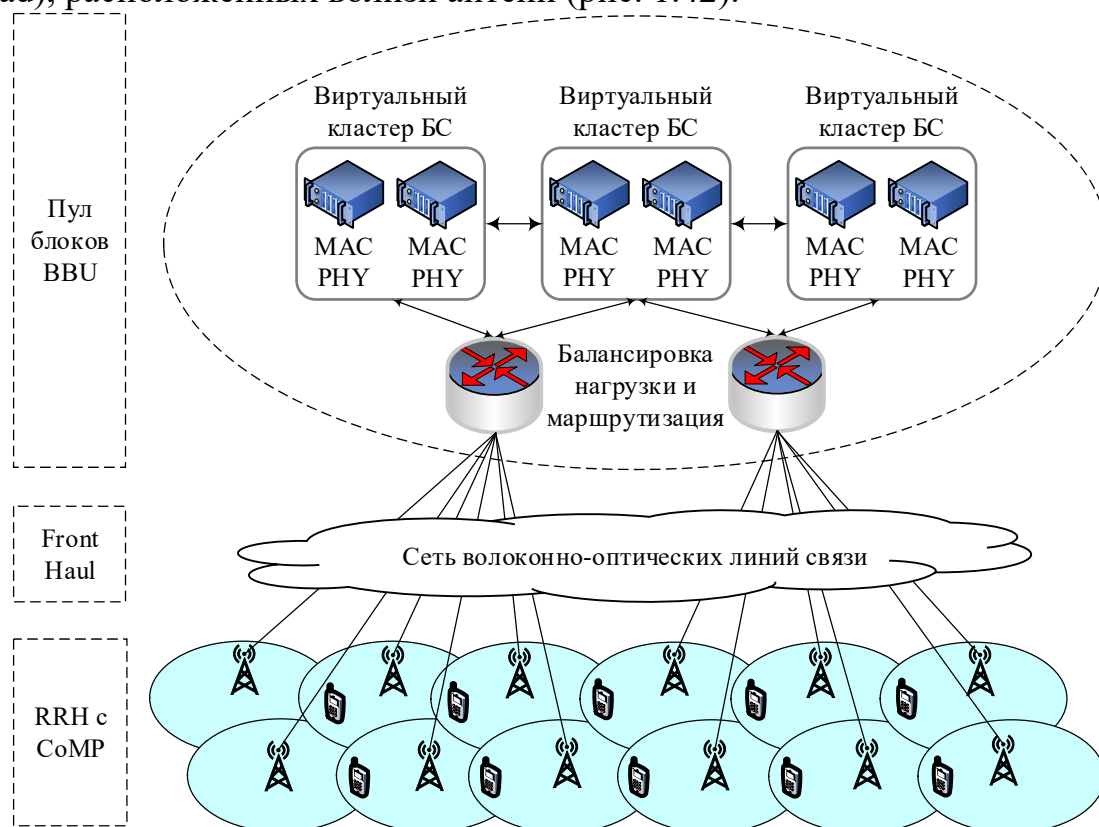


Рис. 1.42. Архитектура C-RAN для сетей радиодоступа 5G

Использование сети ВОЛС (волоконно-оптических линий связи) в тракте между оборудованием виртуального кластера БС и выносными радио модулями RRH малых сот позволяет реализовать архитектуру облачной СРД C-RAN. Преимуществом ВОЛС являются низкие потери и энергопотребление, а также помехо- и грозозащищенность тракта.

При многократном росте трафика на уровне сети радиодоступа концепция C-RAN вместе с подходом разделения слоев позволяет программно централизовать управление сетью, а также виртуализировать физические сетевые ресурсы. Ресурсы модулей BBU объединяются в пул, который территориально отделен от мест расположения базовых станций малых сверхплотных сот. Выносные радио модули RRH эквивалентны блокам RRU и выполняют преимущественно аналоговые аппаратно реализуемые функции преобразования частоты, усиления мощности при передаче, малозумящего усиления при приеме, дуплексирования, фильтрации, АЦП/ЦАП. Вычислительные возможности обработки сигналов модулями BBU оказываются централизованными и могут быть программно конфигурированы, что повышает масштабируемость и гибкость программной конфигурации SDN и самоорганизации SON сверхплотной радиосети.

Гетерогенная сеть радиодоступа (HetNet) призвана объединить различные по зонам обслуживания соты в общую сеть (рис. 1.43) [66].

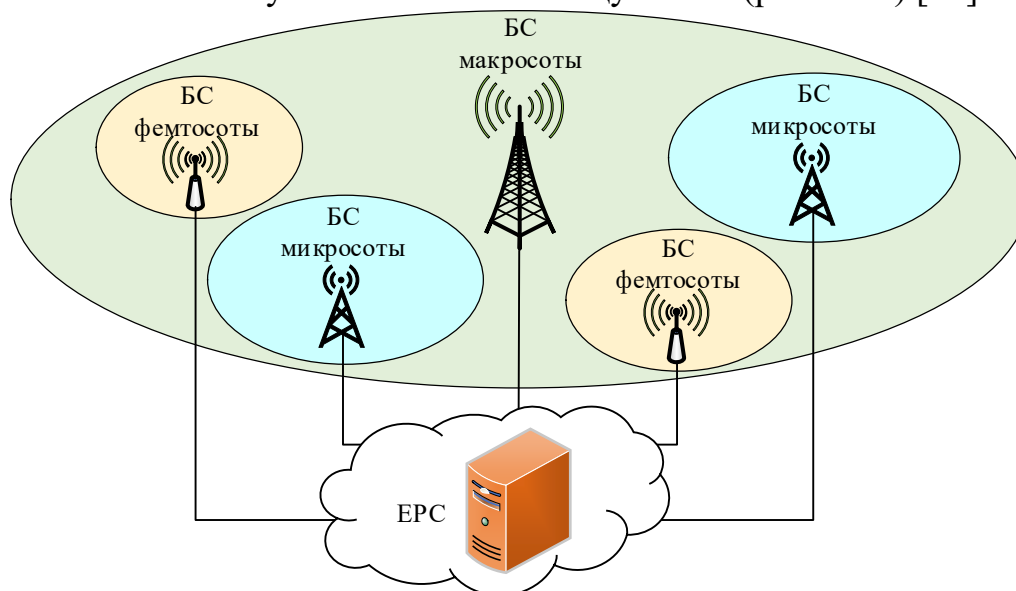


Рис. 1.43. Архитектура гетерогенной сети радиодоступа 5G

Для удовлетворения возрастающих требований к скоростям передачи в СРД 5G гетерогенные сети образуются из макросот, микросот и фемтосот, которые, в целом, повышают повторное использование выделенных частот, могут территориально накладываться друг на друга, и требуют определенной сетевой координации для ограничения уровня внутрисистемных помех.

Помимо различных по географической протяженности зон обслуживания, координироваться могут и соты, различающиеся технологией радиодоступа RAT (Radio Access Technology). Конкурентное использование различных технологий радиодоступа RAT в гетерогенной СРД 5G повышает связность и пропускную способность, однако усложняют управление сетью.

Далее рассмотрим особенности физического уровня сети радиодоступа 5G с точки зрения возможностей позиционирования.

1.4.3. Особенности физического уровня сети радиодоступа 5G

Рассмотрим современные и перспективные технологии физического уровня сетей радиодоступа 5G.

Радиоканал миллиметрового диапазона определяет необходимость разработки и стандартизации новых моделей РРВ для анализа и синтеза технологий физического уровня СРД 5G. В [71] для моделирования радиоканала ММВ предлагаются параметры *потерь, проникновения сигнала, многолучевого распространения и доплеровского сдвига* при РРВ.

Потери в свободном пространстве FSL (Free Space Loss) на расстояние R при длине волны λ определяются выражением $FSL=(4\cdot\pi\cdot R/\lambda)^2$, R и λ выражены в одинаковых единицах; потери в дБ определяются как $L_{FSL}=32,4+20\cdot\lg f+20\cdot\lg R$, где f – несущая частота в МГц, R – расстояние в км [75]. Безусловно, потери РРВ повышаются с ростом частоты f , и ограничивают дальность радиосвязи, однако одновременно снижается и длина волны λ , что позволяет повышать плотность расположения антенных элементов в антенных решетках, которые, в свою очередь, за счет узконаправленной передачи и приема могут увеличить дальность радиосвязи.

Проникновение радиоволн ММВ диапазона при работе снаружи помещений через препятствия строительных материалов, таких как как стекло, гипсокартон, двери, оказалось существенно слабее по сравнению с радиоволнами ДМВ [67]. При работе внутри помещений через такие препятствия, как стены и маркерная доска, проникновение радиоволн ММВ диапазона также оказалось ограниченным [69]; тело человека тоже является препятствием для ММВ и вызывает затухание и многолучевое распространение внутри помещений [70]. Вследствие существенного ограничения проникновения есть основания полагать, что при организации радиосвязи с использованием ММВ диапазона снаружи помещений, внутрисистемные помехи внутри помещений при работе на той же частоте будут минимальными. Таким образом, имеет место так называемый эффект indoor-outdoor isolation с *локализацией зон радиопокрытия*, когда для обслуживания пространства снаружи и внутри помещения требуются разные базовые станции; это, в свою очередь, приводит к разделению обслуживания на зоны снаружи и внутри помещений. Слабое проникновение радиоволн ММВ в совокупности с уменьшением размеров сот и увеличением плотности БС существенно повышает вероятность радиосвязи в условиях LOS (рис. 1.44, а).

Многолучевое распространение радиоволн (MPPB) и сценарий отсутствия прямой видимости NLOS приводит к частотно-селективным замираниям и характеризуется статистическим параметром среднеквадратического расширения RMS (Root Mean Square) профиля мощности задержек PDP (Power Delay Profile) многолучевого распространения радиоволн. При соответствующей пространственной обработке (ПОС) многолучевые компоненты могут повысить надежность радиосвязи [67].

Для сценария подвижной радиосвязи условия LOS возможны не всегда, даже при сверхплотном распределении БС, поэтому сигналы, принятые по отраженным лучам, также могут быть обработаны при тщательном подборе ширины и направления ДНА антенной системы (рис. 1.44, б).

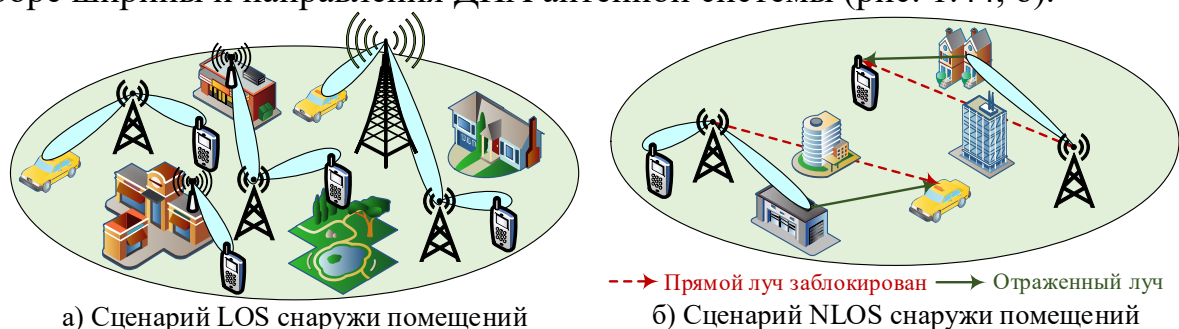


Рис. 1.44. Сценарии LOS и NLOS в сети радиодоступа 5G

Между выбором ширины диаграммы направленности антенны (ДНА) БС и АТ существует компромисс. С одной стороны, широкая ДНА предпочтительна при оценке направления/угла прихода сигнала. С другой стороны, узкая ДНА предпочтительна для организации *направленных сеансов радиосвязи и пространственного уплотнения одновременных передач*.

Доплеровский сдвиг характеризуется смещением частот принятых сигналов вследствие движения передатчика и/или приемника и вызывает замирания во временной области. Для компенсации замираний вследствие доплеровского сдвига используется подбор размера кадра в пределах времени когерентности радиоканала [68] и направленный прием узким лучом для уменьшения пространственного разброса принимаемых компонент [71].

Адаптивное диаграммообразование (ДО) является одним из основных инструментов радиointерфейса СРД 5G и включает *процедуры формирования и управления лучом, протоколы обучения адаптивных антенных систем (ААС) и методы определения угла/направления прихода сигнала АOA/DOA (Angle of Arrival Estimation / Direction of Arrival Estimation)*.

Формирование и адаптивное управление лучом использует различные конфигурации активных антенных систем (ААС) или адаптивных антенных решеток (ААР), алгоритмы весовой обработки и может быть реализовано в аналоговом, цифровом и гибридном виде [76]. Особенностью схемотехники приемопередающих радиостанций с ААР является наличие наряду с приемным сегментом аналогичной по составу передающей подсистемы, а также общей для них антенной решетки. Цифровой передающий сегмент активной ААР идентичен приемному с точностью до замены в нем АЦП на ЦАП и характеризуется инверсией алгоритмов обработки сигналов. Кроме того, существуют отличия и в реализации аналогового сегмента передающей системы, связанные с необходимостью усиления сигналов по мощности, преобразования частоты (ПЧ) и фильтрации побочных излучений. На рис. 1.45 представлена структура радиостанции с цифровым формированием луча, где на каждый элемент ААР приходится отдельный приемопередатчик [80].

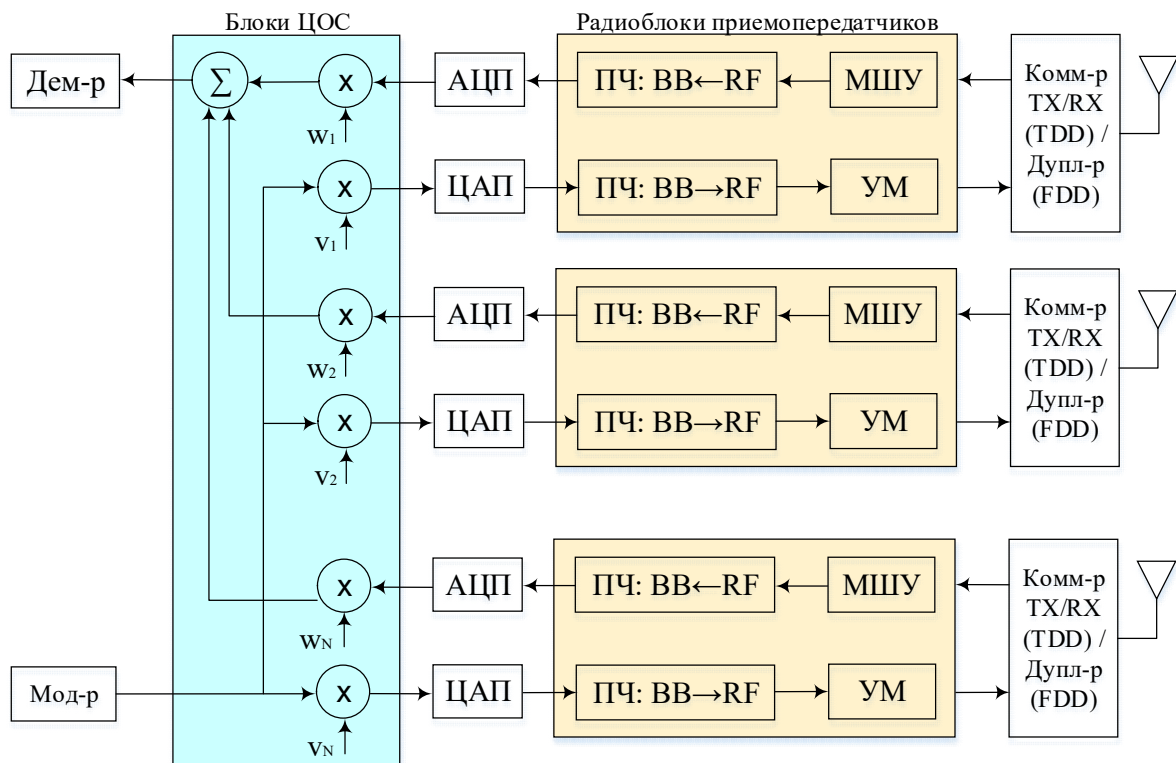


Рис. 1.45. Структура приемопередающей станции с цифровым формированием луча

Аппаратная часть радиоприемника включает малошумящий усилитель (МШУ) вместе с входным полосовым фильтром и АЦП, после которого сигнал в цифровом виде поступает в блок цифровой обработки сигналов (ЦОС), где производится его пространственная весовая обработка: с коэффициентами w_i при приеме и v_i при передаче, где $i=1, \dots, N$ – индекс элемента ААР. Аппаратная часть радиопередатчика включает ЦАП, усилитель мощности (УМ) вместе с выходным фильтром усиливаемого сигнала. В приемопередатчике используют однократное аппаратное преобразование частоты: при приеме с радиочастоты RF (Radio Frequency) в основную полосу информационных частот ВВ (Baseband); при передаче с RF в ВВ. Пространственная обработка сигналов (ПОС) в структуре радиостанции на рис. 1.45 для адаптивного формирования и управления лучом осуществляется в основной полосе частот ВВ в цифровом виде с применением умножения на коэффициенты w_i и v_i . При аналоговом ДО коэффициенты применяются уже к аналоговому сигналу на радиочастоте RF. Цифровое диаграммообразование является более эффективным, однако сложнее с точки зрения аппаратной реализации; аналоговое диаграммообразование проще в аппаратной реализации, однако обладает меньше гибкостью в формировании и управлении лучом. Гибридный подход совмещает преимущества формирования узких лучей с использованием аналоговых фазовращателей на радиочастоте RF с гибкостью цифрового диаграммообразования [77]. При формировании и управлении лучом целесообразно использовать узкую ДНА для обмена данными и более широкую ДНА при обмене сигналами управления [81].

Протоколы обучения ААС при адаптивном диаграммообразовании призваны решить задачу предварительного выравнивания лучей передающей и приемной радиостанций и являются неотъемлемой особенностью организации направленной радиосвязи (рис. 1.46).

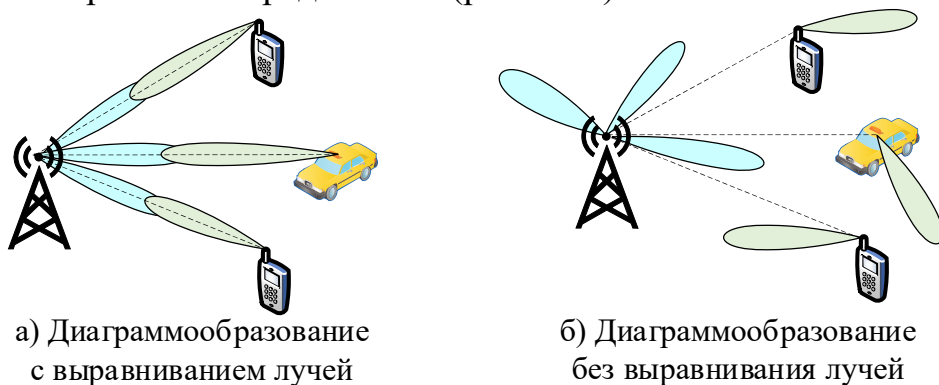


Рис. 1.46. Предварительное выравнивание лучей при диаграммообразовании

Для сценариев направленной радиосвязи, в отличие от ненаправленных приемов и передач, предварительное выравнивание лучей антенных решеток передающей и приемной радиостанций является необходимым условием для ведения связи [82]. Для выравнивания лучей протоколы обучения ААС могут использовать узкополосные пилотные сигналы [68].

Определение угла/направления прихода сигнала АОА/DOA вместе с протоколами обучения ААС является неотъемлемой процедурой адаптивного диаграммообразования. Предварительные процедуры АОА могут способствовать организации радиосвязи как в условиях наличия LOS, так и отсутствия прямой видимости NLOS; в последнем случае лучи приемных устройств работают с отраженным сигналами. Рассмотрим особенности совместного определения направления прихода сигнала и адаптивного диаграммообразования на примере приемной радиостанции на рис. 1.47.

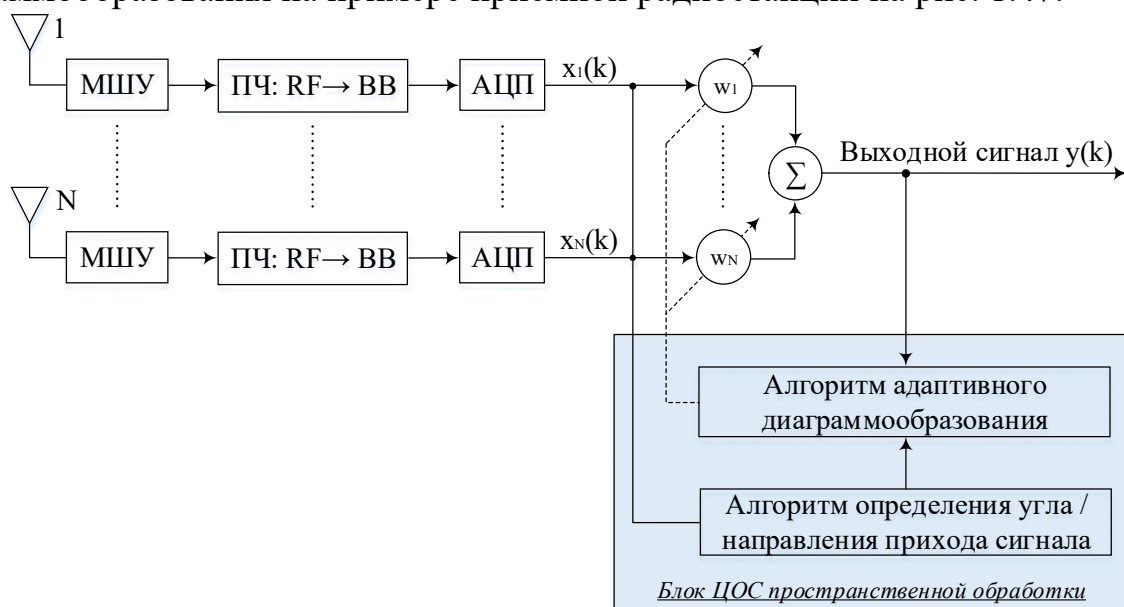


Рис. 1.47. Структура приемной радиостанции с цифровым формированием луча

Обработка принятых сигналов выполняется в блоке ЦОС пространственной обработки ААР и включает в себя две процедуры [87]: а) определение угла/направления прихода (AoA/DoA) сигнала/сигналов; б) адаптивное формирование диаграммы направленности (ДН). Возможности адаптивного диаграммообразования, помимо технических особенностей реализации, ограничены информированностью радиостанции–передатчика и радиостанции–приемника о текущей обстановке в радиоканале CSI (Channel State Information). Информация о текущей обстановке в радиоканале включает в себя текущие передачи потенциальных источников внутрисистемных помех, на основе которых можно определить углы прихода мешающих сигналов SNOI (Signal Of No Interest) и сформировать в соответствующих направлениях провалы диаграммы направленности как при работе на передачу, так и при работе на прием.

В том случае, когда радиостанции–передатчику и радиостанции–приемнику известны только относительные угловые расположения друг друга, они могут сформировать диаграммы направленности с максимальным усилением в направлении приема/передачи только полезного сигнала SOI (Signal Of Interest). Диаграммообразование с провалами в направлениях SNOI и максимумами в направлении SOI, позволяют повысить вероятность успешного радиоприема при работе в общем радиоканале [293–308]. Однако, это требует предварительной процедуры обучения как передатчика и приемника.

Процедура обучения заключается в периодическом анализе обучающих последовательностей, которые должны передаваться и приниматься ненаправленно. Принимая во внимание возможное децентрализованное функционирование радиостанций в составе радиосети, их мобильность, реализация совокупного диаграммообразования с провалами в направлениях SNOI и максимумами в направлении SOI представляется нетривиальной.

Для адаптивного диаграммообразования передатчика и приемника в режиме установления связи радиостанция–передатчик должна вначале определить угловое расположение радиостанции–приемника. Эта процедура является определением угла прихода сигнала AoA. Определение AoA осуществляется на основе процедур математической обработки комплексного вектора пространственно-временных отсчетов сигнала на выходах АЦП $\mathbf{x}(k)=[x_1(k), \dots, x_M(k)]^T$ и выходного сигнала $\mathbf{y}(k)=\mathbf{w}^H(k-1)\mathbf{x}(k)$, где $\mathbf{w}(k)=[w_1(k), \dots, w_M(k)]^T$ – вектор комплексных весовых коэффициентов, k – индекс дискретного времени, верхние индексы T и H обозначают транспонирование и эрмитово сопряжение векторов соответственно. После определения AoA, когда передатчику известно угловое расположение приемника, а приемнику – угловое расположение передатчика, сеанс связи на основе адаптивного диаграммообразования может быть осуществлен с выравниванием лучей и усилением на передающей и приемной сторонах.

Антенные системы с переключаемыми лучами являются развитием традиционных секторизованных антенн и представляют собой альтернативный вариант организации направленной радиосвязи с частично перекрывающимися секторами [81]. В антенных системах (АС) с переключаемыми лучами передача и прием осуществляются с использованием предварительно заданных диаграмм направленности антенны (ДНА) из конечного набора, который реализуется данной АС (рис. 1.48, а) [87].

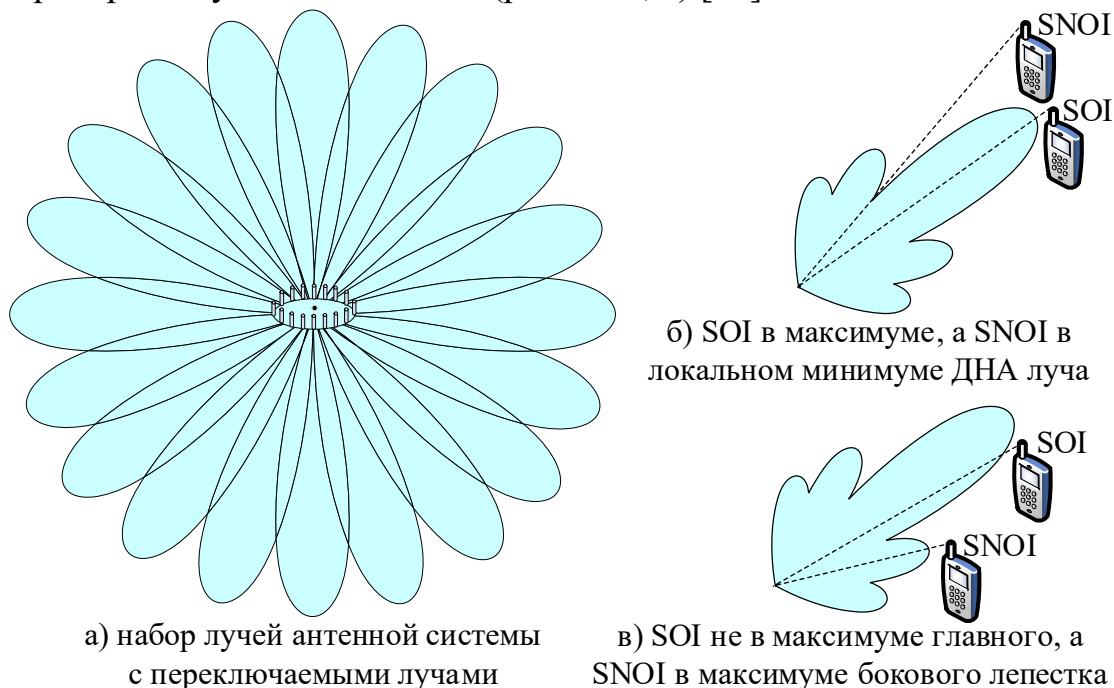


Рис. 1.48. Направленная радиосвязь в антенной системе с переключаемыми лучами

В отличие от адаптивных антенных систем с возможностями текущего ситуационного диаграммообразования на основе параметров CSI, SOI и SNOI, в антенных системах с переключаемыми лучами возможны как оптимистические, так и пессимистические сценарии. При оптимистическом сценарии (рис. 1.48, б) АТ, являющийся приемником полезного сигнала SOI, расположен в максимуме ДНА переключаемого луча, а другие АТ, являющиеся SNOI, расположены в некоторых локальных минимумах переключаемого луча. При пессимистическом сценарии (рис. 1.48, в) АТ, являющийся приемником полезного сигнала SOI, смещен по азимуту от максимума ДНА переключаемого луча, а другие АТ, являющиеся SNOI, оказываются в локальных максимумах боковых лепестков переключаемого луча, что вызывает повышение уровня внутрисистемных помех. Преимуществом антенных систем с переключаемыми лучами по сравнению с адаптивными антенными системами является меньшие накладные расходы протокола установления на основе ситуационных параметров CSI, SOI и SNOI [80]. Антенные системы с переключаемыми лучами позволяют значительно повысить бюджет радиоканала миллиметрового диапазона и могут использоваться тогда, когда оперативный сбор параметров CSI, SOI и SNOI затруднен.

Технология Massive MIMO (mMIMO) является развитием систем MIMO с количеством антенных элементов, значительно превосходящих число абонентских терминалов в зоне обслуживания базовой или абонентской станции. В антенных решетках Massive MIMO количество антенных элементов может достигать 128, 256 и более. При определенной конфигурации элементов антенной решетки возможно пространственное 3D диаграммообразование по горизонтали и вертикали [83] (рис. 1.49).

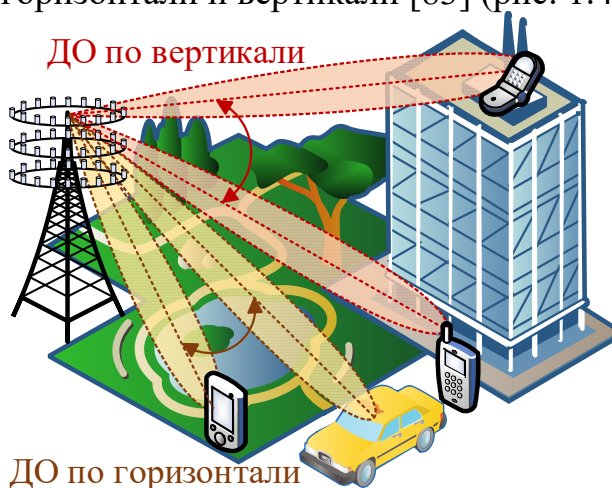


Рис. 1.49. 3D диаграммообразование по горизонтали и вертикали в системах mMIMO

При работе в режиме пространственного мультиплексирования и соответствующей обработке на передающей и приемной сторонах системы Massive MIMO позволяют повысить пропускную способность радиолинии в число раз, сопоставимое с числом антенных элементов [84], а также реализовать многопользовательское пространственное детектирование сигналов разных устройств [85]. Большое число антенных элементов усложняет сбор и обработку параметров CSI для канальной матрицы, поэтому актуальными становятся вопросы организации широковещательных трансляций для обмена параметрами CSI при кооперации базовых станций [86].

Технология полнодуплексной радиосвязи FD (Full Duplex) предполагает одновременную работу на прием и передачу в одном частотном радиоканале [88], [89]. При подобной организации радиосвязи спектральная эффективность удваивается, за что приходится платить неизбежным повышением уровня внутрисистемных помех. Однако последние достижения в области подавления внутрисистемных помех SIC (Self-Interference Cancellation) позволяют говорить о практической реализуемости режима FD, в том числе, за счет диаграммообразования и компенсации помех в пространственном домене MIMO систем [90]. Различают активные и пассивные методы подавления/компенсации помех SI (Self-Interference) полнодуплексной радиосвязи FD [90]. Пассивная компенсация использует экранирование передающего и приемного радиотракта, а также кросс-поляризацию и направленные сеансы передачи и приема. Активная компенсация основана на вычитании из принимаемого своего известного передаваемого сигнала.

1.4.4. Организация радиосвязи на основе позиционирования в СРД 5G

В работе [92] представлены особенности использования позиционирования при организации радиосвязи в СРД 5G на основе данных о местоположении (МП) LAC (Location Aware Communication) через стек протоколов модели OSI, в том числе, для решения новых задач, связанных с ростом трафика и числа устройств, повышения надежности в критически важных приложениях и снижения энергопотребления и задержки. AT 5G смогут определить своё МП на основе технологий ГНСС и наземных систем сетевого позиционирования с точностью до 1 м. В местах слабого приема ГНСС, например, в условиях плотной городской застройки и внутри помещений, для позиционирования могут использоваться технологии СРД Wi-Fi, UWB, RFID, Bluetooth; комбинирование различных технологий позволит повысить точность ОМП до десятков сантиметров. Сценарии использования позиционирования при организации радиосвязи представлены на рис. 1.50.

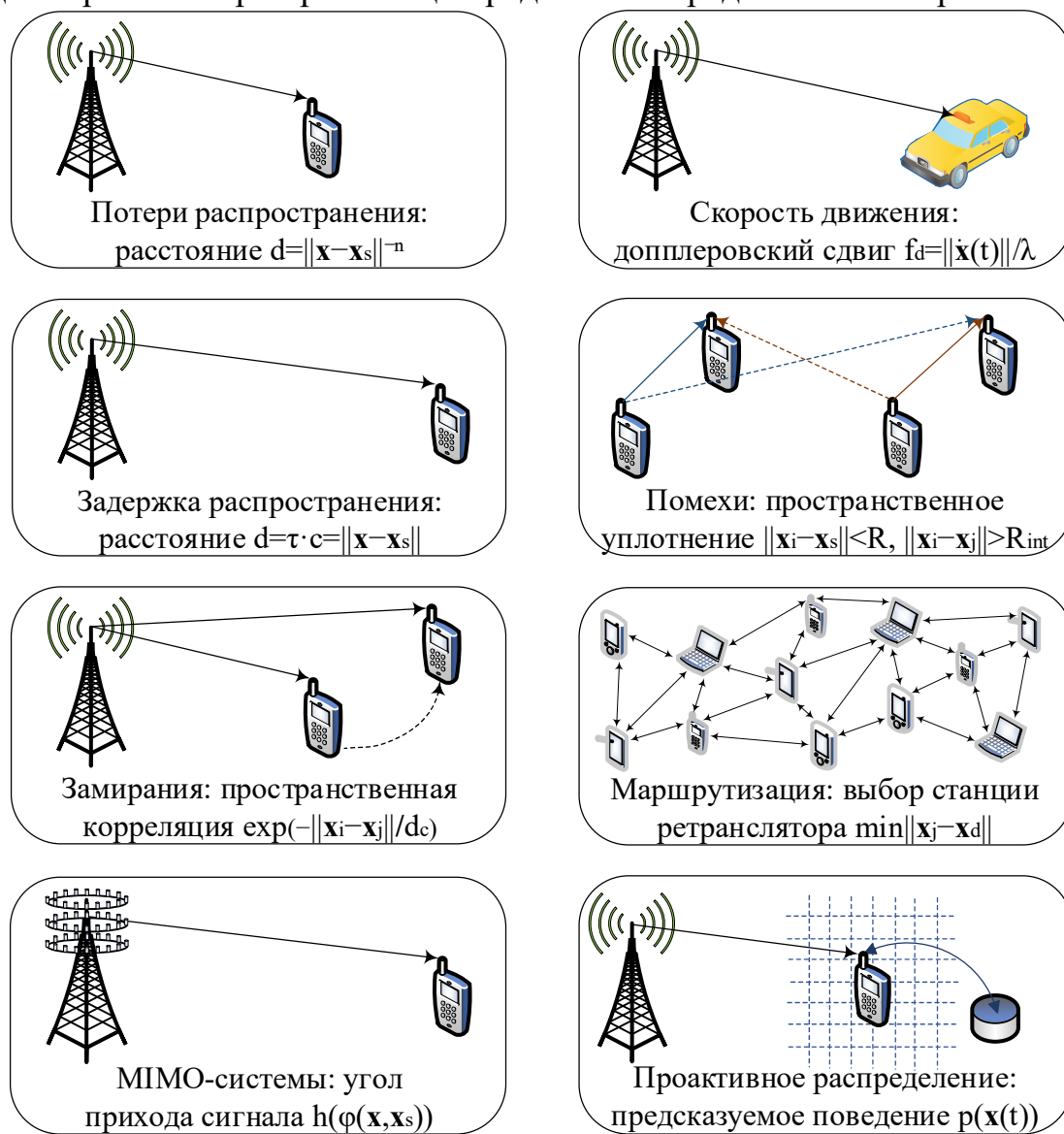


Рис. 1.50. Сценарии использования позиционирования при организации радиосвязи

Введем следующие обозначения на рис. 1.50: \mathbf{x}_{AT} – вектор координат абонентского терминала (АТ); $\mathbf{x}_{БС}$ – вектор координат базовой станции (БС); n – степенной показатель потерь при распространении радиоволн (РРВ); \mathbf{x}_i – вектор координат АТ_i, \mathbf{x}_j – вектор координат АТ_j, d_c – расстояние пространственной корреляции; φ – угол прихода сигнала от БС к АТ (или от АТ к БС); \mathbf{h} – канальная матрица ММО; c – скорость света; τ – задержка распространения сигнала; f_d – доплеровский сдвиг частоты; $\mathbf{x}(t)$ – скорость движения АТ; λ – длина волны; R – радиус зоны обслуживания; R_{int} – радиус зоны помех; \mathbf{x}_d – вектор координат станции получателя; $p(\mathbf{x}(t))$ – функция распределения местоположения АТ в момент времени t . Во-первых, отношение сигнал шум SNR (Signal to Noise Ratio) уменьшается с увеличением расстояния $d=|\mathbf{x}-\mathbf{x}_s|^{-n}$ между БС и АТ вследствие потерь при РРВ, поэтому БС, зная местоположение АТ, может оценить уровень принимаемого АТ сигнала и, таким образом, спрогнозировать внутрисистемные помехи. Если не брать в расчет эффект замираний, выбор ретранслятора при организации маршрутизации в СРД может быть основан на расстоянии до ближайшей радиостанции. Во-вторых, вследствие замираний при РРВ может наблюдаться существенный разброс уровней принимаемого сигнала при перемещении АТ на относительно небольшое расстояние, поэтому БС, зная местоположение АТ, может оценить расстояние пространственной корреляции по коэффициенту $\exp(-|\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j|/d_c)$. В-третьих, мобильность АТ 5G можно будет спрогнозировать по некоторому признаку местоположения.

Традиционно управление радиоресурсами осуществляется на основе информации о текущем состоянии канала CSI (Channel State Information); *подход организации радиосвязи на основе комбинированных данных LAC/CSI с учетом местоположения АТ* может усовершенствовать процедуры управления радиоресурсами и снизить накладные расходы при обмене сигнальными сообщениями (рис. 1.51) [92].

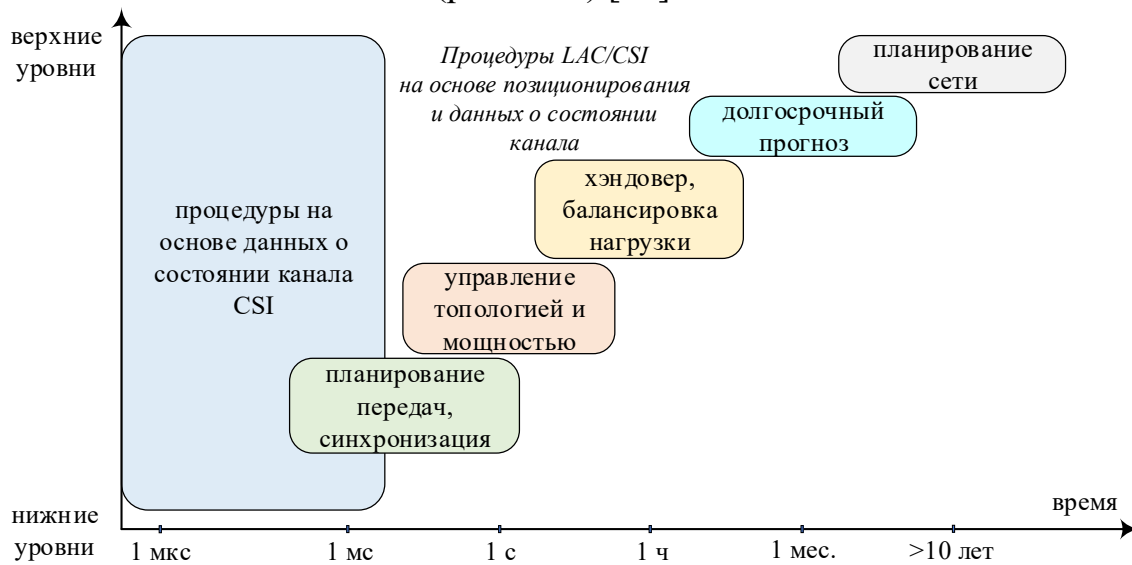


Рис. 1.51. Место процедур LAC/CSI в масштабе времени и стека протоколов

Наконец, данные о МП востребованы во многих киберфизических системах, таких как интеллектуальные транспортные сети и системы управления робототехническими комплексами. Интерес к организации радиосвязи на основе позиционирования других радиостанций связан также и с когнитивными радиосетями, в том числе при использовании неиспользуемых участков спектра телевизионного вещания. Использование данных о местоположении востребовано не только в когнитивных радиосетях, но и в сотовых сетях подвижной радиосвязи, а также самоорганизующихся радиосетях.

База данных измерений радиоканала. Для прогнозирования качества радиоканала в местоположениях, где измерения ранее не проводились, используется механизм предсказания. Для различных сред РРВ используются различные модели и параметры, поэтому предсказание основано на механизмах машинного обучения, например, Гауссовского процесса GP (Gaussian Process) [92]. Принцип работы GP сводится к следующему: АТ, находясь в некотором местоположении (МП), отправляет метрику качества канала CQM (Channel Quality Metric) в базу данных (БД) вместе с временной меткой [t] и географической привязкой [pos] данного МП; после этапа обучения GP может сформировать оценку метрики CQM с заданным доверительным интервалом для других местоположений АТ. Таким образом, результатом работы GP является априорная распределение метрики качества канала. Принцип сбора измерений механизмом GP показан на рис. 1.52.

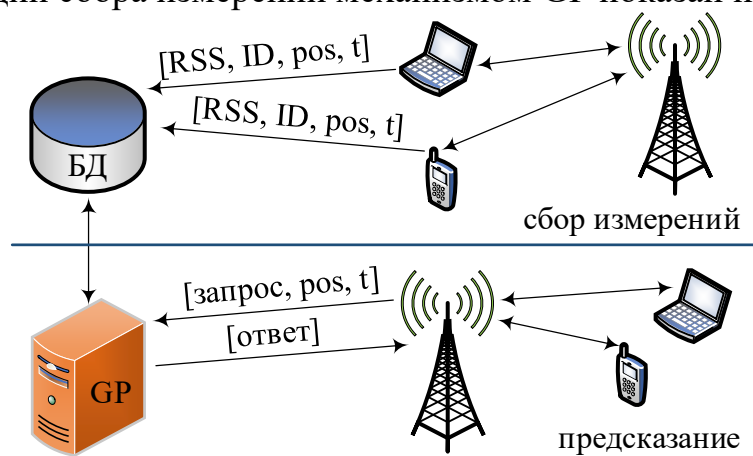


Рис. 1.52. Сбор измерений в БД для механизма машинного обучения с предсказанием

В качестве метрики CQM могут выступать следующие параметры измерений принимаемого сигнала: уровень мощности RSS, среднеквадратическое расширение задержки, разброс углов прихода, ранг канальной матрицы ММО для многоантенных систем; далее будем рассматривать в качестве измеряемого параметра мощность принимаемого сигнала.

При РРВ мощность принимаемого сигнала моделируется: потерями распространения в свободном пространстве в зависимости от расстояния, медленными (крупномасштабными) замираниями вследствие затенения препятствиями и быстрыми (мелкомасштабными) замираниями, вызванными многолучевым распространением и движением.

Мелкомасштабные замирания вызывают декорреляцию мощности принимаемого сигнала при незначительных пространственных разнесениях, поэтому даже при достаточно точной метке географической привязки текущего МП, где сделано измерение мгновенной мощности принимаемого сигнала, достоверно предсказать быстрые замирания в новом местоположении не представляется возможным.

Возможным оказывается прогноз усредненного уровня мощности принимаемого сигнала $P_{RX}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i)$, где \mathbf{x}_s – вектор координат радиостанции отправителя; \mathbf{x}_i – вектор координат радиостанции получателя

$$P_{RX}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i) = L_0 - n \lg(\|\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_i\|) + \Psi(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i), \quad (1.6)$$

где n – степенной показатель потерь РРВ; $\Psi(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i)$ – составляющая замираний (в дБ), определяемая местоположением станции получателя относительно станции отправителя; L_0 – постоянная составляющая потерь. Обычно для медленных замираний делается предположение о логнормальном распределении, т.е. $\Psi(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i) \sim N(0, \sigma_\Psi^2)$, где σ_Ψ^2 – дисперсия замираний.

Зависимость местоположением станции получателя относительно станции отправителя от потерь РРВ определяется слагаемым $n \lg(\|\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_i\|)$ в (1.6), а зависимость от медленных замираний моделируется пространственной корреляцией; пространственная автокорреляционная функция между двумя местоположениями i и j определяется как

$$C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = E\{\Psi(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i)\Psi(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_j)\} = \sigma_\Psi^2 \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|}{d_c}\right), \quad (1.7)$$

где d_c – расстояние пространственной корреляции. В случае общего передатчика, как, например, базовой станции в СРД, механизм обучения с предсказанием GP функционирует следующим образом: мощность принятого сигнала $P_{RX}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i)$ как функция \mathbf{x}_i со средним $\mu(\mathbf{x}_i)$ и ковариацией $C(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i)$ принимается гауссовским случайным процессом.

Если определить среднее как $\mu(\mathbf{x}_i) = L_0 - n \lg(\|\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_i\|)$, тогда ковариация будет равна (1.7). Для обучения GP, допустим, что $y_i = P_{RX}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i) + n_i$ – зашумленная обучающая выборка измерения мощности принимаемого сигнала радиостанций i , n_i – гауссовская аддитивная случайная величина с нулевым средним и дисперсией σ_n^2 . Введем вектора $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_1^T, \dots, \mathbf{x}_N^T]^T$, $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$, и базу данных (БД) $\mathbf{D} = \{\mathbf{X}, \mathbf{y}\}$, тогда совместное распределение N обучающих измерений подчиняется гауссовскому распределению

$$\mathbf{y} | \mathbf{X}; \theta \sim N(\mu(\mathbf{X}), \mathbf{K}), \quad (1.8)$$

где $\mu(\mathbf{X}) = [\mu(\mathbf{x}_1), \mu(\mathbf{x}_2), \dots, \mu(\mathbf{x}_N)]^T$ – вектор средних значений, а \mathbf{K} – ковариационная матрица с элементами $[\mathbf{K}]_{ij} = C(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i) + \sigma_n^2 \delta_{ij}$, где $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$ и $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$. Гауссовское распределение (1.8) зависит от набора совокупности параметров $\theta = [\sigma_n^2, d_c, L_0, n, \sigma_\Psi^2]$, которые могут получены в результате процесса обучения с использованием БД \mathbf{D} путем минимизации отрицательной

логарифмической функции правдоподобия $-\log(p(y|\mathbf{X};\theta))$ по набору параметров θ ; процесс обучения на этом завершается. Предсказанное на основе БД \mathbf{D} распределение мощности принятого сигнала $P_{RX}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_*)$ в новом местоположении \mathbf{x}_* подчиняется гауссовскому распределению со средним значением $\bar{P}_{RX}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_*)$ и дисперсией $\Sigma_{RX}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_*)$

$$\begin{aligned}\bar{P}_{RX}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_*) &= \mu(\mathbf{x}_*) + \mathbf{k}_*^T \mathbf{K}^{-1} (y - \mu(\mathbf{X})); \\ \Sigma_{RX}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_*) &= C(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_*) - \mathbf{k}_*^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{k}_*,\end{aligned}\tag{1.9}$$

где \mathbf{k}_* – вектор кросс-ковариаций $C(\mathbf{x}_*, \mathbf{x}_i)$ между \mathbf{x}_* и обучающими измерениями входными \mathbf{x}_i . Таким образом, механизм GP позволяет предсказывать параметр SQM в любом МП в любой момент времени, что может быть использовано при распределении радиоресурсов, например, для снижения задержек, или уменьшения накладных расходов.

На физическом уровне данные позиционирования о местоположении могут быть использованы для снижения внутрисистемных помех и накладных расходов сигнализации, а также для синхронизации. Известным примером использования данных о МП при организации радиосвязи является пространственный анализ спектра в когнитивных радиосетях, где оценивается мощность передачи в заданной полосе частот первичных ИРИ потенциальными вторичными пользователями заданной полосы частот.

Радиокарта занятости спектра, полученная средствами кооперативной обработки вторичными ИРИ, позволяет реализовать пространственное уплотнение одновременных передач, а также способствует адаптации мощности для снижения уровня внутрисистемных помех первичным ИРИ. В сетях радиодоступа 5G данный механизм может быть использован для совместной координации уровня внутрисистемных помех в сверхплотных радиосетях, а также для организации направленной радиосвязи узкими лучами с использованием пространственной обработки сигналов в системах massive MIMO. База данных местоположений может быть также использована при адаптации сигнально-кодовых конструкций в радиолиниях на основе кооперации данных LAC/CSI. Техническая возможность предсказания местоположений $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{x}(t+1)$, $\mathbf{x}(t+2)$, ... и занесения их в БД позволяет прогнозировать среднюю мощность принимаемого сигнала $\bar{P}_{RX}(t)$, $\bar{P}_{RX}(t+1)$, $\bar{P}_{RX}(t+2)$, ..., на основе которой можно оценивать в последующие моменты времени ожидаемую пропускную способность (ПС) $C(t) = W \log_2(1 + \bar{P}_{RX}(t)/(N_0 W))$, где W – ширина полосы; N_0 – спектральная плотность мощности шума. Прогноз пропускной способности на основе данных МП позволяет адаптировать скорость передачи более эффективно, чем только на основе выбора СКК. Более того, данные о МП позволяют снизить задержку адаптации ПС.

Значительные возможности LAC открывает в многопользовательских MU-MIMO (Multi-user MIMO) системах, в которых увеличение ПС возможно при наличии точной и своевременной информации о состоянии канала на передающей стороне CSIT (Channel Side Information at the Transmitter). Для сценария с одной сотой в канале вниз DL данные о МП абонента могут быть использованы следующим образом [93]: БС с антенной системой из M элементов может обслужить одновременно не более чем M АТ; однако абонентский терминал с антенной системой из N элементов может за счет пространственной обработки сигналов (ПОС) подавить $N-1$ многолучевых компонент; таким образом, если в результате РРВ оказывается одна компонента прямой видимости LOS и $N-1$ компонент с отсутствием прямой видимости NLOS, АТ при работе на прием может использовать диаграммообразование BF (Beamforming) для пространственной фильтрации канала с приемом только компоненты LOS, а БС может работать на передачу в режиме ZF (Zero-Forcing) с данными о МП. Для сценария с несколькими сотами и присущими внутрисистемными помехами данные о МП абонента могут быть использованы следующим образом [93]: совместное использование режима ZF при приеме и передаче представляет интерес при пониженном ранге матрицы MIMO канала (предельным случаем снижения ранга матрицы MIMO канала является сценарий прямой видимости LOS). Данные о МП АТ могут быть использованы не только косвенно для оценки метрики SQM, но также и напрямую для оценки величины доплеровского сдвига, пропорционального скорости движения АТ, углов прихода сигнала для пространственного уплотнения SDMA (Space Division Multiple Access), задержек прихода сигнала, непосредственно связанных с расстоянием между БС и АТ. При кооперативной передаче CoMP (Coordinated MultiPoint) сигналов в СПРС данные о МП могут быть использованы для уточнения окна поиска синхронизации различных территориально-распределенных БС, задействованных в кооперативной передаче; порядок точности синхронизации сопоставим при этом с точностью оценки ПМ: погрешность ОМП в 30 см соответствует погрешности синхронизации в 1 нс.

На канальном уровне данные позиционирования о МП могут быть использованы для широковещательной рассылки, планирования передач и др.; при этом данные МП могут быть использованы как средство оценки радиоканала, так и непосредственно. Рассмотрим пример использования данных о МП при планировании передач на канальном уровне в условиях внутрисистемных помех [94]. Допустим, координаты (первичного) передатчика полезного сигнала заданы вектором \mathbf{x}_s , координаты приемника – вектором \mathbf{x}_i , а координаты другого (вторичного) передатчика, являющегося источником внутрисистемных помех, – вектором \mathbf{x}_j ; тогда сеанс радиосвязи между передатчиком с МП \mathbf{x}_s и приемником с МП \mathbf{x}_i может быть запланирован одновременно с работой другого передатчика с МП \mathbf{x}_j при выполнении условия:

$$\frac{P_{RX}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i)}{N_0W + P_{RX}(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_i)} > \gamma, \quad (1.10)$$

где γ – пороговое отношение сигнал/(шум+помехи) SINR. Планирование передач в соответствии с условием (1.10) возможно на основе данных МП \mathbf{x}_s , \mathbf{x}_i , \mathbf{x}_j , по которым можно спрогнозировать параметры $P_{RX}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i)$ и $P_{RX}(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_i)$. Данные о МП также позволяют прогнозировать уровень внутрисистемных помех, в том числе в когнитивных радиосетях с первичными и вторичными ИРИ. Использование данных о МП на уровне управления доступом в протоколах с разделяемой средой передачи позволяет частично решить известную проблему «скрытого терминала» и, таким образом, повысить показатели ПС и задержки передачи. При организации ширококвещательной рассылки [95] данные о МП способствуют формированию набора радиостанций получателей по признаку географического МП.

На сетевом уровне данные позиционирования о МП могут быть использованы в когнитивных радиосетях для динамического управления спектром и организации хэндовера [95]. Особое внимание уделяется маршрутизации на основе геолокации: данные о МП узла-получателя d позволяют станции i выбирать в качестве ретранслятора станцию j из общего числа соседних узлов N_i по критерию минимального расстояния м/д МП \mathbf{x}_j и МП \mathbf{x}_d :

$$j = \arg \min_{j \in N_i} \|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_d\|. \quad (1.11)$$

На верхних уровнях данные позиционирования о МП могут быть использованы в так называемых приложениях и услугах геолокации LBS, интеллектуальных транспортных системах (ИТС), управлении траекториями полета беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Пример использования данных о МП в ИТС представлен на рис. 1.53.

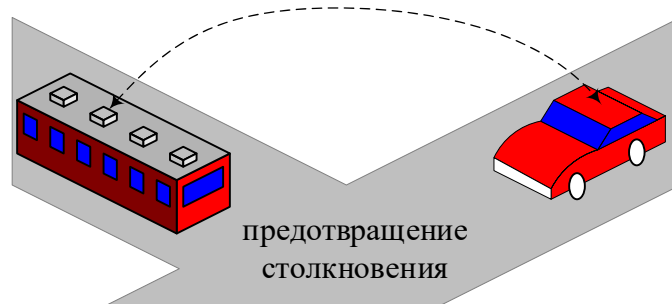


Рис. 1.53. Пример использования данных о МП в ИТС

Таким образом, обзор новых сценариев построения и функционирования сетей радиодоступа 5G показывает следующее: *с одной стороны, вместе с совершенствованием радиоинтерфейса открываются новые возможности для повышения точности позиционирования; с другой стороны, возможности определения местоположения абонентских устройств становятся востребованными для эффективного построения и функционирования сети радиодоступа.*

1.4.5. Архитектура системы позиционирования в СПРС 5G

На рис. 1.54 представлена эволюция архитектуры системы сетевого позиционирования в гетерогенной СПРС 2G – 5G [114].

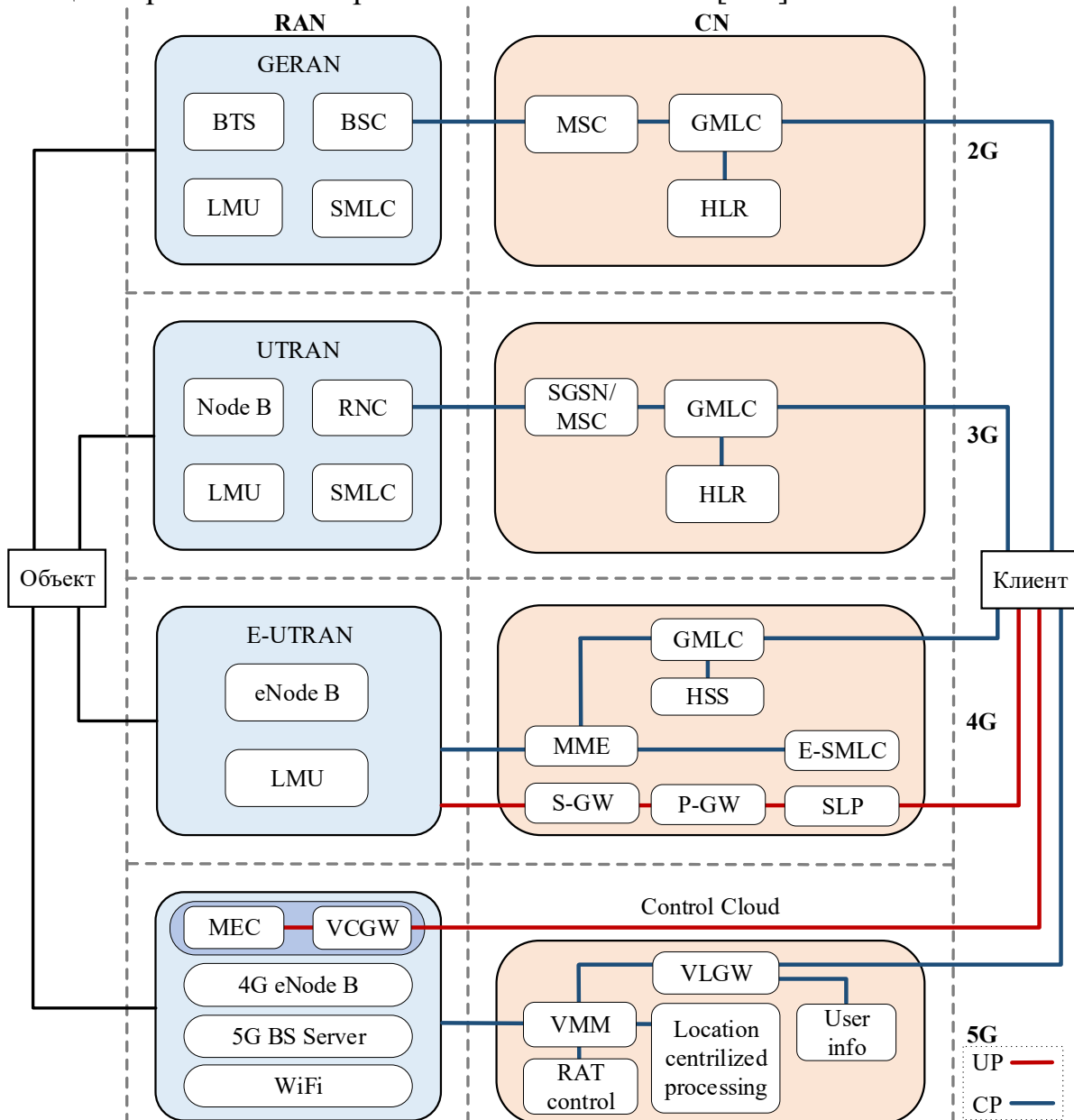


Рис. 1.54. Эволюция архитектуры сетевого позиционирования в гетерогенной сети

Ключевыми элементами системы сетевого позиционирования в СПРС являются объект, клиент и сервер; объектом позиционирования является абонентский терминал или устройство; сервер выполняет сбор и обработку измерений для позиционирования объекта; клиент представляет собой сетевой элемент, который отправляет запрос на позиционирование в сеть для получения оценки местоположения объекта и может быть представлен как самим объектом, так и субъектом третьей стороны. Архитектура системы позиционирования в СПРС включает сеть радиодоступа RAN (Radio Access Network) и ядро сети CN (Core Network).

В СПРС 2G, сеть радиодоступа RAN включает в себя базовую приемопередающую станцию BTS (Base Transceiver Station) и контроллер базовой станции BSC (Base Station Controller). Сервисный центр позиционирования SMLC (Serving Mobile Location Center) выполняет функции сервера сбора и обработки измерений для оценки МП; SMLC может быть как отдельно стоящим устройством, так и в составе BSC. В начале сеанса позиционирования клиент отправляет запрос на позиционирование в шлюзовой центр позиционирования GMLC (Gateway Mobile Location Center) в ядре сети CN; GMLC получает данные о текущем МП объекта в домашнем регистре МП HLR (Home Location Register). Затем GMLC отправляет запрос на позиционирование в центр мобильной коммутации MSC (Mobile Switching Center), который переправляет его в контроллер БС BSC и сервисный центр позиционирования SMLC. После получения запроса на позиционирование, SMLC выполняет сбор первичных измерений от БС и их вторичную обработку для оценки МП объекта. В итоге данные о МП отправляются клиенту.

В СПРС 3G архитектура системы позиционирования похожа на таковую в 2G. Контроллер радиосети RNC (Radio Network Controller) выполняет те же функции, что и BSC. Отличие заключается в том, что GMLC переправляет запрос на позиционирование в MSC и узел обслуживания абонентов GPRS SGSN (Serving GPRS Support Node). Модуль измерения местоположения LMU (Location Measurement Unit), появившийся в сетях 3G WCDMA, по запросу RNC осуществляет сбор измерений; LMU может быть как отдельно стоящим устройством, так и в составе Node B.

В СПРС 4G архитектура системы позиционирования существенно отличается от таковой в 2G и 3G. Контроллер БС из сети радиодоступа исключен, его функциональность интегрирована в БС eNodeB. Если в СПРС 2G и 3G позиционирование осуществляется с использованием обмена сообщениями только в плоскости управления CP (Control Plane), то в СПРС 4G поддерживается позиционирование с использованием обмена сообщениями как в плоскости управления CP, так и в плоскости пользователя UP (User Plane). Стандарт LTE поддерживает протокол позиционирования LPP (LTE Positioning Protocol), который служит для обмена сообщениями между сервером и объектом и используется как в CP, так и в UP. В плоскости управления CP обмен сообщениями позиционирования осуществляется поверх каналов управления с использованием протокола LPP и протокола обмена между сервером и БС eNodeB LPPA (LPP Annex). Клиент инициирует сеанс позиционирования отправкой запроса в GMLC. Затем узел управления мобильностью MME (Mobility Management Entity) получает запрос от GMLC и передает его в E-SMLC, где выбирается подходящий метод позиционирования, выполняется обработка измерений и оценка МП объекта. В плоскости пользователя обмен сообщениями позиционирования по каналам передачи данных осуществляется с использованием протокола SUPL (Secure User

Plane Location); UE и eNB отправляют данные измерения на платформу SLP (SUPL Location Platform) через шлюзы S-GW и P-GW. После сбора данных позиционирования SLP вычисляет МП объекта и отправляет его клиенту.

Рассмотрим вариант архитектуры системы сетевого позиционирования в СПРС 5G на рис. 1.55 [114].

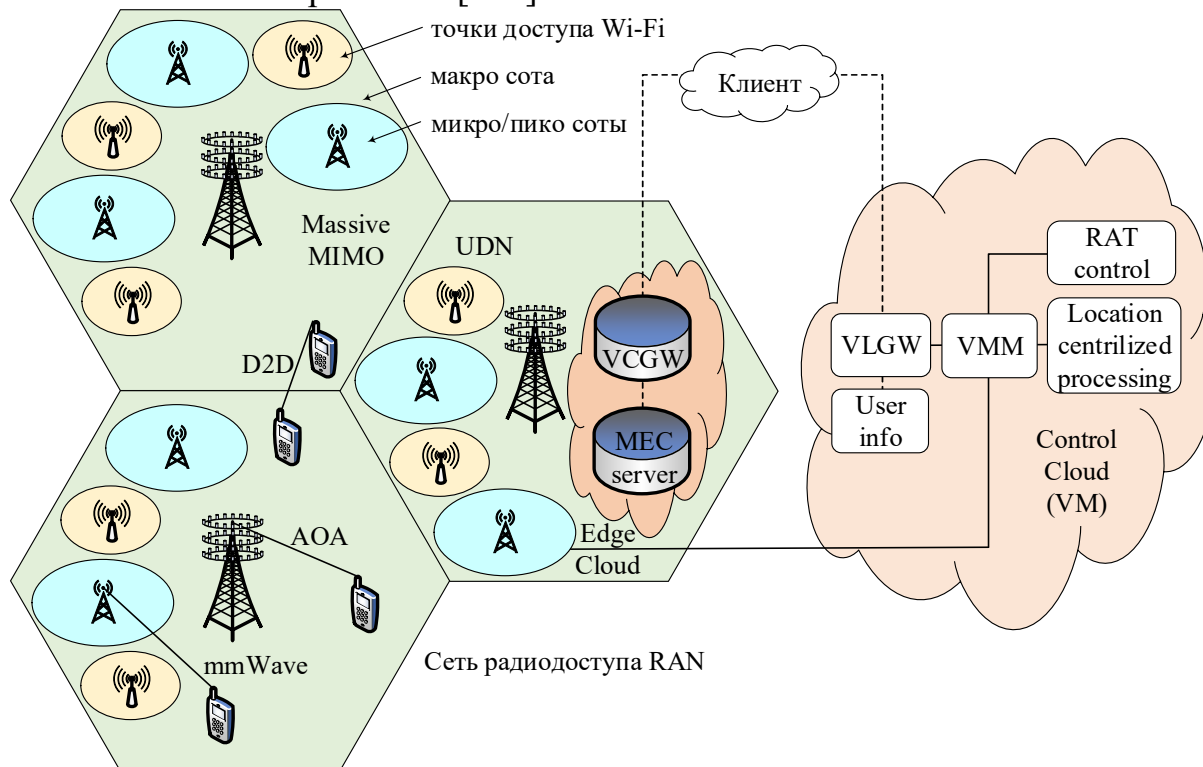


Рис. 1.55. Архитектура системы сетевого позиционирования в СПРС 5G

В СПРС 5G архитектура системы позиционирования включает в себя множественные технологии радиодоступа RAT (Radio Access Technology), граничное облако и облако управления. Гетерогенная сеть радиодоступа RAT может включать БС с различными зонами обслуживания разнообразных стандартов, например, LTE, 5G NR, WiFi, что влияет на выбор метода позиционирования. Так, например, внутри помещений вероятен сценарий позиционирования в СРД WiFi; снаружи помещений БС макро, микро, пико, фемто сот с многоантенными системами Massive MIMO позволяют оценить углы прихода сигналов AOA; кооперативное позиционирование повышает точность относительного ОМП; сверхплотное распределение UDN опорных БС повышает вероятность радиосвязи в условиях наличия прямой видимости LOS и, таким образом, улучшает точность ОМП. Граничное облако (Edge Cloud) располагается на границе СРД для поддержки позиционирования в плоскости пользователя UP и включает виртуальный конвергентный шлюз VCGW (Virtual Converged Gateway) и мобильный граничный вычислительный сервер MEC (Mobile Edge Computing). Шлюз VCGW работает в пользовательской плоскости UP, и, например, реализует функции управ-

ления качеством обслуживания QoS в разнородных СРД; также VCGW интегрирует функции в себе функции традиционного шлюза, например, S-GW и P-GW в LTE. Концепция мобильных граничных вычислений MEC (Mobile Edge Computing) призвана справиться с возрастающими требованиями по вычислительной обработке от UE. По сравнению с концепцией облачных вычислений Cloud Computing, подход MEC позволяет снизить задержки на передачу в ЦОД для обработки и способствует решению задач ОМП в режиме реального времени. *Облако управления* (Control Cloud) реализует функции в плоскости управления. В отличие от архитектуры систем позиционирования в СПРС 2G–4G, сетевые элементы системы позиционирования (MME, HSS, E-SMLC в LTE) в СПРС 5G исключены из ядра сети CN; их функции реализуются виртуальными машинами VM (Virtual Machine). На рис. 1.54 и рис. 1.55 показано, что процедуры позиционирования в плоскости управления выполняются следующим образом: клиент отправляет запрос на позиционирование на виртуальный шлюз местоположения VLGW (Virtual Location Gateway), который осуществляет сбор первичных сведений об объекте. Данные об объекте UE поступают через модуль VMM (Virtual Manage Module); далее выбирается подходящая технология RAT, производится сбор измерений от разных опорных БС и АТ, после чего выполняется их обработка; результирующая оценка МП возвращается клиенту.

Отличительными тенденциями развития архитектуры технологий сетевого позиционирования в СПРС 5G являются следующие. Во-первых, множественные технологии радиодоступа RAT в гетерогенной сети могут быть совместно использованы для решения задачи ОМП. Во-вторых, облачные и граничные вычисления, основанные на концепции SDN (Software Defined Network) и виртуализации сетевых функций NFV (Network Function Virtualization) привносят гибкость в архитектуру СПРС; необходимость в отдельных элементах сетевого позиционирования при этом отпадает, их функционал может быть реализован программно. В-третьих, разделены функции плоскости управления СР и плоскости пользователя UP. Позиционирование может быть реализовано как в СР, так и в UP, в зависимости от предъявляемых требований KPI и дополняют друг друга; в режиме реального времени ОМП может быть реализовано в UP для снижения задержки.

Ожидается, что СПРС 5G существенным образом изменят возможности радиосвязи и позиционирования. В отличие от СПРС предыдущих поколений в сетях 5G сформулированы определенные сценарии позиционирования и количественные требования к ним. Новые технологии и возможности, такие как значительно более широкие полосы частот, системы massive MIMO, миллиметровый диапазон радиоволн (mmWave), а также непосредственная радиосвязь устройств друг с другом D2D в условиях сверхплотных радиосетей UDN (Ultra-Dense Networks), будут способствовать реализации повышенных требований к точности позиционирования.

1.4.6. Тенденции развития технологий позиционирования в СРД 5G

Среди основных тенденций развития технологий позиционирования в сетях 5G можно выделить следующие. С одной стороны, осведомленность о местоположении (location awareness) является средством повышения показателей функционирования сети радиодоступа 5G. Обзор преимуществ организации радиосвязи с использованием данных о местоположении рассмотрен в [92] с точки зрения каждого уровня модели OSI. С другой стороны, новые технологические возможности сетей радиодоступа 5G способствуют повышению показателей позиционирования устройств и служат стимулом к совершенствованию технологий ОМП. Среди основных факторов радиointерфейса 5G, определяющих новые возможности для технологий позиционирования, являются следующие [109].

Миллиметровый диапазон волн (ММВ) mmWave с частотами от 30 ГГц и выше характеризуется высокими потерями РРВ, компенсация которых возможна за счет организации направленной радиосвязи с узкими лучами при передаче и приеме. Вследствие высоких потерь при отражениях и слабой проникающей способности радиоканал ММВ с высокой вероятностью будет характеризоваться компонентой прямой видимости LOS, небольшим числом дискретных отраженных компонент NLOS и сильной зависимостью от пространственной ориентации передатчика и приемника [110]. Данные обстоятельства позволяют говорить о возможности использования нового фактора позиционирования в СРД – пространственно-временной фильтрации многолучевых компонент (МЛК) MPC (Multipath Components); на частотах до 3 ГГц ожидаемое число отраженных диффузных компонент гораздо выше и их пространственно-временная фильтрация затруднена.

Широкие полосы частот в более высокочастотном диапазоне ММВ для СРД 5G могут значительно превышать 20 МГц (в LTE) и 100 МГц (в LTE-A) и с агрегацией полос достигать нескольких сотен МГц. Эффект широкой полосы частот для позиционирования заключается в следующем: а) уменьшение задержки передачи вследствие более коротких элементарных временных интервалов; б) увеличение разрешающей способности дальномерных методов позиционирования, основанных на измерении ТОА/ТДОА. Полосы частот в 100 МГц позволяют достичь разрешающей способности в несколько см, а также способствуют различению дискретных МЛК, если разность их времен прихода больше величины, обратной ширине полосы частот; так, при ширине полосы 300 МГц могут быть разделены МЛК с разностью хода лучей в 1 м. Расстояние между транспортными средствами и другими объектами дорожного движения обычно превышает 1 м, поэтому сетевое позиционирование средствами СРД 5G может быть реализовано в ИТС, в том числе для предотвращения столкновений. Способности СПРС 5G обеспечивать сквозные задержки в пределах 1 мс также объясняются более широкой полосой.

Рассмотрим сценарии позиционирования с использованием многоантенных систем Massive MIMO, обработки многолучевых компонент (МЛК), сверхплотных СРД и кооперативной обработки при прямой связи между устройствами D2D на рис. 1.56 [114].

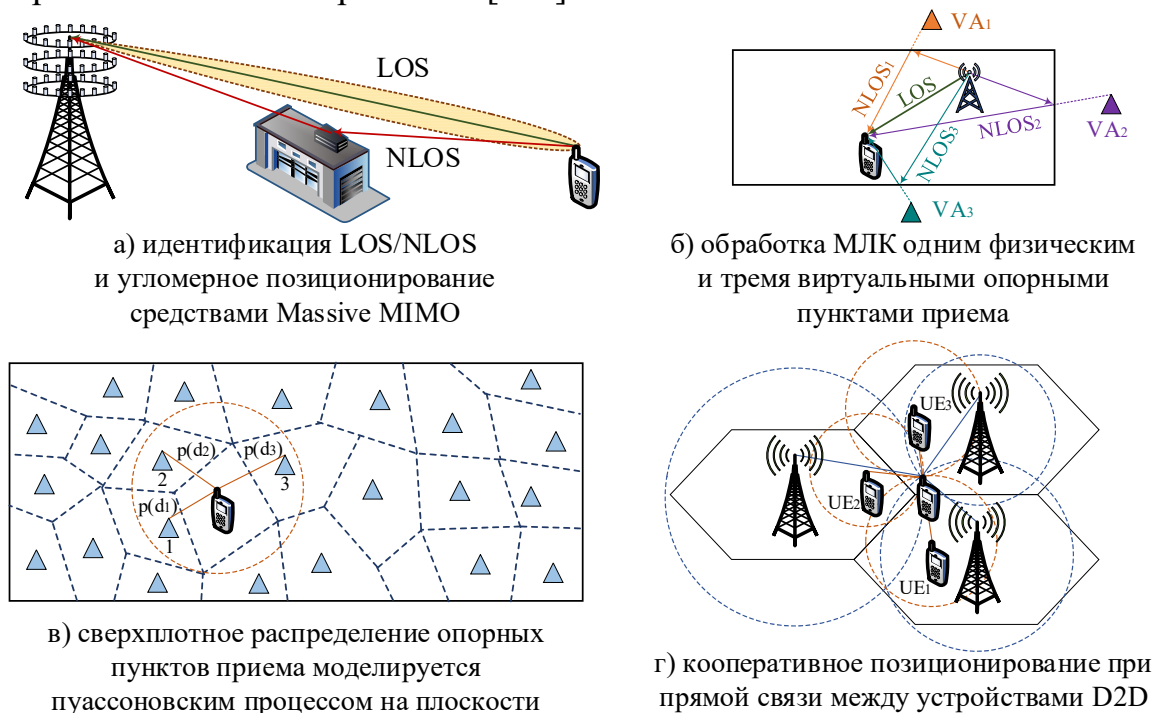


Рис. 1.56. Сценарии позиционирования в СРД 5G с использованием: а) Massive MIMO; б) обработки МЛК; в) сверхплотных СРД; г) кооперативной обработки D2D

Системы Massive MIMO является основой совершенствования радиointерфейса 5G. Использование миллиметрового диапазона радиоволн с множеством антенных элементов, образующих систему Massive MIMO в устройствах, позволяют вести передачу и прием в условиях прямой видимости LOS с использованием узконаправленных лучей адаптивно формируемых диаграмм направленности антенн (ДНА). Исследование пределов точности позиционирования и ориентации с использованием систем Massive MIMO представлены в [97] – [99], где доказывается возможность достижения точности ОМП не более одного метра. Узкие лучи адаптивно формируемых ДНА повышают энергетику радиолинии и, таким образом, точность оценки задержки в дальномерных и разностно-дальномерных методах за счет увеличения SNR. Для практической реализации адаптивного ДО требуется предварительное выравнивание лучей. Также ДО позволяет использовать угломерные методы (УМ) при сетевом позиционировании в СРД 5G при измерении сигналов от АТ в восходящем пилотном канале. При измерении направлений/углов прихода сигналов БС узкие лучи ДНА могут быть использованы также для пространственной фильтрации сигналов прямой видимости LOS и подавления отраженных сигналов, полученных в условиях отсутствия прямой видимости NLOS (рис. 1.56, а). Для определения

направлений/углов прихода сигналов могут использоваться известные алгоритмы MUSIC (Multiple Signal Classification) и ESPRIT (Estimating Signal Parameters via Rotational Invariance Technique) [114]. Важной задачей при позиционировании УМ в условиях NLOS является идентификация позиционируемого источника радиоизлучения (ИРИ) и его ассоциация с принятым обрабатываемым многолучевым переотраженным сигналом.

Многолучевые компоненты (МЛК), идентифицированные по импульсной характеристике радиоканала, способствуют повышению точности ОМП при тщательном отслеживании и прогнозировании местоположения отражателей [103]. Для реализации пространственной фильтрации многолучевых компонент МРС должны использоваться широкополосные сигналы. При позиционировании внутри помещений АТ может принимать как сигнал в условиях прямой видимости LOS от физической опорной базовой станции, так и отраженные от стен копии переданного БС сигнала в условиях отсутствия прямой видимости NLOS; по отраженным сигналам и местоположению опорной базовой станции можно восстановить местоположения виртуальных опорных станций VA (Virtual Anchor): VA_1 , VA_2 , VA_3 , являющихся источниками отраженных сигналов $NLOS_1$, $NLOS_2$, $NLOS_3$; совместная дальномерно-угломерная обработка компонент LOS и NLOS позволяет оценить МП АТ (рис. 1.56, б). Ситуационная обработка МЛК может использоваться также для одновременной локализации и построения карты SLAM (Simultaneous Localization and Mapping). Важной задачей при позиционировании с использованием МЛК в условиях NLOS является классификация принятых сигналов по числу отражений и переотражений.

Сверхплотные радиосети (UDN) являются отличительной чертой гетерогенных СРД 5G. В сверхплотных СРД устройства могут подключаться к нескольким опорным БС по критериям повышения ПС, уменьшения энергопотребления, снижения внутрисистемных помех и др. Само сверхплотное территориальное и пространственное распределение БС позволяет повысить точность позиционирования. Во-первых, помимо первичных измерений, на точность сбора которых влияет ширина полосы сигнала, точность оценки МП определяется также и геометрическим фактором распределения участвующих в сеансе ОМП опорных БС; при более плотном распределении опорных станций для сеанса позиционирования можно выбрать БС с наиболее удачным расположением по критерию GDOP; более того, сценарий UDN повышает точность ОМП известными методами соседства, типа CID. Во-вторых сверхплотное территориальное и пространственное распределение БС повышает вероятность условий прямой видимости LOS между опорными станциями и объектом ОМП; прямая видимость, в свою очередь, помимо дальномерных измерений способствуют использованию угломерных измерений с использованием узконаправленных лучей адаптивно формиру-

емых ДНА [105–107]. В-третьих, для сценария UDN территориальное распределение опорных БС на плоскости может быть смоделировано Пуассоновским процессом PPP (Poisson Point Process), на основе которого при заданной плотности БС можно спрогнозировать функции плотности вероятности расстояний $p(d_1)$, $p(d_2)$, $p(d_3)$ между АТ и ближайшими k -соседями БС и, таким образом, на их основе методом трилатерации оценить МП АТ (рис. 1.56, в). Данный подход не требует непосредственного сбора и обработки дальномерных измерений; точность обычно выше, чем у методов соседства типа CID [114]. Важной задачей при дальномерном и разностно-дальномерном позиционировании в сценариях UDN является синхронизация опорных БС, а также необходимость координации множества БС при организации периодов молчания (как в IPDL) для снижения уровня внутрисистемных помех при сборе первичных измерений.

*Прямая связь между устройствами D2D поддерживается в СРД стандарта IEEE 802.11p и в 14-м релизе LTE. В СРД 5G D2D позволяет обеспечить непосредственный высокоскоростной обмен со сверхнизкой задержкой между подвижными устройствами в условиях их сверхплотного распределения. Режим D2D улучшает радиопокрытие и пространственное уплотнение одновременных передач, а также позволяет реализовать *кооперативное позиционирование* [102] за счет совместного сбора, обмена и обработки измерений для вычисления МП: различные устройства производят сбор различных первичных измерений (дальномерных, угломерных, доплеровских сдвигов) не только относительно опорных пунктов с известным местоположением, но также и относительно подвижных устройств UE_1 , UE_2 , UE_3 (рис. 1.56, г). Комплексирование разнородных измерений от разных источников повышает как зону, так и точность позиционирования. Также кооперативное позиционирование позволяет решать задачу относительного ОМП при отсутствии опорных ПП; относительное позиционирование востребовано в задачах управления движением, в том числе, для предотвращения столкновений. Важной задачей при кооперативном позиционировании является учет неточности и/или неизвестности местоположения самих подвижных устройств в режиме D2D.*

Комбинирование разнородных измерений с использованием технологий позиционирования 3GPP, и сторонних, таких как ГНСС, или инерциальные сенсоры, позволяет повысить точность ОМП.

Таким образом, анализ тенденций развития сетей 5G показал возможности совершенствования и повышения точности систем позиционирования за счет следующих факторов: а) миллиметровый диапазон волн; б) широкие полосы частот; в) системы Massive MIMO; г) использование многолучевых компонент; д) прямая связь между устройствами; е) сверхплотные радиосети; ж) комбинирование разнородных измерений. *Далее рассмотрим факторы и модели, определяющие точность позиционирования в СРД 5G.*

Модель радиоканала имеет важное значение для исследований и разработок моделей и методов позиционирования в СРД 5G и должна включать пространственное (геометрическое) измерение. Моделей, использующих исключительно статистическое описание процессов РРВ, оказывается недостаточно. Существует две категории моделей радиоканала, включающих пространственное измерение: а) модели трассировки лучей; б) пространственно-статистические модели, учитывающие геометрию радиолинии GSCM (Geometry-based Stochastic Channel Model). Модели трассировки лучей используются тогда, когда заранее известна 3D пространственная цифровая модель местности (ЦММ). Недостатком сетевого позиционирования с использованием трассировки лучей является зависимость точности ОМП от пространственного разрешения ЦММ, которая может оказаться недостаточной для определения местоположения. Модели GSCM можно рассматривать как упрощенную версию моделей трассировки лучей с использованием виртуальной ЦММ/карты, где препятствия распределены случайно. Подобный подход позволяет рассматривать задачу позиционирования с учетом геометрического расположения препятствий и их влияния на точность ОМП. Например, для сценария V2V (vehicle-to-vehicle) виртуальная карта может представлять собой геометрическую модель перекрестков, зданий и других типовых объектов городской дорожной среды, которые позволяют моделировать условия отражения. В [111] представлена модель GSCM для сценария автомагистрали, в которой отраженные МЛК подразделяются на: а) статические/стационарные дискретные; б) динамические/подвижные дискретные; в) диффузные. Стационарные дискретные МЛК являются основными для абсолютного позиционирования; компоненты LOS между подвижными устройствами вместе с динамическими дискретными МЛК используются для относительного позиционирования; диффузные МЛК являются помехами для позиционирования [103]. Результаты измерений в [112] показывают, что в условиях города радиоканал V2V при достаточно широкой полосе сигнала может разрешать порядка 10 – 20 МЛК, которые могут быть использованы при позиционировании; время наблюдения данных МЛК варьируется на интервале от нескольких единиц до нескольких сотен метров; на автомагистралях при сближении двух устройств половина МЛК наблюдалась на интервале более 50 м. По сравнению с моделями на частотах до 3 ГГц, модели радиоканала ММВ должны антенные решетки (АР) на передающей и приемной сторонах, которые, на практике могут быть реализованы по гибридной аналого-цифровой схеме управления амплитудами и фазами элементов АР [110].

Метрики и пределы точности. Для заданной модели радиоканала, структуры приёмопередающего устройства и формы используемого радиосигнала в радиосвязи и позиционировании используются разные метрики. В

позиционировании общепринятой метрикой оценки пределов точности в зависимости от погрешности первичных дальномерных и/или угломерных измерений является информационная матрица Фишера FIM (Fisher Information Matrix) и связанная с ней нижняя граница Крамера-Рао (НКГР) CRLB (Cramer-Rao Lower Bound).

При позиционировании на основе сигналов с широкой полосой частот, угломерные измерения АОА, собранные антенной решеткой, могут не дать большего по сравнению с дальномерными измерениями ТОА на каждом элементе АР по отдельности выигрыша в точности ОМП, хотя отдельный сбор измерений ТОА и АОА остается наиболее прагматичным практически реализуемым подходом [113]. В динамических сценариях позиционирования подвижных устройств дополнительные измерения доплеровского сдвига частоты при надлежащей обработке могут повысить точность ОМП по метрике информационной матрицы Фишера FIM [113].

Для СРД 5G анализ метрик и пределов точности позиционирования был выполнен в [97] – [102] и доказал возможность однопозиционного угломерно-дальномерного позиционирования: сценарий кооперативного позиционирования в сверхплотной СРД был исследован в [102]; ОМП и ориентация устройства за счет направленных лучей от одной опорной БС был рассмотрен в [100, 101]; анализ возможностей позиционирования с использованием диаграммообразования и пространственной обработки сигналов ММО выполнен в [97] – [99]. В [109] обоснована необходимость слежения за лучом при позиционировании УМ, в частности, показано, что увеличение числа элементов линейной АР и соответствующее уменьшение ширины луча ДНА повышает точность позиционирования тогда, когда лучи передатчика и приемника сориентированы друг в друга (рис. 1.46, а); однако без предварительного выравнивания лучей (рис. 1.46, б) точность ОМП быстро снижается. В [103] был предложен метод позиционирования внутри помещений на основе одного опорного узла с использованием МЛК. В [104] была выполнена оценка точности позиционирования при обработке как LOS, так и NLOS измерений, которая показала практическую реализуемость ОМП при ограниченном числе опорных узлов. Позиционирования и сопровождение устройств с использованием фильтрации Калмана, а также вопросы синхронизации в сверхплотных СРД 5G исследовались в [105] – [107].

Важным выводом, который можно сделать из представленного анализа является то, что решение задачи позиционирования в СРД 5G, в отличие от предыдущих подходов сетевого ОМП, возможно с использованием меньшего числа опорных пунктов приема, в том числе с использованием однопозиционного подхода. Также данные позиционирования, полученные в СРД 5G, могут быть использованы для инициализации, ориентации и калибровки других инерциальных подсистем и сенсоров подвижных устройств d в составе СРД 5G [109].

1.4.7. Выводы

Рассмотренные в настоящем разделе вопросы позволяют сделать следующие выводы. Использование данных о местоположении (МП) способствует практической реализации геоинформационных услуг, а также новых механизмов установления и ведения радиосвязи на основе позиционирования. В зарубежных источниках данный подход получил название LAC.

В задачах управления радиоресурсами использование данных о местоположении позволяет актуализировать данные о состоянии канала CSI. Подход организации радиосвязи на основе комбинированных данных LAC/CSI с учетом местоположения АТ может усовершенствовать процедуры управления радиоресурсами и снизить накладные расходы при обмене сигнальными сообщениями. На верхних уровнях данные о МП могут быть использованы в так называемых приложениях и услугах геолокации LBS.

На физическом уровне данные о МП могут быть использованы для снижения внутрисистемных помех и накладных расходов сигнализации, а также для синхронизации. В сетях радиодоступа механизм LAC может быть использован для координации внутрисистемных помех в радиосетях UDN, а также для организации направленной радиосвязи узкими лучами с использованием пространственной обработки сигналов в системах massive MIMO.

На канальном уровне данные МП могут быть использованы для ширококвещательной рассылки, планирования передач; при этом данные МП могут быть использованы как средство оценки радиоканала, так и непосредственно, в том числе, при планировании передач на канальном уровне в условиях внутрисистемных помех. Использование данных о МП на уровне управления доступом в протоколах с разделяемой средой позволяет частично решить известную проблему «скрытого терминала» и, таким образом, повысить показатели пропускной способности и задержки.

На сетевом уровне данные позиционирования о МП могут быть использованы в когнитивных радиосетях для динамического управления спектром, организации хэндовера, маршрутизации на основе геолокации.

Таким образом, с одной стороны, осведомленность о местоположении (location awareness) является средством повышения показателей функционирования сети радиодоступа. С другой стороны, новые технологические возможности самой СРД способствуют повышению показателей позиционирования и служат стимулом к совершенствованию технологий ОМП.

Среди основных стимулов совершенствования технологий сетевого позиционирования 5G можно выделить следующие: миллиметровый диапазон волн (ММВ) mmWave с частотами от 30 ГГц, пространственно-временная фильтрация многолучевых компонент (МЛК), широкие полосы частот в более высокочастотном диапазоне ММВ, системы Massive MIMO.

Эффект широкой полосы частот для позиционирования заключается в уменьшении задержки передачи вследствие более коротких элементарных

временных интервалов и увеличение разрешающей способности дальномерных методов, основанных на измерении TOA/TDOA; полосы частот в 100 МГц позволяют достичь разрешающей способности в несколько см, а также способствуют различению дискретных МЛК, если разность их времен прихода больше величины, обратной ширине полосы частот.

Системы Massive MIMO позволяют вести передачу/прием в условиях прямой видимости LOS с использованием узконаправленных лучей и использовать угломерные методы (УМ). При измерении направлений/углов прихода узкие лучи ДНА могут быть использованы для пространственной фильтрации сигналов прямой видимости LOS и подавления отраженных сигналов, полученных в условиях отсутствия прямой видимости NLOS.

Многолучевые компоненты (МЛК), идентифицированные по импульсной характеристике радиоканала, способствуют повышению точности ОМП при тщательном отслеживании и прогнозировании МП отражателей.

Сверхплотные радиосети (UDN) при более плотном распределении опорных станций для позиционирования позволяют выбирать БС с наиболее удачным расположением по критерию геометрического фактора снижения точности GDOP. Также сверхплотное территориальное и пространственное распределение повышает вероятность условий LOS между опорными станциями и объектом ОМП; прямая видимость, в свою очередь, способствуют использованию угломерных измерений с использованием узконаправленных лучей ДНА.

Прямая связь между устройствами D2D позволяет реализовать кооперативное позиционирование за счет совместного сбора, обмена и обработки измерений для вычисления МП. Комплексирование разнородных измерений от разных источников повышает зону охвата и точность ОМП.

Таким образом, исследование и разработка вопросов сетевого позиционирования 5G позволит обосновать перспективные сценарии построения и функционирования радиостанций в составе СПРС 5G.

Для этого в разделе 2 выполняется разработка комплекса моделей и методов оценки точности позиционирования.

Следуя тенденции перспектив использования воздушных базовых станций AES на борту беспилотных летательных аппаратов в сетях 5G в разделе 3–4 выполняется оценка точности позиционирования с использованием подвижного пункта приема на борту БПЛА, в том числе, при отсутствии прямой видимости.

Для исследования возможностей пространственного уплотнения одновременных передач в сверхплотных радиосетях за счет установления связи с предварительным позиционированием в разделе 5 выполняется разработка комплекса математических моделей и методов ведения радиосвязи с адаптивным ДО на основе знания относительного углового расположения соседних радиостанций.

2. МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

2.1. Постановка задачи

Анализ технологий позиционирования в сетях подвижной радиосвязи (СПРС) предыдущих поколений показал, что определение местоположения (ОМП) было дополнительной услугой, которая развивалась, в том числе, благодаря требованиям регулятора [124]. Для перспективной цифровой экосистемы СПРС 5G задача ОМП является уже не просто одной из дополнительных услуг, а фактором эффективности построения и функционирования радиостанций в составе сверхплотных сетей радиодоступа (СРД), что подтверждается требованиями и сценариями позиционирования с точностью до одного метра, а также широким спектром геоинформационных услуг связи.

Сетевое позиционирование устройств в СПРС, являющихся источниками радиоизлучения (ИРИ) в СРД, в терминах теории радиолокации можно рассматривать как ОМП в многопозиционных системах пассивной радиолокации (МПСПР), когда множество позиций представлено базовыми станциями (БС) СРД, являющимися пунктами приема (ПП) первичных измерений [125, 126]. Позиционирование ИРИ в МПСПР осуществляется по измерениям на пространственно разнесенных ПП времени прихода, направления прихода или доплеровских сдвигов сигналов, излучаемых ИРИ. Наиболее распространенными пассивными измерениями являются гиперболические, или разностно-дальномерные (РДМ) [127, 128] и угломерные (УМ) измерения [129–131]. Задача позиционирования может решаться сразу в процессе совместной обработки принимаемых в МПСПР сигналов. Однако принято рассматривать двухэтапную процедуру [125]: на первом этапе оценивают параметры принятых от ИРИ сигналов, т.е. *первичные измерения*, связанные с каждой позицией ПП (дальность, пеленг) или парой позиций ПП (разность дальностей); на втором этапе *по этим измерениям выполняют оценку пространственных координат ИРИ*.

Если в разнесенных ПП МПСПР первичные измерения собираются для движущихся ИРИ в различные моменты времени, целесообразно, как правило, сразу строить траектории ИРИ. Если же все первичные измерения собираются при одном и том же положении ИРИ в пространстве, представляет интерес формирование результирующей оценки координат ИРИ.

В радиолокации, радионавигации и приложениях *сетевого позиционирования* современных СПРС применяют различные методы ОМП, основными из которых являются РДМ [132–140] и УМ [141–148]. Данные методы применяют как при позиционировании неподвижных устройств, например, БС сетей радиодоступа, так и подвижных устройств, например, абонентских терминалов (АТ), в том числе при адаптивном диаграммообразовании (ДО) в самоорганизующихся радиосетях.

Для повышения точности позиционирования ИРИ важное значение имеет выбор начальной области итеративного поиска x_0 . Обычно, зная расположение ПП в зоне геолокации ИРИ, значение x_0 выбирается как среднее арифметическое координат ПП. При неравномерном расположении ПП относительно ИРИ выбранное таким образом значение x_0 может оказаться достаточно грубым. Для повышения точности выбора начальной оценки целесообразно использовать предварительные оценки точности позиционирования [149–152], в том числе по геометрическому фактору [153–155]. Оценка пределов точности позиционирования ИРИ позволяет обосновать выбор топологии стационарных наземных ПП и траектории движения ПП на борту БПЛА таким образом, чтобы повысить точность ОМП.

Целью настоящего раздела является *разработка, программная реализация и верификация комплекса моделей, методов и метрик оценки и визуализации пределов точности сетевого позиционирования*. Для достижения поставленной цели решаются следующие частные задачи.

В разделе 2.2 представлены вероятностные основы оценки точности позиционирования: одномерное, двумерное, трехмерное и многомерное нормальное распределение; данные распределения служат для получения инструментов оценки точности ОМП на плоскости (2D) и в пространстве (3D). В разделе 2.3 формализована модель эллипса рассеивания для оценки и визуализации пределов точности ОМП на плоскости (2D). В разделе 2.4 обобщаются известные математические инструменты оценки точности позиционирования: гамма и хи-квадрат распределения, собственный вектор и собственные числа, спектральное разложение матрицы ковариации; получены выражения для оценки вероятности попадания в заданную область на плоскости (2D) и в пространстве (3D). В разделе 0 разработаны и программно реализованы инструменты визуализации для оценки точности позиционирования; в частности, изолинии двумерной плотности вероятности, геометрическая интерпретация матрицы ковариации, направления максимального рассеивания и эллипс рассеивания заданной доверительной вероятности. С использованием разработанных инструментов можно оценить и визуализировать пределы точности позиционирования согласно сформулированным в разделе 1.2 требованиям к услугам и сценариям позиционирования в СПРС 5G. В разделе 2.6 представлены математические модели и методы оценки точности позиционирования, в частности, метрики оценки точности позиционирования, обобщенная математическая модель методов позиционирования; выполнен анализ разностно-дальномерного и угломерного методов. В разделе 2.7 разработаны графические модели и методы оценки точности позиционирования, в том числе, графические модели разностно-дальномерного и угломерного методов, а также средства визуализация кругового вероятного отклонения и эллипсов рассеивания.

2.2. Вероятностные основы оценки точности позиционирования

2.2.1. Одномерное нормальное распределение

Функция плотности вероятности (ФПВ) одномерного закона Гаусса распределения случайных величин (СВ) определяется как [156]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.1)$$

где x – одномерная случайная величина, m – ее математическое ожидание (МО), σ – среднее квадратичное отклонение (СКО), $\sigma^2=D$ – дисперсия. Вероятность принадлежности СВ диапазону $\alpha < x < \beta$ вычисляется по формуле:

$$P(\alpha < x < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\beta} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (2.2)$$

Если *нормировать* СВ x к $\sqrt{2}\sigma$ и центрировать значение рассеивания x относительно математического ожидания m , то из (2.2) получим:

$$P(\alpha < x < \beta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\beta} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx = \left| \begin{array}{l} t = \frac{x-m}{\sigma\sqrt{2}} \\ dt = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}} \end{array} \right| = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{\alpha-m}{\sigma\sqrt{2}}}^{\frac{\beta-m}{\sigma\sqrt{2}}} e^{-t^2} dt. \quad (2.3)$$

Если в (2.3) положить $m=\alpha$ и обозначить верхний предел интегрирования через z , получим табличный интеграл – функцию ошибок [157]:

$$P(\alpha < x < \beta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{\alpha-m}{\sigma\sqrt{2}}}^{\frac{\beta-m}{\sigma\sqrt{2}}} e^{-t^2} dt = \left| \begin{array}{l} m = \alpha \\ z = \frac{\beta-m}{\sigma\sqrt{2}} \end{array} \right| = \frac{1}{2} \operatorname{erf}(z); \quad (2.4)$$

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt. \quad (2.5)$$

Если *нормировать* СВ x к σ и центрировать значение рассеивания x относительно математического ожидания m , то из (2.2) получим:

$$P(\alpha < x < \beta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\beta} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx = \left| \begin{array}{l} t = \frac{x-m}{\sigma} \\ dt = \frac{1}{\sigma} \end{array} \right| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\alpha-m}{\sigma}}^{\frac{\beta-m}{\sigma}} e^{-t^2/2} dt. \quad (2.6)$$

Если в (2.6) положить $m=\alpha$ и обозначить верхний предел интегрирования через z , получим табличный интеграл – функцию Лапласа [158]:

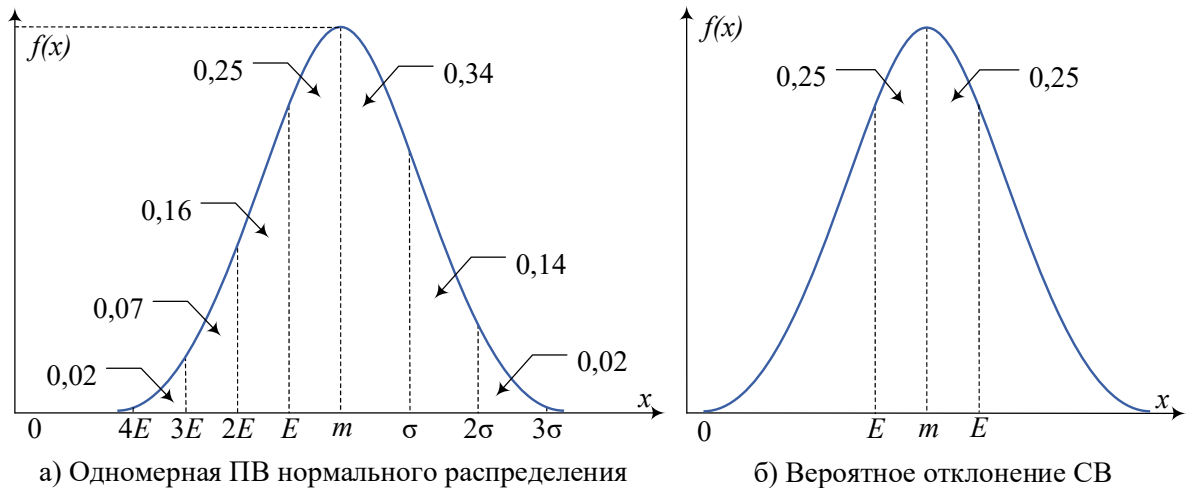
$$P(\alpha < x < \beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\alpha-m}{\sigma}}^{\frac{\beta-m}{\sigma}} e^{-t^2/2} dt = \left| \begin{array}{l} m = \alpha \\ z = \frac{\beta-m}{\sigma} \end{array} \right| = \Phi(z); \quad (2.7)$$

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-t^2/2} dt. \quad (2.8)$$

Из (2.4) и (2.6) следует, что $\Phi(z)$ и $\text{erf}(z)$ связаны соотношением:

$$\Phi(z) = 1/2 \text{erf}\left(z/\sqrt{2}\right). \quad (2.9)$$

Кривая ФПВ нормального закона имеет симметричный холмообразный вид (рис. 2.1, а). Максимальная ордината кривой, равная $1/(\sigma\sqrt{2\pi})$, соответствует точке $x=t$; по мере удаления от точки t ФПВ уменьшается, и при $x \rightarrow \pm\infty$ кривая асимптотически приближается к оси абсцисс [156].



а) Одномерная ПВ нормального распределения

б) Вероятное отклонение СВ

Рис. 2.1. Одномерная ПВ и вероятное отклонение нормального распределения

Центром симметрии распределения является центр рассеивания t ; если изменять центр рассеивания t , кривая распределения будет смещаться вдоль оси абсцисс, не изменяя своей формы. Параметр σ характеризует рассеивание x и форму кривой ФПВ. Наибольшая ордината кривой распределения обратно пропорциональна σ ; при увеличении σ максимальная ордината уменьшается. Так как площадь кривой распределения всегда должна оставаться равной единице, то при увеличении σ кривая распределения становится более плоской, растягиваясь вдоль оси абсцисс; напротив, при уменьшении σ кривая распределения вытягивается вверх, одновременно сжимаясь с боков. Иногда в качестве характеристики рассеивания для нормального закона вместо СКО применяется так называемая мера точности, которая обратно пропорциональна σ : $h = 1/(\sigma\sqrt{2})$; размерность h обратна размерности СВ; чем точнее измерение, тем больше мера точности [156].

Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины x с параметрами t, σ в заданный участок от α до β определяется как:

$$P(\alpha < x < \beta) = F(\beta) - F(\alpha), \quad (2.10)$$

где $F(x)$ – функция распределения СВ x . Функция распределения СВ x , распределенной по нормальному закону с параметрами t, σ определяется как:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (2.11)$$

Сделав в (2.11) замену переменной $(x-m)/\sigma=t$, приведем (2.11) к виду:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x-m}{\sigma}} e^{-t^2/2} dt. \quad (2.12)$$

Интеграл (2.12) не выражается через элементарные функции, но его можно вычислить через специальную функцию, выражающую определенный интеграл от выражения e^{-t^2} или $e^{-t^2/2}$ (интеграл вероятностей), для которого составлены таблицы. Если воспользоваться функцией:

$$\Phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt \quad (2.13)$$

можно видеть, что эта функция представляет собой функцию распределения для нормально распределенной СВ с параметрами $m=0$, $\sigma=1$ [157]. График плотности вероятности (2.1) и функции распределения (2.13) для нормального закона $x \sim N(0,1)$ представлен на рис. 2.2 (скрипт 2.1).

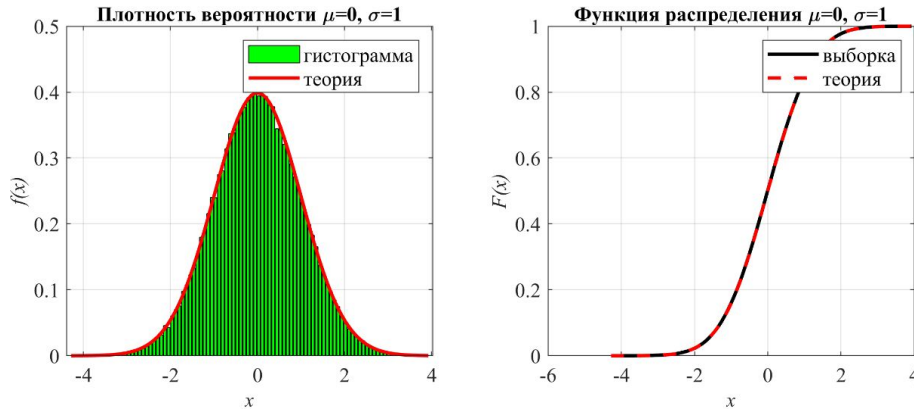


Рис. 2.2. Плотность вероятности и функция нормального распределения

Функция распределения нормально распределенной СВ $\Phi^*(x)$ связана с функцией Лапласа $\Phi(x)$ (2.8) и функцией ошибок $\text{erf}(x)$ (2.5) выражением:

$$\Phi^*(x) = \Phi(x) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left[1 + \text{erf} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) \right]. \quad (2.14)$$

Функцию распределения (2.11) СВ x с параметрами m , σ можно выразить через нормальную функцию распределения $\Phi^*(x)$:

$$F(x) = \Phi^* \left(\frac{x-m}{\sigma} \right). \quad (2.15)$$

Вероятность попадания СВ x на участок от α до β согласно (2.10) [157]:

$$P(\alpha < x < \beta) = \Phi^* \left(\frac{\beta-m}{\sigma} \right) - \Phi^* \left(\frac{\alpha-m}{\sigma} \right). \quad (2.16)$$

Таким образом, мы выразили вероятность попадания на участок СВ x , распределенной по нормальному закону с параметрами, через стандартную функцию распределения $\Phi^*(x)$, соответствующую простейшему нормальному закону с параметрами $m=0$, $\sigma=1$. Аргументы функции Φ^* в формуле (2.16) имеют простой смысл: $(\beta-m)/\sigma$ – расстояние от правого конца участка β до центра рассеивания, выраженное в средних квадратических отклонениях; $(\alpha-m)/\sigma$ – такое же расстояние для левого конца участка, причем это расстояние считается положительным, если конец расположен справа от центра рассеивания, и отрицательным, если слева. Как и всякая функция распределения, $\Phi^*(x)$ обладает свойствами: $\Phi^*(-\infty)=0$; $\Phi^*(+\infty)=1$; $\Phi^*(x)$ – неубывающая функция. Кроме того, из симметричности нормального распределения с $m=0$, $\sigma=1$ относительно начала координат следует [156]:

$$\Phi^*(-x) = 1 - \Phi^*(x). \quad (2.17)$$

На практике часто встречается задача вычисления вероятности попадания нормально распределенной случайной величины на участок, симметричный относительно центра рассеивания m . Рассмотрим такой участок длины $2l$. Вычислим вероятность попадания на этот участок по (2.16) [156]:

$$P(m-l < x < m+l) = \Phi^*(l/\sigma) - \Phi^*(-l/\sigma). \quad (2.18)$$

Учитывая свойство (2.17) функции и придавая левой части формулы (2.18) более компактный вид, получим формулу для вероятности попадания случайной величины, распределенной по нормальному закону на участок, симметричный относительно центра рассеивания [156]:

$$P(|x-m| < l) = 2\Phi^*(l/\sigma) - 1. \quad (2.19)$$

Отложим от центра рассеивания m последовательные отрезки длиной σ (рис. 2.1, б) и вычислим вероятность попадания СВ x в каждый из них. Так как кривая нормального закона симметрична, достаточно отложить такие отрезки только в одну сторону. По формуле (2.16) находим [156]:

$$\begin{aligned} P(m < x < m + \sigma) &= \Phi^*(1) - \Phi^*(0) \approx 0,341; \\ P(m + \sigma < x < m + 2\sigma) &= \Phi^*(2) - \Phi^*(1) \approx 0,136; \\ P(m + 2\sigma < x < m + 3\sigma) &= \Phi^*(3) - \Phi^*(2) \approx 0,012. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Округляя вероятности попадания в отрезки до 0,01 (до 1%), получим три числа: 0,34; 0,14 и 0,02. Сумма этих трех значений равна 0,5. Это значит, что для нормально распределенной СВ все рассеивание (с точностью до долей процента) укладывается на участке $m \pm 3\sigma$. Это позволяет, зная СКО и математическое ожидание СВ, ориентировочно указать интервал её практически возможных значений. Такой способ оценки диапазона возможных значений СВ известен под названием «правило трех сигм» [156].

Вероятное (срединное) отклонение E используется в ряде практических применений теории вероятностей наряду со средним квадратическим отклонением. Вероятным (срединным) отклонением случайной величины x ,

распределенной по нормальному закону, называется половина длины участка, симметричного относительно центра рассеивания, вероятность попадания в который равна $\frac{1}{2}$ (рис. 2.1, б). Вероятное отклонение E – это половина длины участка оси абсцисс, симметричного относительно точки m , на который опирается половина площади кривой распределения. Вероятность того, что СВ x отклонится от центра рассеивания m меньше, чем на E , по определению вероятного отклонения E , равна $\frac{1}{2}$. Вероятность того, что СВ x отклонится от m больше, чем на E , тоже равна $\frac{1}{2}$ [156]:

$$P(|x - m| < E) = 1/2; \quad P(|x - m| > E) = 1/2. \quad (2.21)$$

Таким образом, при большом числе опытов в среднем половина значений случайной величины x отклонится от m больше, чем на E , а половина – меньше. Отсюда и термин «срединная ошибка», «срединное отклонение».

Вероятное отклонение, как характеристика рассеивания, находится в прямой зависимости от среднего квадратического отклонения σ . Вычислим вероятность события $|x - m| < E$ в уравнении (2.21) по формуле (2.19) [156]:

$$P(|x - m| < E) = 2\Phi^*(E/\sigma) - 1 = 1/2 \Rightarrow \Phi^*(E/\sigma) = 3/4. \quad (2.22)$$

По таблицам функции $\Phi^*(x)$ можно найти такое значение аргумента x , при котором она равна 0,75. Это значение приближенно равно 0,674; отсюда

$$E/\sigma = 0,674 \Rightarrow E = 0,675\sigma. \quad (2.23)$$

Таким образом, зная значение σ , можно сразу найти пропорциональное ему значение E . Пользуются еще такой формой этой зависимости [156]:

$$E = \rho\sqrt{2}\sigma, \quad (2.24)$$

где ρ – такое значение аргумента, при котором функция ошибок (2.5) $\text{erf}(x)$ равна половине. Численное значение величины ρ приближенно равно 0,477.

Сделаем подсчет, аналогичный (2.20): отложим от центра рассеивания m последовательные отрезки в одно вероятное отклонение E и подсчитаем вероятности попадания в эти отрезки с точностью до 0,01 [156]:

$$\begin{aligned} P(m < x < m + E) &\approx 0,25; & P(m + E < x < m + 2E) &\approx 0,16; \\ P(m + 2E < x < m + 3E) &\approx 0,07; & P(m + 3E < x < m + 4E) &\approx 0,02. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Таким образом, «доверительные» интервалы отклонений x , при которых $P(x) > 0,99$, равны 3σ и $4E$: $P(-3\sigma \leq x \leq 3\sigma) = 0,997$ и $P(-4E \leq x \leq 4E) = 0,993$ [156]. *Доверительным* называется интервал, в который попадают выборки СВ, соответствующие доверительной вероятности [160]. Доверительным интервалом распределения одномерной случайной величины x с уровнем доверия p называется интервал с границами (α, β) такими, что $P(\alpha \leq x \leq \beta) = p$. Для оценки доверительного интервала можно использовать понятие квантиля. *Квантиль* – значение, которое заданная СВ не превышает с фиксированной вероятностью; если вероятность задана в процентах, то квантиль называется процентилем [161]. Для оценки квантиля может использоваться встроенная в Matlab функция `norminv` (скрипт 2.1).

2.2.2. Двумерное нормальное распределение

Нормальный закон распределения системы двух случайных величин имеет наибольшее распространение на практике. Так как система двух СВ изображается случайной точкой на плоскости, нормальный закон для системы двух величин часто называют «нормальным» законом на плоскости. В общем случае ФПВ двух случайных величин выражается формулой [156]:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left[\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2r(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2}\right]}. \quad (2.26)$$

Этот закон зависит от пяти параметров: m_x , m_y , σ_x , σ_y и r . Параметры m_x , m_y представляют собой математические ожидания (центры рассеивания) величин x и y ; σ_x , σ_y – их средние квадратические отклонения; r – коэффициент корреляции СВ x и y . Если коэффициент корреляции $r=0$, то плотность распределения системы (2.26) равна произведению плотностей распределения отдельных величин, входящих в систему:

$$f(x, y) = f_1(x)f_2(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2}}. \quad (2.27)$$

СВ (x, y) , подчиненные закону распределения с плотностью (2.27), не только не коррелированы, но и независимы. Таким образом, для системы случайных величин, подчиненных нормальному закону, из некоррелированности величин вытекает также их независимость. Ковариация (корреляционный момент, ковариационный момент) $K_{xy} = \sigma_{xy} = \text{cov}(x, y)$ и коэффициент корреляции r определяются выражениями [156]:

$$K_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)(y - m_y) f(x, y) dx dy = r\sigma_x\sigma_y; \quad r = \frac{K_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}; \quad (2.28)$$

Из ФПВ (2.27) видно, что нормальный закон на плоскости полностью определяется заданием пяти параметров: двух координат центра рассеивания m_x , m_y , двух СКО σ_x , σ_y и одного коэффициента корреляции r . Последние три параметра σ_x , σ_y и r полностью определяются элементами корреляционной матрицы: дисперсиями D_x , D_y и корреляционным моментом K_{xy} .

Известно, что плотность распределения системы двух величин равна плотности распределения одной из величин, входящих в систему, умноженной на условную плотность распределения другой величины, вычисленную при условии, что первая величина приняла заданное значение [156]:

$$f(x, y) = f_1(x)f(y|x); \quad f(x, y) = f_2(y)f(x|y). \quad (2.29)$$

Разрешая формулы (2.29) относительно $f(y|x)$ и $f(x|y)$, получим выражения условных законов распределения через безусловные:

$$f(y|x) = f(x, y)/f_1(x); \quad f(x|y) = f(x, y)/f_2(y). \quad (2.30)$$

Вычисляя условные законы распределения по (2.30), получим [156]:

$$f(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left(\frac{y-m_y}{\sigma_y} - r\frac{x-m_x}{\sigma_x}\right)^2};$$

$$f(x|y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left(\frac{x-m_x}{\sigma_x} - r\frac{y-m_y}{\sigma_y}\right)^2}.$$
(2.31)

Проанализируем один из этих условных законов распределения, например $f(y|x)$. Для этого преобразуем выражение плотности $f(y|x)$ к виду:

$$f(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)\sigma_y^2}\left[y-m_y-r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x-m_x)\right]^2}.$$
(2.32)

Выражение (2.32) есть ПВ нормального закона с центром рассеивания

$$m_{y|x} = m_y + r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x-m_x),$$
(2.33)

и средним квадратическим отклонением

$$\sigma_{y|x} = \sigma_y\sqrt{1-r^2}.$$
(2.34)

Формулы (2.33) и (2.34) показывают, что в условном законе распределения величины y при фиксированном значении x от этого значения зависит только математическое ожидание, но не дисперсия. Величина $m_{y|x}$ называется условным математическим ожиданием величины y при данном x . Зависимость (2.33) можно изобразить на плоскости xOy , откладывая условное математическое ожидание $m_{y|x}$ по оси ординат; получится прямая, которая называется линией регрессии y на x . Аналогично прямая [156]

$$x = m_x + r\frac{\sigma_x}{\sigma_y}(y-m_y),$$
(2.35)

есть линия регрессии x на y . Линии регрессии совпадают только при наличии линейной функциональной зависимости y от x . При независимых x и y линии регрессии параллельны координатным осям.

Рассмотрим поверхность распределения, изображающую функцию (2.26). Она имеет вид холма, вершина которого находится над точкой m_x, m_y ; в сечении поверхности распределения плоскостями, параллельными плоскостями xOy , получаются эллипсы рассеивания (рис. 2.3).

Напишем уравнение проекции такого эллипса на плоскость xOy [156]:

$$\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2r(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2} = k^2,$$
(2.36)

где k^2 – константа. Из уравнения (2.36) следует, что центр эллипса находится в точке с координатами m_x, m_y .

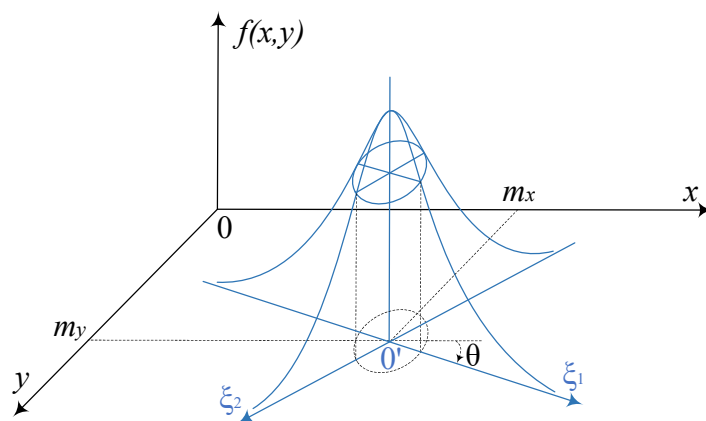


Рис. 2.3. Двумерная ПВ нормального распределения

Направления осей симметрии эллипса составляют с осью $0x$ углы [156]:

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2r\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}. \quad (2.37)$$

Это уравнение дает два значения углов θ , различающиеся на $\pi/2$. Таким образом, ориентация эллипса (2.36) относительно координатных осей находится в прямой зависимости от коэффициента корреляции r системы СВ (x,y) ; если величины не коррелированы, (т.е. в данном случае и независимы), то оси симметрии эллипса параллельны координатным осям; в противном случае они составляют с координатными осями некоторый угол.

Пересекая поверхность распределения плоскостями, параллельными плоскости $x0y$, и проецируя сечения на плоскость $x0y$ мы получим целое семейство подобных и одинаково расположенных эллипсов с общим центром (m_x, m_y) . Во всех точках каждого из таких эллипсов плотность распределения $f(x,y)$ постоянна. Поэтому такие эллипсы называются *эллипсами равной плотности* или, *эллипсами рассеивания*. Общие оси всех эллипсов рассеивания называются *главными осями рассеивания* [156].

Уравнение эллипса принимает наиболее простой *канонический вид*, если координатные оси совпадают с осями симметрии эллипса. Для того чтобы привести уравнение эллипса рассеивания к каноническому виду, достаточно перенести начало координат в точку (m_x, m_y) и повернуть координатные оси на угол θ , определяемый уравнением (2.37). При этом координатные оси совпадают с главными осями рассеивания, и нормальный закон на плоскости преобразуется к каноническому виду [156]:

$$f(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-\frac{\xi_1^2}{2\sigma_1^2} - \frac{\xi_2^2}{2\sigma_2^2}}, \quad (2.38)$$

где σ_1, σ_2 – так называемые главные средние квадратические отклонения, т.е. средние квадратические отклонения случайных величин (ξ_1, ξ_2) , пред-

ставляющих собой координаты случайной точки в системе координат, определяемой главными осями рассеивания $0\xi_1, 0\xi_2$. Главные средние квадратические отклонения σ_1, σ_2 выражаются через СКО в прежней СК [156]:

$$\begin{aligned}\sigma_1^2 &= \sigma_x^2 \cos^2 \theta + r\sigma_x\sigma_y \sin 2\theta + \sigma_y^2 \sin^2 \theta; \\ \sigma_2^2 &= \sigma_x^2 \sin^2 \theta + r\sigma_x\sigma_y \sin 2\theta + \sigma_y^2 \cos^2 \theta.\end{aligned}\quad (2.39)$$

Обычно, рассматривая нормальный закон на плоскости, стараются заранее выбрать координатные оси $0x, 0y$ так, чтобы они совпали с главными осями рассеивания; при этом СКО σ_x, σ_y и будут главными средними квадратическими отклонениями, и нормальный закон будет иметь вид:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}}. \quad (2.40)$$

Иногда координатные оси выбирают параллельно главным осям рассеивания, но начало координат с центром рассеивания не совмещают; СВ (x, y) также оказываются независимыми, но выражение ФПВ имеет вид [156]:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2}}, \quad (2.41)$$

где m_x и m_y – координаты центра рассеивания. Перейдем в канонической форме нормального закона (2.40) от СКО к *вероятным отклонениям*. Величины E_x, E_y называются главными вероятными отклонениями. Подставляя σ_x, σ_y через E_x, E_y в (2.40), получим каноническую форму:

$$\begin{aligned}E_x &= \rho\sqrt{2}\sigma_x; \\ E_y &= \rho\sqrt{2}\sigma_y;\end{aligned} \quad f(x, y) = \frac{\rho^2}{\pi E_x E_y} e^{-\rho^2 \left(\frac{x^2}{E_x^2} + \frac{y^2}{E_y^2} \right)}.\quad (2.42)$$

В такой форме нормальный закон применяется в теории стрельбы.

Уравнение эллипса рассеивания в каноническом виде [156]:

$$\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} = k^2 \quad \text{или} \quad \frac{x^2}{(k\sigma_x)^2} + \frac{y^2}{(k\sigma_y)^2} = 1. \quad (2.43)$$

где k – постоянное число. Из уравнения видно, что *полуоси эллипса рассеивания пропорциональны главным средним квадратическим отклонениям*.

Назовем «единичным» эллипсом рассеивания тот из эллипсов равной плотности вероятности, полуоси которого равны главным средним квадратическим отклонениям σ_x, σ_y . Кроме единичного иногда рассматривают еще «полный» эллипс рассеивания, под которым понимают тот из эллипсов равной плотности вероятности, в который с практической достоверностью укладывается все рассеивание. Размеры этого эллипса, зависят от того, что понимать под «практической достоверностью». В частности, если принять

за «практическую достоверность» вероятность порядка 0,99, то «полным эллипсом рассеивания» можно считать эллипс с полуосями $3\sigma_x, 3\sigma_y$ [156].

Рассмотрим частный случай *кругового рассеивания*, когда главные средние квадратические отклонения равны друг другу: если справедливо

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma. \quad (2.44)$$

то все эллипсы рассеивания обращаются в круги, и *рассеивание называется круговым*. При круговом рассеивании каждая из осей, проходящих через центр рассеивания, может быть принята за главную ось рассеивания, или, другими словами, направление главных осей рассеивания неопределенно. При некруговом рассеивании СВ (x, y) , подчиненные нормальному закону на плоскости, независимы тогда и только тогда, когда координатные оси параллельны главным осям рассеивания; при круговом рассеивании случайные величины (x, y) независимы при любом выборе прямоугольной системы координат. Эта особенность кругового рассеивания приводит к тому, что оперировать с круговым рассеиванием гораздо удобнее, чем с эллиптическим. Поэтому на практике, где только возможно, стремятся приближенно заменять некруговое рассеивание круговым. *Вероятность попадания в эллипс рассеивания* может быть вычислена в конечном виде. Пусть нормальный закон $f(x, y)$ и эллипс рассеивания $B_{n,k}$ заданы в канонической форме:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)}; \quad B_{n,k} : \frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} = k^2. \quad (2.45)$$

где параметр k представляет собой *отношение полуосей эллипса рассеивания к главным средним квадратическим отклонениям*. Вероятность попадания случайной точки в область $B_{n,k}$ может быть получена интегрированием элементов вероятности по всей области [156]:

$$P\{(x, y) \in B_{n,k}\} = \iint_{B_{n,k}} f(x, y) dx dy = \iint_{B_{n,k}} \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)} dx dy. \quad (2.46)$$

Сделаем в интеграле (2.46) замену переменных

$$x/\sigma_x = u; \quad y/\sigma_y = v. \quad (2.47)$$

Этой подстановкой эллипс $B_{n,k}$ преобразуется в круг $C_{n,k}$ радиуса k . Следовательно выражение (2.46) можно представить в виде:

$$P\{(x, y) \in B_{n,k}\} = \frac{1}{2\pi} \iint_{C_{n,k}} e^{-\frac{u^2}{2} - \frac{v^2}{2}} du dv. \quad (2.48)$$

Перейдем в интеграле (2.48) от декартовой СК к полярной, положив:

$$u = r \cos \theta; \quad v = r \sin \theta. \quad (2.49)$$

Якобиан (определитель Якоби) – определённое обобщение производной функции одной переменной на случай отображений из евклидова пространства в себя. Якобиан выражается как определитель матрицы Якоби –

матрицы, составленной из частных производных отображения. При переходе для элементарной площади $dS=dudv$ от декартовых (x,y) к полярным координатам (r,θ) согласно (2.49) матрица Якоби $\mathbf{J}(r,\theta)$ и якобиан [162]:

$$\mathbf{J}(r,\theta) = \begin{bmatrix} \partial u/\partial r & \partial u/\partial \theta \\ \partial v/\partial r & \partial v/\partial \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta \\ \sin \theta & r \cos \theta \end{bmatrix}; \quad (2.50)$$

$$\det \mathbf{J}(r,\theta) = \det \begin{bmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta \\ \sin \theta & r \cos \theta \end{bmatrix} = r.$$

Таким образом, элемент площади при переходе от декартовых к полярным координатам равен $dS=dudv=\det \mathbf{J}(r,\theta)drd\theta$. Якобиан преобразования (2.49) равен r , поэтому производя замену переменных в (2.48), получим:

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^k r e^{-r^2/2} dr d\theta = \int_0^k r e^{-r^2/2} dr = \int_0^k e^{-r^2/2} d(r^2/2) = 1 - e^{-k^2/2}. \quad (2.51)$$

Таким образом, вероятность попадания точки в эллипс $B_{n,k}$, полуоси которого равны k средним квадратическим отклонениям, равна [156]:

$$P\{(x,y) \in B_{n,k}\} = 1 - e^{-k^2/2}. \quad (2.52)$$

Оценим вероятность попадания случайной точки, распределенной по нормальному закону на плоскости xOy , в единичный эллипс рассеивания, полуоси a и b которого равны средним квадратическим отклонениям [156]:

$$a = \sigma_x; \quad b = \sigma_y. \quad (2.53)$$

Для такого эллипса $k=1$, следовательно [156]:

$$P\{(x,y) \in B_1\} = 1 - e^{-1/2} \approx 0,393. \quad (2.54)$$

Формула (2.52) чаще всего применяется для вычисления вероятности попадания в круг при круговом рассеивании. *Круговое рассеяние* со случайным радиусом R получается в частном случае двумерного нормального рассеивания при $\sigma_x=\sigma_y=\sigma$ и $r=0$.

Постановка задачи определения вероятности ситуации «внутри-снаружи» для эллипса рассеивания и для окружности мишени совпадают, но вероятностные характеристики у них разные: случайные координаты x, y могут иметь разные знаки, но размеры случайных радиусов окружности только положительны; поэтому распределение вероятностей рассеивания модулей двумерных радиусов-векторов точек x, y – не гауссово. Это распределение длины вектора с независимыми нормально распределенными компонентами в 2D получено Рэлеем [156].

Рассмотрим на плоскости xOy (рис. 2.4, а) случайную точку (X,Y) , рассеивающуюся вокруг начала координат O по круговому нормальному закону со средним квадратическим отклонением σ . Найдем закон распределения случайной величины R – расстояния от точки (X,Y) до начала координат O , т.е. длины случайного вектора с составляющими (X,Y) . Найдем сначала функцию распределения $F(r)$ величины R . По определению

$$F(r) = P(R < r). \quad (2.55)$$

Это есть не что иное, как вероятность попадания случайной точки (X, Y) внутрь круга радиуса r (рис. 2.4, а). Из (2.52) эта вероятность равна:

$$F(r) = 1 - e^{-k^2/2}, \quad \text{где } k = r/\sigma, \text{ т.е. } F(r) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}. \quad (2.56)$$

Выражение (2.56) функции распределения имеет смысл только при положительных значениях r ; при $r < 0$ нужно положить $F(r) = 0$. Дифференцируя функцию распределения $F(r)$ по r , найдем плотность (рис. 2.4, б):

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}, \quad r > 0. \quad (2.57)$$

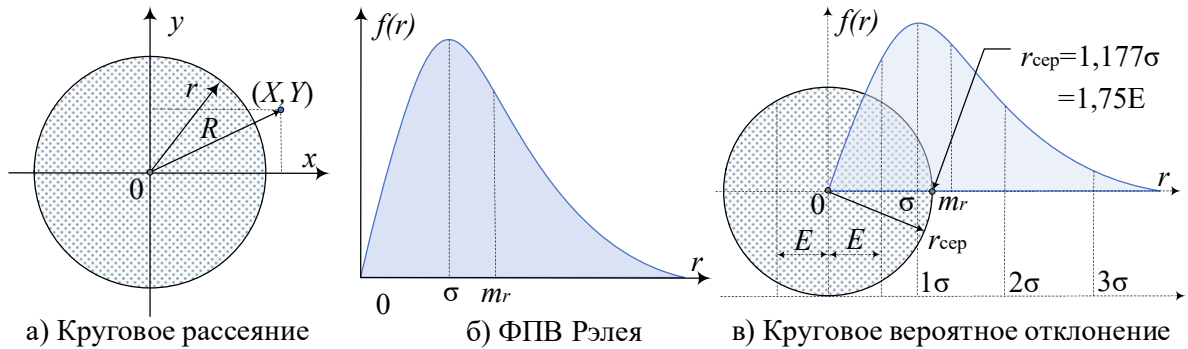


Рис. 2.4. Круговое рассеяние, плотность вероятности Рэля и КВО

Таким образом, при круговом рассеивании на плоскости вероятность попадания в круг радиуса r , центр которого совпадает с центром рассеивания, можно вычислить по формуле (2.56), подставляя $k=r/\sigma$:

$$P(X^2 + Y^2 \leq r^2) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}. \quad (2.58)$$

а промах/ошибка $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ при круговом нормальном рассеивании подчиняется закону Рэля. Мода (абсцисса точки, в которой ФПВ максимальна) закона Рэля M находится из производной (2.60):

$$f'(r) = \left(\frac{1}{\sigma^2} - \frac{r^2}{\sigma^4} \right) e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sigma^2} - \frac{M^2}{\sigma^4} = 0 \Rightarrow M = \sigma. \quad (2.59)$$

Медиана закона Рэля $r_{\text{сеп}}$ находится из (2.56) при $F(r) = 1/2$:

$$F(r_{\text{сеп}}) = 1 - e^{-r_{\text{сеп}}^2/2} = 1/2 \Rightarrow r_{\text{сеп}} = \sigma \sqrt{2 \ln 2} \approx 1,177\sigma. \quad (2.60)$$

Наивероятнейшее значение расстояния R случайной точки (X, Y) от начала координат равно СКО σ ; МО $m_r = \sigma \sqrt{\pi/2} \approx 1,25\sigma$ [163].

Анализ выражений (2.52) и (2.56) позволяет сделать следующий вывод: вероятность попадания в эллипс равной плотности вероятности совпадает с выражением для вероятности, получаемой из распределения Рэля при $k=r/\sigma$, поскольку окружность является частным случаем эллипса. Вместе с тем, параметр k зависит от r , σ_x , σ_y , поэтому для круга и площади внутри сжатого и наклоненного эллипса значения k не совпадают.

Круговым вероятным отклонением (КВО) (CER, Circular Error Probability) или вероятным промахом называется радиус круга $r_{\text{сер}}$, в который попадает половина всех случайных точек при круговом нормальном рассеивании:

$$r_{\text{сер}} = \sigma\sqrt{2\ln 2} \approx 1,177\sigma \quad (2.61)$$

т.е. $r_{\text{сер}}=1,177\sigma=1,75E$; σ – координатное СКО; $E=0,675\sigma$ – срединное отклонение.

На рис. 2.4 показаны вместе с плотностью распределения Рэля единичный круг рассеивания радиусом $r_{\text{сер}}$, в который попадает половина всех реализаций промаха. Для сравнения на оси абсцисс выделена полоса шириной $2E$, в которую попадает половина всех реализаций одной координаты.

КВО больше наивероятнейшего промаха, совпадающего единичного круга рассеивания, вероятность попадания в который равна $1-\exp(0,5)=0,393$, и меньше среднего промаха $m_r=1,25\sigma > 1,177\sigma=r_{\text{сер}}$ [164].

Отображение эллипса на равновероятный круг. Из сказанного следует отображения k -эллипса на круг рассеивания с радиусом, равным k в (2.45), где k – есть радиус двумерной нормированной случайной величины, выраженный в единицах σ , с круговой функцией плотности ее нормального распределения вероятностей рассеивания. При этом вероятность принадлежности модуля радиус-вектора этой СВ отрезку длины k равна вероятности принадлежности облака случайных точек эллипсу с параметром k .

Важно отметить, что вероятности попадания в круг или эллипс с параметрами $k=\sigma$, $k=3\sigma$ или $k=E$, $k=4E$, вычисленные по формуле Рэля, заметно меньше, чем в случае одномерного распределения [157]:

1D	2D	1D	2D	
$P_{\sigma} = 0,68$	$P_{k=1} = 0,393$	$P_E = 0,5$	$P_{k=0,675} = 0,204$	(2.62)
$P_{3\sigma} = 0,993$	$P_{k=3} = 0,989$	$P_{4E} = 0,993$	$P_{k=4\cdot 0,675} = 0,974$	

Таким образом, вероятности попадания в эллипс размером $4E$ или 3σ уменьшаются с увеличением размерности случайной величины. Это обстоятельство отражает факт увеличения числа степеней свободы при увеличении размерности пространства рассеивания СВ.

Приведем доверительные значения вероятностей попадания в двумерный эллипс рассеивания [157]:

$$P_k = 0,5 \quad \text{при} \quad k = \sqrt{-2\ln 0,5} = 1,177; \quad (2.63)$$

$$P_k = 0,993 \quad \text{при} \quad k = \sqrt{-2\ln 0,007} = 3,151.$$

то есть доверительный интервал для $P=0,5$ равен $1,177\sigma=1,75E$; доверительный интервал для $P=0,993$ равен $3,151\sigma=4,67E$.

Далее рассмотрим модели трехмерного и многомерного нормальных распределений для обобщения инструментов оценки пределов точности позиционирования.

2.2.3. Трехмерное нормальное распределение

Рассмотрим каноническую форму нормального закона в 3D [156]:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{z^2}{\sigma_z^2} \right)}. \quad (2.64)$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – главные средние квадратические отклонения. Переходя от средних квадратических отклонений к вероятным, имеем:

$$f(x, y, z) = \frac{\rho^3}{\pi^{3/2} E_x E_y E_z} e^{-\rho^2 \left(\frac{x^2}{E_x^2} + \frac{y^2}{E_y^2} + \frac{z^2}{E_z^2} \right)}. \quad (2.65)$$

При решении задач позиционирования пространстве, иногда приходится вычислять вероятность попадания ПОК в заданную область пространства $B_{n,k}$. В общем случае эта вероятность выражается тройным интегралом:

$$P\{(x, y, z) \in B_{n,k}\} = \iiint_{B_{n,k}} f(x, y, z) dx dy dz. \quad (2.66)$$

Рассмотрим эллипсоид равной плотности $B_{n,k}$ с уравнением [156]:

$$\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{z^2}{\sigma_z^2} = k^2. \quad (2.67)$$

Полуоси этого эллипсоида пропорциональны главным СКО:

$$a = k\sigma_x; \quad b = k\sigma_y; \quad c = k\sigma_z. \quad (2.68)$$

С учетом (2.64) для $f(x, y, z)$, выразим вероятность попадания в $B_{n,k}$:

$$P\{(x, y, z) \in B_{n,k}\} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} \iiint_{B_{n,k}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{z^2}{\sigma_z^2} \right)} dx dy dz. \quad (2.69)$$

Перейдем от декартовой к полярной (сферической) СК (рис. 2.5):

$$\begin{aligned} x/\sigma_x &= r \cos \theta \cos \varphi; \\ y/\sigma_y &= r \sin \theta \cos \varphi; \\ z/\sigma_z &= r \sin \varphi. \end{aligned} \quad (2.70)$$

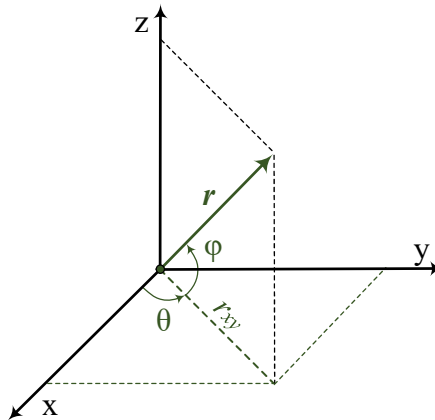


Рис. 2.5. Переход от декартовой к полярной СК в пространстве

Матрица Якоби имеет следующий вид:

$$\mathbf{J}(r, \theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varphi & -r \sin \theta \cos \varphi & -r \cos \theta \sin \varphi \\ \sin \theta \cos \varphi & r \cos \theta \cos \varphi & -r \sin \theta \sin \varphi \\ \sin \varphi & 0 & r \cos \varphi \end{bmatrix}. \quad (2.71)$$

Определитель матрицы 3×3 можно вычислить по формуле [165]:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}. \quad (2.72)$$

Определитель матрицы (2.71) с учетом (2.72) равен:

$$\begin{aligned} \det \mathbf{J}(r, \theta, \varphi) &= \cos \theta \cos \varphi \begin{vmatrix} r \cos \theta \cos \varphi & -r \sin \theta \sin \varphi \\ 0 & r \cos \varphi \end{vmatrix} \\ &+ r \sin \theta \cos \varphi \begin{vmatrix} \sin \theta \cos \varphi & -r \sin \theta \sin \varphi \\ \sin \varphi & r \cos \varphi \end{vmatrix} \\ &- r \cos \theta \sin \varphi \begin{vmatrix} \sin \theta \cos \varphi & r \cos \theta \cos \varphi \\ \sin \varphi & 0 \end{vmatrix} = r^2 \cos \varphi. \end{aligned} \quad (2.73)$$

Таким образом, элемент объёма при переходе от декартовых к сферическим координатам будет выглядеть следующим образом:

$$dV = dx dy dz = \det \mathbf{J}(r, \theta, \varphi) dr d\theta d\varphi = r^2 \cos \varphi dr d\theta d\varphi. \quad (2.74)$$

С учетом (2.74) якобиан преобразования (2.70) равен $r^2 \cos \varphi \sigma_x \sigma_y \sigma_z$, а интеграл (2.69) определяется выражением:

$$P = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_0^k \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} r^2 \cos \varphi e^{-r^2/2} dr d\theta d\varphi = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^k r^2 e^{-r^2/2} dr. \quad (2.75)$$

Интеграл (2.75) можно взять по частям ($\int u dv = uv - \int v du$):

$$\int_0^k e^{-r^2/2} r^2 dr = \begin{vmatrix} dv = e^{-r^2/2} r dr \\ v = -e^{-r^2/2} \\ u = r; du = dr \end{vmatrix} = r e^{-r^2/2} \Big|_0^k + \int_0^k e^{-r^2/2} dr = \sqrt{2\pi} \Phi(k) - k e^{-k^2/2} \quad (2.76)$$

С учетом (2.76) вероятность (2.75) попадания в эллипсоид B_k :

$$P\{(x, y, z) \in B_{n,k}\} = 2\Phi(k) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} k e^{-k^2/2}. \quad (2.77)$$

При исследовании вопросов позиционирования в пространстве придется иметь дело с законом трехмерного нормального распределения промежуточных оценок координат (ПОК) в 3D.

2.2.4. Многомерное нормальное распределение

Многомерное нормальное распределение в теории вероятностей – это обобщение одномерного нормального распределения. Случайный вектор, имеющий многомерное нормальное распределение, называется гауссовским вектором. Пусть $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ – случайный вектор, имеющий многомерное нормальное распределение; $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^n$ – вектор средних значений \mathbf{x} ; $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – положительно определенная симметричная ковариационная матрица \mathbf{x} , тогда плотность вероятности вектора \mathbf{x} имеет вид [166]:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})}, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (2.78)$$

где $|\boldsymbol{\Sigma}|$ – определитель $\boldsymbol{\Sigma}$, а $\boldsymbol{\Sigma}^{-1}$ – матрица обратная к $\boldsymbol{\Sigma}$. Если случайный вектор \mathbf{x} имеет многомерное нормальное распределение, то пишут $\mathbf{x} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$.

Если вектор $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ имеет многомерное нормальное распределение, то его компоненты $x_i, i=1, \dots, n$ имеют одномерное нормальное распределение; обратное верно при независимости компонентов. Если случайные величины $x_i, i=1, \dots, n$ имеют одномерное нормальное распределение и совместно независимы, то случайный вектор $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ имеет многомерное нормальное распределение; матрица ковариаций $\boldsymbol{\Sigma}$ такого вектора является диагональной; диагональная матрица – квадратная матрица, все элементы которой, стоящие вне главной диагонали, равны нулю [167].

Ковариационная матрица составлена из попарных ковариаций элементов одного или двух случайных векторов. Ковариационная матрица случайного вектора – квадратная симметрическая неотрицательно определенная матрица, на диагонали которой располагаются дисперсии компонент вектора, а внедиагональные элементы – ковариации между компонентами. Ковариационная матрица случайного вектора является многомерным аналогом дисперсии СВ для случайных векторов [168].

Пусть $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ и $\mathbf{y}=(y_1, y_2, \dots, y_m)^T \in \mathbb{R}^m$ – два случайных вектора размерности n и m соответственно. Пусть также случайные величины $x_i, y_j, i=1, \dots, n; j=1, \dots, m$ имеют конечный второй момент (дисперсию). Тогда матрицей ковариации векторов \mathbf{x} и \mathbf{y} называется [169]:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \text{cov}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = E \left[(\mathbf{x} - E(\mathbf{x}))(\mathbf{y} - E(\mathbf{y}))^T \right] = \sigma_{ij}; \quad (2.79)$$

$$\sigma_{ij} = \text{cov}(x_i, y_j) = E \left[(x_i - E(x_i))(y_j - E(y_j)) \right]; i=1, \dots, n; j=1, \dots, m.$$

Если $\mathbf{x}=\mathbf{y}$, то $\boldsymbol{\Sigma}$ называется матрицей ковариации вектора \mathbf{x} и обозначается $\text{cov}(\mathbf{x})$. Такая матрица ковариации является обобщением дисперсии для многомерной СВ, а её след – скалярным выражением дисперсии многомерной СВ. *Собственные векторы и собственные числа* этой матрицы позволяют оценить размеры и форму облака распределения такой случайной величины, аппроксимировав его эллипсоидом в 3D или эллисом в 2D [169].

Ковариация (корреляционный момент) – мера линейной зависимости двух случайных величин. Если x, y – две СВ, то их ковариация [170]:

$$\text{cov}(x, y) = E[(x - E(x))(y - E(y))]. \quad (2.80)$$

где E – математическое ожидание. Если x, y – независимые случайные величины, то $\text{cov}(X, Y) = 0$. Если ковариация положительна, то с ростом значений одной СВ, значения второй имеют тенденцию возрастать, а если знак отрицательный – то убывать. Однако только по абсолютному значению ковариации нельзя судить о том, насколько сильно величины взаимосвязаны, так как масштаб ковариации зависит от их дисперсий. Значение ковариации можно нормировать, поделив её на произведение среднеквадратических отклонений (квадратных корней из дисперсий) случайных величин. Полученная величина называется *коэффициентом корреляции* Пирсона $r(x, y)$, который всегда находится в интервале от -1 до 1 [170]:

$$r(x, y) = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \Rightarrow \text{cov}(x, y) = r \sigma_x \sigma_y = \sigma_{xy}. \quad (2.81)$$

СВ, имеющие нулевую ковариацию, некоррелированы. Независимые СВ всегда некоррелированы. Обратное утверждение не всегда выполняется; оно справедливо для нормально распределенных СВ [170].

Расстояние Махаланобиса – мера расстояния между многомерными векторами случайных величин, обобщающая понятие евклидова расстояния. С помощью расстояния Махаланобиса можно определять сходство неизвестной и известной выборки. Оно отличается от расстояния Евклида тем, что учитывает корреляции между переменными и инвариантно к масштабу. Расстояние Махаланобиса от многомерного вектора $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ до множества со средним значением $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)^T$ и матрицей ковариации $\boldsymbol{\Sigma}$ определяется следующим образом [171]:

$$d_M(\mathbf{x}) = \sqrt{(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})}. \quad (2.82)$$

Расстояние Махаланобиса также можно определить как меру несходства между двумя случайными векторами \mathbf{x} и \mathbf{y} из одного распределения вероятностей с матрицей ковариации $\boldsymbol{\Sigma}$ следующим образом:

$$d_M(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{y})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{y})}. \quad (2.83)$$

Если матрица ковариации является единичной матрицей, то расстояние Махаланобиса становится равным расстоянию Евклида. Если матрица ковариации диагональная (но необязательно единичная), то получившаяся мера расстояния носит название нормализованное расстояние Евклида:

$$d_M(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - y_i)^2}{\sigma_i^2}}. \quad (2.84)$$

Здесь σ_i – среднеквадратичное отклонение x_i от y_i в выборке.

Эллипсоид рассеяния. Пусть случайная величина $\mathbf{x}=(x_1,x_2,\dots,x_n)^T$ имеет нормальное распределение с вектором средних $\boldsymbol{\mu}=(\mu_1,\mu_2,\dots,\mu_n)^T$ и матрицей ковариации $\boldsymbol{\Sigma}$. Рассмотрим в пространстве переменных x_1,x_2,\dots,x_n область, определяемую неравенством [172]

$$(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}) < k^2, \quad (2.85)$$

где k – некоторое положительное число. Левая часть неравенства есть положительно определенная квадратичная форма. Следовательно, данное неравенство определяет в пространстве \mathbb{R}^n область, ограниченную эллипсоидом. Центр эллипсоида находится в точке $(\mu_1,\mu_2,\dots,\mu_n)$, оси параллельны собственным векторам матрицы $\boldsymbol{\Sigma}$, а полуоси пропорциональны $\sqrt{\lambda_1}$, $\sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_n}$, где $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ – собственные значения матрицы $\boldsymbol{\Sigma}$.

С другой стороны, $k^2=(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})$ есть некоторая одномерная случайная величина, являющаяся функцией величин x_1,x_2,\dots,x_n . Найдем закон распределения k^2 . Случайную величину k^2 с параметрами $\boldsymbol{\mu}$ и $\boldsymbol{\Sigma}$ можно получить путем линейного преобразования вектора \mathbf{x} , компоненты которого независимы и имеют стандартное нормальное распределение

$$\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{y} + \boldsymbol{\mu}, \quad (2.86)$$

где матрица \mathbf{B} связана с матрицей ковариаций $\boldsymbol{\Sigma}$ как $\mathbf{B}\mathbf{B}^T=\boldsymbol{\Sigma}$. Но тогда

$$k^2 = (\mathbf{B}\mathbf{y})^T (\mathbf{B}\mathbf{B}^T)^{-1} (\mathbf{B}\mathbf{y}) = \mathbf{y}^T \mathbf{y} = \sum_{i=1}^n y_i^2, \quad (2.87)$$

т.е. k^2 есть сумма квадратов независимых стандартных нормальных случайных величин. Следовательно, k^2 имеет распределение χ^2 с n –степенями свободы. Тогда по таблицам распределения χ^2 для заданной вероятности α можно определить значение k^2 , для которого $P(\mathbf{y}^T \mathbf{y} < k^2) = \alpha$, т.е. k^2 будет квантилью χ^2 распределения уровня α . Соответственно, с вероятностью α многомерная СВ \mathbf{x} будет принадлежать области, ограниченной эллипсоидом

Из сравнения выражений (2.82) и (2.85) следует, что расстояние Махаланобиса описывает эллипсоид в Евклидовом пространстве. Расстояние Махаланобиса – это просто расстояние между заданной точкой и центром масс, делённое на ширину эллипсоида в направлении заданной точки.

Квадрат расстояния Махаланобиса – это сумма квадратов n -го количества нормально распределенных случайных величин, где n – это размерность пространства. Распределение хи-квадрат – это распределение суммы квадратов n независимых стандартных нормальных случайных величин (это распределение параметризуется количеством степеней свободы n). А это как раз и есть расстояние Махаланобиса. Таким образом вероятность того, что \mathbf{x} находится внутри эллипса выражается следующей формулой:

$$(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu}) \sim \chi^2(n), \quad (2.88)$$

Таким образом, размер эллипса можно определить квантилями распределения хи-квадрат.

2.3. Эллипс рассеивания

2.3.1. Определение эллипса рассеивания

Эллипс наряду с гиперболой и параболой, является коническим сечением и определяется как геометрическое место точек M евклидовой плоскости, для которых сумма расстояний до двух данных точек F_1 и F_2 (называемых фокусами) постоянна и больше расстояния между фокусами, то есть $|F_1M|+|F_2M|=2a$, причем $|F_1F_2|<2a$ (рис. 2.6, а). Проходящий через фокусы эллипса отрезок AB , концы которого лежат на эллипсе, называется *большой осью* данного эллипса. Длина большой оси равна $2a$ в. Отрезок CD , перпендикулярный большой оси эллипса, проходящий через центральную точку большой оси, концы которого лежат на эллипсе, называется *малой осью* эллипса. Точка O пересечения большой и малой осей эллипса называется его центром. Отрезки, проведённые из центра эллипса к вершинам на большой и малой осях, называются, соответственно, *большой полуосью* и *малой полуосью* эллипса, и обозначаются a и b . Расстояние $c=|F_1F_2|/2$ называется *фокальным расстоянием*. Величина $e=c/a$ называется *эксцентриситетом* [173].

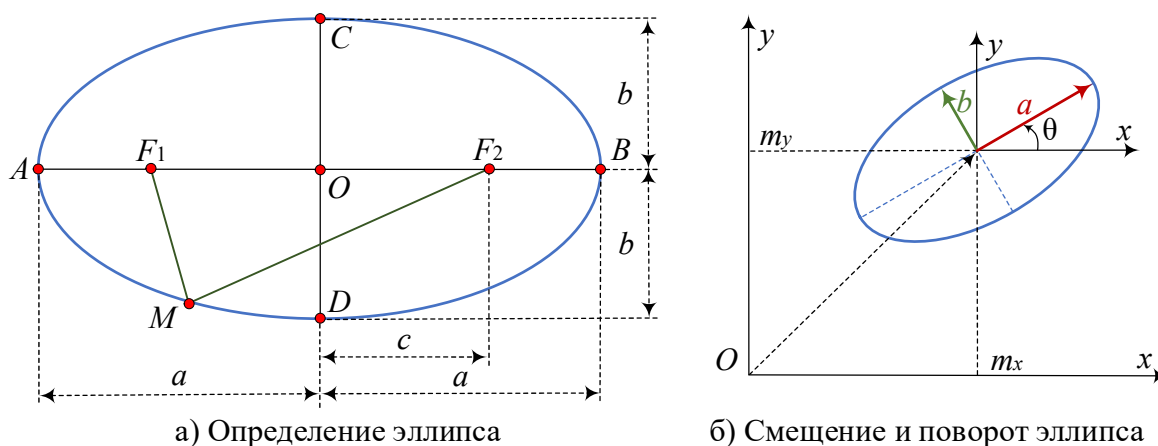


Рис. 2.6. Определение эллипса и его координат

Каноническое уравнение эллипса в декартовой СК описывает эллипс с центром в начале координат, оси которого совпадают с осями СК [173]:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2.89)$$

В общем случае, главные оси эллипса не совпадают с осями СК xOy (рис. 2.6, б). Центр эллипса лежит в точке (m_x, m_y) , а направление его осей симметрии в СК xOy определяется углом θ . Координаты эллипса со смещенным в (m_x, m_y) центром после поворота на угол θ определяются [157]:

$$\begin{cases} x' = (x - m_x) \cos \theta + (y - m_y) \sin \theta \\ y' = -(x - m_x) \sin \theta + (y - m_y) \cos \theta \end{cases} \quad (2.90)$$

Угол θ в (2.37) принимает два значения, отличающиеся на $\pi/2$. Если $\sigma_x = \sigma_y$, то при любом r главные оси наклонены к оси x на 45° и 135° [157].

Эллипс рассеивания может быть задан следующими способами [157].
Во-первых, матрицей коэффициентов уравнения эллипса:

$$\Sigma^{-1} = \begin{bmatrix} A & -C \\ -C & B \end{bmatrix}, \quad (2.91)$$

тогда уравнение эллипса записывается как

$$Ax^2 + By^2 - 2Cxy = 1, \quad (2.92)$$

или для вектора-столбца СВ $\mathbf{x}=(x \ y)^T$:

$$\mathbf{x}^T \Sigma^{-1} \mathbf{x} = [x \ y] \begin{bmatrix} A & -C \\ -C & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 1. \quad (2.93)$$

Во-вторых, ковариационной матрицей Σ параметров рассеивания случайной величины (x,y) с элементами матрицы σ_x^2 , σ_y^2 , $\sigma_{xy}=r\sigma_x\sigma_y$. Величины недиагональных элементов σ_{xy} , стоящие на пересечении строк и столбцов x и y , однозначно определяют коэффициенты корреляции r ($|r|\leq 1$) по величине корней квадратных из диагональных элементов матрицы Σ :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & r\sigma_x\sigma_y \\ r\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{bmatrix}. \quad (2.94)$$

В-третьих, полуосями a , b и углом наклона α эллипса к оси x в (2.37). Определим связи между этими величинами. Определитель Σ равен:

$$\det \Sigma = \Delta_{\Sigma} = |\Sigma| = \sigma_x^2 \sigma_y^2 (1 - r^2), \quad (2.95)$$

тогда обратная матрица Σ^{-1} [174]:

$$\Sigma^{-1} = \frac{1}{\det \Sigma} \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & -r\sigma_x\sigma_y \\ -r\sigma_x\sigma_y & \sigma_x^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{1-r^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_x^2} & -\frac{r}{\sigma_x\sigma_y} \\ -\frac{r}{\sigma_x\sigma_y} & \frac{1}{\sigma_y^2} \end{bmatrix}. \quad (2.96)$$

Таким образом, получаем [157]:

$$A = \frac{1}{\sigma_x^2(1-r^2)}; \quad B = \frac{1}{\sigma_y^2(1-r^2)}; \quad C = \frac{r}{\sigma_x\sigma_y(1-r^2)}. \quad (2.97)$$

$$\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{A}\sqrt{1-r^2}}; \quad \sigma_y = \frac{1}{\sqrt{B}\sqrt{1-r^2}}; \quad r = \frac{C}{\sqrt{A}\sqrt{B}}. \quad (2.98)$$

Для определения α приведем матрицу Σ^{-1} к диагональному виду поворотом на угол θ . Матрица поворота \mathbf{R} равна

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (2.99)$$

После поворота эллипса на угол α имеем диагональный вид Σ^{-1} [157]:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{R}^T &= \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & -C \\ -C & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} a^{-2} & 0 \\ 0 & b^{-2} \end{bmatrix} = \mathbf{D}^{-1}. \end{aligned} \quad (2.100)$$

Это уравнение эллипса можно записать в следующем виде [157]:

$$\boldsymbol{\xi}^T \mathbf{R}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{R}^T \boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{D}^{-1} \boldsymbol{\xi} = 1; \quad a^{-2} < b^{-2}; \quad \boldsymbol{\xi} = \mathbf{R}\mathbf{x}; \quad \mathbf{D}^{-1} = \begin{bmatrix} a^{-2} & 0 \\ 0 & b^{-2} \end{bmatrix}. \quad (2.101)$$

где $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{R}\mathbf{x}$. Из равенства элементов матрицы имеем следующие соотношения:

$$\begin{cases} A \cos^2 \theta + B \sin^2 \theta - 2C \sin \theta \cos \theta = a^{-2} \\ A \sin^2 \theta + B \cos^2 \theta + 2C \sin \theta \cos \theta = b^{-2} \\ -A \cos \theta \sin \theta + B \cos \theta \sin \theta - C(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = 0 \end{cases} \quad (2.102)$$

или после преобразования:

$$\begin{cases} A + B = a^{-2} + b^{-2} \\ A \cos 2\theta - B \cos 2\theta - 2C \sin 2\theta = a^{-2} - b^{-2} \\ (A - B) \sin 2\theta + 2C \cos 2\theta = 0 \end{cases} \quad (2.103)$$

Отсюда получаем

$$\begin{cases} (A - B) \cos 2\theta - 2C \sin 2\theta = a^{-2} - b^{-2} \\ (A - B) \sin 2\theta + 2C \cos 2\theta = 0 \end{cases}. \quad (2.104)$$

При $A=B$ и $C=0$ получаем $\alpha=0$. Далее из следующих соотношений [157]:

$$\begin{cases} (A - B) \cos 2\theta - 2C \sin 2\theta = a^{-2} - b^{-2} \\ (A - B) \sin 2\theta + 2C \cos 2\theta = 0 \end{cases} \quad (2.105)$$

получаем

$$(a^{-2} - b^{-2})^2 = (A - B)^2 + 4C^2. \quad (2.106)$$

Для определения величин полуосей a и b , используя первое выражение из (2.103) и (2.106), получим значения их обратных квадратов, $a^{-2} < b^{-2}$:

$$a^{-2} = \frac{A + B - \sqrt{(A - B)^2 + 4C^2}}{2}; \quad b^{-2} = \frac{A + B + \sqrt{(A - B)^2 + 4C^2}}{2}. \quad (2.107)$$

Связь коэффициентов уравнения эллипса с его параметрами определяется из уравнений (2.103) и (2.105) [157]:

$$\begin{aligned} A &= \frac{a^{-2} + b^{-2}}{2} + \frac{a^{-2} - b^{-2}}{2} \cos 2\theta; & B &= \frac{a^{-2} + b^{-2}}{2} - \frac{a^{-2} - b^{-2}}{2} \cos 2\theta; \\ 2C &= -(a^{-2} - b^{-2}) \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (2.108)$$

2.3.2. Поворот эллипса рассеивания

Если x, y независимы, ФПВ $f(x,y)$ в канонической форме:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2}}. \quad (2.109)$$

Система независимых, центрированных СВ $\xi_1 \in N(0, \sigma_1^2)$ и $\xi_2 \in N(0, \sigma_2^2)$ имеет плотность нормального распределения в канонической форме

$$f(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{\xi_2^2}{\sigma_2^2}\right)\right). \quad (2.110)$$

Эллипс, на котором показатель степени в (2.110), а значит и плотность распределения, имеют постоянное значение

$$B_k = \left\{ \xi_1, \xi_2 : \frac{\xi_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{\xi_2^2}{\sigma_2^2} = k^2 \right\}. \quad (2.111)$$

называется эллипсом равной плотности, ограниченная им область – эллипсом рассеивания, центр эллипса – центром рассеивания. Плотности $f_1(\xi_1)$ и $f_2(\xi_2)$ различны в разных точках эллипса с полуосями $k\sigma_1, k\sigma_2$, но произведение $f_1(\xi_1) \cdot f_2(\xi_2) = f(\xi_1, \xi_2)$ постоянно при данном k . На рис. 2.7 показано двумерное распределение в главной (ξ_1, ξ_2) и произвольной (x, y) СК [164].

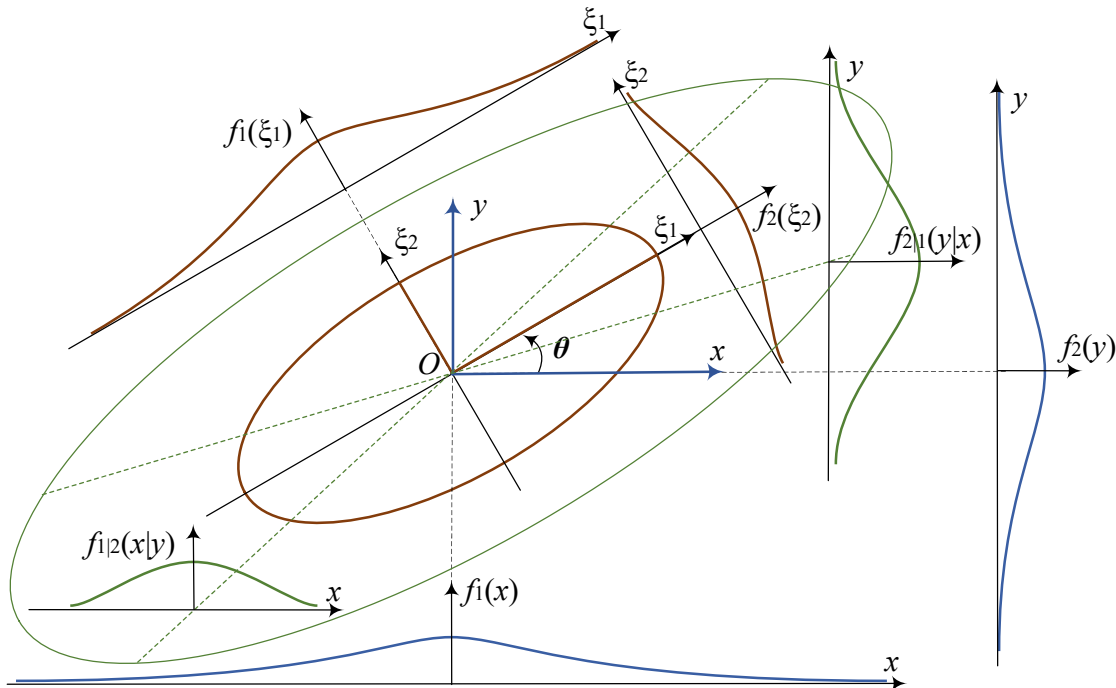


Рис. 2.7. Двумерное нормальное распределение в главной и произвольной СК

Ортогональное преобразование главных осей. Компоненты того же случайного вектора в произвольной СК xOy , в которой направления осей не совпадают с главными осями рассеивания, уже не будут независимы (хотя бы потому, что линии регрессии не параллельны осям координат). Значения $f(x,y)$ совпадает с плотностью канонического нормального распределения в

той же точке [164]. Закон $f(x,y)$ можно получить преобразованием канонического закона при повороте главных осей на угол θ до совпадения с xOy :

$$f(\mathbf{x}) = f(\xi) \Big|_{\xi=\mathbf{R}\mathbf{x}}; \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; \quad \xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (2.112)$$

В главной системе координат эллипсы равной плотности (2.111) можно представить квадратичными формами с диагональной матрицей \mathbf{D}^{-1} , обратной к матрице, состоящей из главных дисперсий [164]:

$$B_k = \{ \xi : \xi^T \mathbf{D}^{-1} \xi = k^2 \}; \quad \mathbf{D}^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_1^{-2} & 0 \\ 0 & \sigma_2^{-2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}. \quad (2.113)$$

Если векторы ξ и \mathbf{x} связаны преобразованием $\xi = \mathbf{R}\mathbf{x}$, матрица \mathbf{D} получена преобразованием $\mathbf{D} = \mathbf{R}\mathbf{\Sigma}\mathbf{R}^T$ матрицы $\mathbf{\Sigma}$, которая должна быть матрицей корреляционных моментов, чтобы выполнялось $D_{ii} = \sigma_i^2$, $i=1,2$ [164].

Эллипс B_k в произвольной системе xOy образуется симметричной матрицей $\mathbf{\Sigma}^{-1} = \mathbf{R}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{R}$, обратной к корреляционной матрице $\mathbf{\Sigma}$ (скрипт 2.2):

$$B_k = \{ \xi : \xi^T \mathbf{D}^{-1} \xi = k^2 \} = \{ \mathbf{x} : (\mathbf{R}\mathbf{x})^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{R}\mathbf{x} = k^2 \} = \{ \mathbf{x} : \mathbf{x}^T \mathbf{R}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{R}\mathbf{x} = k^2 \} \quad (2.114)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{R}\mathbf{\Sigma}\mathbf{R}^T \Rightarrow \mathbf{D}^{-1} = (\mathbf{R}^T)^{-1} \mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}\mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{R}^T \Rightarrow \mathbf{\Sigma}^{-1} = \mathbf{R}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{R} \quad (2.115)$$

Каноническую форму в (2.110) можно заменить матричным выражением, а σ_1, σ_2 выразить через определитель корреляционной матрицы $\det \mathbf{D}$:

$$f(\xi) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\det \mathbf{D}}} e^{-\frac{1}{2}\xi^T \mathbf{D}^{-1} \xi}; \quad \det \mathbf{D} = \sigma_1^2 \sigma_2^2. \quad (2.116)$$

Двумерный нормальный закон в векторной форме (2.116) можно обобщить на n -мерный нормально распределенный случайный вектор:

$$f(\xi) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{2\pi\sigma_i} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\xi_i^2}{\sigma_i^2}\right) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sqrt{\det \mathbf{D}}} \exp\left(-\frac{1}{2} \xi^T \mathbf{D}^{-1} \xi\right). \quad (2.117)$$

В произвольной системе координат, в которой корреляционная матрица $\mathbf{\Sigma}$ не обязательно диагональная, а центр рассеяния находится в точке \mathbf{m} , плотность распределения имеет вид нормального закона в общей форме:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sqrt{\det \mathbf{\Sigma}}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mathbf{m})^T \mathbf{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{m})}. \quad (2.118)$$

Нормальное распределение системы $\mathbf{x}=(x,y)^T$ на плоскости в координатной форме в общем виде задается вектором МО $\mathbf{m}=(m_x, m_y)^T$, где $m_x=E[x]$, $m_y=E[y]$, дисперсиями D_x, D_y и корреляционным моментом K_{xy} или СКО σ_x, σ_y и коэффициентом корреляции r , определяющими матрицу ковариаций

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} D_x & K_{xy} \\ K_{xy} & D_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & r\sigma_x\sigma_y \\ r\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{bmatrix}. \quad (2.119)$$

Выразив $\det \mathbf{\Sigma}$ и обратную матрицу $\mathbf{\Sigma}^{-1}$ через параметры рассеивания

$$\det \mathbf{\Sigma} = (1-r^2)\sigma_x^2\sigma_y^2; \quad \mathbf{\Sigma}^{-1} = \frac{1}{(1-r^2)\sigma_x^2\sigma_y^2} \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & -r\sigma_x\sigma_y \\ -r\sigma_x\sigma_y & \sigma_x^2 \end{bmatrix}; \quad (2.120)$$

и подставив их в (2.118) при $n=2$, получим плотность двумерного нормального распределения (2.26), заданного параметрами $m_x, m_y, \sigma_x, \sigma_y, r$. В частности, при $r=0$ (2.26) превращается в нормальный закон двух независимых СВ (2.27), а при $m_x=m_y=0$ – в каноническую форму (2.40).

Переход к главной системе координат. Система двух нормально распределенных СВ задается пятью параметрами $m_x, m_y, \sigma_x, \sigma_y, r$. Если $r \neq 0$, то корреляционную матрицу (2.119) можно привести к диагональному виду преобразованием $\mathbf{D}=\mathbf{R}\mathbf{\Sigma}\mathbf{R}^T$, где матрица поворота

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (2.121)$$

Необходимый угол поворота α найдем из условия обращения в ноль недиагональных элементов матрицы \mathbf{D} [164]:

$$\begin{aligned} 0 = D_{12} &= \sum_{i,j=1}^2 R_{1i}\Sigma_{ij}R_{2j} = R_{11}\Sigma_{11}R_{21} + R_{11}\Sigma_{12}R_{22} + R_{12}\Sigma_{21}R_{21} + R_{12}\Sigma_{22}R_{22} \\ &= -\sin \theta \cos \theta \sigma_x^2 + r\sigma_x\sigma_y \cos^2 \theta - r\sigma_x\sigma_y \sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta \sigma_y^2 = \\ &= -1/2 \sin 2\theta \sigma_x^2 + r\sigma_x\sigma_y (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + 1/2 \sin 2\theta \sigma_y^2 = \\ &= 1/2 (\sigma_y^2 - \sigma_x^2) \sin 2\theta + r\sigma_x\sigma_y \cos 2\theta = \sigma_{12}. \end{aligned} \quad (2.122)$$

откуда следует

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2r\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}; \quad \theta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2r\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2} \right) \quad \text{при } \sigma_x \neq \sigma_y. \quad (2.123)$$

Круговое рассеивание. Если разница между главными СКО уменьшается до нуля, соотношение (2.123) непротиворечиво (не определено) при нулевом коэффициенте корреляции или при $\theta=\pi/4$. Рассеивание с параметрами $\sigma_x=\sigma_y=\sigma$ и нулевым коэффициентом корреляции называют *круговым (эллипс рассеивания принимает форму круга)*. В круговом рассеивании все направления главные. Рассеивание можно считать практически круговым, если разность между СКО менее четверти от их среднего арифметического [164].

Параметры рассеивания в главной системе координат. Координаты центра рассеивания в новой системе координат

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \end{bmatrix}. \quad (2.124)$$

Дисперсии есть диагональные элементы матрицы $\mathbf{D}=\mathbf{R}\mathbf{\Sigma}\mathbf{R}^T$:

$$\begin{aligned}
\sigma_1^2 = D_{11} &= \sum_{i,j=1}^2 R_{1i} \Sigma_{ij} R_{1j} = R_{11} \Sigma_{11} R_{11} + R_{11} \Sigma_{12} R_{12} + R_{12} \Sigma_{21} R_{11} + R_{12} \Sigma_{22} R_{12} \\
&= \sigma_x^2 \cos^2 \theta + r \sigma_x \sigma_y \sin \theta \cos \theta + r \sigma_x \sigma_y \sin \theta \cos \theta + \sigma_y^2 \sin^2 \theta = \\
&= \sigma_x^2 \cos^2 \theta + r \sigma_x \sigma_y \sin 2\theta + \sigma_y^2 \sin^2 \theta.
\end{aligned} \tag{2.125}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_2^2 = D_{22} &= \sum_{i,j=1}^2 R_{2i} \Sigma_{ij} R_{2j} = R_{21} \Sigma_{11} R_{21} + R_{21} \Sigma_{12} R_{22} + R_{22} \Sigma_{21} R_{21} + R_{22} \Sigma_{22} R_{22} \\
&= -\sigma_x^2 \sin^2 \theta - r \sigma_x \sigma_y \sin \theta \cos \theta - r \sigma_x \sigma_y \sin \theta \cos \theta + \sigma_y^2 \cos^2 \theta = \\
&= \sigma_x^2 \sin^2 \theta - r \sigma_x \sigma_y \sin 2\theta + \sigma_y^2 \cos^2 \theta.
\end{aligned} \tag{2.126}$$

По этим формулам вычисляют дисперсии после поворота системы координат на угол θ , и, в частности, главные СКО σ_1 , σ_2 , если угол соответствует отношению (2.123). В главных осях рассеивания лучше проявляются инвариантные свойства распределения и проще вычислять вероятности попадания случайной точки в заданную область.

След ковариационной матрицы является инвариантом преобразования поворота системы координат. Это обстоятельство определяет связь дисперсий одного и того же эллипса рассеивания в разных системах координат с собственными значениями σ_1^2 , σ_2^2 ковариационной матрицы [164]:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2. \tag{2.127}$$

В главных осях эллипса коэффициент корреляции $r=0$ и плотность нормального закона распределения вероятности в этих осях имеет вид:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)} = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_1^2} + \frac{y^2}{\sigma_2^2}\right)}, \tag{2.128}$$

а уравнения эллипсов вероятности имеют вид [164]:

$$\frac{x^2}{\sigma_1^2} + \frac{y^2}{\sigma_2^2} = k^2 \Rightarrow \frac{x^2}{(k\sigma_1)^2} + \frac{y^2}{(k\sigma_2)^2} = 1. \tag{2.129}$$

Последнее выражение показывает, что размеры главных среднеквадратичных отклонений эллипсов равных значений плотности вероятности для двумерного закона распределения вероятностей пропорциональны размерам их главных полуосей с коэффициентом пропорциональности, равным размеру параметра k . Это значение определяет высоту соответствующего эллипса, получаемого горизонтальным сечением «колокола» гауссиана (рис. 2.3).

В качестве стандартного размера гауссиана рассеивания двумерной случайной величины ниже будет рассматриваться эллипс при $k=1$ с его главными среднеквадратическими отклонениями σ_1^2 , σ_2^2 и соответствующими им безусловными среднеквадратическими отклонениями σ_x^2 , σ_y^2 .

2.3.3. Координатный прямоугольник эллипса рассеивания

Рассмотрим рассеивание координат при нормальном двумерном распределении. Для этого получим выражение ФПВ появления величины y при известном x и аналогично – для условной плотности вероятности x при известном y . Так как для функции плотности полной вероятности справедлива ее выражения через плотности условных вероятностей и плотности вероятности условий в виде [157]:

$$f(x, y) = f(y|x)f_1(x) = f(x|y)f_2(y), \quad (2.130)$$

где $f(y|x)$ – плотность распределения вероятности величины y при известном x ; $f(x|y)$ – плотность распределения вероятности величины x при известном y ; $f_1(x)$ и $f_2(y)$ – одномерные функции плотности распределения вероятности величины условия; тогда получаем:

$$f(y|x) = \frac{f(x, y)}{f_1(x)} = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi} \sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)} \left[-r \frac{(x-m_x)}{\sigma_x} + \frac{(y-m_y)}{\sigma_y} \right]^2}; \quad (2.131)$$

$$f(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_2(y)} = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi} \sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)} \left[\frac{(x-m_x)}{\sigma_x} - r \frac{(y-m_y)}{\sigma_y} \right]^2}. \quad (2.132)$$

Преобразуем показатель степени экспоненты к виду [157]:

$$f(y|x) = \frac{f(x, y)}{f_1(x)} = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{1-r^2} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left[y - \left(m_y + r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - m_x) \right) \right]^2}{2\sigma_y^2(1-r^2)}}. \quad (2.133)$$

Мы получили одномерный нормальный закон с условной дисперсией, СКО и математическим ожиданием [157]:

$$\sigma_{y|x}^2 = \sigma_y^2(1-r^2); \quad \sigma_{y|x} = \sigma_y \sqrt{1-r^2}; \quad m_{y|x} = m_y + r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - m_x). \quad (2.134)$$

Аналогично для условного рассеивания величины x при условии, что y известно условная дисперсия, СКО и математическое ожидание:

$$\sigma_{x|y}^2 = \sigma_x^2(1-r^2); \quad \sigma_{x|y} = \sigma_x \sqrt{1-r^2}; \quad m_{x|y} = m_x + r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - m_y). \quad (2.135)$$

Из (2.134), (2.135) следует важное свойство нормального распределения: дисперсия условной вероятности не зависит от условия, что позволяет оценивать точность, не дожидаясь эксперимента. Однако условные математические ожидания зависят от условия, и эти зависимости – линейные. Им соответствуют прямолинейные геометрические места центров условного рассеивания величин $y|x$ и $x|y$ при изменении x и y соответственно (рис. 2.7). Эти прямые называются *линиями регрессии* (положительными или отрицательными – в зависимости от знака коэффициента корреляции r) [157]:

$$x = m_x + r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - m_y); \quad y = m_y + r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - m_x); \quad (2.136)$$

или после преобразований:

$$\frac{x - m_x}{\sigma_x} + r \frac{y - m_y}{\sigma_y}; \quad \frac{y - m_y}{\sigma_y} + r \frac{x - m_x}{\sigma_x}. \quad (2.137)$$

Геометрически линии регрессии должны быть диаметрами эллипса, сопряженными его «координатным» диаметрам (т.е. диаметрам, параллельным осям координат x и y), поскольку условные математические ожидания делят пополам хорды эллипса, параллельные осям x и y ; в эллипсе диаметр, сопряженный данному диаметру, делит пополам хорды эллипса, параллельные исходному диаметру (рис. 2.8) [157].

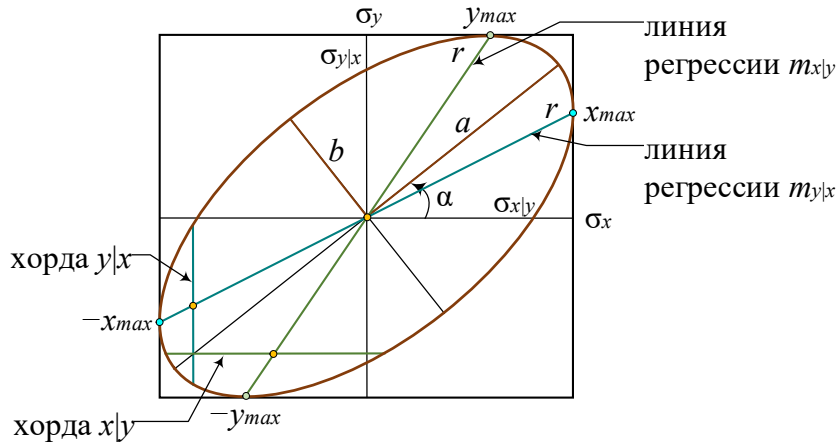


Рис. 2.8. Координатный прямоугольник эллипса рассеивания

В знаменателе уравнения эллипса (2.217) у показателя экспоненты в ФПВ стоят именно условные дисперсии [157]:

$$\frac{(x - m_x)^2}{\sigma_x^2(1 - r^2) = \sigma_{x|y}^2} - \frac{2r(x - m_x)(y - m_y)}{\sigma_x \sigma_y (1 - r^2) = \sigma_{x|y} \sigma_{y|x}} + \frac{(y - m_y)^2}{\sigma_y^2(1 - r^2) = \sigma_{y|x}^2} = k^2, \quad (2.138)$$

поэтому ФПВ (x, y) двумерного вектора можно представить в виде [157]:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi \sigma_{x|y} \sigma_y} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{(x - m_x)^2}{\sigma_{x|y}^2} - \frac{2r(x - m_x)(y - m_y)}{\sigma_{x|y} \sigma_{y|x}} + \frac{(y - m_y)^2}{\sigma_{y|x}^2} \right]}. \quad (2.139)$$

По аналогии с полной вероятностью для двумерного распределения можно определить полную дисперсию, равную определителю Σ :

$$\sigma_{x|y}^2 \sigma_y^2 = \sigma_x^2 \sigma_{y|x}^2 = \det \Sigma = \sigma_x^2 \sigma_y^2 (1 - r^2); \quad \sigma_{x|y} \sigma_y = \sigma_x \sigma_{y|x} = \sigma_x \sigma_y \sqrt{1 - r^2}; \quad (2.140)$$

Наряду с Σ в (2.119) используется корреляционная матрица:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.141)$$

Покажем, что эллипсы вероятности при любом r подобны эллипсу, вписанному в прямоугольник со сторонами, параллельными осям выбранной СК, а их размеры равны σ_x и σ_y . Покажем также, что точки пересечения линий регрессии со сторонами прямоугольника являются именно теми точками, где эллипс касается прямоугольника. Геометрически эти факты становятся очевидными, если рассмотреть хорды из определения сопряженных диаметров эллипса и их предел при движении точки вдоль линии регрессии к граничной точке на эллипсе. Для аналитического доказательства рассмотрим точки (x,y) , которые удовлетворяют следующим условиям [157]:

$$\begin{cases} x - m_x = \pm\sigma_x \\ y - m_y = \pm r\sigma_y \end{cases} \quad \begin{cases} x - m_x = \pm r\sigma_x \\ y - m_y = \pm\sigma_y \end{cases}. \quad (2.142)$$

Эти точки принадлежат как линиям регрессии, так и эллипсу равной плотности вероятности с нормированным параметром размера $k=1$ [157]:

$$\frac{(x - m_x)^2}{\sigma_x^2(1 - r^2)} - \frac{2r(x - m_x)(y - m_y)}{\sigma_x\sigma_y(1 - r^2)} + \frac{(y - m_y)^2}{\sigma_y^2(1 - r^2)} = 1; \quad (2.143)$$

Согласно (2.134) и (2.135) линии регрессии определяются как:

$$m_{y|x} = m_y + r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - m_x); \quad m_{x|y} = m_x + r \frac{\sigma_x}{\sigma_y}(y - m_y). \quad (2.144)$$

Выражения (2.144) можно представить в виде:

$$\frac{m_{y|x} - m_y}{x - m_x} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}; \quad \frac{m_{x|y} - m_x}{y - m_y} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y}. \quad (2.145)$$

Если записать уравнение эллипса при $k=1$ в виде (2.92), то из системы уравнений, определяющих экстремумы эллипса:

$$\frac{\partial}{\partial x}(Ax^2 + By^2 - 2Cxy - 1) = 0; \quad \frac{\partial}{\partial y}(Ax^2 + By^2 - 2Cxy - 1) = 0; \quad (2.146)$$

следует, что

$$Ax = Cy; \quad By = Cx. \quad (2.147)$$

Из (2.147) следует, что:

$$\frac{x}{y} = \frac{C}{A} = \frac{r}{\sigma_x\sigma_y/\sigma_x^2} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y}; \quad \frac{y}{x} = \frac{C}{B} = \frac{r}{\sigma_x\sigma_y/\sigma_y^2} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}. \quad (2.148)$$

Таким образом, выполняются необходимые условия того, что: а) линия регрессии $m_{y|x}$ пересекает эллипс в точках $\pm x_{max}$, наиболее удаленных от оси y при значениях $x=\pm\sigma_x$ и $y=\pm r\sigma_y$ соответственно; б) линия регрессии $m_{x|y}$ пересекает эллипс в точках $\pm y_{max}$, наиболее удаленных от оси x при значениях $y=\pm\sigma_y$ и $x=\pm r\sigma_x$ соответственно. Отсюда следует, что касательные к эллипсу в таких точках параллельны координатным осям, и поэтому эллипс σ -рассеивания оказывается вписанным в прямоугольник со сторонами, параллельными осям координат, с их размерами, равными $\pm\sigma_x$ и $\pm\sigma_y$ [157].

Геометрический смысл коэффициента корреляции: в координатном прямоугольнике точки касания вписанного в него эллипса находятся на одинаковых относительных расстояниях от осей координат, равных r . При $\sigma_x = \sigma_y$ эллипс всегда одинаково наклонен: точки касания квадрата $r\sigma_x = r\sigma_y$ симметричны. Параметр корреляции r здесь отражает лишь ширину вписанного в квадрат эллипса; с ростом r линии регрессии все дальше отстоят от полуосей эллипса, и эллипс становится менее полным. При $r=1$ эллипс превращается в диагональ координатного прямоугольника [157].

Размеры хорд эллипса, параллельные осям x и y (линии регрессии делят их пополам), показывают относительно σ_y и σ_x размеры одномерного условного рассеивания $y|x$ и $x|y$ соответственно. Вертикальные сечения колокола гауссиана, проходящие через эти хорды эллипса, имеют формы одномерного закона плотности распределения вероятностей. Хорды эллипса, проходящие через его центр, определяют параметры $\sigma_{y|x}$ и $\sigma_{x|y}$ как точки пересечения эллипса с центральными координатными осями (рис. 2.8).

Отметим свойство геометрии нормального распределения: из того, что эллипс вероятности с параметром $k=1$ вписан в x, y прямоугольник, вытекает следующее утверждение: безусловные среднеквадратические отклонения $\pm\sigma_x$ и $\pm\sigma_y$ являются проекциями эллипса на оси системы координат.

По аналогии с двумерным случаем, в многомерном пространстве эллипсоиды равной плотности вероятности вписаны в многомерный координатный параллелепипед, образуемый гиперплоскостями, ортогональными осям координат. Размеры этого прямоугольного координатного «ящика» вдоль каждой из осей координат пропорциональны размерам одномерных СКО $\pm\sigma_i, i=1, \dots, n$, где n – размерность «облака» случайного вектора [157].

В свою очередь, соответствующие значения величин безусловных дисперсий одномерных вариаций координатных компонент многомерного случайного вектора равны квадратам величин проекций исходного многомерного эллипсоида с параметром $k=1$ на орты этих координатных направлений (аналогично двумерному рассеянию). Но поскольку выбор направления осей системы координат, в которой описывается многомерное случайное «облако», произволен, то правило «безусловная дисперсия = квадрат проекции эллипсоида $k=1$ » определяет σ -рассеивание многомерной случайной величины в любом выбранном направлении этого многомерного пространства.

В простейшем случае поворота декартовых осей многомерной системы координат параметры нового закона распределения вероятностей соответствуют простому проектированию старого эллипсоида вероятности на новые (повернутые) оси и/или их координатные гиперплоскости и пространства меньшей размерности. Этот случай чаще всего реализуется при приведении параметров ковариационной матрицы к диагональному виду, а размеров координатного ящика – к главным осям эллипсоида [157].

2.3.4. Инвариантное свойство эллипса рассеивания

Рассмотрим инвариантное свойство поворота эллипса, как кривой второго порядка. В общем случае, если задана матрица ковариаций Σ случайного двумерного вектора \mathbf{x} , эта матрица недиагональная, и ее элементы определяют коэффициент корреляции между случайными величинами (x, y) – компонентами вектора \mathbf{x} . Вместе с тем, поскольку матрица Σ симметричная, она с помощью преобразования, задаваемого ортогональной матрицей, может быть приведена к диагональному виду, т.е.

$$\mathbf{R}\Sigma\mathbf{R}^T = \mathbf{D} = \{\lambda_i\} = \{\sigma_i^2\}, i=1, \dots, n, \quad (2.149)$$

где $\mathbf{R}^T\mathbf{R}=\mathbf{I}$; $\mathbf{R}^T=(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n)$, а $\lambda_i, \mathbf{r}_i, i=1, \dots, n$ – собственные числа и собственные векторы матрицы Σ :

$$\Sigma\mathbf{r}_i = \lambda_i\mathbf{r}_i, i=1, \dots, n, \quad (2.150)$$

причем $\mathbf{r}_i^T\mathbf{r}_j=\delta_{ij}$. Поскольку матрица $\mathbf{D}=\mathbf{R}\Sigma\mathbf{R}^T$ (2.149) является матрицей ковариаций для вектора $\xi=\mathbf{R}\mathbf{x}$, то случайный вектор \mathbf{x} с коррелированными компонентами (с недиагональной матрицей ковариаций Σ) с помощью преобразования (2.149), в котором \mathbf{R} – ортогональная матрица, может быть преобразован к новому вектору с некоррелированными (ортогональными) компонентами, для которого матрица ковариаций \mathbf{D} диагональная. Задача нахождения ортогональной матрицы \mathbf{R} , обеспечивающей выполнение равенства (2.150), в теории матриц известна как задача диагонализации матрицы, а в приложении к случайным векторам – как задача ортогонализации компонент случайного вектора. Проведя ортогонализацию гауссовского вектора, имеющего функцию распределения в виде

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sqrt{\det \Sigma}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mathbf{m}_x)^T \Sigma^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{m}_x)}, \quad (2.151)$$

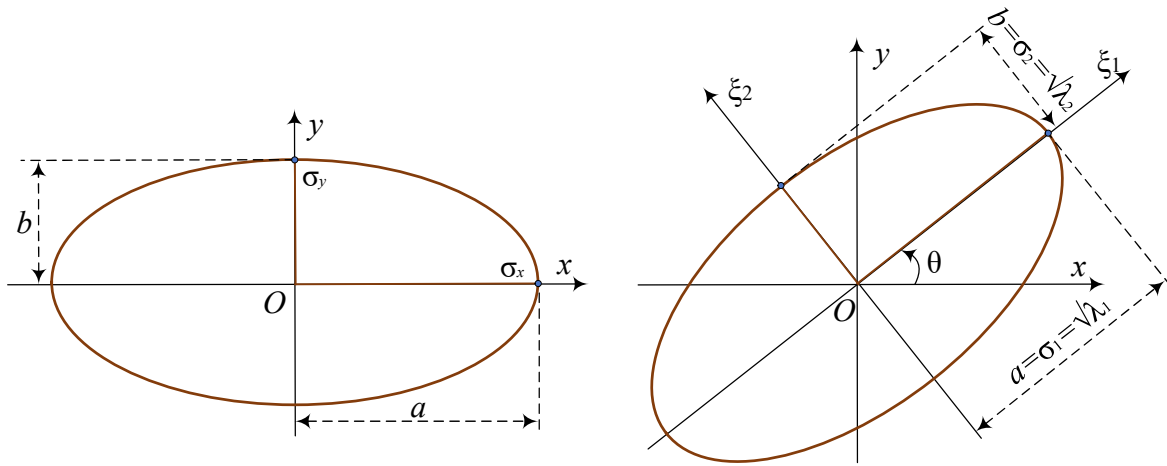
для вектора $\xi=\mathbf{R}\mathbf{x}$ получаем плотность

$$f(\xi) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sqrt{\lambda_1 \dots \lambda_n}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(\xi_i - m_{\xi_i})^2}{\lambda_i} \right\}, \quad (2.152)$$

Поясним геометрический смысл задачи ортогонализации на двухмерном примере. Пусть матрице ковариаций случайного двухмерного вектора соответствует изображенный на рис. 2.9 эллипс с параметрами a, b, θ .

В СК $\xi_1 O \xi_2$, выбранной как показано на рис. 2.9, этому эллипсу будет соответствовать диагональная матрица ковариаций вида (2.149). Переход от представления вектора в системе координат $x O y$ к его представлению в системе координат $\xi_1 O \xi_2$, повернутой относительно оси Ox против часовой стрелки на угол θ , осуществляется с помощью матрицы \mathbf{R} , определяемой как

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}.$$



а) оси эллипса совпадают с осями СК б) оси эллипса повернуты относительно СК

Рис. 2.9. Инвариантность поворота эллипса рассеивания

Таким образом, решение задачи ортогонализации сводится к нахождению матрицы преобразования \mathbf{R} от исходной СК xOy к системе координат $\xi_1 O \xi_2$, направления осей которой совпадают с направлениями главных осей эллипса равных вероятностей. В навигационных приложениях весьма важными являются соотношения, устанавливающие связь элементов матрицы ковариаций с параметрами соответствующего ей эллипса ошибок. Можно показать, что собственные числа матрицы ковариаций $\lambda_1 = a^2$ и $\lambda_2 = b^2$, представляющие собой квадраты от малой и большой полуосей эллипса, и угол, определяющий ориентацию этих осей, задаются соотношениями:

$$\begin{aligned} a^2 = \sigma_1^2 = \lambda_1 &= \frac{1}{2} \left(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2) + 4(r\sigma_x\sigma_y)^2} \right); \\ b^2 = \sigma_2^2 = \lambda_2 &= \frac{1}{2} \left(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2) + 4(r\sigma_x\sigma_y)^2} \right); \end{aligned} \quad (2.153)$$

Эти соотношения позволяют рассчитать параметры среднеквадратического эллипса для заданной матрицы ковариаций. Полагая

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & b^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (2.154)$$

можем также получить выражения, с помощью которых можно вычислить элементы матрицы ковариаций по данным о параметрах эллипса ошибок

$$\begin{aligned} \mathbf{\Sigma} &= \mathbf{R}^T \mathbf{D} \mathbf{R} = \\ &= \begin{bmatrix} a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta & (a^2 - b^2) \cos \theta \sin \theta \\ (a^2 - b^2) \cos \theta \sin \theta & a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & r\sigma_x\sigma_y \\ r\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.155)$$

Из (2.155) следует, что несмотря на зависимость дисперсии СВ, определяющей величину проекции вектора на заданное направление, от этого

направления, сумма дисперсий для двух взаимно ортогональных направлений всегда постоянна и не зависит от их ориентации. В частности,

$$a^2 + b^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \lambda_1 + \lambda_2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2; \text{tr}(\mathbf{D}) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2; \text{tr}(\mathbf{\Sigma}) = \sigma_x^2 + \sigma_y^2. \quad (2.156)$$

Слово инвариантный значит неизменный. Инвариантами эллипса кривой называются такие выражения, составленные из коэффициентов ее уравнения, которые не меняются при переходе от одной прямоугольной декартовой СК к другой такой же системе, т.е. при поворотах осей координат.

а уравнения эллипсов вероятности имеют вид [164]:

$$\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} = k^2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\xi_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{\xi_2^2}{\sigma_2^2} = k^2. \quad (2.157)$$

Поворот эллипса не меняет длин его полуосей $a = \sigma_1 = \sqrt{\lambda_1} = \sigma_x$ и $b = \sigma_2 = \sqrt{\lambda_2} = \sigma_y$ (сторон прямоугольника, в который эллипс вписан), поэтому $\sigma_1 = \sigma_x$, $\sigma_2 = \sigma_y$ – инварианты преобразования поворота. Это следствие того, что при ортогональных преобразованиях след матрицы не меняется. Таким образом, введение радиальной ошибки в качестве количественной меры неопределенности МП представляется оправданным. Радиальное среднее квадратическое отклонение DRMS (Distance Root Mean Square)

$$DRMS = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad (2.158)$$

Проанализируем более подробно характеристики, используемые для описания свойств двухмерных гауссовских векторов. Двухмерный случай весьма важен в задачах обработки статистической информации. Так, при решении навигационных задач на плоскости нередко полагают, что координаты объекта представляют собой гауссовский случайный вектор с математическим ожиданием в точке его предполагаемого местонахождения. Для описания неопределенности расположения точки на плоскости используют введенные выше эллипсы равных вероятностей, в частности эллипс, соответствующий уравнению (2.43) при $k=1$. Поскольку этот эллипс пересекает оси в точках, совпадающих со значениями соответствующих СКО, т.е. при $y=0$, $x=\sigma_x$ а при $x=0$, $y=\sigma_y$, он получил наименование *среднеквадратического эллипса ошибок, или стандартного эллипса* (рис. 2.9). В навигационных приложениях для его описания используют параметры эллипса: большую a и малую b полуоси и дирекционный угол θ , задающий ориентацию большой полуоси относительно оси x . Эти три параметра полностью определяют матрицу ковариаций двухмерной гауссовской плотности. На рис. 2.9,а изображен частный случай $\theta=0^\circ$, когда $\sigma_2=b$, $\sigma_1=a$, и таким образом из (2.155)

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & b^2 \end{bmatrix}, \quad (2.159)$$

т.е. размеры полуосей эллипса определяют значения СКО по каждой координате.

2.4. Инструменты оценки точности позиционирования

2.4.1. Гамма и хи-квадрат распределения

Гамма-распределение – это двухпараметрическое семейство абсолютно непрерывных распределений. *Плотность вероятности гамма-распределения* случайной величины x задаётся выражением [175]

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(k)\theta^k} x^{k-1} e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad x \geq 0, \quad (2.160)$$

тогда говорят, что случайная величина x имеет гамма-распределение $\Gamma(k, \theta)$ с положительными параметрами θ и k ; $\Gamma(k)$ – гамма-функция Эйлера [176].

Функция распределения $\Gamma(k, \theta)$ имеет следующий вид:

$$F_{\Gamma(k, \theta)}(x) = \frac{1}{\Gamma(k)} \gamma\left(k, \frac{x}{\theta}\right), \quad (2.161)$$

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины x , имеющей гамма-распределение, имеют вид,

$$x \sim \Gamma(k, \theta) \Rightarrow E[x] = k\theta; \quad D[x] = k\theta^2. \quad (2.162)$$

Гамма-функция $\Gamma(z)$ определяется через абсолютно сходящийся интеграл, если вещественная часть комплексного числа z положительна, [176]

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt, \quad z \in \mathbb{C}, \quad \operatorname{Re}(z) > 0. \quad (2.163)$$

Для гамма-функции справедливо рекуррентное соотношение

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z) = z! \quad (2.164)$$

Для гамма-функции справедлива формула дополнения Эйлера:

$$\Gamma(z-1)\Gamma(z) = \frac{\pi}{\sin \pi z}. \quad (2.165)$$

Гамма-функция целого и полуцелого аргументов [176]:

$$\Gamma(1) = 0! = 1; \quad \Gamma(2) = 1! = 1; \quad \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}; \quad \Gamma(3/2) = 1/2\sqrt{\pi}. \quad (2.166)$$

В интегральном определении гамма-функции пределы интегрирования фиксированы. Рассматривают также *неполную гамма-функцию*, определяемую аналогичным интегралом с переменным верхним либо нижним пределом интегрирования. Различают *верхнюю неполную гамма-функцию*, часто обозначаемую как гамма-функцию от двух аргументов [176]:

$$\Gamma(a, z) = \int_z^{\infty} e^{-t} t^{a-1} dt. \quad (2.167)$$

и *нижнюю неполную гамма-функцию*, обозначаемую строчной буквой:

$$\gamma(a, z) = \int_0^z e^{-t} t^{a-1} dt. \quad (2.168)$$

Иногда *неполную гамма функцию* определяют как

$$I(z, a) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^z e^{-t} t^{a-1} dt. \quad (2.169)$$

Хи-квадрат является частным случаем гамма-распределения:

$$\Gamma(n/2, 2) = \chi^2(n). \quad (2.170)$$

Распределение χ^2 (хи-квадрат) с n степенями свободы – это распределение суммы квадратов n независимых стандартных нормальных случайных величин. Если z_1, z_2, \dots, z_n – совместно независимые стандартные нормальные случайные величины, то есть: $z_i \sim N(0, 1)$, тогда СВ [177]

$$x = z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2. \quad (2.171)$$

имеет распределение хи-квадрат с n степенями свободы, то есть

$$x \sim f_{\chi^2(n)}(x) \quad \text{или} \quad x = \sum_{i=1}^n z_i^2 \sim \chi^2(n). \quad (2.172)$$

Плотность вероятности хи-квадрат, являясь частным случаем гамма-распределения, имеет вид [177]:

$$f_{\chi^2(n)}(x) = \Gamma(n/2, 2) = \frac{(1/2)^{n/2}}{\Gamma(n/2)} x^{n/2-1} e^{-x/2}, \quad (2.173)$$

где $\Gamma(n/2, 2)$ означает гамма-распределение, а $\Gamma(n/2)$ – гамма-функцию.

Функция распределения хи-квадрат имеет следующий вид:

$$F_{\chi^2(n)}(x) = \frac{\gamma(n/2, x/2)}{\Gamma(n/2)}, \quad (2.174)$$

где Γ и γ обозначают соответственно полную и неполную гамма-функции.

Из определения распределение хи-квадрат можно получить моменты распределения хи-квадрат. Если $y \sim \chi^2(n)$, то

$$y \sim \chi^2(n) \Rightarrow E[y] = n; \quad D[y] = 2n. \quad (2.175)$$

Если x_1, \dots, x_n независимые нормальные случайные величины, то есть: $x_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i=1, \dots, n$; μ известно, то случайная величина

$$y = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \quad (2.176)$$

имеет распределение $\chi^2(n)$. Если $x \sim \chi^2(v)$ и $c > 0$, то $cx \sim \Gamma(n=v/2, \theta=2c)$ (гамма-распределение). Если $x \sim \text{Rayleigh}(1)$ (распределение Рэлея), то $x^2 \sim \chi^2(2)$ [177].

Таблица значений χ^2 и β -значений. β -значение – вероятность получить для данной вероятностной модели распределения значений случайной величины такое же или более экстремальное значение статистики, по сравнению с наблюдаемым, при условии верности нулевой гипотезы. В данном случае это распределение χ^2 . Так как значение функции распределения в точке для

соответствующих степеней свободы дает вероятность получить значение статистики менее экстремальное чем эта точка, β -значение можно получить, если отнять от единицы значение функции распределения. Малое β -значение – ниже выбранного уровня значимости – означает статистическую значимость. Чтобы различать значимые и незначимые результаты, обычно используют уровень $\beta=0,05$. В табл. 2.1 даны β -значения для соответствующих значений χ^2 у первых трех степеней свободы [177].

Табл. 2.1. Значения χ^2 и β -значения

Степени свободы n	Значение χ^2										
	1	0.004	0.02	0.06	0.15	0.46	1.07	1.64	2.71	3.84	6.63
2	0.10	0.21	0.45	0.71	1.39	2.41	3.22	4.61	5.99	9.21	13.82
3	0.35	0.58	1.01	1.42	2.37	3.66	4.64	6.25	7.81	11.34	16.27
β -значение	0.95	0.90	0.80	0.70	0.50	0.30	0.20	0.10	0.05	0.01	0.001

Эти значения могут быть вычислены через квантиль (обратную функцию распределения) хи-квадрат распределения. Например, квантиль χ^2 для $\beta=0,05$ и $n=2$ дает $\chi^2=5.99$. Квантиль – это число, на котором функция распределения равна заданной, требуемой вероятности. Квантили распределения хи-квадрат – числовые характеристики, широко используемые в задачах математической статистики, в том числе, при построении доверительных интервалов [177]. Квантиль хи-квадрат – это число (величина χ^2), при котором функция распределения хи-квадрат равна заданной вероятности $p=1-\beta$. Равенство функции распределения хи-квадрат вероятности α означает, что с вероятностью α будут наблюдаться значения хи-квадрат, не большие, чем найденный (определенный согласно функции распределения) квантиль хи-квадрат. Таким образом, найти квантиль означает разграничить распределения хи-квадрат согласно заданной вероятности α . Пусть F_n – функция распределения хи-квадрат $\chi^2(n)$ с n степенями свободы, и $p \in [0,1]$. Тогда p -квантилью этого распределения называется число $\chi_{p,n}^2$ такое, что [178]:

$$F_n(\chi_{p,n}^2) = p \quad (2.177)$$

Из определения следует, что СВ, имеющая распределение хи-квадрат с n степенями свободы, не превышает значение $\chi_{p,n}^2$ с вероятностью p и превышает его с вероятностью $\beta=1-p$. Функция F_n строго возрастает для любого n . Следовательно, определена её обратная функция F_n^{-1}

$$F_n^{-1}(p) = F_{\chi_n^2}^{-1}(p) = \chi_{p,n}^2 \quad (2.178)$$

В табл. 2.2 даны α -значения для соответствующих квантилей $\chi_{p,n}^2$ у первых трех степеней свободы [177].

Табл. 2.2. Квантили χ^2 и p -значения

n	Квантили $\chi_{p,n}^2$										
	1	0,0002	0,0039	0,0158	0,0642	0,1485	0,4549	0,7083	1,6424	2,7055	3,8415
2	0,0201	0,1026	0,2107	0,4463	0,7133	1,3863	1,8326	3,2189	4,6052	5,9915	9,2103
3	0,1148	0,3518	0,5844	1,0052	1,4237	2,3660	2,9462	4,6416	6,2514	7,8147	11,3449
p	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	0,95	0,99

2.4.2. Вероятность попадания в заданную область

Вероятность попадания в эллипс рассеивания. Вероятность попадания случайной точки в произвольную область $B_{n,k}$ можно вычислить интегрированием плотности распределения по этой области. Если $B_{n,k}$ – эллипс рассеивания, интегрирование можно вести по слоям равной плотности ($0 < r \leq k$), причем заменой переменных $u_i = \xi_i / \sigma_i$ ($i=1, 2$) эти слои превращаются в круговые $C_r = \{u_1, u_2: u_1^2 + u_2^2 < r^2\}$ (рис. 2.10).

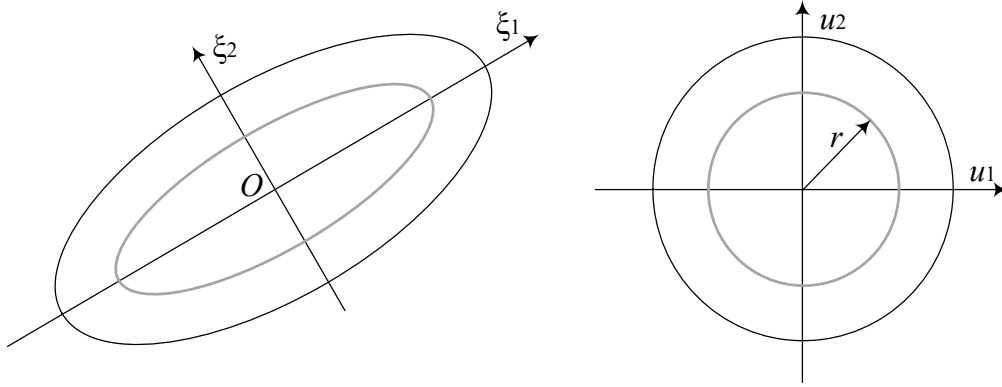


Рис. 2.10. Переход к интегрированию по кольцевым слоям

Плотность вероятности на C_r с учетом изменения масштабов переменных принимает вид [164]

$$f(r) = \frac{1}{2\pi} e^{-r^2/2}, \quad (2.179)$$

вероятность попадания в слой

$$dP(r, dr) = 2\pi r dr f(r) = r e^{-r^2/2} dr, \quad (2.180)$$

а вероятность попадания в $B_{n,k}$ можно получить интегрированием по слоям:

$$p_k = \int_0^k e^{-r^2/2} r dr = \int_0^k e^{-r^2/2} d(r^2/2) = -e^{-r^2/2} \Big|_0^k = e^{-r^2/2} \Big|_k^0 = 1 - e^{-k^2/2}. \quad (2.181)$$

Обобщение на n -мерные эллипсоиды рассеивания. Так же интегрированием по слоям равной плотности можно вычислить вероятность попадания в трехмерный и, вообще, в n -мерный эллипсоид рассеивания: заменой переменных $u_i = \xi_i / \sigma_i$, $i=1, \dots, n$ эллипсоид превращается в n -мерную сферу, вероятность попадания в слой $(r, r+dr)$ теперь пропорциональна $r^{n-1} \exp(-r^2/\sigma^2)$, а суммарная вероятность выражается интегралом [164]:

$$P\left(\sum_{i=1}^n \frac{\xi_i^2}{\sigma_i^2} < k^2\right) = P_{k,n} = C \int_0^k e^{-r^2/2} r^{n-1} dr, \quad (2.182)$$

где C – постоянная. Так как при $k \rightarrow \infty$ $P_{\infty,n} = 1$, значение C должно быть обратной величиной к интегралу с бесконечным пределом.

Интеграл в (2.182) можно представить через неполную гамма-функцию (2.168):

$$\int_0^k e^{-r^2/2} r^{n-1} dr = \left| \begin{array}{l} t = r^2/2 \\ r = \sqrt{2t} \\ dr = 1/\sqrt{2t} dt \end{array} \right| = \int_0^{k^2/2} e^{-t} (2t)^{\frac{n-1}{2}} (2t)^{-\frac{1}{2}} dt = \quad (2.183)$$

$$= 2^{n/2-1} \cdot \int_0^{k^2/2} e^{-t} t^{n/2-1} dt = 2^{n/2-1} \cdot \gamma(n/2, k^2/2).$$

Если в (2.182) C определить через гамма-функцию: $C=1/\Gamma(n/2)$, то вероятность попадания в n -мерный эллипсоид с учетом (2.169) равна:

$$P_{n,k} = P\left(\sum_{i=1}^n \frac{\xi_i}{\sigma_i^2} < k^2\right) = \frac{\gamma(n/2, k^2/2)}{\Gamma(n/2)} = I(k^2/2, n/2). \quad (2.184)$$

При $n=1$ из (2.166) $\Gamma(n/2)=\Gamma(1/2)=\sqrt{\pi}$, тогда из (2.182) с учетом (2.8):

$$P_{1,k} = \frac{2^{1-n/2}}{\Gamma(n/2)} \int_0^k e^{-r^2/2} r^{n-1} dr = \quad (2.185)$$

$$= \frac{2^{1-1/2}}{\Gamma(1/2)} \int_0^k e^{-r^2/2} r^{1-1} dr = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int_0^k e^{-r^2/2} dr = 2\Phi(k).$$

При $n=2$ из (2.166) $\Gamma(n/2)=\Gamma(1)=1$, тогда из (2.182):

$$P_{2,k} = \frac{2^{1-n/2}}{\Gamma(n/2)} \int_0^k e^{-r^2/2} r^{n-1} dr = \frac{2^{1-2/2}}{\Gamma(2/2)} \int_0^k e^{-r^2/2} r^{2-1} dr = \quad (2.186)$$

$$= \int_0^k e^{-r^2/2} r dr = \int_0^k e^{-r^2/2} d(r^2/2) = e^{-r^2/2} \Big|_{k^2/2}^0 = 1 - e^{-k^2/2}.$$

Для случая в 2D выражение (2.186) совпадает с p_k в (2.181).

При $n=3$ из (2.166) $\Gamma(n/2)=\Gamma(3/2)=1/2\sqrt{\pi}$, тогда из (2.182):

$$P_{3,k} = \frac{2^{1-n/2}}{\Gamma(n/2)} \int_0^k e^{-r^2/2} r^{n-1} dr = \frac{2^{1-3/2}}{\Gamma(3/2)} \int_0^k e^{-r^2/2} r^{3-1} dr = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int_0^k e^{-r^2/2} r^2 dr. \quad (2.187)$$

Интеграл (2.187) можно взять по частям ($\int u dv = uv - \int v du$):

$$\int_0^k e^{-r^2/2} r^2 dr = \left| \begin{array}{l} dv = e^{-r^2/2} r dr \\ v = -e^{-r^2/2} \\ u = r; du = dr \end{array} \right| = re^{-r^2/2} \Big|_k^0 + \int_0^k e^{-r^2/2} dr = \sqrt{2\pi}\Phi(k) - ke^{-k^2/2}. \quad (2.188)$$

Подставляя (2.188) в (2.187), получим

$$P_{3,k} = 2\Phi(k) - \sqrt{2/\pi} ke^{-k^2/2}. \quad (2.189)$$

Случайная величина «хи-квадрат». Сумма квадратов n случайных величин, имеющих нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием (МО) и единичной дисперсией, обозначают χ_n^2 [177]:

$$\chi_n^2 = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} = \sum_{i=1}^n \chi_i^2; \quad x_i \in N(0, \sigma_i^2); \quad \chi_i = \frac{x_i}{\sigma_i} \in N(0, 1). \quad (2.190)$$

Закон распределения СВ χ_n^2 называется распределением «хи-квадрат» с n степенями свободы. Функция распределения $F(x, n)$ СВ χ_n^2 выражается через неполную гамма-функцию (2.174):

$$F_{\chi^2}(x, n) = \frac{\gamma(n/2, x/2)}{\Gamma(n/2)}. \quad (2.191)$$

Вероятность попадания в n -мерный эллипсоид (2.184) через функцию распределения $F(x, n)$ СВ χ_n^2 можно оценить по формуле:

$$P_{n,k} = F_{\chi^2}(k^2, n). \quad (2.192)$$

В табл. 2.3 представлены соотношения для вычисления $P_{n,k}$ через Гамма-функцию (2.184), функцию Лапласа (2.8), функцию ошибок (2.5) и функцию распределения хи-квадрат (2.174).

Табл. 2.3. Вероятность попадания в n -мерный эллипсоид рассеяния $P_{n,k}$

df	через гамма-функцию $I(k^2/2, n/2)$	через функцию Лапласа $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-t^2/2} dt$	через функцию ошибок $\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$	через функцию $F_{\chi^2}(k^2, n)$
$n=1$	$I(k^2/2, 1/2)$	$2\Phi(k)$	$\text{erf}\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right)$	$F_{\chi^2}(k^2, 1)$
$n=2$	$I(k^2/2, 1)$	$1 - e^{-k^2/2}$	$1 - e^{-k^2/2}$	$F_{\chi^2}(k^2, 2)$
$n=3$	$I(k^2/2, 3/2)$	$2\Phi(k) - \sqrt{2/\pi} k e^{-k^2/2}$	$\text{erf}\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right) - \sqrt{2/\pi} k e^{-k^2/2}$	$F_{\chi^2}(k^2, 3)$

Вычисления вероятностей попадания в заданную область по формулам в табл. 2.3 представлено в скрипт 2.3.

Вероятность попадания в n -мерный эллипсоид рассеяния. Вероятность попадания в n -мерный эллипсоид $B_{k,n}$ – это значение функции распределения СВ χ_n^2 , в которой $k = a_1/\sigma_1 = \dots = a_n/\sigma_n$ – отношение полуосей n -мерного гиперэллипсоида рассеивания к соответствующим главным СКО.

Распределение n -мерного промаха. Если рассеивание по всем направлениям одинаково $\sigma_1 = \dots = \sigma_n = \sigma$ (круговое, шаровое рассеяние), можно говорить о распределении расстояния от случайной точки до центра рассеяния – n -мерного промаха R_n . Функция распределения $F_n(r) = P(R_n < r) = F_{\chi^2}(k^2, n)$ при $k = r/\sigma$. Плотность распределения промаха можно получить из плотности распределения хи-квадрат (квадрата промаха) заменив x на $(r/\sigma)^2$ (2.173):

$$f_{\chi^2(n)}(x) = \frac{(1/2)^{n/2}}{\Gamma(n/2)} x^{n/2-1} e^{-x/2} = \left| x = (r/\sigma)^2 \right| = \frac{(1/2)^{n/2}}{\Gamma(n/2)} \left(\frac{r}{\sigma} \right)^{n-2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (2.193)$$

Тогда из (2.193) получим:

$$f_n(r) = \frac{2^{-n/2}}{\Gamma(n/2)} \left(\frac{r}{\sigma}\right)^{n-2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (2.194)$$

Числовые характеристики n -мерного промаха R_n можно выразить через СКО рассеивания σ . Математическое ожидание n -мерного промаха R_n :

$$\begin{aligned} E[R_n] &= \int_0^{\infty} r f_n(r) dr = \frac{1}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} \int_0^{\infty} r \left(\frac{r}{\sigma}\right)^{n-2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} dr = \\ &= \frac{\sigma}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} \int_0^{\infty} \left(\frac{r}{\sigma}\right)^{n-1} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} d\left(\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) = \left| \begin{array}{l} t = \frac{r^2}{2\sigma^2} \\ r = (2t)^{1/2} \end{array} \right| = \frac{2^{\frac{n-1}{2}} \sigma}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} \int_0^{\infty} t^{\frac{n-1}{2}} e^{-t} dt \end{aligned} \quad (2.195)$$

С учетом определения гамма-функции (2.163), выражение (2.195) можно представить в виде:

$$E[R_n] = \frac{\sigma}{\sqrt{2} \Gamma(n/2)} \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right) \quad (2.196)$$

При круговом рассеивании на плоскости вероятность попадания в круг радиуса r , центр которого совпадает с центром рассеивания, можно вычислить по формуле (2.181), подставляя $k=r/\sigma$:

$$P(X^2 + Y^2 \leq r^2) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}. \quad (2.197)$$

Таким образом, промах $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ при круговом нормальном рассеивании подчиняется закону Рэлея. Через параметр σ закон Рэлея:

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}, \quad r > 0 \quad (2.198)$$

Математическое ожидание промаха (закона Рэлея) получим из (2.196) при $n=2$ с учетом (2.166) и (2.175):

$$m_r = nE[R_n] = 2 \frac{\sigma}{\sqrt{2} \Gamma(2/2)} \Gamma\left(\frac{2+1}{2}\right) = \sigma \sqrt{\pi/2}. \quad (2.199)$$

Второй начальный момент n -мерного промаха R_n :

$$E[R_n^2] = E\left[\sum_{i=1}^n X_i^2\right] = \sum_{i=1}^n E[X_i^2] = n\sigma^2. \quad (2.200)$$

Дисперсия n -мерного промаха R_n :

$$D[R_n] = E[R_n^2] - (E[R_n])^2. \quad (2.201)$$

Дисперсию промаха (закона Рэлея) получим из (2.196) при $n=2$ с учетом (2.166) и (2.175):

$$D[R_n] = E[R_n^2] - (E[R_n])^2 = 2\sigma^2 - \sigma^2 \pi/2 = (2 - \pi/2)\sigma^2. \quad (2.202)$$

Из (2.202) следует, что

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{4-\pi}{2}}\sigma \approx 0,655\sigma. \quad (2.203)$$

Вероятность попадания в заданную область при нормальном рассеивании можно определить аналитически в отдельных случаях, когда область задана эллипсом (эллипсоидом) рассеивания или интервалами отдельных СВ на главных осях рассеивания. В остальных случаях нужно разумно организовать процедуры численного интегрирования плотности распределения по области оценки местоположения, что не только вычислять вероятность нахождения в заданной области, но и оптимизировать условия для ее повышения [164]. Если распределение задано параметрами в главных осях рассеивания $m_x=m_y=0$, $\sigma_x, \sigma_y, r=0$, область – эллипсом рассеивания в 2D с полуосями $a=k\sigma_x$, $b=k\sigma_y$, вероятность попадания вычисляется по формулам табл. 2.3 при $n=2$.

Вероятность $P((X,Y)\in B_1)$ попадания в единичный эллипс с полуосями $a=\sigma_x$, $b=\sigma_y$ равна 0,3935. Эллипс B_3 с полуосями $a=3\sigma_x$, $b=3\sigma_y$ называется полным эллипсом рассеивания, в него попадают практически все реализации случайного вектора $P((X,Y)\in B_3)=0,9889$. Это значит, что интегрирование «по всем возможным значениям» можно вести в пределах полного эллипса рассеивания [164]. В табл. 2.4 представлены рассчитанные вероятности попадания при различных $n=1,2,3$ и $k=1,2,3$ (скрипт 2.3).

Табл. 2.4. Значения вероятности попадания в n -мерный эллипсоид рассеяния $P_{k,n}$

	Вероятность попадания в n -мерный эллипсоид рассеяния $P_{k,n}$		
	$1\sigma (k=1)$	$2\sigma (k=2)$	$2\sigma (k=3)$
1D ($n=1$)	0,68269	0,95450	0,99730
2D ($n=2$)	0,39347	0,86466	0,98889
3D ($n=3$)	0,19875	0,73854	0,97071

Вероятность попадания в круг. При круговом рассеивании ($\sigma_x=\sigma_y=\sigma$) вероятность попадания в круг радиуса r , с центром в центре рассеивания, определяется по формуле (2.197). Вероятность попадания в круг, центр которого не совпадает с центром рассеивания, удобно вычислять в полярных координатах (r,φ) с началом в центре круга (r – промах, φ – направление промаха).

Плотность в полярных координатах $f(r,\varphi)$ можно получить из плотности $f(x,y)$ с учетом якобиана преобразования к полярным координатам $\det\mathbf{J}=r$ (2.50). При круговом рассеивании все направления главные, декартову СК можно ориентировать так, чтобы центр рассеивания находился на оси Ox . Тогда параметрами рассеивания декартовых координат (x,y) будут $m_x=0$, $m_y=0$, $\sigma_x=\sigma_y=\sigma$:

$$f(r,\varphi) = rf(x,y)\Big|_{\substack{x=r\cos\varphi \\ y=r\sin\varphi}} = \frac{r}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(r^2\cos^2\varphi+r^2\sin^2\varphi)}{2\sigma^2}} = \frac{r}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}. \quad (2.204)$$

2.4.3. Собственный вектор и собственные числа

Собственный вектор – понятие в линейной алгебре, определяемое для произвольного линейного оператора как ненулевой вектор, применение к которому оператора даёт коллинеарный вектор – тот же вектор, умноженный на некоторое скалярное значение. Скаляр, на который умножается собственный вектор под действием оператора, называется *собственным числом* линейного оператора, соответствующим данному собственному вектору.

Понятия *собственного вектора* и *собственного числа* позволяют существенно упростить многие соотношения в *системе координат*, построенной на базисе из собственных векторов оператора. Множество собственных значений линейного оператора характеризует важные свойства оператора без привязки к какой-либо конкретной СК. Множество всех собственных векторов линейного оператора, соответствующих данному собственному числу, дополненное нулевым вектором, называется *собственным подпространством* этого оператора. Пусть L – линейное пространство и \mathbf{A} – линейное преобразование (линейный оператор). Собственным вектором линейного преобразования \mathbf{A} называется такой ненулевой вектор $\mathbf{v} \in L$, что для некоторого числа $\lambda \in L$ справедливо $\mathbf{A}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$, где λ называется *собственным числом* линейного оператора \mathbf{A} , а \mathbf{v} *собственным вектором* этого оператора, соответствующим собственному числу λ , то есть, собственный вектор – это любой ненулевой вектор \mathbf{v} , который отображается в коллинеарный ему вектор $\lambda\mathbf{v}$ оператором \mathbf{A} , а соответствующий скаляр λ называется собственным значением оператора. Одним из представлений линейного оператора является квадратная матрица, поэтому собственные векторы и собственные значения часто определяются в контексте использования таких матриц [179].

Если \mathbf{A} – числовая квадратная матрица n -го порядка, то ненулевой вектор-столбец $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)^T$, удовлетворяющий

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}, \quad (2.205)$$

называется *собственным вектором матрицы \mathbf{A}* , а число λ называется *собственным значением матрицы \mathbf{A}* ; говорят, что собственный вектор \mathbf{v} соответствует собственному значению λ [180]; для квадратной $n \times n$ матрицы \mathbf{A} можно определить *характеристическую матрицу $\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}$* :

$$\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I} = \begin{pmatrix} a_{11} - \lambda & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} - \lambda \end{pmatrix}, \quad (2.206)$$

а ее определитель $\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = \Delta_{\mathbf{A}}(\lambda)$ называется *характеристическим многочленом*, где \mathbf{I} – единичная матрица n -го порядка (квадратная матрица, элементы главной диагонали которой равны единице, а остальные равны нулю). *Характеристический многочлен матрицы* – многочлен, определяющий её собственные значения; собственные значения являются корнями ха-

рактического многочлена матрицы; количество различных собственных значений не может превышать размер матрицы. Ценность характеристического многочлена в том, что собственные значения матрицы являются его корнями: если уравнение (2.205) имеет ненулевое решение, то $(\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I})\mathbf{v}=0$, значит характеристическая матрица $\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I}$ – вырожденная (особенная, сингулярная) и её определитель $\det(\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I})=\Delta_{\mathbf{A}}(\lambda)=0$ равен нулю. *Характеристическим уравнением* матрицы \mathbf{A} называют уравнение $\Delta_{\mathbf{A}}(\lambda)=0$. Для матрицы $n \times n$ характеристический многочлен имеет степень n . Все корни характеристического многочлена матрицы являются её *собственными значениями*. Для нахождения *собственных значений и собственных векторов* матрицы \mathbf{A} определение (2.205) можно записать в виде $(\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I})\mathbf{v}=0$, тогда условие (2.205) представляет собой однородную систему n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными x_1, x_2, \dots, x_n :

$$\begin{cases} (a_{11} - \lambda)v_1 + a_{12}v_2 + \dots + a_{1n}v_n = 0 \\ a_{21}v_1 + (a_{22} - \lambda)v_2 + \dots + a_{2n}v_n = 0 \\ \dots \\ a_{n1}v_1 + a_{n2}v_2 + \dots + (a_{nn} - \lambda)v_n = 0 \end{cases} \quad (2.207)$$

Интересуют только нетривиальные решения ($\mathbf{v} \neq 0$) однородной системы, поэтому определитель матрицы системы должен быть равен нулю:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (2.208)$$

Таким образом, задача нахождения *собственных значений* матрицы свелась к решению уравнения (2.208), т.е. к отысканию корней характеристического многочлена $\Delta_{\mathbf{A}}(\lambda)=\det(\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I})$ матрицы \mathbf{A} .

Если выбрать в качестве базисных векторов собственные вектора оператора, то матрица \mathbf{A} в таком базисе станет диагональной, причём на диагонали будут стоять собственные значения оператора. Для *положительно определённой симметричной матрицы* \mathbf{A} процедура нахождения собственных значений и собственных векторов является не чем иным, как *поиском направлений и длин полуосей соответствующего эллипса* [179].

В линейной алгебре *положительно определённая матрица* – это эрмитова матрица, которая во многом аналогична положительному вещественному числу [181]. Эрмитова (самосопряжённая) матрица – квадратная матрица, элементы которой являются комплексными числами, и которая, будучи транспонирована, равна комплексно-сопряжённой: $\mathbf{A}=\mathbf{A}^H$, где H – оператор Эрмитова сопряжения; т.е., для любого столбца i и строки j справедливо равенство: $a_{i,j}=a_{j,i}^*$, где $*$ – оператор комплексного сопряжения [182].

Спектральное разложение матрицы – это представление квадратной матрицы \mathbf{A} в виде произведения трёх матриц:

$$\mathbf{A} = \mathbf{VDV}^{-1} \quad (2.209)$$

где \mathbf{V} – матрица, столбцы которой являются собственными векторами матрицы \mathbf{A} , \mathbf{D} – диагональная матрица с соответствующими собственными значениями на главной диагонали, \mathbf{V}^{-1} – матрица, обратная матрице \mathbf{V} . Не все матрицы могут быть представлены в таком виде, а только те, которые обладают полным набором собственных векторов, то есть набором из n линейно независимых собственных векторов, где n – это порядок матрицы \mathbf{A} . Спектральное разложение может использоваться для нахождения собственных значений и собственных векторов матрицы, решения систем линейных уравнений, обращения матрицы, нахождения определителя матрицы и вычисления аналитических функций от матриц [183].

Поиск собственных чисел. Если матрица \mathbf{A} маленькая (2x2, 3x3), то мы можем найти собственные числа, используя характеристический полином; для более крупных матриц этот подход не применим, и в этом случае необходимо использовать численные методы.

Поиск собственных векторов. Как только собственные числа определены, собственные векторы можно найти, решив уравнение:

$$(\mathbf{A} - \lambda_i \mathbf{I}) \mathbf{v}_{i,j} = 0 \quad (2.210)$$

например, используя метод Гауссова исключения или любой другой метода решения матричных уравнений. В практических реализациях методов поиска собственных чисел, собственные векторы обычно получают другим путем, как вторичный продукт вычисления собственных чисел.

Ограничения: диагонализуемая квадратная матрица \mathbf{A} , т. е. имеющая набор из n различных собственных векторов (при этом собственным значениям не обязательно различаться). *Вид разложения:* $\mathbf{A} = \mathbf{VDV}^{-1}$, где \mathbf{D} – диагональная, образованная из собственных значений \mathbf{A} , а столбцы \mathbf{V} – соответствующие собственные вектора.

Существование: матрица размерности $n \times n$ всегда имеет n собственных значений (с учётом кратности), которые могут быть упорядочены, чтобы построить диагональную матрицу \mathbf{D} размерности $n \times n$ и соответствующую матрицу из ненулевых столбцов \mathbf{V} , которые удовлетворяют равенству $\mathbf{AV} = \mathbf{VD}$. Если n собственных векторов различны, тогда матрица \mathbf{V} имеет обратную, что и даст искомое разложение $\mathbf{A} = \mathbf{VDV}^{-1}$. Всегда можно нормировать собственные векторы, чтобы те имели длину 1. Если \mathbf{A} вещественная симметричная матрица, то \mathbf{V} всегда обратима и нормализуема. В этом случае матрица \mathbf{V} оказывается ортогональной, поскольку собственные векторы ортогональны по отношению друг к другу. Таким образом, искомое разложение можно записать как [184]:

$$\mathbf{A} = \mathbf{VDV}^T. \quad (2.211)$$

2.4.4. Спектральное разложение матрицы ковариации

Закон нормального распределения плотности вероятности двумерной СВ можно записать в векторно-матричном виде [157]:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\Sigma|}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})} = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-r^2)} \begin{pmatrix} x-m_x \\ y-m_y \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_x^2} & -\frac{r}{\sigma_x\sigma_y} \\ r & \frac{1}{\sigma_y^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-m_x \\ y-m_y \end{pmatrix}\right]. \quad (2.212)$$

где через $(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})$ обозначен двумерный вектор центрированных отклонений; $\mathbf{x}=[x,y]^T$ – двумерный вектор СВ (x,y) ; $\boldsymbol{\mu}=(m_x,m_y)^T$ – двумерный вектор математических ожиданий СВ (x,y) ; $-1 \leq r \leq 1$ – коэффициент корреляции; Σ – ковариационная матрица вектора СВ $\mathbf{x}=(x,y)^T$; $|\Sigma|$ – определитель матрицы Σ ; Σ^{-1} – обратная (весовая) матрица к Σ :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & r\sigma_x\sigma_y \\ r\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{bmatrix}. \quad (2.213)$$

Определитель ковариационной матрицы Σ равен

$$\det \Sigma = \sigma_x^2\sigma_y^2 - r^2\sigma_x^2\sigma_y^2 = \sigma_x^2\sigma_y^2(1-r^2) = \sigma_x^2\sigma_y^2 - \sigma_{xy}^2; \quad r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y} \quad (2.214)$$

где r – коэффициент корреляции СВ; σ_{xy} – ковариация СВ (x,y) . На главной диагонали Σ расположены дисперсии σ_x^2 , σ_y^2 случайных величин x , y соответственно; на побочной диагонали Σ расположены ковариации СВ (x,y) .

Оценим обратную матрицу Σ^{-1} . Обратная матрица вычисляется [174]:

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det \mathbf{A}} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}. \quad (2.215)$$

Согласно правилу (2.215) обратная матрица (2.213) определяется как:

$$\Sigma^{-1} = \frac{1}{\sigma_x^2\sigma_y^2 - r^2\sigma_x^2\sigma_y^2} \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & -r\sigma_x\sigma_y \\ -r\sigma_x\sigma_y & \sigma_x^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(1-r^2)\sigma_x^2\sigma_y^2} \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & -r\sigma_x\sigma_y \\ -r\sigma_x\sigma_y & \sigma_x^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(1-r^2)} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_x^2} & -\frac{r}{\sigma_x\sigma_y} \\ -\frac{r}{\sigma_x\sigma_y} & \frac{1}{\sigma_y^2} \end{bmatrix}. \quad (2.216)$$

При $0 \leq r \leq 1$ выражение $\mathbf{x}^T \Sigma^{-1} \mathbf{x} = k^2 = \text{const} > 0$ есть *положительно определенная квадратичная форма* для векторов \mathbf{x} . Квадратичная форма – функция на векторном пространстве, задаваемая однородным многочленом второй

степени от координат вектора [185]. В соответствии с теорией кривых второго порядка уравнение постоянства функции $f(x,y)$ [157]:

$$\frac{(x - m_x)^2}{\sigma_x^2(1 - r^2)} - \frac{2r(x - m_x)(y - m_y)}{\sigma_x \sigma_y(1 - r^2)} + \frac{(y - m_y)^2}{\sigma_y^2(1 - r^2)} = k^2 \quad (2.217)$$

относительно компонент вектора $\mathbf{x}=[x,y]^T$ представляет уравнение *эллипса равной плотности вероятности или эллипса рассеивания*, определяющего минимальную площадь рассеивания $\mathbf{x}=[x,y]^T$ с заданной вероятностью $p(k)$.

Для центрированного гауссовского вектора $\mathbf{x}=[x y]^T$ ФПВ

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\Sigma|}} e^{-\frac{1}{2}\mathbf{x}^T \Sigma^{-1} \mathbf{x}} = \frac{1}{2\pi\sigma_x \sigma_y \sqrt{1-r^2}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-r^2)} \left[\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{2rxy}{\sigma_x \sigma_y} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} \right]\right) \quad (2.218)$$

Из (2.218) следует, что для фиксированного значения ФПВ $p(k)=f(x,y)$ определен эллипс равной плотности

$$\frac{1}{(1-r^2)} \left[\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{2rxy}{\sigma_x \sigma_y} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} \right] = k^2, \text{ где} \quad (2.219)$$

$$k^2 = -2\ln(1-p). \quad (2.220)$$

Выбор параметра k определяет размер эллипса рассеивания. Также эллипс рассеивания можно формализовать в матричном виде

$$k^2 = \mathbf{x}^T \Sigma^{-1} \mathbf{x}. \quad (2.221)$$

Для фиксированного значения k геометрическое место точек, удовлетворяющее выражению $\{\mathbf{x}: k^2=\mathbf{x}^T \Sigma^{-1} \mathbf{x}\}$, определяет эллипс в 2D.

Эллипс, как растянутый круг. Если \mathbf{x} случайный вектор из n переменных с матрицей ковариаций Σ , и \mathbf{A} – квадратная матрица размера $n \times n$, тогда $\mathbf{y}=\mathbf{A}\mathbf{x}$ – тоже случайный вектор из n переменных с матрицей ковариации $\mathbf{A}\Sigma\mathbf{A}^T$ ($\mathbf{R}\Sigma\mathbf{R}^T$), при условии, что существует обратная к \mathbf{A} матрица. Допустим, что компоненты \mathbf{y} удовлетворяют условию $\mathbf{A}\Sigma\mathbf{A}^T=\mathbf{I}$:

$$\mathbf{A}\Sigma\mathbf{A}^T = \mathbf{I}, \quad (2.222)$$

тогда оценим, какой должна быть \mathbf{A} . Обратимся к спектральному разложению (2.209), которое позволяет представить квадратную матрицу Σ в форме

$$\Sigma = \mathbf{R}\mathbf{D}\mathbf{R}^{-1}, \quad (2.223)$$

где \mathbf{R} – ортонормированная квадратная матрица собственных векторов, а \mathbf{D} – диагональная матрица собственных значений. Квадратный корень из диагональной матрицы $\mathbf{D}^{1/2}$ содержит квадратные корни собственных значений, при этом справедливо выражение $\mathbf{D}^{1/2}\mathbf{D}^{1/2}=\mathbf{D}$:

$$\mathbf{D}^{1/2}\mathbf{D}^{1/2} = \mathbf{D}. \quad (2.224)$$

Подставляя (2.224) и (2.223) в (2.222), получим

$$\mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{D}^{1/2}\mathbf{D}^{1/2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{A}^T = \mathbf{I}, \quad (2.225)$$

которое удовлетворяется, если

$$\mathbf{D}^{1/2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{A}^T = \mathbf{I}. \quad (2.226)$$

Тогда принимая

$$\mathbf{A} = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{R}, \quad (2.227)$$

позволяет $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ иметь нормальное распределение, где \mathbf{D} и \mathbf{R} матрицы собственных значений и векторов ковариационной матрицы $\mathbf{\Sigma}$. Справедливо также и обратное преобразование $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{y}$, позволяющее восстановить исходный вектор \mathbf{x} ; при этом справедливы выражения:

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{D}^{1/2} \mathbf{R}^T = \mathbf{B}; \quad \mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T. \quad (2.228)$$

Таким образом, эллипс рассеивания можно формализовать как

$$k^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{x} = \mathbf{x}^T (\mathbf{R}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{R}) \mathbf{x}; \quad \mathbf{\Sigma}^{-1} = \mathbf{R}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{R}. \quad (2.229)$$

Работа с вектором \mathbf{y} гораздо удобнее работы с \mathbf{x} , так как эллипс рассеивания для \mathbf{x} соответствует окружности для \mathbf{y} . Выбор параметра k для требуемой доверительной вероятности p , также становится удобнее и может быть вычислен следующим образом. Вероятность того, что точка находится в пределах круга заданного радиуса определяется распределением Рэлея, т.е. СВ $R = \|\mathbf{y}\| = \sqrt{y_1^2 + y_2^2}$ имеет Рэлеевское распределение. Квадрат расстояния d^2 имеет распределение хи-квадрат с двумя степенями свободы:

$$P(R < r) = P(R^2 < r^2) = F(r) = p. \quad (2.230)$$

При известной доверительной вероятности p , а также принимая во внимание то, что R^2 имеет распределение хи-квадрат с двумя степенями свободы, параметр r^2 может быть вычислен через квантиль распределение хи-квадрат с двумя степенями свободы, или $r^2 = F_{\chi_2^2}^{-1}(p)$; r затем определяет радиус окружности с доверительной вероятностью p . Если вектор

$$\mathbf{v} = R [\cos \theta \quad \sin \theta]^T. \quad (2.231)$$

представляет собой точку на окружности радиуса R для любого угла θ , то точка на эллипсе рассеивания определяется вектором

$$\mathbf{b} = \mathbf{B}\mathbf{v}. \quad (2.232)$$

Таким образом при числе степеней свободы n справедливо выражение

$$k^2 = R^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{x} \sim \chi_{p,n}^2 = F_{\chi_n^2}^{-1}(p) \quad (2.233)$$

В табл. 2.5 даны квантили $\chi_{p,n}^2$ у первых трех степеней свободы [177].

Табл. 2.5. p -значения для квантилей $\chi_{p,n}^2$ у первых трех степеней свободы

Доверительная вероятность $P(\mathbf{x}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{x} < k^2)$	$k = \sqrt{F_{\chi_n^2}^{-1}(p)}$		
	$n=1$	$n=3$	$n=3$
0,50	0,674	1,177	1,538
0,95	1,960	2,448	2,795
0,99	2,576	3,035	3,368
p	$\sqrt{F_{\chi_1^2}^{-1}(p)}$	$\sqrt{F_{\chi_2^2}^{-1}(p)}$	$\sqrt{F_{\chi_3^2}^{-1}(p)}$

Для построения эллипса рассеивания используется следующая последовательность действий. *Во-первых*, для заданной ковариационной матрицы Σ нормальной распределенной СВ вычисляются матрицы собственных значений \mathbf{D} и собственных векторов \mathbf{R} . *Во-вторых*, вычисляются прямая и обратная матрицы преобразования

$$\mathbf{A} = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{R}; \quad \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{R}^T \mathbf{D}^{1/2} = \mathbf{B}; \quad \mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1}. \quad (2.234)$$

В-третьих, для углов $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots\}$ вычисляется единичная окружность

$$\mathbf{z} = [\cos \theta \quad \sin \theta]^T. \quad (2.235)$$

В-четвертых, единичная окружность \mathbf{z} преобразуется в эллипс \mathbf{b}

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{z} = \mathbf{B} \mathbf{z}. \quad (2.236)$$

В-пятых, эллипс рассеивания \mathbf{b} визуализируется, при необходимости с учетом сдвига μ . В матричной форме эллипс без поворота имеет вид:

$$\frac{x^2}{\sigma_1^2} + \frac{y^2}{\sigma_2^2} = k^2 \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = k^2. \quad (2.237)$$

Введем обозначение

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}^{1/2} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix}. \quad (2.238)$$

Рассмотрим поворот эллипса на угол θ . Введем *матрицу поворота*

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (2.239)$$

Матрица \mathbf{R} ортогональная, поэтому справедливо $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$. Выражение повернутого эллипса в матричной форме

$$\mathbf{x}^T (\mathbf{R}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{R}) \mathbf{x} = k^2 \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}^T \mathbf{R}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{R} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = k^2. \quad (2.240)$$

Это позволяет получить ковариационную матрицу эллипса с большой и малой полуосями по σ_1 и σ_2 с поворотом на угол θ против часовой стрелки:

$$\mathbf{A} = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_1^{-1} & 0 \\ 0 & \sigma_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{\sigma_1} & \frac{\sin \theta}{\sigma_1} \\ -\frac{\sin \theta}{\sigma_2} & \frac{\cos \theta}{\sigma_2} \end{bmatrix}. \quad (2.241)$$

$$\mathbf{D}^{-1} = \mathbf{A} \mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{\sigma_1} & \frac{\sin \theta}{\sigma_1} \\ -\frac{\sin \theta}{\sigma_2} & \frac{\cos \theta}{\sigma_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{\sigma_1} & -\frac{\sin \theta}{\sigma_2} \\ \frac{\sin \theta}{\sigma_1} & \frac{\cos \theta}{\sigma_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2^2} \end{bmatrix}. \quad (2.242)$$

$$\Sigma^{-1} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}. \quad (2.243)$$

Обратная матрица $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$

$$\mathbf{B} = \mathbf{R}^T \mathbf{D}^{1/2} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \cos \theta & -\sigma_2 \sin \theta \\ \sigma_1 \sin \theta & \sigma_2 \cos \theta \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \quad (2.244)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{B}^T \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \cos \theta & \sigma_1 \sin \theta \\ -\sigma_2 \sin \theta & \sigma_2 \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \cos \theta & -\sigma_2 \sin \theta \\ \sigma_1 \sin \theta & \sigma_2 \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.245)$$

$$\mathbf{\Sigma} = \mathbf{B}\mathbf{B}^T = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{A}^{-1})^T. \quad (2.246)$$

При

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}; \quad \mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{y}, \quad (2.247)$$

$$\mathbf{y}^T \mathbf{y} = (\mathbf{A}\mathbf{x})^T \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{x}^T (\mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{R})^T \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{x}^T (\mathbf{R}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{R}) \mathbf{x}. \quad (2.248)$$

Если ввести обозначение

$$\mathbf{y}^T = \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T = [x \quad y] \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{\sigma_1} & -\frac{\sin \theta}{\sigma_2} \\ \frac{\sin \theta}{\sigma_1} & \frac{\cos \theta}{\sigma_2} \end{bmatrix} = \left[\frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{\sigma_1} \quad \frac{-x \sin \theta + y \cos \theta}{\sigma_2} \right] \quad (2.249)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{\sigma_1} & \frac{\sin \theta}{\sigma_1} \\ -\frac{\sin \theta}{\sigma_2} & \frac{\cos \theta}{\sigma_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{\sigma_1} \\ \frac{-x \sin \theta + y \cos \theta}{\sigma_2} \end{bmatrix} \quad (2.250)$$

и подставить в (2.248), получим

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^T \mathbf{y} &= \left[\frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{\sigma_1} \quad \frac{-x \sin \theta + y \cos \theta}{\sigma_2} \right] \begin{bmatrix} \frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{\sigma_1} \\ \frac{-x \sin \theta + y \cos \theta}{\sigma_2} \end{bmatrix} = \\ &= \left(\frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{\sigma_1} \right)^2 + \left(\frac{-x \sin \theta + y \cos \theta}{\sigma_2} \right)^2 \leq k^2. \end{aligned} \quad (2.251)$$

Таким образом для оценки принадлежности точки $\mathbf{x}=[x,y]^T$ заданной области можно использовать выражение

$$\mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{x} \leq k^2. \quad (2.252)$$

Важным свойством линейного преобразования многомерной СВ является сохранение положительной определенности и симметрии новой матрицы квадратичной формы с присущим ей свойством ортогональности *собственных векторов, определяющих главные оси эллипсов вероятности*; эти факты и определяют сохранение и геометрических свойств ФПВ Гаусса: при линейных преобразованиях многомерных случайных векторов эллипсоиды их рассеивания превращаются в другие эллипсоиды [157].

2.5. Инструменты визуализации точности позиционирования

2.5.1. Изолинии двумерной плотности вероятности

Для случая некоррелированных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и единичными дисперсиями:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & r\sigma_x\sigma_y \\ r\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.253)$$

совместная плотность распределения имеет вид

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)\right\}. \quad (2.254)$$

Графики ФПВ и соответствующие изолинии для одинаковых дисперсий по каждой из компонент при представлены на рис. 2.11, а (скрипт 2.4).

При разных значениях σ_x и σ_y изолинии представляют собой эллипсы

$$\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} = k^2, \quad (2.255)$$

называемые эллипсами равных вероятностей. На рис. 2.11, б эллипсы (2.255) изображены для случая $\sigma_x=1,5$ и $\sigma_y=0,5$ (скрипт 2.4).

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & r\sigma_x\sigma_y \\ r\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix}. \quad (2.256)$$

Для случая коррелированных СВ с нулевым МО матрица ковариаций недиагональна. С нормированным коэффициентом корреляции r ФПВ двумерного гауссовского вектора может быть записана как

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{2rxy}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)\right\}. \quad (2.257)$$

Уравнение

$$B_k(x, y) = \frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{2rxy}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} = k^2, \quad (2.258)$$

как и (2.255), при разных значениях k задает эллипсы. Но при этом их оси развернуты относительно вертикальной оси на некоторый угол.

На рис. 2.11, в (скрипт 2.4) изолинии при $r=0,75$; $\sigma_x=\sigma_y=1$.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & r\sigma_x\sigma_y \\ r\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0,75 \\ 0,75 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.259)$$

В приведенном примере СКО компонент x_1 и x_2 , выбраны равными $\sigma_x=\sigma_y=1$, но, поскольку коэффициент корреляции отличен от нуля, изолинии в соответствии с (2.258) представляют собой эллипсы, а не окружности.

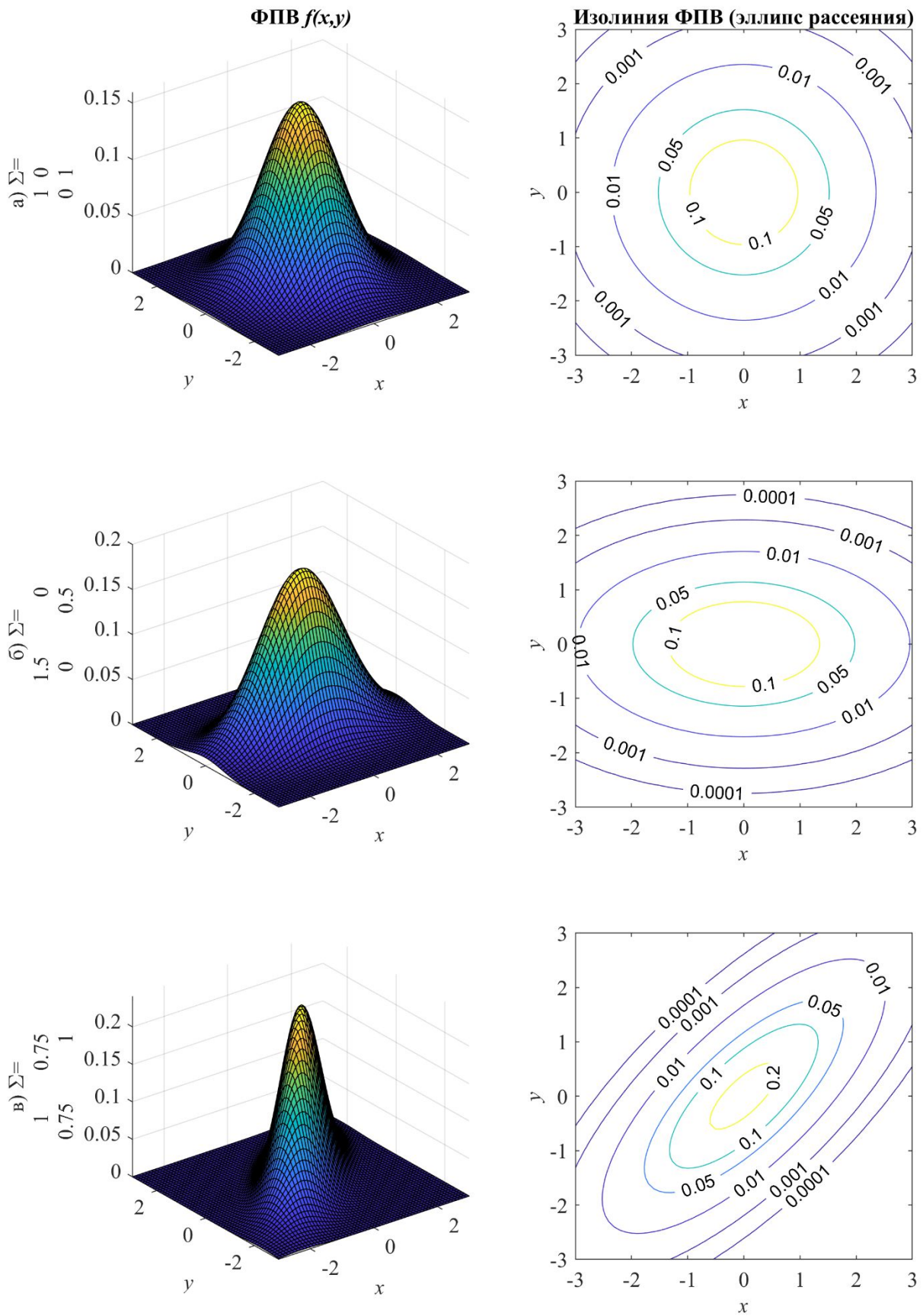


Рис. 2.11. ФПВ и ее изолинии централизованного гауссовского вектора

2.5.2. Геометрическая интерпретация матрицы ковариации

Рассмотрим геометрическую интерпретацию ковариационной матрицы, исследуя взаимосвязь линейных преобразований с ковариацией. Дисперсия СВ – мера разброса значений СВ относительно её МО; обозначается как $D(x)$ или $\text{var}(x)$, σ_x^2 ; квадратный корень из дисперсии, равный σ_x , называется среднеквадратическим отклонением, стандартным отклонением или стандартным разбросом. Стандартное отклонение измеряется в тех же единицах, что и сама случайная величина, а дисперсия измеряется в квадратах этой единицы измерения. Как минимум в 95 % случаев значения СВ, имеющей нормальное распределение, удалены от её среднего не более чем на два СКО, а в примерно 99,7 % – не более чем на три (рис. 2.12).

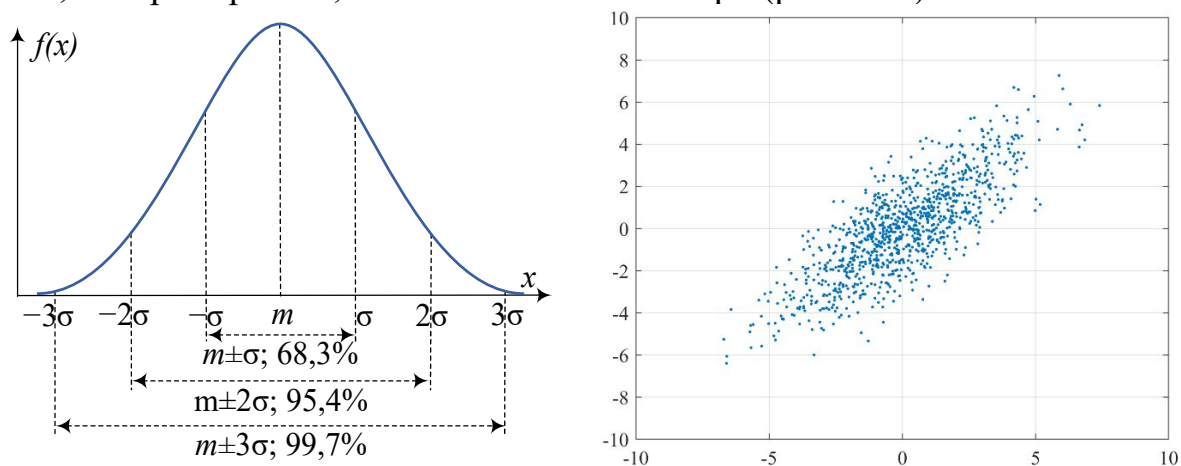


Рис. 2.12. Геометрическая интерпретация дисперсии в 1D и 2D

Дисперсией СВ называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания [168]. Пусть x – случайная величина, определённая на некотором вероятностном пространстве и $E(x)=\mu$ – её математическое ожидание. Формула для вычисления смещённой оценки дисперсии случайной величины x по последовательности реализаций этой случайной величины: x_1, x_2, \dots, x_n имеет вид:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 = E[(x - E(x))(x - E(x))] = \sigma(x, x). \quad (2.260)$$

Дисперсия может использоваться для оценки разброса СВ в направлении, параллельном осям СК. Рассмотрим диагональный разброс СВ в 2D на рис. 2.12 (скрипт 2.5). Для разброса СВ в 2D можно оценить дисперсию $\sigma(x, x)$ в направлении x и дисперсию $\sigma(y, y)$ в направлении y . Однако, горизонтальный и вертикальный разброс выборок СВ не объясняют очевидную диагональную корреляцию; из рис. 2.12 следует, что, в среднем, если увеличивается координата x СВ, то возрастает и координата y СВ, что говорит о наличии положительной корреляции. Данная корреляция может быть охарактеризована расширением понятия *дисперсии* на понятие *ковариации*:

$$\sigma(x, y) = E[(x - E(x))(y - E(y))]. \quad (2.261)$$

Для двумерной СВ можно оценить коэффициенты $\sigma(x,x)$, $\sigma(y,y)$, $\sigma(x,y)$ и $\sigma(y,x)$; четыре величины можно объединить в матрицу ковариации [186]

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma(x,x) & \sigma(x,y) \\ \sigma(y,x) & \sigma(y,y) \end{bmatrix}. \quad (2.262)$$

Если x положительно коррелирована с y , то и y положительно коррелирована с x ; т.е. что $\sigma(x,y)=\sigma(y,x)$. Следовательно, матрица ковариаций всегда симметрична и содержит дисперсии на главной диагонали и ковариации на побочной диагонали. Двумерная нормально распределенная СВ полностью определяется своим средним и ковариационной матрицей размера 2×2 ; для трехмерной СВ используется ковариационная матрица размера 3×3 . На рис. 2.13 (скрипт 2.6) представлен разброс СВ в 2D в зависимости от матрицы ковариации; из графиков разброса СВ следует, что разброс по диагонали определяется ковариациями $\sigma(x,y)=\sigma(y,x)$ на побочной диагонали, а разброс по осям СК x , y – дисперсиями $\sigma(x,x)$, $\sigma(y,y)$ соответственно.

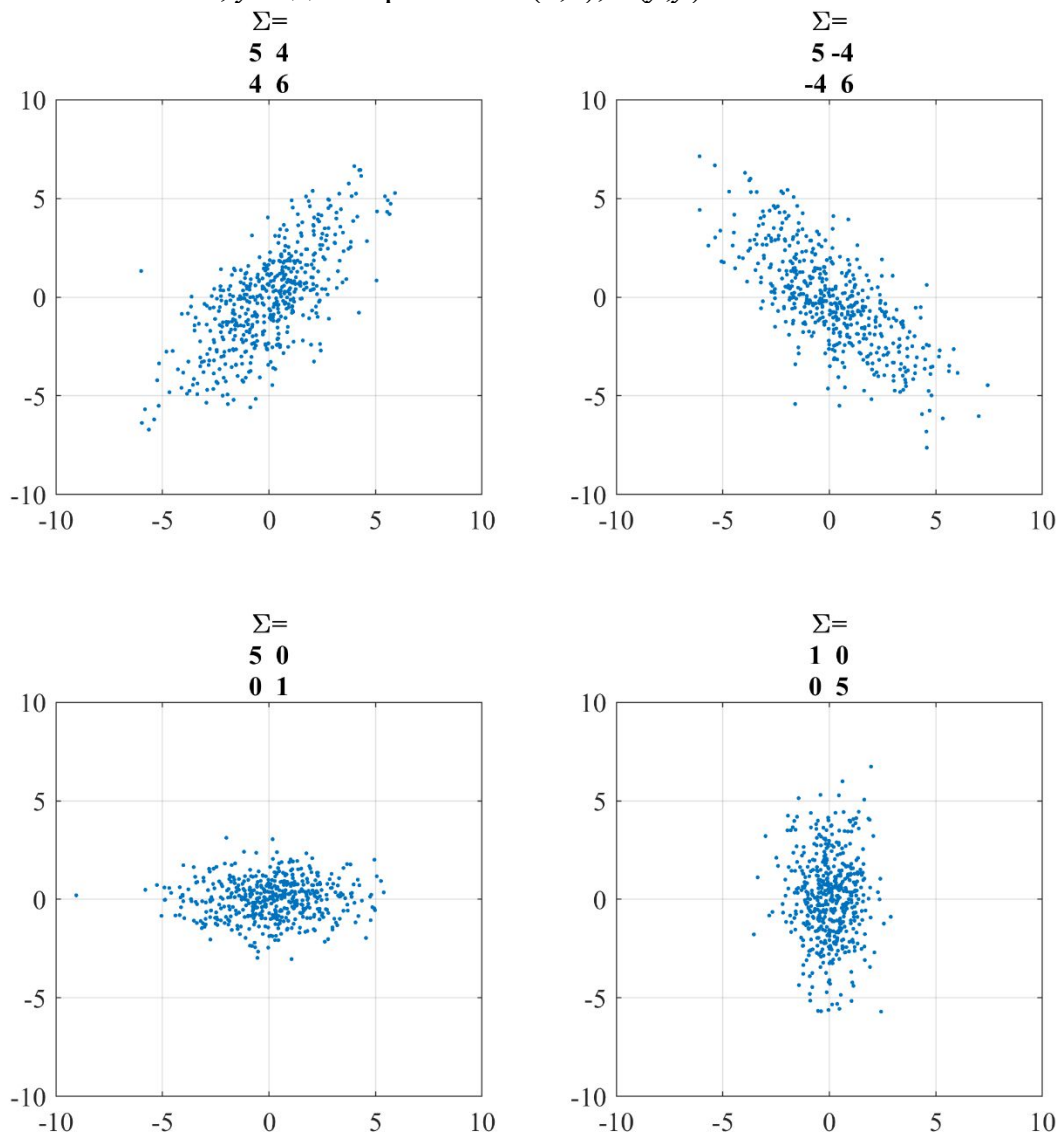


Рис. 2.13. Разброс СВ в 2D в зависимости от матрицы ковариации

2.5.3. Направление максимального рассеивания

Из рис. 2.13 следует, что ковариационная матрица определяет как величину разброса (дисперсию), так и направление разброса выборок СВ. Ковариационную матрицу можно разложить на *собственные вектора и собственные значения*, представляющие направление и величину разброса выборок СВ. Обозначим вектор направления наибольшего разброса \mathbf{v} , тогда проекция данных СВ \mathbf{x} на этот вектор определяется выражением $\mathbf{v}^T \mathbf{x}$, а дисперсия проекции данных СВ определяется выражением $\mathbf{v}^T \Sigma \mathbf{v}$. Для нахождения вектора направления максимального разброса его компоненты должны максимизировать $\mathbf{v}^T \Sigma \mathbf{v}$. Максимизация формы $\mathbf{v}^T \Sigma \mathbf{v}$ относительно искомого нормированного единичного вектора \mathbf{v} сводится к нахождению наибольшего собственного вектора матрицы Σ [187].

Задача определения статистических свойств длины проекции случайного вектора на заданное направление достаточно часто возникает при обработке навигационной информации. Например, при движении транспортного средства вдоль трассы наиболее важной представляется величина ошибки определения координат в направлении поперек трассы. Полагая, что ошибка определения координат транспортного средства на плоскости описывается как двумерный случайный вектор, величина ошибки вдоль трассы может быть найдена в результате решения задачи, которая формулируется следующим образом. Пусть задан двумерный случайный вектор $\mathbf{x}=[x,y]^T$ с математическим ожиданием $\boldsymbol{\mu}=[\mu_x, \mu_y]^T$ и матрицей ковариаций

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix}. \quad (2.263)$$

Требуется найти математическое ожидание и дисперсию скалярной случайной величины $R=\mathbf{v}^T \mathbf{x}$, связанной с \mathbf{x} как

$$R = v_1 x + v_2 y, \quad (2.264)$$

где v_1, v_2 – известные числа. Если в качестве \mathbf{v} принять $\mathbf{v}=(v_1, v_2)^T$, получим

$$\mu_R = v_1 \mu_x + v_2 \mu_y; \quad \sigma_R^2 = v_1^2 \sigma_x^2 + v_2^2 \sigma_y^2 + 2v_1 v_2 \sigma_{xy}; \quad (2.265)$$

Конкретизируем эту задачу, полагая, что компоненты \mathbf{x} – координаты точки на плоскости, и требуется найти статистические характеристики случайной величины R , определяющей длину проекции вектора \mathbf{x} на некоторое произвольное направление, задаваемое единичным вектором (рис. 2.14):

$$\mathbf{v} = [\cos \theta \quad \sin \theta]^T. \quad (2.266)$$

Поскольку величина, определяющая с учетом знака длину проекции, может быть представлена в виде

$$R = x \cos \theta + y \sin \theta, \quad (2.267)$$

для ее математического ожидания и дисперсии из (2.265) можно записать:

$$\mu_R = \mu_x \cos \theta + \mu_y \sin \theta; \quad D_R = \sigma_x^2 \cos^2 \theta + \sigma_y^2 \sin^2 \theta + \sigma_{xy} \sin 2\theta; \quad (2.268)$$

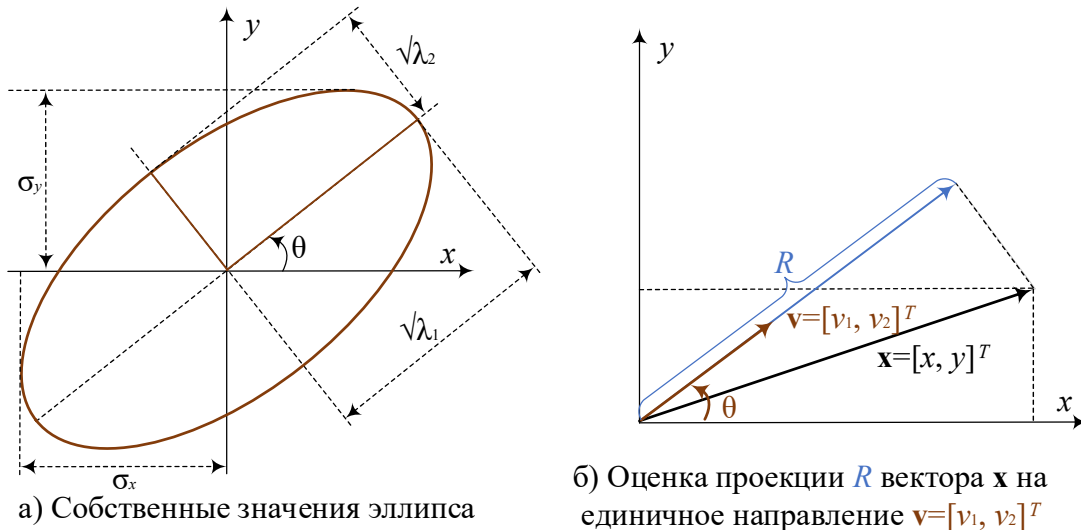


Рис. 2.14. Собственные значения эллипса рассеивания и оценка проекции вектора

В частности, если $\mathbf{x}=[x,y]^T$ – центрированный вектор, то величина, определяющая с учетом знака длину проекции на произвольное направление, также будет представлять собой центрированную случайную величину с дисперсией, которая может быть представлена квадратичной формой

$$D_R = [\cos \theta \quad \sin \theta] \Sigma \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} = \mathbf{v}^T \Sigma \mathbf{v} \quad (2.269)$$

При изменении направления θ единичного вектора (2.266) очевидно, что меняется и значение дисперсии. Интересной представляется задача нахождения таких значений углов θ , при которых дисперсия принимает минимальное и максимальное значения. Фактически это есть известная задача нахождения минимального и максимального значений квадратичной формы на единичной окружности. Ее решение определяют собственные числа матрицы ковариаций, характеризующие максимальное λ_1 и минимальное λ_2 , $\lambda_1 > \lambda_2$, значения дисперсии, и соответствующие им собственные векторы.

Если изначально матрица ковариаций диагональная, то направления, соответствующие наибольшему и наименьшему значениям дисперсий, совпадают с направлениями координатных осей, при этом $\lambda_1 = a^2$, $\lambda_2 = b^2$ (рис. 2.14). Если $\mathbf{x}=[x,y]^T$, задающий ошибку МП на плоскости, гауссовский, то величина, определяющая с учетом знака длину его проекции на заданное направление, также будет иметь гауссовскую ФПВ с математическим ожиданием и дисперсией (2.268). Знание ФПВ этой величины позволяет описать свойства ошибки вдоль заданного направления. Рассмотрим пример, когда компоненты двухмерного центрированного гауссовского вектора $\mathbf{x}=[x,y]^T$ описывают ошибки МП на плоскости относительно некоторой заданной точки, и матрица ковариаций этого вектора имеет вид:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \text{м}^2. \quad (2.270)$$

Дисперсия СВ в направлении максимального разброса под углом θ из (2.268), при $\sigma_x^2=4$, $\sigma_y^2=1$, $\sigma_{xy}=1$ будет равна 4,3 (рис. 2.15, скрипт 2.7)

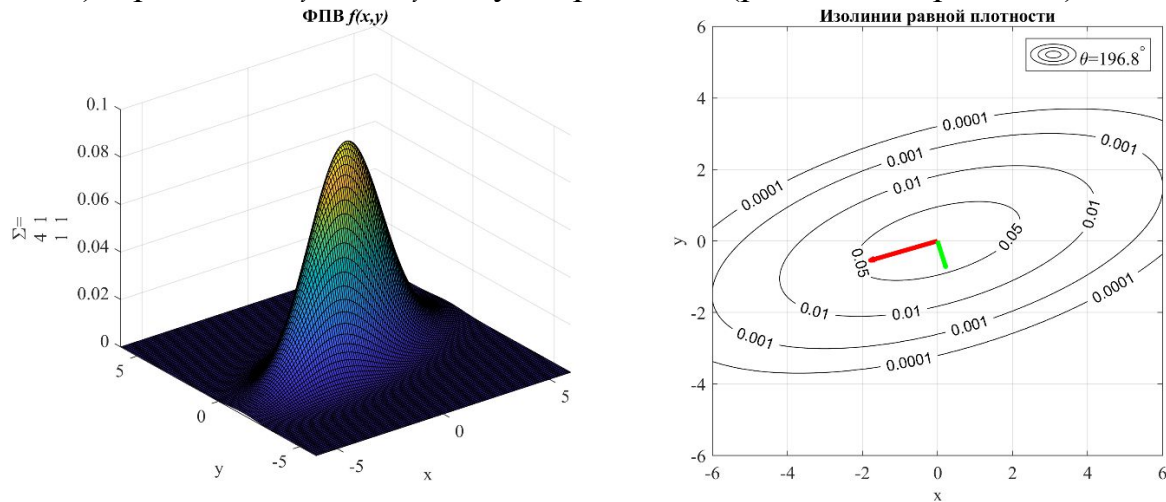


Рис. 2.15. ФПВ и угол наклона изолиний равной плотности

Ковариационную матрицу Σ можно представить как

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & r\sigma_x\sigma_y \\ r\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{pmatrix}^T; \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.271)$$

где корреляционная матрица \mathbf{K} описывает направление большой полуоси эллипса a и его сжатость. Большая a и малая b оси, а также угол наклона θ большой полуоси ковариационного эллипса определяются собственными значениями λ_1 и λ_2 ковариационной матрицы Σ . Наибольший собственный вектор Σ указывает направление наибольшего разброса выборок СВ; амплитуда этого вектора равна соответствующему собственному числу; второй собственный вектор ортогонален первому и показывает второе направление наибольшего разброса выборок СВ (рис. 2.16, скрипт 2.8).

Известно, что матрица линейного преобразования полностью определяется ее собственными векторами и собственными числами; применительно к матрице ковариации справедливо следующее соотношение:

$$\Sigma \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}, \quad (2.272)$$

где \mathbf{v} – собственный вектор ковариационной матрицы Σ , λ – собственное число, соответствующее собственному вектору \mathbf{v} . Если ковариационная матрица диагональная, так что ковариации (на неглавной диагонали) равны нулю, то дисперсии оказываются равны собственным числам λ . На рис. 2.16 показаны собственные вектора и собственные числа для четырех ковариационных матриц, характеризующих распределением двумерной СВ в 2D; красным показан первый вектор \mathbf{v}_1 направления наибольшего разброса выборок СВ, единичная ось умножается на соответствующее СКО $\sigma_1 = \sqrt{\lambda_1}$; зеленым показан второй вектор \mathbf{v}_2 направления наибольшего разброса выборок СВ, единичная ось умножается на соответствующее СКО $\sigma_2 = \sqrt{\lambda_2}$.

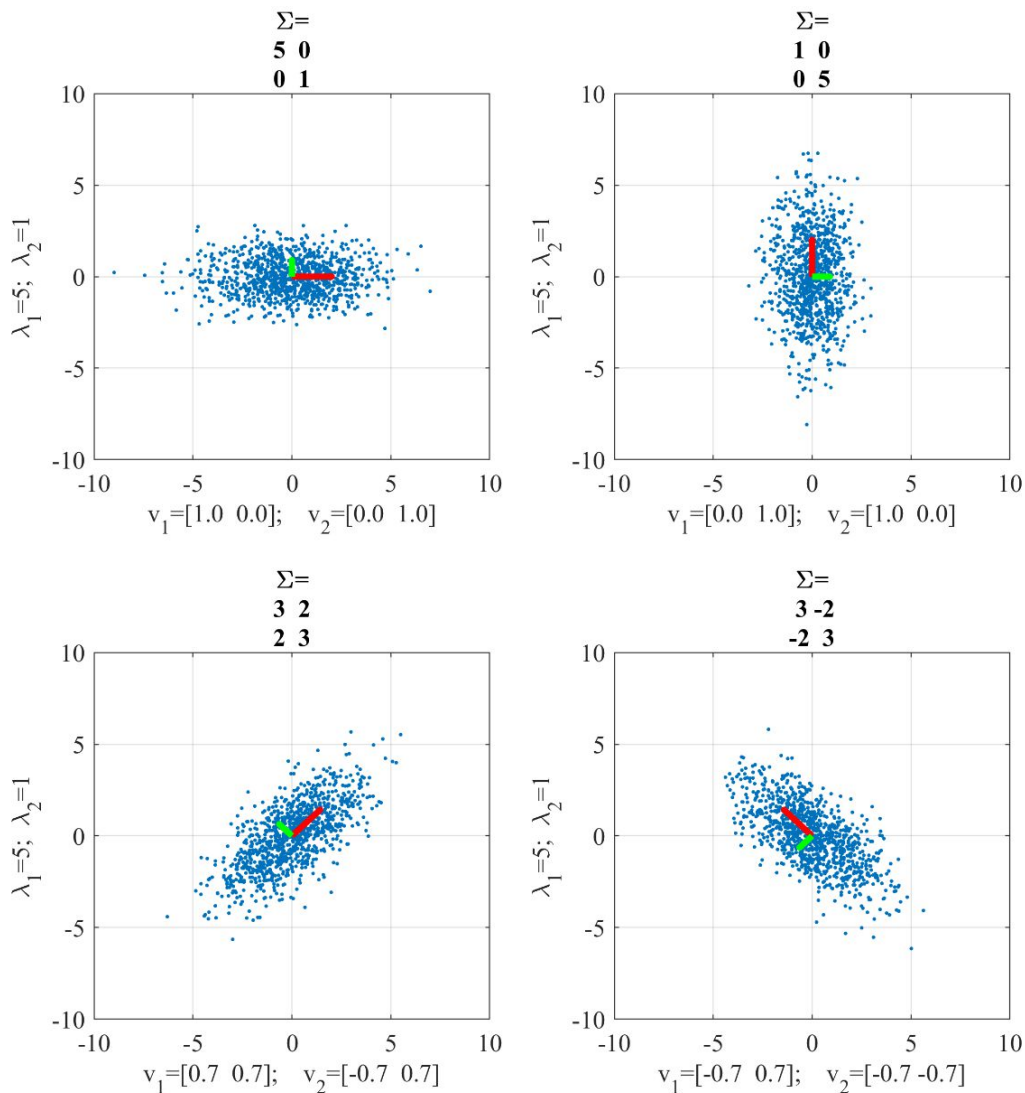


Рис. 2.16. Собственные вектора и собственные числа двумерной СВ

Собственный вектор – вектор столбец, соответствующий собственному значению [188]. В Matlab нахождение собственных векторов и значений реализуется командой `eig`. Так, например, для диагональной матрицы:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T; \quad \lambda_1 = \sigma_1^2 = 5; \quad (2.273)$$

$$\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T; \quad \lambda_2 = \sigma_2^2 = 1.$$

```
>> sigma = [5 0; 0 1]
sigma =
     5     0
     0     1
>> [eigenvec, eigenval] = eig(sigma)
eigenvec =
     0     1
     1     0
eigenval =
     1     0
     0     5
```

Рассмотрим пример для недиагональной ковариационной матрицы, у которой коэффициенты ковариации на неглавной диагонали не равны нулю. Собственные числа ковариационной матрицы также представляют величину дисперсии в направлении наибольшего разброса СВ; дисперсии на

главной диагонали ковариационной матрицы характеризуют разброс в направлении по оси x и y – соответственно; однако оси направлений наибольшего разброса в случае недиагональной ковариационной матрицы уже не совпадают с осями СК. Так, например, для диагональной матрицы

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{v}_1 = [0,7 \quad 0,7]^T; \quad \lambda_1 = \sigma_1^2 = 5; \\ \mathbf{v}_2 = [-0,7 \quad 0,7]^T; \quad \lambda_2 = \sigma_2^2 = 1. \quad (2.274)$$

```
>> sigma = [3 2; 2 3]
sigma =
     3     2
     2     3
>> [eigenvec, eigenval] = eig(sigma)
eigenvec =
 -0.7071    0.7071
  0.7071    0.7071
eigenval =
  1.0000     0
         0    5.0000
```

Из сравнения двух верхних и двух нижних графиков на рис. 2.16 следует, что собственные значения определяют дисперсию СВ в направлении ее собственных векторов; в то же время, компоненты $\sigma(x,x)$, $\sigma(y,y)$, $\sigma(x,y)$ и $\sigma(y,x)$ дисперсий ковариационной матрицы Σ характеризуют разброс вдоль соответствующих осей СК. Проанализируем ковариационную матрицу как линейное преобразование. На рис. 2.17 (скрипт 2.9) представлен пример выборок двумерной СВ для единичной матрицы ковариации.

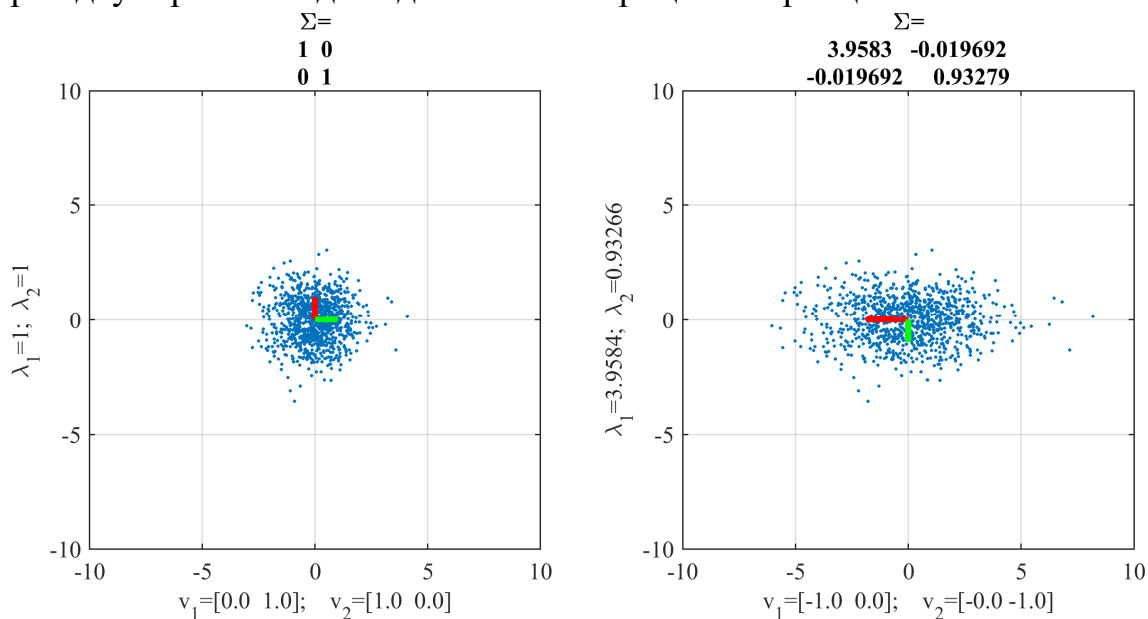


Рис. 2.17. Масштабирование выборок двумерной СВ

Из выборки $\mathbf{x}=[x,y]^T$ с единичной матрицей ковариации Σ_x распределение другой СВ на рис. 2.16 можно получить через линейное преобразование

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x}, \quad (2.275)$$

где \mathbf{B} – матрица преобразования, включающая операцию поворота \mathbf{R} и масштабирования \mathbf{S} :

$$\mathbf{B} = \mathbf{R}^T \mathbf{S}, \quad (2.276)$$

где матрица поворота для заданного угла поворота θ :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (2.277)$$

и матрица масштабирования

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix}, \quad (2.278)$$

где s_x, s_y – масштабирующие коэффициенты в направлении оси x и y .

Рассмотрим соотношения между ковариационной матрицей Σ и матрицей линейного преобразования $\mathbf{B}=\mathbf{R}^T\mathbf{S}$. Начнем со случая выборок с единичными масштабирующими коэффициентами без поворота на рис. 2.17. Данные выборки в статистике иногда называют белым шумом, так как выборки двумерной СВ некоррелированы и имеют нормальное распределение.

Ковариационная матрица для двумерного белого шума \mathbf{x} с единичными дисперсиями на рис. 2.17 имеет вид:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.279)$$

Если масштабировать выборки \mathbf{x} по оси x коэффициентом 2, получим:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \quad (2.280)$$

Выборки двумерной СВ \mathbf{y} (2.280) представлены на рис. 2.17. Ковариационная матрица двумерной СВ \mathbf{y} определяется выражением:

$$\Sigma_y = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.281)$$

Таким образом, ковариационная матрица Σ_y СВ $\mathbf{y}=\mathbf{B}\mathbf{x}$ связана с матрицей линейного преобразования \mathbf{B} выражением:

$$\mathbf{B} = \sqrt{\Sigma_y} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.282)$$

Выражение справедливо в случае, если масштабирование СВ осуществляется по оси x или y , т.е. при отсутствии поворота. Для выявления связи между матрицей линейного преобразования \mathbf{B} и ковариационной матрицей Σ_y в общем случае, при повороте на некоторый угол θ , выполним декомпозицию ковариационной матрицы на множители поворота и масштаба.

Из (2.272) следует, что матрицу ковариации можно представить собственными векторами и собственными числами:

$$\Sigma \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}, \quad (2.283)$$

где \mathbf{v} – собственный вектор Σ , λ – собственное число Σ . Для двумерной СВ имеется пара собственных векторов $\mathbf{V}=[\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2]$ и пара соответствующих им собственных чисел $\Lambda=[\lambda_1 \ \lambda_2]$:

$$\Sigma \mathbf{V} = \mathbf{V} \Lambda, \quad (2.284)$$

где $\mathbf{V}=[\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2]$ – матрица размера 2×2 , столбцы которой являются собственными векторами Σ , а Λ – диагональная матрица, на главной диагонали которой стоят соответствующие столбцам $\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2$ собственные числа λ_1 и λ_2 . Следовательно, ковариационную матрицу Σ можно представить выражением:

$$\Sigma = \mathbf{V} \Lambda \mathbf{V}^{-1}. \quad (2.285)$$

Выражение (2.285) называют сингулярным разложением ковариационной матрицы. Собственные вектора $\mathbf{V}=[\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2]$ определяют направления наибольшего разброса; собственные значения в Λ определяют величину разброса в заданных собственными векторами направлениях. Таким образом, \mathbf{V} – определяет матрицу поворота \mathbf{R}^T , а $\sqrt{\Lambda} = \mathbf{D}^{1/2}$ – матрицу масштабирования \mathbf{S} в (2.276); ковариационная матрица может быть представлена:

$$\Sigma = \mathbf{R}^T \mathbf{S} \mathbf{S} (\mathbf{R}^T)^{-1}, \quad (2.286)$$

где $\mathbf{R}^T = \mathbf{V}$ – матрица поворота, а $\mathbf{S} = \sqrt{\Lambda}$ – масштабирующая матрица.

В (2.276) мы определили линейное преобразование $\mathbf{B} = \mathbf{R}^T \mathbf{S}$. Из того, что \mathbf{S} – диагональная масштабирующая матрица, следует $\mathbf{S} = \mathbf{S}^T$. Из ортогональности \mathbf{R} следует $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$. Следовательно, $\mathbf{B}^T = (\mathbf{R}^T \mathbf{S})^T = \mathbf{S}^T \mathbf{R} = \mathbf{S}^T \mathbf{R}$, и ковариационная матрица может быть представлена выражением:

$$\Sigma = \mathbf{R}^T \mathbf{S} \mathbf{S} (\mathbf{R}^T)^{-1} = \mathbf{R}^T \mathbf{S} \mathbf{S}^T \mathbf{R} = \mathbf{B} \mathbf{B}^T. \quad (2.287)$$

Таким образом, если использовать линейное преобразование $\mathbf{B} = \mathbf{R}^T \mathbf{S}$ к двумерной СВ \mathbf{x} на рис. 2.17, мы получим повернутый и масштабированный вектор \mathbf{y} с ковариационной матрицей $\Sigma_y = \mathbf{B} \Sigma_x \mathbf{B}^T$. На рис. 2.18 (скрипт 2.10) представлен пример масштабирования и поворота двумерной СВ \mathbf{x} .

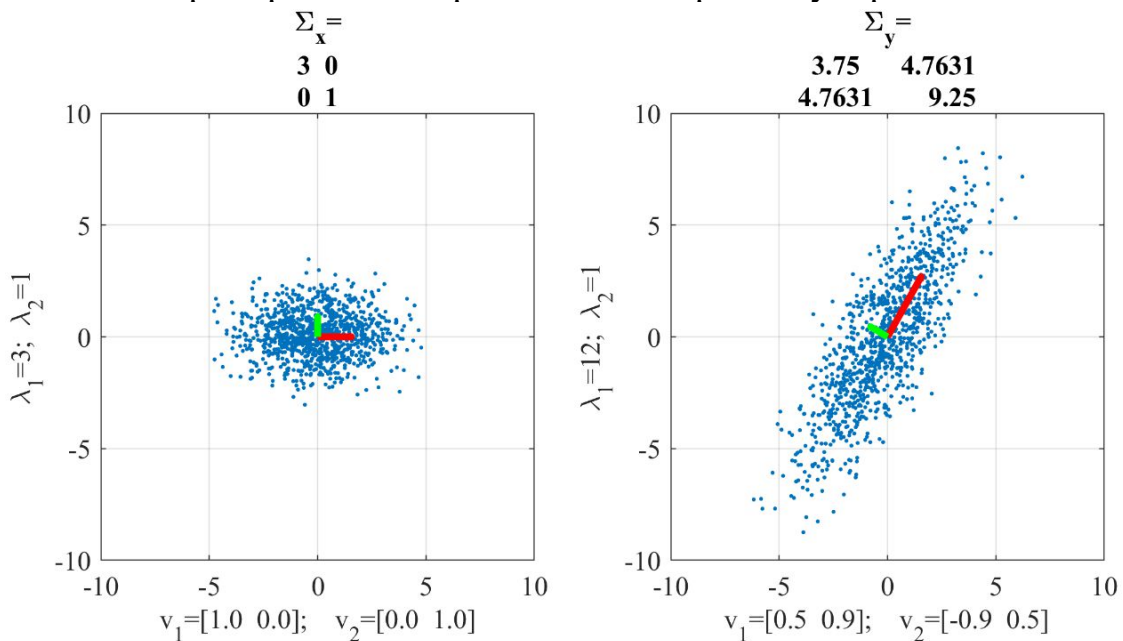


Рис. 2.18. Масштабирование и поворот выборки двумерной СВ

Параметры СВ \mathbf{x} определяются выражениями:

$$\Sigma_x = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{v}_{x1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T; \quad \lambda_{x1} = \sigma_{x1}^2 = 3; \\ \mathbf{v}_{x2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T; \quad \lambda_{x2} = \sigma_{x2}^2 = 1. \quad (2.288)$$

Матрица масштабирования определяется выражением:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.289)$$

Если СВ y равна $y = \mathbf{B}\mathbf{x}$, ковариационная матрица Σ_y определяется:

$$\Sigma_y = \mathbf{R}^T \mathbf{S} \Sigma_x \mathbf{S} (\mathbf{R}^T)^{-1} = \mathbf{B} \Sigma_x \mathbf{B}^T. \quad (2.290)$$

Рассмотрим *геометрическую интерпретацию направления максимального рассеивания по матрице ковариации*:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & r\sigma_x\sigma_y \\ r\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \mathbf{R}^T \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \mathbf{R} = \mathbf{R}^T \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \mathbf{R} \quad (2.291)$$

Часто используется геометрическая интерпретация Σ в виде эллипса рассеивания. Проиллюстрируем связь между элементами матрицы Σ и параметрами эллипса: полуосями и углом ориентации. В общем случае, для ковариационной матрицы существуют векторы, направлениям которых соответствуют максимальные и минимальные значения рассеивания (погрешностей). Численно эти значения соответствуют собственным числам $\Lambda = [\lambda_1 \lambda_2]$ матрицы Σ . Направления собственных векторов, указывающие максимальное и минимальное рассеивание, соответствуют направлениям полуосей эллипса. Собственные числа – это экстремальные значения дисперсий. Для перехода к линейным величинам – полуосям эллипса (гиперэллипсоида для n -мерного пространства) из собственных чисел необходимо извлечь квадратный корень [189]. *Геометрическая интерпретация* собственных чисел и векторов заключается в том, что результатом умножения исходной матрицы на собственный вектор будет вектор, коллинеарный собственному, по длине отличающийся в число раз, пропорциональное собственному значению:

$$\Sigma \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v} = \mathbf{p}, \quad (2.292)$$

Выполним умножение $\Sigma \mathbf{v}$, где в качестве \mathbf{v} будем выбирать единичный вектор с направлением θ от 0° до 360° , где:

$$\mathbf{v}(\theta) = [\cos \theta \quad \sin \theta]^T. \quad (2.293)$$

В качестве примера возьмем матрицу

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}. \quad (2.294)$$

В результате перемножения конец вектора \mathbf{p} опишет эллипс. Умножение Σ на \mathbf{v} можно рассматривать как оператор, преобразующий единичный вектор \mathbf{v} . После перемножения вектор изменит направление и длину. В табл. 2.6 (скрипт 2.11) приведены результаты перемножения $\mathbf{p} = \Sigma \mathbf{v}$ с шагом в 2° .

Табл. 2.6. Значения угла единичной окружности, эллипса и модуля вектора эллипса

θ_z	θ_p	R	θ_z	θ_p	R	θ_z	θ_p	R
0	56,31	3,61	120	66,62	4,03	240	61,75	7,60
2	56,74	3,84	122	67,01	3,80	242	61,85	7,61
4	57,13	4,06	124	67,45	3,57	244	61,96	7,60
6	57,47	4,28	126	67,96	3,33	246	62,06	7,59
8	57,79	4,50	128	68,54	3,10	248	62,17	7,56
10	58,07	4,71	130	69,22	2,85	250	62,27	7,53
12	58,33	4,91	132	70,02	2,61	252	62,38	7,49
14	58,57	5,11	134	71,00	2,36	254	62,49	7,44
16	58,79	5,31	136	72,20	2,11	256	62,59	7,38
18	58,99	5,49	138	73,73	1,86	258	62,71	7,31
20	59,19	5,67	140	75,73	1,61	260	62,82	7,23
22	59,37	5,84	142	78,48	1,36	262	62,94	7,14
24	59,54	6,01	144	82,47	1,11	264	63,05	7,05
26	59,70	6,17	146	88,71	0,87	266	63,18	6,94
28	59,85	6,32	148	279,50	0,64	268	63,30	6,83
30	60,00	6,46	150	300,00	0,46	270	63,43	6,71
32	60,14	6,60	152	334,83	0,39	272	63,57	6,58
34	60,28	6,73	154	7,81	0,49	274	63,71	6,44
36	60,41	6,85	156	26,32	0,68	276	63,86	6,30
38	60,53	6,96	158	36,16	0,90	278	64,02	6,15
40	60,65	7,06	160	41,95	1,15	280	64,18	5,99
42	60,77	7,16	162	45,70	1,40	282	64,35	5,82
44	60,89	7,24	164	48,31	1,65	284	64,53	5,64
46	61,00	7,32	166	50,22	1,90	286	64,73	5,46
48	61,11	7,39	168	51,69	2,15	288	64,94	5,28
50	61,22	7,44	170	52,86	2,40	290	65,16	5,08
52	61,33	7,49	172	53,80	2,65	292	65,40	4,88
54	61,44	7,53	174	54,59	2,89	294	65,66	4,68
56	61,54	7,57	176	55,25	3,13	296	65,95	4,47
58	61,65	7,59	178	55,82	3,37	298	66,27	4,25
60	61,75	7,60	180	56,31	3,61	300	66,62	4,03
62	61,85	7,61	182	56,74	3,84	302	67,01	3,80
64	61,96	7,60	184	57,13	4,06	304	67,45	3,57
66	62,06	7,59	186	57,47	4,28	306	67,96	3,33
68	62,17	7,56	188	57,79	4,50	308	68,54	3,10
70	62,27	7,53	190	58,07	4,71	310	69,22	2,85
72	62,38	7,49	192	58,33	4,91	312	70,02	2,61
74	62,49	7,44	194	58,57	5,11	314	71,00	2,36
76	62,59	7,38	196	58,79	5,31	316	72,20	2,11
78	62,71	7,31	198	58,99	5,49	318	73,73	1,86
80	62,82	7,23	200	59,19	5,67	320	75,73	1,61
82	62,94	7,14	202	59,37	5,84	322	78,48	1,36
84	63,05	7,05	204	59,54	6,01	324	82,47	1,11
86	63,18	6,94	206	59,70	6,17	326	88,71	0,87
88	63,30	6,83	208	59,85	6,32	328	279,50	0,64
90	63,43	6,71	210	60,00	6,46	330	300,00	0,46
92	63,57	6,58	212	60,14	6,60	332	334,83	0,39
94	63,71	6,44	214	60,28	6,73	334	7,81	0,49
96	63,86	6,30	216	60,41	6,85	336	26,32	0,68
98	64,02	6,15	218	60,53	6,96	338	36,16	0,90
100	64,18	5,99	220	60,65	7,06	340	41,95	1,15
102	64,35	5,82	222	60,77	7,16	342	45,70	1,40
104	64,53	5,64	224	60,89	7,24	344	48,31	1,65
106	64,73	5,46	226	61,00	7,32	346	50,22	1,90
108	64,94	5,28	228	61,11	7,39	348	51,69	2,15
110	65,16	5,08	230	61,22	7,44	350	52,86	2,40
112	65,40	4,88	232	61,33	7,49	352	53,80	2,65
114	65,66	4,68	234	61,44	7,53	354	54,59	2,89
116	65,95	4,47	236	61,54	7,57	356	55,25	3,13
118	66,27	4,25	238	61,65	7,59	358	55,82	3,37

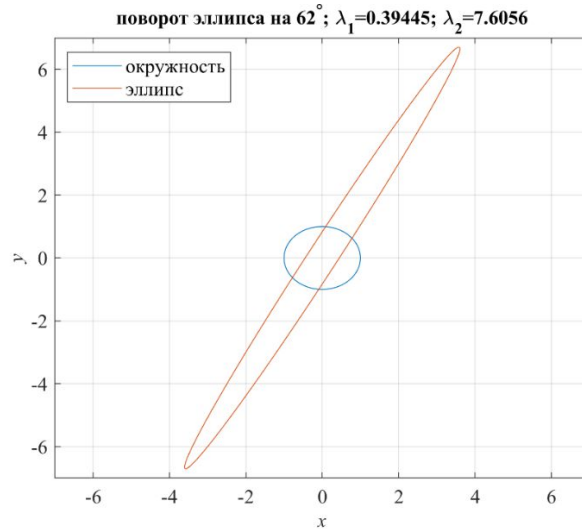


Рис. 2.19. Определение эллипса из единичной окружности

В первом столбце находится направление единичного вектора \mathbf{v} , а во втором – направление преобразованного вектора \mathbf{p} . В третьем столбце содержится длина R вектора \mathbf{p} . На рис. 2.19 представлен повернутый на 62° эллипс, полученный из (2.294). Из приведенных в табл. 2.6 расчетов видно, что расхождение в направлении θ_z вектора \mathbf{v} и θ_p вектора \mathbf{p} – есть величина переменная, но в районе 62° и 332° эти направления совпадают. Кроме того, этим направлениям соответствуют максимальное и минимальное значение R (рис. 2.19); направления собственных векторов 62° и 332° ортогональны.

Для случая в 2D можно получить простые формулы для расчета параметров эллипса рассеивания из Σ . Опираясь на (2.292) можно записать [189]

$$\begin{cases} \sigma_x^2 v_1 + \sigma_{xy} v_2 = \lambda v_1 \\ \sigma_{xy} v_1 + \sigma_y^2 v_2 = \lambda v_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\sigma_x^2 - \lambda) v_1 + \sigma_{xy} v_2 = 0 \\ \sigma_{xy} v_1 + (\sigma_y^2 - \lambda) v_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow (\Sigma - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (2.295)$$

где $\mathbf{0} = (0, 0)^T$ – нулевая матрица. Так как \mathbf{v} в общем случае не нулевой, то

$$\det(\Sigma - \lambda \mathbf{I}) = \begin{vmatrix} \sigma_x^2 - \lambda & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (2.296)$$

откуда следует квадратное уравнение:

$$(\sigma_x^2 - \lambda)(\sigma_y^2 - \lambda) - \sigma_{xy}^2 = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 \pm \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{2}, \quad (2.297)$$

Подставляя значения из матрицы (2.294), получим $\lambda_1 = 7,61$; $\lambda_2 = 0,39$ – эти значения совпали с максимальным и минимальным значением из табл. 2.6. Далее определим ориентацию собственных векторов, соответствующих найденным собственным значениям. Считая λ известным, подставим это значение в (2.295) и разрешим эту систему относительно v_1 и v_2 , учитывая, что $v_1 = \cos\theta$, $v_2 = \sin\theta$. Первое уравнение из (2.295) будет выглядеть как:

$$\sigma_x^2 \cos\theta + \sigma_{xy} \sin\theta = \lambda \cos\theta \Rightarrow \operatorname{tg}\theta = (\lambda - \sigma_x^2) / \sigma_{xy}; \quad \sigma_{xy} = r \sigma_x \sigma_y, \quad (2.298)$$

откуда получим углы $\theta_1 \approx 68^\circ$ и $\theta_2 \approx 332^\circ$. Угол $\theta_1 \approx 68^\circ$ для наибольшего собственного числа λ_1 определяет направление большой полуоси эллипса относительно оси x ; угол $\theta_2 \approx 332^\circ$ для наименьшего собственного числа λ_2 определяет направление малой полуоси эллипса относительно оси x .

Для отыскания полуосей необходимо извлечь квадратные корни из собственных чисел: $a = \sqrt{\lambda_1}$, $b = \sqrt{\lambda_2}$. Когда говорят об оценке точности, то обычно добавляют слова априорная или апостериорная. Априорная – это оценка точности, выполненная по информации о погрешностях измерений, полученной ранее. Как правило, такая информация о точности измеряемых навигационных параметров основывается на многочисленных статистических исследованиях, которые происходили до конкретной обсервации в каких-то усредненных условиях. Именно такая информация, как правило, содержится в ковариационной матрице погрешностей измерений, используемой при расчете координат. Если погрешности измерений статистически независимы, то внедиагональные элементы равны нулю и \mathbf{D} имеет вид:

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}; \quad r = 0 \quad (2.299)$$

Именно эти погрешности в соответствии с правилом переноса погрешностей и формируют априорную ковариационную матрицу определяемых параметров. Процедура построения эллипса погрешностей по ковариационной матрице сводится к следующему: а) рассчитываем собственные значения λ ; б) определяем угол ориентации θ ; в) рассчитываем полуоси.

Средняя квадратическая погрешность (СКП) рассчитывается как корень квадратный из следа ковариационной матрицы, либо с помощью полуосей эллипса: $\sigma_p = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = \sqrt{\text{tr}\mathbf{N}} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\lambda_1 + \lambda_2}$.

Получим проекцию двумерного вектора на заданное направление из определения дисперсии. Дисперсия СВ x определяется

$$\text{var}(x) = E\{(x - E(x))^2\}. \quad (2.300)$$

Ковариация как мера похожести двух СВ x и y определяется:

$$\text{cov}(x, y) = E\{(x - E(x))(y - E(y))\}. \quad (2.301)$$

Корреляция СВ x и y определяется как их ковариация, отнесенная к корню квадратному из дисперсий и принимать значения в диапазоне $[-1, 1]$

$$\text{corr}(x, y) = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sqrt{\text{var}(x)\text{var}(y)}}. \quad (2.302)$$

Оператор математического ожидания является линейным, поэтому для СВ $u=ax$, где $a=\text{const}$, справедливо [163]:

$$E(u) = aE(x). \quad (2.303)$$

Если две СВ x и $u=ax$, где $a=\text{const}$, то из свойств дисперсии [168]:

$$D(u) = a^2 D(x). \quad (2.304)$$

Дисперсия суммы двух СВ x и y равна [168]:

$$D(x + y) = D(x) + D(y) + 2 \operatorname{cov}(x, y). \quad (2.305)$$

Для двух СВ x и y : $u=ax$, $v=by$ где $a=\text{const}$, $b=\text{const}$ справедливо [170]:

$$\operatorname{cov}(u, v) = ab \operatorname{cov}(x, y). \quad (2.306)$$

Если СВ $u=ax+by$ является линейной комбинацией двух СВ x и y , где $a=\text{const}$, $b=\text{const}$, справедливо следующее выражение:

$$\begin{aligned} D(u) &= a^2 D(x) + b^2 D(y) + 2ab \operatorname{cov}(x, y) = \\ &= [a \quad b] \begin{bmatrix} D(x) & \operatorname{cov}(x, y) \\ \operatorname{cov}(x, y) & D(y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.307)$$

Дисперсия двумерной СВ $\mathbf{x}=(x, y)^T$ определяется выражением:

$$\operatorname{var}\{\mathbf{x}\} = \begin{bmatrix} \operatorname{var}(x) & \operatorname{cov}(x, y) \\ \operatorname{cov}(x, y) & \operatorname{var}(y) \end{bmatrix} = \mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix}. \quad (2.308)$$

На плоскости дисперсия двумерной СВ может быть представлена эллипсом рассеивания. $\mathbf{\Sigma}$ определяет задачу собственных значений:

$$(\mathbf{\Sigma} - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{v} = 0 \Rightarrow \det(\mathbf{\Sigma} - \lambda \mathbf{I}) = 0. \quad (2.309)$$

Решение (2.309) дает два собственных значения и вектора; их геометрический смысл представлен на рис. 2.14.

Собственные значения определяют оси эллипса рассеивания; главная полуось размера $\sqrt{\lambda_1}$ указывает направление наибольшего разброса двумерной СВ; неглавная полуось размера $\sqrt{\lambda_2}$ указывает направления наименьшего разброса. Сумма собственных значений есть дисперсия СКП σ_p^2

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 = \sigma_p^2. \quad (2.310)$$

которая характеризует точность МП двумерного вектора \mathbf{x} независимо от выбора СК. СКО по оси x равно σ_x ; СКО по оси y равно σ_y . Направление осей эллипса θ можно оценить из анализа линейной комбинации координат:

$$R(\theta) = x \sin \theta + y \cos \theta, \quad (2.311)$$

которая является функцией угла θ . Из (2.307) следует, что

$$\operatorname{var}\{R(\theta)\} = \sigma_x^2 \sin^2 \theta + \sigma_y^2 \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta \sigma_{xy}. \quad (2.312)$$

Для оценки направления максимального разброса оценим производную в (2.312) и приравняем ее нулю:

$$d/d\theta \operatorname{var}\{R(\theta)\} = 2 \sin \theta \cos \theta (\sigma_x^2 - \sigma_y^2) + 2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \sigma_{xy} = 0 \quad (2.313)$$

$$\sin 2\theta (\sigma_x^2 - \sigma_y^2) + 2 \cos 2\theta \sigma_{xy} = 0 \Rightarrow \sin 2\theta (\sigma_x^2 - \sigma_y^2) = 2 \cos 2\theta \sigma_{xy} \quad (2.314)$$

$$\operatorname{tg}(2\theta) = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_y^2 - \sigma_x^2} \quad (2.315)$$

2.5.4. Эллипс рассеивания заданной доверительной вероятности

Общепринятым способом визуализации двумерного распределения является построения доверительного эллипса. Допустим, имеется двумерная СВ $\mathbf{x} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ и нужно построить эллипс заданной доверительной вероятности p . В общем случае оси эллипса определяются СКО σ_x и σ_y и параметром масштабирования k^2 , известным как расстояние Махаланобиса. Если выборки двумерной СВ \mathbf{x} некоррелированы и имеют нулевую ковариацию, эллипс $B_{n,k} = \{\mathbf{x}: \mathbf{x}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{x} = k^2\}$ имеет угол поворота равный нулю, матрица ковариации $\boldsymbol{\Sigma}$ содержит нули на неглавной диагонали, оси СК совпадают с главными осями эллипса и в обоих направлениях равны дисперсиям:

$$\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2 = \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = k^2; \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{pmatrix}. \quad (2.316)$$

При построении эллипса заданной доверительной вероятности p требуется определить такой масштаб k^2 , при котором двумерная СВ $\mathbf{x} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ попадает в эллипс с вероятностью p . В общем случае СВ является многомерной нормально распределенной, и левая часть уравнения эллипсоида является суммой квадратов нормально распределенных СВ и подчиняется распределению хи-квадрат χ^2 с n степенями свободы (число степеней свободы равно числу одномерных СВ); для двумерного случая $n=2$. Вероятность того, что k^2 имеет значение, не превышающее распределение χ^2 определяется квантилем с доверительной вероятностью p :

$$\mathbf{x}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{x} = k^2 = \chi_{p,n}^2 = F_{\chi_n^2}^{-1}(p). \quad (2.317)$$

Решить (2.317) для эллипса в 2D можно используя таблицы распределения χ^2 , функцию Matlab $k^2 = \text{chi2inv}(p, 2)$, а также выражение (2.220)

$$k^2 = -2 \ln(1-p). \quad (2.318)$$

Так, например, при $p=0,9$, получаем $k^2=4,605$; при $p=0,95 \rightarrow k^2=5,991$; при $p=0,99 \rightarrow k^2=9,21$. Эллипс может быть построен с радиусами $k\sigma_x$ и $k\sigma_y$.

Обобщение на заданную ковариацию. В общем случае, ковариации σ_{xy} и σ_{yx} не равны нулю и, поэтому, полуоси эллипса не совпадают с осями координат. Однако, предложенный ранее подход все еще может быть использован с тем отличием, что вместо дисперсий, как показателей рассеивания, используются собственные числа ковариационной матрицы:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \mathbf{R}^T \mathbf{D} \mathbf{R} = \mathbf{R}^T \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \mathbf{R} = \mathbf{R}^T \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \mathbf{R}. \quad (2.319)$$

Собственные числа λ_1 и λ_2 являются дисперсиями в повернутой системе координат и характеризуют рассеивание в направлении собственных векторов \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 . По определению, ковариационная матрица является положительно определенной, следовательно, все собственные значения положительны и получаются в результате линейных преобразований.

Эллипс рассеивания представляет собой контур равной плотности вероятности нормального распределения и позволяет визуализировать доверительный интервал в 2D. На рис. 2.20 (скрипт 2.12) представлены эллипсы рассеивания для заданных доверительных вероятностей p , а также КВО.

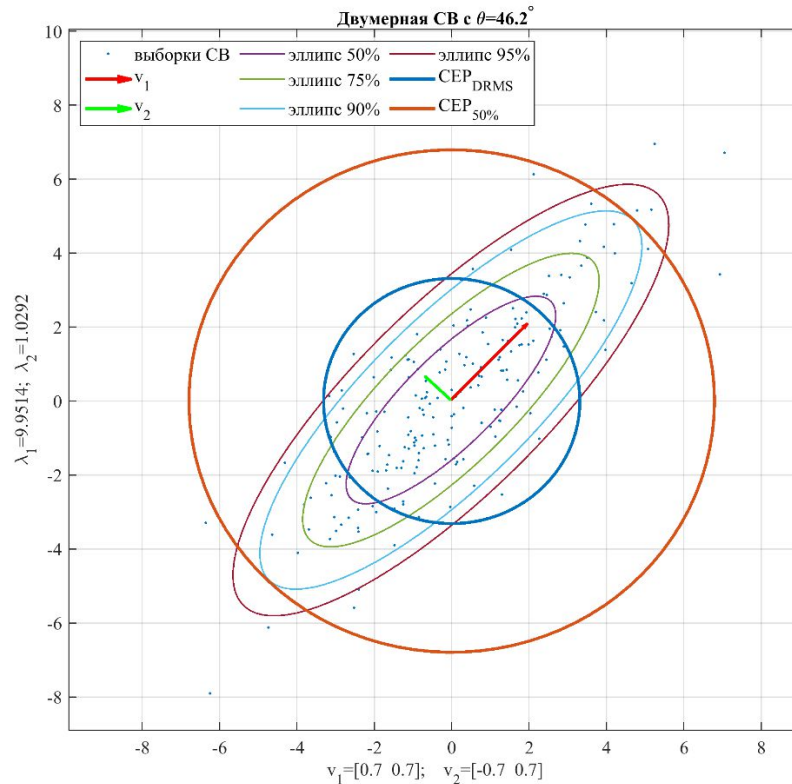


Рис. 2.20. Эллипсы рассеивания доверительного интервала и КВО в 2D

Доверительный интервал эллипса 95% в 2D означает, что лишь 5% реализаций двумерной СВ с нормальным распределением окажутся за пределами данного эллипса рассеивания. При построении эллипса заданного доверительного интервала задача состоит в выборе такого k^2 , при котором внутрь эллипса попадает заданное соотношение реализаций СВ; так, например, для попадания внутрь эллипса 95% реализаций двумерной СВ необходимо выбрать $k^2=5,991$, т.е. для доверительного интервала в 95% требуется $k^2=5,991$, или, что то же самое. Эллипс с диагональной матрицей Σ с доверительным интервалом 95% имеет большую $a = \sigma_x \sqrt{5,991}$ и малую $b = \sigma_y \sqrt{5,991}$ полуоси. Если оси эллипса лежат на осях СК, т.е. при нулевой ковариации, собственные значения равны дисперсиям ковариационной матрицы, а собственные вектора равны осям СК. Если же выборки СВ оказываются коррелированными, как на рис. 2.20, т.е. ковариация не равна нулю, эллипс ошибок окажется повернутым на некоторый угол. В общем случае, когда оси эллипса не совпадают с осями СК, собственные вектора представляют направление наибольшего рассеивания СВ, а собственные значения определяют их масштаб: большая $a = \sqrt{5,991\lambda_1}$ и малая $b = \sqrt{5,991\lambda_2}$ полуоси; λ_1, λ_2 – собственные числа ковариационной матрицы Σ .

2.6. Математические модели и методы оценки точности позиционирования

2.6.1. Метрики оценки точности позиционирования

Точность позиционирования ИРИ определяется рядом факторов, среди которых, во-первых, свойства используемых для ОМП сигналов [137] и, во-вторых, взаимное расположение ИРИ и пунктов приема многопозиционной системы пассивной радиолокации, характеризуемое геометрическим фактором снижения точности GDOP (Geometric Dilution of Precision) территориального распределения ПП [153–155]. При позиционировании неизбежно появляются различного рода погрешности в измеряемых параметрах, ведущих к ошибкам ОМП ИРИ, что приводит к необходимости поиска наилучшего в данных условиях метода позиционирования или их комбинации, оценка точности которых выполняется с использованием специальных метрик. Задачи позиционирования востребованы в различных практических приложениях и предъявляют различные требования к точности ОМП. Так, например, для сетевого позиционирования абонентских терминалов в системах мобильной связи может быть достаточно точности в единицы-десятки метров, в то время как для задач автономных подвижных роботизированных комплексов предъявляются гораздо более высокие требования к точности позиционирования. Для оценки точности ОМП и разработки соответствующих требований важно выбрать обоснованную метрику оценки точности.

Наиболее широкое распространение получили две метрики оценки точности ОМП: характеристика вероятного отклонения (ХВО) ОМП и нижняя граница Крамера-Рао (НКГР). Обычно пределы точности позиционирования определяются НКГР, которая при некоторых условиях на статистическую модель дает нижнюю границу для дисперсии оценки координат ИРИ [124, 125]. НКГР может быть визуализирована эллипсом ошибок на плоскости и позволяет оценить величину и направление ошибки [126]. Помимо метрики НКГР, существует метрика ХВО, которая вычисляется из НКГР и может быть визуализирована окружностью ошибок на плоскости или сферой в пространстве [127]. ХВО позволяет оценить только величину ошибки ОМП, вычисляется на основе функции плотности вероятности (ПВ) и определяет вероятность того, что измерение/оценка местоположения (МП) ИРИ окажется в пределах определенного геометрического места точек.

В некоторых практических приложениях ОМП может использоваться комплексирование разнородных первичных измерений от нескольких подсистем и/или пунктов приема, например сенсоров УМ и РДМ; в таком случае итоговая точность ОМП определяется ошибками позиционирования отдельных подсистем и количеством их измерений. Актуальной является задача комплексирования разнородных измерений в реальном времени, например, для систем автоматизированного транспорта, в том числе, задача фильтрации избыточных ошибочных измерений.

Далее рассмотрим метрики ХВО и НГКР, способы их получения и визуализации. *Характеристика вероятного отклонения.* Различают три ХВО [124]: линейное (ЛВО) для одномерного позиционирования (например, при измерении дальности одним ПП) – описывается линией; круговое (КВО) для двумерного позиционирования (на плоскости) – описывается окружностью; сферическое вероятное отклонение (СВО) для трехмерного позиционирования (в пространстве) – описывается сферой.

Пусть \mathbf{x} – n -мерный вектор истинных координат ИРИ; $\hat{\mathbf{x}}$ – n -мерный вектор оценки координат ИРИ; ρ – радиус отклонения от истинного местоположения ИРИ, задающий геометрическое место точек отклонения; p – вероятность того, что модуль ошибки оценки координат ИРИ $\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|$ окажется меньше r . Тогда ХВО можно определить как вероятность:

$$P(\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\| < r) = p \quad (2.320)$$

т. е. ХВО есть вероятность p того, что модуль ошибки оценки координат $\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|$ окажется меньше некоторого значения r . ХВО может быть интерпретирована геометрическим местом точек вокруг истинного местоположения ИРИ и вероятностью того, что оценки местоположения ИРИ окажутся внутри этого геометрического места точек. Геометрическое место точек может быть отрезком LEP (Line Error Probability) для переменной x ($n=1$, одномерный вектор \mathbf{x} , окружностью CEP (Circular Error Probability) для двумерного вектора $\mathbf{x}=[x,y]^T$ при $n=2$ и сферой SEP (Spherical Error Probability) для трехмерного вектора $\mathbf{x}=[x,y,z]^T$ при $n=3$. На Рис. 2.21 (скрипт 2.13) для модели несмещенных ошибок с нулевым средним метрики LEP, CEP и SEP представляют радиус r , в пределах которого накопленная ошибка равна p .

Рассмотрим пример позиционирования по алгоритму оценки местоположения по среднему из выборки промежуточных оценок координат (ПОК). Пусть $\hat{\mathbf{x}}_i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $i=1,2,\dots,N$ – n -мерный вектор ПОК ИРИ, где $n=2$ при позиционировании на плоскости и $n=3$ при позиционировании в пространстве, а N – общее число промежуточных оценок координат ИРИ. Допустим, что ошибка ПОК e_i есть гауссовская случайная величина (СВ) с нулевым средним и дисперсией σ_i^2 для всех координат, тогда вектор ПОК

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \mathbf{x} + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.321)$$

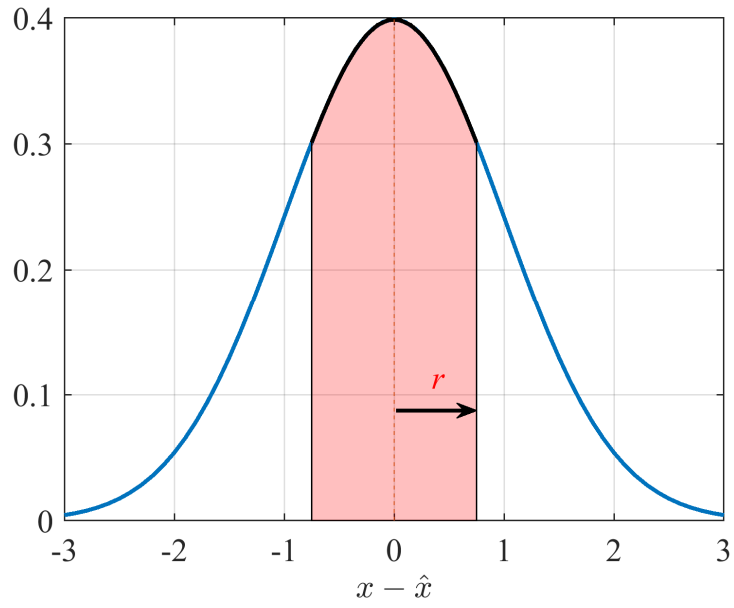
где \mathbf{x} – n -мерный вектор истинных координат ИРИ. Оценку местоположения (МП) $\hat{\mathbf{x}}$ по среднему из выборки ПОК $\hat{\mathbf{x}}_i$ можно представить выражением

$$\hat{\mathbf{x}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{x}}_i. \quad (2.322)$$

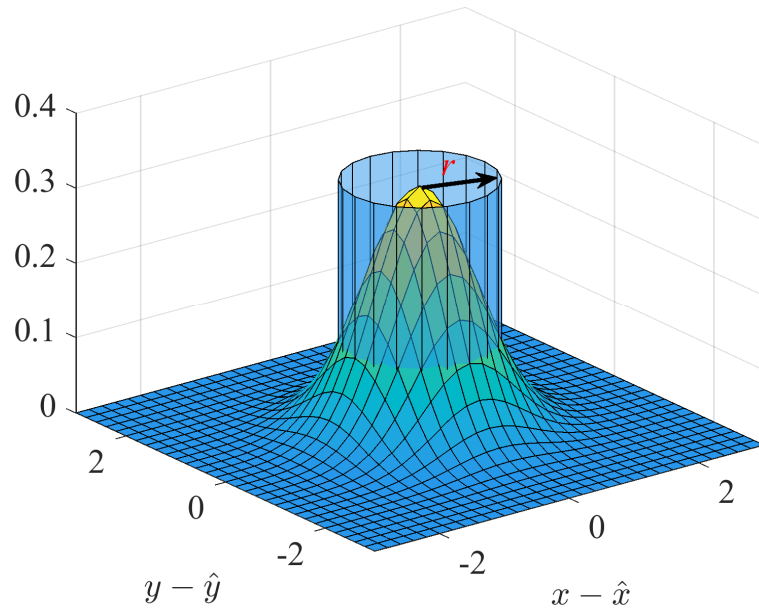
Ошибка оценки МП по среднему из выборки ПОК определяется евклидовым расстоянием между истинным МП ИРИ \mathbf{x} и оценкой $\hat{\mathbf{x}}$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|. \quad (2.323)$$

а)



б)



в)

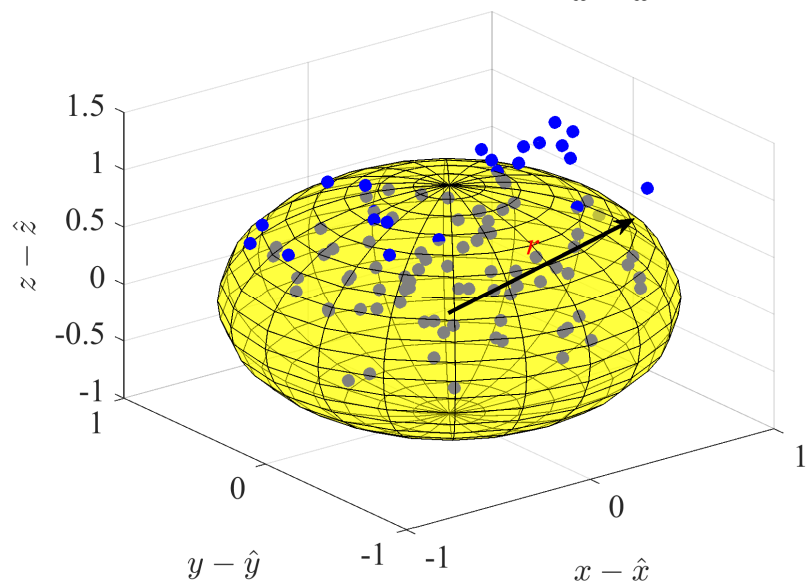


Рис. 2.21. Визуализация характеристики вероятного отклонения

Для гауссовской модели ошибок измерений с нулевым средним, функция ПВ вектора ошибок $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ определяется выражением

$$f(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}\right\}, \quad (2.324)$$

где $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – ковариационная матрица ошибок. Соответствующие выражения для оценки ХВО представлены в табл. 2.7 [124].

Табл. 2.7. Выражения для оценки ХВО для гауссовской модели

Размерность n	Метрика	Выражение
1	ЛВО (LEP)	$\oint_{ x-\hat{x} < r_{LEP}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\hat{x})^2}{2\sigma^2}} d\hat{x} = p$
2	КВО (CEP)	$\iint_{\ \hat{\mathbf{x}}-\mathbf{x}\ < r_{CEP}} \frac{1}{2\pi \boldsymbol{\Sigma} ^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}})^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}})\right\} d\hat{\mathbf{x}} = p$
3	СВО (SEP)	$\iiint_{\ \hat{\mathbf{x}}-\mathbf{x}\ < r_{SEP}} \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \boldsymbol{\Sigma} ^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}})^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}})\right\} d\hat{\mathbf{x}} = p$

Пример оценки кругового вероятного отклонения. Рассмотрим пример позиционирования на плоскости при $n=2$: вектор истинных координат ИРИ $\mathbf{x}=[x,y]^T$, вектор измерений $\hat{\mathbf{x}}_i$ также содержит две компоненты. Сформируем в имитационной модели (ИМ) N двумерных векторов из независимых СВ с нормальным распределением и вычислим характеристику КВО. На рис. 2.22 (скрипт 2.14) показаны результаты моделирования 10 выборок измерений ПОК с ошибкой $e_i \sim \mathcal{N}(0,1)$, заданной гауссовой СВ с нулевым средним и дисперсией $\sigma^2=1$. Радиус окружности r зависит от p , где p – вероятность того, что модуль ошибки оценки ПОК окажется меньше r .

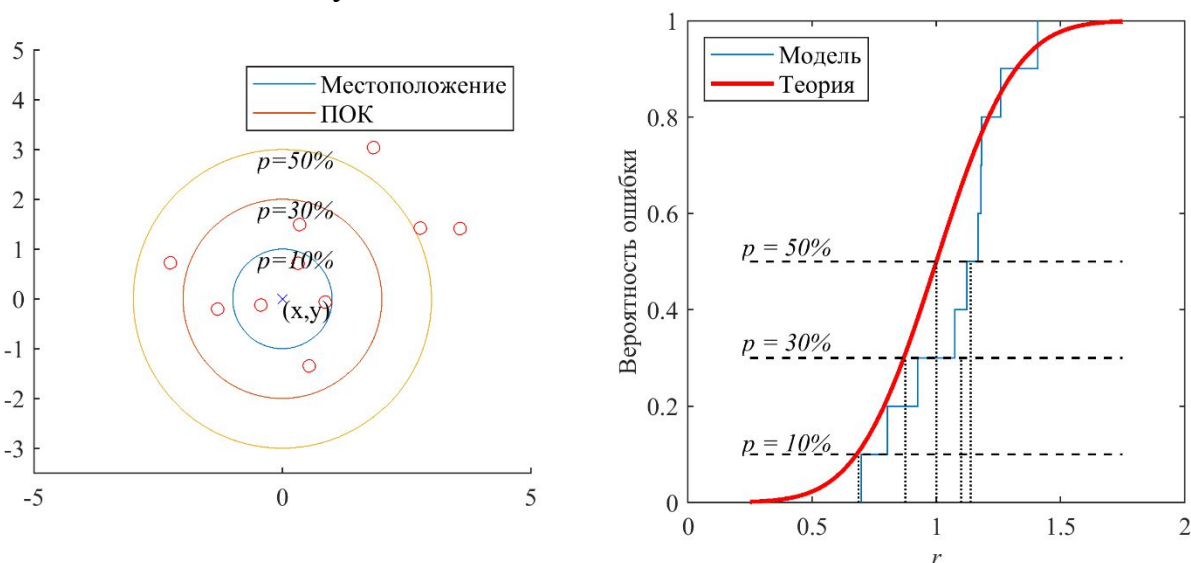


Рис. 2.22. Оценка характеристики КВО и ИФР ПОК

ПОК с небольшой ошибкой e_i могут попасть в окружность радиуса r , при этом маленькие значения радиуса r соответствуют низкой вероятности p попадания ПОК в заданную окружность; с увеличением радиуса r окружность становится больше, и ПОК с *большой* ошибкой e_i уже тоже могут попасть в заданную окружность. На рис. 2.22 (скрипт 2.14) также показан пример интегральной функции распределения (ИФР), связывающей вероятность отклонения p и радиус отклонения r : чем ниже вероятность отклонения p , тем меньше радиус отклонения ПОК от истинного местоположения ИРИ, т.е. меньше окружность, в которую могут попасть измерения ПОК; а в окружность меньшего радиуса может попасть меньше ПОК.

Эллипс рассеивания нижней границы Крамера-Рао. Оценки можно сравнивать на основе дисперсий – из двух оценок «лучше» та оценка, дисперсия которой меньше. Вполне естественно, что наибольший интерес представляют оценки с наименьшей возможной дисперсией и отсюда возникает ряд вопросов и, в частности, насколько малой может быть дисперсия оценки из некоторого класса (в частности, из класса несмещенных оценок). Для несмещенных оценок ответ на этот дает неравенство Крамера–Рао: при выполнении условий регулярности дисперсия несмещенной оценки не может быть меньше некоторой вполне определенной величины.

Априорная оценка точности измеряемых навигационных параметров основана на многочисленных исследованиях, которые происходили до конкретной обсервации. В качестве основного параметра для априорной оценки точности измеряемых величин применяется средняя квадратическая погрешность измеряемого навигационного параметра. Особенностью определения координат является то, что измерения косвенные, то есть измеряются навигационные параметры (времени или угла прихода), и их погрешности затем переносятся в погрешности координат. Рассмотрим процедуру переноса погрешностей измерений в погрешности координат. Пусть σ_{ij}^2 – погрешности первичных измерений; $i, j=1, \dots, N$, N – число измерительных пунктов приема. Ковариационная матрица погрешностей первичных измерений параметров (времени или угла прихода) \mathbf{N} определяется выражением:

$$\mathbf{N} = E \left[(\mathbf{n} - E[\mathbf{n}])(\mathbf{n} - E[\mathbf{n}])^T \right] = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \dots & \sigma_{1N}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1}^2 & \dots & \sigma_{NN}^2 \end{bmatrix} \quad (2.325)$$

На главной диагонали \mathbf{N} находятся дисперсии σ_{ii}^2 измеряемых навигационных параметров, а вне диагонали – ковариационные моменты, которые характеризуют статистическую связь между измерениями. Процедура переноса погрешностей первичных измерений σ_{ij}^2 в погрешности оценки координат местоположения в 2D σ_x^2 и σ_y^2 , заключается в получении информационной матрицы Фишера $FIM(\mathbf{x})$, где $\mathbf{x}=[x \ y]^T$ – вектор координат на плоскости, подлежащий оценке. Из $FIM(\mathbf{x})$ получают нижнюю границу Крамера-

Рао (НКГР, CRLB – Cramer–Rao Lower Bound), которая при некоторых условиях на статистическую модель даёт нижнюю границу для дисперсии σ_x^2 и σ_y^2 оценки неизвестного параметра $\mathbf{x}=[x \ y]^T$, выражая её через $FIM(\mathbf{x})$:

$$CRLB(\mathbf{x}) = \text{trace}(FIM^{-1}(\mathbf{x})) = \text{trace}(\mathbf{\Sigma}). \quad (2.326)$$

Ковариационная матрица погрешностей координат $\mathbf{\Sigma}$ для 2D:

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = (\mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J})^{-1} = FIM^{-1}(\mathbf{x}); \quad FIM(\mathbf{x}) = \mathbf{J}^T(\mathbf{x}) \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{x}) \quad (2.327)$$

где $\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{f}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N \times 2}$ – матрица частных производных функции $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{N \times 2}$ в точке \mathbf{x} , связывающей первичное измерение с оценкой координат. Матрица $\mathbf{\Sigma}$ определяется эллипс рассеивания НКГР, размер и ориентацию которого можно определить из:

$$\mathbf{\Sigma} \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v} \quad (2.328)$$

где \mathbf{v} – собственный вектор, λ – собственное значение. Ориентация и размер осей эллипса рассеивания определяются собственными векторами (ориентация) и собственными значениями (размер) и могут быть представлены:

$$\mathbf{b} = \mathbf{V} \mathbf{D}^{1/2}, \quad (2.329)$$

где \mathbf{V} – матрица собственных векторов, i -й столбец которой соответствует i -му собственному вектору $\mathbf{v}_i = [x_i \ y_i]$, а \mathbf{D} – матрица собственных значений

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}, \quad (2.330)$$

где $\sigma_i^2 = \lambda_i$ – i -е собственное значение. Тогда вектор, определяющий точку на эллипсе рассеивания НКГР, может быть представлен выражением:

$$\begin{bmatrix} x(\beta) \\ y(\beta) \end{bmatrix} = \mathbf{b} \begin{bmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix}, \quad (2.331)$$

где β – угол, отсчитываемый от направления главной оси эллипса рассеивания НКГР (рис. 2.23).

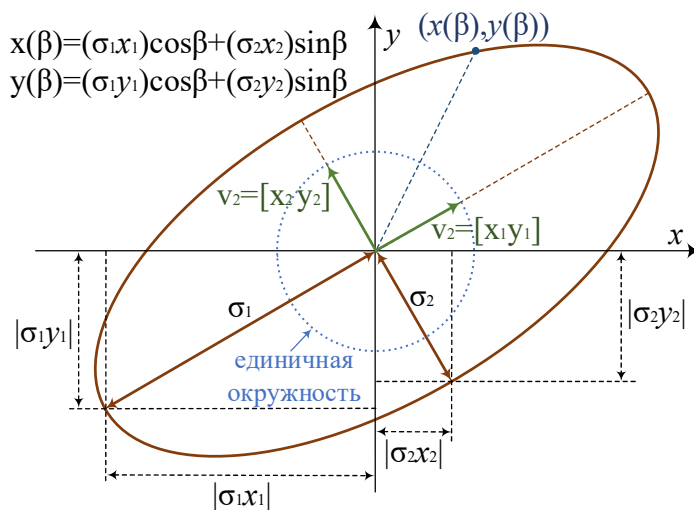


Рис. 2.23. Эллипс рассеивания нижней границы Крамера-Рао

Круговое вероятное отклонение. При оценке точности местоположения важным представляется умение охарактеризовать неопределенность местоположения одним числом. Для этих целей используют значения вероятности попадания точки в заданную область. Для двухмерного центрированного гауссовского вектора $\mathbf{x}=[x \ y]^T$ эта вероятность определяется как

$$P\{\mathbf{x} \in B_k\} = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2}} \iint_{B_k} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{2rxy}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)\right\} dx dy \quad (2.332)$$

Если в качестве B_k выступает область, ограниченная

$$B_k(x, y) = \frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{2rxy}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} = k^2, \quad (2.333)$$

то, переходя к полярным координатам, можно показать, что

$$P(\mathbf{x} : B_k(x, y) \leq k^2) = 1 - \exp\left(-\frac{k^2}{2(1-r^2)}\right). \quad (2.334)$$

Для случая независимых случайных величин при $\sigma_x=\sigma_y=\sigma$ эллипс превращается в окружность радиусом $R=k\sigma$ и, таким образом, из (2.334) получаем, что вероятность нахождения случайного вектора в круге с таким радиусом определяется распределением Рэлея при $R>0$

$$P\left(\mathbf{x} : \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sigma} \leq \frac{R}{\sigma}\right) = P\left(\sqrt{x^2 + y^2} \leq R\right) = F(R) = 1 - \exp\left\{-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (2.335)$$

Величина R , соответствующая 50% попаданию гауссовского случайного вектора в круг заданного радиуса, т.е. когда вероятность попадания равна 0,5, называется *круговой вероятной ошибкой (КВО)*, а круг, соответственно, *кругом равных вероятностей*. В англоязычной литературе для круговой вероятной ошибки используется термин *circular error probable (CEP)*. Для независимых СВ с равными СКО $\sigma_x=\sigma_y=\sigma$, 50% попадание в круг ($P=0,5$) достигается при $R=1,177\sigma$. Для круга радиуса $R=3,4\sigma$ обеспечивается попадание с вероятностью $P=0,997$. В случае если $\sigma_x \neq \sigma_y$ радиус круга, при котором достигается вероятность попадания в него, равная 0,5, либо другой вероятности следует отыскивать с помощью соотношения (2.332). Радиальная среднеквадратическая ошибка (Distance Root Mean Square (DRMS)) равна

$$DRMS = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (2.336)$$

Вероятность попадания в круг такого радиуса составляет величину 0.65-0.68 в зависимости от значений параметров эллипса рассеивания.

Удвоенная радиальная среднеквадратическая ошибка (2DRMS). Вероятность попадания в круг удвоенного радиуса зависит от конкретных соотношений СКО и коэффициента корреляции, а примерная ее величина определяется как $P=0,95$.

2.6.2. Обобщенная математическая модель методов позиционирования

Получение оценок координат (и производных координат) ИРИ в МПСР в результате обработки смесей сигналов и шумов представляет собой статистическую задачу. Если совокупность первичных измерений параметров сигналов на всех ПП МПСР однозначно определяет точку в пространстве, координаты этой точки и принимают в качестве оценки координат пространственного положения ИРИ. На практике число измеряемых параметров сигналов во всех ПП МПСР часто превышает число неизвестных координат ИРИ, т.е. имеются избыточные измерения. При этом пересчет различных «безизбыточных» групп оценок параметров сигналов в пространственные координаты ИРИ вследствие ошибок измерений дает различные положения одного и того же ИРИ. Следовательно, возникает дополнительная задача объединения избыточного числа промежуточных оценок параметров сигналов для оценки пространственных координат ИРИ. Для решения этой задачи используют, как правило, метод максимума правдоподобия ML (Maximum Likelihood) в предположении нормального распределения ошибок измерения параметров сигналов в каждом ПП МПСР. Координаты ИРИ в центральной системе координат МПСР связаны с первичными измеряемыми параметрами нелинейными функциональными соотношениями, поэтому непосредственное использование метода ML приводит к необходимости решения систем нелинейных уравнений. Чтобы обойти эту трудность, применяют два метода: линеаризация нелинейных функциональных соотношений и итеративный метод последовательных приближений. Линеаризация основана на предположении о малости ошибок измерения. Положение ИРИ оценивается относительно опорной точки с известными координатами, которая должна выбираться вблизи истинного положения ИРИ так, чтобы криволинейные поверхности положения, определяемые результатами измерений (например, гиперboloиды РДМ), можно было в окрестности опорной точки аппроксимировать касательными плоскостями. При этом ошибки измерений приводят лишь к параллельному сдвигу (но не к повороту) плоскостей. Основное достоинство метода линеаризации состоит в том, что он позволяет получить в явном виде оптимальные (максимально правдоподобные) оценки положения ИРИ и корреляционную матрицу ошибок [125].

Рассмотрим математическую модель алгоритмов оценок [126]. Обозначим вектор координат ИРИ $\mathbf{x}=[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, вектор нелинейных функций $\mathbf{f}(\mathbf{x})=[f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_M(\mathbf{x})]^T$ и вектор измерений $\mathbf{y}=[y_1, y_2, \dots, y_N]^T$, где $()^T$ – знак транспонирования. Компоненты оцениваемого n -мерного вектора \mathbf{x} – это истинные координаты местоположения ИРИ в двух- или трехмерном пространстве и возможные другие параметры, например, время излучения ИРИ t_0 для разностно-дальномерного метода (РДМ). Набор N измерений (первичных координат) $y_i, i=1, 2, \dots, N$ собран в различных местоположениях ПП.

При отсутствии случайных ошибок измерений, y_i приравнивается к известной нелинейной функции $f_i(\mathbf{x})$, которая определяет зависимость «первичных координат» от местоположения ИРИ. При аддитивных ошибках измерений n_i , i -е измерение y_i задается в виде:

$$y_i = f_i(\mathbf{x}) + n_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.337)$$

где N уравнений для y_i , $i = 1, 2, \dots, N$ измерений (2.337) могут быть записаны в векторном виде как одно уравнение для N -мерных векторов-столбцов:

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}, \quad (2.338)$$

где $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – вектор-столбец измерений; $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – вектор-столбец ошибок измерений, которые обычно предполагаются гауссовскими случайными величинами (СВ) с нулевыми средними. Вектор \mathbf{n} является случайным вектором с положительно определенной ковариационной матрицей $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{N \times N}$:

$$\mathbf{N} = E \left[(\mathbf{n} - E[\mathbf{n}])(\mathbf{n} - E[\mathbf{n}])^T \right], \quad (2.339)$$

где $E[\cdot]$ – математическое ожидание. Если \mathbf{x} рассматривается как неизвестный, но неслучайный вектор, и предполагается, что \mathbf{n} имеет нулевое математическое ожидание и нормальное распределение, тогда условная плотность вероятности (ПВ) y для данного вектора \mathbf{x} определяется как:

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\mathbf{N}|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x})]^T \mathbf{N}^{-1} [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x})] \right\}, \quad (2.340)$$

где $|\mathbf{N}|$ – определитель матрицы \mathbf{N} ; \mathbf{N}^{-1} – операция получения обратной матрицы \mathbf{N} . Вследствие симметричности и положительной определенности матрицы \mathbf{N} ее обратная матрица существует. Оценка методом МП есть такое значение \mathbf{x} , которое максимизирует выражение (2.340). Таким образом, оценка МП минимизирует целевую квадратичную функцию:

$$Q(\mathbf{x}) = [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x})]^T \mathbf{N}^{-1} [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x})]. \quad (2.341)$$

Минимизация $Q(\mathbf{x})$ – обоснованный критерий оценки \mathbf{x} , даже если ошибка измерений не имеет нормального распределения; в последнем случае говорят об оценке методом наименьших квадратов (МНК), а \mathbf{N}^{-1} рассматривается как матрица весовых коэффициентов алгоритма взвешенных наименьших квадратов (ВМНК). В общем случае, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ – нелинейная векторная функция. Если ошибки измерений малы, то можно выбрать опорную точку, заданную вектором \mathbf{x}_0 вблизи \mathbf{x} так, чтобы достаточно точно аппроксимировать $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ линейными членами ряда Тейлора [126]. Для получения алгоритма оценки вектора \mathbf{x} , $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ линеаризуется разложением ее в ряд Тейлора двумя первыми слагаемыми в окрестности \mathbf{x}_0 следующим образом:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) + \mathbf{J}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (2.342)$$

где \mathbf{x} и \mathbf{x}_0 – векторы-столбцы $n \times 1$; $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{N \times n}$ – матрица Якоби разложенной в ряд функции $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, т.е. матрица частных производных $\partial f_i(\mathbf{x}_i) / \partial \mathbf{x}_j$, $i=1, \dots, N$; $j=1, \dots, n$ размерности $N \times n$ ($n=3$ в пространстве), вычисляемая при $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}_1} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} & \cdots & \left. \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial \mathbf{x}_n} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} \\ \vdots & & \vdots \\ \left. \frac{\partial \mathbf{f}_N}{\partial \mathbf{x}_1} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} & \cdots & \left. \frac{\partial \mathbf{f}_N}{\partial \mathbf{x}_n} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} \end{bmatrix}. \quad (2.343)$$

Каждая строка данной матрицы – градиент-вектор одной из компонент $\mathbf{f}(\mathbf{x})$. Вектор \mathbf{x}_0 может быть получен как начальная оценка \mathbf{x} , определенная на предыдущей итерации, либо сформирован на основе априорно-известной информации. Будем полагать, что оценка \mathbf{x}_0 достаточно близка к искомому вектору \mathbf{x} , настолько, что представление (2.342) оказывается достаточно точной аппроксимацией. Комбинация (2.341) и (2.342) дает:

$$Q(\mathbf{x}) = (\mathbf{y}_1 - \mathbf{J}\mathbf{x})^T \mathbf{N}^{-1} (\mathbf{y}_1 - \mathbf{J}\mathbf{x}), \quad (2.344)$$

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) + \mathbf{J}\mathbf{x}_0. \quad (2.345)$$

Для определения необходимого условия оценки $\hat{\mathbf{x}}$, минимизирующей $Q(\mathbf{x})$, необходимо рассчитать градиент $Q(\mathbf{x})$, заданный выражением [126]:

$$\nabla_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial Q}{\partial x_1} \quad \frac{\partial Q}{\partial x_2} \quad \cdots \quad \frac{\partial Q}{\partial x_n} \right]^T, \quad (2.346)$$

и затем найти значение \mathbf{x} , удовлетворяющее условию $\nabla_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$.

Матрица \mathbf{N} , по определению, является симметричной, поэтому справедливо выражение $\mathbf{N}^T = \mathbf{N}$. Из того, что $(\mathbf{N}^{-1})^T = (\mathbf{N}^T)^{-1}$, следует $(\mathbf{N}^{-1})^T = \mathbf{N}^{-1}$, откуда можно сделать вывод, что матрица \mathbf{N}^{-1} также симметрична. Поэтому из $\nabla_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ для оценки $\hat{\mathbf{x}}$ можно записать выражение:

$$\nabla_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} = 2\mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J} \hat{\mathbf{x}} - 2\mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{y}_1 = \mathbf{0}. \quad (2.347)$$

Предполагая, что $\mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J}$ является невырожденной (квадратная матрица, определитель которой отличен от нуля), (2.347) имеет решение в виде:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{y}_1. \quad (2.348)$$

Подставив (2.345) в (2.348), получим

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_0 + (\mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_0)]. \quad (2.349)$$

Используя (2.349), выражение (2.344) можно представить в виде [126]:

$$Q(\mathbf{x}) = [\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}]^T \mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J} [\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}] - \mathbf{y}_1^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J} (\mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_1^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{y}_1, \quad (2.350)$$

где только первый член зависит от \mathbf{x} . Так как \mathbf{N} симметрична и положительно определена, ее собственные значения положительны, и \mathbf{N}^{-1} также положительно определена. Следовательно, условие $\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}$ минимизирует $Q(\mathbf{x})$, а (2.349) называется оценкой линеаризованным методом МНК (ЛМНК).

Подставив (2.338) и (2.342) при $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ в (2.349), запишем $\hat{\mathbf{x}}$ [126]:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + (\mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} [\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) - \mathbf{J}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \mathbf{n}], \quad (2.351)$$

откуда следует, что на ошибку оценки $\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$ влияет неточность линеаризации и ошибки измерений. Смещение (bias) оценки $\hat{\mathbf{x}}$ относительно истинного местоположения \mathbf{x} определяется выражением:

$$\mathbf{b} = E[\hat{\mathbf{x}}] - \mathbf{x}. \quad (2.352)$$

Подставив в (2.352) выражение (2.351), получим [126]:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \{ \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) - \mathbf{J}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + E[\mathbf{n}] \}. \quad (2.353)$$

Если $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ линейна, как в (2.342), и $E[\mathbf{n}] = \mathbf{0}$, тогда из (2.353) следует, что $\mathbf{b} = \mathbf{0}$ и, таким образом, оценка МНК $\hat{\mathbf{x}}$ является несмещенной. Если при измерениях наблюдаются систематические погрешности, то $E[\mathbf{n}] \neq \mathbf{0}$.

Для минимизации смещения вследствие систематической погрешности измерений следует минимизировать $E[n_i]$ посредством калибровки. Смещение вследствие нелинейности $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ может быть установлено разложением $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ рядом Тейлора в окрестности \mathbf{x}_0 и учетом членов второго порядка.

Пусть Σ – ковариационная матрица оценки $\hat{\mathbf{x}}$. Тогда, из (2.351) [126]:

$$\Sigma = E \left[(\hat{\mathbf{x}} - E[\hat{\mathbf{x}}]) (\hat{\mathbf{x}} - E[\hat{\mathbf{x}}])^T \right] = (\mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J})^{-1} = FIM^{-1}(\mathbf{x}). \quad (2.354)$$

Элементы на главной диагонали матрицы Σ представляют собой дисперсии σ ошибок оцениваемых компонентов вектора \mathbf{x} . Так как Σ входит в алгоритм (2.348) оценки $\hat{\mathbf{x}}$, ее можно вычислить одновременно с $\hat{\mathbf{x}}$. Если вектор ошибок измерений \mathbf{n} имеет нормальное распределение и нулевое математическое ожидание, алгоритмы оценки $\hat{\mathbf{x}}$ методами МЛ и ЛМНК эквивалентны алгоритму несмещенной оценки с минимальной дисперсией [126].

Если \mathbf{y} – вектор СВ, распределенных по нормальному закону, тогда из (2.348) следует, что $\hat{\mathbf{x}}$ – тоже вектор СВ с функцией плотности вероятности:

$$\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\hat{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\hat{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu}) \right\}, \quad (2.355)$$

где $\boldsymbol{\mu} = E[\hat{\mathbf{x}}]$ – это математическое ожидание вектора $\hat{\mathbf{x}}$, а ковариационная матрица оценки $\hat{\mathbf{x}}$ (2.354) определяется выражением:

$$\Sigma = E \left[(\hat{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu}) (\hat{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu})^T \right]. \quad (2.356)$$

Матрица Σ является симметричной, положительно определенной, поэтому имеет ненулевые неотрицательные собственные значения. Из (2.354) следует, что обратная матрица Σ^{-1} существует и равна $\mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J}$. Геометрическое место точек постоянных значений ПВ определяется выражением:

$$(\hat{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\hat{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu}) = k^2, \quad (2.357)$$

где k – константа, определяющая размер n -мерной области, ограниченной некоторой поверхностью. Для двухмерного случая поверхность размера k

представляет собой эллипс, для трехмерного – эллипсоид, для n -мерного – гиперэллипсоид. Если Σ не является диагональной матрицей, то направления главных осей гиперэллипсоида не совпадают с осями координат.

Левую часть (2.357) можно трактовать как расстояния Махаланобиса от вектора $\hat{\mathbf{x}}$ до множества со средним значением $\boldsymbol{\mu}$ и матрицей ковариации Σ . Расстояние Махаланобиса есть мера расстояния между векторами СВ, обобщающая понятие евклидова расстояния; также его можно определить как меру несходства между двумя случайными векторами $\hat{\mathbf{x}}$ и $\boldsymbol{\mu}$ из одного распределения вероятностей с матрицей ковариации Σ . Если матрица ковариации Σ является единичной, то расстояние Махаланобиса становится равным расстоянию Евклида; если матрица ковариации диагональная, но не обязательно единичная, то получившаяся мера расстояния носит название нормализованного расстояния Евклида. Таким образом, поверхности фиксированной ПВ оценок $\hat{\mathbf{x}}$ ограничивают эллипсоиды ошибок (2.357). Вероятность того, что оценка $\hat{\mathbf{x}}$ попадает внутрь гиперэллипсоида (2.357), размеры которого определяются константой k , определяется выражением:

$$P_{n,k} \left\{ \hat{\mathbf{x}} : (\hat{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\hat{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu}) \leq k^2 \right\} = \iint_{B_{n,k}} \cdots \int \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) d\hat{x}_1 d\hat{x}_2 \dots d\hat{x}_n \quad (2.358)$$

где $B_{n,k}$ – область интегрирования. Для упрощения (2.358) преобразуем СК, чтобы центр новой СК совпал с $\boldsymbol{\mu}$; с заменой $\boldsymbol{\gamma} = \hat{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu}$ [126]:

$$P_{n,k} \left\{ \boldsymbol{\gamma} : \boldsymbol{\gamma}^T \Sigma^{-1} \boldsymbol{\gamma} \leq k^2 \right\} = c \iint_{B_{n,k}} \cdots \int \exp\left(-\frac{1}{2} \boldsymbol{\gamma}^T \Sigma^{-1} \boldsymbol{\gamma}\right) d\gamma_1 d\gamma_2 \dots d\gamma_n, \quad (2.359)$$

где $c = ((2\pi)^2 |\Sigma|^{1/2})^{-1}$. В (2.359) оси СК следует повернуть так, чтобы их направления совпали с главными осями гиперэллипсоида. Вследствие симметрии и положительной определенности Σ , такой же является и Σ^{-1} . Следовательно, существует ортогональная матрица \mathbf{R} собственных векторов, которая диагонализует Σ^{-1} , так что $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T$ и:

$$\mathbf{D}^{-1} = \mathbf{R} \Sigma^{-1} \mathbf{R}^T = \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & & & 0 \\ & \lambda_2^{-1} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n^{-1} \end{bmatrix} = \mathbf{\Lambda}^{-1} = [\boldsymbol{\lambda}^{-1}], \quad (2.360)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ – собственные значения матрицы Σ .

В результате поворота осей СК вводится новая переменная:

$$\boldsymbol{\xi} = \mathbf{R} \boldsymbol{\gamma}. \quad (2.361)$$

Так как $\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}$, а определитель произведения матриц равен произведению определителей этих матриц, $\det \mathbf{R}$, являющийся якобианом преобразования, равен единице. Подставив (2.360) и (2.361) в (2.359), получим [126]:

$$\begin{aligned}
P_{n,k} \left\{ \xi : \sum_{i=1}^n \frac{\xi_i^2}{\lambda_i} \leq k^2 \right\} &= c \iint_{B_{n,k}} \cdots \int \exp \left(-\frac{1}{2} \xi^T \mathbf{D}^{-1} \xi \right) d\xi_1 d\xi_2 \dots d\xi_n = \\
&= c \iint_{B_{n,k}} \cdots \int \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\xi_i^2}{\lambda_i} \right) d\xi_1 d\xi_2 \dots d\xi_n.
\end{aligned} \tag{2.362}$$

где ξ_i – компоненты вектора ξ . Область $B_{n,k}$ – это внутренняя область гиперэллипсоида, длина главных полуосей которого равна $k\sqrt{\lambda_i}$, $i = 1, 2, \dots, n$. Выполнив замену переменных $\chi_i = \xi_i/\sqrt{\lambda_i}$, $i = 1, 2, \dots, n$, а также принимая во внимание тот факт, что определитель Σ равен произведению собственных значений Σ , выражение (2.362) можно упростить следующим образом [126]:

$$P_{n,k} \left\{ \sum_{i=1}^n \chi_i^2 \leq k^2 \right\} = (2\pi)^{-n/2} \iint_{B_{n,k}} \cdots \int \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \chi_i^2 \right) d\chi_1 d\chi_2 \dots d\chi_n. \tag{2.363}$$

Область интегрирования в (2.363) представляет собой внутреннюю область гиперсферы. Объем $V_n(r)$ n -мерной гиперсферы с радиусом r [126]:

$$r = \left(\sum_{i=1}^n \chi_i^2 \right)^{1/2}; \quad V_n(r) = \frac{\pi^{n/2} r^n}{\Gamma(n/2 + 1)}. \tag{2.364}$$

где $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция. Дифференциальный объем от r до dr равен [126]:

$$dV_n = \frac{n\pi^{n/2} r^{n-1}}{\Gamma(n/2 + 1)} dr = \frac{2\pi^{n/2} r^{n-1}}{\Gamma(n/2)} dr. \tag{2.365}$$

С учетом (2.364) и (2.365) интеграл (2.363) может быть представлен:

$$P_{n,k} = \frac{1}{2^{n/2-1} \Gamma(n/2)} \int_0^k r^{n-1} \exp(-r^2/2) dr, \tag{2.366}$$

где n – размерность искомого вектора $\hat{\mathbf{x}}$. Для $n=1, 2$ и 3 из (2.366) получаем

$$P_{1,k} = \operatorname{erf}(k/\sqrt{2}); \tag{2.367}$$

$$P_{2,k} = 1 - \exp(-k^2/2); \tag{2.368}$$

$$P_{3,k} = \operatorname{erf}(k/\sqrt{2}) - \sqrt{2/\pi} k \exp(-k^2/2). \tag{2.369}$$

Выражения (2.367)–(2.369), полученные в [126] через объем n -мерной гиперсферы совпадают с выражениями в табл. 2.3. При заданном $P_{n,k}$ решение (2.366)–(2.369) позволяет найти k , которое задает размеры гиперэллипсоида (2.357). Соответствующий $P_{n,k}$ эллипсоид рассеяния определяется как гиперэллипсоид, для которого $P_{n,k}$ – это вероятность нахождения $\hat{\mathbf{x}}$ внутри него, т.е., *эллипсоид рассеяния есть мера предела точности несмещенной оценки*. Скалярной мерой точности служит квадрат среднеквадратической ошибки (СКО, MSE – root mean square error) оценки МП:

$$\text{MSE} = \varepsilon_r^2 = E \left[\sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x_i)^2 \right] = \operatorname{tr}(\Sigma) + \sum_{j=1}^n b_j^2, \tag{2.370}$$

где $\text{tr}(\mathbf{\Sigma})$ – след $\mathbf{\Sigma}$, $b_j = E[\hat{\mathbf{x}}_j] - x_j$, $j = 1, 2, \dots, n$; b_j – компоненты вектора \mathbf{b} смещенной оценки. Корень из MSE есть СКО (RMSE – root mean square error):

$$\text{RMSE} = \varepsilon_r = \sqrt{E\left[\sum_{j=1}^n (\hat{x}_j - x_j)^2\right]} = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{\Sigma}) + \sum_{j=1}^n b_j^2}. \quad (2.371)$$

Потенциальная точность оценок на плоскости. Рассмотрим оценку неизвестного двумерного вектора координат ИРИ на плоскости, ковариационная матрица которого может быть представлена выражением:

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & r\sigma_x\sigma_y \\ r\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix}. \quad (2.372)$$

При этом собственные значения (используя только положительное значение корня; по определению, $\lambda_1 \geq \lambda_2$) вычисляются как [126]:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left[\sigma_x^2 + \sigma_y^2 \pm \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2} \right]. \quad (2.373)$$

Предположим, что новая СК получена путем поворота осей старой против часовой стрелки на угол θ (рис. 2.24). Вектор γ в старой СК, в новой СК обозначается как $\xi = \mathbf{R}\gamma$, где \mathbf{R} – ортогональная матрица поворота:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (2.374)$$

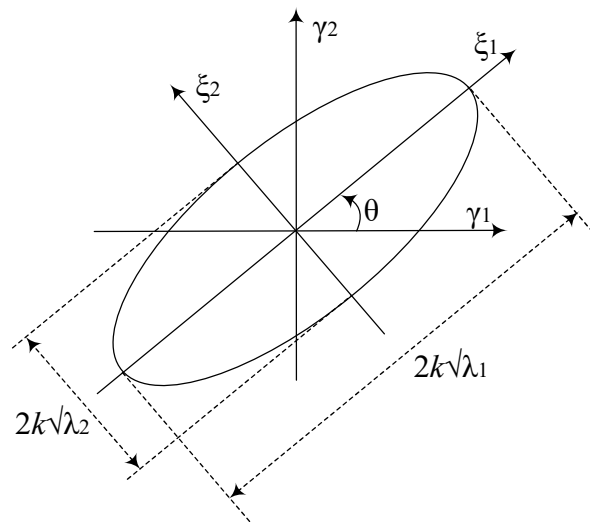


Рис. 2.24. Эллипс рассеяния и поворот координатных осей

Из (2.372) и (2.374) можно показать [126], что матрица $\mathbf{R}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{R}^T$ является диагональной, а столбцы \mathbf{R} её собственные вектора, если выполняется

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2r\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2} \right), \quad -\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}. \quad (2.375)$$

При $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ и $r=0$ из (2.375) получаем $\theta=0$. Т.к. определитель матрицы равен произведению ее собственных значений, то $\lambda_1\lambda_2 = \sigma_x^2\sigma_y^2 - \sigma_{xy}^2$. Тогда диагональная матрица (2.360) может быть записана в форме [126]:

$$[\lambda^{-1}] = \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & 0 \\ 0 & \lambda_2^{-1} \end{bmatrix}, \text{ если } \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2; [\lambda^{-1}] = \begin{bmatrix} \lambda_2^{-1} & 0 \\ 0 & \lambda_1^{-1} \end{bmatrix}, \text{ если } \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \quad (2.376)$$

Так как, согласно (2.354), Σ^{-1} существует, собственные значения принимают ненулевые значения и, следовательно, $[\lambda^{-1}]$ определена. Эллипс рассеяния, заданный как $\gamma^T \Sigma^{-1} \gamma = k^2$ в старых координатах, в новой СК задан как $\xi^T \mathbf{D}^{-1} \xi = k^2$ и указывает на то, что новые оси координат совпадают с главными осями эллипса. Таким образом, (2.375) представляет поворот одной из главных осей эллипса на угол θ относительно старых осей координат. На рис. 2.24 изображен сам эллипс рассеяния и соответствующий угол θ поворота его оси. Так как $\lambda_1 \geq \lambda_2$, большая и малая оси эллипса имеют длины $2k\sqrt{\lambda_1}$ и $2k\sqrt{\lambda_2}$, соответственно. Если эллипс окружает область, включающую вектор СВ, распределенных по нормальному закону с вероятностью $P_{n,k}$, тогда из выражения (2.368) для случая на плоскости при $n=2$ следует [126]:

$$k^2 = -2 \ln(1 - P_2). \quad (2.377)$$

Значения k^2 для $n=2$ соответствуют определенным областям заданной вероятности: 50%–1,386; 60%–1,832; 70%–2,408; 80%–3,219; 90%–4,605 [128]. Получив выражения для $P_{n,k}$ в (2.366)–(2.369) и однозначно определив область эллипса оценки НГКР в (2.377), далее рассмотрим метрику КВО (СЕР – Circular Error Probability) при позиционировании ИРИ на плоскости.

Предположим, что двумерный вектор СВ $\hat{\mathbf{x}}$, распределенных по нормальному закону, описывает оценку МП ИРИ. В таком случае грубой, но относительно простой метрикой оценки точности позиционирования является КВО, которое определяется радиусом окружности, центр которой совпадает со средним значением вычисленной оценки, и содержит половину реализаций случайного вектора $\hat{\mathbf{x}}$. КВО – мера неопределенности оценки $\hat{\mathbf{x}}$ относительно его МО $E[\hat{\mathbf{x}}]$. Если оценка является несмещенной, то КВО является мерой неопределенности оценки $\hat{\mathbf{x}}$ относительно истинного МП \mathbf{x} . Если же смещение ограничено значением В, тогда с вероятностью 0,5 выборочная оценка находится в пределах В+СЕР от истинного МП (рис. 2.25).

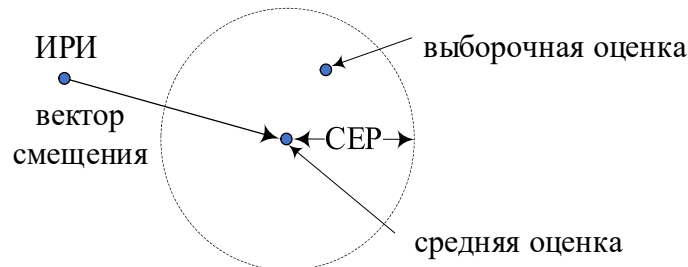


Рис. 2.25. Геометрическая трактовка метрики КВО

Из определения КВО следует, что его значение можно найти, решив:

$$0,5 = \iint_{B_{n,k}} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) d\hat{x}_1 d\hat{x}_2; \quad B_{n,k} = \left\{ \hat{\mathbf{x}} : |\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{m}| \leq \text{СЕР} \right\}. \quad (2.378)$$

Аналогично выводу (2.362), после поворота СК получаем [126]:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\lambda_1\lambda_2}} \iint_{B_{n,k}} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \frac{\xi_i^2}{\lambda_i}\right) d\xi_1 d\xi_2; B_{n,k} = \left\{ \xi: (\xi_1^2 + \xi_2^2)^{1/2} \leq \text{СЕР} \right. \quad (2.379)$$

где λ_i заданы выражениями (2.373). Перейдя к полярной системе координат и сделав замену переменных $\xi_1=r \cdot \cos\theta$ и $\xi_2=r \cdot \sin\theta$, получим [126]:

$$\pi\sqrt{\lambda_1\lambda_2} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\text{СЕР}} r \exp\left[-\frac{r^2}{2} \left(\frac{\cos^2\theta}{\lambda_1} + \frac{\sin^2\theta}{\lambda_2}\right)\right] dr d\theta. \quad (2.380)$$

Из анализа (2.380) следует [126]: если $\sigma_{xy}=0$, $\sigma_x=\sigma_y=\sigma$, $\lambda_1=\lambda_2=\sigma^2$, и $\text{СЕР}=1,177\sigma$; в общем случае, когда $\lambda_1 \neq \lambda_2$, численное интегрирование приводит к аппроксимации с точностью до одного процента [126]

$$\text{СЕР} \approx 0,563\sqrt{\lambda_1} + 0,614\sqrt{\lambda_2}. \quad (2.381)$$

Аппроксимация (2.380) с точностью до десяти процентов [126]

$$\text{СЕР} \approx 0,75\sqrt{\lambda_1 + \lambda_2} = 0,75\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (2.382)$$

Знак равенства в правой части (2.382) объясняется тем, что след матрицы равен сумме ее собственных значений. Для несмещенной оценки из (2.371) следует, что $\text{СЕР} \approx 0,75 \cdot \text{RMSE}$. КВО, в отличие от эллипса рассеивания, не дает информации о направлении разброса. Для численной оценки радиуса КВО нужно оценить вероятность того, что случайная двумерная величина $\mathbf{x}=[x \ y]^T$ попадает в круг заданного радиуса СЕР в 2D:

$$P = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \iint_{x^2+y^2 \leq R^2} dx dy \cdot \exp\left(-\frac{(x/\sigma_1)^2 + (y/\sigma_2)^2}{2}\right), \quad (2.383)$$

где $\lambda_1=\sigma_1^2$, $\lambda_2=\sigma_2^2$ – собственные числа ковариационной матрицы Σ , а $P=0,5$ – вероятность того, что СВ попадает в круг радиуса $R=\text{СЕР}$. Подставляя $x/\sigma_1=r \cos\theta$ и $y/\sigma_2=r \sin\theta$ в (2.383) вместе с якобианом преобразования r :

$$P = \frac{1}{2\pi} \iint_{r^2 \leq R^2 / (\sigma_1^2 \cos^2\theta + \sigma_2^2 \sin^2\theta)} r \cdot \exp(-r^2/2) dr d\theta, \quad (2.384)$$

Интегрируя (2.384) по переменной r , получим

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta e^{-\frac{R^2}{2(\sigma_1^2 \cos^2\theta + \sigma_2^2 \sin^2\theta)}} = 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(\theta) d\theta. \quad (2.385)$$

$$f(\theta) = \exp\left(-\frac{R^2}{\sigma_1^2 \cos^2\theta + \sigma_2^2 \sin^2\theta}\right) \quad (2.386)$$

$f(\theta)$ периодическая и (2.385) можно оценить методом трапеций [127]:

$$P = 1 - \frac{1}{N} \left[\frac{1}{2} f(\theta_0) + \frac{1}{2} f(\theta_N) + \sum_{k=1}^{N-1} f(\theta_k) \right]; \theta_k = \frac{k}{N} \frac{\pi}{2}; k = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (2.387)$$

где N – число подразделений на интервале $[0, \pi/2]$. Далее, в разделе 2.6.3 выполним анализ РДМ; в разделе 2.6.4 выполним анализ УМ.

2.6.3. Анализ разностно-дальномерного метода

Алгоритм оценки разностно-дальномерного метода. Пусть t_0 – время излучения сигнала ИРИ, а t_1, t_2, \dots, t_N – времена прихода излученного сигнала от ИРИ на N ПП $i = 1, 2, \dots, N$ (рис. 2.26). Обозначим координаты ПП векторами $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N$, где $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ – вектор-столбец размерности $n \times 1$. Если скорость распространения сигнала равна $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, а d_i – расстояние между ИРИ и i -м пунктом приема, время прихода сигнала на ПП $_i$ можно определить следующим выражением:

$$t_i = t_0 + d_i/c + n_{ii}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.388)$$

где n_{ii} – ошибка измерения времени прихода сигнала на ПП $_i$.

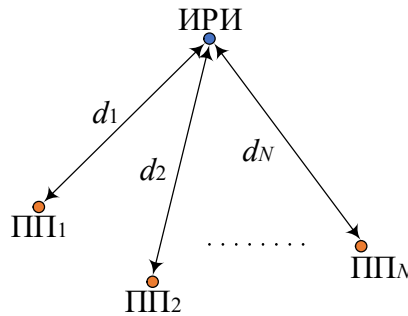


Рис. 2.26. ИРИ и N пунктов приема

В векторном виде уравнения (2.388) можно записать в виде

$$\mathbf{t} = t_0 \mathbf{1} + \mathbf{d}/c + \mathbf{n}_t, \quad (2.389)$$

где $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – вектор-столбец времен прихода сигнала; $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – вектор-столбец расстояний между ИРИ и ПП $_i$ с координатами $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$, $i = 1, 2, \dots, N$; $\mathbf{n}_t \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – вектор-столбец ошибок измерений времен прихода сигналов; $\mathbf{1} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – единичный вектор-столбец.

Рассмотрим алгоритм РДМ для случая, когда помимо оцениваемого трехмерного вектора $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$ вычисляется время излучения ИРИ t_0 . Тогда выражение (2.389) представляет собой частный случай обобщенного выражения (2.338), где $\mathbf{y} = \mathbf{t}$, $\mathbf{f}(\mathbf{x}_t) = t_0 \mathbf{1} + \mathbf{d}/c$, $\mathbf{n} = \mathbf{n}_t$ и $\mathbf{x}_t = [t_0, x, y, z]^T$. Для случая прямой видимости LOS (Line of Sight) расстояние d_i , по которому распространяется сигнал от ИРИ до ПП $_i$, определяется выражением $d_i = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|_2$, где $\|\cdot\|_2$ – евклидова норма вектора. Пусть вектор $\mathbf{x}^0 = [x^0, y^0, z^0]^T$ определяет опорную точку в окрестности $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$ истинного местоположения ИРИ, тогда расстояние от ПП $_i$ до опорной точки равно $d_i^0 = \|\mathbf{x}^0 - \mathbf{x}_i\|_2$. Согласно (2.343) при $\mathbf{x}_t^0 = [0, x^0, y^0, z^0]^T$ матрица Якоби для РДМ определяется как [126]

$$\mathbf{J} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{F}/c], \quad (2.390)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} (\mathbf{x}^0 - \mathbf{x}_1)^T / d_1^0 \\ \vdots \\ (\mathbf{x}^0 - \mathbf{x}_N)^T / d_N^0 \end{bmatrix}. \quad (2.391)$$

Каждая строка матрицы \mathbf{F} представляет собой единичный вектор, направленный от ПП $_i$ с координатами $\mathbf{x}_i=[x_i, y_i, z_i]^T$ к опорной точке с координатами $\mathbf{x}^0=[x^0, y^0, z^0]^T$. В гиперболических системах непосредственная оценка времени излучения сигнала ИРИ t_0 не выполняется. Параметр t_0 исключается из (2.388) путем измерения разности времен прихода сигналов

$$t_i - t_{i+1} = (d_i - d_{i+1})/c + n_i, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad (2.392)$$

где n_i – ошибка измерений разности времен прихода сигналов. При измерении разности $t_i - t_{i+1}$ ошибки измерений определяются выражением

$$n_i = n_{ii} - n_{ii+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1. \quad (2.393)$$

Ошибка измерений n_i имеет нулевое среднее, если следующие друг за другом измерения n_{ii} и n_{ii+1} имеют одинаковые математические ожидания, даже если они ненулевые. Ненулевое среднее $E[n_i]$ может быть результатом рассинхронизации/раскалибровки ПП. При оценке разности времен прихода сигналов $t_i - t_{i+1}$ посредством кросс-корреляции, (2.393) может и не соблюдаться. В матричном виде (2.392) можно представить как [126]:

$$\mathbf{Ht} = \mathbf{Hd}/c + \mathbf{n}, \quad (2.394)$$

где $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{(N-1) \times N}$ – матрица вида

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.395)$$

Если (2.393) справедливо, тогда справедливо следующее выражение

$$\mathbf{n} = \mathbf{Hn}_t. \quad (2.396)$$

где $\mathbf{n}_t \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – вектор-столбец ошибок измерений времен прихода сигнала.

Рассмотрим алгоритм РДМ для случая, когда оценивается трехмерный вектор $\mathbf{x}=[x, y, z]^T$. Тогда выражение (2.394) представляет собой частный случай обобщенного выражения (2.338), где $\mathbf{y}=\mathbf{Ht}$, $\mathbf{f}(\mathbf{x})=\mathbf{Hd}/c$. Согласно (2.343) при $\mathbf{x}=[x, y, z]^T$ матрица Якоби определяется выражением

$$\mathbf{J} = \mathbf{HF}/c, \quad (2.397)$$

где матрица \mathbf{F} определяется выражением (2.391).

Обозначим через \mathbf{N}_t ковариационную матрицу ошибок измерений времен прихода сигналов. Если выражение (2.394) справедливо, тогда ковариационная матрица ошибок разностных измерений \mathbf{N} , определяемая обобщенным выражением (2.339), связана с \mathbf{N}_t выражением

$$\mathbf{N} = \mathbf{HN}_t\mathbf{H}^T. \quad (2.398)$$

Подставив (2.397) в (2.349), получим оценку МНК для алгоритма РДМ

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^0 + c(\mathbf{F}^T\mathbf{H}^T\mathbf{N}^{-1}\mathbf{HF})^{-1}\mathbf{F}^T\mathbf{H}^T\mathbf{N}^{-1}(\mathbf{Ht} - \mathbf{Hd}^0/c), \quad (2.399)$$

где $\mathbf{d}^0 \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – вектор-столбец расстояний от ПП $_i$, $i = 1, 2, \dots, N$ до опорной точки $\mathbf{x}^0=[x^0, y^0, z^0]^T$. Оценка (2.399) является несмещенной, если \mathbf{n} является

вектором случайных величин с нулевым средним, а также если ошибка линеаризации пренебрежимо мала. Ковариационная матрица оценки, определяемая обобщенным выражением (2.354), для алгоритма РДМ имеет вид

$$\Sigma = c \left(\mathbf{F}^T \mathbf{H}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{F} \right)^{-1}. \quad (2.400)$$

Оценка МНК для алгоритма РДМ (2.399) справедлива для условий прямой видимости между ИРИ и ПП МПСР. В общем случае, алгоритм оценки МНК требует знания статистик ошибок измерений. Однако, при использовании (2.398), если ковариации ε_i равны нулю, а дисперсии одинаковы и равны σ_i^2 , то оценка (2.399) оказывается независима от σ_i^2 . Равенство дисперсий ошибок измерений ε_i оказывается обоснованным допущением для одинаковых пунктов приема. Обозначим через σ_{ii}^2 дисперсию ошибки ε_i измерения времени прихода сигнала t_i на i -й ПП $_i$, тогда квадрат СКО (MSE – mean square error) ошибки измерения дальности определяется выражением $c^2 \sigma_s^2$, где σ_s^2 – средняя дисперсия ошибок времен прихода сигналов:

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_{ii}^2. \quad (2.401)$$

Геометрический фактор снижения точности позиционирования GDOP (Geometric Dilution Of Precision) определяется как отношение квадратного корня из СКО оценки местоположения (RMSE) к квадратному корню из СКО ошибки измерения дальности. Из (2.371) для РДМ с алгоритмом несмещенной оценки GDOP определяется выражением:

$$\text{GDOP} = \frac{\sqrt{\text{trace}(\Sigma)}}{c \sigma_s}. \quad (2.402)$$

GDOP показывает, насколько ошибка измерения дальности, определяемая $c \sigma_s$, масштабируется геометрическими соотношениями расположения ИРИ и ПП МПСР. Если расположение ПП относительно ИРИ таково, что дисперсии времен прихода сигналов примерно одинаковы, то GDOP слабо зависит от $c \sigma_s$. Для ОМП на плоскости из (2.382) и (2.402) следует, что

$$\text{СЕР} \approx (0,75 c \sigma_s) \text{GDOP}. \quad (2.403)$$

Так как дисперсии времен прихода сигнала σ_i^2 являются преимущественно результатом шума измерений, обоснованным является представление ошибки измерения ε_i в виде суммы значения постоянного смещения и СВ шума с нулевым средним и нормальным распределением. Граница Крамера-Рао для оценки времени прихода сигнала в условиях аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ) определяется выражением [126]:

$$\sigma_i = \left[(2E/N_0) \beta_r^2 \right]^{-1}, \quad (2.404)$$

где E – энергия сигнала ИРИ, $N_0/2$ – двусторонняя спектральная плотность мощности (СПМ) шума, β_r^2 – функция измерительной РДМ системы, в том числе, ширины полосы. Если $S(\omega)$ – преобразование Фурье сигнала ИРИ, то

$$\beta_r^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |S(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega}. \quad (2.405)$$

Если принятый от ИРИ сигнал представляет собой последовательность импульсов, то E – это сумма энергий отдельных импульсов. Для сигналов РЛС с последовательностью импульсов длительностью T_p , каждый из которых прошел через фильтр с полосой пропускания B , подходящая аппроксимация функции β_r^2 следует из (2.405) и определяется [126]

$$\beta_r^2 \approx 2B/T_p, \quad BT_p \gg 1. \quad (2.406)$$

Для сигналов радиосвязи с равномерным распределением $S(\omega)$ в полосе B аппроксимация функции β_r^2 следует из (2.405) и определяется [126]

$$\beta_r^2 \approx \pi^2 B^2/3. \quad (2.407)$$

Анализ частного случая разностно-дальномерного метода. Рассмотрим частный случай позиционирования ИРИ РДМ с тремя ПП на плоскости; оценке подлежит вектор из двух координат $\mathbf{x}=[x \ y]^T$. Плоскостная модель обоснована для случая, когда ИРИ и ПП находятся на поверхности Земли достаточно близко друг к другу настолько, что кривизной Земли можно пренебречь. Предполагается, что один из трех ПП является опорным и выполняет сбор измерений времени прихода сигналов от других двух ПП для вычисления разностей времен прихода и последующей обработки с оценкой местоположения ИРИ. Предположим, что ошибки измерений времени прихода сигналов n_{ti} на ПП $_i$ являются некоррелированными СВ, тогда ковариационная матрица ошибок измерений времен прихода сигналов \mathbf{N}_t :

$$\mathbf{N}_t = \begin{bmatrix} \sigma_{t1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{t2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{t3}^2 \end{bmatrix}. \quad (2.408)$$

Матрица \mathbf{H} (2.395) для случая трех ПП $N=3$ определяется выражением

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.409)$$

Обозначим через φ_{0i} азимут прихода сигнала от опорной точки (ОТ) оценки ИРИ с координатами $\mathbf{x}^0=[x^0 \ y^0]^T$ на ПП $_i$ $\mathbf{x}_i=[x_i \ y_i]^T$, тогда (рис. 2.27)

$$\theta_{0i} = \tan^{-1} \left(\frac{y^0 - y_i}{x^0 - x_i} \right), \quad i = 1, 2, 3. \quad (2.410)$$

Выражение (2.391) для случая трех ПП $N=3$ определяется как

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{01} & \sin \theta_{01} \\ \cos \theta_{02} & \sin \theta_{02} \\ \cos \theta_{03} & \sin \theta_{03} \end{bmatrix}. \quad (2.411)$$

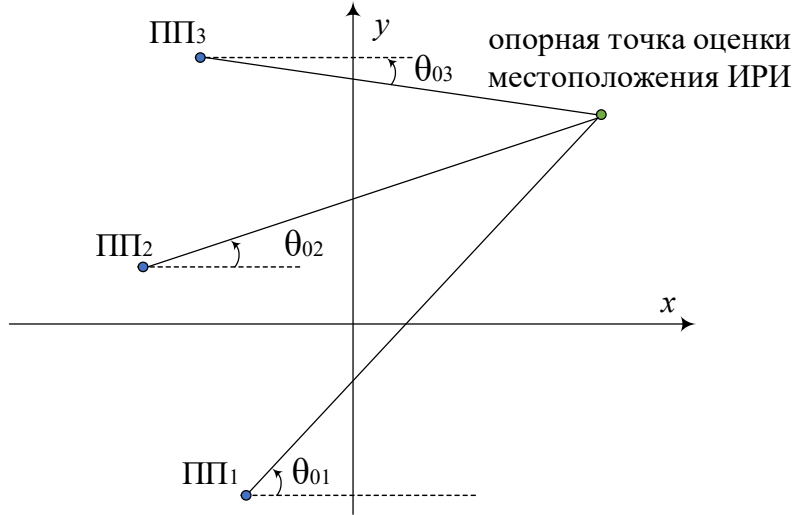


Рис. 2.27. Определение азимутов углов прихода для ОТ и трех ПП

Ковариационную матрицу Σ можно оценить, подставив (2.398), (2.408), (2.409) и (2.411) в (2.400). Компоненты матрицы Σ , согласно (2.372), определяются выражениями [126]

$$\sigma_x^2 = \alpha \left[\sigma_{t1}^2 (\sin \theta_{02} - \sin \theta_{03})^2 + \sigma_{t2}^2 (\sin \theta_{01} - \sin \theta_{03})^2 + \sigma_{t3}^2 (\sin \theta_{01} - \sin \theta_{02})^2 \right]. \quad (2.412)$$

$$\sigma_y^2 = \alpha \left[\sigma_{t1}^2 (\cos \theta_{02} - \cos \theta_{03})^2 + \sigma_{t2}^2 (\cos \theta_{01} - \cos \theta_{03})^2 + \sigma_{t3}^2 (\cos \theta_{01} - \cos \theta_{02})^2 \right]. \quad (2.413)$$

$$\sigma_{xy} = \alpha \left[\sigma_{t1}^2 (\cos \theta_{03} - \cos \theta_{02})(\sin \theta_{02} - \sin \theta_{03}) + \sigma_{t2}^2 (\cos \theta_{03} - \cos \theta_{01})(\sin \theta_{01} - \sin \theta_{03}) + \sigma_{t3}^2 (\cos \theta_{02} - \cos \theta_{01})(\sin \theta_{01} - \sin \theta_{02}) \right]. \quad (2.414)$$

$$\alpha = c^2 \left[(\cos \theta_{01} - \cos \theta_{02})(\sin \theta_{02} - \sin \theta_{03}) - (\cos \theta_{02} - \cos \theta_{03})(\sin \theta_{01} - \sin \theta_{02}) \right]^{-2}. \quad (2.415)$$

Из (2.412) – (2.415) следует, что при равенстве любых двух углов дисперсии σ_x^2 , σ_y^2 и $\sigma_{xy} \rightarrow \infty$: такая ситуация возможна тогда, когда ОТ оценки местоположения ИРИ находится вдоль линии, соединяющей два ПП.

Оценка по алгоритму МНК для частного случая РДМ с тремя ПП следует из (2.399) и определяется выражением [126]

$$\hat{x} = x^0 + \sqrt{\alpha} \left[(t_1 - d_1^0/c)(\sin \theta_{02} - \sin \theta_{03}) + (t_2 - d_2^0/c)(\sin \theta_{03} - \sin \theta_{01}) + (t_3 - d_3^0/c)(\sin \theta_{01} - \sin \theta_{02}) \right]. \quad (2.416)$$

$$\begin{aligned}\hat{y} = y^0 + \sqrt{\alpha} & \left[(t_1 - d_1^0/c)(\cos \theta_{03} - \cos \theta_{02}) + \right. \\ & (t_2 - d_2^0/c)(\cos \theta_{01} - \cos \theta_{03}) + \\ & \left. (t_3 - d_3^0/c)(\cos \theta_{02} - \cos \theta_{01}) \right].\end{aligned}\quad (2.417)$$

Для оценки расстояния между опорным ПП и ИРИ можно провести ось x через опорный ПП и ОТ оценки местоположения ИРИ так, чтобы расположение опорного ПП совпадало с началом координат. Если опорная точка оценки местоположения ИРИ достаточно близка к истинному местоположению ИРИ, тогда за расстояние между опорным ПП и ИРИ можно принять оценку \hat{x} в (2.416), а дисперсию оценки можно аппроксимировать значением σ_x^2 в (2.412). В противном случае расстояние между опорным ПП и ИРИ можно оценить как $\sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2}$. Азимут направления прихода сигнала от ИРИ к опорному ПП, отсчитываемый от оси x , определяется выражением

$$\hat{\theta} = \tan^{-1}(\hat{y}/\hat{x}). \quad (2.418)$$

Смещение оценки по алгоритму МНК для частного случая РДМ с тремя ПП следует из (2.353) и определяется выражением [126]

$$\begin{aligned}b_1 = b_x = \sqrt{\alpha} & \{ E[n_{t1}](\sin \theta_{02} - \sin \theta_{03}) + E[n_{t2}](\sin \theta_{03} - \sin \theta_{01}) \\ & + E[n_{t3}](\sin \theta_{01} - \sin \theta_{02}) \}.\end{aligned}\quad (2.419)$$

$$\begin{aligned}b_2 = b_y = \sqrt{\alpha} & \{ E[n_{t1}](\cos \theta_{03} - \cos \theta_{02}) + E[n_{t2}](\cos \theta_{01} - \cos \theta_{03}) \\ & + E[n_{t3}](\cos \theta_{02} - \cos \theta_{01}) \}.\end{aligned}\quad (2.420)$$

Ненулевые значения $E[n_{ti}]$ являются результатом рассинхронизации ПП, а также погрешности определения их собственных координат.

Допустим, вектор $\mathbf{n} = \mathbf{H}\mathbf{n}_t$ в (2.396) содержит СВ, распределенные по нормальному закону, тогда (2.373), (2.381) вместе с (2.412) – (2.415) позволяют получить СЕР для рассмотренного частного случая трех ПП в зависимости от углов и дисперсий времен прихода сигналов. Для фиксированного расположения ПП, геометрическое место точек местоположения ИРИ с постоянным значением СЕР можно вычислить. Для вычисления СЕР пересчет в декартовы координаты осуществляется с использованием (2.410), а ОТ предполагается настолько близкой к истинному местоположению ИРИ, что обосновано допущение $d_i^0 = d_i$. Обозначим через L протяженность линейного расположения трех ПП с координатами $(0, -L/2)$, $(0, 0)$, $(0, L/2)$. Допустим, в (2.404) достигается нижняя граница, тогда дисперсия

$$\sigma_t^2 = N_0 / (2E\beta_r^2). \quad (2.421)$$

Энергию принятого сигнала от ИРИ на ПП $_L$, расположенном на расстоянии $d_i^0 = L$, можно аппроксимировать как E/L^n , где n – показатель потерь распространения радиоволн (РРВ), тогда дисперсия измерений на ПП $_L$

$$\sigma_{iL}^2 = \sigma_i L^n = \frac{N_0 L^n}{2E\beta_r^2}. \quad (2.422)$$

Дисперсию измерений на ПП_{*i*}, расположенном на расстоянии d_i^0 , $i=1,2,3$, можно определить через (2.422) выражением

$$\sigma_{ii}^2 = \sigma_{iL}^2 (d_i^0/L)^n, \quad i=1,2,3, \quad (2.423)$$

где σ_{iL}^2 – нижняя граница σ_{ii}^2 при $d_i^0=L$. На рис. 2.28 (скрипт 2.15) показаны нормированные контуры КВО РДМ при $n=2$ и 4 для расположения трех ПП в линию и треугольник в точках $(0, -L/2)$, $(-L/2, 0)$, $(0, L/2)$.

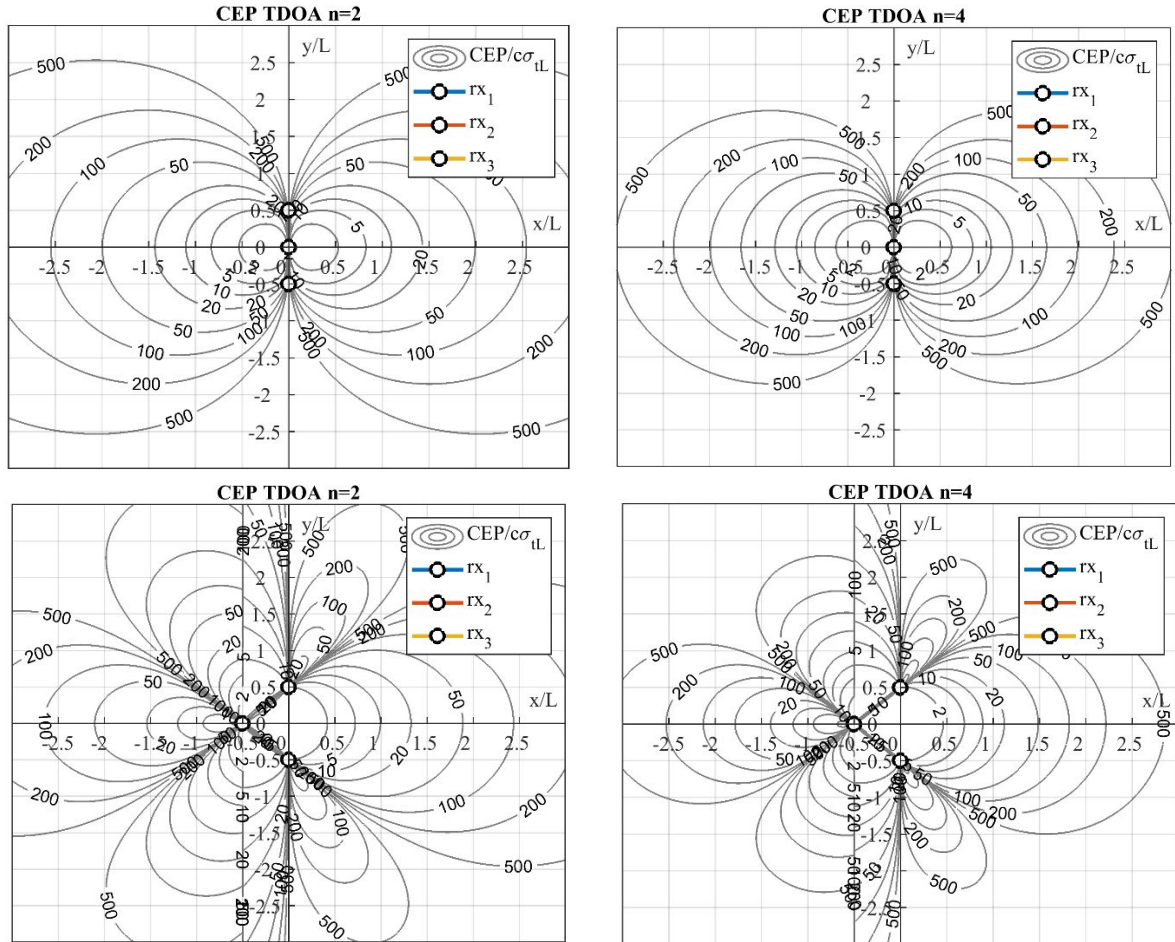


Рис. 2.28. Нормированный контур КВО РДМ для трех ПП в линию и треугольник

Значения на кривых означают нормированный к L радиус КВО. Радиус КВО есть радиус окружности, в которую попадает оценка МП ИРИ с вероятностью 50%; чем он больше, тем выше отклонение от истинного МП. Из сравнения контуров для $n=2$ и 4 следует, что чем выше показатель потерь РРВ n , тем выше ошибка ОМП по критерию КВО; для одинаковых значений отсчетов по оси x/y радиус КВО окажется выше в случае $n=4$ по сравнению с $n=2$, что объясняет увеличение ошибки ОМП. Также специфичны контуры вдоль пересечения линий, проходящих через два ПП. Это накладывает ограничение на территориальное распределение ПП: отклонение от линейного расположения нежелательно для широкой зоны охвата МПСР.

2.6.4. Анализ угломерного метода

Алгоритм оценки угломерным методом. Отдельные угломерные измерения азимута и угла места на двух и более стационарных пунктах приема МПСР или же по ходу движения подвижного ПП комбинируются для последующей оценки местоположения ИРИ в пространстве. При отсутствии шума измерений линии направления прихода сигнала от ИРИ на двух и более пунктах приема пересекутся в одной точке и обозначат точное местоположение ИРИ. При наличии шума измерений линии направления прихода сигнала от ИРИ на двух и более пунктах приема уже не пересекутся в одной точке, поэтому для ОМП ИРИ требуется обработка (рис. 2.29).

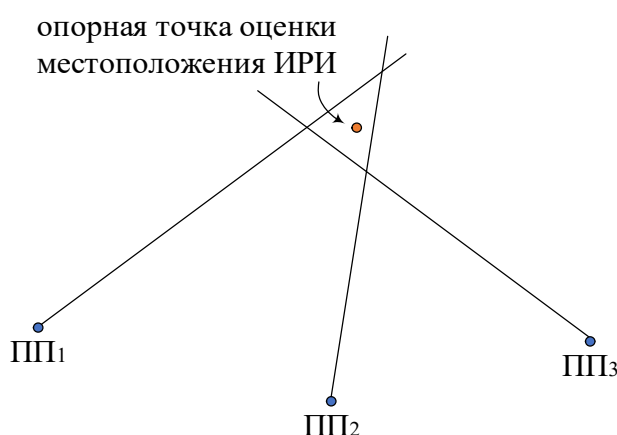


Рис. 2.29. Линии направлений прихода сигналов на трех ПП

Обозначим через φ_i – угол места, а через θ_i – азимут, измеренные на ПП_{*i*} относительно линии отсчета в пространстве, линия отсчета при этом параллельна оси x (рис. 2.30).

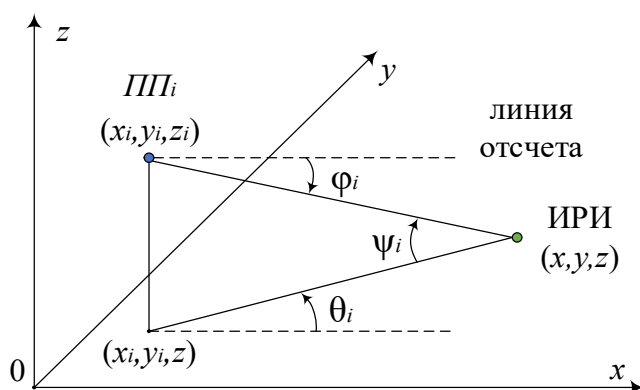


Рис. 2.30. Определение углов прихода для УМ

Пусть (x_i, y_i, z_i) – координаты ПП_{*i*}, а (x, y, z) – неизвестные координаты ИРИ, тогда при отсутствии ошибок измерений угол места равен

$$\varphi_i = \cos^{-1} \left(\frac{x - x_i}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}} \right), \quad 0 \leq \theta_i \leq \pi. \quad (2.424)$$

На рис. 2.30 азимут θ_i определяется в плоскости ИРИ, перпендикулярной оси z и отсчитывается против часовой стрелки от линии отсчета, параллельной оси x . Если угол возвышения ψ_i ПП $_i$ относительно ИРИ известен, тогда азимут θ_i может быть вычислен по геометрическому соотношению

$$\cos \varphi_i = \cos \theta_i \cos \psi_i. \quad (2.425)$$

Если угол возвышения ψ_i достаточно мал, направление прихода сигнала аппроксимируется азимутом

$$\theta_i = \tan^{-1} \left(\frac{y - y_i}{x - x_i} \right) \quad (2.426)$$

В большинстве практических приложений ИРИ находится на поверхности Земли, поэтому координата z предполагается известной. Для оценки координат (x, y) ИРИ на плоскости используются угломерные измерения азимута (2.426). Таким образом, трехмерная задача позиционирования ИРИ в пространстве сводится к двумерному определению местоположения ИРИ на плоскости; при этом предполагается, что ИРИ и ПП МПСР лежат в одной плоскости, и направления прихода сигнала определяются только азимутами; решение задачи в такой постановке называется триангуляцией.

Рассмотрим алгоритм УМ, когда вектор координат ИРИ $\mathbf{x}=[x \ y]^T$ оценивается на плоскости. Предполагается, что сигнал от ИРИ на N пунктах приема ПП $_i$, $i = 1, 2, \dots, N$ принимается в условиях прямой видимости LOS. Измеренный угол прихода φ_i от ИРИ ПП $_i$ определяется выражением

$$\theta_i = f_i(\mathbf{x}) + n_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.427)$$

где n_i – ошибка измерения угла прихода сигнала на ПП $_i$; $f_i(\mathbf{x})$ нелинейная функция, определяемая выражением

$$f_i(\mathbf{x}) = \tan^{-1} \left(\frac{y - y_i}{x - x_i} \right). \quad (2.428)$$

В векторном виде уравнения (2.427) можно записать в виде

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}. \quad (2.429)$$

Пусть вектор $\mathbf{x}^0=[x^0 \ y^0]^T$ определяет опорную точку в окрестности истинного местоположения ИРИ, например в центре многоугольника, образованного линиями измеренных направлений прихода сигналов. Обозначим через θ_{0i} азимут прихода сигнала от опорной точки оценки местоположения ИРИ до ПП $_i$, тогда можно записать следующие выражения

$$\sin \theta_{0i} = \frac{y^0 - y_i}{d_i^0}; \quad \cos \theta_{0i} = \frac{x^0 - x_i}{d_i^0}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.430)$$

$$d_i^0 = \sqrt{(x^0 - x_i)^2 + (y^0 - y_i)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2.431)$$

Согласно (2.343) при $\mathbf{x}^0=[x^0 \ y^0]^T$ матрица Якоби для УМ равна

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -(\sin \theta_{01})/d_1^0 & (\cos \theta_{01})/d_1^0 \\ \vdots & \vdots \\ -(\sin \theta_{0N})/d_N^0 & (\cos \theta_{0N})/d_N^0 \end{bmatrix}. \quad (2.432)$$

Оценка МНК для УМ по обобщенному выражению (2.349) равна:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^0 + (\mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{N}^{-1} \boldsymbol{\theta}_r, \quad (2.433)$$

где i -я компонента вектора $\boldsymbol{\theta}_r$ определяется выражением

$$\theta_{ri} = \theta_i - \theta_{0i} = \theta_i - \tan^{-1} \left(\frac{y^0 - y_i}{x^0 - x_i} \right), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.434)$$

где θ_{ri} – угол между измеренным направлением прихода θ_i и направлением на опорную точку θ_{0i} (рис. 2.31). Если ошибки измерений угла прихода сигналов на ПП $_i$, независимые СВ с дисперсиями $\sigma_{\theta_i}^2$, $i=1, 2, \dots, N$, тогда

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \sigma_{\theta_1}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_{\theta_N}^2 \end{bmatrix}. \quad (2.435)$$

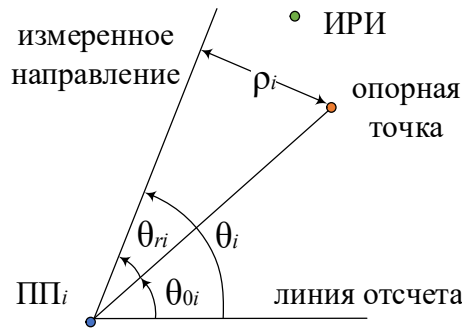


Рис. 2.31. Угол между измеренным направлением и направлением на ОТ

Непосредственное вычисление элементов ковариационной матрицы $\hat{\mathbf{x}}$ в (2.433) с использованием подстановки (2.432) и (2.435) в (2.354) дает [126]

$$\sigma_x^2 = E \left[(\hat{x} - x)^2 \right] = \frac{\mu}{\mu\lambda - v^2}; \quad (2.436)$$

$$\sigma_y^2 = E \left[(\hat{y} - y)^2 \right] = \frac{\lambda}{\mu\lambda - v^2}; \quad (2.437)$$

$$\sigma_{xy} = E \left[(\hat{x} - x)(\hat{y} - y) \right] = \frac{v}{\mu\lambda - v^2}; \quad (2.438)$$

$$\mu = \sum_{i=1}^N \frac{\cos^2 \theta_{0i}}{(d_i^0)^2 \sigma_{\theta_i}^2}; \quad \lambda = \sum_{i=1}^N \frac{\sin^2 \theta_{0i}}{(d_i^0)^2 \sigma_{\theta_i}^2}; \quad v = \sum_{i=1}^N \frac{\sin \theta_{0i} \cos \theta_{0i}}{(d_i^0)^2 \sigma_{\theta_i}^2}. \quad (2.439)$$

Оценка по алгоритму МНК для УМ следует из подстановки в (2.433) формул (2.432) и (2.435) и определяется выражением [126]

$$\hat{x} = x^0 + \frac{1}{\mu\lambda - v^2} \sum_{i=1}^N \theta_{ri} \frac{(v \cos \theta_{0i} - \mu \sin \theta_{0i})}{d_i^0 \sigma_{\theta_i}^2}; \quad (2.440)$$

$$\hat{y} = y^0 + \frac{1}{\mu\lambda - v^2} \sum_{i=1}^N \theta_{ri} \frac{(\lambda \cos \theta_{0i} - v \sin \theta_{0i})}{d_i^0 \sigma_{\theta_i}^2}. \quad (2.441)$$

Смещение оценки по алгоритму МНК для УМ следует из (2.353) и, если ошибкой линеаризации можно пренебречь, определяется как [126]

$$b_1 = b_x = \frac{1}{\mu\lambda - v^2} \sum_{i=1}^N E[n_i] \frac{(v \cos \theta_{0i} - \mu \sin \theta_{0i})}{d_i^0 \sigma_{\theta_i}^2}. \quad (2.442)$$

$$b_2 = b_y = \frac{1}{\mu\lambda - v^2} \sum_{i=1}^N E[n_i] \frac{(\lambda \cos \theta_{0i} - v \sin \theta_{0i})}{d_i^0 \sigma_{\theta_i}^2}. \quad (2.443)$$

Зависимость оценки и смещения от дисперсий $\sigma_{\theta_i}^2$, $i=1,2,\dots,N$ исключается в (2.440) – (2.443) тогда, когда дисперсии оказываются одинаковыми.

Допущение о равенстве дисперсий $\sigma_{\theta_i}^2$, $i=1,2,\dots,N$ обоснованно, если измерительные возможности пунктов приема одинаковы.

Обозначим через ρ_i кратчайшее расстояние от опорной точки до линии направления прихода сигнала на ПП_{*i*} (рис. 2.31). Предположим, что ОТ достаточно близка к истинному местоположению ИРИ, а ошибки измерения малы, тогда справедливы следующие выражения

$$\theta_{ri} \approx \rho_i / d_i^0; \quad \cos \theta_{0i} \approx \cos \theta_i; \quad \sin \theta_{0i} \approx \sin \theta_i, \quad i=1,2,\dots,N. \quad (2.444)$$

Подстановка выражений (2.444) в (2.439) – (2.441) приводит к известному алгоритму оценки Стэнсфилда [129], полученному при допущении о малых ошибках измерений направлений прихода сигнала. Если ОТ \mathbf{x}^0 достаточно близка к истинному местоположению ИРИ \mathbf{x} , то алгоритм МНК оказывается предпочтительнее алгоритма Стэнсфилда, так как последний приводит к большему смещению оценки до тех пор, пока ошибка измерений не становится достаточно малой [126]. Квадрат СКО (MSE) оценки дальности для систем УМ определяется как среднее от дисперсии произведения $d_i^0 \theta_{ri}$

$$\sigma_d^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (d_i^0)^2 \sigma_{\theta_i}^2. \quad (2.445)$$

По аналогии с (2.402), параметр GDOP для несмещенной оценки по алгоритму УМ определяется выражением

$$\text{GDOP} = \frac{\sqrt{\text{trace}(\mathbf{\Sigma})}}{\sigma_d}. \quad (2.446)$$

Если расположение ПП относительно ИРИ таково, что дисперсии направлений прихода сигналов одинаковы, то GDOP слабо зависит от σ_d . Для позиционирования на плоскости из (2.382) и (2.446) следует, что

$$\text{СЕР} \approx (0,75\sigma_d) \text{GDOP}. \quad (2.447)$$

Дисперсия направлений прихода сигнала σ_θ^2 является преимущественно результатом шума измерений. Для условий АБГШ при достаточно высоком отношении E/N_0 известна аппроксимация σ_θ^2 выражением [126]:

$$\sigma_\theta^2 \approx \left(\frac{2E}{N_0} \beta_\theta^2 \right)^{-1}, \quad (2.448)$$

где β_θ^2 – функция параметров измерительной УМ системы. Для фазового интерферометра дисперсия σ_θ^2 может быть представлена выражением

$$\sigma_\theta^2 \geq \left(\frac{c}{2\pi f_0 d \cos \theta} \right) \left(\frac{E}{N_0} \right)^{-1}, \quad |\theta| < \frac{\pi}{2}, \quad (2.449)$$

где f_0 – несущая частота сигнала ИРИ, d – максимальное расстояние между антеннами интерферометра, θ – истинное направление на ИРИ.

Анализ частного случая для УМ. Рассмотрим частный случай ОМП ИРИ УМ с пятью симметрично расположенными ПП (рис. 2.32).

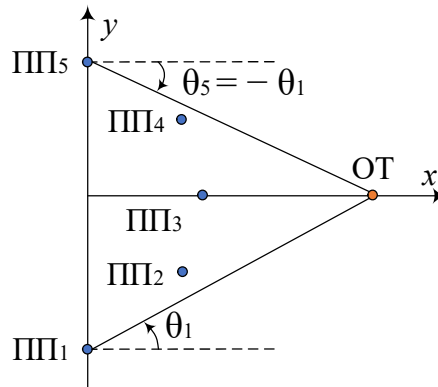


Рис. 2.32. Определение углов прихода для пяти ПП

ПП расположены симметрично относительно ОТ таким образом, что справедливо соотношение

$$\theta_{0i} = -\theta_{0(N-i+1)}, \quad d_{0i}^2 \sigma_{\theta_i}^2 = d_{0(N-i+1)}^2 \sigma_{\theta_{(N-i+1)}}^2, \quad i = 0, 1, \dots, \lceil N/2 \rceil, \quad (2.450)$$

где $\lceil N/2 \rceil$ – округление до ближайшего целого значения к $N/2$ так, что это значение будет не меньше $N/2$. Если N – нечетное, будем далее полагать

$$\varphi_{0i} = 0, \quad i = \lceil N/2 \rceil, \quad N \text{ – нечетное.} \quad (2.451)$$

Пример на рис. 2.32 может иметь место, когда измерения собираются подвижным пунктом приема, например, на борту БПЛА с равномерно распределенными временными интервалами по ходу движения. Подстановка (2.450) и (2.451) в (2.439) приводит к $\nu=0$, тогда из (2.438) следует, что $\sigma_{xy}=0$. Это позволяет сделать вывод о том, что симметричное, но не обязательно линейное распределение пунктов приема (или точек взятия измерений для случая подвижного пункта приема) относительно ОТ оценки местоположения ИРИ позволяет получить некоррелированные оценки координат.

Для случая двух пунктов приема $N=2$ из (2.436) – (2.441) следует

$$\sigma_x^2 = \frac{(d_1^0)^2 \sigma_{\theta_1}^2}{2 \sin^2 \theta_{01}}, \quad \sigma_y^2 = \frac{(d_1^0)^2 \sigma_{\theta_1}^2}{2 \cos^2 \theta_{01}}. \quad (2.452)$$

$$\hat{x} = x^0 - \frac{d_1^0}{2 \sin \theta_{01}} (\theta_{r1} - \theta_{r2}); \quad \hat{y} = y^0 + \frac{d_1^0}{2 \cos \theta_{01}} (\theta_{r1} + \theta_{r2}). \quad (2.453)$$

Если ОТ располагается на пересечении двух измеренных направлений прихода сигнала, тогда $\theta_{r1}=\theta_{r2}=0$ и из рис. 2.31 следует $(\hat{x}, \hat{y}) = (x^0, y^0)$, то из (2.445), (2.446) и (2.452) следует, что

$$\text{GDOP} = \sqrt{2}/\sin 2\theta_{01}. \quad (2.454)$$

Минимальное значение GDOP в (2.454), равное $\sqrt{2}$, достигается при $\theta_{01}=\pi/4$. При $\sigma_{xy}=0$ из (2.373) и (2.381) следует, что

$$\text{СЕР} = 0,563 \max(\sigma_x, \sigma_y) + 0,614 \min(\sigma_x, \sigma_y). \quad (2.455)$$

При $N=3$ дисперсия \hat{x} остается той же, а дисперсия \hat{y} становится

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{2 \cos^2 \theta_{01}}{(d_1^0)^2 \sigma_{\theta_1}^2} + \frac{1}{(d_2^0)^2 \sigma_{\theta_2}^2} \right)^{-1}, \quad (2.456)$$

откуда следует, что добавление дополнительного пункта приема повышает точность оценки координаты \hat{y} ИРИ. При удалении ИРИ от ПП, угол θ_{01} уменьшается, и, таким образом, повышается отношение σ_x^2/σ_y^2 .

Если вектор \mathbf{n} в (2.429) содержит СВ, распределенные по нормальному закону, тогда (2.373), (2.381) вместе с (2.436)–(2.439) позволяют получить СЕР для частного случая трех ПП в зависимости от углов прихода и их дисперсий. Допустив, что ОТ настолько близка к истинному местоположению ИРИ, что $d_i^0=d_i$, а угол θ_{0i} равен истинному направлению на ИРИ, геометрическое место точек местоположения ИРИ с постоянным значением СЕР можно вычислить с использованием (2.430) и (2.431). Как и для частного случая РДМ, рассмотрим линейное расположение ПП с координатами $(0, -L/2)$, $(0, 0)$, $(0, L/2)$. Обозначим через $\sigma_{\theta_{iL}}$ значение σ_{θ_i} при $d_i^0=L$ и $\theta_{0i}=0$. Допустим, в (2.449) достигается нижняя граница, тогда дисперсия

$$\sigma_{\theta_i}^2 = \frac{\sigma_{\theta_{iL}}^2}{\cos^2 \theta_{0i}} \left(\frac{d_i^0}{L} \right); \quad |\theta_i| < \frac{\pi}{2}; \quad i = 1, 2, 3; \quad \sigma_{\theta_{iL}}^2 = \frac{c^2 L^n N_0}{(2\pi f_0 d)^2 E}. \quad (2.457)$$

Также можно сделать вывод о том, что для УМ нелинейное расположение ПП с точки зрения равномерности рабочей зоны охвата оказывает менее пагубное влияние, чем для РДМ. В целом же, для частного случая позиционирования с использованием трех ПП можно сделать следующий вывод: чтобы гиперболические системы обеспечивали более точное ОМП ИРИ по сравнению с УМ, необходимо выполнение следующего условия [126]

$$q\sigma_{\theta_{iL}} < L\sigma_{\theta_{iL}}, \quad (2.458)$$

где $q \approx 5$. Подставляя (2.422) и (2.457) в (2.458), получим

$$\sqrt{2q\pi f_0 d} < L\beta_r, \quad (2.459)$$

Для радиолокационных сигналов подстановка (2.406) в (2.459) дает

$$T_p (q\pi f_0 d)^2 < BL^2. \quad (2.460)$$

Для сигналов систем радиосвязи подстановка (2.407) в (2.459) дает

$$\sqrt{6qf_0 d} < BL. \quad (2.461)$$

Анализ выражений (2.460) и (2.461) позволяет сделать вывод о том, что гиперболические системы становятся предпочтительными тогда, когда длина набора ПП L возрастает, а ширина полосы сигнала B увеличивается.

На рис. 2.33 (скрипт 2.15) показаны нормированные контуры КВО УМ при $n=2$ и 4 для расположения трех ПП в линию и треугольник с координатами $(0, -L/2)$, $(-L/2, 0)$, $(0, L/2)$; показатель $n=2$ соответствует условиям РРВ в свободном пространстве, а $n=4$ – в городе/пригороде.

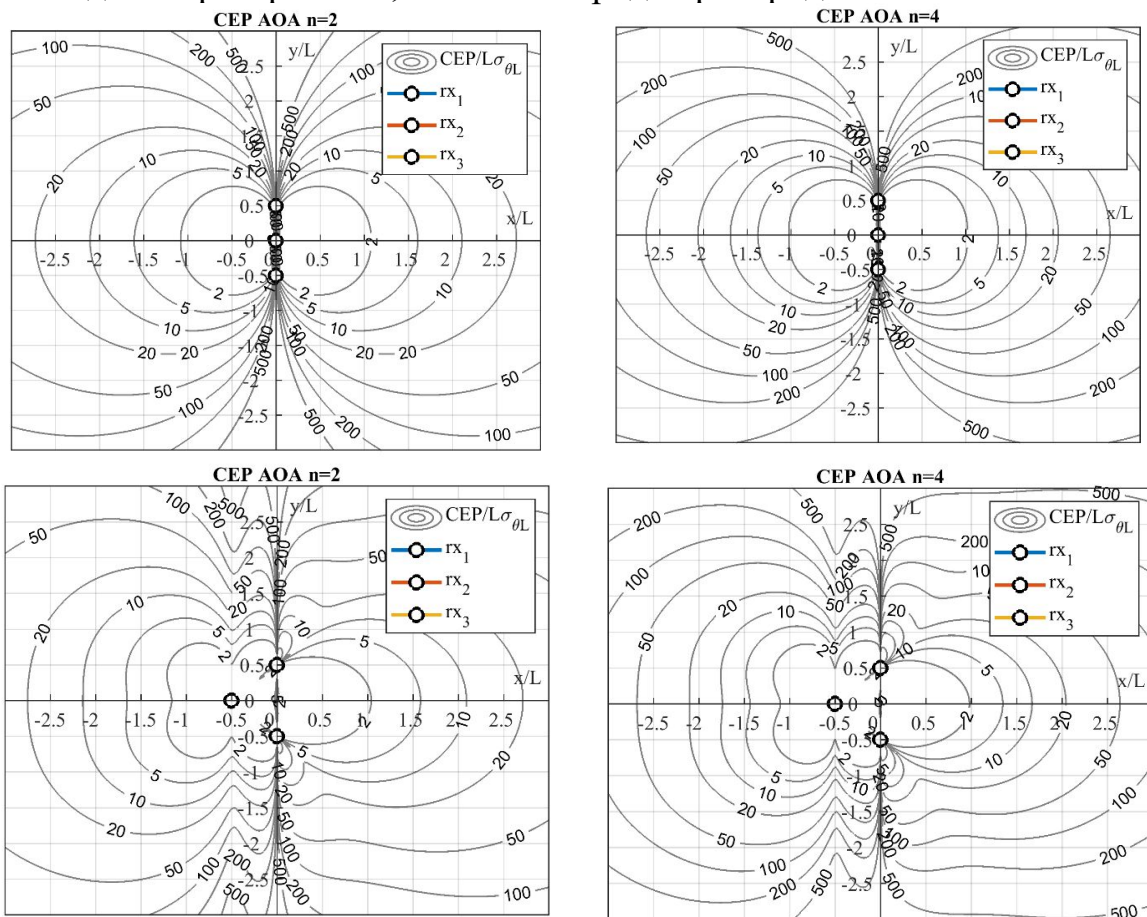


Рис. 2.33. Нормированный контур КВО УМ для трех ПП в линию и треугольник

Анализ графиков позволяет сделать следующие выводы: во первых, контуры КВО УМ похожи на соответствующие контуры КВО РДМ для расположения ПП в линию; во вторых, при прочих равных условиях радиус КВО для УМ оказывается ниже, чем для РДМ, поэтому для задач позиционирования соседних ИРИ при кооперации минимально необходимого числа ПП в сценарии UDN предпочтительным оказывается УМ.

2.7. Графические модели и методы оценки точности позиционирования

2.7.1. Графические модели разностно-дальномерного метода

Инструменты анализа РДМ на плоскости. Для ОМП ИРИ РДМ на плоскости в 2D необходимо как минимум два измерения разности времен прихода сигналов TDOA, или разности расстояний $\Delta d = d_1 - d_2$ от ИРИ до сенсоров с координатами (x_1, y_1) и (x_2, y_2) ; одно измерение Δd позволяет получить геометрическое место точек ИРИ – гиперболу (рис. 2.34).

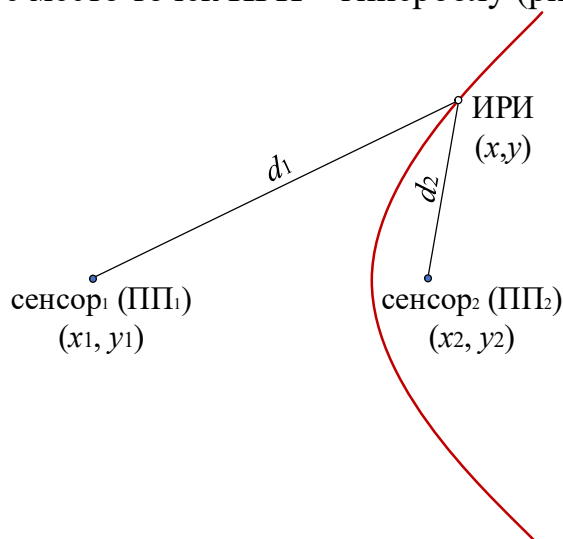


Рис. 2.34. Определение разности расстояний в РДМ на плоскости

Гипербола – геометрическое место точек M Евклидовой плоскости, для которых абсолютное значение разности расстояний от M до двух выделенных точек F_1 и F_2 , называемых фокусами, постоянно, $|F_1M - F_2M| = 2a$, причем $F_1F_2 > 2a$ (рис. 2.35), т.е.

$$\Delta d = |d_1 - d_2| = 2a. \quad (2.462)$$

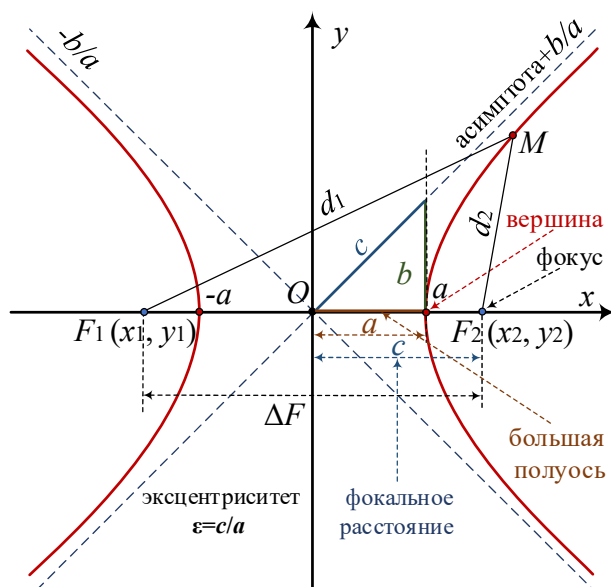


Рис. 2.35. Определение гиперболы

Гипербола состоит из двух отдельных кривых, которые называют ветвями (красные кривые). Асимптоты гиперболы, показанные голубым пунктиром, пересекаются в центре гиперболы O . Ближайшие друг к другу точки двух ветвей гиперболы называются вершинами; обозначены как $\pm a$. Кратчайшее расстояние между двумя ветвями гиперболы называется большой осью гиперболы. Середина большой оси называется центром гиперболы O . Расстояние от центра гиперболы до одной из вершин называется большой полуосью гиперболы; обозначается как $\pm a$. Два фокуса гиперболы обозначены как F_1 и F_2 . Расстояние от центра гиперболы до одного из фокусов называется фокальным расстоянием; обозначается как $\pm c$. Длина перпендикуляра к оси абсцисс, восстановленного из вершины до пересечения с асимптотой называется прицельным параметром; обозначается как b .

Параметры гиперболы a , b и c связаны соотношением

$$c^2 = a^2 + b^2. \quad (2.463)$$

Оба фокуса гиперболы лежат на продолжении большой оси на одинаковом расстоянии от центра гиперболы. Прямая, содержащая большую ось гиперболы, называется *действительной*, или поперечной, осью гиперболы. Прямая, перпендикулярная действительной оси и проходящая через её центр, называется *мнимой*, или сопряжённой, осью гиперболы.

Гипербола является коническим сечением и может быть определена как коническое сечение с эксцентриситетом, большим единицы. Эксцентриситет – числовая характеристика конического сечения, показывающая степень его отклонения от окружности; обозначается как ε . Чем больше эксцентриситет гиперболы, тем больше две её ветви похожи на параллельные прямые линии. Эксцентриситет определяется как отношение

$$\varepsilon = c/a. \quad (2.464)$$

Перемещением центра гиперболы в начало координат, уравнение гиперболы можно привести к каноническому виду:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (2.465)$$

где a – действительная полуось гиперболы; b – мнимая полуось гиперболы.

Для гиперболы, заданной в каноническом виде (2.465), уравнения двух асимптот с наклонами $\pm a/b$ имеют вид

$$\frac{x}{a} \pm \frac{y}{b} = 0. \quad (2.466)$$

В общем случае, если центр гиперболы (x_0, y_0) не совпадает с началом координат, уравнение гиперболы имеет вид

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1, \quad (2.467)$$

Расстояние между двумя фокусами ΔF равно

$$\Delta F = 2c = 2\sqrt{a^2 + b^2}. \quad (2.468)$$

Гипербола в прямоугольной системе координат (СК), центр которой совпадает с её центром, а ось абсцисс проходит через фокусы, может быть представлена уравнениями в параметрической форме, в которые входят гиперболические функции

$$\begin{cases} x = \pm a \cosh u \\ y = b \sinh u \end{cases}, \quad -\pi \leq u \leq \pi. \quad (2.469)$$

В первом уравнении системы (2.370) знак «+» соответствует правой ветви гиперболы, а «-» – её левой ветви. Рассмотрим случай, когда фокусы гиперболы $F_1(x_1, y_1)$ и $F_2(x_2, y_2)$ расположены не на оси абсцисс x . Обозначим через (x', y') новую СК с началом координат, совпадающим с центром (x_0, y_0)

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}. \quad (2.470)$$

В таком случае x' будет действительной, или поперечной, осью, проходящей через фокусы, а y' – мнимой, или сопряжённой, осью гиперболы

$$\frac{(x')^2}{a^2} - \frac{(y')^2}{b^2} = 1. \quad (2.471)$$

Расстояние между фокусами $F_1(x_1, y_1)$ и $F_2(x_2, y_2)$ гиперболы равно

$$\Delta F = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad (2.472)$$

Параметр a гиперболы определяется из (2.462) выражением

$$a = \Delta d / 2. \quad (2.473)$$

Параметр c гиперболы определяется из (2.468) и (2.472) как

$$c = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} / 2. \quad (2.474)$$

Параметр b гиперболы определяется из (2.463) выражением

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}. \quad (2.475)$$

Оси новой СК (x', y') повернуты относительно (x, y) на угол θ

$$\theta = \arctan \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right). \quad (2.476)$$

Гипербола в СК (x, y) с центром в точке (x_0, y_0) после поворота осей (x', y') относительно исходной СК (x, y) на угол θ определяется выражением (функция `tdoa_rotate`, см. скрипт 2.16)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + R_\theta^{2D} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}, \quad (2.477)$$

где матрица поворота на плоскости R_θ^{2D} определяется выражением [190]

$$R_\theta^{2D} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (2.478)$$

Ветвь гиперболы, на которой находится искомый ИРИ, определяется знаком разности Δd . Пример гиперболы, повернутой на 18° , представлен на рис. 2.36 (скрипт 2.16).

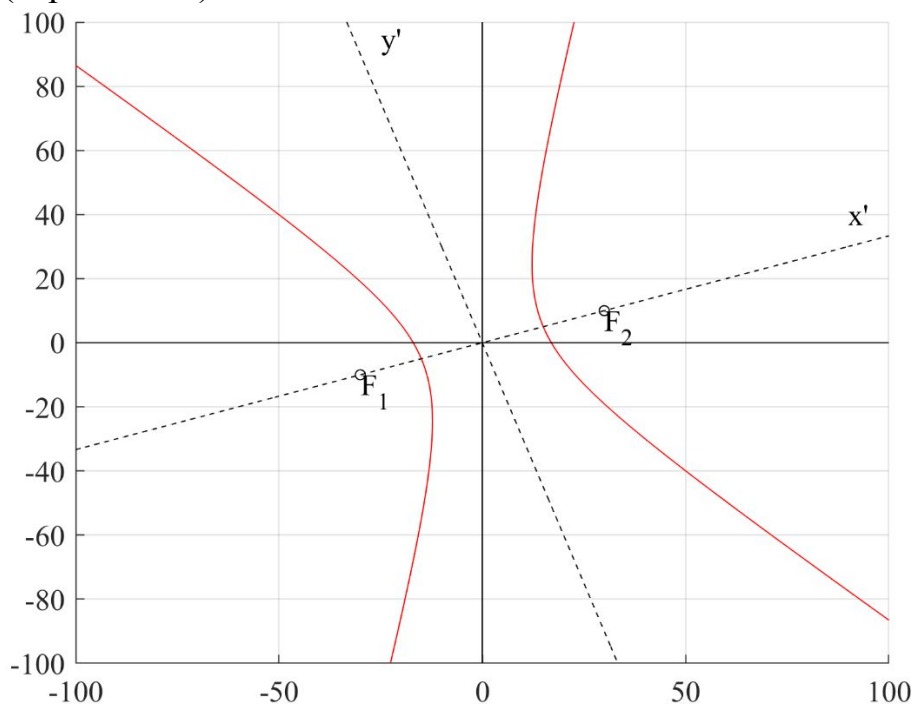


Рис. 2.36. Поворот гиперболы

Для исключения процедуры поворота осей в дальнейшем при построении гипербол будем использовать преобразование координат из прямоугольной в полярную СК и обратно. На рис. 2.37 (скрипт 2.17) представлен пример построения гиперболы относительно фокуса $F_2(x_2, y_2)$.

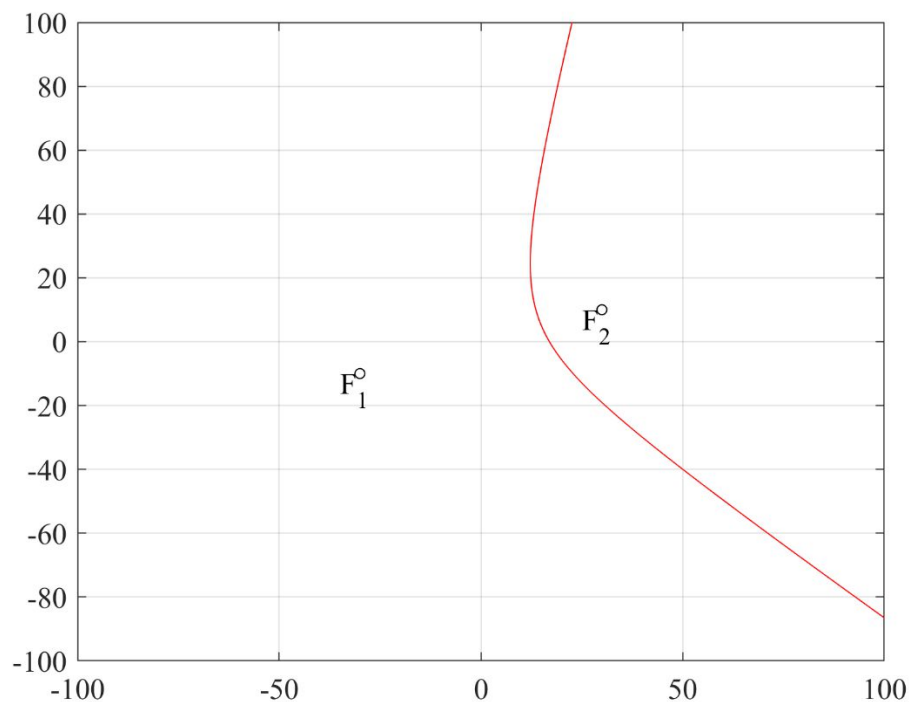


Рис. 2.37. Построение гиперболы относительно одного ПП без поворота осей

Для исключения процедуры поворота осей используется вычисление вектора между фокусами $F_1(x_1, y_1)$ и $F_2(x_2, y_2)$. Для построения гиперболы относительно фокуса $F_1(x_1, y_1)$ вычисляется вектор $\overline{F_1F_2}$ (рис. 2.38).

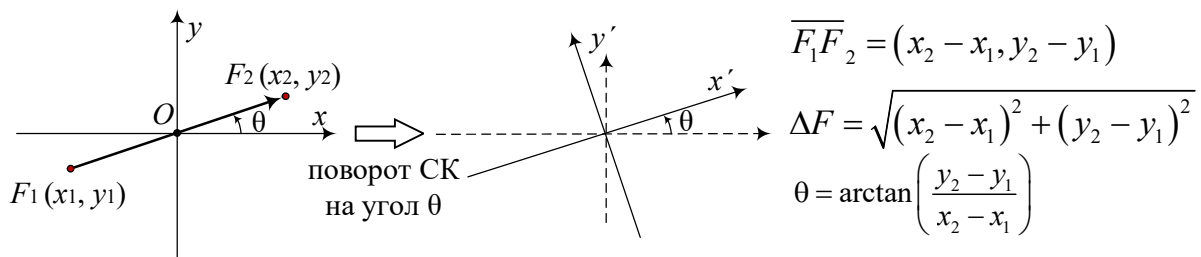


Рис. 2.38. Вычисление вектора между фокусами гиперболы и поворот СК

Чтобы найти координаты вектора $\overline{F_1F_2}$ на плоскости, если он задан координатами начала $F_1(x_1, y_1)$ и конца $F_2(x_2, y_2)$, необходимо от координат конца отнять координаты начала, т.е. $\overline{F_1F_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$.

Рассмотрим последовательность построения гиперболы без использования процедуры поворота осей СК (скрипт 2.17). Сначала встроенная команда Matlab `cart2pol` принимает в качестве аргументов координаты $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ вектора $\overline{F_1F_2}$ и вычисляет угол (2.476) и модуль вектора (2.472). Затем выполняется параметрическое вычисление гиперболы в прямоугольной СК согласно выражениям (2.469). Далее выполняется преобразование гиперболы из прямоугольной в полярную СК командой `cart2pol`. В заключении команда обратного преобразования `pol2cart` принимает в качестве аргументов полярные координаты вычисленной гиперболы и преобразует их в прямоугольные с поворотом на угол ϕ . Для вычисления гиперболы с фокусом $F_2(x_2, y_2)$ следует вычислить вектор $\overline{F_1F_2}$; для вычисления гиперболы с фокусом $F_1(x_1, y_1)$ следует вычислить вектор $\overline{F_1F_2}$.

Инструменты анализа РДМ в пространстве. Поверхность, которая получается вращением гиперболы вокруг одной из ее осей, называется гиперболоидом вращения. При вращении гиперболы вокруг ее действительной оси Ox получается двуполостный гиперболоид вращения. Пусть в плоскости xu гипербола задана уравнением (2.465). При вращении кривой (2.465) вокруг Ox , в плоскости uz получается окружность, задаваемая уравнением

$$z^2 + y^2 = y_x^2, \quad (2.479)$$

где y_x^2 – квадрат радиуса окружности, который можно выразить из уравнения (2.367) и получить уравнение двуполостного гиперболоида вращения

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1. \quad (2.480)$$

Если центр двуполостного гиперболоида вращения (x_0, y_0, z_0) не совпадает с началом координат, уравнение (2.480) приобретает вид

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} - \frac{(z - z_0)^2}{b^2} = 1. \quad (2.481)$$

Двуполостный гиперboloид вращения является геометрическим местом точек, модуль разности расстояний от которых до двух заданных точек, называемых фокусами гиперboloида, есть величина постоянная и описывается, как и гипербола, выражением (2.462).

Двуполостный гиперboloид вращения в прямоугольной СК, центр которого совпадает с центром СК, а ось абсцисс проходит через фокусы, может быть представлена уравнениями в параметрической форме

$$\begin{cases} x = \pm a \cdot \cosh u \\ y = b \cdot \sinh u \cdot \sin v, & -\pi \leq u \leq \pi, \quad 0 \leq v \leq 2\pi. \\ z = b \cdot \cosh u \cdot \cos v \end{cases} \quad (2.482)$$

В первом уравнении системы (2.482) знак «+» соответствует правой ветви гиперболы, а «-» – её левой ветви. Пример двуполостного гиперboloида с центром в начале координат представлен на рис. 2.39 (скрипт 2.18).

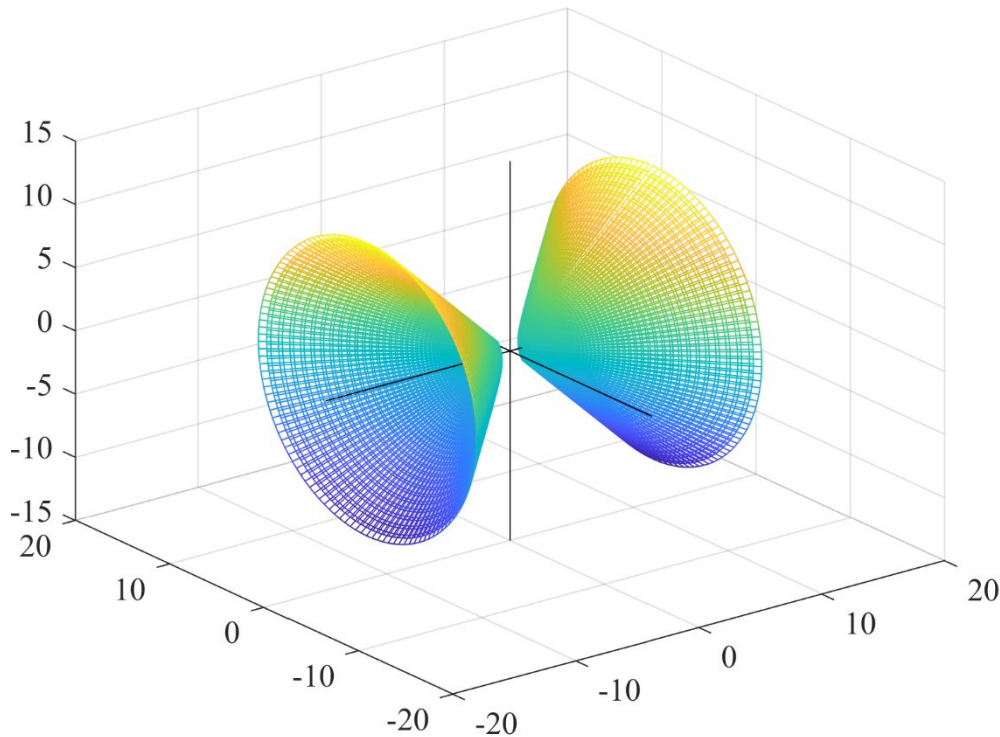


Рис. 2.39. Двуполостный гиперboloид вращения с центром в начале координат

Кривая, образованная пересечением двуполостного гиперboloида вращения и плоскости, параллельной плоскости xu на высоте z_h , определяется подстановкой переменной $z=z_h$ в (2.481), представляет собой гиперболу

$$\frac{(x - x_0)^2}{a_h^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b_h^2} = 1, \quad (2.483)$$

где

$$a_h = a \sqrt{1 + \frac{(z_h - z_0)^2}{b^2}}; \quad b_h = b \sqrt{1 + \frac{(z_h - z_0)^2}{b^2}}. \quad (2.484)$$

Параметры a_h и b_h гиперболы (2.483) в $\sqrt{1 + (z_h - z_0)^2/b^2}$ раз больше параметров a и b гиперболы (2.467) при $z=z_0$. При $z_h=z_0$ выражение (2.483) упрощается до (2.467). Координаты фокусов f_1^h и f_2^h гиперболы (2.483) в плоскости xu на высоте z_h отличны от координат фокусов F_1 и F_2 гиперболы (2.467). Пример среза гиперболоида (рис. 2.39) в плоскости xu при $z_h=0$ и на высоте $z_h=3a$ представлен на рис. 2.40 (скрипт 2.19). Из рис. 2.40 следует, что с увеличением высоты среза гиперболоида плоскостью, параллельной плоскости xu , фокусы, как и сами гиперболы, смещаются от центра.

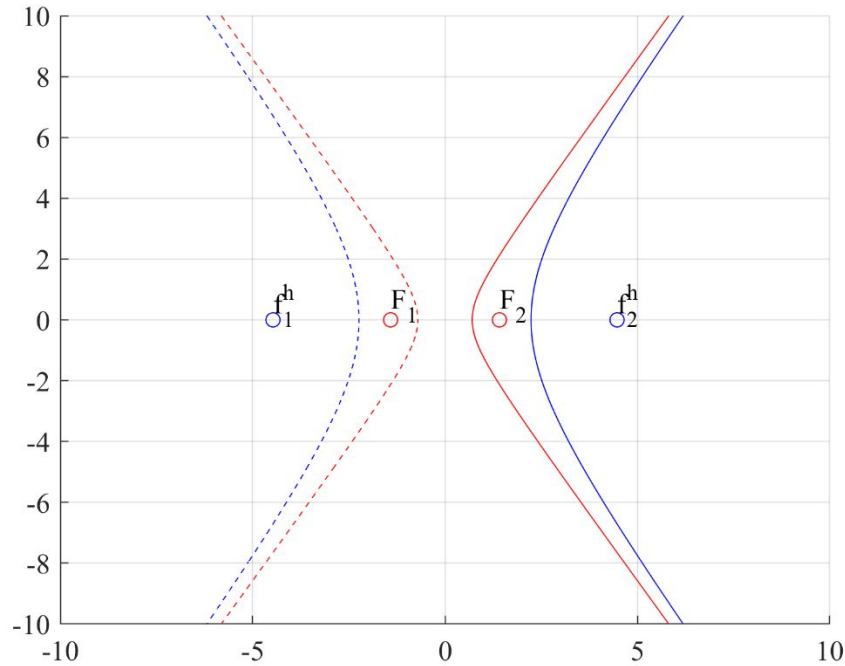


Рис. 2.40. Срез гиперболоида в плоскости xu при $z_h=0$ и на высоте $z_h=3a$

Рассмотрим случай, когда фокусы $F_1(x_1, y_1, z_1)$ и $F_2(x_2, y_2, z_2)$ гиперболоида расположены не на оси абсцисс x . Обозначим через (x', y', z') новую СК с началом координат, совпадающим с центром гиперболоида (x_0, y_0, z_0) :

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}; \quad z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}, \quad (2.485)$$

тогда уравнение гиперболоида можно записать в виде

$$\frac{(x')^2}{a^2} - \frac{(y')^2}{b^2} - \frac{(z')^2}{b^2} = 1. \quad (2.486)$$

Расстояние между фокусами $F_1(x_1, y_1, z_1)$ и $F_2(x_2, y_2, z_2)$ гиперболоида:

$$\Delta F = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}. \quad (2.487)$$

Параметр a гиперболоида определяется выражением (2.473)

$$a = \Delta d/2.$$

Параметр c гиперболоида определяется из (2.468) и (2.487) как

$$c = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}/2. \quad (2.488)$$

Параметр b гиперболоида определяется выражением (2.475)

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}.$$

Оси новой СК (x', y', z') повернуты относительно (x, y, z) на угол азимута θ определяемый выражением (2.476), и угол места φ :

$$\varphi = \arctan \left(\frac{z_2 - z_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \right). \quad (2.489)$$

Гиперболоид в СК (x, y, z) с центром в (x_0, y_0, z_0) после поворота осей (x', y', z') на угол азимута θ и угол места φ определяется выражением

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} + R_{y,\varphi}^{3D} \cdot R_{z,\theta}^{3D} \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}, \quad (2.490)$$

где трехмерная матрица поворота $R_{z,\theta}^{3D}$ на угол азимута θ вокруг оси z равна

$$R_{z,\theta}^{3D} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.491)$$

а трехмерная матрица поворота $R_{y,\varphi}^{3D}$ на угол места φ вокруг оси y [190]

$$R_{y,\varphi}^{3D} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix}. \quad (2.492)$$

Пример поворота гиперболоида на $\theta=32^\circ$ вокруг оси z равна и на $\varphi=12^\circ$ вокруг оси y показан на рис. 2.36 (скрипт 2.20).

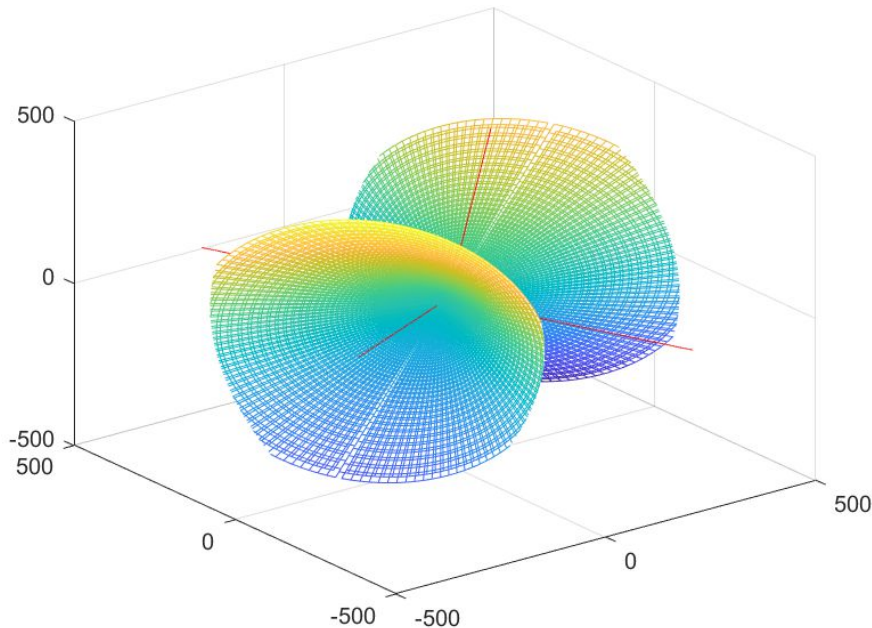


Рис. 2.41. Поворот гиперболоида

Для исключения процедуры поворота осей в дальнейшем при построении гиперboloида будем использовать преобразование координат из прямоугольной в сферическую СК и обратно. На рис. 2.42 (скрипт 2.21) представлен пример гиперboloида относительно фокуса $F_2(x_2, y_2, z_2)$.

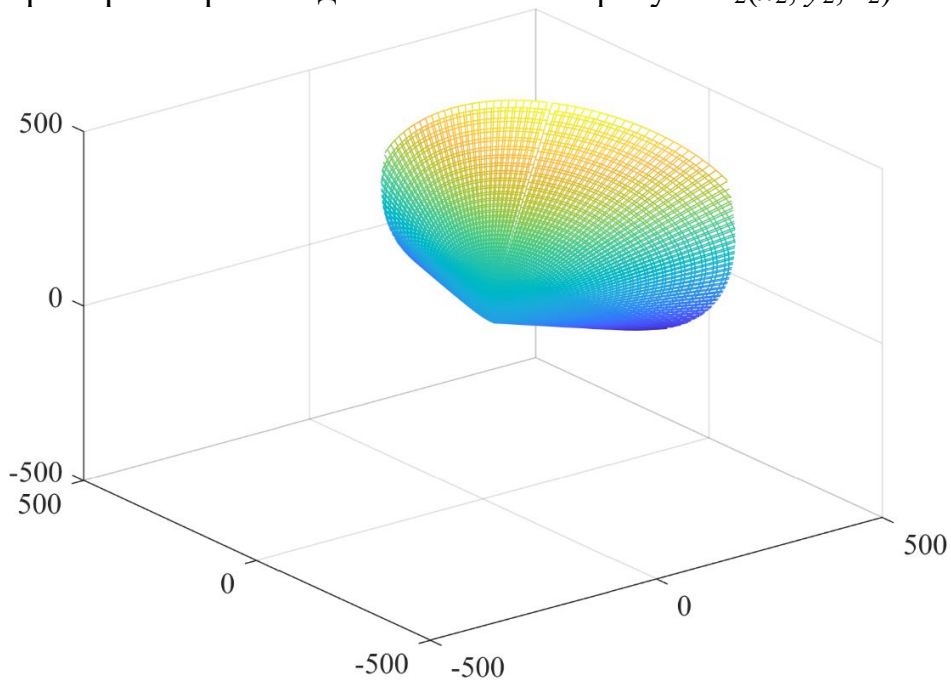


Рис. 2.42. Построение гиперboloида без поворота осей

Графический анализ разностно-дальномерного метода на плоскости. Для графического анализа РДМ и УМ методов на плоскости в зависимости от топологии сенсоров (ПП) и возможных траекторий их движения введем понятия сенсорной, осевой и внешней сенсорной линии (рис. 2.43).

Под *сенсорной линией* будем далее понимать прямую линию, проходящую через два сенсора. Под *внешней сенсорной линией* понимается часть сенсорной линии, которая находится за пределами отрезка, соединяющего два сенсора при их стационарном расположении, или же за пределами отрезка, соединяющего начальное и конечное местоположение сенсоров при их движении друг за другом вдоль сенсорной линии. Под *осевой линией* понимается линия, перпендикулярная сенсорной линии и проходящая через середину отрезка, соединяющего два сенсора.



Рис. 2.43. Понятие сенсорной, осевой и внешней сенсорной линий

Геометрическим местом точек M искомого ИРИ для РДМ является гиперболой. На рис. 2.44 (скрипт 2.22) для заданного расстояния ΔF (2.472) между двумя сенсорами F_1 и F_2 представлены контуры гипербол в зависимости от разности расстояний $\Delta d = |F_1M - F_2M|$ (2.462) от искомого ИРИ до сенсоров. Гиперболы симметричны относительно сенсорной/осевой линии.

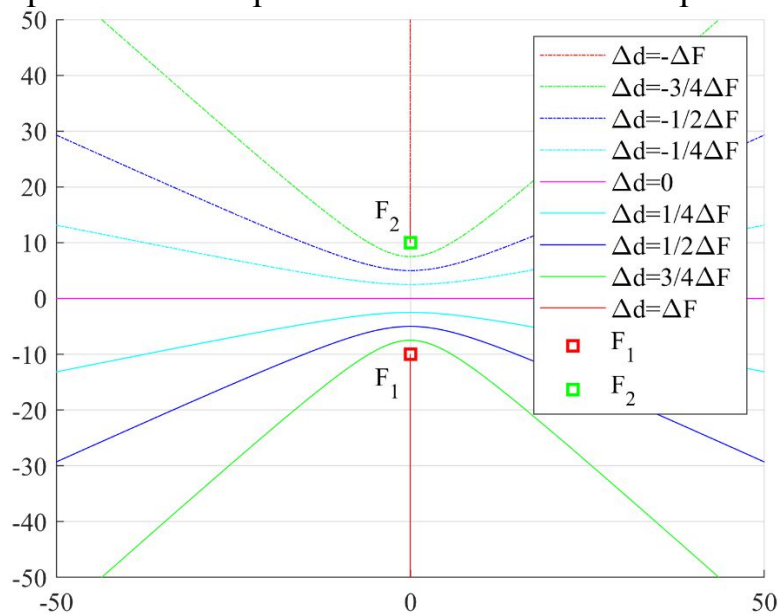
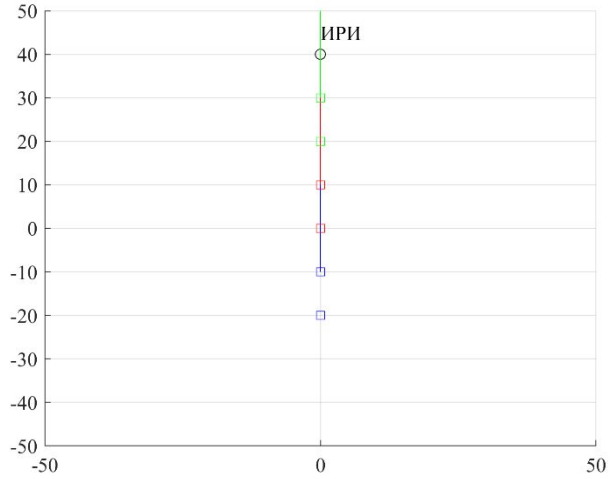
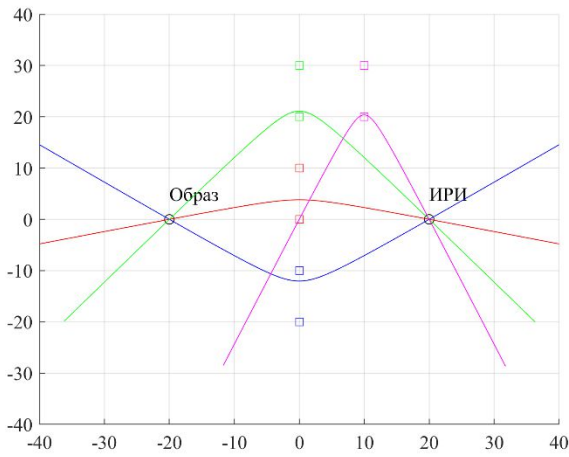


Рис. 2.44. Зависимость гипербол от разности расстояний

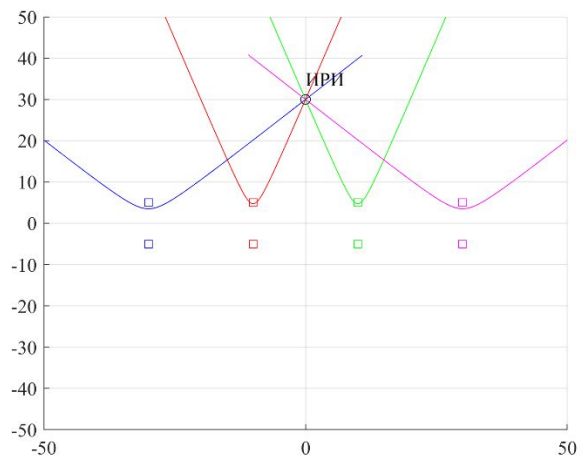
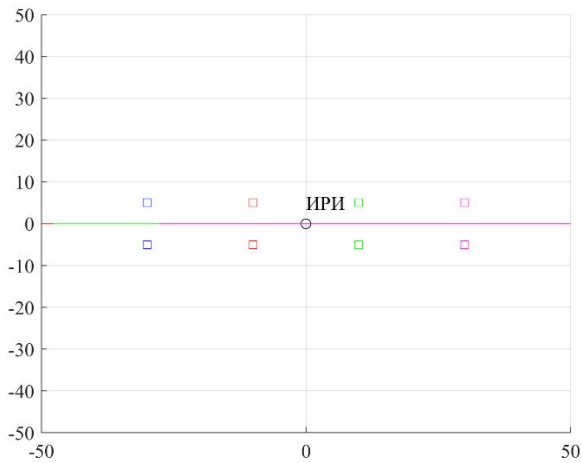
На рис. 2.45 – рис. 2.47 представлены примеры ОМП РДМ четырьмя сенсорами при их движении друг за другом по сенсорной линии (рис. 2.45, скрипт 2.23), параллельно друг другу по прямой (рис. 2.46, скрипт 2.24) и наклонной (рис. 2.47, скрипт 2.25). На рис. 2.45,а представлен пример ОМП двумя сенсорами в разных местоположениях при их перемещении по траектории буквы «Г», при этом три измерения сделаны при движении двух сенсоров снизу вверх по сенсорной линии друг за другом, а одно измерение сделано при их смещении вправо. Из первых трех измерений остается неопределенность ОМП ИРИ из-за симметрии гипербол и, как следствие, появления зеркального образа относительного истинного местоположения ИРИ. Для разрешения неопределенности необходимо измерение при расположении сенсоров в месте, отличном от сенсорной линии. При расположении ИРИ за пределами движения сенсоров, ОМП становится невозможным (рис. 2.45,б). На рис. 2.46 представлены примеры ОМП при движении сенсоров параллельно друг другу по прямой: позиционирование ИРИ, расположенного на линии движения сенсоров, невозможно (рис. 2.46,а), а точность ОМП ИРИ, расположенного на осевой линии, падает при его удалении от линии движения сенсоров (рис. 2.46,б). На рис. 2.47 представлены примеры ОМП при движении сенсоров параллельно друг другу по наклонной: позиционирование ИРИ, расположенного в окрестности траектории движения сенсоров, возможно (рис. 2.47,а), а при удалении от сенсоров ИРИ оказывается на пересечении асимптот гипербол и точность падает (рис. 2.47,б).



а) ИРИ в пределах движения сенсоров

б) ИРИ за пределами движения сенсоров

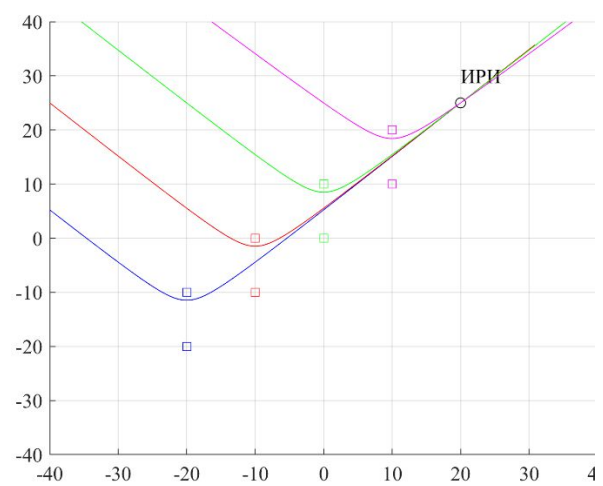
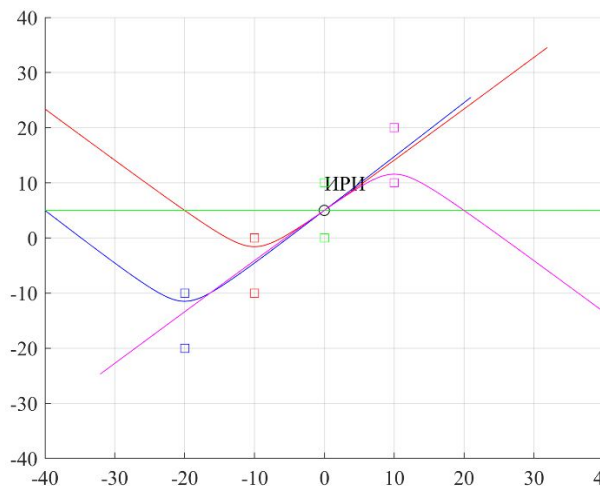
Рис. 2.45. РДМ при движении сенсоров друг за другом по сенсорной линии



а) ИРИ на прямой движения сенсоров

б) ИРИ за пределами движения сенсоров

Рис. 2.46. РДМ при движении сенсоров параллельно друг другу по прямой

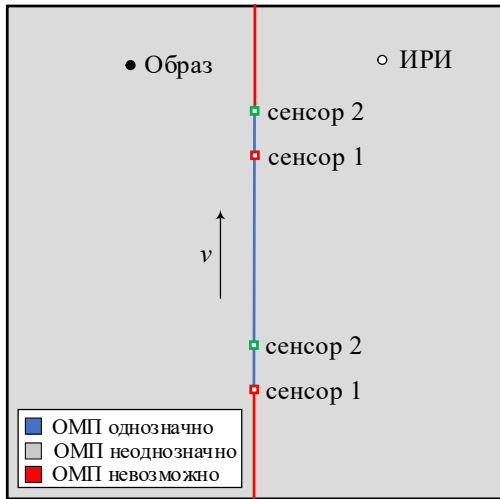


а) ИРИ в пределах движения сенсоров

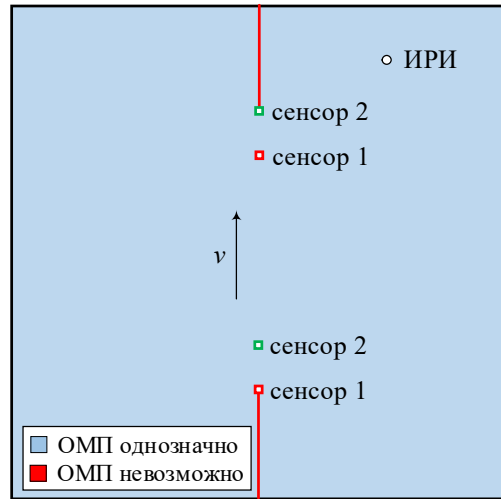
б) ИРИ за пределами движения сенсоров

Рис. 2.47. РДМ при движении сенсоров параллельно друг другу по наклонной

Результаты частных примеров можно обобщить и представить в виде зон ОМП для движения сенсоров друг за другом по сенсорной линии (рис. 2.48) и параллельно друг другу по прямой и наклонной (рис. 2.51).

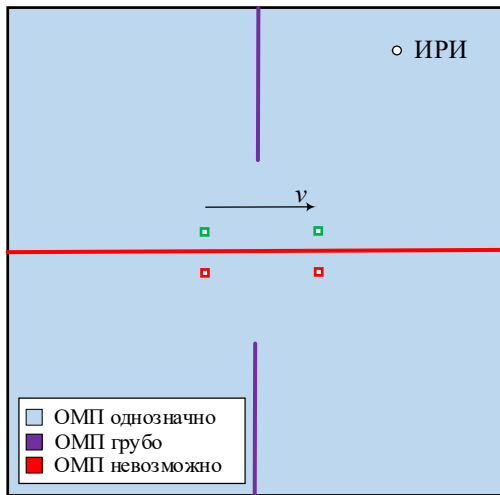


а) зоны ОМП для РДМ

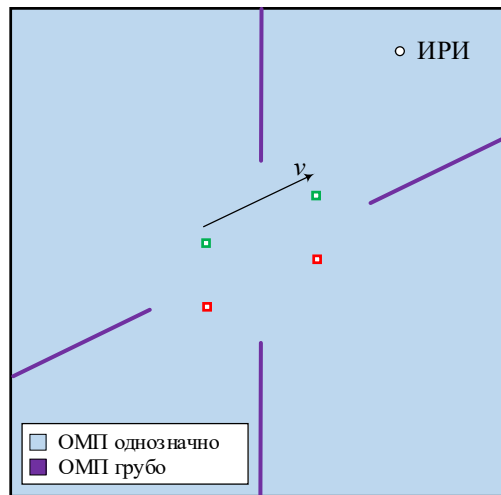


б) зоны ОМП для УМ

Рис. 2.48. Зоны ОМП для РДМ и УМ при движении сенсоров по прямой друг за другом



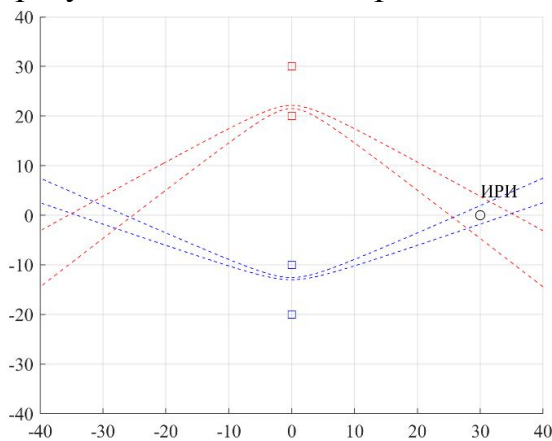
а) движение по прямой



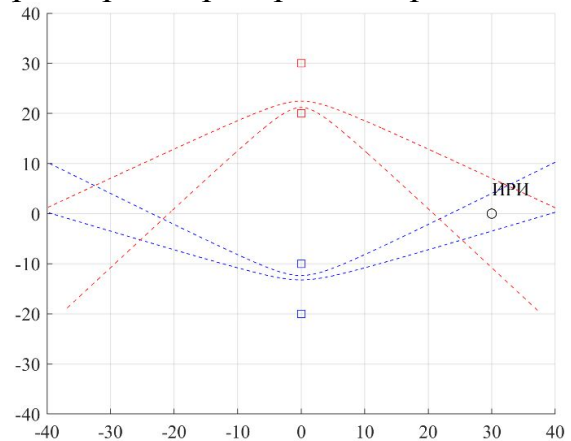
б) движение по наклонной

Рис. 2.49. Зоны ОМП для РДМ при движении сенсоров параллельно друг другу

На рис. 2.50 (скрипт 2.26) представлено влияние погрешности первичных измерений Δd на точность ОМП РДМ: при пересечении гипербол образуются площадки вероятного МП, размер которых растет с ростом Δd .



а) 10%-я погрешность измерения Δd



б) 20%-я погрешность измерения Δd

Рис. 2.50. Влияние ошибки первичных измерений разности расстояний на ОМП в РДМ

2.7.2. Графические модели угломерного метода

Графический анализ угломерного метода на плоскости. При позиционировании угломерным методом используется измерение угла/направления прихода сигнала DOA/AOA (Direction/Angle of Arrival) от ИРИ (x,y) на сенсор/ПП (x_1,y_1) (рис. 2.51,а).

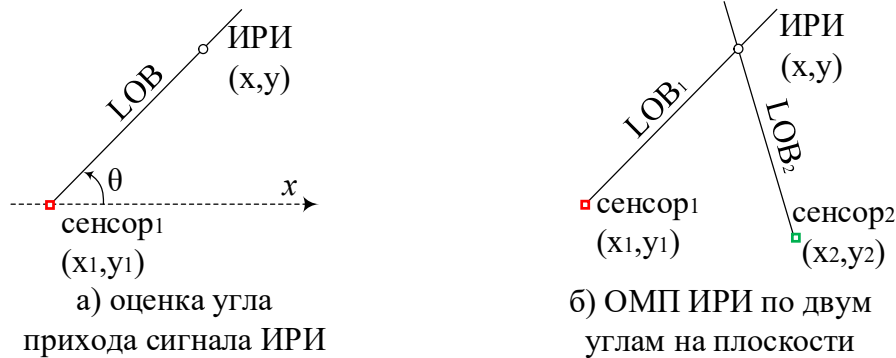


Рис. 2.51. Определение углов прихода сигнала и ОМП по двум углам

На плоскости азимутальный угол прихода сигнала θ отсчитывается от горизонтальной оси x (рис. 2.51,а) и для сенсора₁ определяется выражением

$$\theta = \arctan\left(\frac{y - y_1}{x - x_1}\right). \quad (2.493)$$

Для ОМП ИРИ УМ на плоскости необходимо, как минимум, два измерения угла прихода сигнала (рис. 2.51,б); при использовании одного сенсора измерения должны собираться в различных местоположениях сенсора. Для получения двух и более угломерных измерений может быть использован подвижный сенсор на борту БПЛА. Для исследований влияния различных конфигураций стационарных пунктов приема и траекторий движения подвижных ПП на точность позиционирования разностно-дальномерным и угломерным методами в 2D реализован комплекс функций для визуализации линий положения РДМ и УМ, представленный в табл. 2.8.

Табл. 2.8. Функции визуализации линий положения РДМ и УМ

Функция	Скрипт
ComputeTDOA	Скрипт 2.27. Вычисление разностей времен прихода для заданных МП ИРИ и ПП
ComputeAOA	Скрипт 2.28. Вычисление углов прихода для заданных МП ИРИ и ПП
ComputeHyperbolaRotated	Скрипт 2.29. Вычисление повернутой гиперболы в 2D
Compute2DEmitterPositionsTDOA	Скрипт 2.30. Вычисление местоположения ИРИ в 2D РДМ
Compute2DEmitterPositionsAOA	Скрипт 2.31. Вычисление местоположения ИРИ в 2D УМ
Plot2DEmitterPosDiffSensorPosTDOA	Скрипт 2.32. Визуализация линий положения ИРИ РДМ при различных МП ПП
Plot2DEmitterPosDiffSensorPosAOA	Скрипт 2.33. Визуализация линий положения ИРИ УМ при различных МП ПП

Пример линий РДМ и УМ с использованием функций из табл. 2.8 для одного измерения двумя ПП представлен на рис. 2.52 (скрипт 2.34).

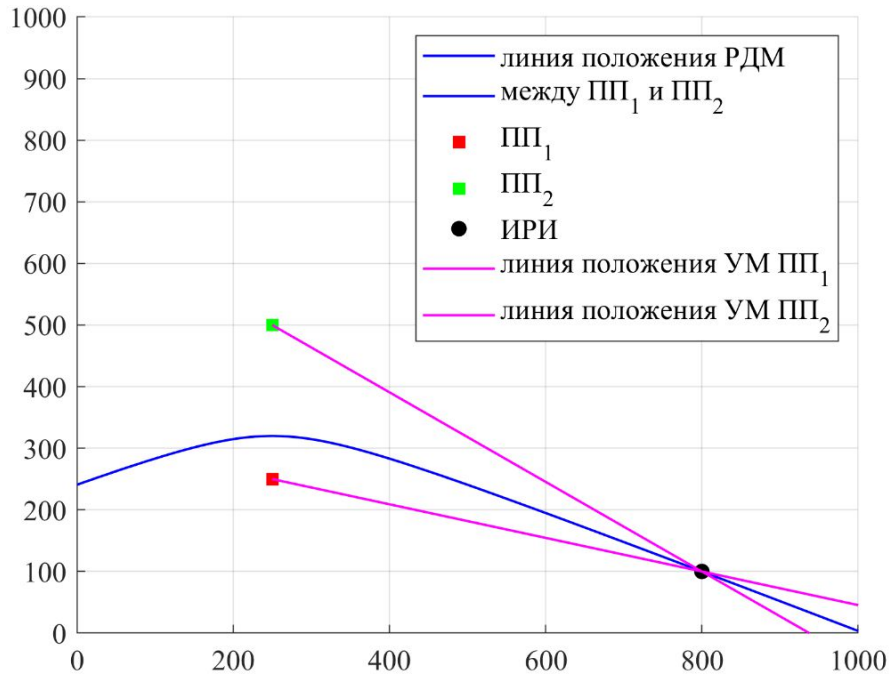


Рис. 2.52. Пример линий положения РДМ и УМ для одного измерения двумя ПП

Из выражения (2.493) следует, что местоположение ИРИ располагается на линии LOB, описываемой выражением

$$y = y_1 + \tan \theta \cdot (x - x_1). \quad (2.494)$$

Позиционирование угломерным методом осуществляется, как правило, в два этапа. Сначала на основе первичных измерений DOA/AOA на каждом сенсоре с известными координатами формируется направление прихода сигнала LOB (Line of Bearing) (рис. 2.51,а); для оценки угла прихода сигнала обычно используются многоэлементные антенные решетки. Затем совокупность пересечений направлений прихода сигналов LOB вместе с известными координатами сенсоров используются для вычисления неизвестных координат ИРИ (рис. 2.51,б). Рассмотрим методику нахождения точек линий LOB от двух сенсоров (рис. 2.53). Из выражения (2.494) и рис. 2.51,б следует, что местоположение ИРИ по двум угломерным измерениям θ_1 и θ_2 представляет собой пересечение двух линий LOB (рис. 2.53):

$$y = y_1 + \tan \theta_1 \cdot (x - x_1); \quad y = y_2 + \tan \theta_2 \cdot (x - x_2), \quad (2.495)$$

объединяя которые получим оценку координат ИРИ по оси абсцисс

$$x = \frac{y_2 - y_1 + \tan \theta_1 x_1 - \tan \theta_2 x_2}{\tan \theta_1 - \tan \theta_2}. \quad (2.496)$$

Подставив (2.496) в одно из выражений (2.495), получим оценку МП ИРИ УМ по оси ординат. Вследствие погрешностей измерений линии LOB не будут пересекаться в одной точке, поэтому на практике используются специальные алгоритмы обработки угломерных измерений.

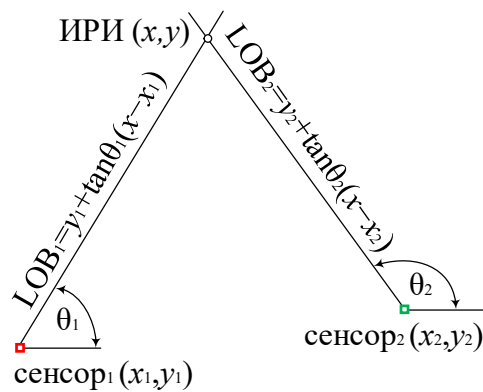


Рис. 2.53. Точка пересечения от двух направлений прихода сигнала

На рис. 2.48,б представлены зоны ОМП для УМ при движении двух сенсоров по прямой друг за другом, откуда следует, что позиционирование ИРИ на внешней сенсорной линии оказывается невозможным. При комбинации методов TDOA/AOA ОМП ИРИ на внешней сенсорной линии при движении двух сенсоров друг за другом также оказывается невозможным.

Рассмотрим далее влияние траектории движения сенсора на борту БПЛА на точность ОМП угломерным методом [130]. Сделаем следующие допущения: а) ИРИ находится на поверхности Земли в некотором известном районе и стационарен; б) частота излучения ИРИ известна сенсорам и постоянна во время излучения; само излучение непрерывно; в) в районе ОМП ИРИ предполагается отсутствие других ИРИ или источников шума/помех; г) предполагается, что сигнал распространяется от ИРИ до сенсоров без преотражений в условиях прямой видимости LOS.

Задача позиционирования на основе угломерных измерений была математически проанализирована в [129] с оценкой наиболее удачного расположения ИРИ между тремя сенсорами в предположении нормально распределенных ошибок первичных угломерных измерений с СКО в 2° .

Предположение об ошибке первичных измерений используется в большинстве имитационных моделей по обработке УМ измерений, так как без погрешности определения направления прихода сигнала задача позиционирования представляется тривиальной и сводится к определению точки пересечения направлений LOB (рис. 2.53). В работе [129] был сделан вывод о том, что с увеличением расстояния между сенсорами и ИРИ ошибка ОМП быстро возрастала. Ошибка ОМП ИРИ определяется погрешностью первичных измерений и геометрическим расположением сенсоров, или точек сбора первичных угломерных измерений для случая с подвижным сенсором на борту БПЛА. Очевидным является то, что чем меньше погрешность определения LOB, а также чем ближе к ИРИ сенсор производит первичные измерения, тем выше точность ОМП. С использованием БПЛА возможен сбор измерений в разных точка пространства и, как следствие, для ОМП достаточно одного сенсора. Недостатком ОМП одним сенсором является невозможность одномоментного позиционирования ИРИ, так как необходимо

время на выполнения полета и сбора первичных измерений в различных точках траектории. Также недостатком ОМП одним сенсором является невозможность точного позиционирования движущегося ИРИ, так как каждое предыдущее угломерное измерение LOB будет уже неактуальным при совместной обработке с текущим LOB. Пара БПЛА с размещенными на них угломерными измерительными сенсорами, синхронизированными между собой, способны решать задачу позиционирования и подвижного ИРИ. При позиционировании ИРИ несколькими синхронизированными между собой сенсорами на борту БПЛА точность и оперативность ОМП в целом повышается, также появляется возможность ОМП нескольких ИРИ одновременно; однако встает ряд дополнительных вопросов, в первую очередь касающихся предпочтительных траекторий движения БПЛА. Известно также, что повышение точности позиционирования наблюдается при числе сенсоров не более четырех, с дальнейшим увеличением числа измерителей положительный эффект повышения точности ОМП проявляется слабее [131].

Целью имитационного моделирования угломерного метода на плоскости в настоящем разделе является визуализация процесса ОМП на основе пересечения линий направления прихода сигнала LOB в зависимости от траектории сенсора и погрешности первичных угломерных измерений.

Для построения модели нужно было установить, каким именно образом будет осуществляться ОМП угломерным методом. Одним из традиционных способов является использование отдельных линий LOB, проведенных из точки местоположения сенсора к искомому ИРИ, построенных с некоторой неопределенностью, обусловленной погрешностью первичных угломерных измерений. Итоговая оценка местоположения ИРИ определялась по методу МНК как точка, которая минимизировала совокупное расстояние от каждой линии LOB (до искомого местоположения ИРИ). Недостатком данного подхода с точки зрения сбора первичных измерений подвижным сенсором на борту БПЛА является то, что первые несколько собранных измерений не позволяют оценить местоположение ИРИ сколько-нибудь точно до тех пор, пока БПЛА не завершит траекторию и сенсор на его борту не соберет достаточно измерений. Это обусловлено тем, что пересечение линий LOB становится явным и различимым (в условиях погрешности первичных угломерных измерений) тогда, когда точки сбора измерений достаточно удалены друг от друга. В противном случае на недостаточном удалении точек сбора соседних измерений искомое по методу МНК пересечение линий LOB приводит к нахождению точки, из которой линии LOB берут свое начало, т.е. точки самого сенсора. Для уверенного разрешения по углу прихода сенсору следует взять очередное измерение на достаточном удалении при заданной скорости полета БПЛА.

Вместо отдельных линий LOB с углом θ и погрешностью первичного угломерного измерения σ_θ на плоскости возможно использование осевого

сечения конуса из двух его образующих: первая образующая конуса получается из линии LOB с нижним углом $\varphi_{\text{LOB}} - \sigma_\theta$, вторая образующая конуса получается из линии LOB с верхним углом $\varphi_{\text{LOB}} + \sigma_\theta$. В таком случае высота конуса будет истинным направлением на ИРИ с углом θ , а угол раствора конуса (угол между двумя противоположными образующими) равен $\delta = 2\sigma_\theta$ и, таким образом, будет характеризовать погрешность первичного угломерного измерения. Итоговая оценка местоположения ИРИ в таком случае будет определяться пересечением осевых сечений конусов и нахождением среднего от координат точек пересечения осевых сечений конусов.

На рис. 2.54,а представлена модель пересечения осевых сечений конусов на плоскости, полученных из угломерных измерений, образованных линиями направлений прихода сигналов LOB от двух сенсоров [131]: для сенсора s_1 с линией направления прихода сигнала LOB_1 угол раствора конуса равен δ_1 , а высота r_1 ; для сенсора s_2 с линией направления прихода сигнала LOB_2 угол раствора конуса равен δ_2 , а высота r_2 . Пересечение осевых сечений конусов, полученных из угломерных измерений, образует область неопределенности, представленную на рис. 2.54,б.

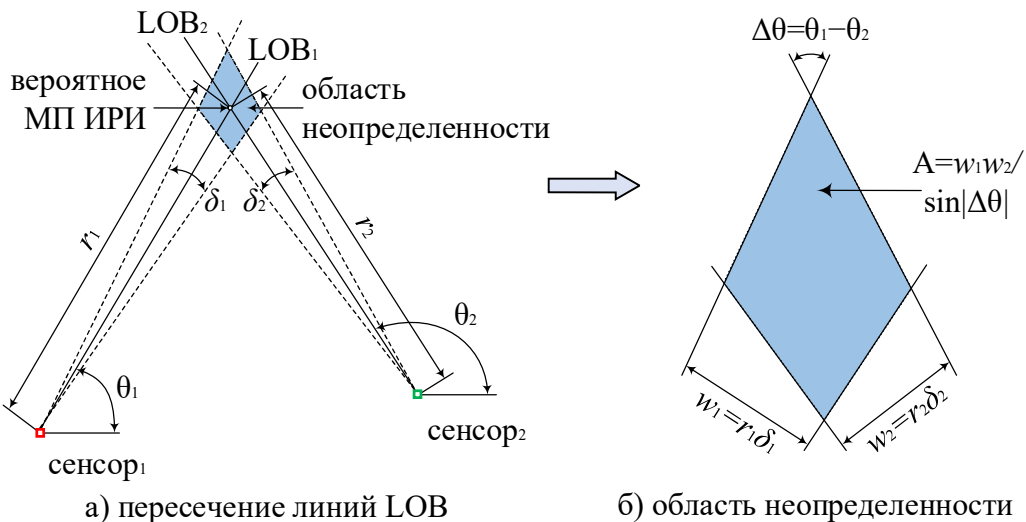


Рис. 2.54. Модель пересечения линий LOB для УМ на плоскости [131]

Площадь получившейся фигуры трапецидальной формы можно аппроксимировать выражением [131]

$$A = \frac{w_1 w_2}{\sin|\Delta\theta|} = \frac{(r_1 \delta_1)(r_2 \delta_2)}{\sin|\Delta\theta|}. \quad (2.497)$$

Преимущество анализа УМ с помощью модели осевых сечений конусов для направления прихода сигнала заключается в том, что, задавая погрешность первичного угломерного измерения σ_θ , можно воспроизвести в ИМ погрешности оценки координат практически реализуемых измерителей АОА/DOА и, таким образом, спрогнозировать область неопределенности ОМП ИРИ. Случайная погрешность может быть смоделирована как аддитивная СВ с нормальным распределением и нулевым средним.

Для моделирования процесса ОМП ИРИ с БПЛА на плоскости введем следующие понятия (рис. 2.55).

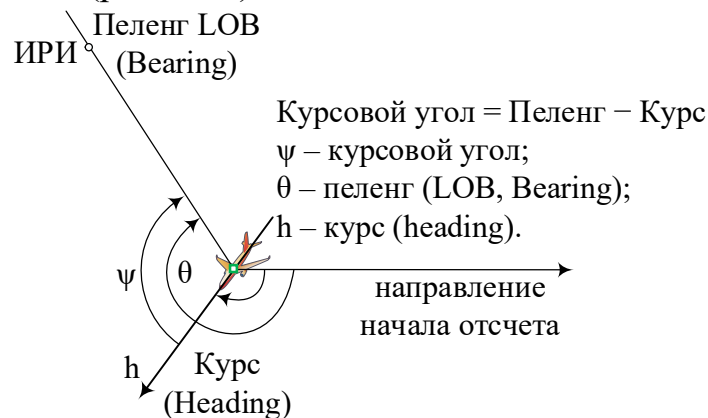


Рис. 2.55. Модель определения курсового угла

Курсом БПЛА (Heading) будем называть угол в горизонтальной плоскости, заключенный между направлением, принятым за начало отсчета, и продольной осью БПЛА. То есть, курс – куда направлен нос БПЛА. Отсчитывается от направления начала отсчета по часовой стрелке.

Пеленгом (LOB, Bearing) ИРИ будем называть угол в горизонтальной плоскости, заключенный между направлением, принятым за начало отсчета, и направлением на ИРИ. Отсчитывается от направления начала отсчета по часовой стрелке.

Курсовым углом (Relative Bearing) будем называть угол в горизонтальной плоскости, заключенный между курсом БПЛА и направлением на какой-либо наблюдаемый с БПЛА объект, например, ИРИ. Отсчитывается от направления курса по часовой стрелке.

После установления способа ОМП УМ следует выбрать механизм оценки точности ОМП. Наиболее широко используемой метрикой оценки точности является так называемый эллипс ошибок. Идея эллипса ошибок заключается в том, что он показывает область, в которой наиболее вероятно нахождение оценок координат ИРИ при данных первичных измерениях. Размер эллипса ошибок зависит от погрешности первичных измерений, а также от доверительного интервала.

На рис. 2.56 (скрипт 2.35) представлен пример обработки угломерных измерений по модели осевых сечений конусов при облете ИРИ по кругу. Из анализа рис. 2.56 следует, что вытянутость эллипса доверительного интервала оценок координат ИРИ по некоторой оси визуализирует более высокую дисперсию оценок по этой оси по сравнению с другой осью. Доверительным называют интервал, который покрывает неизвестный параметр с заданной надёжностью. Толкование доверительного интервала, основанное на интуиции, будет следующим: если уровень доверия $p=0,95$, то доверительный интервал почти наверняка содержит истинное значение [160]. Чем больше уровень доверия, тем больше размер эллипса ошибок, и наоборот.

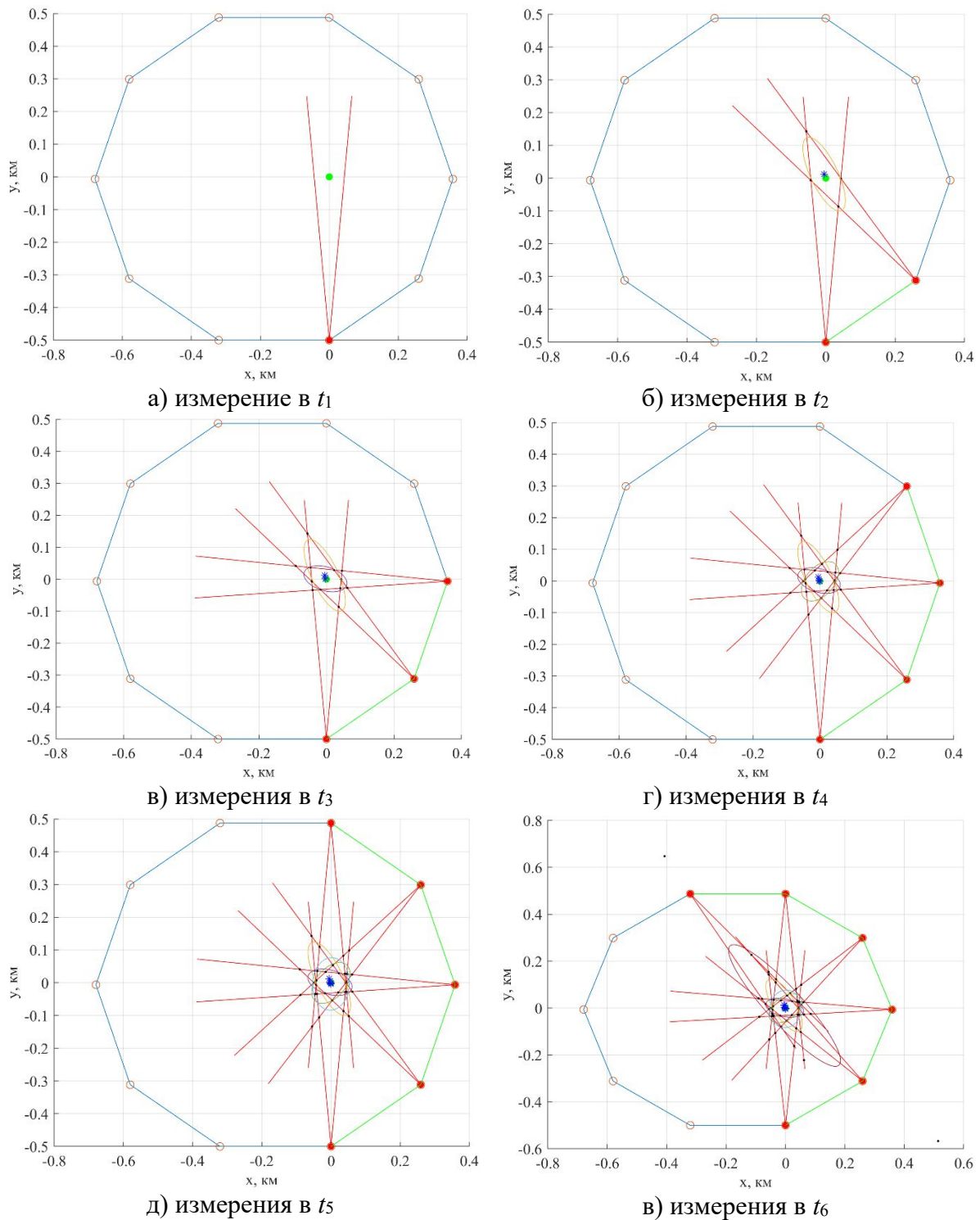


Рис. 2.56. Пример обработки угломерных измерений в ИМ

На рис. 2.56 уровень доверия $p=0,5$. Уровень доверия определяет размер эллипса ошибок, однако не влияет на его форму. В конечном счёте, эллипс ошибок является визуализацией ковариации оценок. Ковариация в данном случае определяет степень корреляции оценок на плоскости: так вытянутый по некоторой оси эллипс говорит о более высокой дисперсии оценок по этой оси по сравнению с другой осью.

2.7.3. Визуализация кругового вероятного отклонения

Для исследований влияния различных конфигураций стационарных пунктов приема и траекторий движения подвижных ПП на точность позиционирования РДМ и УМ в 2D по критерию КВО и эллипса рассеивания НКГР реализован комплекс функций, представленный в табл. 2.9.

Табл. 2.9. Функции оценки точности позиционирования РДМ и УМ по метрике КВО

Функция	Скрипт
ComputeCep2Dradius	Скрипт 2.36. Вычисление КВО по собственным числам ковариационной матрицы
ComputeCrlb2DCovMatrix	Скрипт 2.37. Вычисление ковариационной матрицы НКГР в 2D при ОМП двумя ПП
ComputeCrlb2DErrorEllipse	Скрипт 2.38. Вычисление эллипса рассеивания НКГР в 2D
ComputeCrlb2DSemiAxes	Скрипт 2.39. Вычисление малой и большой полуосей эллипса рассеивания в 2D

Пример оценки КВО и эллипсов рассеивания НКГР с использованием функций из табл. 2.9 для РДМ, УМ и РДМ-УМ представлен на рис. 2.57, рис. 2.58, рис. 2.59 соответственно (скрипт 2.40): для ИМ использован сценарий движения сенсоров параллельно друг другу по прямой с погрешностями первичных измерений $\sigma_{\text{TDOA}}^2 = 50 \text{ нс}$ и $\sigma_{\text{AOA}}^2 = 2^\circ$. Анализ метрик оценки точности позиционирования показывает более высокую точность угломерного метода, так как первичные УМ измерения производятся каждым сенсором.

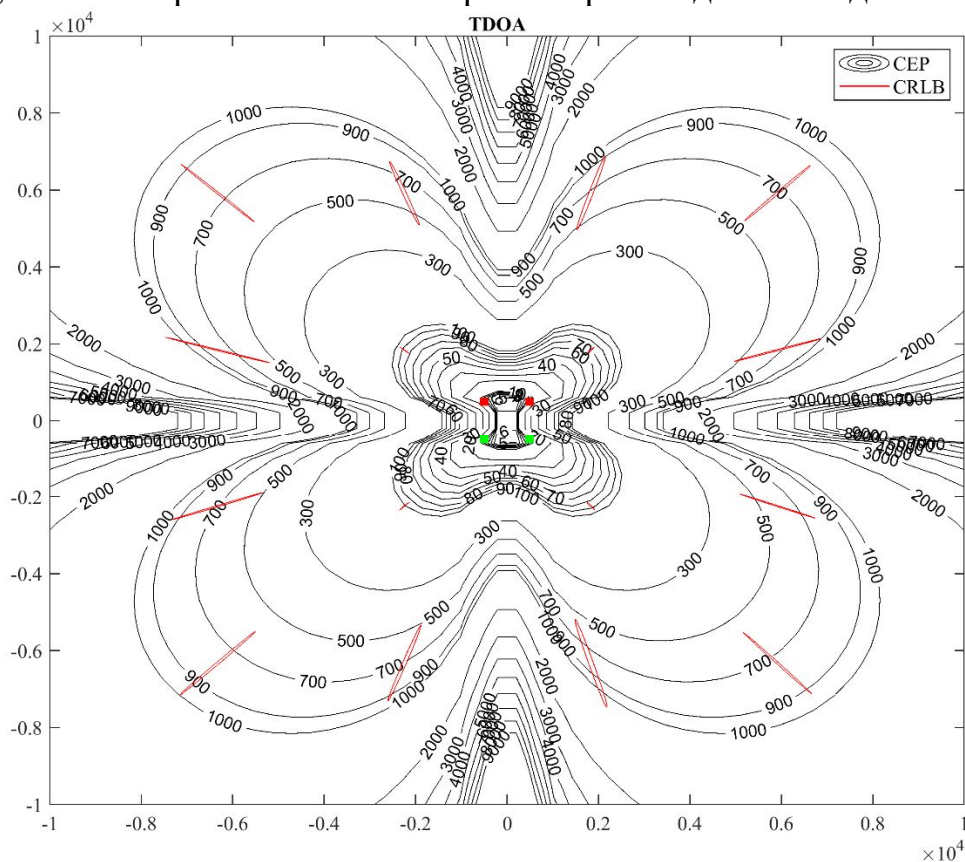


Рис. 2.57. Пример оценки КВО и эллипсов рассеивания НКГР для РДМ

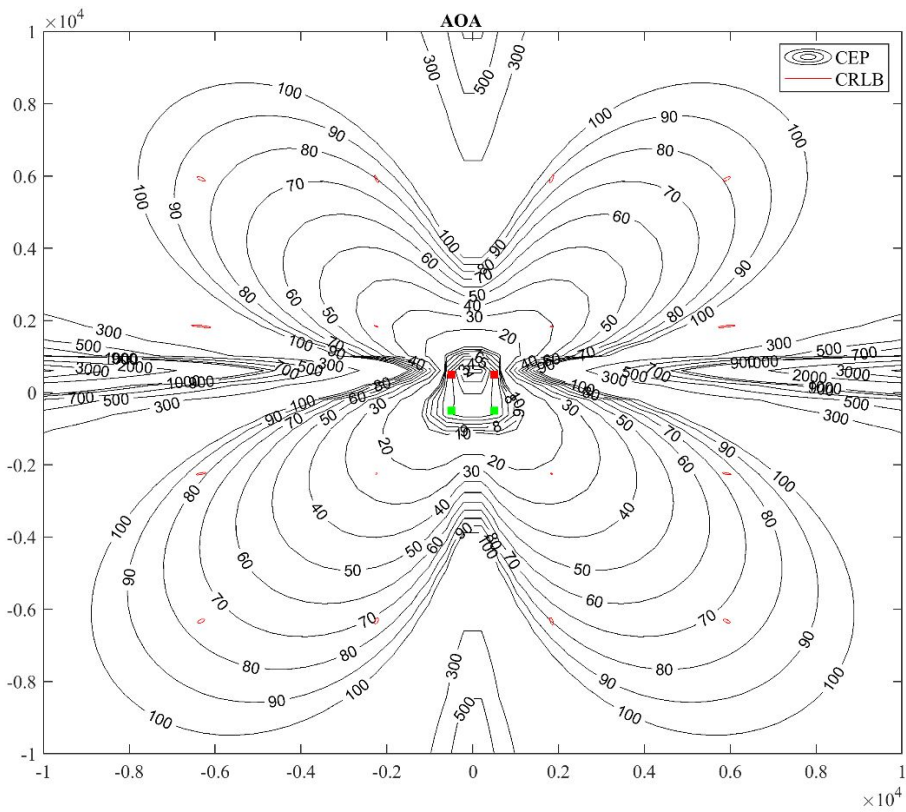


Рис. 2.58. Пример оценки КВО и эллипсов рассеяния НКГР для УМ

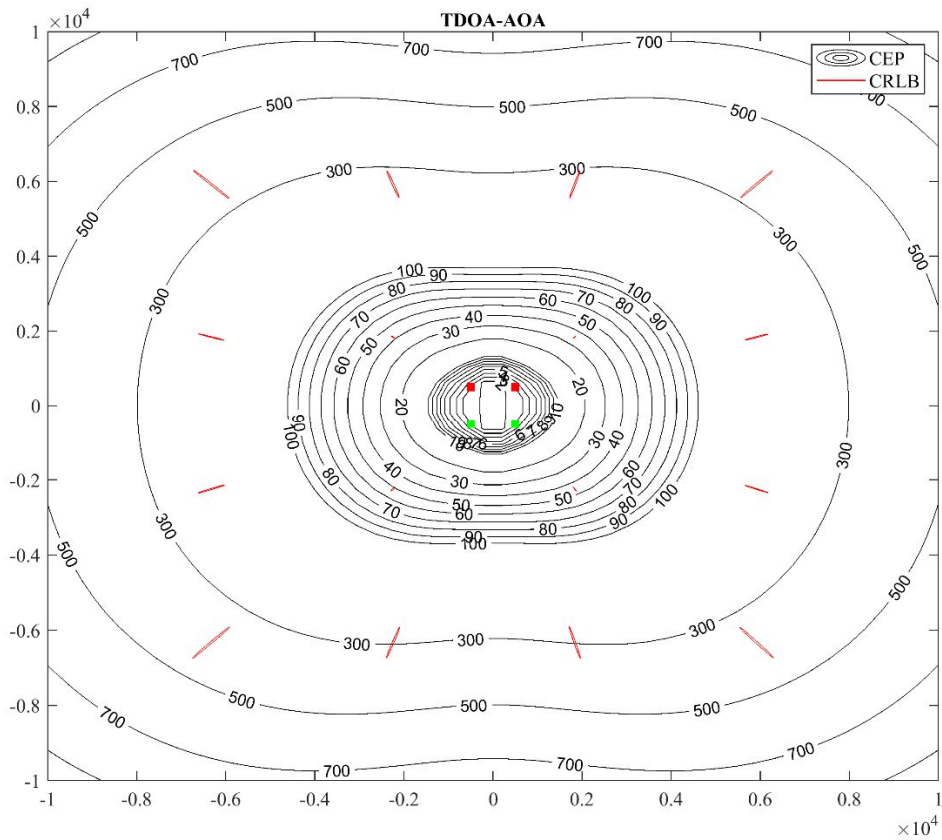


Рис. 2.59. Пример оценки КВО и эллипсов рассеяния НКГР для РДМ-УМ

Из рис. 2.59 следует, что в результате комбинирования измерений РДМ-УМ зоны неопределенности ОМП исключаются.

В ИМ выполняется расчет значений НГКР и КВО в среде MATLAB с возможностью задания предполагаемой траектории движения ПП и метода позиционирования (РДМ или УМ) или их комбинации. Выполняется при этом не оценка местоположения ИРИ (предполагается, что МП известно), а оценка пределов точности ОМП ИРИ на плоскости по метрикам НГКР и КВО. Допустим, что ИМ является моделью с выборочной средней оценкой, а первичные измерения РДМ и УМ являются средними значениями, полученными за период измерения, и имеют одинаковые дисперсии для всех измерений. По заданному в ИМ сценарию, ПП могут быть расположены на различных расстояниях друг от друга, могут быть неподвижны и/или двигаться по определенной траектории по отношению к ИРИ.

В ИМ для анализа РДМ необходимо наличие как минимум двух ПП, а для УМ достаточно одного; для УМ моделирование со сбором первичных измерений может быть выполнено для двух ПП. В случае УМ с одним ПП и РДМ, для ОМП ИРИ, пункту приема в процессе движения необходимо собрать несколько первичных измерений. Для УМ с более чем одним ПП и комбинации РДМ-УМ, движение ПП необязательно, и они могут быть неподвижны. В ИМ предполагается, что ИРИ неподвижен на протяжении всего периода измерений. Вычисление оценки точности происходит для одной позиции ИРИ, m позиций ПП и N измерений с соответствующими дисперсиями. Позиция ПП может быть одной и той же для всех m (стационарный случай), либо меняться для разных m (случай движения ПП). Количество периодов измерений равно количеству позиций ПП m , в то время как количество измерений равно или больше, чем количество позиций ПП, т. е. $N \geq m$, в зависимости от использованных методов позиционирования (или их комбинации). Таким образом, комбинация РДМ и УМ (2 ПП) дает три измерения на каждую позицию ПП, т. е. $N=3m$. Исходные данные ИМ включают: координаты ИРИ; $ПУ_1$, $ПП_2$, задаваемые дисперсии $\sigma_{TDOA}^2=50$ нс и $\sigma_{AOA}^2=2^\circ$ для первичных измеряемых параметров. Результаты ИМ включают: радиус КВО для определенного местоположения ИРИ; длина большой и малой полуосей эллипса ошибки НГКР для определенного МП ИРИ. Результаты ИМ визуализируются в виде кривых контуров КВО, где каждая точка контура представляет собой значение радиуса КВО (для вероятности 50 %) в метрах на различных интервалах: [1 м, 2 м, ..., 10 м], [10 м, 20 м, ..., 100 м] и так далее. Начальные и конечные координаты ПП обозначены квадратами зеленого и красного цвета соответственно, при этом показаны только начальные и конечные положения. Для вычисления пределов точности позиционирования с использованием метрики КВО, в модели используется матрица позиций ИРИ, каждый элемент которой – это вектор координат предполагаемого местоположения ИРИ. На рис. 2.57, рис. 2.58 и рис. 2.59 значения радиуса КВО рассчитаны в различных местоположениях ИРИ внутри области 10x10 км вокруг ПП. В зависимости от полученных значений радиуса КВО,

были построены контуры КВО, показывающие точность позиционирования, которая может быть получена в различных точках вокруг ПП. Для вычисления оценки с использованием метрики НГКР используется вектор значений угла до точки окружности определенного радиуса предполагаемого местоположения ИРИ, из которого вычисляются координаты ИРИ.

В [149] были проанализированы пределы точности позиционирования по метрикам НГКР и КВО для РДМ, УМ и их комбинации в наборе различных траекторий движения ПП: прямая, ломаная/пилообразная, зигзагообразная, круговая, друг за другом. Анализ контуров КВО для РДМ показал, что контуры КВО симметричны относительно вертикальной и горизонтальной линий движения ПП. При этом точность ОМП на вертикальной линии ПУ низкая, а относительно горизонтальной линии ОМП невозможно из-за стремления ошибки к бесконечности, что подтверждает предпосылки, сделанные на рис. 2.47–рис. 2.49. Использование более сложной траектории движения ПП для УМ или комбинации РДМ-УМ позволяет избавиться от низкой точности или невозможности ОМП относительно вертикальной и горизонтальной линий движения ПУ. Наилучшие результаты с точки зрения точности показали более сложные траектории, такие как пилообразная и зигзаг. Исходя из визуализации результатов следует, что метрика эллипсов НГКР в большинстве случаев применима только на небольшом расстоянии от ПП, а в некоторых случаях, при наличии области неоднозначности/невозможности позиционирования, неприменима вовсе. При увеличении расстояния ИРИ от ПП, данная метрика теряет свою информативность, т. к. коэффициент сжатия эллипса, равный отношению полуосей эллипса, в некоторых случаях стремится к нулю, особенно это касается областей неоднозначного или невозможного позиционирования, в то время как значение контуров КВО с увеличением расстояния ИРИ от ПП позволяет получить значение оценки точности независимо от расстояния. Несмотря на то, что в большинстве случаев ощутимого выигрыша в точности от использования комбинации РДМ-УМ нет, применительно к более сложным траекториям движения (зигзаг и пилообразная траектории), подобное сочетание позволяет избавиться от областей неоднозначности или невозможности позиционирования (не увеличивая при этом количество ПП), что может быть использовано при синтезе топологии движения БПЛА. Полученные в [149] результаты оценки пределов точности позиционирования показывают, что выбор комбинации методов влияет на наличие области, где позиционирование невозможно и на предел точности позиционирования. Результаты моделирования показывают, что использование комбинации нескольких методов позиционирования, количества ПП и сложных траекторий движения позволяет не только улучшить точность позиционирования, но и избавиться от областей неоднозначного/невозможного позиционирования. Анализ метрик показал, что на больших расстояниях целесообразнее использовать именно

КВО, т. к. оно дает более полную картину о пределах точности позиционирования на всей плоскости анализа, в то время как оценка точности через эллипсы НГКР информативна только в определенных точках и теряет свою информативность на больших расстояниях.

В [150] были проанализированы пределы точности позиционирования разностно-дальномерного и угломерного методов, на основе которого представлены выражения для оценки точности позиционирования в частных случаях расположения минимального числа из трех ПП в линию и треугольник. Из сравнения графиков контуров для $n=2$ и $n=4$ (рис. 2.28 и рис. 2.33) следует, что чем выше показатель потерь РРВ, тем выше ошибка ОМП по критерию нормированного КВО; для одинаковых значений нормированных отсчетов по оси x/y радиус КВО (чем выше радиус, тем выше отклонение от истинного местоположения) окажется выше в случае $n=4$ по сравнению с условиями, когда $n=2$, что и объясняет увеличение ошибки ОМП. Также отличительными особенностями КВО является специфичность контура вдоль пересечения линий, проходящих через два ПП. Это накладывает ограничение на территориальное распределение пунктов приема: отклонение от линейного расположения нежелательно при необходимости широкого охвата зоны МПСР. Из совместного анализа графиков на рис. 2.28 и рис. 2.33 следует, что при кооперативной обработке измерений от трех ПП, организованных в линию, пределы точности ОМП оказываются симметричными как относительно линии расположения ПП, так и относительно линии, перпендикулярной их расположению, однако для УМ точность ОМП оказывается несколько выше. При организации ПП в треугольник точность УМ также оказывается выше, чем РДМ. Для организации радиосвязи с адаптивным диаграммообразованием и максимизации пространственного уплотнения одновременных передач требуется оценка направления луча диаграммы направленности передатчика на приемник и луча диаграммы направленности приемника на передатчик, что, в свою очередь, определяется точностью предварительного позиционирования соседних радиостанций. Численно проанализированные частные сценарии оценки точности позиционирования ИРИ разностно-дальномерным и угломерным методами при кооперации минимального числа трех соседних радиостанций, геометрически организованных на плоскости в линию и треугольник, позволяют сделать следующий вывод: по метрикам контура КВО в нормированных координатах применительно к сценарию сверхплотных радиосетей для задач позиционирования соседних ИРИ при кооперации минимально необходимого числа измерителей *предпочтительным оказывается угломерный метод позиционирования.*

В [151] были проанализированы пределы точности позиционирования разностно-дальномерного и угломерного методов для сценариев с подвиж-

ными пунктами приема. Исследовались пределы точности позиционирования для РДМ, УМ и их комбинации по метрикам НГКР и КВО/СВО для сценариев движения четырех ПП/сенсоров.

Для уточнения выводов в части обоснования предпочтительности той или иной траектории движения сенсоров были выбраны следующие параметры: а) количество измерений N ; б) расстояние между соседними ПП ΔS , м; в) длина траектории движения ПП ΔL , м. Для каждой из метрик (при фиксировании остальных параметров) был выбран вектор значений анализа: а) $N = [10, 100, 1000]$; б) $\Delta S = [200 \text{ м}, 500 \text{ м}, 1000 \text{ м}]$; в) $\Delta L = [100 \text{ м}, 250 \text{ м}, 500 \text{ м}]$. Численный анализ позволил сделать следующие выводы: 1) метрика вероятного отклонения в общем случае обратно пропорциональна каждому из выбранных параметров N , ΔS , ΔL ; 2) при достаточном удалении ПП друг от друга для случая СВО при использовании РДМ и малом количестве измерений, метрика СВО растет в обоих направлениях от ПП, что практически не наблюдается для КВО; 3) при использовании комбинации РДМ-УМ метрика меньше, чем при использовании каждого метода по-отдельности, и сопоставима для плоскостного и пространственного случаев. Из графического анализа метрик НГКР и КВО/СВО следует, что оценки РДМ, УМ и комбинации РДМ-УМ на плоскости, полученные в 3D для среза при $z=0$ из пространственных оценок для РДМ, УМ и комбинации РДМ-УМ не противоречат плоскостным результатам в 2D и, таким образом, подтверждают корректность разработанной математической и имитационной моделей.

Анализ частных результатов позволяет сделать следующие выводы: а) для РДМ при движении сенсоров параллельно друг другу по горизонтали, характер ошибки имеет выраженное по определенной оси направление; наибольшая величина ошибки наблюдается в направлении, перпендикулярном направлению движения сенсоров, что подтверждает утверждения об областях невозможности позиционирования; б) для УМ и РДМ ошибка позиционирования по критериям КВО/СВО и эллипсам/эллипсоидам НГКР оказывается меньше при движении сенсоров по траектории в виде квадрата равноудаленно друг от друга.

По метрикам эллипсов/эллипсоидов рассеяния НГКР с использованием РДМ для двух сценариев движения ПП в 3D области $10 \times 10 \times 10 \text{ км}^2$ при движении четырех сенсоров горизонтально по прямой равноудаленно друг от друга по траектории в виде квадрата на фиксированной высоте и вертикально вверх по прямой равноудаленно друг от друга без смещения по x и y можно сделать следующие выводы: а) совпадение границ эллипсов для плоскостного случая и среза эллипсоидов рассеяния при $z=0$ для пространственного случая позволяет судить о корректности работы ИМ для вычисления метрики НГКР с добавлением информации о величине ошибки по координате z , дополняющей исследования в [149].

2.8. Выводы

В настоящем разделе разработан и программно реализован комплекс моделей и методов для оценки и визуализации точности позиционирования источников радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами. Для достижения поставленной цели были исследованы математические и вероятностные модели и методы оценки точности позиционирования на плоскости (2D) и в пространстве (3D). Оценка точности производилась в предположении одномерного, двумерного и трехмерного нормального распределения погрешностей координат, для чего в разделе 2.2 были представлены вероятностные основы ОМП. Для визуализации оценок точности в разделе 2.3 была формализована модель эллипса рассеивания, как средство оценки и визуализации пределов точности позиционирования.

Для получения выражений оценки вероятности попадания в заданную область в разделе 2.4 были использованы математические инструменты: гамма и хи-квадрат распределения, собственный вектор и собственные числа, спектральное разложение матрицы ковариации. В результате выражения оценки вероятности попадания в заданную область получены через гамма-функцию, функцию Лапласа, ошибок и хи-квадрат.

В разделе 0 разработаны и программно реализованы средства визуализации для оценки точности позиционирования, в частности, изолинии двумерной плотности вероятности; проиллюстрирована геометрическая интерпретации матрицы ковариации, направление максимального рассеивания и рассеивание заданной доверительной вероятности. С использованием разработанных инструментов можно оценить и визуализировать пределы точности позиционирования согласно сформулированным в разделе 1.2 требованиям к услугам и сценариям позиционирования в СПРС 5G.

В разделе 2.6 представлены математические модели и методы оценки точности позиционирования, в частности, метрики оценки точности позиционирования, обобщенная математическая модель методов позиционирования; выполнен анализ разностно-дальномерного и угломерного методов. Результаты анализа частных случаев показали, что по метрикам контура КВО в нормированных координатах применительно к сценарию сверхплотных радиосетей для задач позиционирования соседних ИРИ при кооперации минимально необходимого числа измерителей *предпочтительным оказывается угломерный метод позиционирования.*

В разделе 2.7 разработаны графические модели и методы оценки точности позиционирования, в том числе, графические модели разностно-дальномерного и угломерного методов, а также средства визуализация кругового вероятного отклонения и эллипсов рассеивания.

Научным результатом настоящего раздела является комплекс моделей и методов для априорной оценки точности позиционирования (координат) на основе средней квадратической погрешности первичных измеряемых

навигационных параметров. Погрешности первичных измерений навигационных параметров (времени или угла прихода) переносятся в погрешности оценки координат. Получены пределы оценки точности позиционирования ИРИ разностно-дальномерным и угломерным методами с использованием метрик нижней границы Крамера-Рао и кругового вероятного отклонения. Для определения значений нижней границы Крамера-Рао и кругового вероятного отклонения приведены и показаны математические выражения, на основе которых выполнена оценка пределов точности позиционирования средствами имитационного моделирования. Проанализированы различные траектории движения ПУ. Полученные результаты пределов точности позиционирования показывают, что выбор комбинации методов влияет на наличие области, где позиционирование невозможно и на предел точности позиционирования. Результаты моделирования показывают, что использование комбинации нескольких методов позиционирования, количества ПУ и сложных траекторий движения позволяет не только улучшить точность позиционирования, но и избавиться от областей неоднозначного/невозможного позиционирования. Анализ метрик показал, что на больших расстояниях целесообразнее использовать именно КВО, т. к. оно дает более полную картину о пределах точности позиционирования на всей плоскости анализа, в то время как оценка точности через эллипсы НГКР информативна только в определенных точках и теряет свою информативность на больших расстояниях [149–152]. Результаты анализа метрик КВО/СВО позволяют сформулировать следующие практические рекомендации для повышения точности позиционирования ИРИ в пространстве: 1) использовать комбинацию РДМ-УМ, позволяющую при достаточном удалении ПП друг от друга уменьшить значение метрики вероятного отклонения и НГКР; 2) использовать движение ПП при сборе и обработке измерений, либо увеличивать их количество; 3) использовать разнесение ПП в пространстве и иметь в виду количественное соотношение расстояний между соседними пунктами по всем координатам (особенно для уменьшения ошибки по высоте).

Таким образом, разработанный и реализованный в настоящем разделе комплекс моделей и методов позволяет вычислять и визуализировать пределы точности позиционирования ИРИ для различных сценариев. Результаты оценки точности позиционирования ИРИ, в свою очередь, позволяют прогнозировать и обосновывать практические сценарии территориального распределения наземных стационарных и/или траектории движения подвижных ПП, в том числе, в радиосетях с пространственной обработкой сигналов, в условиях отсутствия прямой видимости и при использовании беспилотных летательных аппаратов. Также предложенные модели позволяют верифицировать требования спецификаций 3GPP из раздела 1.2 по точности и надежности приложений и услуг геолокации в перспективной экосистеме 5G, в частности, для сценария сверхплотных радиосетей.

СКРИПТЫ К РАЗДЕЛУ 2

Скрипт 2.1. Одномерное нормальное распределение и доверительный интервал

```
clear all; clc;
% одномерное нормальное распределение и вычисление доверительного интервала
mu=0; sigma=1; x = normrnd(mu,sigma,[1e5 1]);
% оценка ФПВ
xbin_num=100; [xfreq,xbin]=hist(x,xbin_num);
xstep=(max(xbin)-min(xbin))./(xbin_num-1);
xpdf=xfreq/(sum(xfreq)*xstep);
figure(1); subplot(1,2,1); bar(xbin,xpdf,'g'); hold on; grid on;
xpdf_theory = (1/sqrt(2*pi*sigma))*exp(-(xbin-mu).^2/(2*sigma));
plot(xbin,xpdf_theory,'r-','LineWidth',2);
xlabel('\itx'); ylabel('\itf(x)'); legend('гистограмма','теория');
title(['Плотность вероятности \mu=',num2str(mu), ', \sigma=',num2str(sigma)]);
% оценка ИФР
for i=1:length(xbin)
    xcdf(i)= length(find(x<xbin(i)))/length(x);
end
subplot(1,2,2); plot(xbin,xcdf,'k-','LineWidth',2); grid on; hold on;
xcdf_theory=normcdf(xbin,mu,sigma);
plot(xbin,xcdf_theory,'r-','LineWidth',2);
xlabel('\itx'); ylabel('\itF(x)'); legend('выборка','теория');
title(['Функция распределения \mu=',num2str(mu), ', \sigma=',num2str(sigma)]);
% оценка ДИ
p=0.999; % доверительная вероятность
min(xbin(find(xcdf>p))) % доверительный интервал
norminv(p,mu,sigma)
```

Скрипт 2.2. Собственные числа и собственные вектора матрицы ковариации

```
clear all; clc;
disp('Матрица ковариации'); E=[3 1; 1 5]
disp('Собственные вектора и числа матрицы ковариации');
[R,D]=eig(E)
disp('D=RER'''); R*E*R'
disp('inv(D)'); inv(D)
disp('Rinv(E)R'''); R*inv(E)*R'
disp('inv(E)'); inv(E)
disp('R''inv(D)R'); R'*inv(D)*R
disp('R''DR'); R'*D*R
disp('RDinvR'); R*D*inv(R)
A=sqrt(inv(D))*R;
```

Скрипт 2.3. Вероятность попадания в заданную область

```
clear all; clc;
k=3.0;
% 1D
n=1; % число степеней свободы
P11=erf(k/sqrt(2)); % через функцию ошибок
P12=2*F(k); % через функцию Лапласа
P13=gamma(inc(k^2/2,n/2)); % через гамма-функцию
P14=chi2cdf(k^2,n); % через ИФР хи-квадрат
disp(['n=',num2str(n), ' k=',num2str(k), ' P=', num2str(P14)]);
% 2D
n=2; % число степеней свободы
P21=1-exp(-k^2/2); % через функцию ошибок
P22=(1-exp(-k^2/2)); % через функцию Лапласа
P23=gamma(inc(k^2/2,n/2)); % через гамма-функцию
P24=chi2cdf(k^2,n); % через ИФР хи-квадрат
disp(['n=',num2str(n), ' k=',num2str(k), ' P=', num2str(P24)]);
% 3D
n=3; % число степеней свободы
P31=erf(k/sqrt(2))-k*exp(-k^2/2)*sqrt(2/pi); % через функцию ошибок
P32=2*F(k)-k*exp(-k^2/2)*sqrt(2/pi); % через функцию Лапласа
P33=gamma(inc(k^2/2,n/2)); % через гамма-функцию
P34=chi2cdf(k^2,n); % через ИФР хи-квадрат
disp(['n=',num2str(n), ' k=',num2str(k), ' P=', num2str(P34)]);
function ff=F(x)
ff=0.5*erf(x/sqrt(2));
end
```

Скрипт 2.4. ФПВ и ее изолинии центрированного гауссовского вектора

```
clear all; clc;
mu = [0 0]; sigma = [1 0; 0 1];
```

```

% формирование сетки значений в 2D
x1 = -3:0.1:3; x2 = -3:0.1:3;
[X1,X2] = meshgrid(x1,x2); X = [X1(:) X2(:)];
% оценка двумерной ФПВ в точках сетки X
y = mvnpdf(X,mu,sigma); y = reshape(y,length(x2),length(x1));
% визуализация ФПВ
subplot(3,2,1); surf(x1,x2,y);
xlabel('\itx'); ylabel('\ity'); title('ФПВ \itf(x,y)')
sigma_str=num2str(sigma); zlabel({'a} \Sigma=',sigma_str});
v=[0.0001 0.001 0.01 0.05 0.1 0.2];
subplot(3,2,2); [C,h]=contour(x1,x2,y,v);
xlabel('\itx');ylabel('\ity'); clabel(C,h,v);
title('Изолиния ФПВ (эллипс рассеяния)');

sigma = [1.5 0; 0 0.5];
% оценка двумерной ФПВ в точках сетки X
y = mvnpdf(X,mu,sigma); y = reshape(y,length(x2),length(x1));
% визуализация ФПВ
subplot(3,2,3); surf(x1,x2,y);
xlabel('\itx'); ylabel('\ity');
sigma_str=num2str(sigma); zlabel({'б} \Sigma=',sigma_str});
v=[0.0001 0.001 0.01 0.05 0.1 0.2];
subplot(3,2,4); [C,h]=contour(x1,x2,y,v);
xlabel('\itx');ylabel('\ity'); clabel(C,h,v);

sigma = [1 0.75; 0.75 1];
% оценка двумерной ФПВ в точках сетки X
y = mvnpdf(X,mu,sigma); y = reshape(y,length(x2),length(x1));
% визуализация ФПВ
subplot(3,2,5); surf(x1,x2,y);
xlabel('\itx'); ylabel('\ity');
sigma_str=num2str(sigma); zlabel({'в} \Sigma=',sigma_str});
v=[0.0001 0.001 0.01 0.05 0.1 0.2];
subplot(3,2,6); [C,h]=contour(x1,x2,y,v);
xlabel('\itx');ylabel('\ity'); clabel(C,h,v);

```

Скрипт 2.5. Диагональный разброс СВ в 2D

```

clear all; clc;
mu = [0 0]; figure(1);
sigma = [5 4; 4 5]; x = mvnrnd(mu,sigma,1000);
plot(x(:,1),x(:,2),'.'); axis([-10 10 -10 10]); grid on;

```

Скрипт 2.6. Разброс СВ в 2D в зависимости от матрицы ковариации

```

clear all; clc;
mu = [0 0]; figure(1);
sigma = [5 4; 4 6]; x = mvnrnd(mu,sigma,500);
subplot(2,2,1);plot(x(:,1),x(:,2),'.'); axis([-10 10 -10 10]);
sigma_str=num2str(sigma); title({'\Sigma=',sigma_str}); grid on;

```

```

sigma = [5 -4; -4 6]; x = mvnrnd(mu,sigma,500);
subplot(2,2,2);plot(x(:,1),x(:,2),'.'); axis([-10 10 -10 10]);
sigma_str=num2str(sigma); title({'\Sigma=',sigma_str}); grid on;

```

```

sigma = [5 0; 0 1]; x = mvnrnd(mu,sigma,500);
subplot(2,2,3);plot(x(:,1),x(:,2),'.'); axis([-10 10 -10 10]);
sigma_str=num2str(sigma); title({'\Sigma=',sigma_str}); grid on;

```

```

sigma = [1 0; 0 5]; x = mvnrnd(mu,sigma,500);
subplot(2,2,4);plot(x(:,1),x(:,2),'.'); axis([-10 10 -10 10]); grid on;
sigma_str=num2str(sigma); title({'\Sigma=',sigma_str}); grid on;

```

Скрипт 2.7. ФПВ и угол наклона изолиний равной плотности

```

clear all; clc;
mu = [0 0]; sigma = [4 1; 1 1];
% формирование сетки точек на плоскости
x1 = -6:0.1:6; x2 = -6:0.1:6; [X1,X2] = meshgrid(x1,x2); X = [X1(:) X2(:)];
% ФПВ двумерного нормального распределения в точках сетки
y = mvnpdf(X,mu,sigma); y = reshape(y,length(x2),length(x1));
% визуализация ФПВ
subplot(1,2,1); surf(x1,x2,y); grid on;
xlabel('x'); ylabel('y'); title('ФПВ \itf(x,y)');
sigma_str=num2str(sigma); zlabel({'\Sigma=',sigma_str});

subplot(1,2,2);
v=[0.0001 0.001 0.01 0.05 0.1];

```

```

[C,h]=contour(x1,x2,y,v,'k'); grid on; hold on;
xlabel('x');ylabel('y'); clabel(C,h,v); title('Изолинии равной плотности');

[eigenvec, eigenval] = eig(sigma);
largest_eigenvec=eigenvec(:,2); largest_eigenval=eigenval(2,2);
smallest_eigenvec=eigenvec(:,1); smallest_eigenval=eigenval(1,1);
theta=atan2(largest_eigenvec(2), largest_eigenvec(1)); % угол от -pi до pi
if(theta < 0)
    theta = theta + 2*pi; % угол от 0 до 2pi
end
quiver(mu(1),mu(2),largest_eigenvec(1)*sqrt(largest_eigenval),...
    largest_eigenvec(2)*sqrt(largest_eigenval), '-r', 'LineWidth',3);
quiver(mu(1),mu(2),smallest_eigenvec(1)*sqrt(smallest_eigenval),...
    smallest_eigenvec(2)*sqrt(smallest_eigenval), '-g', 'LineWidth',3);
legend(['\theta=', num2str(theta*180/pi, '%5.1f'), '^{\circ}']);
D=sigma(1,1)*(cos(theta))^2+sigma(2,2)*(sin(theta))^2+sin(2*theta);
eig(sigma);
yy=normpdf(x1,0,sqrt(D));

```

Скрипт 2.8. Собственные вектора и собственные числа для двумерной СВ

```

clear all; clc;
mu = [0 0]; figure(1);
sigma = [5 0; 0 1]; x = mvnrnd(mu,sigma,1000);
subplot(2,2,1); plot(x(:,1),x(:,2),'.'); axis([-10 10 -10 10]);
sigma_str=num2str(sigma); title({'\Sigma=',sigma_str}); hold on; grid on;
% визуализация собственных векторов
[largest_eigenvec,largest_eigenval,...
    smallest_eigenvec,smallest_eigenval]=find_plot_eigenvec(sigma,mu);

sigma = [1 0; 0 5]; x = mvnrnd(mu,sigma,1000);
subplot(2,2,2); plot(x(:,1),x(:,2),'.'); axis([-10 10 -10 10]);
sigma_str=num2str(sigma); title({'\Sigma=',sigma_str}); hold on; grid on;
% визуализация собственных векторов
[largest_eigenvec,largest_eigenval,...
    smallest_eigenvec,smallest_eigenval]=find_plot_eigenvec(sigma,mu);

sigma = [3 2; 2 3]; x = mvnrnd(mu,sigma,1000);
subplot(2,2,3); plot(x(:,1),x(:,2),'.'); axis([-10 10 -10 10]); hold on; grid on;
sigma_str=num2str(sigma); title({'\Sigma=',sigma_str});
% визуализация собственных векторов
[largest_eigenvec,largest_eigenval,...
    smallest_eigenvec,smallest_eigenval]=find_plot_eigenvec(sigma,mu);

sigma = [3 -2; -2 3]; x = mvnrnd(mu,sigma,1000);
subplot(2,2,4); plot(x(:,1),x(:,2),'.'); axis([-10 10 -10 10]); hold on; grid on;
sigma_str=num2str(sigma); title({'\Sigma=',sigma_str});
% визуализация собственных векторов
[largest_eigenvec,largest_eigenval,...
    smallest_eigenvec,smallest_eigenval]=find_plot_eigenvec(sigma,mu);

function [largest_eigenvec,largest_eigenval,...
    smallest_eigenvec,smallest_eigenval]=find_plot_eigenvec(covariance,mu)
[eigenvec, eigenval] = eig(covariance);
largest_eigenvec=eigenvec(:,2); largest_eigenval=eigenval(2,2);
smallest_eigenvec=eigenvec(:,1); smallest_eigenval=eigenval(1,1);

quiver(mu(1),mu(2),largest_eigenvec(1)*sqrt(largest_eigenval),...
    largest_eigenvec(2)*sqrt(largest_eigenval), '-r', 'LineWidth',3);
quiver(mu(1),mu(2),smallest_eigenvec(1)*sqrt(smallest_eigenval),...
    smallest_eigenvec(2)*sqrt(smallest_eigenval), '-g', 'LineWidth',3);
ylabel(['\lambda_{1}=', num2str(largest_eigenval),...
    '\lambda_{2}=', num2str(smallest_eigenval)]);
xlabel(['r_{1}=[', num2str(largest_eigenvec, '%5.1f'),...
    '\r_{2}=[', num2str(smallest_eigenvec, '%5.1f'), ']'']);
end

```

Скрипт 2.9. Масштабирование выборок двумерной СВ

```

clear all; clc; %format short
mu = [0 0]; figure(1);

sigma = [1 0; 0 1]; x = mvnrnd(mu,sigma,1000)';
subplot(1,2,1); plot(x(1,:),x(2,:),'.'); axis([-10 10 -10 10]);
sigma_str=num2str(sigma); title({'\Sigma=',sigma_str}); hold on; grid on;
% визуализация собственных векторов
[largest_eigenvec,largest_eigenval,...

```

```

    smallest_eigenvec,smallest_eigenval]=find_plot_eigenvec(sigma,mu);

% sigma = [4 0; 0 1]; y = mvnrnd(mu,sigma,1000)';
S=[2 0; 0 1];y=S*x; sigma=cov(y');
subplot(1,2,2); plot(y(1,:),y(2:,:),'.'); axis([-10 10 -10 10]);
sigma_str=num2str(sigma); title({'\Sigma=' ,sigma_str}); hold on; grid on;
% визуализация собственных векторов
[largest_eigenvec,largest_eigenval,...
    smallest_eigenvec,smallest_eigenval]=find_plot_eigenvec(sigma,mu);

function [largest_eigenvec,largest_eigenval,...
    smallest_eigenvec,smallest_eigenval]=find_plot_eigenvec(covariance,mu)
[eigenvec, eigenval] = eig(covariance);
largest_eigenvec=eigenvec(:,2); largest_eigenval=eigenval(2,2);
smallest_eigenvec=eigenvec(:,1); smallest_eigenval=eigenval(1,1);
% plot_eigenvec
quiver(mu(1),mu(2),largest_eigenvec(1)*sqrt(largest_eigenval),...
    largest_eigenvec(2)*sqrt(largest_eigenval), '-r', 'LineWidth',3);
quiver(mu(1),mu(2),smallest_eigenvec(1)*sqrt(smallest_eigenval),...
    smallest_eigenvec(2)*sqrt(smallest_eigenval), '-g', 'LineWidth',3);
ylabel(['\lambda_{1}=' , num2str(largest_eigenval),...
    ' ; \lambda_{2}=' , num2str(smallest_eigenval)]);
xlabel(['r_{1}=[', num2str(largest_eigenvec','%5.1f'),...
    ']; r_{2}=[', num2str(smallest_eigenvec','%5.1f'),']']);
end

```

Скрипт 2.10. Масштабирование и поворот выборок двумерной СВ

```

clear all; clc;
mu = [0 0]; figure(1);
sigmax = [3.0 0.0; 0.0 1.0]; x = mvnrnd(mu,sigmax,1000)'; cov(x');
subplot(1,2,1); plot(x(1,:),x(2:,:),'.'); axis([-10 10 -10 10]); hold on;
sigmax_str=num2str(sigmax); title({'\Sigma_{x}=' ,sigmax_str}); grid on;
% визуализация собственных векторов
[largest_eigenvec,largest_eigenval,...
    smallest_eigenvec,smallest_eigenval]=find_plot_eigenvec(sigmax,mu);

theta=pi/3;
R = [cos(theta) sin(theta);...
    -sin(theta) cos(theta)];
S=[2 0; 0 1]; B=R*S; y=B*x;
sigmay=cov(y')
sigmay2=R'*S*sigmax*S*inv(R')
sigmay3=B*sigmax*B'
subplot(1,2,2); plot(y(1,:),y(2:,:),'.'); axis([-10 10 -10 10]); hold on;
sigmay_str=num2str(sigmay); title({'\Sigma_{y}=' ,sigmay_str}); grid on;
% визуализация собственных векторов
[largest_eigenvec,largest_eigenval,...
    smallest_eigenvec,smallest_eigenval]=find_plot_eigenvec(sigmay,mu);

function [largest_eigenvec,largest_eigenval,...
    smallest_eigenvec,smallest_eigenval]=find_plot_eigenvec(covariance,mu)
[eigenvec, eigenval ] = eig(covariance);
largest_eigenvec=eigenvec(:,2); largest_eigenval=eigenval(2,2);
smallest_eigenvec=eigenvec(:,1); smallest_eigenval=eigenval(1,1);
quiver(mu(1),mu(2),largest_eigenvec(1)*sqrt(largest_eigenval),...
    largest_eigenvec(2)*sqrt(largest_eigenval), '-r', 'LineWidth',3);
quiver(mu(1),mu(2),smallest_eigenvec(1)*sqrt(smallest_eigenval),...
    smallest_eigenvec(2)*sqrt(smallest_eigenval), '-g', 'LineWidth',3);
ylabel(['\lambda_{1}=' , num2str(largest_eigenval),...
    ' ; \lambda_{2}=' , num2str(smallest_eigenval)]);
xlabel(['v_{1}=[', num2str(largest_eigenvec','%5.1f'),...
    ']; v_{2}=[', num2str(smallest_eigenvec','%5.1f'),']']);
end

```

Скрипт 2.11. Построение из единичной окружности и матрицы ковариаций

```

clear all; clc;
sigma = [2 3; 3 6]; % матрица ковариации
theta=[0:2:360]*pi/180; % вектор углов окружности
z=[cos(theta); sin(theta)]; % единичный вектор
plot(z(1,:),z(2,:)); hold on; % единичная окружность
p=sigma*z; % вектор эллипса
pabs=sqrt(p(1,:).^2+p(2,:).^2); % модуль вектора эллипса
ptheta=atan(p(2,:)./p(1,:)); % вектор углов эллипса
ptheta(find(ptheta<0))=ptheta(find(ptheta<0))+2*pi;
plot(p(1,:),p(2,:)); grid on; % эллипс

```

```

legend('окружность','эллипс','Location','northwest');
xlabel('\itx'); ylabel('\ity');
xmax=round(max(max(p))); axis([-xmax xmax -xmax xmax]);
theta_table=(theta*180/pi)' (ptheta*180/pi)' pabs'];
theta_max=theta(find(pabs==max(pabs)))*180/pi;
theta_min=theta(find(pabs==min(pabs)))*180/pi;
lambda=eig(sigma);
title(['поворот эллипса на ', num2str(theta_max(1)), '^{\circ}; ',...
'\lambda_{1}=', num2str(lambda(1)), ' ; \lambda_{2}=', num2str(lambda(2))]);
writematrix(theta_table, 'theta_table.xlsx');

```

Скрипт 2.12. Эллипс заданного доверительного интервала и КВО

```

clc; clear all; close all;
% формирование выборки СВ
s = [2 2]; y = randn(200,1);
y1 = normrnd(s(1)*y,1); y2 = normrnd(s(2)*y,1); x = [y1 y2];
% оценка матрицы ковариации и вектора средних значений
covariance = cov(x); mu = mean(x);
% визуализация СВ в 2D
plot(x(:,1), x(:,2), '.'); hold on; grid on;
minx = min(min(x)); maxx = max(max(x));
xlim([minx-2, maxx+2]); ylim([minx-1, maxx+3]);
% визуализация собственных векторов
[largest_eigenvec, largest_eigenval, ...
smallest_eigenvec, smallest_eigenval]=find_plot_eigenvec(covariance,mu);
% оценка угла поворота наибольшего собственного вектора относительно оси x
theta=atan2(largest_eigenvec(2), largest_eigenvec(1)); % угол от -pi до pi
if(theta < 0)
theta = theta + 2*pi; % угол от 0 до 2pi
end
title(['Двумерная СВ с \theta=', num2str(theta*180/pi, '%5.1f'), '^{\circ}']);

% оценка 95%-го доверительного интервала эллипса
p1=0.5; k1=sqrt(chi2inv(p1,2));
a=k1*sqrt(largest_eigenval);
b=k1*sqrt(smallest_eigenval);
% координаты x,y эллипса в 2D
theta_grid = linspace(0,2*pi);
ellipse_xy=[a*cos(theta_grid); b*sin(theta_grid)];
% матрица поворота
R = [cos(theta) sin(theta); -sin(theta) cos(theta)];
% поворот эллипса на угол phi
ellipse_rot = ellipse_xy*R;
% визуализация эллипса
plot(ellipse_rot(:,1)+mu(1), ellipse_rot(:,2)+mu(2), 'LineWidth', 1);
% построение эллипса заданного доверительного интервала
p2=0.75; plotErrorEllipse_confidence(mu, covariance, p2);
p3=0.90; plotErrorEllipse_confidence(mu, covariance, p3);
p4=0.95; plotErrorEllipse_confidence(mu, covariance, p4);
DRMS=sqrt(largest_eigenval+smallest_eigenval);
CEP_DRMS=[DRMS*cos(theta_grid); DRMS*sin(theta_grid)];
plot(CEP_DRMS(:,1), CEP_DRMS(:,2), 'LineWidth', 2);

Cep2Dradius_50 = ComputeCep2Dradius(smallest_eigenval, largest_eigenval);
CEP_50=[Cep2Dradius_50*cos(theta_grid); Cep2Dradius_50*sin(theta_grid)];
plot(CEP_50(:,1), CEP_50(:,2), 'LineWidth', 2);

legend('выборки СВ', 'v_{1}', 'v_{2}', ...
['эллипс ', num2str(p1*100), '%'], ['эллипс ', num2str(p2*100), '%'], ...
['эллипс ', num2str(p3*100), '%'], ['эллипс ', num2str(p4*100), '%'], ...
'CEP_{DRMS}', 'CEP_{50%}', 'Location', 'northwest', 'NumColumns', 3);

function [largest_eigenvec, largest_eigenval, ...
smallest_eigenvec, smallest_eigenval]=find_plot_eigenvec(covariance,mu)
[eigenvec, eigenval] = eig(covariance);
largest_eigenvec=eigenvec(:,2); largest_eigenval=eigenval(2,2);
smallest_eigenvec=eigenvec(:,1); smallest_eigenval=eigenval(1,1);
quiver(mu(1), mu(2), largest_eigenvec(1)*sqrt(largest_eigenval), ...
largest_eigenvec(2)*sqrt(largest_eigenval), '-r', 'LineWidth', 2);
quiver(mu(1), mu(2), smallest_eigenvec(1)*sqrt(smallest_eigenval), ...
smallest_eigenvec(2)*sqrt(smallest_eigenval), '-g', 'LineWidth', 2);
ylabel(['\lambda_{1}=', num2str(largest_eigenval), ...
'; \lambda_{2}=', num2str(smallest_eigenval)]);
xlabel(['v_{1}=[', num2str(largest_eigenvec, '%5.1f'), ...
']; v_{2}=[', num2str(smallest_eigenvec, '%5.1f'), ']'']);

```

```
end
```

```
function plotErrorEllipse_confidence(mu, sigma, p)
s = -2*log(1 - p);
[V, D] = eig(sigma*s);
t = linspace(0, 2*pi);
a = (V*sqrt(D))*[cos(t(:)); sin(t(:))];
plot(a(1,:)+mu(1), a(2,:)+mu(2), 'LineWidth',1);
end
```

Скрипт 2.13. Геометрическая интерпретация метрики ХВО

```
% LEP
figure(1); mu = 0; sigma = 1; x = -3:0.1:3;
x_s_area = -0.75; x_e_area = 0.75; x_fill = x_s_area:0.1:x_e_area;
y = normpdf(x, mu, sigma); y_fill = normpdf(x_fill, mu, sigma);
plot(x, y, 'linewidth', 2); hold on;
fill([x_fill flip(x_fill)], [y_fill zeros(size(y_fill))], 'r');
plot(x_fill, y_fill, 'k-', 'linewidth', 2);
plot(ones(1,11).*x_s_area, 0:y_fill(1)/10:y_fill(1), 'k-');
plot(ones(1,11).*x_e_area, 0:y_fill(end)/10:y_fill(end), 'k-');
plot(zeros(1,11), 0:normpdf(0, mu, sigma)/10:normpdf(0, mu, sigma), '--');
alpha(0.25); grid on;
xlabel('$x - \hat{x}$', 'Interpreter', 'latex');
annotation('textarrow', [0.52 0.615], [0.31 0.31], 'LineWidth', 2)
annotation('textbox', [0.55 0.07 0 0.33], 'EdgeColor', 'none', ...
    'String', '\itr', 'FontSize', 15, 'LineWidth', 2, 'Color', 'red');

% CEP
figure(2); x1 = -3:0.2:3; x2 = -3:0.2:3;
[X1, X2] = meshgrid(x1, x2); X = [X1(:) X2(:)];
mu = [0 0]; sigma = [0.49 0; 0 0.49];
y = mvnpdf(X, mu, sigma); y = reshape(y, length(x2), length(x1));
surf(x1, x2, y); caxis([min(y(:)) - 0.5*range(y(:)), max(y(:))]);
axis([-3 3 -3 3 0 0.4]);
xlabel('$x - \hat{x}$', 'Interpreter', 'latex');
ylabel('$y - \hat{y}$', 'Interpreter', 'latex'); hold on;
t = 0:pi/10:2*pi;
[X, Y, Z] = cylinder(); s = surf(X, Y, Z./3); alpha(s, 0.5);
annotation('textarrow', [0.52 0.605], [0.655 0.67], 'LineWidth', 2)
annotation('textbox', [0.53 0.4 0 0.33], 'EdgeColor', 'none', ...
    'String', '\itr', 'FontSize', 15, 'LineWidth', 2, 'Color', 'red');

% SEP
figure(3); [X,Y,Z] = sphere; s = surf(X,Y,Z, 'FaceColor', [1 1 0]);
alpha(s, 0.5); hold on;
x = -1+(1+1)*rand(1,500);
y = -0.6+(0.6+0.6)*rand(1,500);
z = -0.8+(1.2+0.8)*rand(1,500);
F1 = ((x.^2) + (9/4).*(y.^2) + z.^2-1).^3 + ...
    (-x.^2 .* z.^3 - (9/80).*y.^2.*z.^3);
ind = F1 < 0;
x = x(ind); x = x(1:100);
y = y(ind); y = y(1:100);
z = z(ind); z = z(1:100);
scatter3(x, y, z, 'MarkerFaceColor', 'b', 'MarkerEdgeColor', 'b');
xlabel('$x - \hat{x}$', 'Interpreter', 'latex');
ylabel('$y - \hat{y}$', 'Interpreter', 'latex');
zlabel('$z - \hat{z}$', 'Interpreter', 'latex'); hold off;
annotation('textarrow', [0.52 0.74], [0.45 0.60], 'LineWidth', 2)
annotation('textbox', [0.60 0.27 0 0.33], 'EdgeColor', 'none', ...
    'String', '\itr', 'FontSize', 15, 'LineWidth', 2, 'Color', 'red');
```

Скрипт 2.14. Оценка характеристики КВО и ИФР

```
% Оценка характеристики КВО
subplot(1,2,1);
[c1_fill, x1_fill, y1_fill] = circle(0, 0, 1);
[c2_fill, x2_fill, y2_fill] = circle(0, 0, 2);
[c3_fill, x3_fill, y3_fill] = circle(0, 0, 3);
rng default;
xq = randn(10,1); yq = randn(10,1); axis equal; hold on;
plot(0, 0, 'bx'); plot(xq, yq, 'ro'); % points inside
legend('Местоположение', 'ПОК'); % legend boxoff;
xlim([-5, 5]); ylim([-3.5, 5]);
text(0, 0-0.2, '(x,y)'); text(-0.5, 1-0.2, '\itp=10%')
text(-0.5, 2-0.2, '\itp=30%'); text(-0.5, 3-0.2, '\itp=50%');
```



```

subplot(1,2,2);
% Оценка ИФР ПОК
x_start = -3; x_end = 3; y_start = 0; y_end = 1;
R = randn(10,1); ecdf(R, 'Function', 'cdf', 'Alpha', 0.01); hold on;
x = x_start:x_end/100:x_end; cdf_theory = cdf('Normal', x, 0, 1);
plot(x, cdf_theory, 'r-', 'LineWidth', 2);
xlabel('\it{r}'); ylabel('Вероятность ошибки');
plot(x, linspace(0.5, 0.5, length(x)), 'k--', 'linewidth', 1);
plot(x, linspace(0.3, 0.3, length(x)), 'k--', 'linewidth', 1);
plot(x, linspace(0.1, 0.1, length(x)), 'k--', 'linewidth', 1);
plot(linspace(-1.25, -1.25, 2), linspace(0, 0.1, 2), 'k:', 'linewidth', 1);
plot(linspace(-0.5, -0.5, 2), linspace(0, 0.3, 2), 'k:', 'linewidth', 1);
plot(linspace(0, 0, 2), linspace(0, 0.5, 2), 'k:', 'linewidth', 1);
plot(linspace(0.4, 0.4, 2), linspace(0, 0.3, 2), 'k:', 'linewidth', 1);
plot(linspace(0.55, 0.55, 2), linspace(0, 0.5, 2), 'k:', 'linewidth', 1);
annotation('textbox', [0.6 0.38 0.2 0.2], 'EdgeColor', 'none', ...
    'String', '\it{p} = 50%', 'FontSize', 10, 'Linewidth', 2, ...
    'Color', 'black', 'FitBoxToText','on');
annotation('textbox', [0.6 0.22 0.2 0.2], 'EdgeColor', 'none', ...
    'String', '\it{p} = 30%', 'FontSize', 10, 'Linewidth', 2, ...
    'Color', 'black', 'FitBoxToText','on');
annotation('textbox', [0.6 0.05 0.2 0.2], 'EdgeColor', 'none', ...
    'String', '\it{p} = 10%', 'FontSize', 10, 'Linewidth', 2, ...
    'Color', 'black', 'FitBoxToText','on');
xticklabels({'0', '0.5', '1', '1.5', '2', '2.5', '3'});
legend('Модель', 'Теория', 'Location', 'northwest');

function [h, xunit, yunit] = circle(x, y, r)
    hold on;
    th = 0:pi/50:2*pi;
    xunit = r*cos(th)+x; yunit = r*sin(th)+y; h=plot(xunit, yunit);
    hold off;
end

```

Скрипт 2.15. Нормированный контур КВО РДМ и УМ для трех ПП

```

clear all; clc;
% Режимы вычисления
compute_TDOA = 1; % РДМ
compute_AOA = 0; % УМ
compute_line = 0; % ПП расположены в линию
compute_triangle = 1; % ПП расположены в треугольник
% Исходные данные
nPoints = 1000; % число точек сетки местоположений
stdDevTdoa = 50; % 50 нс стандартное отклонение TOA
stdDevAoa = 2; % 2 deg. стандартное отклонение AOA
stdDev = struct('AOA', stdDevAoa, 'TDOA', stdDevTdoa);
L = 1; % параметр L
n = 4; % параметр затухания при РРВ
% x,y,z координаты трех ПП (сенсоров)
if compute_line
    % координаты трех ПП на плоскости при их расположении в линию
    x1 = 0; x2 = 0; x3 = 0;
    y1 = -L/2; y2 = 0; y3 = L/2;
elseif compute_triangle
    % координаты трех ПП на плоскости при их расположении в треугольник
    x1 = 0; x2 = -L/2; x3 = 0;
    y1 = -L/2; y2 = 0; y3 = L/2;
    limits = [0 3*L 0 3*L]; % пределы для графика
end
rxCoords1=[x1,y1,0]; rxCoords2=[x2,y2,0]; rxCoords3=[x3,y3,0];
limits = [-3*L 3*L -3*L 3*L]; % пределы для графика
rxArray = {rxCoords1, rxCoords2, rxCoords3};

if compute_TDOA
    posTypes = "TDOA";
    [x, y, erProbRad] = plotCepTheory(rxArray, stdDev, limits,...
        nPoints, posTypes, L, n);
elseif compute_AOA
    posTypes = "AOA";
    [x, y, erProbRad] = plotCepTheory(rxArray, stdDev, limits,...
        nPoints, posTypes, L, n);
end

function [X, Y, erProbRad] = plotCepTheory(rxArray, ...

```

```

stdDev, limits, nPoints, posTypes, L, n)
% Визуализация контура радиусов КВО для частного случая трех ПП
% [X, Y, erProbRad] = plotСерTheory(rxArray, ...
%     stdDev, limits, nPoints, posTypes)
%
% Выходные параметры:
%     X - массив сетки координат x (м)
%     Y - массив сетки координат y (м)
%     erProbRad - радиус КВО при позиционировании в 2D (м)
%
% Входные параметры:
%     rxArray - [nx2] массив n координат ху ПП (м)
%     stdDev - СКО первичных измерений: (нс) для РДМ и (град) для УМ
%     limits - пределы зоны ОМП в 2D (м): [x_min x_max y_min y_max]
%     nPoints - число точек решетки по одной из сторон зоны ОМП
%     posTypes - тип позиционирования
%     L - нормировочный коэффициент L (м)
%     n - показатель потерь РРВ
x_min = limits(1); x_max = limits(2);
y_min = limits(3); y_max = limits(4);
% Установка дисперсий Setting all the variances to proper measurement units
nVarNames = fieldnames(stdDev);
for iVar = 1:numel(nVarNames)
    currVar = nVarNames{iVar};
    switch currVar
        case 'AOA'
            % Вычисление дисперсии первичных измерений УМ [рад^2]
            stdDev.(currVar) = (stdDev.(currVar) .* pi./180).^2;
            % теоретическая нижняя граница ошибки
            sigma_phiL = sqrt(stdDev.(posTypes));
        case 'TDOA'
            % Вычисление дисперсии первичных измерений РДМ [с^2]
            stdDev.(currVar) = (stdDev.(currVar) .* 1e-9).^2;
            % теоретическая нижняя граница ошибки
            sigma_tL = sqrt(stdDev.(posTypes));
        otherwise
            warning('Unexpected positioning type')
    end
end

% Решетка местоположений ИРИ для оценки пределов точности ОМП
[X, Y] = meshgrid(linspace(x_min, x_max, nPoints), ...
    linspace(y_min, y_max, nPoints));
c = 299792458; % скорость света (м/с)
% Вычисление радиусов КВО в точках решетки
[i_max, j_max] = size(X); erProbRad = zeros(size(X));
rx1 = rxArray{1}; rx2 = rxArray{2}; rx3 = rxArray{3};
switch posTypes
    case 'TDOA'
        for i = 1:1:i_max
            for j = 1:1:j_max
                tx = [X(i, j) Y(i, j) 0];
                rx1 = rxArray{1}; rx2 = rxArray{2}; rx3 = rxArray{3};
                phi0_1 = atan((tx(2) - rx1(2))/(tx(1) - rx1(1)));
                phi0_2 = atan((tx(2) - rx2(2))/(tx(1) - rx2(1)));
                phi0_3 = atan((tx(2) - rx3(2))/(tx(1) - rx3(1)));

                D01 = sqrt((tx(1) - rx1(1)).^2 + (tx(2) - rx1(2)).^2);
                D02 = sqrt((tx(1) - rx2(1)).^2 + (tx(2) - rx2(2)).^2);
                D03 = sqrt((tx(1) - rx3(1)).^2 + (tx(2) - rx3(2)).^2);

                sigma_t1 = sqrt(sigma_tL.^2 .* (D01./L).^n);
                sigma_t2 = sqrt(sigma_tL.^2 .* (D02./L).^n);
                sigma_t3 = sqrt(sigma_tL.^2 .* (D03./L).^n);

                alpha = c^2./((cos(phi0_1)-cos(phi0_2)).*(sin(phi0_2)...
                    - sin(phi0_3))- (cos(phi0_2)-...
                    cos(phi0_3)).*(sin(phi0_1) - sin(phi0_2)))^2;
                sigma_sq_1 = alpha .* ...
                    (sigma_t1.^2.*(sin(phi0_2) - sin(phi0_3)).^2 + ...
                    sigma_t2.^2.*(sin(phi0_1) - sin(phi0_3)).^2 + ...
                    sigma_t3.^2.*(sin(phi0_1) - sin(phi0_2)).^2);
                sigma_sq_2 = alpha .* ...
                    (sigma_t1.^2.*(cos(phi0_2) - cos(phi0_3)).^2 + ...
                    sigma_t2.^2.*(cos(phi0_1) - cos(phi0_3)).^2 + ...
                    sigma_t3.^2.*(cos(phi0_1) - cos(phi0_2)).^2);
            end
        end
    end
end

```

```

sigma_12 = alpha .* ...
    (sigma_t1.^2 .* (cos(phi0_3) - cos(phi0_2)) .* ...
    (sin(phi0_2) - sin(phi0_3)) + ...
    sigma_t2.^2 .* (cos(phi0_3) - cos(phi0_1)) .* ...
    (sin(phi0_1) - sin(phi0_3)) + ...
    sigma_t3.^2 .* (cos(phi0_2) - cos(phi0_1)) .* ...
    (sin(phi0_1) - sin(phi0_2)));

lambda_1 = 0.5 .* (sigma_sq_1 + sigma_sq_2 + ...
    sqrt((sigma_sq_1 - sigma_sq_2).^2 + ...
    4.*sigma_12.^2));
lambda_2 = 0.5 .* (sigma_sq_1 + sigma_sq_2 - ...
    sqrt((sigma_sq_1 - sigma_sq_2).^2 + ...
    4.*sigma_12.^2));

[erProbRad(i, j)] = abs((0.563.*sqrt(lambda_1) ...
    + 0.614.*sqrt(lambda_2))/...
    (c*sigma_tL));
end
end
case 'AOA'
for i = 1:l:i_max
for j = 1:l:j_max
tx = [X(i, j) Y(i, j) 0];
% rx1 = rxArray{1}; rx2 = rxArray{2}; rx3 = rxArray{3};
D01 = sqrt((tx(1) - rx1(1)).^2 + (tx(2) - rx1(2)).^2);
D02 = sqrt((tx(1) - rx2(1)).^2 + (tx(2) - rx2(2)).^2);
D03 = sqrt((tx(1) - rx3(1)).^2 + (tx(2) - rx3(2)).^2);
D0 = [D01 D02 D03];

phi0_1 = atan((tx(2) - rx1(2))/(tx(1) - rx1(1)));
phi0_2 = atan((tx(2) - rx2(2))/(tx(1) - rx2(1)));
phi0_3 = atan((tx(2) - rx3(2))/(tx(1) - rx3(1)));
phi0 = [phi0_1 phi0_2 phi0_3];

sigma_phi1 = sqrt((sigma_phiL.^2)/...
    cos(phi0_1).^2 .* (D01./L).^n);
sigma_phi2 = sqrt((sigma_phiL.^2)/...
    cos(phi0_2).^2 .* (D02./L).^n);
sigma_phi3 = sqrt((sigma_phiL.^2)/...
    cos(phi0_3).^2 .* (D03./L).^n);
sigma_phi = [sigma_phi1 sigma_phi2 sigma_phi3];

mu = sum(cos(phi0).^2 ./ (D0.^2 .* sigma_phi.^2));
lambda = sum(sin(phi0).^2 ./ (D0.^2 .* sigma_phi.^2));
nu = sum((sin(phi0).*cos(phi0))./(D0.^2.*sigma_phi.^2));

sigma_sq_1 = mu ./ (mu .* lambda - nu.^2);
sigma_sq_2 = lambda ./ (mu .* lambda - nu.^2);
sigma_12 = nu ./ (mu .* lambda - nu.^2);

lambda_1 = 0.5 .* (sigma_sq_1 + sigma_sq_2 + ...
    sqrt((sigma_sq_1 - sigma_sq_2).^2 + ...
    4.*sigma_12.^2));
lambda_2 = 0.5 .* (sigma_sq_1 + sigma_sq_2 - ...
    sqrt((sigma_sq_1 - sigma_sq_2).^2 + ...
    4.*sigma_12.^2));

[erProbRad(i, j)] = abs((0.563.*sqrt(lambda_1) ...
    + 0.614.*sqrt(lambda_2))/...
    (L*sigma_phiL));
end
end
% otherwise
% warning('Unexpected positioning type')
end
% Визуализация радиусов КВО в 2D
figure('Name', 'CEP');
v = [2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500]; % значения радиусов КВО
[C, h] = contour(X,Y,erProbRad,v,'Color',[0.5 0.5 0.5],'linewidth',1);
clabel(C, h, v, 'Color', 'k');
titleStr = sprintf('CEP {%s} n={%g}', posTypes, n);
title(titleStr);
xlabel('x/L'); ylabel('y/L');
% Нормированные коэффициентом L оси
xTickArr = limits(1):0.5:limits(2);

```

```

yTickArr = limits(3):0.5:limits(4);
set(gca, 'XTick', xTickArr.*L); set(gca, 'YTick', yTickArr.*L);
set(gca, 'XTickLabel', xTickArr); set(gca, 'YTickLabel', yTickArr);
hold on; markerSize = 8; markerColorWhite = [1 1 1];
markerBorderWidth = 2;
switch posTypes
    case "TDOA"
        legend('CEP/c\sigma_{tL}');
    case "AOA"
        legend('CEP/L\sigma_{\theta L}');
    otherwise
        title(['CEP', ' \itn=', num2str(n)]);
        legend('CEP/sigma_{L}');
end
% Визуализация местоположений ПП
[~, nrx] = size(rxArray);
for irx = 1:nrx
    rx = rxArray{irx}; rxStr = sprintf('rx_{%d}', irx);
    plot(rx(1, 1), rx(1, 2), '-o', 'MarkerSize', markerSize, ...
        'MarkerEdgeColor', 'black', 'LineWidth', markerBorderWidth, ...
        'MarkerFaceColor', markerColorWhite, 'DisplayName', rxStr);
end
hold off; grid on; xlim(limits(1:2)); ylim(limits(3:4));
% Установка начала координат
ax = gca; ax.XAxisLocation = 'origin'; ax.YAxisLocation = 'origin';
end

```

Скринт 2.16. Поворот гиперболы

```

clear all; clc;
f1=[-30 -10]; f2=[30 10]; % фокусы гиперболы
x0=(f2(1)+f1(1))/2; y0=(f2(2)+f1(2))/2; % центр гиперболы
dx=f2(1)-f1(1); dy=f2(2)-f1(2);
phi=atan2(dy,dx); % угол поворота
df=sqrt(sum((f2-f1).^2)); % расстояние между фокусами f1 и f2
dd=0.5*df; % разность расстояний
[x,y] = tdoa_curve(f1,f2,dd);
[x1,y1] = tdoa_rotate(x,y,phi,x0,y0);
[x2,y2] = tdoa_rotate(-x,-y,phi,x0,y0);
figure(1); xmax=100; axis([-xmax xmax -xmax xmax]); grid on; hold on;
plot(x1,y1,'r-'); plot(x2,y2,'r-');
plot(f1(1),f1(2), 'ko','MarkerSize',4);
text(f1(1),f1(2)-5, 'F_{1}', 'FontName','Times New Roman', 'FontSize',10);
plot(f2(1),f2(2), 'ko','MarkerSize',4);
text(f2(1),f2(2)-5, 'F_{2}', 'FontName','Times New Roman', 'FontSize',10);
% новые оси
x=[-xmax:0.1:xmax];
yk1=y0+(dy/dx)*(x-x0); plot(x,yk1,'k--');
text(xmax-10,+40, 'x''', 'FontName','Times New Roman', 'FontSize',10);
yk2=y0-(dx/dy)*(x-x0); plot(x,yk2,'k--');
text(-25,xmax-5, 'y''', 'FontName','Times New Roman', 'FontSize',10);
yk3=zeros(1,length(x)); plot(x,yk3,'k-');
yk4=-xmax:0.1:xmax; plot(zeros(1,length(x)),yk4,'k-');

function [x,y] = tdoa_curve(f1,f2,dd)
% гипербола для фокусов f1 и f2 и постоянной разности расстояний dd
df=sqrt(sum((f1-f2).^2)); % расстояние между фокусами f1 и f2
% вычисление параметров гиперболы a,b,c
a = dd/2; c = df/2; b = sqrt(c^2-a^2);
% Параметрическое представление гиперболы через параметры a,b,t
% [x,y] вычисляются так, что поперечной является ось x с фокусами +/- c
u=[-pi:0.01:pi]; x = a*cosh(u); y = b*sinh(u);
end

function [xout,yout] = tdoa_rotate(xin,yin,phi,x0,y0)
% матрица поворота
xy_rot = [cos(phi) -sin(phi);...
    sin(phi) cos(phi)];
xy_in = [xin; yin]; % вектор столбец
xy_out = xy_rot*xy_in; % поворот
xout = xy_out(1,:)+x0;
yout = xy_out(2,:)+y0;
end

```

Скрипт 2.17. Построение гиперболы без поворота осей

```
clear all; clc;
f1=[-30 -10]; f2=[30 10]; % фокусы гиперболы
df=sqrt(sum((f2-f1).^2)); % расстояние между фокусами f1 и f2
dd=0.5*df; % разность расстояний
[x,y] = tdoa_curve_rot(f1,f2,dd);
figure(1);
plot(x,y,'r-'); xmax=100; axis([-xmax xmax -xmax xmax]); grid on; hold on;
plot(f1(1),f1(2), 'ko','MarkerSize',4);
text(f1(1)-5,f1(2)-5, 'F_{1}', 'FontName','Times New Roman', 'FontSize',10);
plot(f2(1),f2(2), 'ko','MarkerSize',4);
text(f2(1)-5,f2(2)-5, 'F_{2}', 'FontName','Times New Roman', 'FontSize',10);

function [x,y] = tdoa_curve_rot(f1,f2,dd)
df12 = f2-f1; % вектор df12 (для (правой) ветви гиперболы относительно f2)
df21 = f1-f2; % вектор df21 (для (левой) ветви гиперболы относительно f1)
[phi,df] = cart2pol(df12(1),df12(2)); % расстояние и угол поворота
% вычисление параметров гиперболы a,b,c
a = dd/2; c = df/2; b = sqrt(c^2-a^2);
% Параметрическое представление гиперболы через параметры a,b,t.
u=[-pi:0.01:pi];
x = a*cosh(u);
y = b*sinh(u);
[phi2,df2] = cart2pol(x,y);
[x,y] = pol2cart(phi2+phi,df2); % поворот на phi
x0=(f2(1)+f1(1))/2; y0=(f2(2)+f1(2))/2; % центр гиперболы
x=x+x0; y=y+y0;
end
```

Скрипт 2.18. Параметрическое представление гиперболоида

```
% параметрическое представление двухполосного гиперболоида вращения
a=1; b=1;
u = [-pi:0.05:pi]; v = [0:0.05:2*pi]';
x = a*ones(size(v))*cosh(u);
y = b*sin(v)*sinh(u);
z = b*cos(v)*cosh(u);
figure(1); mesh(x,y,z); hold on; mesh(-x,y,z); %alpha(0.9);
% оси XYZ
xmax=15; xk=[-xmax:0.1:xmax]; yk=xk; zk=xk;
xk0=zeros(1,length(xk)); yk0=xk0; zk0=xk0;
plot3(xk,yk0,zk0,'k-'); % 0X
plot3(xk0,yk,zk0,'k-'); % 0Y
plot3(xk0,yk0,zk,'k-'); % 0Z
```

Скрипт 2.19. Гиперболоид и его срез

```
% параметры гиперболоида
a=1; b=1;
% гипербола на плоскости xy при zh=0
c=sqrt(a^2+b^2); df=2*c; dd=0.5*df;
f1=[-c 0]; f2=[c 0];
[x,y] = tdoa_curve(f1,f2,dd);
% срез гиперболоида плоскостью xy на zh
zh=3*a;
ah=a*sqrt(1+zh^2/b^2); bh=b*sqrt(1+zh^2/b^2);
ch=sqrt(ah^2+bh^2); dfh=2*ch; ddh=0.5*dfh;
f1h=[-ch 0]; f2h=[ch 0];
[xh,yh] = tdoa_curve(f1h,f2h,ddh);
figure(1); hold on;
plot(x,y,'r-'); plot(-x,-y,'r--');
plot(xh,yh,'b-'); plot(-xh,-yh,'b--');
grid on; axis([-10 10 -10 10]);
plot(f1(1),f1(2),'ro');plot(f2(1),f2(2),'ro');
text(f1(1),f1(2)+0.5,'F_{1}'); text(f2(1),f2(2)+0.5,'F_{2}');
% фокусы срез гиперболоида плоскостью xy на zh
plot(f1h(1),f1h(2),'bo');plot(f2h(1),f2h(2),'bo');
text(f1h(1),f1h(2)+0.5,'f_{1}^{h}'); text(f2h(1),f2h(2)+0.5,'f_{2}^{h}');
function [x,y] = tdoa_curve(f1,f2,dd)
df=sqrt(sum((f1-f2).^2)); % расстояние между фокусами f1 и f2
a = dd/2; c = df/2; b = sqrt(c^2-a^2); % параметры гиперболы a,b,c
u=[-pi:0.01:pi]; x = a*cosh(u); y = b*sinh(u);
end
```

Скрипт 2.20. Поворот гиперболоида

```
clc; clear all;
% f1=[-30 0 0]; f2=[30 0 0]; % фокусы гиперболоида
```

```

f1=[-30 -20 -10]; f2=[50 30 10]; % фокусы гиперboloида
x0=(f2(1)+f1(1))/2; y0=(f2(2)+f1(2))/2; z0=(f2(3)+f1(3))/2; % центр гиперб.
dx=f2(1)-f1(1); dy=f2(2)-f1(2); dz=f2(3)-f1(3);
phi=atan2(dy,dx); % угол поворота в пл. ху вокруг оси z
theta=atan2(dz,sqrt(dx^2+dy^2)); % угол поворота в пл. хz вокруг оси у
df=sqrt(sum((f2-f1).^2)); % расстояние между фокусами f1 и f2
dd=0.75*df; % разность расстояний

[x,y,z] = tdoa3D_curve(f1,f2,dd);
[x1,y1,z1] = tdoa3D_rotate(x,y,z,phi,theta,x0,y0,z0);
figure(1); mesh(x1,y1,z1); alpha(1.0); hold on; mesh(-x1,-y1,-z1); grid on;
xmax=500; axis([-xmax xmax -xmax xmax -xmax xmax]);

% оси XYZ до поворота
xk=[-xmax:0.1:xmax]; yk=xk; zk=xk;
xk0=zeros(1,length(xk)); yk0=xk0; zk0=xk0;
% plot3(xk,yk0,zk0,'k-'); % 0X
% plot3(xk0,yk,zk0,'k-'); % 0Y
% plot3(xk0,yk0,zk,zk0,'k-'); % 0Z

% оси X'Y'Z' после поворота
[xkr,yk0r,zk0r]=axis_rotate(xk,yk0,zk0,phi,theta,x0,y0,z0);
plot3(xkr,yk0r,zk0r,'r-'); % 0X'
[xk0r,ykr,zk0r]=axis_rotate(xk0,yk,zk0,phi,theta,x0,y0,z0);
plot3(xk0r,ykr,zk0r,'r-'); % 0Y'
[xk0r,yk0r,zkr]=axis_rotate(xk0,yk0,zk,phi,theta,x0,y0,z0);
plot3(xk0r,yk0r,zkr,'r-'); % 0Z'

function [x,y,z] = tdoa3D_curve(f1,f2,dd)
df=sqrt(sum((f1-f2).^2)); % расстояние между фокусами f1 и f2
% вычисление параметров гиперboloида a,b,c
a = dd/2; c = df/2; b = sqrt(c^2-a^2);
% параметрическое представление двухполосного гиперboloида вращения
u = [-pi:0.05:pi]; v = [0:0.05:2*pi]';
x = a*ones(size(v)).*cosh(u);
y = b*sin(v).*sinh(u);
z = b*cos(v).*cosh(u);
end

function [xout,yout,zout] = tdoa3D_rotate(xin,yin,zin,phi,theta,x0,y0,z0)
% матрица поворота в пл. ху вокруг оси z
xy_rot = [cos(phi) -sin(phi) 0; ...
          sin(phi)  cos(phi) 0; ...
          0         0       1];
% матрица поворота в пл. хz вокруг оси у
xz_rot = [cos(theta) 0 sin(theta); ...
          0         1   0; ...
          -sin(theta) 0  cos(theta)];
% преобразование матрицы в строку
xin=reshape(xin,[1,length(xin)*length(xin)]);
yin=reshape(yin,[1,length(yin)*length(yin)]);
zin=reshape(zin,[1,length(zin)*length(zin)]);

xyz_in = [xin; yin; zin]; % вектор столбец
xyz_out = xz_rot*xy_rot*xyz_in; % поворот

xout = xyz_out(1,:)+x0;
yout = xyz_out(2,:)+y0;
zout = xyz_out(3,:)+z0;
% преобразование строки в матрицу
xout=reshape(xout,[sqrt(length(xout)),sqrt(length(xout))]);
yout=reshape(yout,[sqrt(length(yout)),sqrt(length(yout))]);
zout=reshape(zout,[sqrt(length(zout)),sqrt(length(zout))]);
end

function [xout,yout,zout] = axis_rotate(xin,yin,zin,phi,theta,x0,y0,z0)
% матрица поворота в пл. ху вокруг оси z
xy_rot = [cos(phi) -sin(phi) 0; ...
          sin(phi)  cos(phi) 0; ...
          0         0       1];
% матрица поворота в пл. хz вокруг оси у
xz_rot = [cos(theta) 0 sin(theta); ...
          0         1   0; ...
          -sin(theta) 0  cos(theta)];
xyz_in = [xin; yin; zin]; % вектор столбец
xyz_out = xz_rot*xy_rot*xyz_in; % поворот

```

```
xout = xyz_out(1,:)+x0;
yout = xyz_out(2,:)+y0;
zout = xyz_out(3,:)+z0;
end
```

Скрипт 2.21. Построение гиперboloида без поворота осей

```
clear all; clc;
f1=[-30 -20 -10]; f2=[50 30 10]; % фокусы гиперboloида
df=sqrt(sum((f2-f1).^2)); % расстояние между фокусами f1 и f2
dd=0.75*df; % разность расстояний
[x,y,z] = tdoa3D_surf_rot(f1,f2,dd);
figure(1); mesh(x,y,z); hold on; grid on; %mesh(-x,-y,-z); % alpha(0.1);
xmax=500; axis([-xmax xmax -xmax xmax -xmax xmax]);

function [x,y,z] = tdoa3D_surf_rot(f1,f2,dd)
df12 = f2-f1; % вектор df12 (для правой ветви гиперboloида относительно f2)
df21 = f1-f2; % вектор df21 (для левой ветви гиперboloида относительно f1)
[phi,theta,df] = cart2sph(df12(1),df12(2),df12(3));
% вычисление параметров гиперболы a,b,c
a = dd/2; c = df/2; b = sqrt(c^2-a^2);
% Параметрическое представление гиперболы через параметры a,b,t.
u = [-pi:0.05:pi]; v = [0:0.05:2*pi]';
x = a*ones(size(v)).*cosh(u);
y = b*sin(v).*sinh(u);
z = b*cos(v).*cosh(u);
[phi2,theta2,df2] = cart2sph(x,y,z);
[x,y,z] = sph2cart(phi2+phi,theta2+theta,df2); % поворот на phi и theta
x0=(f2(1)+f1(1))/2; y0=(f2(2)+f1(2))/2; z0=(f2(3)+f1(3))/2; % центр гиперб.
x=x+x0; y=y+y0; z=z+z0;
end
```

Скрипт 2.22. Зависимость гипербол от разности расстояний

```
clear all; clc;
f1=[0 -10]; f2=[0 10]; % фокусы гиперболы
df=sqrt(sum((f2-f1).^2)); % расстояние между фокусами f1 и f2
figure(1); grid on; hold on;
xmax=50; axis([-xmax xmax -xmax xmax]);
dd=-1.00*df; [x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'r-');
dd=-0.75*df; [x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'g-');
dd=-0.50*df; [x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'b-');
dd=-0.25*df; [x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'c-');
dd=0.00*df; [x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'m-');
dd=0.25*df; [x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'c-');
dd=0.50*df; [x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'b-');
dd=0.75*df; [x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'g-');
dd=1.00*df; [x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'r-');
plot(f1(1),f1(2), 'rs','linewidth',2); text(f1(1)-5,f1(2)-5, 'F_{1}');
plot(f2(1),f2(2), 'gs','linewidth',2); text(f2(1)-5,f2(2)+5, 'F_{2}');
legend('\Deltad=-\DeltaF', '\Deltad=-3/4\DeltaF', '\Deltad=-1/2\DeltaF',...
'\Deltad=-1/4\DeltaF', '\Deltad=0', '\Deltad=1/4\DeltaF',...
'\Deltad=1/2\DeltaF', '\Deltad=3/4\DeltaF', '\Deltad=\DeltaF',...
'F_{1}','F_{2}');
function [x,y] = tdoa_curve_rot(f1,f2,dd)
% df12 = f2-f1; % вектор df12 (для (правой) ветви гиперболы f2)
df21 = f1-f2; % вектор df21 (для (левой) ветви гиперболы f1)
[phi,df] = cart2pol(df21(1),df21(2)); % расстояние и угол поворота
% вычисление параметров гиперболы a,b,c
a = dd/2; c = df/2; b = sqrt(c^2-a^2);
% Параметрическое представление гиперболы через параметры a,b,t.
u=[-pi:0.01:pi]; x = a*cosh(u); y = b*sinh(u);
[phi2,df2] = cart2pol(x,y);
[x,y] = pol2cart(phi2+phi,df2); % поворот на phi
x0=(f2(1)+f1(1))/2; y0=(f2(2)+f1(2))/2; % центр гиперболы
x=x+x0; y=y+y0;
end
```

Скрипт 2.23. РДМ при движении сенсоров друг за другом по сенсорной линии

```
% test_tdoa_curves_intersection_sens
clear all; clc;
figure(1); grid on; hold on; xmax=50; axis([-xmax xmax -xmax xmax]);
tx=[0 40]; plot(tx(1),tx(2),'ko'); text(tx(1),tx(2)+5,'ИРИ');
% txmir=-tx; plot(txmir(1),txmir(2),'ko'); text(txmir(1),txmir(2)+5,'Образ');
% момент времени t1
f1=[0 -10]; f2=[0 -20]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
```

```

[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'b-');
plot(f1(1),f1(2),'bs'); plot(f2(1),f2(2),'bs');
% момент времени t2
f1=[0 10]; f2=[0 0]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'r-');
plot(f1(1),f1(2),'rs'); plot(f2(1),f2(2),'rs');
% момент времени t3
f1=[0 30]; f2=[0 20]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'g-');
plot(f1(1),f1(2),'gs'); plot(f2(1),f2(2),'gs');
% момент времени t4
f1=[10 30]; f2=[10 20]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'m-');
plot(f1(1),f1(2),'ms'); plot(f2(1),f2(2),'ms');

function [x,y] = tdoa_curve_rot(f1,f2,dd)
df21 = f1-f2; % вектор df21 (для ветви гиперболы f1)
[phi,df] = cart2pol(df21(1),df21(2)); % расстояние и угол поворота
a = dd/2; c = df/2; b = sqrt(c^2-a^2);
u=[-pi:0.01:pi]; x = a*cosh(u); y = b*sinh(u);
[phi2,df2] = cart2pol(x,y); [x,y] = pol2cart(phi2+phi,df2);
x0=(f2(1)+f1(1))/2; y0=(f2(2)+f1(2))/2; x=x+x0; y=y+y0;
end

```

Скрипт 2.24. РДМ при движении сенсоров параллельно друг другу по прямой

```

% test_tdoa_curves_intersection_par
clear all; clc;
figure(1); grid on; hold on; xmax=50; axis([-xmax xmax -xmax xmax]);
tx=[0 30]; plot(tx(1),tx(2),'ko'); text(tx(1),tx(2)+5,'ИРИ');
% txmir=-tx; plot(txmir(1),txmir(2),'ko'); text(txmir(1),txmir(2)+5,'Образ');
% момент времени t1
f1=[-30 -5]; f2=[-30 5]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'b-');
plot(f1(1),f1(2),'bs'); plot(f2(1),f2(2),'bs');
% момент времени t2
f1=[-10 -5]; f2=[-10 5]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'r-');
plot(f1(1),f1(2),'rs'); plot(f2(1),f2(2),'rs');
% момент времени t3
f1=[10 -5]; f2=[10 5]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'g-');
plot(f1(1),f1(2),'gs'); plot(f2(1),f2(2),'gs');
% момент времени t4
f1=[30 -5]; f2=[30 5]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'m-');
plot(f1(1),f1(2),'ms'); plot(f2(1),f2(2),'ms');

```

Скрипт 2.25. РДМ при движении сенсоров параллельно друг другу по наклонной

```

% test_tdoa_curves_intersection_tilt
clear all; clc;
figure(1); grid on; hold on; xmax=40; axis([-xmax xmax -xmax xmax]);
tx=[-5 30]; plot(tx(1),tx(2),'ko'); text(tx(1),tx(2)+5,'ИРИ');
% txmir=-tx; plot(txmir(1),txmir(2),'ko'); text(txmir(1),txmir(2)+5,'Образ');
% момент времени t1
f1=[-20 -20]; f2=[-20 -10]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'b-');
plot(f1(1),f1(2),'bs'); plot(f2(1),f2(2),'bs');
% момент времени t2
f1=[-10 -10]; f2=[-10 0]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'r-');
plot(f1(1),f1(2),'rs'); plot(f2(1),f2(2),'rs');
% момент времени t3
f1=[0 0]; f2=[0 10]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'g-');
plot(f1(1),f1(2),'gs'); plot(f2(1),f2(2),'gs');

```



```

% момент времени t4
f1=[10 10]; f2=[10 20]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,dd); plot(x,y,'m-');
plot(f1(1),f1(2),'ms'); plot(f2(1),f2(2),'ms');

```

Скрипт 2.26. Влияние погрешности первичных измерений на точность ОМП РДМ

```

clear all; clc;
figure(1); grid on; hold on; xmax=40; axis([-xmax xmax -xmax xmax]);
tx=[30 0]; plot(tx(1),tx(2),'ko'); text(tx(1),tx(2)+5,'ИРИ');
% момент времени t1
f1=[0 -10]; f2=[0 -20]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,1.2*dd); plot(x,y,'b--');
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,0.8*dd); plot(x,y,'b--');
plot(f1(1),f1(2),'bs'); plot(f2(1),f2(2),'bs');
% момент времени t2
f1=[0 30]; f2=[0 20]; df=sqrt(sum((f2-f1).^2));
dd=sqrt(sum((f2-tx).^2))-sqrt(sum((f1-tx).^2));
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,1.2*dd); plot(x,y,'r--');
[x,y]=tdoa_curve_rot(f1,f2,0.8*dd); plot(x,y,'r--');
plot(f1(1),f1(2),'rs'); plot(f2(1),f2(2),'rs');

```

Скрипт 2.27. Вычисление разностей времен прихода для заданных МП ИРИ и ПП

```

function [TDOA] = ComputeTDOA(sensor1, sensor2, emitter)
% Вычисление разностей времен прихода для заданных местоположений ИРИ и ПП
% Выходные параметры:
% TDOA - [nx1] вектор разностей времен прихода сигналов в (с)
% Входные параметры:
% sensor1 - [nx2] матрица n местоположений ху ПП1 в (м)
% sensor2 - [nx2] матрица n местоположений ху ПП2 в (м)
% emitter - [1x2] вектор местоположения хт ИРИ в 2D в (м)
c=2.99792458e8; % скорость света в (м/с)
x_e=emitter(1); y_e=emitter(2); % координаты местоположения ИРИ в 2D (м)
x_s1=sensor1(:,1); y_s1=sensor1(:,2); % координаты местоположения ПП1 (м)
x_s2=sensor2(:,1); y_s2=sensor2(:,2); % координаты местоположения ПП2 (м)
% Вычисление разностей времен прихода для заданных местоположений ИРИ и ПП
d1=sqrt((x_s1-x_e).^2+(y_s1-y_e).^2);
d2=sqrt((x_s2-x_e).^2+(y_s2-y_e).^2);
TDOA=(d1-d2)/c;

```

Скрипт 2.28. Вычисление углов прихода для заданных МП ИРИ и ПП

```

function [AOA] = ComputeAOA(sensor, emitter)
% Вычисление углов прихода для заданных местоположений ИРИ и ПП
% Выходные параметры:
% AOA - [nx1] вектор углов прихода в интервале (-pi pi) в (рад)
% Входные параметры:
% sensor - [nx2] матрица координат n местоположений ху ПП в 2D в (м)
% emitter - [1x2] вектор координат местоположения ху ИРИ в 2D в (м)
x_s=sensor(:,1); y_s=sensor(:,2); % координаты ху ПП в 2D в (м)
x_e=emitter(1); y_e=emitter(2); % координаты местоположения ху ИРИ в 2D (м)
% Вычисление углов прихода сигнала (рад)
x=x_e-x_s; y=y_e-y_s; AOA=atan2(x,y);

```

Скрипт 2.29. Вычисление повернутой гиперболы в 2D

```

function [xy_rot_LU xy_rot_LL xy_rot_RU xy_rot_RL]=...
    ComputeHyperbolaRotated(x_max, a, b, center, phi)
% Вычисление повернутой гиперболы в 2D

% Выходные параметры:
% xy_rot_LU - [nx2] вектор повернутых значений [x y] левой (L) верхней (U) ветви гиперболы
% xy_rot_LL - [nx2] вектор повернутых значений [x y] левой (L) нижней (L) ветви гиперболы
% xy_rot_RU - [nx2] вектор повернутых значений [x y] правой (R) верхней (U) ветви гиперболы
% xy_rot_RL - [nx2] вектор повернутых значений [x y] правой (R) нижней (L) ветви гиперболы

% Входные параметры:
% x_max - максимальное значение x для вычисления гиперболы (м)
% a - большая полуось гиперболы (м)
% b - малая полуось гиперболы (м)
% center - координаты центра [x0,y0] гиперболы в (м)
% phi - угол поворота (рад)
% z_h - координата среза в плоскости (z=z_h)

% Вспомогательные функции: ComputeHyperbola

```

```

x0=center(1); y0=center(2); % координаты центра
% Вычисление гиперболы до поворота
[xy_LU xy_LL xy_RU xy_RL]=ComputeHyperbola(x_max, a, b);
% Поворот гиперболы
[xy_rot_LU]=xy2xRyR(xy_LU, x0, y0, phi);
[xy_rot_LL]=xy2xRyR(xy_LL, x0, y0, phi);
[xy_rot_RU]=xy2xRyR(xy_RU, x0, y0, phi);
[xy_rot_RL]=xy2xRyR(xy_RL, x0, y0, phi);
end

function [xy_R]=xy2xRyR(xy, x0, y0, phi)
% поворот от [x y] к [x_R y_R]
x=xy(:,1); y=xy(:,2);
R=[cos(phi) -sin(phi); sin(phi) cos(phi)];
x_R=x0 + R(1,1).*x + R(1,2).*y;
y_R=y0 + R(2,1).*x + R(2,2).*y;
xy_R=[x_R y_R];
end

function [xy_LU xy_LL xy_RU xy_RL]=ComputeHyperbola(x_max, a, b)
% Вычисление гиперболы в 2D
% Выходные параметры:
% xy_LU - [nx2] вектор [x y] значений левой (L) верхней (U) ветви гиперболы
% xy_LL - [nx2] вектор [x y] значений левой (L) нижней (L) ветви гиперболы
% xy_RU - [nx2] вектор [x y] значений правой (R) верхней (U) ветви гиперболы
% xy_RL - [nx2] вектор [x y] значений правой (R) нижней (L) ветви гиперболы
% Входные параметры:
% x_max - максимальное значение x для вычисления гиперболы (м)
% a - большая полуось гиперболы (м)
% b - малая полуось гиперболы (м)
n=1000; x_min=a; dx=(x_max-x_min)./n; x=x_min:dx:x_max;
% Вычисление правой (R) верхней (U) ветви гиперболы
if a==0
    y_min=0;
    y_max=x_max;
    dy=(y_max-y_min)/n;
    y=y_min:dy:y_max;
    x=zeros(1,n+1);
else
    y=b.*sqrt(x.^2./a.^2-1);
end
% Вычисление обеих ветвей гиперболы
xy_LU=[-x' y']; xy_LL=[-x' -y']; xy_RU=[ x' y']; xy_RL=[ x' -y'];
end

```

Скрипт 2.30. Вычисление местоположения ИРИ в 2D РДМ

```

function [xy_U xy_L]=Compute2DEmitterPositionsTDOA(x_max, sensor1, sensor2, TDOA)
% Вычисление местоположения ИРИ в 2D РДМ
% Выходные параметры:
% xy_U - [nx2] вектор значений (x y) верхней (U) ветви
% гиперболы с позможными местоположениями ИРИ (м)
% xy_L - [nx2] вектор значений (x y) нижней (L) ветви
% гиперболы с позможными местоположениями ИРИ (м)
% Входные параметры:
% x_max - максимальное значение x для вычисления (м)
% sensor1 - [1x2] вектор координат ху ПП1 (м)
% sensor2 - [1x2] вектор координат ху ПП2 (м)
% TDOA - разность времен прихода (с)
% Внешние функции: ComputeHyperbolaRotated
c=2.99792458e8; % скорость света (м/с)
x1=sensor1(1); y1=sensor1(2); % координаты ПП1 (м)
x2=sensor2(1); y2=sensor2(2); % координаты ПП2 (м)
% Вычисление расстояния между ПП
delta_x=x2-x1; delta_y=y2-y1; delta_S=sqrt(delta_x.^2+delta_y.^2);
% Вычисление констант a и b
a=c*abs(TDOA)/2; b=sqrt(delta_S.^2/4-a.^2);
% Вычисление центра гиперболы
x0=(x1+x2)/2; y0=(y1+y2)/2; center=[x0 y0];
% Вычисление угла поворота вокруг оси z
phi=atan2(delta_y, delta_x);
% Вычислены повернутой гиперболы
[xy_rot_LU xy_rot_LL xy_rot_RU xy_rot_RL]=...
    ComputeHyperbolaRotated(x_max, a, b, center, phi);
if TDOA<0
    xy_U=xy_rot_LU;

```

```

        xy_L=xy_rot_LL;
    else
        xy_U=xy_rot_RU;
        xy_L=xy_rot_RL;
    end
    % % Визуализация вероятных местоположений ИРИ
    % plot(xy_U(:,1), xy_U(:,2), 'b-', xy_L(:,1), xy_L(:,2), 'b-');

```

Скрипт 2.31. Вычисление местоположения ИРИ в 2D УМ

```

function [x y]=Compute2DEmitterPositionsAOA(sensor, AOA)
% Вычисление местоположения ИРИ в 2D УМ
% Выходные параметры:
%   x - вектор координат по x (м)
%   y - вектор координат по y (м)
% Входные параметры:
%   sensor - вектор координат ху ПП [1x2] в 2D (м)
%   AOA - угол прихода (рад)
n=100; limit=1e5;
x_s=sensor(1); y_s=sensor(2);
% Проверка нахождения AOA в диапазоне [0 2pi]
if (AOA<0) || (AOA>2*pi)
    disp('ERROR!! Angle of arrival must be between 0 and 2pi.');
```

```

    x=NaN; y=NaN;
    return;
end
% Вычисление возможные координат местоположения ИРИ
if ((AOA>=pi/4)&&(AOA<=3*pi/4)) || ((AOA>=5*pi/4)&&(AOA<=7*pi/4))
    if (AOA>=pi/4)&&(AOA<=3*pi/4)
        Dx=limit;
    else
        Dx=-limit;
    end
    k_y=cos(AOA)./sin(AOA);
    x_lim=x_s+Dx;
    delta_x=(x_lim-x_s)/n;
    x=x_s:delta_x:x_lim;
    y=y_s+k_y.*(x-x_s);
else
    if (AOA>7*pi/4)|| (AOA<pi/4)
        Dy=limit;
    else
        Dy=-limit;
    end
    k_x=sin(AOA)./cos(AOA);
    y_lim=y_s+Dy;
    delta_y=(y_lim-y_s)/n;
    y=y_s:delta_y:y_lim;
    x=x_s+k_x.*(y-y_s);
end
% % Визуализация местоположения ИРИ в 2D
% plot(x, y, 'b-');
```

Скрипт 2.32. Визуализация линий положения ИРИ РДМ при различных МП ПП

```

function Plot2DEmitterPosDiffSensorPosTDOA(x_max, sensor1, sensor2, emitter)
% Визуализация линий положения ИРИ РДМ в 2D при различных МП ПП
% Входные параметры:
%   x_max - максимальное значение x для вычисления (м)
%   sensor1 - [nx2] вектор n координат ху ПП1 (м)
%   sensor2 - [nx2] вектор n координат ху ПП2 (м)
%   emitter - [1x2] вектор координат ху ИРИ (м)
% Вспомогательные функции:      ComputeTDOA
%                                Compute2DEmitterPositionsTDOA
% Вычисление значений TDOA
[TDOA]=ComputeTDOA(sensor1, sensor2, emitter);
figure(1); grid on; hold on; [n_max, xx]=size(TDOA);
for n=1:1:n_max
    % Вычисление возможных местоположений ИРИ
    [xy_U_n xy_L_n]=Compute2DEmitterPositionsTDOA(x_max, ...
        sensor1(n,:), sensor2(n,:), TDOA(n));
    % Визуализация возможных местоположений ИРИ
    plot([xy_U_n(:,1) xy_L_n(:,1)], [xy_U_n(:,2), xy_L_n(:,2)],...
        'b-', 'linewidth', 1);
    % Визуализация местоположений ПП1 и ПП2
    plot(sensor1(n,1), sensor1(n,2), 'sr', 'MarkerFaceColor', 'r');
    plot(sensor2(n,1), sensor2(n,2), 'sg', 'MarkerFaceColor', 'g');
```

```

end
% Визуализация местоположения ИРИ
plot(emitter(1), emitter(2), 'ok', 'MarkerFaceColor', 'k');
% limits=[-x_max x_max -x_max x_max]; axis(limits); %hold off;

```

Скрипт 2.33. Визуализация линий положения ИРИ УМ при различных МП ПП

```

function Plot2DEmitterPosDiffSensorPosAOA(x_max, sensor, emitter)
% Визуализация линий положения ИРИ УМ в 2D при различных местоположениях ПП
% Входные параметры:
% sensor - [nx2] вектор n координат ху ПП в 2D (м)
% emitter - [1x2] вектор координат ху ИРИ в 2D (м)
% Вспомогательные функции:      ComputeAOA
%                                Compute2DEmitterPositionsAOA
% Вычисление углов прихода (рад)
[AOA] = ComputeAOA(sensor, emitter);
index=find(AOA<0); AOA(index)=AOA(index)+2*pi;
% figure(2); grid on; hold on;
[n_max, xx]=size(AOA);
for n=1:1:n_max
    % Вычисление возможных местоположений ИРИ
    [x_n y_n]=Compute2DEmitterPositionsAOA(sensor(n,:), AOA(n));
    % Визуализация возможных местоположений ИРИ
    plot(x_n, y_n, 'm-', 'linewidth', 2);
    plot(x_n, y_n, 'm-', 'linewidth', 1);
    % Визуализация местоположений ПП
    plot(sensor(n,1), sensor(n,2), 'sr', 'MarkerFaceColor', 'r');
end
% Визуализация местоположения ИРИ
% plot(emitter(1), emitter(2), 'ok', 'MarkerFaceColor', 'k');
% limits=[-x_max x_max -x_max x_max]; axis(limits); hold off;

```

Скрипт 2.34. Пример построения линий положения РДМ и УМ

```

clear all; clc;
% Исходные данные области позиционирования
x_max=1e3; % расстояние квадрата области позиционирования (м)
npoints = 1; % число точек измерений
% Траектории движения пунктов приема
sensor1 = [linspace(0, x_max/4, npoints)' linspace(x_max/4, x_max/4, npoints)'];
sensor2 = [linspace(0, x_max/4, npoints)' linspace(x_max/2, x_max/2, npoints)'];
emitter = [0.8*x_max, 0.1*x_max];
Plot2DEmitterPosDiffSensorPosTDOA(x_max, sensor1, sensor2, emitter);
Plot2DEmitterPosDiffSensorPosAOA(x_max, sensor1, emitter);
Plot2DEmitterPosDiffSensorPosAOA(x_max, sensor2, emitter);
legend('линия положения РДМ', 'между ПП_{1} и ПП_{2}', 'ПП_{1}', 'ПП_{2}', ...
'ИРИ', 'линия положения УМ ПП_{1}', 'линия положения УМ ПП_{2}');
limits=[0 x_max 0 x_max]; axis(limits);

```

Скрипт 2.35. Обработки УМ измерений по модели осевых сечений конусов

```

clear all; close all; clc; format compact;
tx = 0; ty = 0; % координаты ИРИ в км
phi_var_grad = 10; phi_var=deg2rad(phi_var_grad); % погрешность phi в рад.
vel = 35; % скорость сенсора на БПЛА в км
ts = 30; % время дискретизации измерений в сек
% fly='fly1'; % прямая линия вдалеке
fly='fly2'; % вокруг ИРИ вблизи
% fly='fly3'; % вокруг ИРИ вдалеке
% fly='fly4'; % по кругу вблизи ИРИ
% fly='fly5'; % по кругу вдалеке от ИРИ
% fly='fly6'; % вокруг ИРИ очень близко
% fly='fly7'; % крюк
[x, y, t]=flight_path(fly, ts, vel);

hold on; plot(x,y); scatter(x,y); grid on;
% xmax=3; axis([-xmax xmax -xmax xmax]);
xlabel('x, км'); ylabel('y, км'); title('Позиционирование ИРИ УМ');
scatter(tx,ty,30,'filled','g'); % истинное местоположение ИРИ
dd = 2.0*sqrt((x(1)-tx)^2+(y(1)-ty)^2); % расстояния между сенсором 1 и ИРИ

tsim = zeros(length(x),1); distance = 0;
for b = 1:length(x)-1
    new = sqrt((x(b)-x(b+1))^2+(y(b)-y(b+1))^2);
    distance = distance + new;
    tsim(b+1) = distance/vel;
end

```

```

% Вычисление углов прихода сигнала
phi = zeros(length(x),1); phir = zeros(length(x),2);
for i = 1:length(x)
    phi(i) = atan2(ty-y(i),tx-x(i));
    phir(i,1) = atan2(ty-y(i),tx-x(i))-phi_var;
    phir(i,2) = phi(i)+phi_var;
end

% моделирование по точкам взятия измерений
for i = 1:length(x)
    plot(x(1:i),y(1:i),'g'); % участок траектории БПЛА
    scatter(x(i),y(i),25,'filled','r'); % точки взятия измерений
    % конус для каждой точки взятия измерений
    plot([x(i),x(i)+dd*cos(phir(i,1))],[y(i),y(i)+dd*sin(phir(i,1))],'r-');
    plot([x(i),x(i)+dd*cos(phir(i,2))],[y(i),y(i)+dd*sin(phir(i,2))],'r-');
    inter=[]; row=size(inter,1); % матрица точек пересечения
    for j = 1:i-1
        for n2 = 1:2
            if abs(tan(phir(j,1))-tan(phir(i,n2)))>0.01
                % вычисление точек пересечения луча +phi_var
                inter(row+1,1) = ((y(i,1)-y(j,1))+x(j,1)*tan(phir(j,1))-...
                    x(i,1)*tan(phir(i,n2)))/(tan(phir(j,1))-tan(phir(i,n2)));
                inter(row+1,2) = (inter(row+1,1)-x(j,1))*tan(phir(j,1))+y(j,1);
                row=size(inter,1); %plot(inter(row,1),inter(row,2), 'k. ');
                % вычисление точек пересечения луча -phi_var
                inter(row+1,1) = ((y(i,1)-y(j,1)) +x(j,1)*tan(phir(j,2))-...
                    x(i,1)*tan(phir(i,n2)))/(tan(phir(j,2))-tan(phir(i,n2)));
                inter(row+1,2) = (inter(row+1,1)-x(j,1))*tan(phir(j,2))+y(j,1);
                row=size(inter,1); %plot(inter(row,1),inter(row,2), 'k. ');
            else
                break;
            end
        end
    end
    inter
    if i>=2
        pok = mean(inter); % ОМП ИРИ как среднее от точек пересечения
        res(i-1,:) = pok;
        plot(inter(:,1),inter(:,2),'k. '); % точки пересечения
        scatter(pok(1,1),pok(1,2), 'b* '); % промежуточные оценки координат
        % оценка ошибок между точками пересечения и ПОК
        for j = 1:length(inter(:,1))
            error(j,:)=[pok(1,1)-inter(j,1),pok(1,2)-inter(j,2)];
        end
        C = cov(error); % ковариационная матрица ошибок
        [eigvec,eigval] = eig(C);
        longradius(i-1,1) = sqrt(max(max(eigval)));
        % h = error_ellipse(C,pok);
        plotErrorEllipse_confidence(pok, C, 0.5)
    end
    pause;
end % for len = 1:length(x)

function [x, y, t]=flight_path(fly, ts, vel)
if fly=='fly1' % прямая линия вдалеке
    x_start = -2; y_start = -2; % координата начала траектории
    ttotal = 7; thour = ttotal/60; % время движения в минутах/часах
    points = round(thour/(ts/3600)); % число точек сбора измерений
    t = linspace(0,thour,points)'; % вектор времен сбора измерений
    heading_angle = 0; % курс БПЛА
    x_dot = vel*cos(heading_angle); % скорость по x
    y_dot = vel*sin(heading_angle); % скорость по y
    y = y_start.*ones(length(t),1); % координата y в точке траектории
    x = zeros(length(t),1);
    for a = 1:length(t)
        x(a) = x_start+x_dot*t(a); % координата x в точке траектории
    end
elseif fly=='fly2' % вокруг ИРИ вблизи
    x_start = 0; y_start = -0.5; % координата начала траектории
    ttotal = 5.5; thour = ttotal/60; % время движения в минутах/часах
    points = round(thour/(ts/3600)); % число точек сбора измерений
    t = linspace(0,thour,points)'; % вектор времен сбора измерений
    dt = thour/(points-1);
    heading_angle = linspace(0,2*pi,points); % курс БПЛА
    y(1) = y_start; x(1) = x_start;

```

```

    for a = 2:length(t)
        y(a) = vel*sin(heading_angle(a))*dt+y(a-1);
        x(a) = vel*cos(heading_angle(a))*dt+x(a-1);
    end
    x = x'; y = y';
elseif fly=='fly3' % вокруг ИРИ вдалеке
    x_start = 0; y_start = -2; % координата начала траектории
    tttotal = 20; thour = tttotal/60; % время движения в минутах/часах
    points = round(thour/(ts/3600)); % число точек сбора измерений
    t = linspace(0,thour,points)'; % вектор времен сбора измерений
    dt = thour/(points-1);
    heading_angle = linspace(0,2*pi,points); % курс ВПЛА
    y(1) = y_start; x(1) = x_start;
    for a = 2:length(t)
        y(a) = vel*sin(heading_angle(a))*dt+y(a-1);
        x(a) = vel*cos(heading_angle(a))*dt+x(a-1);
    end
    x = x'; y = y';
elseif fly=='fly4' % по кругу вблизи ИРИ
    x_start = 0; y_start = -1.5; % координата начала траектории
    tttotal = 5.5; thour = tttotal/60; % время движения в минутах/часах
    points = round(thour/(ts/3600)); % число точек сбора измерений
    t = linspace(0,thour,points)'; % вектор времен сбора измерений
    dt = thour/(points-1);
    heading_angle = linspace(0,2*pi,points); % курс ВПЛА
    y(1) = y_start; x(1) = x_start;
    for a = 2:length(t)
        y(a) = vel*sin(heading_angle(a))*dt+y(a-1);
        x(a) = vel*cos(heading_angle(a))*dt+x(a-1);
    end
    x = x'; y = y';
elseif fly=='fly5' % по кругу вдалеке от ИРИ
    x_start = 0; y_start = -6; % координата начала траектории
    tttotal = 20; thour = tttotal/60; % время движения в минутах/часах
    points = round(thour/(ts/3600)); % число точек сбора измерений
    t = linspace(0,thour,points)'; % вектор времен сбора измерений
    dt = thour/(points-1);
    heading_angle = linspace(0,2*pi,points); % курс ВПЛА
    y(1) = y_start; x(1) = x_start;
    for a = 2:length(t)
        y(a) = vel*sin(heading_angle(a))*dt+y(a-1);
        x(a) = vel*cos(heading_angle(a))*dt+x(a-1);
    end
    x = x'; y = y';
end
end

function plotErrorEllipse_confidence(mu, sigma, p)
s = -2*log(1 - p);
[V, D] = eig(sigma*s);
t = linspace(0, 2*pi);
a = (V*sqrt(D))*[cos(t(:))'; sin(t(:))'];
plot(a(1,:)+mu(1), a(2,:)+mu(2), 'LineWidth',1);
end

```

Скрипт 2.36. Вычисление КВО по собственным числам ковариационной матрицы

```

function [Cep2Dradius] = ComputeCep2Dradius(sigma1, sigma2)
% Вычисление радиуса КВО
% Выходные параметры:
%     Cep2D_radius - радиус КВО в 2D (м)
% Входные параметры:
%     sigma1 - малая полуось эллипса ошибок НКГР в 2D
%     sigma2 - большая полуось эллипса ошибок НКГР в 2D
% Установка начального значения радиуса КВО равным
% большей полуоси эллипса ошибок НКГР в 2D
Cep2Dradius=sigma2; delta=Cep2Dradius;
P=1; % Начальная вероятность КВО равна 1
P_lowlim =0.4999; P_highlim=0.5001; N=100; % дает ошибку <0.1%
i_max=1000; % максимальное число итераций
i=0;
% Вычисление радиуса КВО
while P>P_highlim || P<P_lowlim
    k=0:1:N;
    theta=(k./N).*pi./2;
    f=exp(-Cep2Dradius.^2./...

```

```

        (2.*(sigma1^2.*cos(theta).^2+sigma2.^2*sin(theta).^2));
P=1-(f(1)./2+f(N+1)./2+sum(f(2:N)))./N;
delta=delta./2;
if P>P_highlim
    Cep2Dradius=Cep2Dradius-delta;
elseif P<P_lowlim
    Cep2Dradius=Cep2Dradius+delta;
end
i=i+1;
if i>i_max
    disp('Error! Maximum number of iterations exceeded')
    Cep2Dradius=NaN;
    break
end
end
% Cep2Dradius=0.75*sqrt(sigma1^2+sigma2^2);
% Cep2Dradius=0.563*sigma1+0.614*sigma2;

```

Скрипт 2.37. Вычисление ковариационной матрицы НКГР в 2D при ОМП двумя ПП

```

function [Crlb2DCovMatrix] = ComputeCrlb2DCovMatrix(...
    sensor1, sensor2, emitter, stddev_TDOA, stddev_AOA, method)
% Вычисление ковариационной матрицы НКГР в 2D при ОМП двумя ПП
% Выходные параметры: Crlb2DCovMatrix - матрица НКГР в 2D РДМ, УМ, РДМ/УМ
% Входные параметры:
%     sensor1 - матрица [nx2] координат ху n-го ПП1 в (м)
%     sensor2 - матрица [nx2] координат ху n-го ПП2 в (м)
%     emitter - вектор [1x2] координат ху ИРИ в (м)
%     stddev_TDOA - СКО первичных измерений РДМ (нс)
%     stddev_AOA - СКО первичных измерений УМ (град)
% Вспомогательные функции: Compute_dAOA
% Вспомогательные функции: Compute_dTDOA
[n,dim]=size(sensor1); % число измерений n и размерность 2D

if method=='TDOA'
    % дисперсия первичных измерений TDOA (с^2)
    var_TDOA=(stddev_TDOA*1e-9).^2;
    % Формирование матрицы дисперсий TDOA размерности [nxn]
    A=eye(n)*var_TDOA;
    % Вычисление частных производных TDOA по x и y
    [dTDOA_dx dTDOA_dy]=Compute_dTDOA(sensor1, sensor2, emitter);
    % Формирование матрицы частных производных TDOA [n*2]
    B=zeros(n,dim); B(:,1)=dTDOA_dx; B(:,2)=dTDOA_dy;
elseif method=='AOA'
    % дисперсия первичных измерений AOA (рад^2)
    var_AOA=(stddev_AOA*pi/180).^2;
    % Формирование матрицы дисперсий AOA размерности [2nx2n] для двух ПП
    z=zeros(n,n); a=eye(n)*var_AOA; A=[a z; z a];
    % Вычисление частных производных AOA по x и y для двух ПП
    [dAOA1_dx dAOA1_dy]=Compute_dAOA(sensor1, emitter);
    [dAOA2_dx dAOA2_dy]=Compute_dAOA(sensor2, emitter);
    % Формирование матрицы частных производных AOA [2x(2*n)]
    B=zeros(2*n,dim);
    B(1:n,1)=dAOA1_dx; B(1:n,2)=dAOA1_dy; % для ПП1
    B(n+1:2*n,1)=dAOA2_dx; B(n+1:2*n,2)=dAOA2_dy; % для ПП2
elseif method=='TDOA-AOA'
    % дисперсия первичных измерений TDOA (с^2)
    var_TDOA=(stddev_TDOA*1e-9).^2;
    % дисперсия первичных измерений AOA (рад^2)
    var_AOA=(stddev_AOA*pi/180).^2;
    % Формирование матрицы дисперсий TDOA-AOA размерности [3nx3n] для двух ПП
    z=zeros(n,n); a1=eye(n)*var_TDOA; a2=eye(n)*var_AOA;
    A=[a1 z z; z a2 z; z z a2];
    % Вычисление частных производных TDOA-AOA по x и y для двух ПП
    [dTDOA_dx dTDOA_dy]=Compute_dTDOA(sensor1, sensor2, emitter);
    [dAOA1_dx dAOA1_dy]=Compute_dAOA(sensor1, emitter);
    [dAOA2_dx dAOA2_dy]=Compute_dAOA(sensor2, emitter);
    % Формирование матрицы частных производных TDOA-AOA [2x(3*n)]
    B=zeros(3*n,dim);
    B(1:n,1)=dTDOA_dx; B(1:n,2)=dTDOA_dy;
    B(n+1:2*n,1)=dAOA1_dx; B(n+1:2*n,2)=dAOA1_dy;
    B(2*n+1:3*n,1)=dAOA2_dx; B(2*n+1:3*n,2)=dAOA2_dy;
end
% Вычисление ковариационной матрицы НКГР в 2D при ОМП двумя ПП
Crlb2DCovMatrix=inv(B'*inv(A)*B);
end

```

```

function [dTDOA_dx dTDOA_dy] = Compute_dTDOA(sensor1, sensor2, emitter)
% Функция вычисления частных производных разности времен прихода
% TDOA в 2D при заданных координатах (местоположениях) ИРИ и ПП
% Выходные параметры:
%     dTDOA_dx - вектор [nx1] частных производных TDOA по x (с/м)
%     dTDOA_dy - вектор [nx1] частных производных TDOA по y (с/м)
% Входные параметры:
%     sensor1 - матрица [nx2] координат ху n-го ПП1 в (м)
%     sensor2 - матрица [nx2] координат ху n-го ПП2 в (м)
%     emitter - вектор [1x2] координат ху ИРИ в (м)
c=2.99792458e8; % скорость света (м/с)
% Координаты ПП1 (м)
x_s1=sensor1(:,1); y_s1=sensor1(:,2);
% Координаты ПП2 (м)
x_s2=sensor2(:,1); y_s2=sensor2(:,2);
% Координаты ИРИ (м)
x_e=emitter(1); y_e=emitter(2);
% Расстояния между ИРИ и ПП1/ПП2 (м)
d_1=sqrt((x_s1-x_e).^2+(y_s1-y_e).^2);
d_2=sqrt((x_s2-x_e).^2+(y_s2-y_e).^2);
% Частные производные TDOA [с/м]
dTDOA_dx=1/c*((x_s2-x_e)./d_2-(x_s1-x_e)./d_1);
dTDOA_dy=1/c*((y_s2-y_e)./d_2-(y_s1-y_e)./d_1);
end

function [dAOA_dx dAOA_dy] = Compute_dAOA(sensor, emitter)
% Функция вычисления частных производных угла прихода (по азимуту)
% AOA в 2D при заданных координатах (местоположениях) ИРИ и ПП
% Выходные параметры:
%     dAOA_dx - вектор [nx1] частных производных угла прихода по x (рад/м)
%     dAOA_dy - вектор [nx1] частных производных угла прихода по y (рад/м)
% Входные параметры:
%     sensor - матрица [nx2] координат ху n-го ПП в (м)
%     emitter - вектор [1x2] координат ху ИРИ в (м)
x_s=sensor(:,1); y_s=sensor(:,2); % координаты ПП (м)
x_e=emitter(1); y_e=emitter(2); % координаты ИРИ (м)
dx=x_e-x_s; dy=y_e-y_s; % разность координат ИРИ и ПП
% частные производные AOA (рад/м)
dAOA_dx=dy./(dx.^2+dy.^2); dAOA_dy=-dx./(dx.^2+dy.^2);
end

```

Скрипт 2.38. Вычисление эллипса рассеивания НКГР в 2D

```

function [Crlb2DErrorEllipse]=...
    ComputeCrlb2DErrorEllipse(center, Crlb2DCovMatrix)
% Вычисление эллипса рассеивания НКГР в 2D в точке с центром center
% Выходные параметры:
%     Crlb2DErrorEllipse - матрица 2*nr координат эллипса
% Входные параметры:
%     center - координаты центра эллипса ошибок (x0,y0) (м)
%     Crlb2D_CovMatrix - ковариационная матрица НКГР в 2D
% Проверка ковариационной матрицы НКГР на наличие элементов NaN
if sum(sum(isinf(Crlb2DCovMatrix)))>0 ...
    || sum(sum(isnan(Crlb2DCovMatrix)))>0
    return;
end

% Вычисление собственного вектора и собственных значений из матрицы НКГР
[EigenvectorMatrix, EigenvalueMatrix]=eig(Crlb2DCovMatrix);
% Вычисление малой и большой полуосей эллипса ошибок НКГР
sigma1=sqrt(EigenvalueMatrix(1,1));
sigma2=sqrt(EigenvalueMatrix(2,2));
% Вычисление x и y компонент двух собственных векторов
x1=EigenvectorMatrix(1,1);
x2=EigenvectorMatrix(1,2);
y1=EigenvectorMatrix(2,1);
y2=EigenvectorMatrix(2,2);
% Координаты центра эллипса ошибок (x0,y0) (м)
x0=center(1); y0=center(2);
% Параметрическое уравнение эллипса НКГР
beta=(0:0.01:2*pi);
Crlb2DErrorEllipse=zeros(2,length(beta));
Crlb2DErrorEllipse(1,:)=x0+sigma1.*x1.*cos(beta)+(sigma2.*x2).*sin(beta);
Crlb2DErrorEllipse(2,:)=y0+sigma1.*y1.*cos(beta)+(sigma2.*y2).*sin(beta);
% plot(Crlb2DErrorEllipse(1,:),Crlb2DErrorEllipse(2,:), 'r-'); hold on;

```


Скрипт 2.39. Вычисление малой и большой полуосей эллипса рассеивания в 2D

```
function [sigma1, sigma2]=ComputeCrlb2DSemiAxes(Crlb2D_CovMatrix)
% Вычисление малой и большой полуосей эллипса рассеивания НКГР в 2D
% Выходные параметры:
%     sigma1 - малая полуось эллипса ошибок НКГР в 2D
%     sigma2 - большая полуось эллипса ошибок НКГР в 2D
% Входные параметры:
%     Crlb2D_CovMatrix - ковариационная матрица НКГР в 2D
% Если матрица НКГР в 2D содержит бесконечные или элементы NaN,
% значения малой и большой полуосей устанавливаются равными NaN
if sum(sum(isinf(Crlb2D_CovMatrix)))>0 ...
    || sum(sum(isnan(Crlb2D_CovMatrix)))>0
    sigma2=NaN;
    sigma2=NaN;
    return;
end
% Вычисление малой и большой полуосей из матрицы НКГР в 2D
Sigma=sqrt(eig(Crlb2D_CovMatrix));
sigma1=min(Sigma(1),Sigma(2)); sigma2=max(Sigma(1),Sigma(2));
```

Скрипт 2.40. Пример оценки КВО и эллипса рассеивания в 2D

```
clear all; clc; tic
% Исходные данные погрешности первичных измерений
stddev_TDOA = 50; % СКО первичных измерений РДМ (нс)
stddev_AOA = 2; % СКО первичных измерений УМ (град)
% Исходные данные области позиционирования
dmax=1e4; % расстояние квадрата области позиционирования в (м)
npoints = 50; % число точек замеров решетки
k=20; % коэффициент масштаба траектории
limits = [-dmax dmax -dmax dmax]; % границы области позиционирования
[X,Y]=meshgrid(linspace(-dmax,dmax,npoints),linspace(-dmax,dmax,npoints));
% Исходные данные местоположений/траекторий движения пунктов приема
% sensor1 - матрица [nx2] координат xy n-го ПП1 в (м)
sensor1 = [linspace(-dmax/k, dmax/k, npoints)' linspace(dmax/k, dmax/k, npoints)'];
% sensor2 - матрица [nx2] координат xy n-го ПП2 в (м)
sensor2 = [linspace(-dmax/k, dmax/k, npoints)' linspace(-dmax/k, -dmax/k, npoints)'];

% CRLB-CEP TDOA
% method='TDOA';
% method='AOA';
method='TDOA-AOA';
disp(method);
[i_max,j_max]=size(X);
Crlb2DErrorEllipse=zeros(size(X,1),size(X,2),2,629);
Cep2Dradius=zeros(size(X));
for i=1:i_max
    for j=1:j_max
        emitter=[X(i,j) Y(i,j)];
        [Crlb2DCovMatrix] = ComputeCrlb2DCovMatrix(...
            sensor1, sensor2, emitter, stddev_TDOA, stddev_AOA, method);
        [Crlb2DErrorEllipse(i,j, :, :)] = ...
            ComputeCrlb2DErrorEllipse(emitter, Crlb2DCovMatrix);
        [omega1(i,j),omega2(i,j)]=ComputeCrlb2DSemiAxes(Crlb2DCovMatrix);
        [Cep2Dradius(i,j)] = ComputeCep2Dradius(omega1(i,j), omega2(i,j));
    end
end
figure(1);
v=[1:1:9 10:10:90 100:200:900 1e3:1e3:9e3];
[C,h]=contour(X,Y,Cep2Dradius,v,'k');
clabel(C,h,v,'Color','k'); hold on; axis(limits);
step=10;
for i=step:step:i_max-step
    for j=step:step:j_max-step
        a=squeeze(Crlb2DErrorEllipse(i,j, :, :));
        plot(a(1,:),a(2,),'r-'); hold on;
    end
end
% Визуализация местоположений ПП1 и ПП2
plot(sensor1(1,1), sensor1(1,2), 'sr', 'MarkerFaceColor', 'r'); hold on;
plot(sensor1(end,1), sensor1(end,2), 'sr', 'MarkerFaceColor', 'r');
plot(sensor2(1,1), sensor2(1,2), 'sg', 'MarkerFaceColor', 'g');
plot(sensor2(end,1), sensor2(end,2), 'sg', 'MarkerFaceColor', 'g');
title(method); legend('CEP','CRLB');
% save(method, 'Crlb2DCovMatrix', 'Crlb2DErrorEllipse', 'Cep2Dradius');
```

3. ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ ПРИ ОТСУТСТВИИ ПРЯМОЙ ВИДИМОСТИ

3.1. Постановка задачи

Проблема идентификации прямой видимости LOS (Line of Sight) и компенсации ошибок отсутствия прямой видимости NLOS (Non-Line of Sight) при обработке навигационных измерений исследовалась на протяжении последних 20 лет [191 – 196] и является актуальной при позиционировании в условиях города, а также в условиях неоднородного рельефа местности, например, гор и холмов, когда прямая видимость между источником радиопередатчика (ИРИ) и одним и/или несколькими пунктами приема (ПП) отсутствует. В результате NLOS принятый после переотражений сигнал оказывается задержанным и приходит позже, чем если бы он был принят в условиях LOS [197 – 200]. Обработка измерений при наличии одного или нескольких переотраженных сигналов приводит к существенным ошибкам позиционирования, поэтому необходима предварительная идентификация источников отсутствия прямой видимости и компенсация ошибок NLOS путем исключения из обработки на центральной (опорной) станции источников измерений от вероятных переотраженных сигналов; после исключения ПП – источников NLOS измерений – осуществляется повторная обработка [201 – 205]. Рассмотрим анализ состояния проблемы позиционирования ИРИ в условиях NLOS для приложений так называемой пассивной радиолокации, когда определение местоположения (ОМП) осуществляется пунктами приема по собственному радиоизлучению передающего объекта локации. Различают два подхода к проблеме идентификации источников NLOS [202]: а) совместный, когда в идентификации участвуют несколько ПП; б) обособленный, когда в идентификации участвует один отдельно взятый ПП.

Обособленная идентификация источников NLOS измерений оперирует статистиками параметров принимаемого сигнала отдельно взятым ПП и подразделяется на следующие категории: а) обработка распределений дальномерных измерений принимаемых сигналов [197]; б) обработка первичных и вторичных параметров принимаемых сигналов, таких как профиль мощности, задержки, К-фактор Райса [198]; в) обработка дальномерных измерений, полученных на основе сравнения мощности и времени прихода сигнала, обработка пространственных, в т.ч., угломерных измерений [199].

Совместная идентификация источников NLOS измерений оперирует статистиками измеряемых параметров принимаемых сигналов всеми ПП, участвующими в сеансе ОМП, и подразделяется на следующие категории [202]: а) идентификация источников NLOS измерений с использованием текущих измерений принимаемых сигналов и ситуационных картографических данных; б) идентификация источников NLOS измерений исключительно с использованием текущих измерений принимаемых сигналов.

При обособленной идентификации переотраженных сигналов разностно-дальномерным методом (РДМ) оперируют статистиками *первичных измерений*: если выборки РДМ измерений подчиняются нормальному распределению с нулевым средним, а профиль мощности и К-фактор Райса принимаемого сигнала находятся в заданных пределах, то можно сделать вывод о приеме в условиях LOS. Недостатком обособленной идентификации LOS/NLOS *первичной обработкой* на отдельном ПП является ненулевая вероятность ложного решения. Для повышения надежности идентификации используется совместная *вторичная обработка* РДМ измерений *всеми ПП*, участвующими в ОМП; результатом совместной вторичной обработки является идентификация и исключение вероятных источников NLOS измерений.

Учитывая представленную классификацию, рассмотрим далее проблему идентификации источников NLOS в задачах позиционирования ИРИ для совместного подхода на основе нескольких территориально распределенных ПП, оперирующих текущими измерениями принимаемых сигналов.

В [191] проблема идентификации источников NLOS решается методом бинарной классификации гипотез, суть которой сводится к оценке распределений дальномерных измерений по определенным критериям.

В [192] для разностно-дальномерного метода (РДМ) было показано, что ошибки измерения разности времен прихода сигнала при отсутствии прямой видимости могут достигать нескольких сотен метров и существенно превышают ошибки при измерениях в условиях наличия прямой видимости LOS, распределение которых подчиняется нормальному закону.

В [193] для компенсации ошибок измерений при NLOS был предложен алгоритм взвешенных остатков RWGH (Residual weighting algorithm), принцип работы которого сводится к назначению весовых коэффициентов оценкам координат, полученных из обработки дальномерных измерений от различных комбинаций приемных станций, участвующих в позиционировании.

В [194, 195] предложен и исследован алгоритм идентификации источников ошибок NLOS, суть работы которого заключается в вычислении дисперсий оценок координат, полученных из обработки остаточных разностно-дальномерных измерений после поочередного исключения из тестируемых комбинаций приемных станций – вероятных источников ошибок NLOS. Недостатком исследований [191–195] является упрощенный учет сбора РДМ измерений, когда ошибки LOS моделируются распределением Гаусса с нулевым средним, а ошибки NLOS моделируются положительно смещенным, отличным от гауссовского, распределением с ненулевым средним. Более реалистичным представляется подход, учитывающий территориальное распределение ИРИ и ПП, а также передачу, прием, обработку и вычисление взаимных корреляционных функций (ВКФ) принятых сигналов для извлечения разностей времен прихода сигналов по максимумам ВКФ. Данный подход был реализован в комплексной имитационной модели (ИМ) [196].

Также в [196] был усовершенствован алгоритм совместной идентификации источников NLOS измерений, предложенный в [194]; суть усовершенствования сводится к вычислению дисперсий оценок координат, полученных при обработке разностно-дальномерных измерений перебором опорных станций, относительно которых вычисляется разность расстояний. Однако данное усовершенствование не было реализовано средствами ИМ. Недостатком комплексной ИМ в [196] является отсутствие учета потерь при распространении радиоволн (РРВ) между ИРИ и приемными станциями.

Целью настоящего раздела является исследование и разработка моделей и методов позиционирования источников радиоизлучения при отсутствии прямой видимости для совместной обработке разностно-дальномерных измерений территориально-распределенными приемными станциями в условиях NLOS средствами комплексного имитационного моделирования.

Для достижения поставленной цели в настоящем исследовании решаются следующие задачи: 1) доработка комплексной ИМ [196] для учета потерь РРВ; 2) программная реализация метода идентификации источников NLOS за счет вычисления дисперсий оценок координат, полученных а) из обработки остаточных разностно-дальномерных измерений после поочередного исключения из тестируемых комбинаций приемных станций – вероятных источников ошибок NLOS [194]; и б) перебором опорных станций, относительно которых вычисляется разность расстояний [196]; 3) определение пороговых значений дисперсий оценок координат для достоверной идентификации источников NLOS [201 – 205].

Представленная далее усовершенствованная комплексная ИМ для позиционирования ИРИ разностно-дальномерным методом в условиях NLOS включает следующие подсистемы: а) территориальное распределение приемных станций, ИРИ и препятствий; б) передача, затухание/запаздывание с учетом переотражений от препятствий и прием сигналов; в) вычисление ВКФ принятых сигналов; г) алгоритм идентификации приемных станций – источников отсутствия прямой видимости и компенсации ошибок NLOS.

В разделе 3.2 представлено математическое доказательство необходимости идентификации и исключения переотраженных сигналов из процесса позиционирования. Для этого сначала приводится математическая формализация оценки местоположения ИРИ по среднему из выборки промежуточных оценок координат (ПОК) в разделе 3.2.1: выводятся выражения для математического ожидания и дисперсии ПОК, а также распределение ошибки ОМП. На основе представленной математической модели далее выполняется аналитическое исследование оценки ОМП по двум разным наборам измерений в разделе 3.2.2: выводятся выражения для математического ожидания и дисперсии оценки координат, полученной на основе двух разных наборов измерений; исследуются критерии целесообразности включения дополнительного набора измерений. Оценка координат ИРИ по измерениям

с наличием LOS и отсутствием прямой видимости NLOS рассматривается в разделе 3.2.3 как частный случай представленной ранее модели вычисления оценки координат на основе двух разных наборов измерений. Приводится доказательство смещения результирующей оценки, полученной в условиях NLOS, для исключения которого рекомендуется идентифицировать и исключать источники отраженных сигналов из процесса позиционирования.

В разделе 3.3 представлены результаты исследования и разработки комплекса моделей и методов позиционирования при отсутствии прямой видимости, а также результаты математического и имитационного моделирования условий NLOS в задачах ОМП. Материал раздела 3.3 представлен в следующем порядке. В разделе 3.3.1 представлена математическая модель сбора разностно-дальномерных измерений. В разделе 3.3.2 проиллюстрировано влияние отсутствия прямой видимости на точность позиционирования разностно-дальномерным методом. В разделе 3.3.3 представлены методики идентификации источников отсутствия прямой видимости по совокупности разностно-дальномерных измерений. В разделе 3.3.4 описана комплексная имитационная модель, учитывающая потери РРВ [206], а также методика формирования и обработки промежуточных оценок координат (ПОК) и их дисперсий; также сформулированы результаты моделирования.

В разделе 3.4 формализован разработанный алгоритм и методики позиционирования в условиях NLOS: в разделе 3.4.1 выполнен обзор прототипов предложенного алгоритма; в разделе 3.4.2 сформулирован способ и устройство позиционирования в условиях NLOS; в разделе 3.4.3 представлен алгоритм и методики позиционирования в условиях NLOS.

В разделе 3.5 представлены инструменты прогноза сценариев наличия и отсутствия прямой видимости на основе геометрической трассировки лучей с использованием цифровой модели местности (ЦММ) и ИМ; исследованы, разработаны и реализованы модели, методы и программные средства оценки и визуализации условий отсутствия прямой видимости для заданного сценария/местности при позиционировании как на плоскости, так и в пространстве, в том числе, с использованием беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Оценка условий переотражений сигналов при многолучевом распространении радиоволн (МРРВ) осуществляется на основе ЦММ проекта «Радиолокационная топографическая миссия шаттла» SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) [205].

Реализованный инструментарий представляет практический интерес в задачах позиционирования ИРИ с использованием БПЛА, и может быть использован при обосновании траекторий движения БПЛА в приложениях поисково-спасательных операций, служб экстренной медицинской помощи, охраны правопорядка, слежения за персоналом, транспортными средствами.

3.2. Промежуточные оценки координат

3.2.1. Оценка по среднему из выборки измерений

Рассмотрим оценку местоположения по среднему из выборки измерений промежуточных оценок координат (ПОК). Пусть $\mathbf{r}_i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $i=1,2,\dots,N$ – n -мерный вектор промежуточной оценки координат ИРИ, где $n=2$ при позиционировании на плоскости и $n=3$ при позиционировании в пространстве, а N – общее число промежуточных оценок координат ИРИ. Допустим, что ошибка промежуточных оценок координат (ПОК) e_i есть гауссовская случайная величина (СВ) с нулевым средним и дисперсией σ_i^2 для всех координат вектора \mathbf{r}_i , тогда вектор ПОК равен

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{x} + e_i, \quad i=1,2,\dots,N. \quad (3.1)$$

где \mathbf{x} – n -мерный вектор истинных координат ИРИ. Оценку $\hat{\mathbf{x}}$ местоположения по среднему из выборки ПОК можно представить выражением

$$\hat{\mathbf{x}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i. \quad (3.2)$$

Математическое ожидание оценки $\hat{\mathbf{x}}$ можно представить выражением

$$E[\hat{\mathbf{x}}] = E\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{x} + e_i)\right] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{x} + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E[e_i] = \mathbf{x}. \quad (3.3)$$

Из (3.3) следует, что алгоритм оценки местоположения по среднему из выборки промежуточных оценок координат дает несмещенную оценку для модели (3.1), согласно которой вектор ПОК также является вектором независимых СВ. Дисперсией СВ называют математическое ожидание квадрата отклонения СВ от её математического ожидания, поэтому дисперсию оценки $\hat{\mathbf{x}}$ можно представить выражением

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{\mathbf{x}}) &= E\left[\left(\hat{\mathbf{x}} - E[\hat{\mathbf{x}}]\right)^2\right] = E\left[\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i - \mathbf{x}\right)^2\right] = \\ &= E\left[\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{x} + e_i) - \mathbf{x}\right)^2\right] = E\left[\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i\right)^2\right]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Допустим, дисперсии ошибок e_i равны σ^2 , тогда из (3.4) следует

$$\text{Var}(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{N}. \quad (3.5)$$

Из выражений (3.1) – (3.5) следует, что оценка местоположения $\hat{\mathbf{x}}$ является нормально распределенной СВ, удовлетворяющей условию

$$\hat{\mathbf{x}} \sim \mathbb{N}\left(\mathbf{x}, \frac{\sigma^2}{N}\right). \quad (3.6)$$

Ошибка алгоритма оценки местоположения по среднему из выборки ПОК определяется евклидовым расстоянием между истинным местоположением ИРИ \mathbf{x} и оценкой $\hat{\mathbf{x}}$

$$\varepsilon = \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|. \quad (3.7)$$

Из выражений (3.6) и (3.7) следует, что вектор ошибок ОМП ε для оценки по среднему из ПОК является вектором нормально распределенных СВ с нулевым средним и дисперсией (3.5)

$$\varepsilon \sim \mathbb{N}\left(0, \frac{\sigma^2}{N}\right). \quad (3.8)$$

Выражения (3.1) – (3.8) представляют собой математическую модель, на основе которой далее выполняется аналитическое исследование оценки ОМП по двум разным наборам измерений.

3.2.2. Оценка по двум разным наборам измерений

Рассмотрим оценку местоположения по среднему из выборок измерений для двух разных наборов ПОК. Пусть вектор ПОК определяется выражением (3.1) и включает два набора измерений: $\mathbf{r}_i^A = \mathbf{x} + e_i^A$, $i=1, \dots, N_A$ и $\mathbf{r}_j^B = \mathbf{x} + e_j^B$, $j=1, \dots, N_B$. Допустим, набор A включает N_A измерений ПОК с дисперсией σ_A^2 , а набор B включает N_B измерений ПОК с дисперсией σ_B^2 .

При позиционировании по среднему из выборки ПОК одного набора, например A , из (3.8) следует, что ошибка ОМП ε распределена как

$$\varepsilon \sim \mathbb{N}\left(0, \frac{\sigma_A^2}{N_A}\right). \quad (3.9)$$

Оценим теперь точность ОМП по совокупности из двух разных наборов выборок ПОК. Из (3.2) следует, что ОМП по среднему из двух разных наборов ПОК определяется выражением

$$\hat{\mathbf{x}} = \frac{1}{N_A + N_B} \left(\sum_{i=1}^{N_A} \mathbf{r}_i^A + \sum_{j=1}^{N_B} \mathbf{r}_j^B \right). \quad (3.10)$$

Математическое ожидание оценки (3.10) можно представить как

$$E[\hat{\mathbf{x}}] = E\left[\frac{1}{N_A + N_B} \left(\sum_{i=1}^{N_A} \mathbf{r}_i^A + \sum_{j=1}^{N_B} \mathbf{r}_j^B \right) \right]. \quad (3.11)$$

Подставив (3.1) для двух разных наборов ПОК в (3.11), получим

$$\begin{aligned} E[\hat{\mathbf{x}}] &= \frac{1}{N_A + N_B} \left(\sum_{i=1}^{N_A} E[\mathbf{x} + e_i^A] + \sum_{j=1}^{N_B} E[\mathbf{x} + e_j^B] \right) = \\ &= \frac{1}{N_A + N_B} \left(\sum_{i=1}^{N_A} \mathbf{x} + \sum_{j=1}^{N_B} \mathbf{x} \right) = \frac{N_A \mathbf{x} + N_B \mathbf{x}}{N_A + N_B} = \mathbf{x}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Дисперсию оценки (3.10) можно представить выражением

$$\text{Var}(\hat{\mathbf{x}}) = \text{Var}\left(\frac{1}{N_A + N_B} \left(\sum_{i=1}^{N_A} \mathbf{r}_i^A + \sum_{j=1}^{N_B} \mathbf{r}_j^B \right)\right). \quad (3.13)$$

Так как измерения ПОК \mathbf{r}_i^A и \mathbf{r}_j^B в наборах A и B независимы, выражение (3.13) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{\mathbf{x}}) &= \frac{1}{(N_A + N_B)^2} \left(\sum_{i=1}^{N_A} \text{Var}(\mathbf{r}_i^A) + \sum_{j=1}^{N_B} \text{Var}(\mathbf{r}_j^B) \right) = \\ &= \frac{1}{(N_A + N_B)^2} \left(\sum_{i=1}^{N_A} \text{Var}(e_i^A) + \sum_{j=1}^{N_B} \text{Var}(e_j^B) \right) = \frac{N_A \sigma_A^2 + N_B \sigma_B^2}{(N_A + N_B)^2}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Из выражений (3.12) и (3.14) следует, что оценка местоположения $\hat{\mathbf{x}}$ по двум разным наборам выборок ПОК является нормально распределенной СВ, удовлетворяющей условию

$$\hat{\mathbf{x}} \sim \mathbb{N}\left(\mathbf{x}, \frac{N_A \sigma_A^2 + N_B \sigma_B^2}{(N_A + N_B)^2}\right). \quad (3.15)$$

Введем следующие переменные

$$\beta = N_B / N_A, \quad (3.16)$$

$$\gamma = \sigma_B / \sigma_A. \quad (3.17)$$

Подставив (3.16) и (3.17) в (3.14), получим выражение для дисперсии

$$\text{Var}(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{1}{N_A} \left(\frac{\sigma_A^2 + \beta \sigma_B^2}{(1 + \beta)^2} \right) = \frac{\sigma_A^2}{N_A} \left(\frac{1 + \beta \gamma^2}{(1 + \beta)^2} \right). \quad (3.18)$$

Из (3.15) и (3.18) следует, что вектор ошибок ОМП $\boldsymbol{\varepsilon}$ для оценки по двум разным наборам выборок ПОК является вектором нормально распределенных СВ с нулевым средним и дисперсией (3.18)

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim \mathbb{N}\left(0, \frac{\sigma_A^2}{N_A} \left(\frac{1 + \beta \gamma^2}{(1 + \beta)^2} \right)\right). \quad (3.19)$$

Из сравнения выражений (3.9) и (3.19) следует, что добавление второго набора измерений приводит к появлению масштабирующего множителя $(1 + \beta \gamma^2) / (1 + \beta)^2$ у ошибки ОМП. Из анализа выражения (3.19) можно сделать следующие выводы: а) если $\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}) > \sigma_A^2 / N_A$, включение набора B повышает ошибку и, соответственно, снижает точность ОМП; б) если $\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma_A^2 / N_A$, включение набора B не влияет на точность ОМП; в) если $\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}) < \sigma_A^2 / N_A$, включение набора B снижает ошибку и, соответственно, повышает точность ОМП. Допустим, $\sigma_B > \sigma_A$ и, как следует из (3.17), $\gamma > 1$.

Определим нормированную дисперсию ошибки ОМП как отношение

$$\frac{\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon})}{\sigma_A^2 / N_A} = \frac{1 + \beta \gamma^2}{(1 + \beta)^2}. \quad (3.20)$$

На рис. 3.1 (скрипт 3.1) показана зависимость нормированной дисперсии (3.20) от отношения (3.16).

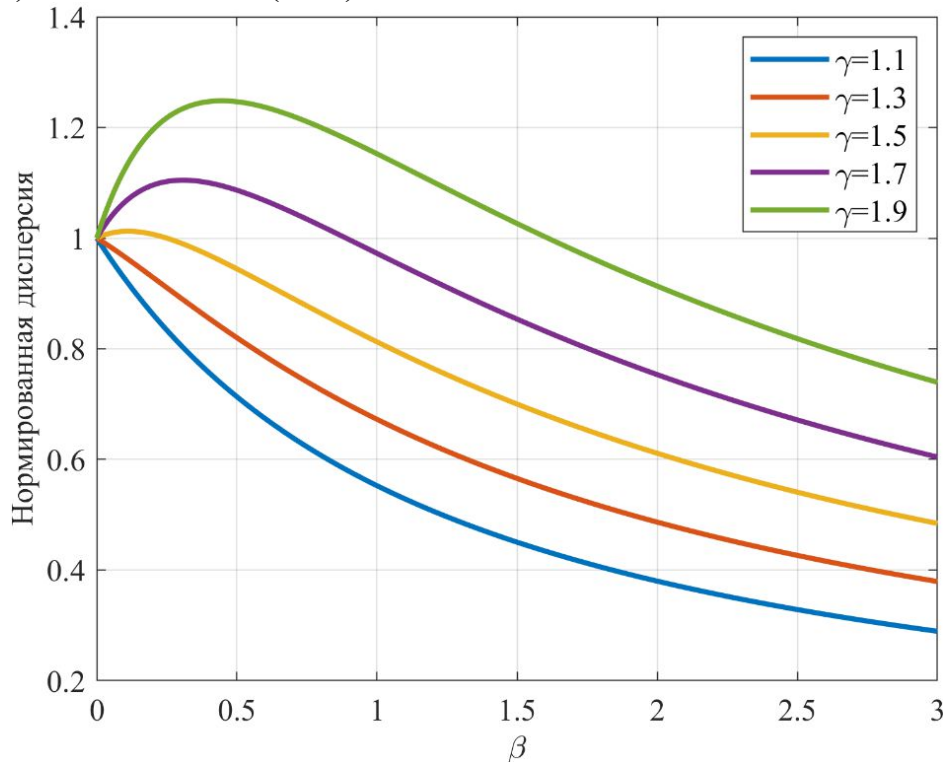


Рис. 3.1. Нормированная дисперсия ошибки ОМП

Включение набора измерений B может либо повысить, либо понизить точность ОМП: если нормированная дисперсия ошибки ОМП меньше единицы, точность позиционирования повышается, в противном случае точность снижается. Определим критерий, по которому можно сделать вывод целесообразности включения набора измерений B для повышения точности ОМП. Если принять нормированную дисперсию ошибки ОМП равной единице, критерий можно записать в виде

$$\frac{1 + \beta\gamma^2}{(1 + \beta)^2} = 1, \quad (3.21)$$

откуда можно вывести соотношение

$$\beta = \gamma^2 - 2. \quad (3.22)$$

Из выражения (3.22) следует, что если $\beta > \gamma^2 - 2$, нормированная дисперсия ошибки ОМП будет меньше единицы и, следовательно, включение набора измерений B повышает точность позиционирования. Величина $\beta = N_B/N_A$ ненулевая и положительная, поэтому если $\gamma < \sqrt{2}$, независимо от β , нормированная дисперсия ошибки ОМП будет меньше единицы.

Выражения (3.9) – (3.22) представляют собой математическую модель, на основе которой оценка по измерениям с наличием и отсутствием прямой видимости далее исследуется как частный случай.

3.2.3. Оценка по измерениям с наличием и отсутствием прямой видимости

Рассмотрим обработку измерений, полученных в условиях наличия LOS (Line Of Sight) и отсутствия прямой видимости NLOS (Non Line Of Sight). Для дальномерных и разностно-дальномерных измерений отсутствие прямой видимости приводит к задержке времен прихода сигнала и, следовательно, ошибкам ОМП. Пусть вектор измерений ПОК определяется выражением (3.1). Допустим, имеется набор измерений A , полученных в условиях LOS и набор измерений B , полученных в условиях NLOS. Измерения LOS определяются выражением

$$\mathbf{r}_i^A = \mathbf{x} + e_i^A, \quad e_i^A \sim \mathbb{N}(0, \sigma^2), \quad i = 1, \dots, N_A, \quad (3.23)$$

а измерения NLOS определяются выражением

$$\mathbf{r}_j^B = \mathbf{x} + e_j^B, \quad e_j^B \sim \mathbb{N}(b, \sigma^2), \quad j = 1, \dots, N_B, \quad (3.24)$$

где b – смещение NLOS, обусловленное задержкой прихода сигнала.

Рассмотрим влияние NLOS на оценку местоположения по среднему из выборок. ОМП по среднему из двух наборов ПОК определяется выражением (3.10). Математическое ожидание оценки (3.10) для случая двух наборов из LOS (3.23) и NLOS (3.24) можно представить как

$$E[\hat{\mathbf{x}}] = E\left[\frac{1}{N_A + N_B} \left(\sum_{i=1}^{N_A} \mathbf{r}_i^A + \sum_{j=1}^{N_B} \mathbf{r}_j^B \right)\right] = \mathbf{x} + \frac{N_B b}{N_A + N_B}. \quad (3.25)$$

Из выражения (3.25) следует, что оценка местоположения по среднему из выборок LOS и NLOS приводит к смещению. Согласно (3.14) из независимости LOS и NLOS измерений следует, что дисперсия оценки

$$Var(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{1}{(N_A + N_B)^2} \left(\sum_{i=1}^{N_A} Var(\mathbf{r}_i^A) + \sum_{j=1}^{N_B} Var(\mathbf{r}_j^B) \right) = \frac{\sigma^2}{(N_A + N_B)}. \quad (3.26)$$

Из (3.25) и (3.26) следует, что ошибка ОМП $\boldsymbol{\varepsilon}$ для двух наборов из LOS и NLOS измерений является вектором нормально распределенных СВ со смещением $N_B b / (N_A + N_B)$ и дисперсией (3.26)

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim \mathbb{N}\left(\frac{N_B b}{N_A + N_B}, \frac{\sigma^2}{N_A + N_B}\right). \quad (3.27)$$

Наличие NLOS измерений приводит к смещенной оценке, а для смещенной оценки увеличение числа измерений не всегда приводит к снижению ошибки ОМП, поэтому ПОК, полученные на основе NLOS выборок рекомендуется идентифицировать и исключать из позиционирования. Таким образом, в настоящем разделе математически обоснована необходимость идентификации и исключения переотраженных сигналов из процесса ОМП.

Далее в разделе 3.3 исследуем модели и методы позиционирования при отсутствии прямой видимости.

3.3. Модели позиционирования при отсутствии прямой видимости

3.3.1. Математическая модель сбора измерений

Позиционирование осуществляется в результате обработки на центральной станции разности времен прихода сигналов, принятых от ИРИ N синхронизированными территориально распределенными приемными станциями. Сигнал, принятый i -й станцией, $i=1, \dots, N$ можно представить как:

$$r_i(t) = \alpha_i s(t - t_i) + n_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.28)$$

где принятый полезный сигнал $\alpha_i s(t - t_i)$ является задержанной на $t_i = d_i/c$ копией переданного ИРИ сигнала $s(t)$, ослабленного в α_i раз при распространении на расстояние d_i между ИРИ и i -й приемной станцией; $n_i(t)$ – шум i -й приемной станции; выборки шума приемных станций принимаются некоррелированными, гауссовскими с нулевым средним; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света. Разности времён прихода сигналов обычно рассчитывают относительно одной приемной станции, называемой опорной (центральной). Исходными данными РДМ для обработки являются известные координаты приемных станций Rx_i и измеренные разности времен прихода сигналов $\Delta t_{ij} = t_i - t_j$, $i, j = 1, \dots, N$, по которым вычисляются разности дальностей Δd_{ij}

$$\Delta d_{ij} = c \cdot \Delta t_{ij} = d_i - d_j, \quad (3.29)$$

где d_i – расстояние между ИРИ и i -й приемной станцией Rx_i ; d_j – расстояние между ИРИ и j -й приемной станцией Rx_j .

Пусть $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i]^T$ – вектор координат ПП Rx_i , $\mathbf{x}_j = [x_j, y_j]^T$ – вектор координат ПП Rx_j , $\mathbf{x} = [x, y]^T$ – вектор неизвестных координаты ИРИ, $\|\cdot\|_2$ – евклидова норма, тогда d_i и d_j определяются выражениями

$$\begin{aligned} d_i &= \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}\|_2 = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2}; \\ d_j &= \|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}\|_2 = \sqrt{(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Разность дальностей $\Delta d_{ij} = d_i - d_j$ образует гиперболу – геометрическое место точек евклидовой плоскости, для которых абсолютное значение разности расстояний от ИРИ до двух выделенных точек Rx_i и Rx_j постоянно.

Из $N \cdot (N-1)/2$ возможных измерений Δt_{ij} статистически независимыми оказываются лишь $(N-1)$ разностей времен прихода; линии постоянной разности Δd_{1i} обычно рассчитывают относительно одной приемной станции, называемой опорной (центральной), например Rx_1 :

$$\Delta d_{1i} = d_1 - d_i, \quad i = 2, \dots, N, \quad (3.31)$$

При позиционировании ИРИ на плоскости необходимо найти пересечение как минимум двух гипербол, для чего требуется три приемные станции ($L=3$); при позиционировании ИРИ в пространстве необходимо найти пересечение как минимум трех гиперблоидов, для чего требуется $L=4$. Далее проиллюстрируем влияние NLOS на точность позиционирования РДМ.

3.3.2. Влияние отсутствия прямой видимости на точность позиционирования

Рассмотрим качественный пример влияния эффекта отсутствия прямой видимости (NLOS) на одной из приемных станций на точность позиционирования разностно-дальномерным методом. При наличии прямой видимости каждое измерение разности дальностей Δd_{ij} определяет гиперболу, а пересечение гипербол определяет вероятное местоположение ИРИ. На рис. 3.2 представлена ситуация, когда в сеансе позиционирования участвуют 4 приемные станции: 3 приемные станции Rx_1 , Rx_2 , Rx_4 имеют измерения LOS; одна приемная станция Rx_3 закрыта препятствием от ИРИ и имеет измерения NLOS, полученные в результате переотражения; переотражение приводит к увеличению дальномерного измерения с d_3 до $d_3 = d_{31} + d_{32}$.

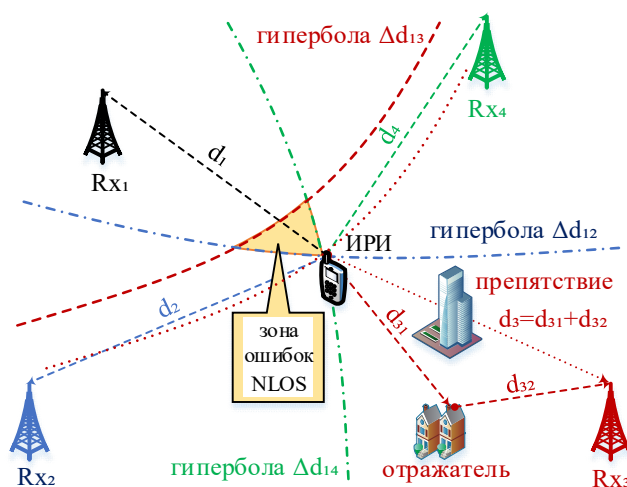
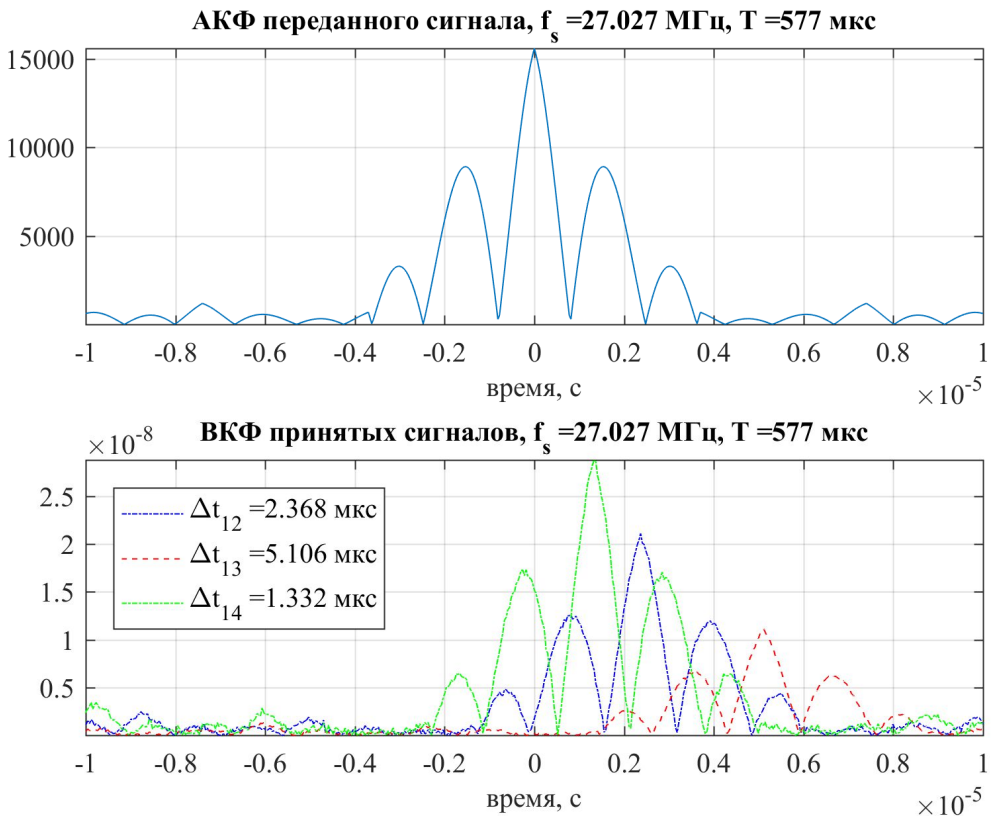
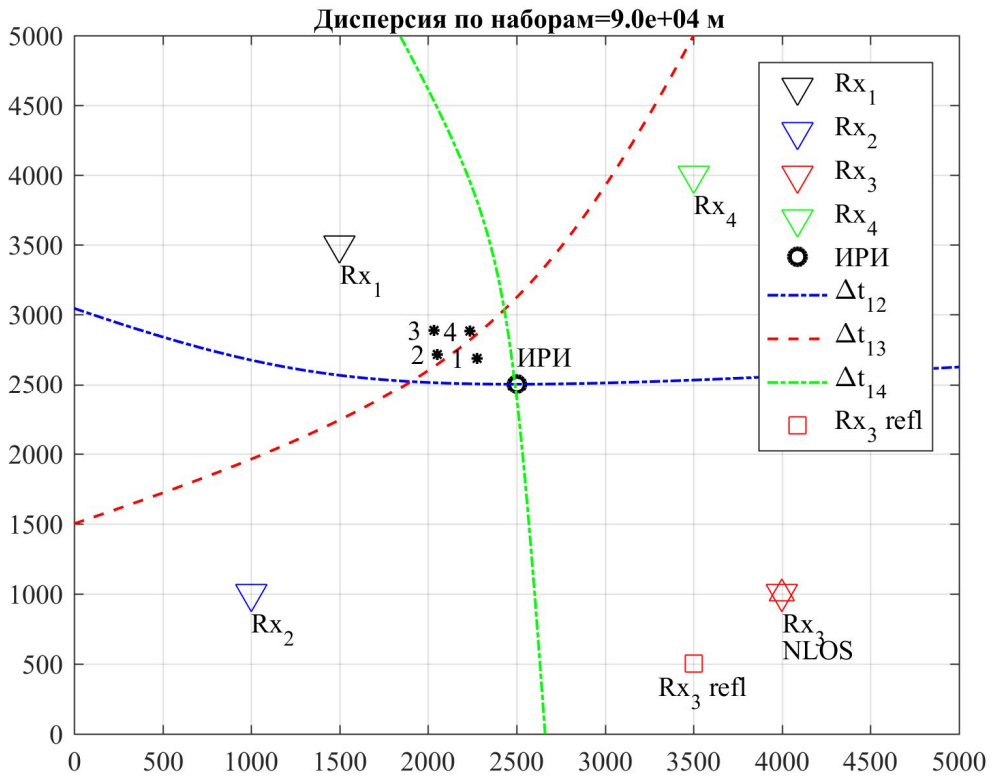


Рис. 3.2. Влияние NLOS на ошибку позиционирования РДМ

Линии постоянной разности на рис. 3.2 рассчитываются относительно одной опорной приемной станции Rx_1 . Если бы измерения на всех приемных станциях были бы получены по лучам прямой видимости LOS, гиперболы, d_{12} , d_{13} и d_{14} пересекались бы примерно в одной точке – истинном местоположении ИРИ, а зона ошибок LOS была бы небольшой. В результате отсутствия прямой видимости у приемной станции Rx_3 получаем следующую картину: гиперболы d_{12} и d_{14} , полученные в результате LOS измерений, пересекаются в одной точке, а гипербола NLOS измерений d_{13} смещается вверх и приводит к формированию так называемой зоны ошибок NLOS.

Рассмотрим количественный пример влияния эффекта NLOS измерений на одной из приемных станций на точность позиционирования. На рис. 3.3 представлен пример территориального распределения ИРИ, 4-х приемных станций, препятствия, пересечения гипербол при NLOS у 3-й приемной станции и оценок координат относительно четырех опорных станций, а также автокорреляционная функция (АКФ) используемого сигнала (подробнее в разделе 3.3.4) и соответствующие взаимные корреляционные функции (ВКФ) и разности времен прихода сигналов на рис. 3.4.



Показано пересечение двух гипербол, образованных разностью расстояний прямой видимости Δd_{12} и Δd_{14} для LOS станций Rx₂ и Rx₄, которые кор-

ректно определяют искомое местоположение ИРИ. Гипербола, образованная разностью расстояний Δd_{13} наглядно показывает влияние ошибки отсутствия прямой видимости NLOS у приемной станции Rx_3 : образуется участок неопределенности (зона ошибок NLOS) для позиционирования ИРИ, сформированный пересечением гипербол LOS и гиперболы NLOS. Влияние NLOS у Rx_3 иллюстрируется также на графике ВКФ: корреляционный пик $C_{13}(t)$ отраженного сигнала $r_3(t)$ оказывается меньше бокового лепестка корреляционной функции $C_{12}(t)$ сигнала $r_2(t)$, пришедшего по лучу прямой видимости, что является следствием потерь РРВ сигнала $r_3(t)$ при увеличении пройденного пути в результате отражения от препятствия Rx_{3refl} .

Также на рис. 3.3 показаны промежуточные оценки координат (ПОК), вычисленные относительно различных опорных станций. Оценка 1 получена для случая, когда опорной станцией является Rx_1 ; при этом в позиционировании участвуют РДМ измерения Δd_{12} , Δd_{13} , Δd_{14} (гиперболы показаны на рис. 2). Оценка 2 получена для случая, когда опорной станцией является Rx_2 ; при этом в позиционировании участвуют РДМ измерения Δd_{23} , Δd_{24} , Δd_{21} . Оценка 3 получена для случая, когда опорной станцией является Rx_3 ; при этом в позиционировании участвуют РДМ измерения Δd_{34} , Δd_{32} , Δd_{31} . Оценка 4 получена для случая, когда опорной станцией является Rx_4 ; при этом в позиционировании участвуют РДМ измерения Δd_{41} , Δd_{42} , Δd_{43} . Анализ полученных оценок показывает их разброс, а также значительное отклонение от истинного местоположения ИРИ; при этом наибольшее отклонение наблюдается у оценки, полученной для РДМ измерений относительно опорной станции Rx_3 , являющейся источником NLOS.

Для идентификации источников NLOS ранее была предложена метрика остаточной разности [192, 193] между оценкой разности расстояний $\Delta \hat{d}_{i1}$ и текущими измерениями разности расстояний $c \cdot \Delta t_{i1}$:

$$e_i = \Delta \hat{d}_{i1} - c \cdot \Delta t_{i1}, i = 1, \dots, N, \quad (3.32)$$

где оценка разности расстояний $\Delta \hat{d}_{i1}$ определяется выражением

$$\Delta \hat{d}_{i1} = \hat{d}_i - \hat{d}_1 = \sqrt{(x_i - \hat{x})^2 + (y_i - \hat{y})^2} - \sqrt{(x_1 - \hat{x})^2 + (y_1 - \hat{y})^2}, \quad (3.33)$$

где $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}, \hat{y}]^T$ – оценка вектора неизвестных координаты ИРИ.

При отсутствии прямой видимости на приемной станции Rx_i метрика остаточной разности e_i будет значительной и, следовательно, позволит идентифицировать источник NLOS. Для достоверной идентификации NLOS необходимо накопить несколько оценок e_i на протяжении некоторого интервала времени и затем выполнить их ранжирование; это является недостатком этого приема для его использования в режиме реального времени.

Далее приведем методики обнаружения факта отсутствия прямой видимости по измерениям для различных конфигураций приемных станций.

3.3.3. Идентификация источников измерений с отсутствием прямой видимости

Пусть N – общее число приемных станций, участвующих в процессе позиционирования, K – число приемных станций – источников NLOS измерений, тогда минимально необходимое число приемных станций – источников LOS измерений L , определяется выражением

$$N - K \geq L, \quad (3.34)$$

При позиционировании на плоскости $L=3$. В ряде исследований [193, 194] источники NLOS также, как и LOS измерений, участвуют в процессе позиционирования. В настоящем исследовании будем далее считать, что приемные станции с NLOS идентифицируются и затем исключаются из процесса позиционирования, а число оставшихся LOS источников превышает минимально необходимое в (3.34) на один для надежной идентификации NLOS измерений за один сеанс измерений в режиме реального времени, т.е. $L \geq 4$.

Рассмотрим пример с $N=5$. Принимая во внимание тот факт, что минимально необходимое число приемных станций для определения местоположения на плоскости $L=3$, можно сформировать 3 группы комбинаций приемных станций для позиционирования: а) 5 из 5 ($S_{5/5}$); б) 4 из 5 ($S_{4/5}$); и в) 3 из 5 ($S_{3/5}$). Число комбинаций в каждой группе определяется биномиальным коэффициентом из n по k , или числом сочетаний из n по k

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad (3.35)$$

В комбинаторике сочетанием из n по k называется набор k элементов, выбранных из данного множества, содержащего n различных элементов. Наборы, отличающиеся только порядком следования элементов (но не составом), считаются одинаковыми; этим сочетания отличаются от размещений. Так, например, наборы (3-элементные сочетания, подмножества, $k=3$) $\{2,1,3\}$ и $\{3,2,1\}$ 5-элементного множества $\{1,2,3,4,5\}$ ($n=5$) являются одинаковыми (в то время как размещения были бы разными) и состоят из одних и тех же элементов $\{1,2,3\}$. Из $N \cdot (N-1)/2$ (размещений) возможных измерений Δt_{ij} независимыми оказываются $(N-1)$ (сочетаний) Δt_{ij} . В примере с $N=5$ и $L=3$ согласно (3.35) возможно следующее число сочетаний (комбинаций) в каждой группе: а) в первой группе 5/5 возможна одна $C_5^5 = 1$ комбинация приемных станций: $S_{5/5} = \{Rx_{12345}\}$; б) во второй группе 4/5: $C_5^4 = 5$ комбинаций приемных станций: $S_{4/5} = \{Rx_{1234}, Rx_{1235}, Rx_{1245}, Rx_{1345}, Rx_{2345}\}$; в) в третьей группе 3/5: $C_5^3 = 10$ комбинаций приемных станций: $S_{3/5} = \{Rx_{123}, Rx_{124}, Rx_{125}, Rx_{134}, Rx_{135}, Rx_{145}, Rx_{234}, Rx_{235}, Rx_{245}, Rx_{345}\}$. Общее число комбинаций

$$M = \sum_{L=3}^N \binom{N}{L}, \quad (3.36)$$

и для рассматриваемого примера с $N=5$ и $L=3$ в трех группах равно 16.

Для формализации алгоритма идентификации источников NLOS введем понятие набора и комбинации приемных станций, участвующих в сеансе позиционирования. Пусть n – индекс набора; $n=1, \dots, N$, где N – общее число приемных станций; n определяется индексом опорной приемной станции Rx_i , относительно которой накапливаются РДМ измерения. Определим общее число приемных станций в комбинации $L = 3, \dots, N$, тогда число приемных станций в комбинации, помимо опорной, равно $L-1=2, \dots, N-1$. Пусть c – индекс комбинации приемных станций; $c=1, \dots, C$, где C – общее число комбинаций в наборе n . Обозначим через S_{nc} комбинацию c из L приемных станций Rx_i в наборе n . Общее число комбинаций C приемных станций в наборе n относительно одной опорной станции определяется выражением

$$C = C_{N-1}^{L-1} = \binom{N-1}{L-1}, \quad (3.37)$$

Метрика остаточной разности n -го набора из комбинаций S_{nc} , $c=1, \dots, C$, приемных станций Rx_i была предложена в [193, 194]

$$R_n = \sum_{Rx_i \in S_{nc}} \left[\hat{d}_{i1} - c \cdot \Delta t_{i1} \right]^2, \quad (3.38)$$

и является обобщением (3.32) для совокупности метрик остаточной разности по всем C комбинациям в n -м наборе. Для каждой комбинации приемных станций S_{nc} можно получить отдельную оценку местоположения ИРИ $\hat{\mathbf{x}}_{S_{nc}} = [\hat{x}_{S_{nc}}, \hat{y}_{S_{nc}}]^T$; будем далее называть такие оценки промежуточными оценками по комбинациям. Усредняя промежуточные оценки по комбинациям в наборе, получаем промежуточную оценку по набору $\hat{\mathbf{x}}_n = [\hat{x}_n, \hat{y}_n]^T$

$$\hat{\mathbf{x}}_n = \frac{1}{C} \sum_{c=1}^C \hat{\mathbf{x}}_{S_{nc}}, \quad (3.39)$$

Усредняя промежуточные оценки по наборам, получаем окончательную оценку местоположения ИРИ $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}, \hat{y}]^T$

$$\hat{\mathbf{x}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \hat{\mathbf{x}}_n, \quad (3.40)$$

Среднеквадратичная ошибка (СКО, англ., RMSE, Root Mean Square Error) позиционирования определяется выражением.

$$CKO = \sqrt{\left\| \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x} \right\|_2}, \quad (3.41)$$

Для обнаружения и идентификации источников NLOS измерений в настоящем исследовании, как и в [196], вместо (3.38) используются метрики дисперсий промежуточных оценок по комбинациям в наборе и по всем наборам. Дисперсия промежуточных оценок по комбинациям в наборе определяется относительно средней оценки по комбинациям в наборе $\hat{\mathbf{x}}_n$

$$\sigma_n = D[\hat{\mathbf{x}}_{S_{nc}}] = \frac{1}{C} \sum_{c=1}^C (\hat{\mathbf{x}}_{S_{nc}} - \hat{\mathbf{x}}_n)^2, \quad (3.42)$$

Дисперсия промежуточных оценок по всем наборам определяется относительно средней оценки по всем наборам $\hat{\mathbf{x}}$ выражением

$$\sigma = D[\hat{\mathbf{x}}_n] = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\hat{\mathbf{x}}_n - \hat{\mathbf{x}})^2, \quad (3.43)$$

Проведенный в [196] анализ показал, что время, затрачиваемое нелинейным алгоритмом МНК на оценку координат для одной комбинации из 5 приемных станций сопоставимо с временем на оценку координат для десяти комбинаций из 3 приемных станций; в первом случае мы получаем одну оценку координат, а во втором – 10 оценок. Принимая во внимание необходимость идентификации источников NLOS при сопоставимых вычислительных затратах в реальном масштабе времени предпочтительным оказывается вариант перебора большего числа комбинаций из меньшего числа приемных станций в наборе, так как это позволяет оценить совокупные метрики остаточной разности для большего числа комбинаций (наборов) приемных станций. Так как минимально необходимое число приемных станций в наборе ($L=3$ для позиционирования на плоскости) позволяет, согласно (3.37), максимизировать число возможных комбинаций в наборе относительно одной опорной станции из числа оставшихся $N-1$ приемных станций, будем далее рассматривать комбинации из трех приемных станций.

Детализируем пример на рис. 3.3 промежуточными оценками по комбинациям и наборам с помощью рис. 3.5 с учетом принятых обозначений.

Число наборов определяется числом приемных станций $N=4$; индекс набора определяется индексом опорной приемной станции. Число приемных станций в комбинации (вместе с опорной станцией) $L=3$. Общее число комбинаций из трех станций в наборе из четырех станций относительно опорной $C = C_{N-1}^{L-1} = C_3^2 = 3$. Оценка $\hat{\mathbf{x}}_1$ получена относительно Rx_1 усреднением промежуточных оценок координат (ПОК) по набору $n=1$ для трех комбинаций из трех станций $S_1 = \{Rx_{123}, Rx_{124}, Rx_{134}\}$; оценка $\hat{\mathbf{x}}_2$ получена относительно Rx_2 усреднением ПОК по набору $n=2$ для трех комбинаций из трех станций $S_2 = \{Rx_{234}, Rx_{231}, Rx_{241}\}$; оценка $\hat{\mathbf{x}}_3$ получена относительно Rx_3 усреднением ПОК по набору $n=3$ для трех комбинаций из трех станций $S_3 = \{Rx_{341}, Rx_{342}, Rx_{312}\}$; оценка $\hat{\mathbf{x}}_4$ получена относительно Rx_4 усреднением ПОК по набору $n=4$ для трех комбинаций из трех станций $S_4 = \{Rx_{412}, Rx_{413}, Rx_{423}\}$. Из анализа ПОК по комбинациям на рис. 3.5 можно сделать следующий вывод. В каждом наборе оценок, за исключением набора $n=3$ с опорной станцией Rx_3 – источником NLOS измерений, присутствует ПОК, соответствующая истинному положению ИРИ; эта промежуточная оценка получена на основе комбинации приемных станций без станции Rx_3 : а) в наборе $n=1$ истинному положению соответствует оценка, полученная на основе комбинации

$S_{12}=\{Rx_{124}\}$; б) в наборе $n=2$ истинному положению соответствует оценка, полученная на основе комбинации $S_{23}=\{Rx_{241}\}$; в) в наборе $n=4$ истинному положению соответствует оценка, полученная на основе комбинации $S_1=\{Rx_{412}\}$. В связи с тем, что комбинации, отличающиеся только порядком следования элементов (но не составом), считаются одинаковыми, эти комбинации приводят к одинаковым оценкам МП $\hat{\mathbf{x}}_{S_{nc}} = [\hat{x}_{S_{nc}}, \hat{y}_{S_{nc}}]^T$.

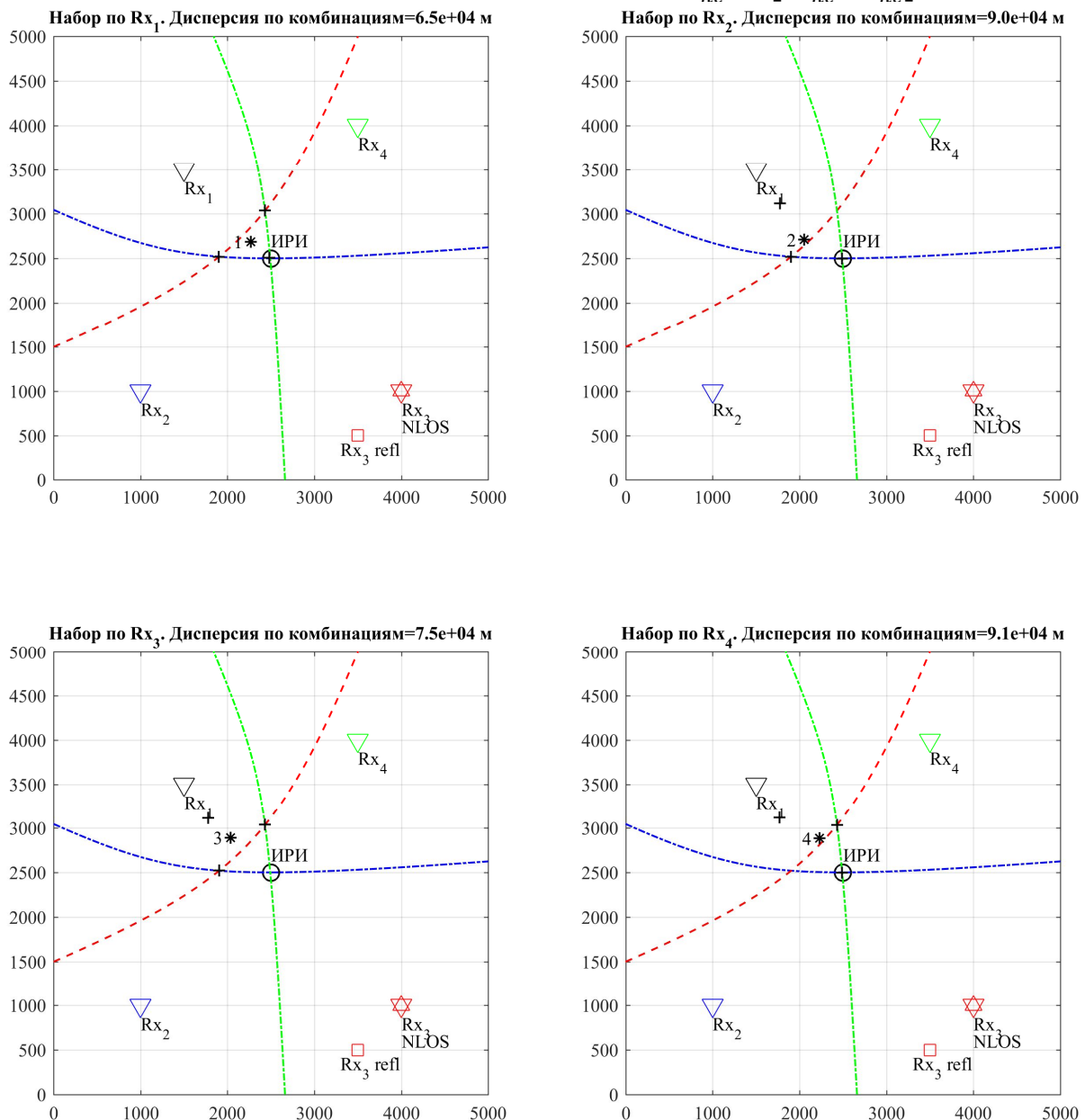


Рис. 3.5. ПОК по комбинациям и наборам при NLOS у Rx_3

Подход с получением промежуточных оценок для каждой опорной станции путем усреднения ПОК по комбинациям в наборе визуально подтверждает возможность обнаружения источника NLOS измерений: на рис. 3.3 видно, что промежуточная оценка 3, полученная относительно опорной станции Rx_3 , имеет наибольшее отклонение от истинного МП ИРИ, так как

ошибочное дальномерное измерение d_3 входит в каждую комбинацию РДМ измерений в наборе $S_3 = \{Rx_{341}, Rx_{342}, Rx_{312}\}$.

Однако дисперсии ПОК по комбинациям в наборе относительно каждой опорной станции, с точки зрения идентификации источника NLOS, не так очевидны: на рис. 3.5 видно, что дисперсия σ_3 ПОК по комбинациям в наборе $n=3$, полученных относительно приемной станции Rx_3 – источника NLOS измерений, ниже дисперсий σ_2 и σ_4 промежуточных оценок в наборах $n=2$ и $n=4$ соответственно, полученных относительно приемных станций Rx_2 и Rx_4 – источников LOS измерений. Это можно объяснить тем, что все ПОК по комбинациям в наборе $n=3$ оказываются положительно смещенными и, следовательно, дисперсия подобных оценок может оказаться ниже дисперсий оценок в наборах относительно приемных станций – источников LOS, где одна из оценок соответствует истинному положению ИРИ и, следовательно, может привести к повышению дисперсии в наборе.

Представленные выше оценки дисперсии для четырех наборов показывают, что отсутствие прямой видимости у одной из приемных станций приводит к существенному разбросу (до 10^4 м) промежуточных оценок как по наборам (рис. 3.3), так и по комбинациям (рис. 3.5) и, следовательно, позволяют с высокой вероятностью обнаружить присутствие источника NLOS измерений. Далее приведем алгоритм идентификации источников NLOS.

Для надежной идентификации одного источника NLOS за один сеанс измерений в режиме реального времени число оставшихся LOS источников должно превышать минимально необходимое т.е. $L \geq 4$; при идентификации источников NLOS используется подход последовательного исключения каждой из опорных станций из набора обрабатываемых измерений. Рассмотрим пример на рис. 3.6. В сеансе позиционирования участвуют 5 приемных станций; гиперболы построены относительно станции Rx_1 ; приемная станция Rx_2 является источником NLOS измерений, поэтому гипербола Δd_{12} оказывается смещенной вверх относительно истинного местоположения ИРИ. Для примера на рис. 3.6 число наборов определяется числом приемных станций $N=5$; индекс набора определяется индексом опорной станции Rx_i . Число приемных станций в комбинации (вместе с опорной) $L=3$. Общее число комбинаций из трех станций в наборе из пяти станций относительно одной опорной станции $C = C_{N-1}^{L-1} = C_4^2 = 6$. ПОК по наборам \hat{x}_n показаны на рис. 3.6; ПОК по комбинациям $\hat{x}_{S_{nc}}$ для каждого набора – на рис. 3.7.

Промежуточная оценка \hat{x}_1 получена относительно опорной станции Rx_1 усреднением ПОК по набору $n=1$ для шести комбинаций из трех приемных станций $S_1 = \{Rx_{123}, Rx_{124}, Rx_{125}, Rx_{134}, Rx_{135}, Rx_{145}\}$; \hat{x}_2 получена относительно Rx_2 усреднением ПОК по набору $n=2$ для шести комбинаций $S_2 = \{Rx_{234}, Rx_{235}, Rx_{231}, Rx_{245}, Rx_{241}, Rx_{251}\}$; \hat{x}_3 получена относительно Rx_3 усреднением ПОК по набору $n=3$ для шести комбинаций $S_3 = \{Rx_{345}, Rx_{341}, Rx_{342}, Rx_{351}, Rx_{352}, Rx_{312}\}$; \hat{x}_4 получена относительно Rx_4 усреднением ПОК

по набору $n=4$ для шести комбинаций $S_4=\{Rx_{451}, Rx_{452}, Rx_{453}, Rx_{412}, Rx_{413}, Rx_{423}\}$; \hat{x}_5 получена относительно Rx_5 усреднением ПОК по набору $n=5$ для шести комбинаций $S_5=\{Rx_{512}, Rx_{513}, Rx_{514}, Rx_{523}, Rx_{524}, Rx_{534}\}$.

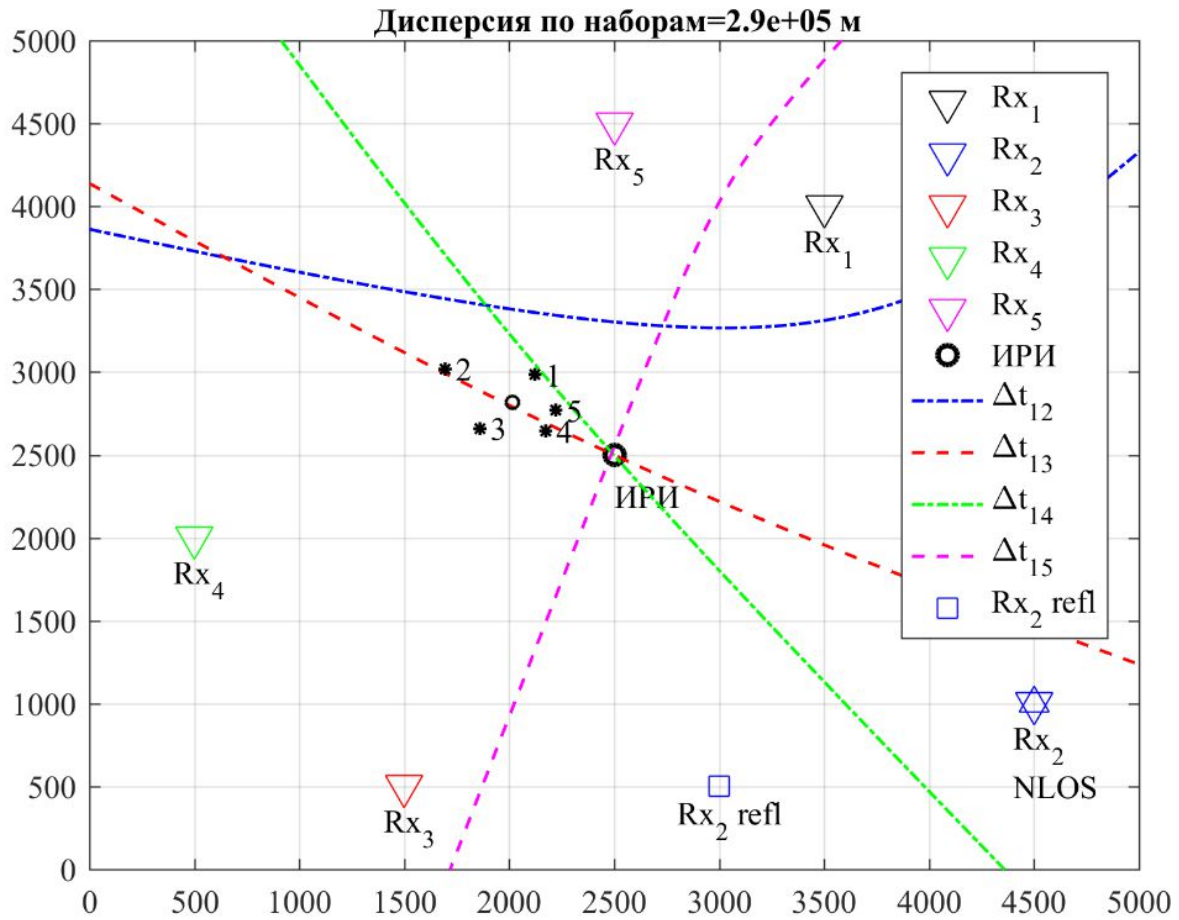


Рис. 3.6. ПОК по наборам при NLOS у Rx_2 при $n=5$

Оценка дисперсии по наборам составила $\sigma=2,9 \cdot 10^5$ м (рис. 3.6). Рассмотрим оценки дисперсий по комбинациям на рис. 3.8 (копия увеличенного рис. 3.7). Дисперсия комбинаций по набору $n=1$ составила $\sigma_1=3,7 \cdot 10^5$ м; при этом три оценки существенно смещены относительно истинного МП ИРИ, а три оценки для комбинаций $\{Rx_{134}, Rx_{135}, Rx_{145}\}$, в которых исключено дальномерное измерение d_2 от источника NLOS Rx_2 , приводят к корректным (с незначительной погрешностью) оценкам МП ИРИ; аналогичные выводы можно сделать для остальных наборов за исключением набора $n=2$ относительно приемной станции Rx_2 – источника NLOS измерений: оценки по всем комбинациям $S_2=\{Rx_{234}, Rx_{235}, Rx_{231}, Rx_{245}, Rx_{241}, Rx_{251}\}$ содержат ошибочное дальномерное измерение d_2 . Очевидным подходом для компенсации ошибочных оценок, обусловленных наличием источника NLOS в наборе комбинаций, является идентификация и исключение этого источника из набора измерений. Так, например, для набора $n=1$ следовало бы исключить комбинации $\{Rx_{123}, Rx_{124}, Rx_{125}\}$, содержащие ошибочное дальномерное измерение d_2 , и оставить комбинации $\{Rx_{134}, Rx_{135}, Rx_{145}\}$.

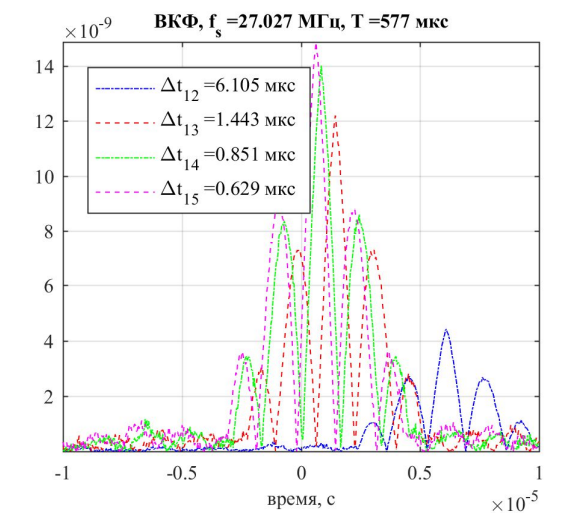
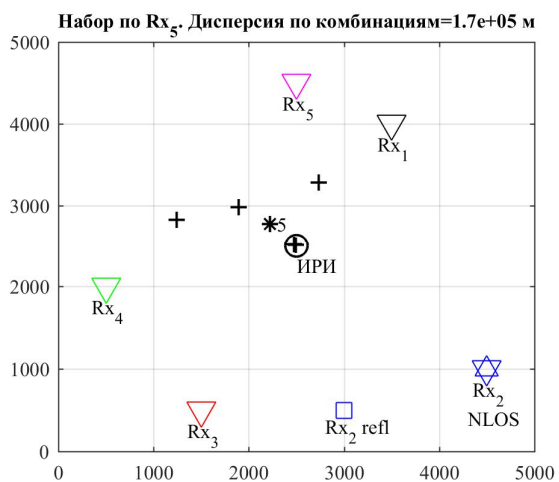
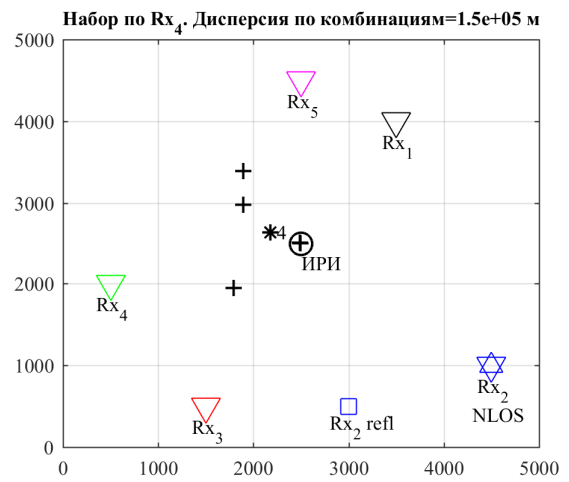
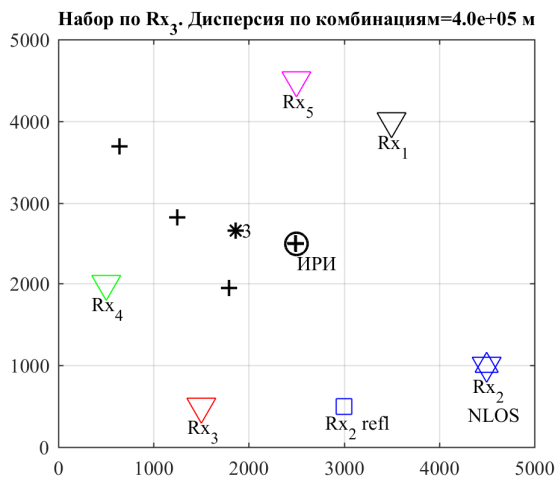
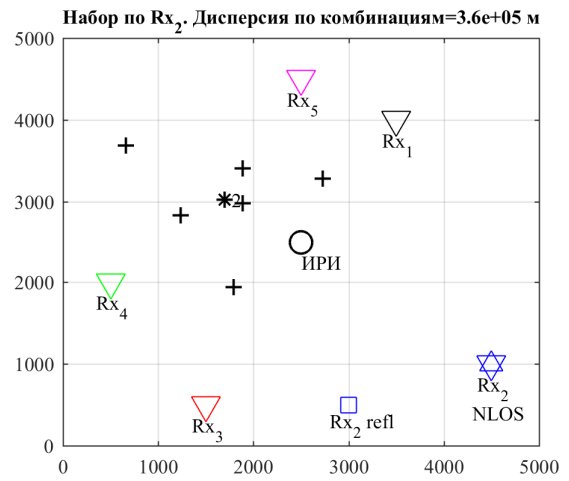
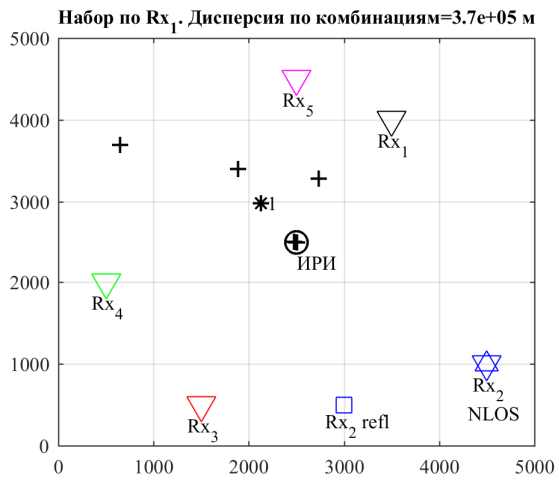


Рис. 3.7. ПОК по комбинациям и наборам для примера на рис. 3.6

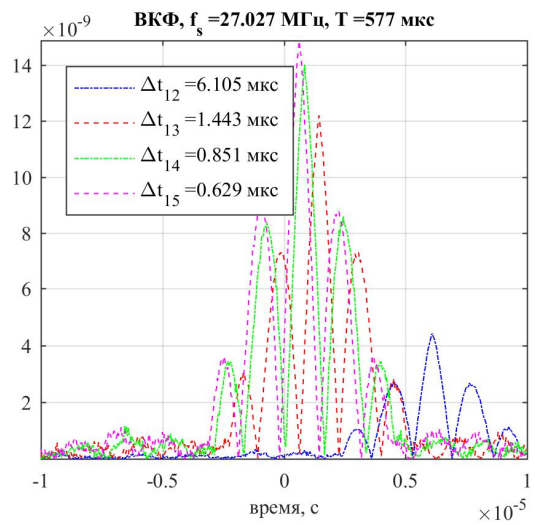
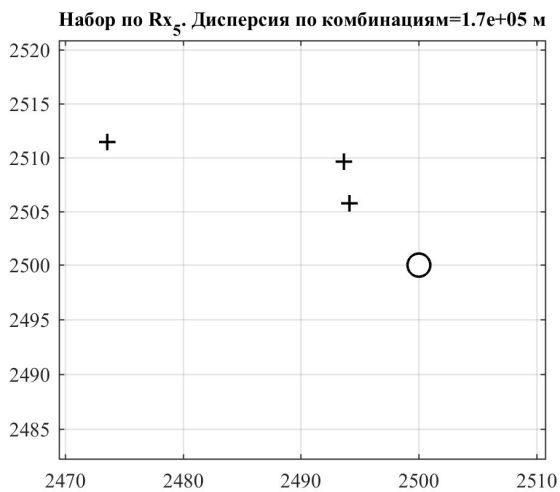
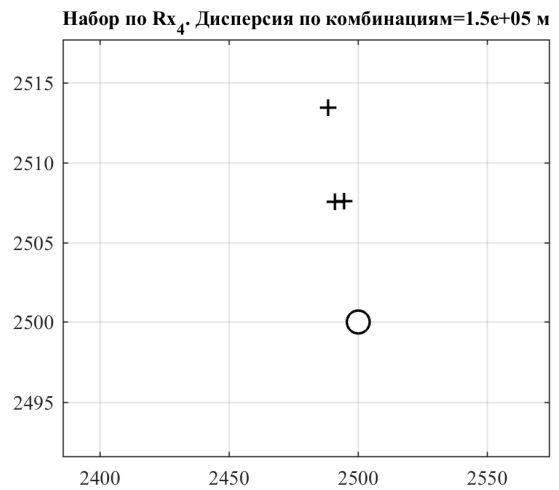
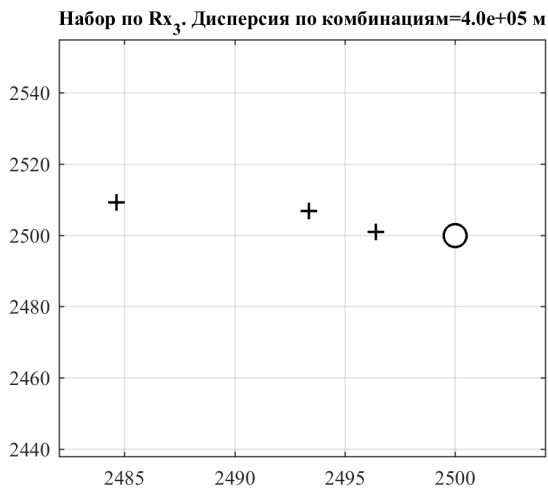
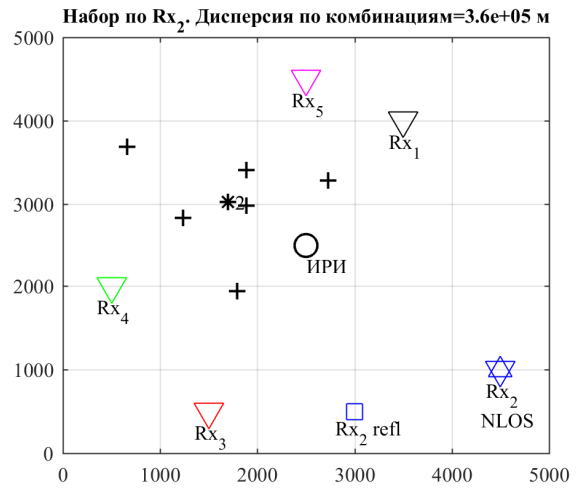
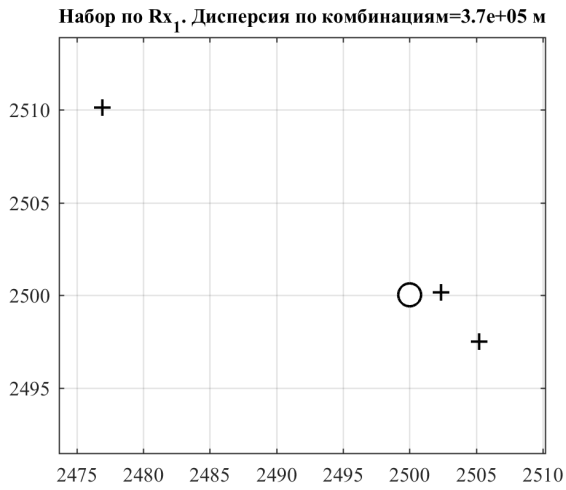
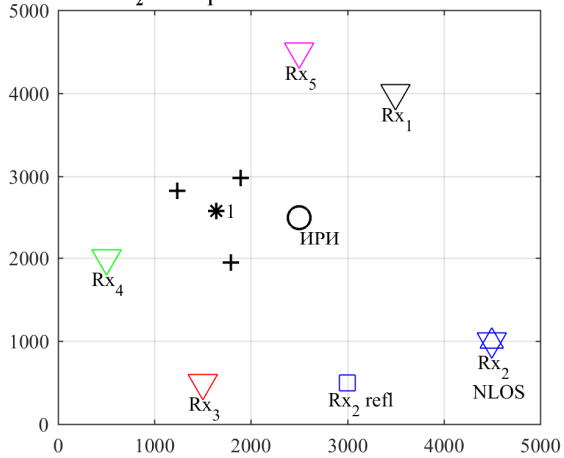


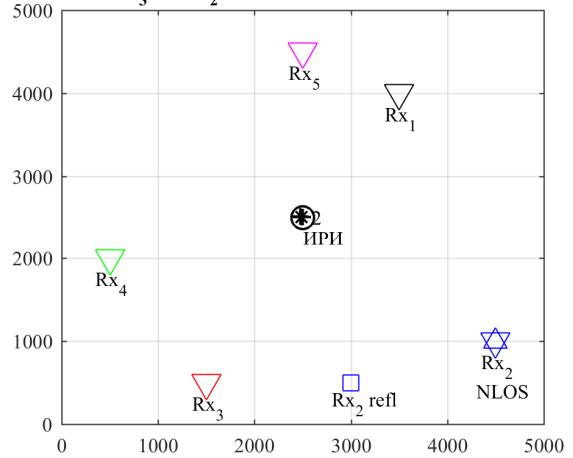
Рис. 3.8. Увеличенный пример рис. 3.7

Рассмотрим подход последовательного исключения каждой из станций из набора обрабатываемых измерений, проиллюстрированный на рис. 3.9.

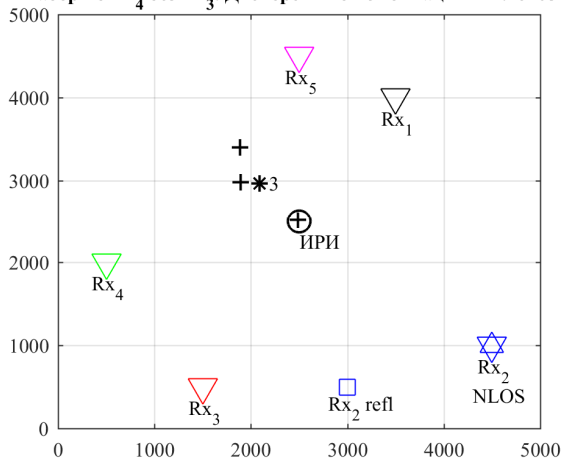
Набор по Rx₂ без Rx₁. Дисперсия по комбинациям=1.5e+05 м



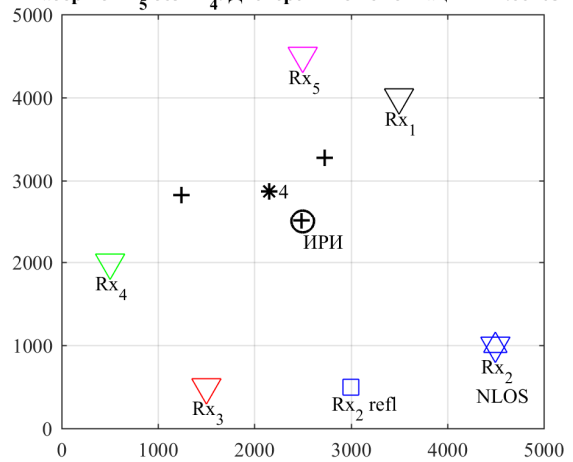
Набор по Rx₃ без Rx₂. Дисперсия по комбинациям=8.6e+01 м



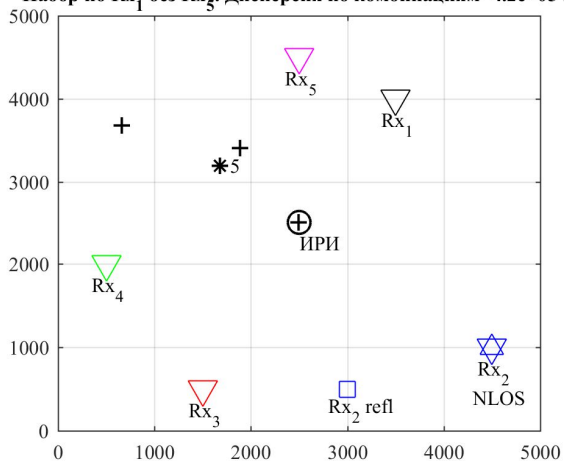
Набор по Rx₄ без Rx₃. Дисперсия по комбинациям=1.1e+05 м



Набор по Rx₅ без Rx₄. Дисперсия по комбинациям=2.6e+05 м



Набор по Rx₁ без Rx₅. Дисперсия по комбинациям=4.2e+05 м



ВКФ, $f_s = 27.027$ МГц, $T = 577$ мкс

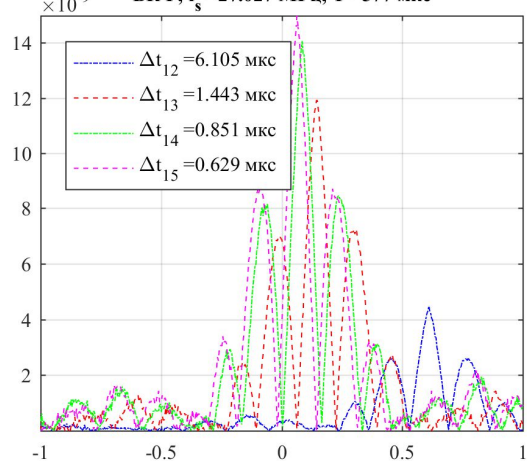


Рис. 3.9. ПОК по комбинациям и наборам при поочередном исключении Rx_i при n=5

Для примера на рис. 3.9 число наборов определяется числом последовательно исключаемых приемных станций $N=5$; индекс набора определяется индексом исключаемой приемной станции. Число приемных станций в

комбинации (вместе с опорной станцией) $L=3$. Число оставшихся после исключения одной станций из набора приемных станций $N-1=4$. Общее число комбинаций из трех станций в наборе из оставшихся после исключения четырех станций относительно одной опорной станции $C = C_{N-2}^{L-1} = C_3^2 = 3$.

При исключении первой приемной станции Rx_1 получаем набор Rx_{2345} из четырех приемных станций; набор по опорной станции Rx_2 без Rx_1 для трех комбинаций из трех приемных станций $S_{2\setminus 1} = \{Rx_{234}, Rx_{235}, Rx_{245}\}$. При исключении станции Rx_2 получаем набор Rx_{3451} из четырех приемных станций; набор по опорной станции Rx_3 без Rx_2 для трех комбинаций из трех приемных станций $S_{3\setminus 2} = \{Rx_{345}, Rx_{341}, Rx_{351}\}$. При исключении станции Rx_3 получаем набор Rx_{4512} из четырех приемных станций; набор по опорной станции Rx_4 без Rx_3 для трех комбинаций из трех приемных станций $S_{4\setminus 3} = \{Rx_{451}, Rx_{452}, Rx_{412}\}$. При исключении станции Rx_4 получаем набор Rx_{5123} из четырех приемных станций; набор по опорной станции Rx_5 без Rx_4 для трех комбинаций из трех приемных станций $S_{5\setminus 4} = \{Rx_{512}, Rx_{513}, Rx_{523}\}$. При исключении станции Rx_5 получаем набор Rx_{1234} из четырех приемных станций; набор по опорной станции Rx_1 без Rx_5 для трех комбинаций из трех приемных станций $S_{1\setminus 5} = \{Rx_{123}, Rx_{124}, Rx_{134}\}$.

Из анализа промежуточных оценок по комбинациям на рис. 3.9 можно сделать следующие выводы. Во-первых, в наборе комбинаций $S_{2\setminus 1} = \{Rx_{234}, Rx_{235}, Rx_{245}\}$ с опорной станцией Rx_2 все промежуточные оценки оказываются смещенными относительно истинного местоположения ИРИ, так как набор содержит источник NLOS измерений – станцию Rx_2 . Во-вторых, в трех наборах присутствует по одной промежуточной оценке, соответствующей истинному местоположению ИРИ; корректная оценка получена на основе комбинации без станции Rx_2 – источника NLOS измерений: в наборе Rx_{4512} с комбинациями $S_{4\setminus 3} = \{Rx_{451}, Rx_{452}, Rx_{412}\}$ корректная оценка получена по комбинации Rx_{451} ; а наборе Rx_{5123} с комбинациями $S_{5\setminus 4} = \{Rx_{512}, Rx_{513}, Rx_{523}\}$ корректная оценка получена по комбинации Rx_{513} ; в наборе Rx_{1234} с комбинациями $S_{1\setminus 5} = \{Rx_{123}, Rx_{124}, Rx_{134}\}$ корректная оценка получена по комбинации Rx_{134} . В-третьих, в наборе комбинаций $S_{3\setminus 2} = \{Rx_{345}, Rx_{341}, Rx_{351}\}$ при исключении второй приемной станции Rx_2 все три промежуточные оценки оказываются корректными и, следовательно, приводят к наименьшей дисперсии $\sigma_{3\setminus 2} = 8,61 \cdot 10^1$ м. Пример работы ИМ при идентификации одного источника NLOS для сценария на рис. 3.9 представлен ниже (скрипт 3.2).

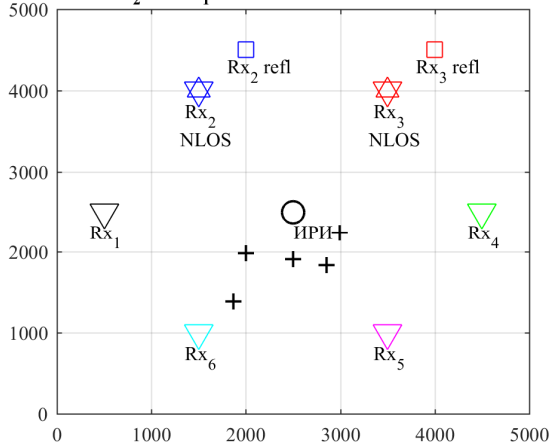
Лог-файл работы функции идентификации одного источника NLOS

Тест Rx for 1 NLOS

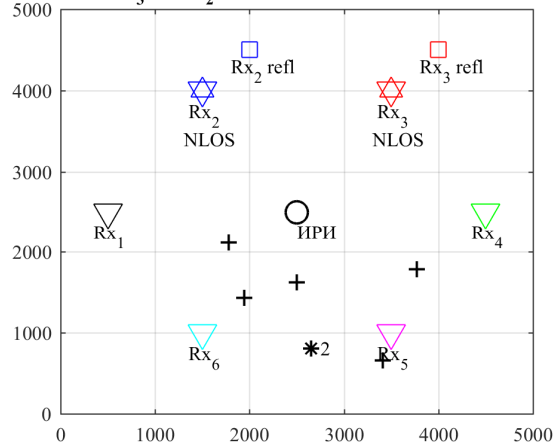
```
Rx=1 исключена. Набор Rx=2345. Дисперсия=1.45e+05
Rx=2 исключена. Набор Rx=3451. Дисперсия=8.61e+01
Rx=3 исключена. Набор Rx=4512. Дисперсия=1.05e+05
Rx=4 исключена. Набор Rx=5123. Дисперсия=2.62e+05
Rx=5 исключена. Набор Rx=1234. Дисперсия=4.17e+05
```

Рассмотрим пример с двумя источниками NLOS у Rx_2 и Rx_3 для случая шести приемных станций ($N=6$) на рис. 3.10.

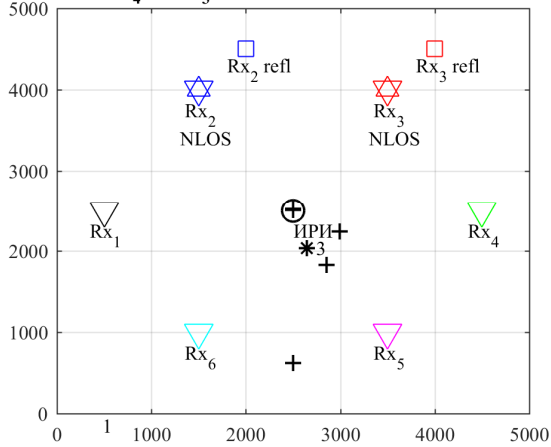
Набор по Rx₂ без Rx₁. Дисперсия по комбинациям=2.1e+08 м



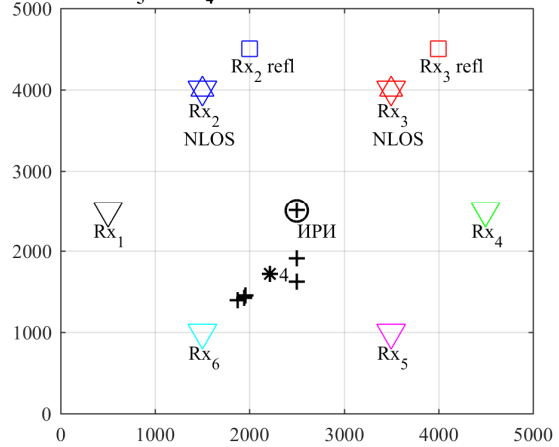
Набор по Rx₃ без Rx₂. Дисперсия по комбинациям=1.6e+06 м



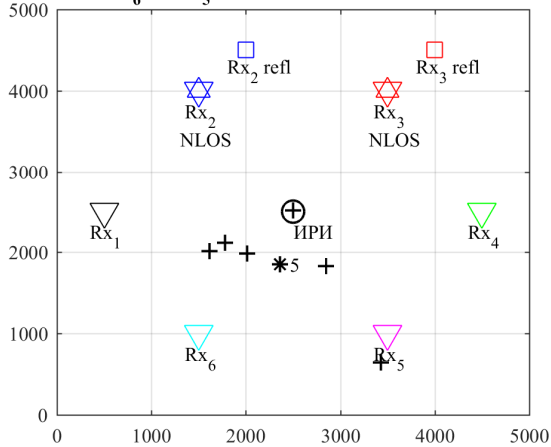
Набор по Rx₄ без Rx₃. Дисперсия по комбинациям=2.5e+05 м



Набор по Rx₅ без Rx₄. Дисперсия по комбинациям=1.2e+05 м



Набор по Rx₆ без Rx₅. Дисперсия по комбинациям=3.7e+05 м



Набор по Rx₁ без Rx₆. Дисперсия по комбинациям=1.5e+06 м

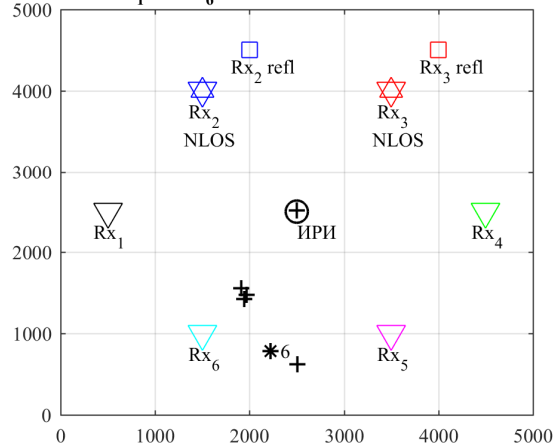


Рис. 3.10. ПОК по комбинациям и наборам при поочередном исключении Rx_i при n=6

Подход, использованный при идентификации одного источника NLOS на рис. 3.10 и показал, что поочередное исключение одной станции из анализируемых наборов не привело к успешной идентификации источника NLOS, поэтому необходима обработка гипотезы о двух источниках NLOS.

Пример работы ИМ при идентификации одного источника NLOS для сценария на рис. 3.10 представлен ниже (скрипт 3.3).

Лог-файл работы функции идентификации двух источников NLOS

```
Тест Rx for 1 NLOS
Rx=1 исключена. Набор Rx=23456. Дисперсия=2.12e+08
Rx=2 исключена. Набор Rx=34561. Дисперсия=1.64e+06
Rx=3 исключена. Набор Rx=45612. Дисперсия=2.51e+05
Rx=4 исключена. Набор Rx=56123. Дисперсия=1.19e+05
Rx=5 исключена. Набор Rx=61234. Дисперсия=3.69e+05
Rx=6 исключена. Набор Rx=12345. Дисперсия=1.53e+06
Тест Rx for 2 NLOS
Rx12 исключена. Набор Rx=3456. Дисперсия=2.67e+05
Rx13 исключена. Набор Rx=4562. Дисперсия=5.91e+04
Rx14 исключена. Набор Rx=5623. Дисперсия=6.39e+04
Rx15 исключена. Набор Rx=6234. Дисперсия=3.46e+05
Rx16 исключена. Набор Rx=2345. Дисперсия=4.72e+08
Rx23 исключена. Набор Rx=4561. Дисперсия=2.03e+00
Rx24 исключена. Набор Rx=5613. Дисперсия=1.45e+05
Rx25 исключена. Набор Rx=6134. Дисперсия=5.47e+05
Rx26 исключена. Набор Rx=1345. Дисперсия=2.66e+06
Rx21 исключена. Набор Rx=3456. Дисперсия=2.71e+05
Rx34 исключена. Набор Rx=5612. Дисперсия=1.21e+05
Rx35 исключена. Набор Rx=6124. Дисперсия=1.76e+05
Rx36 исключена. Набор Rx=1245. Дисперсия=3.24e+05
Rx31 исключена. Набор Rx=2456. Дисперсия=3.79e+04
Rx32 исключена. Набор Rx=4561. Дисперсия=6.88e+00
Rx45 исключена. Набор Rx=6123. Дисперсия=1.37e+04
Rx46 исключена. Набор Rx=1235. Дисперсия=1.61e+03
Rx41 исключена. Набор Rx=2356. Дисперсия=6.98e+04
Rx42 исключена. Набор Rx=3561. Дисперсия=8.92e+04
Rx43 исключена. Набор Rx=5612. Дисперсия=1.22e+05
Rx56 исключена. Набор Rx=1234. Дисперсия=1.80e+06
Rx51 исключена. Набор Rx=2346. Дисперсия=1.93e+08
Rx52 исключена. Набор Rx=3461. Дисперсия=2.40e+06
Rx53 исключена. Набор Rx=4612. Дисперсия=3.11e+05
Rx54 исключена. Набор Rx=6123. Дисперсия=1.42e+04
Rx61 исключена. Набор Rx=2345. Дисперсия=3.42e+08
Rx62 исключена. Набор Rx=3451. Дисперсия=2.40e+06
Rx63 исключена. Набор Rx=4512. Дисперсия=3.69e+05
Rx64 исключена. Набор Rx=5123. Дисперсия=1.54e+03
Rx65 исключена. Набор Rx=1234. Дисперсия=1.81e+06
1-й NLOS Rx=2, 2-й NLOS Rx=3
Координаты = (2.50e+03 2.51e+03)
```

Из анализа промежуточных оценок и их дисперсий по комбинациям после исключения одной приемной станции на рис. 3.10 и лог-файла процесса идентификации можно сделать вывод о том, что дисперсия промежуточных оценок по комбинациям σ_n после поочередного исключения одной станции из анализируемых наборов остается значительной (до 10^6 м), поэтому далее выполняется поочередное исключение двух вероятных источников NLOS измерений.

Для идентификации как одного, так и двух источников NLOS измерений предлагается в качестве критерия использовать некоторое эмпирическое пороговое значение дисперсии промежуточных оценок координат по

комбинациям σ_{thrs} : если дисперсия ПОК по комбинациям превышает пороговое значение, т.е. $\sigma_{thrs} > \sigma_n$ в данном наборе констатируется наличие одного или двух источников NLOS измерений; в противном случае делается заключение о том, что все станции в наборе имеют LOS измерения. На рис. 3.11 представлена зависимость дисперсий оценок и ошибок позиционирования от отношения сигнал-шум для измерений прямой видимости LOS. Полученные результаты оценки дисперсий могут быть выбраны в качестве пороговых величин при идентификации NLOS источников.

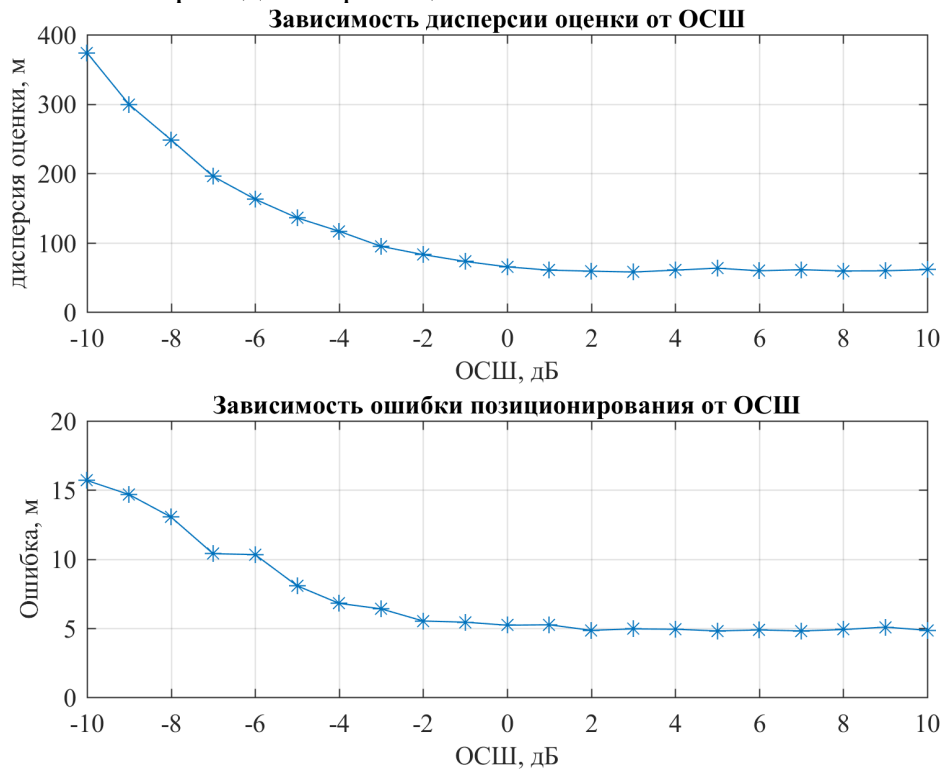


Рис. 3.11. Зависимость дисперсии ПОК и ошибки ОМП от ОСШ для измерений LOS

Функциональная схема обработки РДМ измерений в условиях NLOS представлена на рис. 3.12: производится сравнение дисперсий по наборам σ (3.43) и комбинациям σ_n (3.42) с пороговыми значениями дисперсий σ_{thrs} , полученными для измерений в условиях прямой видимости LOS.



Рис. 3.12. Функциональная схема обработки РДМ измерений в условиях NLOS

3.3.4. Имитационная модель позиционирования при отсутствии прямой видимости

Функциональная схема имитационной модели для позиционирования источника радиоизлучения разностно-дальномерным методом в условиях отсутствия прямой видимости представлена на рис. 3.13 (скрипт 3.14).

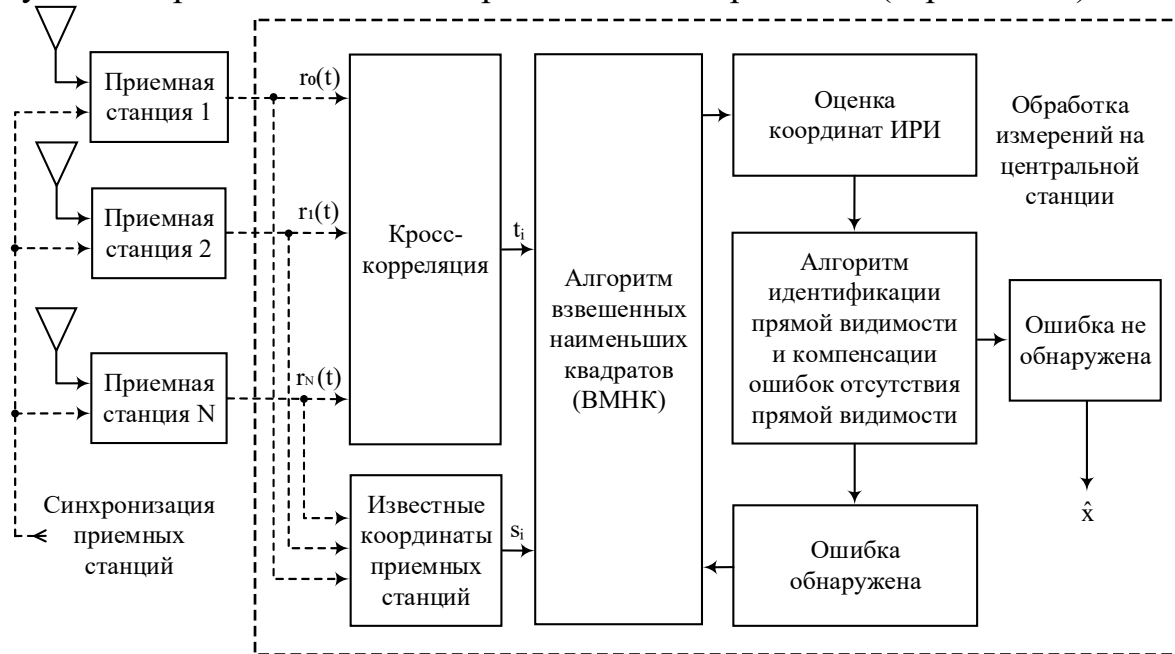


Рис. 3.13. Функциональная схема ИМ для позиционирования в условиях NLOS

Для исследований влияния отсутствия прямой видимости на точность позиционирования РДМ в 2D разработан и программно реализован комплекс функций, представленный в табл. 2.9.

Табл. 3.1. Функции оценки точности позиционирования РДМ и УМ по метрике КВО

Функция	Скрипт
LocationNlos1	Скрипт 3.2. Функция идентификации одного источника NLOS
LocationNlos2	Скрипт 3.3. Функция идентификации двух источников NLOS
PathLossdB	Скрипт 3.4. Функция потерь распространения радиоволн
TdoaEst	Скрипт 3.5. Функция оценки матрицы РДМ измерений
Location	Скрипт 3.6. Функция промежуточной оценки координат по комбинациям и набору
WlsEst	Скрипт 3.7. Алгоритм итеративного вычисления координат РДМ
PskSig	Скрипт 3.8. Функция формирования символов ФМ-2
TxRxDist	Скрипт 3.9. Функция вычисления расстояния с учетом переотражения
VecShift	Скрипт 3.10. Функция сдвига векторов
PlotCorr	Скрипт 3.11. Функция построения графиков ВКФ
PlotLayout	Скрипт 3.12. Функция визуализации сценария территориального распределения
TdoaCurve	Скрипт 3.13. Функция вычисления и построения гиперболы на плоскости

Основной скрипт ИМ для исследования влияния отсутствия прямой видимости на точность позиционирования представлен (скрипт 3.14).

Потери распространения $r_i(t)$ в (3.28) определяются как [206]:

$$PL = \begin{cases} 22 \cdot \log_{10}(d) + 28 + 20 \cdot \log_{10}(f_c); & 10 \text{ м} < d < d_{bp}; \\ 40 \cdot \log_{10}(d) + 7.8 - 18 \cdot \log_{10}(h'_{Rx}) & d_{bp} < d < 5000 \text{ м}; \\ -18 \cdot \log_{10}(h'_{Tx}) + 2 \cdot \log_{10}(f_c). & \end{cases} \quad (3.44)$$

где $d'_{bp} = 4h'_{Rx}h'_{Tx}f_c/c$ – пороговое расстояние; $h'_{Rx} = h_{Rx} - 1$ – эффективная высота антенны Rx ; $h'_{Tx} = h_{Tx} - 1$ – эффективная высота антенны ИРИ; $h_{Rx} = 25$ м – фактическая высота антенны Rx ; $h_{Tx} = 1.5$ м – фактическая высота антенны ИРИ; f_c – несущая частота (скрипт 3.4). Ослабление α_i принятого сигнала $r_i(t)$ в (3.28) определяется выражением

$$\alpha_i = 10^{-PL_i/20}, \quad (3.45)$$

где PL_i – потери РРВ в дБ на расстоянии d_i , включая возможные отражения.

Подсистема кросс-корреляции реализуется на опорной станции и служит для оценки разности времен прихода TDOA Δt_{ij} , $i, j = 1, \dots, N$ путем вычисления взаимной корреляционной функции (ВКФ) сигналов с i -й и j -й Rx :

$$C_{ij}(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_{\tau}^T r_i(t) r_j^*(t - \tau) dt, \quad (3.46)$$

где T – интервал корреляции, или корреляционное окно, а τ – значение, максимизирующее ВКФ и определяющее разность времен прихода Δt_{ij} .

Алгоритм заполнения матрицы РДМ измерений \mathbf{T} для формирования наборов из комбинаций относительно разных приемных станций реализуется функцией оценки матрицы РДМ измерений (скрипт 3.5). Для случая 4-х Rx на рис. 3.5 матрица \mathbf{T} имеет $N=4$ строки и $N-1=3$ столбца, а для случая 5 Rx на рис. 3.7 матрица \mathbf{T} имеет $N=5$ строк и $N-1=4$ столбца:

$$\mathbf{T}_{(4,3)} = \begin{bmatrix} \Delta t_{12} & \Delta t_{13} & \Delta t_{14} \\ \Delta t_{23} & \Delta t_{24} & \Delta t_{21} \\ \Delta t_{34} & \Delta t_{31} & \Delta t_{32} \\ \Delta t_{41} & \Delta t_{42} & \Delta t_{43} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{T}_{(5,4)} = \begin{bmatrix} \Delta t_{12} & \Delta t_{13} & \Delta t_{14} & \Delta t_{15} \\ \Delta t_{23} & \Delta t_{24} & \Delta t_{25} & \Delta t_{21} \\ \Delta t_{34} & \Delta t_{35} & \Delta t_{31} & \Delta t_{32} \\ \Delta t_{45} & \Delta t_{41} & \Delta t_{42} & \Delta t_{43} \\ \Delta t_{51} & \Delta t_{52} & \Delta t_{53} & \Delta t_{54} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

В общем виде матрицу РДМ измерений \mathbf{T} можно записать в виде

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \Delta t_{1,2} & \Delta t_{1,3} & \dots & \Delta t_{1,N} \\ \Delta t_{2,3} & \Delta t_{2,4} & \dots & \Delta t_{2,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta t_{N-1,N} & \Delta t_{N-1,1} & \dots & \Delta t_{N-1,N-2} \\ \Delta t_{N1} & \Delta t_{N2} & \dots & \Delta t_{N,N-1} \end{bmatrix}. \quad (3.48)$$

Из выражений (3.47) – (3.48) следует, что для формирования набора относительно i -й опорной станции достаточно выбрать из матрицы i -ю строку, а для исключения j -й станции из набора достаточно исключить j -й столбец.

Оценка ПОК осуществляется по комбинациям и по набору (скрипт 3.6).

Вычисление координат реализуется итеративным алгоритмом (скрипт 3.7). Рассмотрим подсистему формирования сигнала ВРСК (скрипт 3.8). В качестве сигнала используется сигнал ФМ-2 с параметрами кадра GSM: символьная скорость в радиоканале равна $r_{sym} \approx 270$ кбит/с, а длительность информационного символа $t_{sym}/r_{sym} \approx 3,7$ мкс. На точность оценки ВКФ сигналов с i -й и j -й приемных станций влияют, помимо прочих, два параметра: частота дискретизации сигнала и окно корреляции.

Частота дискретизации f_s влияет на точность оценки ВКФ следующим образом: с одной стороны, при малом f_s пик ВКФ расширяется, что приводит к увеличению погрешности оценки Δt_{ij} ; с другой стороны, при большом f_s объем вычислений $C_{ij}(t)$ увеличивается, что приводит к замедлению работы ИМ. Результаты моделирования показали, что увеличение f_s с 27 МГц до 270 МГц слабо влияет на точность оценки пика ВКФ, поэтому число выборок на символ было выбрано $sps=100$, что, вместе с символьной скоростью $r_{sym} \approx 270$ кбит/с, определило частоту дискретизации $f_s = r_{sym} \cdot sps = 27$ МГц.

Размер окна (интервала) корреляции T влияет на точность оценки корреляционной функции следующим образом: с одной стороны, при малом T пик ВКФ расширяется, что приводит к увеличению погрешности оценки Δt_{ij} ; с другой стороны, при большом T объем вычислений $C_{ij}(t)$ увеличивается, что приводит к замедлению работы ИМ. Также следует отметить, что боковые лепестки ВКФ могут привести к увеличению погрешности оценки Δt_{ij} особенно тогда, когда учитываются потери РРВ: пример, когда корреляционный пик $C_{13}(t)$ отраженного сигнала $r_3(t)$ оказывается меньше бокового лепестка корреляционной функции $C_{12}(t)$ сигнала $r_2(t)$, пришедшего по лучу прямой видимости, представлен на рис. 3.4. На выбор интервала корреляции T влияют также временные параметры используемого сигнала: для сигнала с временными параметрами кадра GSM размер слота составляет 577 мкс, поэтому использование $T > 577$ мкс представляется нецелесообразным.

Отношение сигнал-шум (ОСШ) учитывается в ИМ следующим образом: если мощность переданного символа равна $p_{sym}=1$ Вт, то его энергия равна $e_{sym} = t_{sym} \cdot p_{sym}$, а амплитуда сигнала и шума определяются

$$s = \sqrt{2e_{sym}/t_{sym}}; \quad n = \sqrt{(e_{sym}/t_{sym})/SNR}. \quad (3.49)$$

Представленная ИМ для позиционирования ИРИ РДМ в условиях NLOS, таким образом, включает, помимо перечисленных ранее, методику формирования и обработки ПОК по комбинациям и по набору. В результате проведенного исследования получены пороговые значения дисперсий оценок координат для достоверной идентификации источников NLOS на рис. 3.11. Полученные результаты оценки дисперсий могут быть выбраны в качестве пороговых величин при идентификации NLOS источников.

3.4. Алгоритм позиционирования при отсутствии прямой видимости

3.4.1. Анализ прототипов позиционирования при отсутствии прямой видимости

Формализуем существующие известные алгоритмы-прототипы обработки разностно-дальномерных (РДМ) измерений при позиционировании источника радиоизлучения (ИРИ) в условиях многолучевого распространения радиоволн (МРРВ).

Известный способ уменьшения ошибок многолучевости при определении местоположения (ОМП) ИРИ дальномерным способом [193] заключается в том, что местоположение ИРИ находят по алгоритму взвешенных остатков оценок координат, полученных на основе дальномерных измерений от различных комбинаций приемных станций.

Для реализации указанного известного способа выполняют следующие операции: а) на каждом из N приемных пунктов (ПП) принимают последовательность сигналов от ИРИ и измеряют время ее прихода ТОА (Time of Arrival); б) формируют всевозможные комбинации из $N > 3$ приемных пунктов и для каждой комбинации по алгоритму наименьших квадратов вычисляют промежуточную оценку координат (ПОК); в) для каждой комбинации вычисляют сумму квадратов остаточной разности относительно ПОК; г) для каждой ПОК вычисляют вес, который определяется отношением суммы квадратов остаточных разностей к числу ПП в комбинации; д) итоговая оценка координат ИРИ определяется комбинацией ПОК, масштабированных соответствующими весами.

Данный способ уменьшения ошибок многолучевости при ОМП ИРИ дальномерным способом характеризуется следующими недостатками: а) вероятностью ошибочного назначения весов в случаях, когда имеется больше одного ПП с переотраженными сигналами и, как следствие, большой итоговой ошибкой ОМП (в результате того, что ПП, являющийся источником измерений, полученных в результате переотражений, не исключается из итоговой оценки и, хоть и с уменьшенным весом, все же продолжает вносить погрешность в итоговую оценку местоположения ИРИ); б) продолжительным временем оценивания местоположения, вызванным необходимостью накопления и взвешивания промежуточных оценок на протяжении некоторого интервала времени, что не позволяет использовать указанный способ для определения координат движущихся ИРИ.

Другой известный способ уменьшения ошибок многолучевости при ОМП ИРИ разностно-дальномерным способом [194] заключается в том, что местоположение ИРИ находят на основе обработки разностно-дальномерных измерений после назначения весов ПП, являющихся вероятными источниками измерений, полученных после переотражений.

Для реализации указанного известного способа выполняют следующие операции: а) на каждом из N приемных пунктов принимают последовательность сигналов от ИРИ и измеряют время ее прихода ТОА (Time of Arrival); б) на каждом ПП, являющемся в данном случае опорным, измеряют разности времен прихода сигналов TDOA (Time Difference of Arrival) между опорным и всеми остальными ПП; в) для каждого набора из M ПП ($3 \leq M < N$) формируют K комбинаций разностно-дальномерных измерений относительно опорного ПП; г) для каждого упомянутого набора вычисляется промежуточная оценка координат; д) для каждой комбинации ПП определяется сумма квадратов остаточной разности относительно ПОК, на основании которого данной комбинации присваивается соответствующий вес; е) после оценки весов для всех комбинаций относительно каждой опорной станции, каждому приемному пункту присваивается вес, равный сумме весов комбинаций, в которые входит данный ПП; ж) далее приемные пункты ранжируются по присвоенным весам в порядке возрастания, после чего ПП с наибольшим весом принимается за источник измерений, полученных в результате переотражений; з) итоговая оценка координат ИРИ определяется комбинацией ПОК, масштабированных соответствующими весами.

Данный способ уменьшения ошибок многолучевости при оценивании местоположения ИРИ разностно-дальномерным способом характеризуется следующими недостатками: а) зависимостью корректного назначения весов от выбора ПОК для данного набора; б) ошибочным выбором ПОК (например, путем усреднения оценок по комбинациям в данном наборе, или же путем усреднения по всем возможным комбинациям во всех наборах, где может содержаться ПП с переотраженными сигналами), относительно которой вычисляют остаточные разности, что приведет к смещению весов; в) вероятностью ошибочного назначения весов в случаях, когда имеется больше одного ПП с переотраженными сигналами и, как следствие, большой итоговой ошибкой ОМП.

Из известных способов наиболее близким прототипом предлагаемого способа по своей технической сущности является способ для определения местоположения ИРИ разностно-дальномерным методом в условиях многолучевого распространения радиоволн [195], в котором: а) на каждом из N приемных пунктов принимают сигналы от ИРИ и по ним измеряют времена прихода сигналов ТОА, их амплитуду RSSI (Received Signal Strength Indication) и отношение сигнал/шум SNR (Signal to Noise Ratio) для каждого ПП; б) для каждого сигнала приемный пункт, имеющий наименьшее ТОА, выбирают в качестве опорного; в) для каждого сигнала вычисляют разности времен прихода сигналов TDOA (Time Difference of Arrival) между опорным и всеми остальными ПП; г) выявляют ПП, находящиеся в условиях многолучевого распространения радиоволн, и исключают из обработки измеренные TDOA, имеющие наибольший разброс многолучевой задержки ТОА, а

также RSSI и SNR у которых оказывается ниже определенного порога; д) из общей совокупности N приемных пунктов составляют все возможные комбинации из трех ПП; е) для каждой комбинации из трех ПП находят промежуточную оценку координат ИРИ методом наименьших квадратов; ж) для каждой комбинации рассчитывают остаточные ошибки относительно ПОК, на основании которых составляют ранжированный в порядке возрастания список остаточных ошибок; з) по ранжированному списку находят медиану снизу UM (Up-To-Median), медиану сверху BM (Beyond-Median) и среднее арифметическое Mean остаточных ошибок TDOA; и) на основе промежуточных оценок координат ИРИ от всех комбинаций из трех ПП находят итоговую оценку координат ИРИ по критерию минимума одного из показателей – UM, BM, Mean, или на основе всех трех показателей.

Данный способ характеризуется следующими недостатками: а) продолжительным временем оценивания местоположения, вызванным необходимостью приема и измерения времен прихода последовательности сигналов на протяжении некоторого интервала времени; б) невозможностью использовать указанный способ для определения местоположения (МП) движущегося ИРИ.

3.4.2. Способ и устройство

позиционирования при отсутствии прямой видимости

Техническим результатом предлагаемого способа [203] является уменьшение времени оценки МП ИРИ в условиях МРРВ, а также обеспечение возможности определения координат движущегося ИРИ.

Достижение указанного технического результата обеспечивается в предлагаемом разностно-дальномерном способе определения местоположения источника радиоизлучения в условиях МРРВ, в котором на каждом из приемных пунктов с известными координатами принимают сигнал ИРИ и по нему измеряют время прихода сигнала, затем для всех возможных пар приемных пунктов с известными координатами измеряют разности времен прихода сигналов от ИРИ до ПП этой пары, вычисляют разности дальностей по измеренным разностям времен прихода сигналов от ИРИ до ПП, формируют набор промежуточных оценок координат ИРИ путем определения разностно-дальномерным способом промежуточной оценки координат для каждой возможной комбинации из трех ПП, выявляют ПП, находящиеся в условиях МРРВ, формируют итоговую оценку координат ИРИ на основе набора промежуточных оценок координат ИРИ с учетом выявленных приемных пунктов, находящихся в условиях много-лучевого распространения радиоволн, отличающемся тем, что после формирования набора ПОК ИРИ из этих оценок составляют группы, каждая из которых содержит, по меньшей мере, четыре ПОК ИРИ, для каждой сформированной группы вычисляют внутригрупповую дисперсию ПОК ИРИ, а выявление ПП, находя-

щихся в условиях МРРВ, осуществляют по признаку превышения внутригрупповыми дисперсиями ПОК ИРИ предварительно заданного порога, после чего в наборе ПОК ИРИ оставляют только те ПОК ИРИ, которые получены без использования выявленных ПП, находящихся в условиях МРРВ, а для получения итоговой оценки координат ИРИ вычисляют среднее арифметическое оставшихся в наборе ПОК.

Благодаря перечисленной новой совокупности существенных признаков, в которой новым является выявление ПП, находящихся в условиях МРРВ по единственному сигналу от ИРИ по признаку превышения внутригрупповыми дисперсиями ПОК ИРИ предварительно заданного порога, а для получения итоговой оценки координат ИРИ использование только ПОК от тех ПП, которые не находятся в условиях МРРВ, и вычисление итоговой оценки координат ИРИ как среднего арифметического из ПОК ИРИ, которые не находятся в условиях МРРВ, достигается уменьшение времени выявления одного или нескольких ПП, находящихся в условиях МРРВ, при этом, поскольку уменьшается время выявления одного или нескольких ПП, находящихся в условиях МРРВ, обеспечивается возможность определения координат движущегося ИРИ.

Функциональная схема устройства для реализации предлагаемого способа представлена на рис. 3.14.

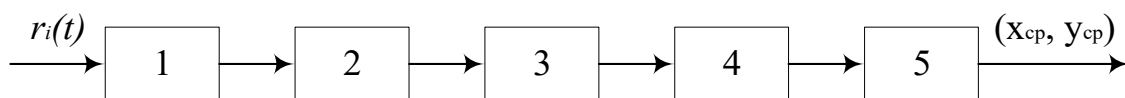


Рис. 3.14. Схема устройства для позиционирования ИРИ в условиях МРРВ

В схему входят следующие последовательно соединенные блоки:

- 1) блок измерения времени прихода сигнала на каждом пункте приема и определения собственных координат ПП посредством модулей Глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС);
- 2) блок вычисления разности времен прихода сигнала от ИРИ до ПП этой пары и вычисления соответствующих разностей дальностей;
- 3) блок формирования набора всевозможных комбинаций из трех пунктов приема и вычисления набора промежуточных оценок координат (ПОК) ИРИ разностно-дальномерным способом для каждой из сформированных комбинаций;
- 4) блок групповой обработки ПОК, оценки внутригрупповой дисперсии ПОК и выявления ПП, находящихся в условиях многолучевого распространения радиоволн (МРРВ);
- 5) блок вычисления итоговой оценки координат ИРИ на основе среднего арифметического из набора промежуточных оценок координат (ПОК) ИРИ с учетом выявленных ПП, находящихся в условиях МРРВ.

3.4.3. Алгоритм позиционирования при отсутствии прямой видимости

Схема алгоритма позиционирования разностно-дальномерным методом в условиях МРРВ представлена на рис. 3.15.

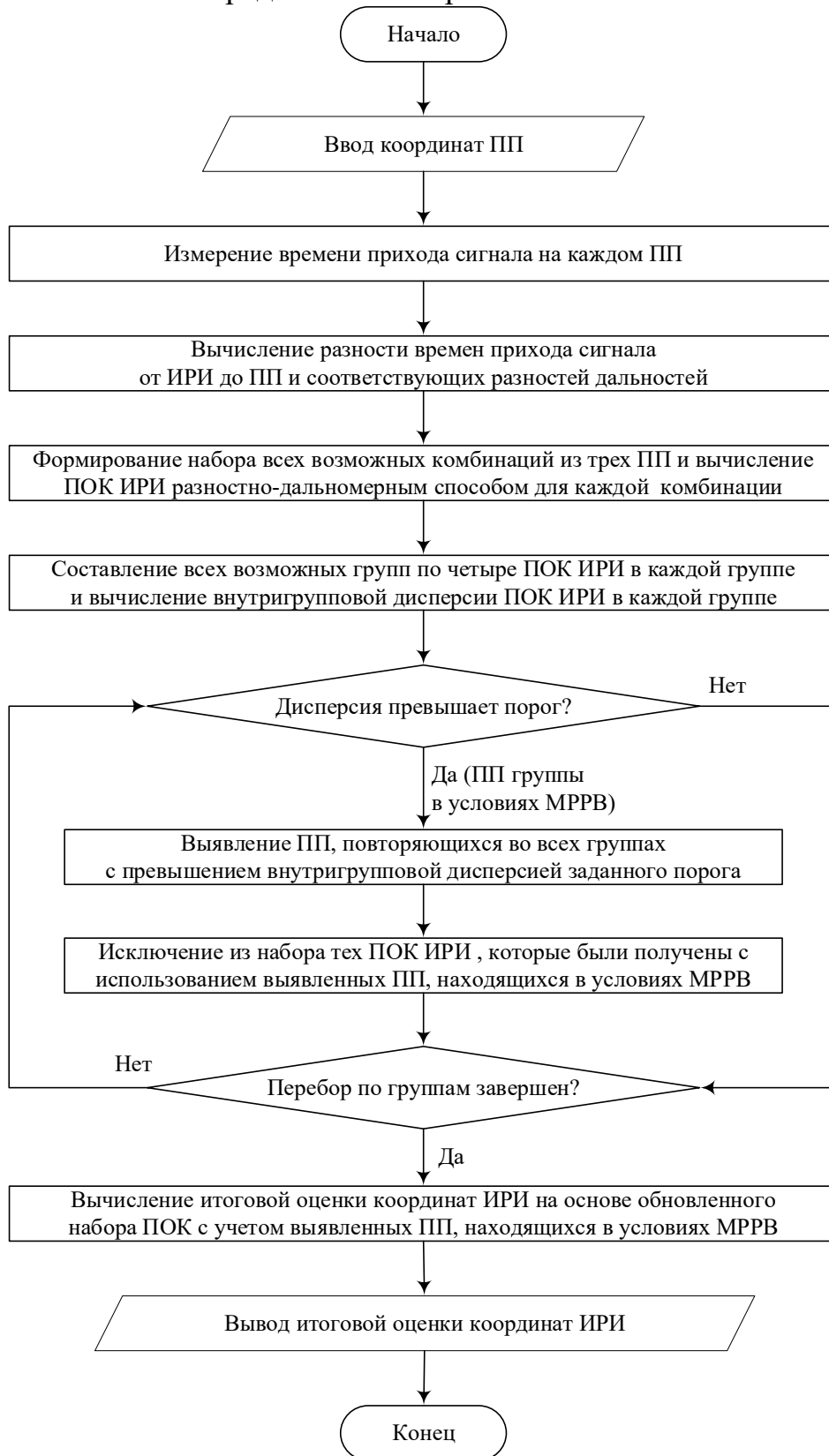


Рис. 3.15. Алгоритм позиционирования ИРИ в условиях МРРВ

Реализация предлагаемого способа в устройстве, приведенном на рис. 3.14 с учетом блок-схемы алгоритма, приведенной на рис. 3.15 осуществляется следующим образом.

Определение местоположения разностно-дальномерным способом производят на основе обработки измеренных разностей времен прихода сигналов (3.28), принятых от источника радиоизлучения ИРИ синхронизированными территориально распределенными N приемными пунктами (ПП) $K_1, K_2, \dots, K_i, \dots, K_N$.

Исходными данными для предлагаемого разностно-дальномерного способа являются известные координаты ПП, получаемые посредством модулей Глобальных навигационных спутниковых систем, а также измеренные на каждом ПП времена прихода сигнала от ИРИ. Зная времена прихода, можно вычислить разности времен прихода сигналов, по которым вычисляются разности дальностей (3.29).

Разность дальностей Δd_{ij} позволяет построить гиперболу l_{ij} – геометрическое место точек плоскости, для которых абсолютное значение разности расстояний от ИРИ до пары точек K_i и K_j постоянно.

При определении местоположения ИРИ на плоскости необходимо найти пересечение как минимум двух гипербол l_{12} и l_{23} , для чего требуются минимум три ПП K_1, K_2, K_3 .

При наличии прямой видимости LOS (Line-Of-Sight) каждое измерение разности дальностей Δd_{ij} определяет гиперболу, а пересечение гипербол определяет местоположение ИРИ. На рис. 3.3 представлена ситуация, когда в определении местоположения участвуют 4 ПП: 3 приемных пункта K_1, K_2, K_4 имеют измерения по прямой видимости LOS; один приемный пункт K_3 закрыт препятствием от ИРИ и имеет измерения NLOS, полученные в результате переотражения от отражателя, что приводит к увеличению дальномерного измерения.

Линии постоянной разности дальностей на рис. 3.3 рассчитываются относительно опорного приемного пункта K_1 . Если бы измерения на всех ПП были бы получены по лучам прямой видимости LOS, гиперболы l_{12}, l_{13}, l_{14} пересекались бы в одной точке – истинном местоположении ИРИ, а зона ошибок была бы небольшой, определяемой лишь влиянием шумов первичных измерений. Из-за отсутствия прямой видимости у приемного пункта K_3 получаем следующее: гиперболы l_{12} и l_{14} , полученные в результате LOS измерений, пересекаются в одной точке, а гипербола NLOS измерений l'_{13} смещается и приводит к формированию так называемой зоны ошибок NLOS.

В предлагаемом алгоритме ПП с отсутствием прямой видимости выявляются и затем исключаются из процесса ОМП.

Рассмотрим частный пример на рис. 3.3, когда количество ПП $N=4$. Из четырех ПП можно составить шесть пар приемных пунктов

$$S_{2/4} = \{P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{23}, P_{24}, P_{34}\}, \quad (3.50)$$

$$P_{ij} = \{K_i, K_j\}; \quad i = 1, 2, \dots, N-1; \quad j = i+1; \quad i+2, \dots, N.. \quad (3.51)$$

где P_{ij} – пара приемных пунктов K_i и K_j .

В общем случае количество пар ПП определяется биномиальным коэффициентом из n по k , или числом сочетаний из n по k (3.35).

В каждой паре ПП можно измерить разность времен прихода сигналов Δt_{ij} , по которой можно вычислить разность дальностей Δd_{ij} и построить соответствующую гиперболу l_{ij} . Если все ПП находятся в условиях прямой видимости LOS, тогда гиперболы пересекаются в одной точке – истинном местоположении ИРИ. На практике из-за влияния шумов возникают ошибки оценивания Δd_{ij} , и гиперболы l_{ij} отклоняются от точки расположения ИРИ. Однако для большинства реальных ситуаций LOS эти отклонения будут небольшими. Если один из ПП закрыт препятствием от ИРИ и имеет измерения NLOS, полученные в результате переотражения, тогда гиперболы не будут пересекаться в одной точке, а будут образовывать так называемый многоугольник засечек, состоящий из множества точек пересечения гипербол друг с другом (рис. 3.3). Если каким-либо образом выявить K_3 , тогда можно исключить из обработки l_{13}, l_{23}, l_{43} и найти точное местоположение ИРИ.

В качестве признака, по которому возможно выявлять ПП, находящийся в условиях NLOS, предлагается использовать внутригрупповую дисперсию промежуточных оценок координат (ПОК) ИРИ, суть которой удобно пояснить на примере. Возьмем группу из четырех ПП. Согласно (3.35) из этой группы можно составить четыре комбинации из трех ПП:

$$S_{3/4} = \{T_{123}, T_{124}, T_{134}, T_{234}\}; \quad T_{ijk} = \{K_i, K_j, K_k\}; \quad (3.52)$$

$$i = 1, 2, \dots, N-2; \quad j = i+1, i+2, \dots, N-1; \quad k = j+1, j+2, \dots, N;$$

где T_{ijk} – комбинация из трех ПП K_i, K_j, K_k .

Для каждой комбинации из трех ПП можно оценить местоположение ИРИ разностно-дальномерным способом: выделить две пары ПП, построить соответствующие гиперболы, найти точку их пересечения, которую принять за промежуточную оценку координат ИРИ

$$M_{ijk} = (x_{ijk}, y_{ijk}); \quad (3.53)$$

$$i = 1, 2, \dots, N-2; \quad j = i+1, i+2, \dots, N-1; \quad k = j+1, j+2, \dots, N;$$

где (x_{ijk}, y_{ijk}) – координаты ПОК M_{ijk} .

Например, для комбинации T_{123} можно выделить пары P_{12} и P_{23} , а точку пересечения гипербол l_{12} и l_{23} принять за промежуточную оценку координат $M_{123}=(x_{123}, y_{123})$. Для всех четырех комбинаций $\{T_{123}, T_{124}, T_{134}, T_{234}\}$ будет получено четыре ПОК $\{M_{123}, M_{124}, M_{134}, M_{234}\}$.

При отсутствии прямой видимости (NLOS) у K_3 в условиях MPPB промежуточные оценки координат имеют большой разброс, при этом одна ПОК M_{124} совпадает с МП ИРИ, так как она получена без использования находящегося в условиях NLOS приемного пункта K_3 (рис. 3.5).

Если все ПП находятся в условиях LOS, то разброс ПОК ИРИ будет небольшим, обусловленным лишь влиянием шумов. Количественно разброс группы ПОК ИРИ можно оценить с помощью внутригрупповой дисперсии

$$D = \frac{(d_{123})^2 + (d_{124})^2 + (d_{134})^2 + (d_{234})^2}{4} \quad (3.54)$$

где $d_{123}, d_{124}, d_{134}, d_{234}$ – удаления соответственно ПОК $M_{123}, M_{124}, M_{134}, M_{234}$ от средних координат $M_{\text{ср}}=(x_{\text{ср}}, y_{\text{ср}})$ группы из четырех ПП:

$$d_{ijk} = \sqrt{(x_{ijk} - x_{\text{ср}})^2 + (y_{ijk} - y_{\text{ср}})^2};$$

$$i = 1, 2, \dots, N - 2; \quad j = i + 1, i + 2, \dots, N - 1; \quad k = j + 1, j + 2, \dots, N; \quad (3.55)$$

$$x_{\text{ср}} = \frac{x_{123} + x_{124} + x_{134} + x_{234}}{4}; \quad y_{\text{ср}} = \frac{y_{123} + y_{124} + y_{134} + y_{234}}{4};$$

Для выявления приемных пунктов, находящихся в условиях отсутствия прямой видимости (многолучевого распространения радиоволн), предлагается сравнивать внутригрупповую дисперсию D с некоторым эмпирическим порогом $D_{\text{пор}}$.

Если дисперсия D превышает порог

$$D > D_{\text{пор}}, \quad (3.56)$$

значит в группе из четырех ПП один или более приемных пунктов находятся в условиях NLOS; если дисперсия не превышает порог

$$D \leq D_{\text{пор}}, \quad (3.57)$$

значит все ПП группы находятся в условиях LOS.

Для получения эмпирического порога $D_{\text{пор}}$ возможно использовать предварительно полученную эмпирическую зависимость дисперсии оценки координат от отношения сигнал/шум ОСШ (рис. 3.11).

Имея только четыре ПП, предложенным способом можно лишь установить факт NLOS на одном или нескольких ПП. Для выявления того, какие именно ПП находятся в условиях NLOS необходимо более четырех ПП. Поясним это на примере. Пусть имеется пять ПП ($N = 5$) (рис. 3.6). В соответствии с (3.35) из пяти ПП можно составить пять групп по четыре ПП

$$S_{4/5} = \{F_{1234}, F_{1235}, F_{1245}, F_{1345}, F_{2345}\}; \quad F_{ijkm} = \{K_i, K_j, K_k, K_m\};$$

$$i = 1, 2, \dots, N - 3; \quad j = i + 1, i + 2, \dots, N - 2;$$

$$k = j + 1, j + 2, \dots, N - 1; \quad m = k + 1, k + 2, \dots, N;$$
(3.58)

где F_{ijkm} – группа из четырех приемных пунктов K_i, K_j, K_k, K_m .

Для каждой группы можно получить четыре ПОК ИРИ и найти их внутригрупповую дисперсию. Пусть в условиях NLOS находится ПП K_2 , тогда группы $F_{1234}, F_{1235}, F_{1245}, F_{2345}$ будут иметь большую внутригрупповую дисперсию, так как они включают K_2 , а группа F_{1345} будет иметь малую внутригрупповую дисперсию, так как она не включает K_2 (рис. 3.9).

Следовательно, для выявления ПП, находящихся в условиях NLOS (многолучевого распространения радиоволн), следует определить какие ПП повторяются во всех группах с превышением внутригрупповой дисперсией заданного порога. После этого следует во всех группах удалить из обработки все ПОК ИРИ, которые получены с использованием выявленных ПП. Итоговую оценку координат ИРИ можно найти, усреднив оставшиеся ПОК ИРИ, например, вычислив их среднее арифметическое.

С учетом указанных особенностей для реализации алгоритма на рис. 3.15 выполняют следующую последовательность действий: 1) на поверхности Земли размещают множество приемных пунктов сигнала; в этих ПП осуществляют прием сигнала от ИРИ и измерение времени прихода измеренного сигнала, а также определение собственных координат, например, посредством модулей Глобальных навигационных спутниковых систем, которые также решают задачу локальной синхронизации территориально-распределенных ПП; 2) из всего множества ПП составляют все возможные пары ПП; для каждой пары ПП измеряют разность времени прихода сигнала от ИРИ до ПП этой пары; по измеренной разности времени прихода сигнала от ИРИ в каждой паре вычисляют разность дальностей от ИРИ до приемных пунктов этой пары; 3) из всего множества ПП формируют все возможные комбинации по три приемных пункта; для каждой комбинации из трех приемных пунктов разностно-дальномерным способом находят координаты ИРИ, которые принимают за промежуточную оценку координат ИРИ; таким образом формируют набор ПОК ИРИ; 4) из набора ПОК составляют все возможные группы по четыре ПОК; 5) для каждой группы вычисляют внутригрупповую дисперсию ПОК ИРИ; 6) вычисленную внутригрупповую дисперсию ПОК ИРИ каждой группы сравнивают с заданным эмпирическим порогом; считают, что превышение внутригрупповой дисперсией заданного порога означает наличие в этой группе ПП, находящихся в условиях многолучевого распространению радиоволн; 7) для каждой группы, у которой внутригрупповая дисперсия превысила порог, запоминают входящие в ее состав ПП; к выявленным ПП, находящимся в условиях МРРВ, относят те ПП, которые повторяются во всех группах с превышением внутригрупповой дисперсией заданного порога; 8) из набора ПОК ИРИ исключают ПОК, которые были получены с использованием выявленных ПП, находящихся в условиях МРРВ; 9) вычисляют итоговую оценку координат ИРИ на основе обновленного набора ПОК ИРИ с учетом исключенных ПОК, полученных с использованием выявленных ПП, находящихся в условиях МРРВ.

ИМ предложенного способа в СПО Matlab показало уменьшение времени оценки координат ИРИ по сравнению со способом прототипом на 10...20% (в зависимости от продолжительности накопления измерений сигналов), при ОМП ИРИ по единственному измеренному сигналу в условиях МРРВ, что указывает на возможность достижения технического результата.

3.5. Прогноз отсутствия прямой видимости по моделям местности

3.5.1. Этапы трассировки лучей

В настоящем разделе приводится описание инструментов прогноза преотражения сигналов в условиях NLOS на основе геометрической трассировки лучей с использованием цифровой модели местности (ЦММ).

Имитационная модель прогноза предназначена для анализа путей распространения радиоволн (РРВ) с учетом взаимного расположения ИРИ, приемных станций (пунктов приема, ПП) и рельефа местности. В качестве ЦММ используются общедоступные данные высот земной поверхности, полученные с помощью радарной топографической съёмки, проведенной проектом «Радиолокационная топографическая миссия шаттла» SRTM (Shuttle Radar Topography Mission); полученная ЦММ охватила 80% поверхности Земли (от 56° ю. ш. до 60° с. ш.) с шагом элементарной площадки пространственного разрешения 90 м [207]. Данные ЦММ доступны на файловом сервере геологической службы США [208]. Для построения путей РРВ используется механизм трассировки лучей. Трассировка лучей – один из методов геометрической оптики – исследование оптических систем путём отслеживания взаимодействия отдельных лучей с поверхностями [209]. Наибольшее распространение данный метод получил в компьютерной графике для построения трехмерных моделей реальных объектов [210]. В настоящей ИМ реализуется один основной механизм РРВ над неровной поверхностью, а именно отражение радиоволн. Направление отраженной волны подчиняется закону геометрической оптики (угол отражения равен углу падения) и определяется ориентацией элементарной площадки пространственного разрешения цифровой модели местности. В качестве алгоритма трассировки используется алгоритм SBR (Shooting-and-Bouncing Ray) [211]. В [212, 213] предложено использовать данный алгоритм для построения геометрических моделей РРВ в радиосетях. Алгоритм включает три этапа: 1) формирование луча в точке передачи; 2) определение пути прохождения луча (непосредственно трассировка); 3) проверка возможности приема луча. Антенны передающего и приемного пунктов представлены изотропными излучателями.

На первом этапе трассировки необходимо сформировать набор лучей, который будет описывать сферический фронт излучаемой волны. При этом лучи должны быть распределены равномерно по сфере для ее однородного представления в трехмерном пространстве. Таким образом каждый луч представляет небольшой участок фронта волны и переносит одинаковое количество энергии. Для представления фронта волны в виде отдельных равномерно распределенных лучей в [214] предложено использовать правильный икосаэдр с 12 вершинами (рис. 3.16) [215]. Передающая антенна располагается в центре симметрии икосаэдра, а лучи, проведенные из этого цен-

тра к вершинам, будут моделировать фронт излучаемой волны. Равномерность достигается за счет того, что любые два соседних луча отличаются друг от друга на одинаковый угол $\alpha=63,4349^\circ$.

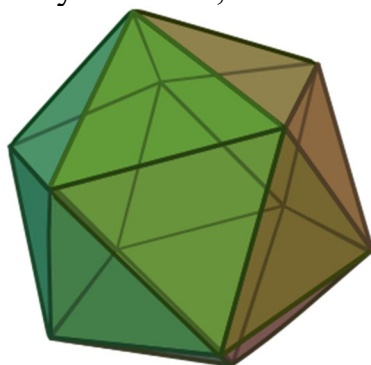


Рис. 3.16. Правильный икосаэдр для представления фронта излучаемой волны

Недостатком такого способа является низкая разрешающая способность представления фронта волны и, соответственно, низкая точность представления профиля отражений в радиоканале. Для повышения разрешающей способности представления фронта волны в предлагаемой имитационной модели применяется метод, который используется для построения сооружений – геодезический купол [214], [216]. Суть метода заключается в разбиении каждой грани исходного икосаэдра на N равных треугольных сегментов; при этом лучи, проходящие через вершины этих треугольников, описывают фронт излучаемой волны. На рис. 3.17 показаны грани правильного икосаэдра с числом разбиения n равным 2, 3 и 4 соответственно. Число полученных треугольников определяется как $N = n^2$.

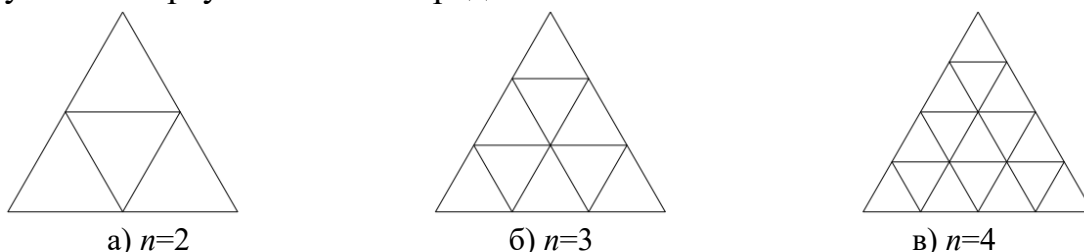


Рис. 3.17. Разбиение граней икосаэдра на N равных треугольников

На рис. 3.18 представлена аппроксимация сферического фронта излучаемой волны в виде геодезического купола с числом разбиения $n=3$.

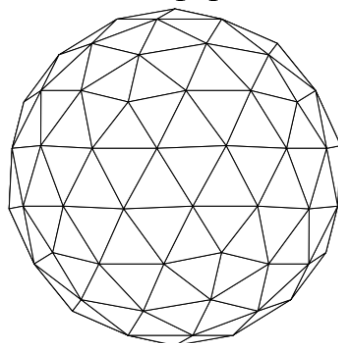


Рис. 3.18. Модель сферического фронта волны в виде геодезического купола

На рис. 3.19 представлены основные лучи, проходящие через вершины икосаэдра (красным цветом) и дополнительные лучи (зеленым цветом), полученные после разбиения одной грани на $N=49$ треугольников.

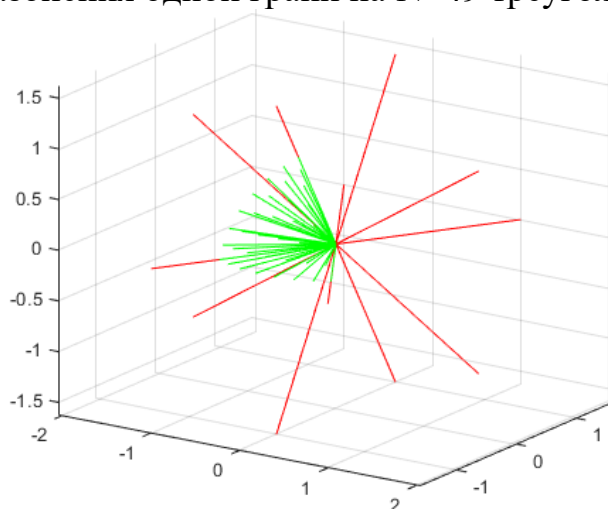


Рис. 3.19. Модель сферического фронта волны в виде отдельных лучей

Аппроксимация сферической волны геодезической сферой вносит нарушение равномерности распределения лучей по сферическому фронту, при этом угловое разделение соседних лучей остается примерно одинаковым. Данное нарушение при увеличении числа разбиений грани икосаэдра n можно считать несущественным. По завершению этого этапа каждый луч имеет направление распространения в трехмерном пространстве, которое задается трехмерным единичным вектором.

Второй этап алгоритма трассировки SBR проводится для каждого луча. Для проверки возможности отражения луча от земной поверхности используется алгоритм Моллера–Трумбора [217]. Данный алгоритм позволяет определить место пересечения прямой с поверхностью с точностью до размеров элементарной площадки. Для представления отражающей поверхности используются полигональные сетки с треугольными гранями (рис. 3.20).

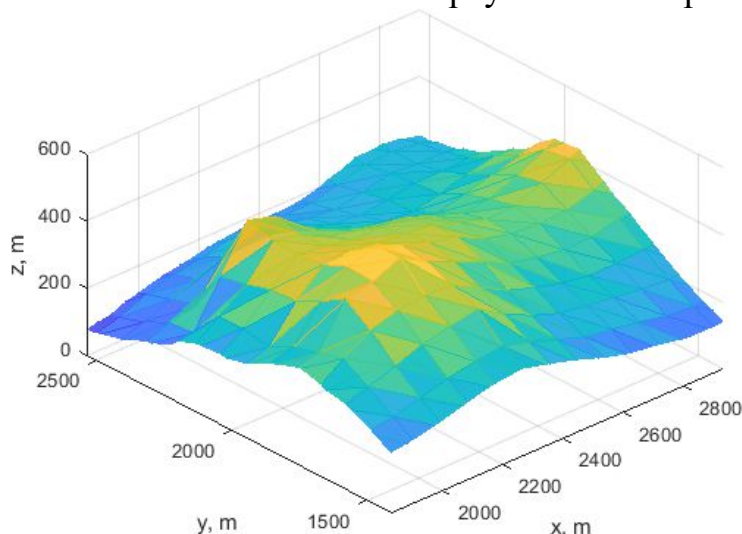


Рис. 3.20. Модель поверхности в виде полигональной сетки с треугольными гранями

Полигональная сетка – это совокупность вершин, рёбер и граней, которые определяют форму объекта, в данном случае форму отражающей (подстилающей) поверхности. Данные SRTM представлены полигональной сеткой с прямоугольными гранями и для ее преобразования в треугольную сетку применяется алгоритм триангуляции Делоне, для реализации которого используется встроенная в Matlab функция `delaunay` [218].

Отраженный луч откладывается от центра элементарной площадки в направлении, которое определяется углом падения и ориентацией элементарной площадки (рис. 3.21):

$$\mathbf{R}_r = 2 \cdot \mathbf{N} \cdot (\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{N}) - \mathbf{R}_i. \quad (3.59)$$

где \mathbf{R}_i – вектор падающей волны; \mathbf{N} – вектор нормали к элементарной площадке, который определяет ее ориентацию; \mathbf{R}_r – вектор отраженной волны; “ \cdot ” – оператор скалярного произведения.

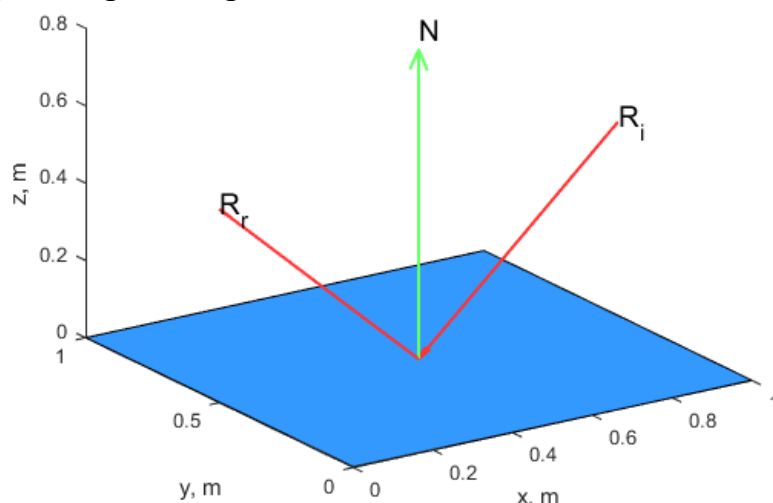


Рис. 3.21. Построение отраженного луча

На третьем этапе для каждого луча проверяется возможность его приема. Т.к. как каждый луч характеризует часть фронта сферы излучаемой волны, его можно представить конусной фигурой на рис. 3.22, основание которой расширяется, что эквивалентно расширению фронта волны (снижению плотности потока энергии), по мере удаления от источника [212].

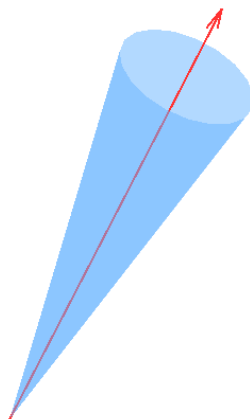


Рис. 3.22. Луч и конусная фигура, описывающие часть фронта волны

3.5.2. Признак отсутствия прямой видимости у луча

Луч считается принятым если точка приема, которая задается декартовыми координатами, попадает внутрь конусной фигуры на рис. 3.22. Концепция расширения фронта переносится в точку приема в виде приемной сферы, радиус которой определяется угловым разнесением соседних лучей α , формируемых в точке излучения, и полным расстоянием d , пройденным лучом с учетом отражения [219]:

$$R_{rx} = \alpha \cdot d / \sqrt{3}. \quad (3.60)$$

Если луч пересекает данную сферу, то он считается принятым. На рис. 3.23 показан пример приемной сферы и пересекающего ее отраженного луча; зеленым кружком отмечено расположение приемного пункта. В ИМ угол α вычисляется как среднее от значений угла между одним лучом и его шестью соседними лучами; второй способ вычисления угла $\alpha = (69/n)^\circ$ [214].

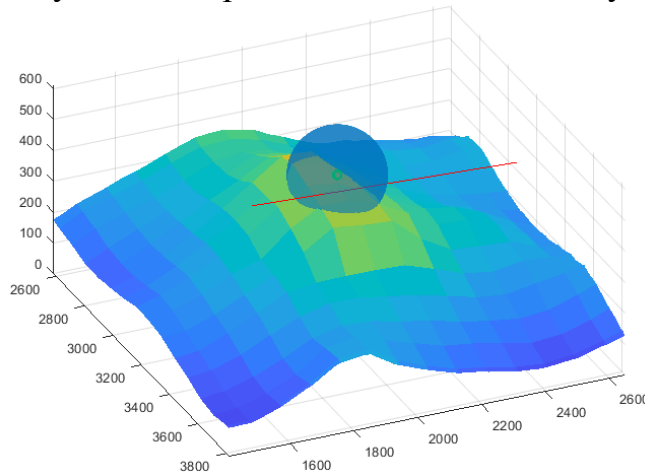


Рис. 3.23. Приемная сфера и принятый луч

Алгоритм Моллера – Трумбора [217] также используется для определения наличия прямой видимости от точки передачи (основной луч) или точки отражения (отраженный луч) до точки приема.

Сформулируем *признак отсутствия прямой видимости NLOS*, реализованный далее в имитационной модели. Пусть луч, проведенный из точки ИРИ (или точки отражения) пересекается с некоторой поверхностью, которая является предполагаемым препятствием условию РРВ по прямой видимости до пункта приема. Если данная точка располагается на расстоянии меньшем, чем дальность от ИРИ до пункта приема, в ИМ данная ситуация обрабатывается как признак NLOS, что физически эквивалентно препятствию на пути от ИРИ до пункта приема. Трассировка учитывает только одно отражение луча.

Рассмотренные выше модели и методы прогноза условий многолучевого распространения радиоволн и отсутствия прямой видимости на основе цифровых моделей местности SRTM для задач позиционирования реализованы в имитационной модели `ray_trace_map.m` (скрипт 3.18).

3.5.3. Визуализация NLOS по цифровым моделям местности

На рис. 3.24 представлен пример ИМ для участка с координатами 12°00'00.0"N 18°00'00.0"E (скрипт 3.18): зелеными кружками отмечено МП ИРИ и ПП; зеленая линия соответствует лучу LOS, красные линии – отраженным лучам NLOS; красная пунктирная линия соответствует отраженному лучу, путь которого до ПП после отражения заблокирован поверхностью; каждому отраженному лучу соответствует сфера определенного радиуса: на рис. 3.24 бордовым цветом показана сфера с наибольшим радиусом.

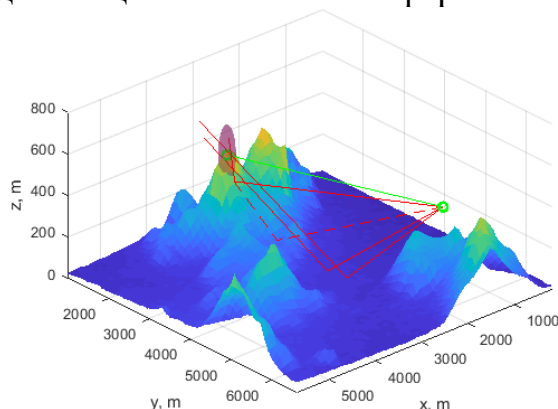


Рис. 3.24. Траектории распространения лучей над неровной поверхностью

На рис. 3.25 представлен пример работы ИМ (скрипт 3.19) при позиционировании с подвижной станцией: ПП на борту БПЛА движется по (красной) окружности с радиусом 4 км; истинное МП ИРИ показано синим кружком; цвет линии от ИРИ до траектории полета БПЛА показывает наличие (зеленая линия) и отсутствие (красная линия) прямой видимости.

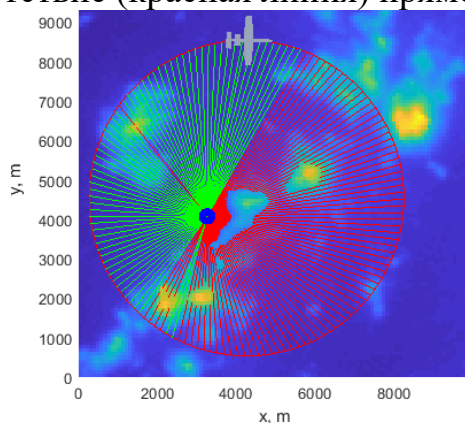


Рис. 3.25. Оценка прямой видимости

Для прогноза условий отсутствия прямой видимости разработан и программно реализован комплекс функций, представленный в Табл. 3.2.

Табл. 3.2. Функции прогноза условий отсутствия прямой видимости по ЦММ

Функция	Скрипт
getRayDistribution	Скрипт 3.15. Функция расчета направлений распространения лучей
llToxy	Скрипт 3.16. Функция вычисления проекции Меркатора
updateDataTip	Скрипт 3.17. Вспомогательная функция для отображения

3.6. Выводы

В настоящем разделе представлены результаты исследования и разработки комплекса моделей и методов позиционирования источника радиоионизации (ИРИ) разностно-дальномерным методом (РДМ) в условиях многолучевого распространения радиоволн (МРРВ) и отсутствия прямой видимости NLOS. Результатом исследования является математическое обоснование необходимости идентификации и исключения измерений при МРРВ. Для исключения влияния измерений, полученных в условиях NLOS, на точность позиционирования, предложен алгоритм и методики обработки разностно-дальномерных измерений.

Выполнена программная реализация идентификации и последующего исключения пунктов приема (ПП), являющихся источниками NLOS, из последующей обработки по критерию вычисления дисперсий оценок координат, полученных из обработки остаточных РДМ измерений после поочередного исключения из проверяемых комбинаций ПП, являющихся вероятными источниками NLOS, а также перебором опорных ПП, относительно которых вычисляется разность расстояний при обработке.

Показано, что дифференциация РДМ измерений по комбинациям и наборам позволяет методом последовательного исключения станций с высокой вероятностью обнаружить источники измерений с МРРВ. Работоспособность предложенных методик проиллюстрирована графически на примере идентификации: а) одного источника NLOS для случая пяти приемных станций; б) двух источников NLOS для случая шести приемных станций. Реализованная ИМ, позволившая верифицировать представленные результаты, выгодно отличается от аналогичных исследований комплексным учетом вида сигнала и потерь РРВ, влияющих на точность корреляционной обработки.

Также разработан программный инструментарий для вычисления и визуализации переотражений сигналов, возникающих в процессе позиционирования, позволяющий прогнозировать сценарии и траектории полета БПЛА для решения задач ОМП с использованием ЦММ.

Для оценки наличия прямой видимости от ИРИ до подвижного ПП на борту БПЛА реализована ИМ с анализом переотражений на основе ЦММ: для практической наглядности прогноза условий LOS/NLOS, с точки зрения обоснованности выбора траектории полета БПЛА, результаты показаны в плоскости XY.

Таким образом, разработанная ИМ позволяет оценивать особенности переотражения сигналов по доступным цифровым моделям местности, прогнозировать условия наличия/отсутствия прямой видимости и, следовательно, обосновывать траектории движения БПЛА для практически приложений поисково-спасательных операций, служб экстренной медицинской помощи, охраны правопорядка, слежения за персоналом и др.

СКРИПТЫ К РАЗДЕЛУ 3

Скрипт 3.1. Оценка нормированной дисперсии ошибки ОМП

```
gamma=[1.1:0.2:2.0]; beta=[0.0:0.01:3.0]; legstr=[];
for i=1:length(gamma)
    norm_var=(1+beta.*gamma(i).^2)./(1+beta).^2;
    plot(beta,norm_var,'linewidth',2); hold on;
    legstr=[legstr, strcat({'\gamma='}, {num2str(gamma(i))})];
    legend(legstr);
end
grid on; ylabel('Нормированная дисперсия'); xlabel('\beta');
```

Скрипт 3.2. Функция идентификации одного источника NLOS

```
function [LocEst1, LocEstVar1, RxNlosEst, multipath] = ...
    LocationNlos1(Rx, TDOA_est)
% Функция реализует подход последовательного исключения каждой из станций
% из набора обрабатываемых измерений для сценария одного источника NLOS
% In:      Rx - матрица размера N*2 координат опорных станции
%          TDOA_est - матрица размера N*(N-1) РДМ измерений
%          для всех сочетаний приемных станций
% Out:     LocEst1 - оценка координат
%          LocEstVar1 - дисперсия промежуточных оценок координат
%          RxNlosEst - вектор признаков источников NLOS (1-NLOS, 0-NLOS)
%          multipath - признак условий NLOS
numRx = length(Rx); % число приемных станций N
RxNlosEst = ones(1, numRx); % инициализация вектора признаков NLOS
RxInd = [1:1:numRx]; % инициализация вектора индексов набора
fprintf('Тест Rx for 1 NLOS\n');
for i = 1:numRx % цикл по исключаемой приемной станции
    % исключение станции Rx из набора. Формирование нового набора
    Rxx1 = circshift(Rx, (i*(-1))); Rxx1 = Rxx1(1:(numRx-1),:);
    % исключение индекса станции Rx из вектора индексов набора.
    % Формирование нового вектора индексов набора.
    RxInd1 = circshift(RxInd, (i*(-1))); RxInd1 = RxInd1(1:(numRx-1));

    k = i+1; % индекс новой опорной станции
    if k > numRx
        k = k - numRx;
    end
    % алгоритм МНК
    [LocEst1(i,:), LocEstVar1(i)] = Location(Rxx1, 1, TDOA_est(k,:));
    fprintf('Rx=%d исключена. Набор Rx=%d%d%d%d. Дисперсия=%8.2d\n',...
        i, RxInd1, LocEstVar1(i));
end
% сортировка дисперсий
[LocEstVarRange1, RxNlosRangeEst1] = sort(LocEstVar1);
% индекс приемной станции с максимальной дисперсией
RxNlosInd1 = RxNlosRangeEst1(1);
% инициализация вектора признаков NLOS индексом вероятного источника NLOS
RxNlosEst(RxNlosInd1)=0;
% оценка координат после исключения вероятного источника NLOS
LocEst1 = LocEst1(RxNlosInd1,:);
% сопоставление дисперсий с пороговыми значениями
if LocEstVarRange1(1) < 100
    multipath = 0; % исключение одной Rx привело к идентификации NLOS
    fprintf('1 NLOS Rx=%d\n', RxNlosInd1);
    fprintf('Координаты = (%8.2d %8.2d)\n', LocEst1);
else
    multipath = 2; % исключение одной Rx не привело к идентификации NLOS
end
```

Скрипт 3.3. Функция идентификации двух источников NLOS

```
function [LocEst2, LocEstVar2, RxNlosEst, multipath] = ...
    LocationNlos2(Rx, TDOA_est, LocEst1, multipath)
% Функция реализует подход последовательного исключения двух станций
% из набора обрабатываемых измерений для сценария двух источников NLOS
% In:      Rx - матрица размера N*2 координат опорных станции
%          TDOA_est - матрица размера N*(N-1) РДМ измерений
%          для всех сочетаний приемных станций
% Out:     LocEst2 - оценка координат
%          LocEstVar2 - дисперсия промежуточных оценок координат
%          RxNlosEst - вектор признаков источников NLOS (1-NLOS, 0-NLOS)
%          multipath - признак условий NLOS
numRx = length(Rx); % число приемных станций N
```

```

RxNlosEst = ones(1, numRx); % инициализация вектора признаков NLOS
RxInd = [1:1:numRx]; % инициализация вектора индексов набора
fprintf('Тест Rx for 2 NLOS\n');
for i = 1:numRx % цикл по 1-й исключаемой приемной станции
    % исключение станции Rx из набора. Формирование нового набора
    Rxx1 = circshift(Rx, (i*(-1))); Rxx1 = Rxx1(1:(numRx-1),:);
    % исключение индекса станции Rx из вектора индексов набора.
    % Формирование нового вектора индексов набора.
    RxInd1 = circshift(RxInd, (i*(-1))); RxInd1 = RxInd1(1:(numRx-1));
    for j = 1:numRx-1 % цикл по 2-й исключаемой приемной станции
        % исключение станции Rx из набора. Формирование нового набора
        Rxx2 = circshift(Rxx1, (j*(-1))); Rxx2 = Rxx2(1:(numRx-2),:);
        % исключение индекса станции Rx из вектора индексов набора.
        % Формирование нового вектора индексов набора.
        RxInd2 = circshift(RxInd1, (j*(-1))); RxInd2 = RxInd2(1:(numRx-2));
        k = i+j; % индекс новой опорной станции
        if k > numRx
            k = k - numRx;
        end
        % формирование индексов РДМ измерений
        str=RxInd2(1);
        col1=RxInd2(2)-str; if col1 < 0 col1 = col1 + numRx; end
        col2=RxInd2(3)-str; if col2 < 0 col2 = col2 + numRx; end
        col3=RxInd2(4)-str; if col3 < 0 col3 = col3 + numRx; end
        col = [col1 col2 col3];
        TDOA_est_str = TDOA_est(str, col);
        [LocEst2(i,j,:), LocEstVar2(i,j)] = Location(Rxx2, 1,TDOA_est_str);
        fprintf('Rx%d%d исключена. Набор Rx=%d%d%d%d. Дисперсия=%8.2d\n',...
            i, k, RxInd2, LocEstVar2(i,j));
    end
end
% оценка обработанного набора с минимальной дисперсией
[LocEstVar2Min, LocEstVar2MinInd] = min(LocEstVar2(:));
if LocEstVar2Min < 200
    multipath = 0; % исключение двух Rx привело к идентификации NLOS
    [RxLosInd1, RxLosInd2] = ind2sub(size(LocEstVar2),LocEstVar2MinInd);
    RxNlosInd1 = RxLosInd1;
    RxNlosInd2 = RxLosInd2 + RxNlosInd1;
    if RxNlosInd2 > numRx
        RxNlosInd2 = RxNlosInd2 - numRx;
    end
    RxNlosEst(RxNlosInd1) = 0; RxNlosEst(RxNlosInd2) = 0;
    LocEst2 = squeeze(LocEst2(RxLosInd1,RxLosInd2,:));
    LocEstVar2 = mean(LocEstVar2,2)';
    fprintf('1-й NLOS Rx=%d, 2-й NLOS Rx=%d\n', RxNlosInd1, RxNlosInd2);
    fprintf('Координаты = (%8.2d %8.2d)\n', LocEst2);
else
    multipath = 3;
end

```

Скрипт 3.4. Функция потерь распространения радиоволн

% функция оценки потерь РРВ в ЛБ по рекомендации TR36.814 В.1.2.1 в гнорде

```

function PLdB = PathLossdB(d,fc)
    speedOfLight = 299792458.0; % скорость света м/с
    hBS = 25; % высота антенны базовой станции (БС), м
    hUT = 1.5; % высота антенны абонентской станции (АС), м
    hdashBS = hBS-1.0; % эффективная высота антенны БС, м
    hdashUT = hUT-1.0; % эффективная высота антенны АС, м
    dBp = 4*hdashBS*hdashUT*fc/speedOfLight; % пороговое расстояние
    % потери РРВ (в дБ) в городе в условиях LOS по рекомендации TR36.814
    if (d<dBp)
        PLdB = 20.0*log10(d)+28.0+20.0*log10(fc/1e9);
    else
        PLdB = 40.0*log10(d)+7.8-18.0*log10(hdashBS)- ...
            18.0*log10(hdashUT)+2.0*log10(fc/1e9);
    end
end

```

Скрипт 3.5. Функция оценки матрицы РДМ измерений

```

function [TDOA_est] = TdoaEst(sigvec_rx_noisy, Rx, tau)
% Функция оценки матрицы РДМ измерений для формирования
% наборов из комбинаций относительно разных приемных станций.
% In: sigvec_rx_noisy - матрица входных сигналов
%      размера length(Rx)*(число выборок)
%      Rx - матрица двумерных координат приемных станций

```



```

%           размера length(Rx))*2
%           tau - вектор столбец выборки шкалы времени размера
%           (2*число выборки)*1
% Out: TDOA_est - матрица РДМ измерений размера
%           (length(Rx))*(length(Rx)-1)
numRx = length(Rx);
for i = 1:numRx
    for j = 1:numRx-1
        k = i+j;
        if k > numRx
            k = k - numRx;
        end
        % вычисление ВКФ
        R = abs(xcorr(sigvec_rx_noisy(i,:), sigvec_rx_noisy(k,:)));
        % нахождение пика ВКФ
        [R_max, R_max_ind] = max(R);
        % формирование матрицы РДМ измерений
        TDOA_est(i,j) = - tau(R_max_ind);
    end
end
end

```

Скрипт 3.6. Функция промежуточной оценки координат по комбинациям и набору

```

function [LocEst, LocEstVar] = Location(Rx, m, TDOA_est_str)
% Функция оценки промежуточных местоположений по комбинациям и по набору
% In: Rx - матрица размера N*2 двумерных координат приемных станций
%      m - индекс опорной станции
%      TDOA_est_str - строка РДМ измерений для данной опорной станции
% Out: LocEst - оценка местоположения по набору
%      LocEstVar - дисперсия оценок местоположения по комбинациям
%      LocHis - история итерационных оценок
numRx = length(Rx); % число приемных станций
Rxx = circshift(Rx, ((m-1)*(-1))); % упорядочивание вектора координат
% приемных станций для данной опорной
% Промежуточные оценки по комбинациям относительно опорной станции (m=1)
% комбинации в наборе из 3-х станций
if numRx == 3 % число станций в наборе равно 3
    Rx1 = [Rxx(1,:); Rxx(2,:); Rxx(3,:)]; % комбинация Rx 1 2 3
    TDOA1 = [TDOA_est_str(1); TDOA_est_str(2)];
    % промежуточная оценка по комбинации Rx123
    [location_est_interm, LocHis] = WlsEst(Rx1, TDOA1);

% комбинации в наборе из 4-х станций
elseif numRx == 4 % число станций в наборе равно 4
    Rx1 = [Rxx(1,:); Rxx(2,:); Rxx(3,:)]; % комбинация Rx 1 2 3
    TDOA1 = [TDOA_est_str(1); TDOA_est_str(2)];
    % промежуточная оценка по комбинации Rx123
    [location_est_interm(1,:), LocHis] = WlsEst(Rx1, TDOA1);

    Rx2 = [Rxx(1,:); Rxx(2,:); Rxx(4,:)]; % комбинация Rx 1 2 4
    TDOA2 = [TDOA_est_str(1); TDOA_est_str(3)];
    % промежуточная оценка по комбинации Rx124
    location_est_interm(2,:) = WlsEst(Rx2, TDOA2);

    Rx3 = [Rxx(1,:); Rxx(3,:); Rxx(4,:)]; % комбинация Rx 1 3 4
    TDOA3 = [TDOA_est_str(2); TDOA_est_str(3)];
    % промежуточная оценка по комбинации Rx134
    location_est_interm(3,:) = WlsEst(Rx3, TDOA3);

% комбинации в наборе из 5 станций
elseif numRx == 5
    Rx1 = [Rxx(1,:); Rxx(2,:); Rxx(3,:)]; % Rx 1 2 3
    TDOA1 = [TDOA_est_str(1); TDOA_est_str(2)];
    [location_est_interm(1,:), LocHis] = WlsEst(Rx1, TDOA1);

    Rx2 = [Rxx(1,:); Rxx(2,:); Rxx(4,:)]; % Rx 1 2 4
    TDOA2 = [TDOA_est_str(1); TDOA_est_str(3)];
    location_est_interm(2,:) = WlsEst(Rx2, TDOA2);

    Rx3 = [Rxx(1,:); Rxx(2,:); Rxx(5,:)]; % Rx 1 2 5
    TDOA3 = [TDOA_est_str(1); TDOA_est_str(4)];
    location_est_interm(3,:) = WlsEst(Rx3, TDOA3);

    Rx4 = [Rxx(1,:); Rxx(3,:); Rxx(4,:)]; % Rx 1 3 4
    TDOA4 = [TDOA_est_str(2); TDOA_est_str(3)];
    location_est_interm(4,:) = WlsEst(Rx4, TDOA4);

```

```

Rx5 = [Rxx(1,:); Rxx(3,:); Rxx(5,:)]; % Rx 1 3 5
TDOA5 = [TDOA_est_str(2); TDOA_est_str(4)];
location_est_interm(5,:) = WlsEst(Rx5, TDOA5);

Rx6 = [Rxx(1,:); Rxx(4,:); Rxx(5,:)]; % Rx 1 4 5
TDOA6 = [TDOA_est_str(3); TDOA_est_str(4)];
location_est_interm(6,:) = WlsEst(Rx6, TDOA6);

% комбинации в наборе из 6 станций
elseif numRx == 6
Rx1 = [Rxx(1,:); Rxx(2,:); Rxx(3,:)]; % Rx 1 2 3
TDOA1 = [TDOA_est_str(1); TDOA_est_str(2)];
[location_est_interm(1,:), LocHis] = WlsEst(Rx1, TDOA1);

Rx2 = [Rxx(1,:); Rxx(2,:); Rxx(4,:)]; % Rx 1 2 4
TDOA2 = [TDOA_est_str(1); TDOA_est_str(3)];
location_est_interm(2,:) = WlsEst(Rx2, TDOA2);

Rx3 = [Rxx(1,:); Rxx(2,:); Rxx(5,:)]; % Rx 1 2 5
TDOA3 = [TDOA_est_str(1); TDOA_est_str(4)];
location_est_interm(3,:) = WlsEst(Rx3, TDOA3);

Rx4 = [Rxx(1,:); Rxx(2,:); Rxx(6,:)]; % Rx 1 2 6
TDOA4 = [TDOA_est_str(1); TDOA_est_str(5)];
location_est_interm(4,:) = WlsEst(Rx4, TDOA4);

Rx5 = [Rxx(1,:); Rxx(3,:); Rxx(4,:)]; % Rx 1 3 4
TDOA5 = [TDOA_est_str(2); TDOA_est_str(3)];
location_est_interm(5,:) = WlsEst(Rx5, TDOA5);

Rx6 = [Rxx(1,:); Rxx(3,:); Rxx(5,:)]; % Rx 1 3 5
TDOA6 = [TDOA_est_str(2); TDOA_est_str(4)];
location_est_interm(6,:) = WlsEst(Rx6, TDOA6);

Rx7 = [Rxx(1,:); Rxx(3,:); Rxx(6,:)]; % Rx 1 3 6
TDOA7 = [TDOA_est_str(2); TDOA_est_str(5)];
location_est_interm(7,:) = WlsEst(Rx7, TDOA7);

Rx8 = [Rxx(1,:); Rxx(4,:); Rxx(5,:)]; % Rx 1 4 5
TDOA8 = [TDOA_est_str(3); TDOA_est_str(4)];
location_est_interm(8,:) = WlsEst(Rx8, TDOA8);

Rx9 = [Rxx(1,:); Rxx(4,:); Rxx(6,:)]; % Rx 1 4 6
TDOA9 = [TDOA_est_str(3); TDOA_est_str(5)];
location_est_interm(9,:) = WlsEst(Rx9, TDOA9);

Rx10 = [Rxx(1,:); Rxx(5,:); Rxx(6,:)]; % Rx 1 5 6
TDOA10 = [TDOA_est_str(4); TDOA_est_str(5)];
location_est_interm(10,:) = WlsEst(Rx10, TDOA10);
end

if length(location_est_interm) == 2
    LocEst = location_est_interm';
    LocEstVar = [0];
else
    % промежуточные оценки в наборе и их дисперсии по комбинациям
    LocEst = mean(location_est_interm,1);
    LocEstVar = mean(var(location_est_interm,1));
end

```

Скрипт 3.7. Алгоритм итеративного вычисления координат РДМ

```

function [location_est, x0_history] = WlsEst(Rx, TDOAs)
% Входные данные:
% Rx - матрица координат ПП размерности N*2
% TDOAs - вектор TDOA размерности (N-1)*1
% Выходные данные:
% location_est - вектор ПОК размерности 2*1
% x0_history - матрица итераций ПОК размерности 2*(число итераций)
c = 299792458.0; % скорость света в м/с
Rx = Rx'; % преобразование координат ПП (из столбца в строку): N*2
numRx = length(Rx); % число ПП
TDOAs = [0; TDOAs]; % матрица разностей времен прихода
x0 = []; % опорная точка (ОТ)
x01 = mean(Rx,2); % начальная ОТ МП как среднее между координатами ПП

```

```

for j = 1:numRx
    x0 = [x0 x01];
end
H = eye((numRx-1), numRx); % матрица H
for i = 1:(numRx-1)
    H(i, (i+1)) = -1;
end
D = TDOAs*c; % измеренная разность расстояний
% расстояния от ПП до опорной точки x0
Do = ((Rx(2,:)-x0(2,:)).^2 + (Rx(1,:)-x0(1,:)).^2).^0.5;
% Формирование матрицы F
F1 = (x0-Rx);
for k = 1:numRx
    F(k,:) = F1(:,k)/Do(k); % формула (2.57)
end
x0 = x0(:,1); x0_history = x0; PosStd = 60; v=2;
while PosStd > 20
    sigma = 1.0e-008; % для сигнала bpsk
    epsilon = sigma * randn(numRx, 1);
    n = H * epsilon; %
    Ht = H * D/c + n; %
    for q = 1:numRx
        N_ep(q,q) = epsilon(q);
    end
    N = H*N_ep*H'; % матрица ковариации оценок
    Nin = N^(-1); % обратная матрица ковариации оценок
    x01 = [];
    for j = 1:numRx
        x01 = [x01 x0];
    end
    x0 = x01;
    F1 = (x0-Rx);
    Do = ((Rx(2,:)-x0(2,:)).^2 + (Rx(1,:)-x0(1,:)).^2).^0.5;
    Do = Do';
    for k = 1:numRx
        F(k,:) = F1(:,k)/Do(k);
    end
    x0 = x0(:,1);
    % формула (2.65)
    x0 = x0 + c*((F'*H'*Nin)*H*F)^(-1)*(F'*H'*Nin)*(Ht-(H*Do/c));
    P = (c^2)*((F'*H'*Nin)*H*F)^(-1); %
    x0_history(:,v) = x0;
    PosStdxx = std(x0_history(:, (v-1):v), 0, 2);
    PosStdxx = mean(PosStdxx);
    if mean(PosStdxx) < 20
        location_est = x0;
        PosStd = 0.0;
    else
        PosStd = 60.0;
    end
    if v == 10
        location_est = x0;
        PosStd = 0.0;
    end
    clear epsilon; clear N; clear N_ep; clear Do; clear F1; clear F;
    v = v+1;
end %

```

Скрипт 3.8. Функция формирования символов ФМ-2

```

function [timevec, sigvec] = PskSig(rbits, rsym, tsym, esym, nsamp)
% функция формирования выборок сигнала BPSK
% [1] => s1 => Phi = 180 град.
% [0] => s2 => Phi = 0 град.
% Входные данные:
% rbits - число случайных бит для моделирования
% rsym - символьная скорость, симв/с
% tsym - длительность символа, с
% esym - энергия символа, Вт*с
% nsamp - число выборок на символ
% Выходные данные:
% timevec - вектор выборок времен
% sigvec - вектор выборок сигнала
wnot = 2*pi*rsym; % частота несущей в рад/с
sigamp = sqrt(2*esym/tsym); % амплитуда сигнала
rbits = rbits-mod(rbits, 2); % четное число бит rbits

```

```

rdata = rand(1,rbits) > 0.5; % последовательность бит
% вычисление числа (периодов) символов nsym в rdata
bitsym = 1; % число бит на символ (1 для BPSK)
nsym = round(rbites/bitsym);
tstep = tsym/nsamp;
% инициализация вектора выборок времен
timevec = [0:tstep:tstep*(nsym*nsamp-1)];
% инициализация интервалов символа timeint, 0 < t < tsym
timeint = [0:tstep:tstep*(nsamp-1)];
% вычисление вектора выборок сигнала sigvec на каждом интервале символа
sigvec = [];
for jsym = 1:bitsym:nsym*bitsym
    % шаг jsym = bitsym
    symbol = sigamp*cos(wnot*timeint + pi*rdata(jsym));
    % символ на интервале timeint
    sigvec = [sigvec, symbol];
end

```

Скрипт 3.9. Функция вычисления расстояния с учетом переотражения

```

% Функция вычисления расстояния между ИРИ и ПП с учетом переотражения
function [D] = TxRxDist(Tx, Rx, refl)
% Входные данные:
% Tx - координаты ИРИ
% Rx - координаты ПП
% refl - координаты препятствия (отражателя)
% Выходные данные:
% D - расстояние между ИРИ и ПП с учетом переотражения
D = (((Rx(2)-Tx(2))^2)+((Rx(1)-Tx(1))^2))^0.5;
if nargin == 2
    D = D; % расстояние между ИРИ и ПП без переотражения
else
    % расстояние между ИРИ и ПП с учетом переотражения
    Dx = (((Tx(2)-refl(2))^2)+((Tx(1)-refl(1))^2))^0.5;
    D = Dx + (((Rx(2)-refl(2))^2)+((Rx(1)-refl(1))^2))^0.5;
end

```

Скрипт 3.10. Функция сдвига векторов

```

function [y] = VecShift(sigvec, Ds)
% Функция сдвига входного вектора на величину Ds
% Входные параметры:
% sigvec - входное вектор
% Ds - величина сдвиг (>0 = сдвиг вправо)
% Входные параметры:
% y - свинутый на величину Ds вектор sigvec
xrow = sigvec;
N = length(sigvec); N = 2*N;
ad = abs(Ds);

zrow = zeros(1,ad);
zpad = zeros(1,N);

if Ds == 0
    yrow = [xrow zpad];
    y = yrow(1:N);
elseif Ds > 0
    yrow = [zrow xrow zpad];
    y = yrow(1:N);
elseif Ds < 0
    yrow = [xrow zrow];
    y = yrow(ad+1:ad+N);
end

```

Скрипт 3.11. Функция построения графиков ВКФ

```

% Функция построения графиков ВКФ
function PlotCorr(sigvec,sigvec_rx_noisy,tau,fs,CorWin)
colors = {'k', 'b', 'r', 'g', 'm', 'c', 'b', 'r', 'g', 'm', 'c'};
slines = {'--', '-.', '---', '-.-', '-.-', '-.-', '-.-', '-.-', '-.-', '-.-'};
Tcorr = abs(xcorr(sigvec,sigvec)); %Tcorr = Tcorr/max(Tcorr);
subplot(2,1,1); plot(tau, Tcorr); %axis([-1.0e-5 1.0e-5 0 1]);
% grid on; xlabel('время, с'); axis('tight'); xlim([-1e-5 1e-5]);
% titlestr=strcat('АКФ переданного сигнала, ', ' f_{s} = ',...
% num2str(fs/1e6), ' МГц, ', ' T = ', num2str(CorWin*1e6), ' мкс');
% title(titlestr);
% subplot(2,1,2);
numRx=size(sigvec_rx_noisy,1);

```

```

for i = 1:numRx-1
    Rcorr(i,:) = abs(xcorr(sigvec_rx_noisy(i+1,:), sigvec_rx_noisy(1,:)));
    [Rcorr_max(i), Rcorr_max_ind(i)] = max(Rcorr(i,:));
    Rcorr_TDOA(i) = tau(Rcorr_max_ind(i));
    plot(tau, Rcorr(i,:),strcat(colors{i+1},slines{i+1}));
    hold on; legendstr{i}=strcat('\Deltat_{1}', num2str(i+1), ') = ', ...
        num2str(Rcorr_TDOA(i)*1e6), ' мкс');
end
grid on; xlabel('время, с');
titlestr=strcat('ВКФ, ', ' f_{s} = ', ...
    num2str(fs/1e6), ' МГц, ', ' T = ', num2str(CorWin*1e6), ' мкс');
title(titlestr);
legend(legendstr, 'Location','northwest'); axis('tight'); xlim([-1e-5 1e-5]);

```

Скрипт 3.12. Функция визуализации сценария территориального распределения

```

% Функция построения сценария территориального распределения ПП и ИРИ
function PlotLayout (Rx,Tx,ranges,RxNlos,reflec,TDOA_est,c)
colors = {'k', 'b', 'r', 'g', 'm', 'c', 'b', 'r', 'g', 'm', 'c', 'b', 'r'};
slines = {'--', '-', '--', '-', '--', '-', '--', '-', '--', '-', '--', '-', '--'};
% сценарий территориального распределения ПП
numRx = length (Rx);
for i = 1:numRx
    plot(Rx(i,1), Rx(i,2),strcat(colors{i},'v'),'MarkerSize',10); hold on;
    text(Rx(i,1)-150, Rx(i,2)-300,strcat('Rx_{', num2str(i), '}',...
        'FontName','Times New Roman','FontSize',10);
    legendstr{i}=strcat('Rx_{', num2str(i), '}')';
end
% сценарий территориального распределения ИРИ
plot(Tx(1),Tx(2), 'ko','MarkerSize',9,'MarkerFaceColor','w','LineWidth',1);
text(Tx(1), Tx(2)-250, 'ИРИ', 'FontName','Times New Roman', 'FontSize',10);
legendstr{length(Rx)+1}=('ИРИ');
axis ([0 ranges(1) 0 ranges(2)]); grid on; hold on;
%% Plot hyperbolas
% xx=[]; yy=[];
% for i=1:numRx-1
%     [xx(i,:), yy(i,:)] = TdoaCurve(Rx(i+1,:), Rx(1,:),TDOA_est(1,i)*c);
%     plot(xx(i,:), yy(i,:), strcat(colors{i+1}, slines{i+1}),'LineWidth',1);
%     legendstr{length(Rx)+1+i}=strcat('\Deltat_{1}', num2str(i+1), ')'); hold on;
% end
% сценарий территориального распределения препятствия и ПП с NLOS
nlos_ind=find(RxNlos == 0);
if ~isempty(nlos_ind)
    for i = 1:length(nlos_ind)
        plot(reflec(nlos_ind(i),1), reflc(nlos_ind(i),2), ...
            strcat(colors{nlos_ind(i)},'s'),'MarkerSize',8); hold on;
        text(reflec(nlos_ind(i),1)-200, reflc(nlos_ind(i),2)-250,...
            strcat('Rx_{', num2str(nlos_ind(i)), '}', ' refl'),...
            'FontName','Times New Roman', 'FontSize',10);
        plot(Rx(nlos_ind(i),1),Rx(nlos_ind(i),2),...
            strcat(colors{nlos_ind(i)},'^'),'MarkerSize',8);
        text(Rx(nlos_ind(i),1)-200, Rx(nlos_ind(i),2)-600, 'NLOS',...
            'FontName','Times New Roman', 'FontSize',10);
        legendstr{length(Rx)+numRx+i}=...
            strcat('Rx_{', num2str(nlos_ind(i)), '}', ' refl');
    end
end
% legend(legendstr);

```

Скрипт 3.13. Функция вычисления и построения гиперболы на плоскости

```

% Функция вычисления геометрического места точек - гиперболы на плоскости
function [x,y] = TdoaCurve(f1,f2,dd)
df12 = f2-f1; % вектор df12 (для (правой) ветви гиперболы относительно f2)
df21 = f1-f2; % вектор df21 (для (левой) ветви гиперболы относительно f1)
[phi,df] = cart2pol(df12(1),df12(2)); % расстояние и угол поворота
% вычисление параметров гиперболы a,b,c
a = dd/2; c = df/2; b = sqrt(c^2-a^2);
% Параметрическое представление гиперболы через параметры a,b,t.
u=[-pi:0.01:pi];
x = a*cosh(u);
y = b*sinh(u);
[phi2,df2] = cart2pol(x,y);
[x,y] = pol2cart(phi2+phi,df2); % поворот на phi
x0=(f2(1)+f1(1))/2; y0=(f2(2)+f1(2))/2; % центр гиперболы
x=x+x0; y=y+y0;
end

```

Скрипт 3.14. Основная программа ИМ позиционирования в условиях NLOS

```
% скрипт основной программы ИМ (GeoLoc.m) для сценария двух NLOS
tic; close all; clear all; clc;
% Исходные данные ИМ
c = 299792458.0;           % скорость света в м/с
psym = 1.0;              % мощность символа ИРИ, Вт
tsym = 3.7e-006;        % длительность символа, с
rsym = 1/tsym;          % символьная скорость, симв/с
esym = psym*tsym;       % энергия символа Вт*с
nsamp = 100;            % число выборок на период символа
fc = 2.1e9;             % несущая радиочастота, Гц
% геометрический сценарий территориального распределения ПП на плоскости
RxTx = 'good';          % сценарий, когда ПП расположены вокруг ИРИ
% RxTx = 'baad';        % ПП расположены с одной стороны от ИРИ
ranges = [5000 5000];   % территориальный диапазон, м
RxNlos = [1 0 0 1 1 1]; % признак у ПП: LOS (1), NLOS (0)
numRx = length(RxNlos); % число ПП
Tx = [2500 2500];       % координаты ИРИ
Rx = [500,2500;         % координаты ПП
      1500,4000;
      3500,4000;
      4500,2500;
      3500,1000;
      1500,1000];
reflec = Rx+500;        % координаты отражателя
snrdB = [0];            % ОСШ, дБ
snr=10.^(snrdB/10);    % ОСШ в размах
sigamp = sqrt(2*esym/tsym); % амплитуда сигнала
%noiseamp = sqrt(esym/(tsym.*snr)); % амплитуда шума
% формирование сигнала BPSK
rbits = 160;           % число бит в кадре GSM
[timevec,sigvec] = PskSig(rbits, rsym, tsym, esym, nsamp);
% sample rate information
ts = timevec(2) - timevec(1);
fs = 1/ts;
CorWin = 0.577e-003/1; % длина окна корреляции, с
N = floor(CorWin/ts); % длина окна корреляции в числе выборок
tau = (-N+1:N-1)*ts;
timevec = timevec(1:N);
sigvec = sigvec(1:N);
% вычисление задержек времен прихода сигнала
for i = 1:numRx
    if RxNlos(i) == 0
        Dist(i) = TxRxDist(Tx, Rx(i,:), reflec(i,:));
    else
        Dist(i) = TxRxDist(Tx, Rx(i,:));
    end
    Ds(i) = round(Dist(i)/c * fs);
    sigvec_shifted(i,:) = VecShift(sigvec,Ds(i));
end
sigvec_rx = sigvec_shifted(:,1:N);
% добавление потерь РРВ и шума
for i = 1:numRx
    PLdB(i) = PathLossdB(Dist(i),fc); PL(i)=10^(PLdB(i)/10);
    sigamp_rx(i) = sigamp/sqrt(PL(i));
    noiseamp(i) = sigamp_rx(i)/sqrt(2*snr);
    noise(i,:) = noiseamp(i).*randn(size(sigvec_rx(i,:)));
    sigvec_rx_noisy(i,:) = sigvec_rx(i,:)/sqrt(PL(i)) + noise(i,:);
end
% вычисление кросс корреляции и нахождение пика ВКФ
TDOA_est = TdoaEst(sigvec_rx_noisy, Rx, tau);
figure(1);
% take out each Rx seperately to see if estimated position converge
RxNlosEst = ones(1, numRx);
RxInd = [1:1:numRx]; % инициализация вектора индексов набора
fprintf('Тест Rx for 1 NLOS\n');
for i = 1:numRx
    % исключение станции Rx из набора. Формирование нового набора
    Rxx1 = circshift(Rx, (i*(-1))); Rxx1 = Rxx1(1:(numRx-1),:);
    % исключение индекса станции Rx из вектора индексов набора.
    % Формирование нового вектора индексов набора.
    RxInd1 = circshift(RxInd, (i*(-1))); RxInd1 = RxInd1(1:(numRx-1));

    k = i+1; % индекс новой опорной станции
    if k > numRx
```

```

        k = k - numRx;
    end
    subplot(3,2,i); PlotLayout(Rx,Tx, ranges,RxNlos,reflec,TDOA_est,c);
    % алгоритм ВМНК
    [LocEst1(i,:), LocEstVar1(i)] = Location(Rxx1, 1, TDOA_est(k,:));
    fprintf('Rx=%d исключена. Набор Rx=%d%d%d%d. Дисперсия=%8.2d\n',...
        i, RxInd1, LocEstVar1(i));

    plot(LocEst1(i,1),LocEst1(i,2),'k*','MarkerSize',6,'LineWidth',1);
    text(LocEst1(i,1)+100,LocEst1(i,2), num2str(i),...
        'FontName','Times New Roman', 'FontSize',10);
    title(strcat('Набор по Rx_{', num2str(k), '} без Rx_{',num2str(i), '}',...
        ' Дисперсия по комбинациям=', num2str(LocEstVar1(i), ' %.1d '), ' м'));
end
fprintf('Тест Rx for 2 NLOS\n');
for i = 1:numRx % цикл по 1-й исключаемой приемной станции
    % исключение станции Rx из набора. Формирование нового набора
    Rxx1 = circshift(Rx, (i*(-1))); Rxx1 = Rxx1(1:(numRx-1),:);
    % исключение индекса станции Rx из вектора индексов набора.
    % Формирование нового вектора индексов набора.
    RxInd1 = circshift(RxInd, (i*(-1))); RxInd1 = RxInd1(1:(numRx-1));
    for j = 1:numRx-1 % цикл по 2-й исключаемой приемной станции
        % исключение станции Rx из набора. Формирование нового набора
        Rxx2 = circshift(Rxx1, (j*(-1))); Rxx2 = Rxx2(1:(numRx-2),:);
        % исключение индекса станции Rx из вектора индексов набора.
        % Формирование нового вектора индексов набора.
        RxInd2 = circshift(RxInd1, (j*(-1))); RxInd2 = RxInd2(1:(numRx-2));
        k = i+j; % индекс новой опорной станции
        if k > numRx
            k = k - numRx;
        end
        % формирование индексов РДМ измерений
        str=RxInd2(1);
        col1=RxInd2(2)-str; if col1 < 0 col1 = col1 + numRx; end
        col2=RxInd2(3)-str; if col2 < 0 col2 = col2 + numRx; end
        col3=RxInd2(4)-str; if col3 < 0 col3 = col3 + numRx; end
        col = [col1 col2 col3];
        TDOA_est_str = TDOA_est(str, col);
        [LocEst2(i,j,:), LocEstVar2(i,j)] = Location(Rxx2, 1, TDOA_est_str);
        fprintf('Rx%d%d исключена. Набор Rx=%d%d%d%d. Дисперсия=%8.2d\n',...
            i, k, RxInd2, LocEstVar2(i,j));
    end
end
% оценка обработанного набора с минимальной дисперсией
[LocEstVar2Min, LocEstVar2MinInd] = min(LocEstVar2(:));
if LocEstVar2Min < 200
    multipath = 0; % исключение двух Rx привело к идентификации NLOS
    [RxLosInd1, RxLosInd2] = ind2sub(size(LocEstVar2),LocEstVar2MinInd);
    RxNlosInd1 = RxLosInd1;
    RxNlosInd2 = RxLosInd2 + RxNlosInd1;
    if RxNlosInd2 > numRx
        RxNlosInd2 = RxNlosInd2 - numRx;
    end
    RxNlosEst(RxNlosInd1) = 0; RxNlosEst(RxNlosInd2) = 0;
    LocEst2 = squeeze(LocEst2(RxLosInd1,RxLosInd2,:));
    LocEstVar2 = mean(LocEstVar2,2)';
    fprintf('1-й NLOS Rx=%d, 2-й NLOS Rx=%d\n', RxNlosInd1, RxNlosInd2);
    fprintf('Координаты = (%8.2d %8.2d)\n', LocEst2);
else
    multipath = 3;
end

```

Скрипт 3.15. Функция расчета направлений распространения лучей

```

function [dirs, alph] = getRayDistribution(n)
    ph = (1+sqrt(5))/2;
    v = [0 1 ph; 0 -1 ph; 0 -1 -ph; 0 1 -ph; ph 0 1; -ph 0 1;
        -ph 0 -1; ph 0 -1; 1 ph 0; -1 ph 0; -1 -ph 0; 1 -ph 0];
    % Нижняя полусфера
    triag = [3 12 8; 3 8 4; 4 8 9; 4 9 10; 4 10 7; 4 7 3; 3 7 11; 3 11 12;
        7 10 6; 7 11 6;];
    % Вся сфера
    % triag = [3 12 8; 3 8 4; 4 8 9; 4 9 10; 4 10 7; 4 7 3;
    % 3 7 11; 3 11 12; 7 6 11; 7 10 6; 1 6 10; 1 9 10;
    % 1 5 9; 5 8 9; 5 8 12; 11 12 2; 6 7 11; 2 5 12;
    % 1 6 2; 1 2 5];

```

```

nTriag = size(triag, 1);
dirs = [];
for j=1:nTriag
    A = v(triag(j,1),:);
    B = v(triag(j,2),:);
    C = v(triag(j,3),:);
    for i=0:n
        lineVerts = (i*repmat(A, n+1-i, 1) + (n-i:-1:0).*B + (0:n-i).*C)/n;
        dirs = [dirs; lineVerts.*repmat(1./sqrt(sum(lineVerts.^2,2)), 1,3)];
    end
end
dirs = unique(dirs, 'rows', 'stable');
if n ~= 1
    alph = mean([acosd(dot(dirs(n+2,:), dirs(1,:))), ...
                acosd(dot(dirs(n+2,:), dirs(2,:))), ...
                acosd(dot(dirs(n+2,:), dirs(n+3,:))), ...
                acosd(dot(dirs(n+2,:), dirs(2*n+2,:)))]);
else
    alph = 63.4349;
end
% alph = 69/n;
end

```

Скрипт 3.16. Функция вычисления проекции Меркатора

```

function [x, y] = llToxy(lat, lon)
    q = abs((deg2rad(lat(1))-lat(2))/log(tan(pi/4 + ...
        deg2rad(lat(2))/2)/tan(pi/4 + deg2rad(lat(1))/2)));
    R = 6366197.724;
    x = deg2rad(lon)*R;
    y = log(tan(pi/4 + deg2rad(lat)/2))*R;
    x = x*q;
    y = y*q;
end

```

Скрипт 3.17. Вспомогательная функция для отображения

```

function output_txt = updateDataTip(obj, event_obj)
% отображение координат объекта курсора
% obj        объект
% event_obj   указатель на объект
% output_txt  текстовый курсор
pos = get(event_obj, 'Position');
gridXY = get(event_obj, 'Target');
xVal = gridXY.XData(1,:);
yVal = gridXY.YData(:,1);
indX = find(xVal == pos(1));
indY = find(yVal == pos(2));
output_txt = {'X: ', num2str(pos(1),4), ' Ind: ', num2str(indX), ...
    ['Y: ', num2str(pos(2),4), ' Ind: ', num2str(indY)]};
% отображение по оси z для 3D
if length(pos) > 2
    output_txt{end+1} = ['Z: ', num2str(pos(3),4)];
end

```

Скрипт 3.18. Программа прогноза отсутствия прямой видимости

```

% Координаты левого нижнего угла загружаемой карты высот, градусы
latBgn = 12; lonBgn = 18;
% Размер стороны выбранной области карты, м
sqLen = 10e3;
% Координаты ИРИ, м
хуТх = [2000, 6000, 500];
% Координаты приемного узла, м
хуRx = [3.1699e3, 2.0371e3, 467];
% Параметра n, определяющий число формируемых лучей
n = 25;
% Загрузка карты высот
mapStruct = readhgt(latBgn, lonBgn, 'srtm');
lat = mapStruct.lat;
lon = mapStruct.lon;
h = double(mapStruct.z);
nonVal = -32768;
h(h == nonVal) = 0;
% Вычисление проекции Меркатора
[x, y] = llToxy(lat, lon);
% Индексы левого нижнего угла выбранной области карты
indBgn = [52, 1];

```



```

sqBgn = [x(indBgn(1)), y(indBgn(2))];
sqEnd = sqBgn + sqLen;
[~, indxEnd] = min(abs(sqEnd(1) - x));
[~, indyEnd] = min(abs(sqEnd(2) - y));
x = x(indBgn(1):indxEnd) - x(indBgn(1));
y = y(indBgn(2):indyEnd) - y(indBgn(2));
lon = lon(indBgn(1):indxEnd);
lat = lat(indBgn(2):indyEnd);
h = h(indBgn(2):indyEnd, indBgn(1):indxEnd);
h = h - min(h(:));
[Gx, Gy] = meshgrid(x, y);
% Расчет направлений распространения формируемых лучей
[dir, alph] = getRayDistribution(n);
% Подготовка карты для работы алгоритма Моллера - Трумбора
faces = delaunay(Gx, Gy);
vertices = [Gx(:) Gy(:) h(:)];
vert1 = vertices(faces(:,1),:);
vert2 = vertices(faces(:,2),:);
vert3 = vertices(faces(:,3),:);
d = sqrt(sum((xyTx - xyRx).^2));
% Отображение карты
fig = figure; clf;
surf(Gx, Gy, h, 'EdgeColor', 'flat')
dcmObj = datacursormode(fig);
set(dcmObj, 'UpdateFcn', @updateDataTip);
hold on; view([0 90]);
plot3(xyRx(1), xyRx(2), xyRx(3), 'go', 'Linewidth', 2);
plot3(xyTx(1), xyTx(2), xyTx(3), 'go', 'Linewidth', 2);
[X, Y, Z] = sphere(100);
stepRef = 1;
stepNum = ceil(size(dir,1)/stepRef);
reflinds = zeros(1, stepNum);
maxRxDadiusRefl = 0;

tic
for i=1:stepRef:size(dir,1)
    intersect = TriangleRayIntersection(xyTx,dir(i,:),vert1,vert2,vert3);
    ind = find(intersect);
    % Трассировка луча
    if ~isempty(ind)
        % Поиск точки отражения луча и поверхности
        [~, k] = min(sqrt(sum((xyTx - (vert1(ind,:) + ...
            vert2(ind,:) + vert3(ind,:))/3).^2, 2)));
        faceCenter = (vert1(ind(k),:)+vert2(ind(k),:)+vert3(ind(k),:))/3;
        faceNormal = cross(vert2(ind(k),:) - vert1(ind(k),:), ...
            vert3(ind(k),:) - vert1(ind(k),:), 2);
        % Поиск вектора направления отраженного луча
        dirRefl = xyRx - faceCenter;
        rxRadiusRefl = deg2rad(alph)*(d + sqrt(sum(dirRefl.^2))/sqrt(3));
        Ri = (xyTx-faceCenter)/norm((xyTx-faceCenter));
        N = faceNormal/norm(faceNormal);
        a = -Ri + 2*N*(dot(Ri, N));
        % Оценка наличия прямой видимости от точки отражения до ПП
        intersectRefl=TriangleRayIntersection(faceCenter,a,vert1,vert2,vert3);
        intersectRefl(ind(k)) = 0;
        indR = find(intersectRefl);
        if isempty(indR)
            reflLOS = 1;
        else
            distReflLOS = min(sqrt(sum((faceCenter - (vert1(indR,:)...
                + vert2(indR,:) + vert3(indR,:))/3).^2, 2)));
            reflLOS = distReflLOS >= sqrt(sum(dirRefl.^2));
        end
        % Расчет приемной сферы и оценка возможности приема отраженного луча
        angRefl = acosd(dot(dirRefl/norm(dirRefl), a));
        dRxRefl = 2*sqrt(sum(dirRefl.^2))*sind(angRefl/2);
        if dRxRefl <= rxRadiusRefl
            a = 1.2*sqrt(sum(dirRefl.^2))*a + faceCenter;
            if rxRadiusRefl > maxRxDadiusRefl
                maxRxDadiusRefl = rxRadiusRefl;
            end
            if(reflLOS)
                reflinds(i) = i;
                plot3([xyTx(1) faceCenter(1) a(1)],...
                    [xyTx(2) faceCenter(2) a(2)],...
                    [xyTx(3) faceCenter(3) a(3)], 'r')
            end
        end
    end
end

```

```

        else
            reflinds(i) = -i;
            plot3([xyTx(1) faceCenter(1) a(1)],...
                [xyTx(2) faceCenter(2) a(2)], ...
                [xyTx(3) faceCenter(3) a(3)], 'r--')
        end
    end
end
end
% Оценка наличия прямой видимости основного луча
intersect = TriangleRayIntersection(xyTx, xyRx - xyTx, vert1,vert2,vert3);
ind = find(intersect);
if isempty(ind)
    dirLOS = 1;
else
    distLOS = min(sqrt(sum((xyTx - (vert1(ind,:) + ...
        vert2(ind,:) + vert3(ind,:))/3).^2, 2)));
    dirLOS = distLOS >= d;
end
reflinds(reflinds == 0) = [];
% Отображение результатов
surf(maxRxDadiusRefl*X + xyRx(1), ...
    maxRxDadiusRefl*Y + xyRx(2), ...
    maxRxDadiusRefl*Z + xyRx(3), ...
    'FaceAlpha', 0.4, 'LineStyle', 'none', ...
    'FaceColor', [0.5176 0.1176 0.3686]);
if dirLOS
    fprintf('LOS ray exists.\n');
    plot3([xyTx(1), xyRx(1)], [xyTx(2), xyRx(2)], [xyTx(3), xyRx(3)], 'g');
else
    fprintf('NLOS.\n');
    plot3([xyTx(1), xyRx(1)], [xyTx(2), xyRx(2)], [xyTx(3), xyRx(3)], 'g--');
end
xlabel('x, m'); ylabel('y, m'); zlabel('z, m'); axis tight;
toc

```

Скрипт 3.19. Программа прогноза отсутствия прямой видимости с БПЛА

```

% Координаты левого нижнего угла загружаемой карты высот, градусы
latBgn = 12; lonBgn = 18;
% Размер стороны выбранной области карты, м
sqLen = 10e3;
% Координаты ИРИ, м
xyRx = [3260, 4074, 60];
% Период измерений, с
dt = 2;
% Загрузка карты высот
mapStruct = readhgt(latBgn, lonBgn, 'srtm');
lat = mapStruct.lat; lon = mapStruct.lon; h = double(mapStruct.z);
nonVal = -32768;
h(h == nonVal) = 0;
% Вычисление проекции Меркатора
[x, y] = llToxy(lat, lon);
% Индексы левого нижнего угла выбранной области карты
indBgn = [52, 1];
sqBgn = [x(indBgn(1)), y(indBgn(2))];
sqEnd = sqBgn + sqLen;
[~, indxEnd] = min(abs(sqEnd(1) - x));
[~, indyEnd] = min(abs(sqEnd(2) - y));
x = x(indBgn(1):indxEnd) - x(indBgn(1));
y = y(indBgn(2):indyEnd) - y(indBgn(2));
lon = lon(indBgn(1):indxEnd);
lat = lat(indBgn(2):indyEnd);
h = h(indBgn(2):indyEnd, indBgn(1):indxEnd);
h = h - min(h(:));
[Gx, Gy] = meshgrid(x, y);
% Траектория движения БЛА
v = 50;
R = 4000;
dAng = asin(v*dt/(2*R));
ang = 0:dAng:2*pi;
nAng = length(ang);
% cent = [x(ceil(length(x)/2)), y(ceil(length(y)/2))];
cent = [4257, 4537];
ha = 500;
xyTx = [R*sin(ang) + cent(1); R*cos(ang) + cent(2); repmat(ha, 1, nAng)].';

```

```

% Подготовка карты для работы алгоритма Моллера - Трумбора
faces = delaunay(Gx, Gy);
vertices = [Gx(:) Gy(:) h(:)];
vert1 = vertices(faces(:,1),:);
vert2 = vertices(faces(:,2),:);
vert3 = vertices(faces(:,3),:);
% Отображение карты
fig = figure; clf;
surf(Gx, Gy, h, 'EdgeColor', 'flat')
dcmObj = datacursormode(fig);
set(dcmObj, 'UpdateFcn', @updateDataTip);
hold on;
view([0 90]);
plot3(xyRx(1), xyRx(2), xyRx(3), 'go', 'Linewidth', 2);
p1 = plot3(xyTx(1,1), xyTx(1,2), xyTx(1,3), 'r');
axis tight; axis equal;
% Отображение БЛА
patchData = stlread('plane1.stl');
plane = patch(patchData, 'EdgeColor', 'none', 'FaceColor', 'b', 'FaceAlpha', 0.9);
OrigVerts = plane.Vertices;
vel = v*[1 0 0];
rot = angle2dcm(dAng, 0, 0);
totalRot = eye(3,3);

tic
for i=1:nAng
    xyUav_i = xyTx(i,:);
    totalRot = totalRot*rot;
    center = dt*(totalRot*vel.' + xyUav_i;
    plane.Vertices = ((totalRot*OrigVerts.').' + center);
    d = sqrt(sum((xyUav_i - xyRx).^2));
    % Оценка наличия прямой видимости основного луча
    intersect = TriangleRayIntersection(xyUav_i, xyRx - xyUav_i,...
        vert1, vert2, vert3);
    ind = find(intersect);
    if isempty(ind)
        dirLOS = 1;
    else
        distLOS = min(sqrt(sum((xyUav_i - (vert1(ind,:) + ...
            vert2(ind,:) + vert3(ind,:))/3).^2, 2)));
        dirLOS = distLOS >= d;
    end
    set(p1, 'XData', xyTx(1:i,1), 'YData', xyTx(1:i,2), 'ZData', xyTx(1:i,3));
    if dirLOS
        plot3([xyUav_i(1), xyRx(1)], ...
            [xyUav_i(2), xyRx(2)], [xyUav_i(3), xyRx(3)], 'g');
    else
        plot3([xyUav_i(1), xyRx(1)], ...
            [xyUav_i(2), xyRx(2)], [xyUav_i(3), xyRx(3)], 'r');
    end
    pause(0.01)
end
xlabel('x, м'); ylabel('y, м'); zlabel('z, м');

```

4. ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БПЛА

4.1. Постановка задачи

Повышение точности позиционирования ИРИ в настоящее время является актуальным направлением исследований и обусловлено множеством практических приложений, таких как поисково-спасательные операции, службы экстренной медицинской помощи, охраны правопорядка, слежения за персоналом и транспортными средствами. В определенных приложениях актуальной и востребованной является задача определения местоположения (ОМП) ИРИ в условиях неоднородного рельефа местности, например, в горах, где операторы сетей связи общего пользования не обеспечивают достаточное радиопокрытие, что затрудняет реализацию соответствующих приложений геолокации [220]. Сложность позиционирования в условиях высокогорья определяется неравномерностью морфоструктуры местности [221]. Для определения местоположения ИРИ в труднодоступных областях необходимо решить задачу позиционирования в трехмерном пространстве, которая осложняется, во-первых, невозможностью расположения пунктов приема (ПП) или сенсоров измерений на одном уровне с ИРИ и, во-вторых, вероятным отсутствием прямой видимости между ИРИ и одним и/или несколькими сенсорами [222]. Одним из эффективных методов позиционирования является РДМ [223, 224] и УМ [225–227] методы. Для повышения точности позиционирования ИРИ с использованием РДМ и УМ в перечисленных практических приложениях получило распространение использование беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) [228–232].

Для построения комплекса моделей и методов позиционирования с использованием воздушного сегмента в разделе 4.2 формализуются модели радиоканала связи с БПЛА по материалам экспериментальных исследований НАСА; выполнено подразделение моделей на сценарии функционирования: над водой, в холмистой местности, в горах и в пригороде. Получены различные характеристики моделей радиоканала связи с БПЛА: потери распространения, параметры многолучевых компонент, среднеквадратическое расширение задержки, интервал стационарности, К-фактор Райса, корреляция принятых сигналов [233, 234]. Из проведенного анализа следует, что для задач позиционирования многолучевость в радиоканале связи с БПЛА можно трактовать как дискретную, включающую компоненту луча прямой видимости и компоненту отраженного сигнала. В разделе 4.3 исследованы локальные системы позиционирования на основе РДМ и УМ. В разделе 4.4 представлены модели и методы позиционирования с использованием наземного и воздушного сегмента на основе БПЛА. В разделе 4.5 представлены модели и методы позиционирования с БПЛА в условиях NLOS [235].

4.2. Модели радиоканала связи с БПЛА

4.2.1. Современные подходы к моделированию радиоканала с БПЛА

В последнее время в различных отраслях народного хозяйства широкое распространение получает использование систем UAS (Unmanned Aerial Systems) на основе беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), или дронов. Для обеспечения надежной связи при управлении и передаче телеметрии CNPC (Control and Nonpayload Communication), а также организации беспроводной передачи данных в радиолинии между наземным пунктом (НП) и воздушным сегментом в различных условиях функционирования большое значение имеет выбор и обоснование моделей радиоканала связи с БПЛА; в зарубежных источниках данные модели относят к классу моделей земля–воздух AG (Air-Ground). Далее модели радиоканала связи с БПЛА будут проанализированы по материалам работ [236–239]. Исторически для радиоканалов типа Земля-воздух и воздух-Земля использовали модель свободного пространства, а также двухлучевую модель, учитывающую помимо компоненты прямой видимости LOS, дополнительный луч, отраженный от Земли [240]. Для прогноза условия РРВ в радиоканале связи с БПЛА данных допущений может оказаться уже недостаточно, так как БПЛА могут летать на гораздо меньших по сравнению с самолетами высотах и на меньшие расстояния, а также совершать маневры, не свойственные пилотируемой авиации. Также традиционные модели AG предназначены для узкополосных каналов и специфических мест размещения НП [240].

Существующие широкополосные модели радиоканала связи с БПЛА имеют чрезвычайно большой разброс значений среднеквадратического отклонения расширения задержки [241], что говорит о существенном различии условий РРВ в различных местах размещения антенн НП, например, над морем [236], горах и холмах [237], в пригороде и городе [238] применительно к параметризации модели многолучевости. Для радиоканалов типа Земля-воздух и воздух-Земля, где основной является компонента луча прямой видимости [239], интервал стационарности SD (Stationarity Distance), непосредственно влияющий на период замираний и пространственную корреляцию замиряющих компонент [241], должен быть больше, чем в радиоканалах наземной мобильной радиосвязи [242].

Результаты анализа существующих широкополосных моделей радиоканала связи типа Земля-воздух и воздух-Земля [236–238] подтвердили необходимость нового экспериментального исследования радиоканала связи с БПЛА. Такие исследования были проведены под эгидой NASA (National Aeronautics and Space Administration, Национальное управление по аэронавтике и исследованию космического пространства, США) для следующих *типов местности размещения антенн НП*: а) над водой [236]; б) в холмах и горах [237, 243, 244]; в) в пригороде и городе [238, 241, 242]; г) также в рамках проекта исследовалось влияние затенения крыльев БПЛА на

качество радиолиний [239]. Предпосылкой для осуществления измерений радиоканала связи с БПЛА было предположение о территориальном разнесе НП порядка 129 км, что можно трактовать как радиус соты, обслуживаемой системой UAS [236]. В качестве наземного пункта для проведения измерений авторами в [220–244] использовалась автономная подвижная радиостанция с телескопической мачтовой установкой и возможностью подъема антенны на высоту от 4 до 20 м (рис. 4.1); для измерений использовались диапазоны L и C; радиостанция НП оборудована GPS навигатором.



Рис. 4.1. Радиостанция наземного пункта центра НАСА Glenn Research Center [241]

В качестве антенн НП использовались секторные антенны: а) секторная антенна С-диапазона с коэффициентом усиления (КУ) 6,1 дБи и шириной ДНА 35° в вертикальной плоскости и 180° в горизонтальной плоскости; б) секторная антенна L-диапазона с КУ 5,1 дБи и шириной ДНА 60° в вертикальной плоскости и 120° в горизонтальной плоскости [220, 241]; поляризация антенн вертикальная. В качестве воздушного пункта для измерений авторами в [236–244] был использован пилотируемый самолет S-3B Viking (рис. 4.2) центра НАСА Glenn Research Center [245] с двух-диапазонным приемопередатчиком SIMO (Single Input Multiple Output) и пространственным разнесением на борту. Самолет оборудован GPS навигатором и инерциальными датчиками для фиксации углов курса, тангажа и крена.

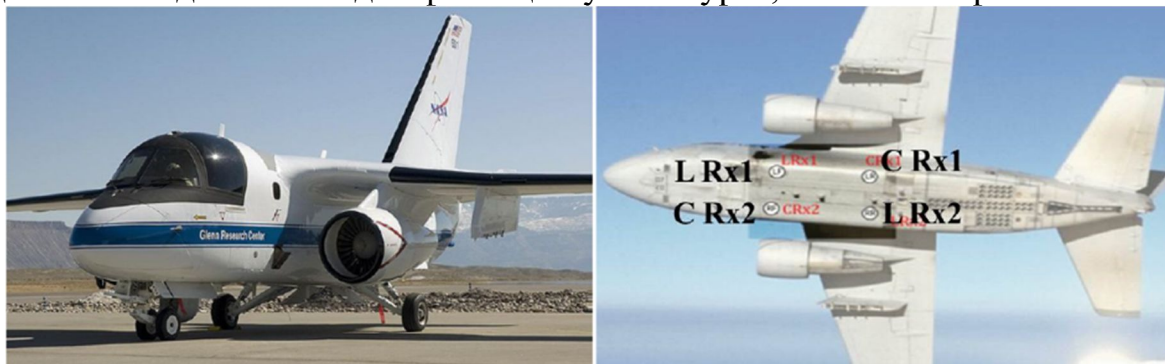


Рис. 4.2. Самолет S-3B Viking центра НАСА Glenn Research Center [241]

Антенны на борту самолета (рис. 4.2) расположены на дне самолета в углах прямоугольника со сторонами 1,24 м (между C Rx1 и L Rx1) и 1,33 м

(между C Rx2 и L Rx1). Разнесение антенн одного диапазона (по диагонали) составляет примерно 1,89 м. Антенны на борту самолета являются ненаправленными в горизонтальной плоскости и имеют коэффициент усиления (КУ) примерно 5 дБи [236, 241]; поляризация антенн вертикальная; измерения проводились на высоте до 1 км. Измерения осуществлялись следующим образом [236]. Работа на передачу осуществляется радиостанцией наземного пункта с помощью двухдиапазонного передатчика с одной антенны в L-диапазоне и с одной антенны в С-диапазоне. Работа на прием ведется радиостанцией на борту БПЛА двумя двухдиапазонными приемниками, каждый из которых принимает на одну антенну в L-диапазоне и на одну антенну в С-диапазоне (рис. 4.3).

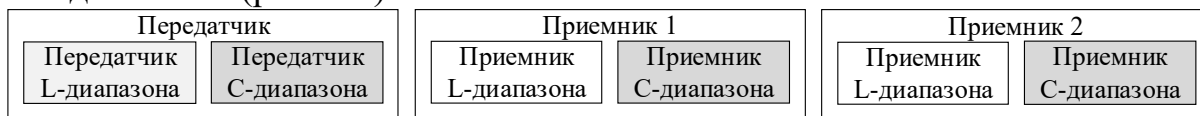


Рис. 4.3. Структура двухдиапазонного приемопередатчика для измерений [241]

Наличие двух двухдиапазонных приемников позволяет реализовать на борту воздушного пункта разнесенный прием в режиме SIMO; параметры двухдиапазонного измерителя AG представлены в табл. 4.1.

Табл. 4.1. Параметры измерительной системы радиоканала AG [241]

Диап.	Полоса сигнала, МГц	Диапазон частот, МГц	Максимальная различимая задержка, мкс	Мощность прд. НП, Вт	КУ УМ прд. НП, дБ	КУ МШУ прм., дБ	Потери в каб., дБ
L	5	960-977	204,6	10	5	15,5	4
C	50	5000-5150	20,46	10	6	30	7,5

Результатом измерений радиоканала Земля-воздух для связи с БПЛА является профиль мощности принятого сигнала; для амплитуд принятого сигнала получается импульсная характеристика (ИХ) канала CIR (Channel Impulse Response). Измеритель (зонд) радиоканала был разработан в Berkley Varitronics Systems [246] и работал в режиме коррелятора псевдослучайной последовательности (ПСП), сформированной прямым расширением спектра. Разрешение многолучевых компонент по задержке составляет 200 нс при скорости передачи 5 Мчип/с в L-диапазоне и 20 нс при скорости передачи 50 Мчип/с в С-диапазоне. Длина ПСП составляет 1023 элемента, что соответствует максимально различимой задержке (максимальному времени наблюдения задержки) 204,6 мкс в L-диапазоне и 20,46 мкс в С-диапазоне [236, 241]. В результате измерений в процессе полета на бортовой радиостанции записывались профили мощности принимаемых сигналов PDP (Power Delay Profile) на каждую приемную антенну, на основе которых далее определялись параметры радиоканала: потери распространения, временная дисперсия канала по расширению задержки прихода сигнала, доплеровский сдвиг частоты, характеристики замираний и корреляция сигналов, принятых на разные антенны.

Собранные измерения PDP сопровождались: метками GPS на самолете и метками GPS на антенне НП. Также самолет с помощью GPS и других инерциальных датчиков фиксировал скорость, ускорение, расстояние до НП и параметры полета: высота, широта, долгота, курса/рыскания (yaw), тангажа (pitch), крена (roll) (рис. 4.4); это затем позволяло идентифицировать ситуации замираний сигнала вследствие затенения корпусом БПЛА.

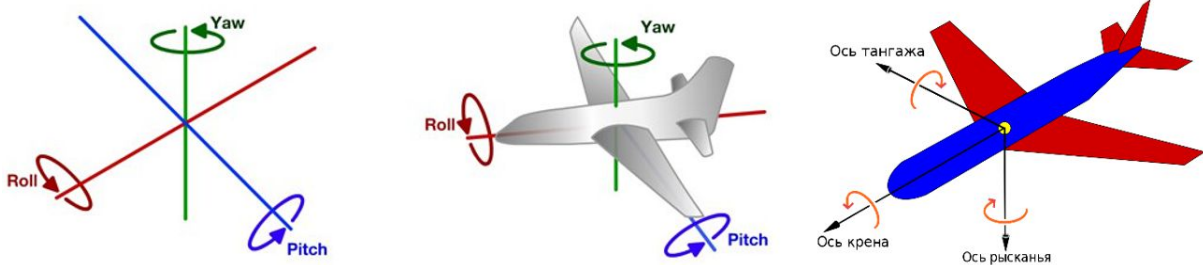


Рис. 4.4. Углы курса/рыскания (yaw), тангажа (pitch), крена (roll)

На рис. 4.5 представлен алгоритм обработки измерений [241]:

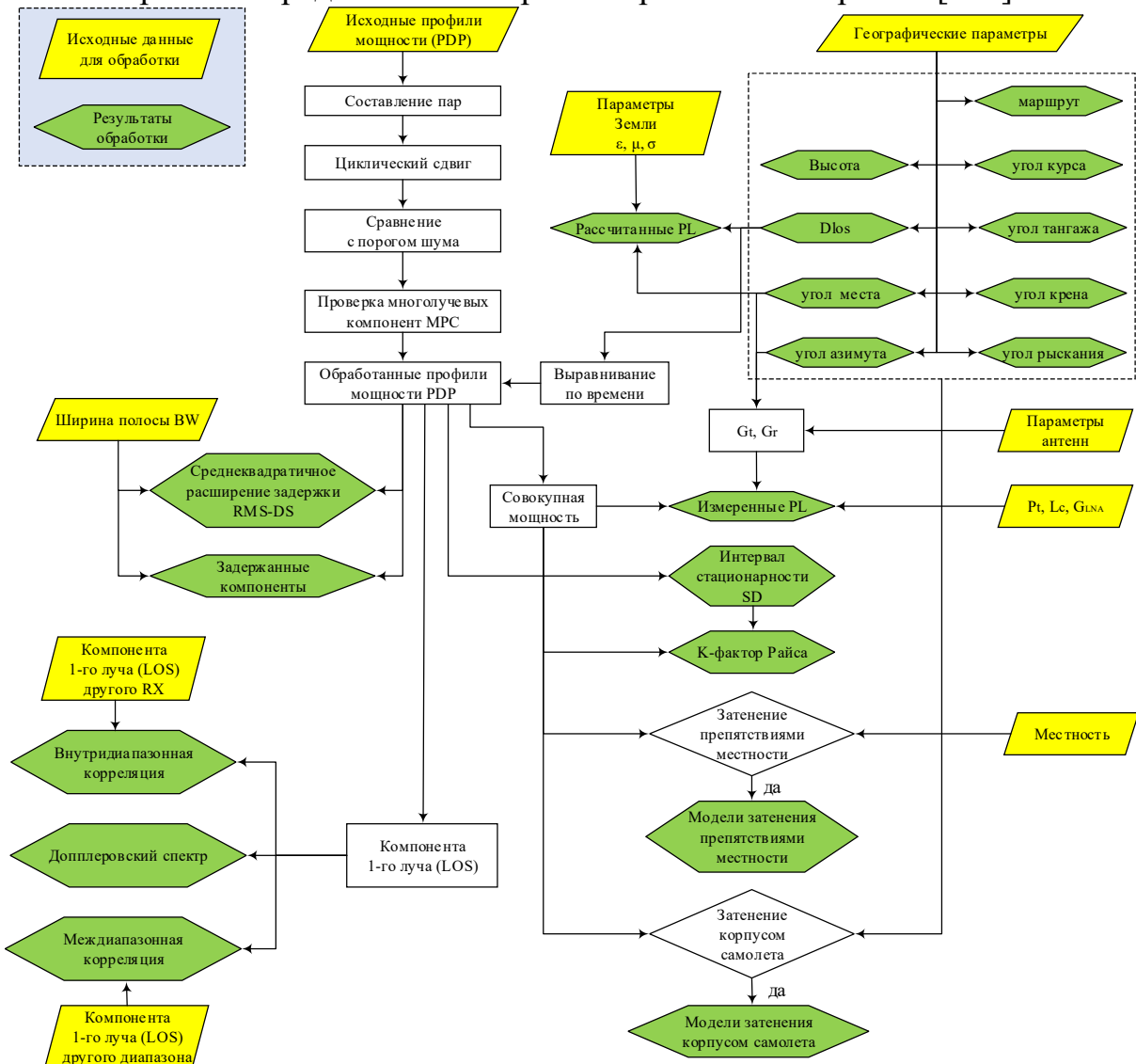


Рис. 4.5. Алгоритм обработки измерений после полета [241]

Рассмотрим использованные на рис. 4.5 обозначения: в желтых блоках представлены исходные данные для обработки, а в зеленых блоках – результаты обработки; для параметров Земли использованы следующие обозначения: ε – относительная диэлектрическая постоянная Земли; μ – проводимость Земли; σ – относительная магнитная проницаемость Земной поверхности. Для обработки собранных измерений использовались следующие исходные данные: D_{los} – расстояние луча прямой видимости между антенной НП и антенной БПЛА; G_t – КУ антенны передатчика, G_r – КУ антенны приемника, G_{LNA} – КУ малошумящего усилителя МШУ/LNA (Low Noise Amplifier); P_t – мощность передатчика; L_c – потери в кабеле; PL – потери распространения; рассчитанные потери распространения PL оцениваются по двухлучевой модели. Поскольку частота дискретизации сигнала в два раза превышает чиповую скорость ПСП, выполняется составление пар соседних выборок; общее число чипов, участвующих в формировании профиля мощности PDP может быть до 1023 (число выборок до 2046). После составления пар выборок выполняется их циклический сдвиг на пять чипов относительно сильнейшей многолучевой компоненты, пришедшей по лучу прямой видимости для компенсации эффектов аналоговой фильтрации конечной длительности. После этого осуществляется сравнение профиля мощности с порогом шума таким образом, что многолучевые компоненты, ослабленные по мощности на 25 дБ относительно наиболее мощной компоненты, исключались из дальнейшего анализа. Далее обработанные профили PDP сопоставлялись с измерениями расстояния луча прямой видимости D_{los} [241].

Для минимального отношения сигнал/шум в 10 дБ при заданных в табл. 4.1 параметрах дальность радиосвязи в С-диапазоне составляет порядка 30 км и 200 км в L-диапазоне; кривизна Земли вместе с высотой подвеса антенны НП и высотой полета самолета ограничила дальность полета расстоянием в 40 км; скорость полета составляла примерно 90 м/с; высота полета 800 м над уровнем моря. Для моделирования радиоканала связи с БПЛА используются следующие характеристики: параметры потерь PPВ, среднеквадратическое расширение задержки, интервал стационарности радиоканала SD (Stationarity Distance), К-фактор Райса, коэффициент корреляции при приеме на разнесенные антенны. Для измерения SD используются коэффициент корреляции профиля мощности задержек PDP и пространственная автокорреляционная матрица коллинеарности.

В основе классификации моделей радиоканала связи с БПЛА лежит тип местности, в котором расположен НП: а) над водой; б) в горах и холмах; в) в городе и пригороде. Предложенные модели можно отнести к категории геометрически-пространственных моделей канала моделей GBSCM (Geometry Based Spatial Channel Model). Далее приводится обзор моделей по материалам работ [236–238] в части экспериментального исследования радиоканала связи с БПЛА.

4.2.2. Двухлучевая модель радиоканала

Двухлучевая модель радиоканала над плоской поверхностью Земли FE2R (Flat Earth 2 Ray). В двухлучевой модели на входе приемника можно наблюдать один прямой луч с наличием условий прямой LOS (Line of Sight) с длиной пути R_{los} и один отраженный от Земли луч (RP - Reflected Path) с длиной пути $R_{rp}=R_{rp1}+R_{rp2}$, у которого угол падения равен углу отражения θ . Допустим, что передатчиком является устройство на беспилотном летательном аппарате (БПЛА), а приемником – устройство наземного пункта (НП). Пусть h_a – высота передатчика БПЛА, а h_g – высота подъема антенны приемника НП. На рис. 4.6 в двумерной вертикальной плоскости представлены два луча, поступающие от передатчика БПЛА на приемник НП.

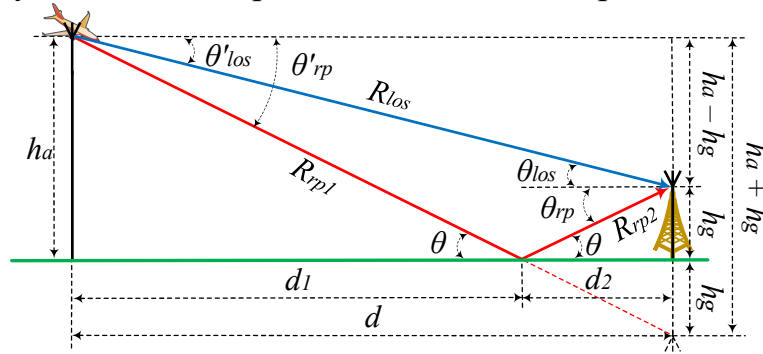


Рис. 4.6. Двухлучевая модель радиоканала над плоской поверхностью Земли

Зная расположения передатчика БПЛА и приемника НП, можно оценить углы ухода лучей: θ'_{los} – угол подъема ухода первого луча LOS и θ'_{rp} – угол подъема ухода отраженного луча RP. Углы θ'_{los} и θ_{los} вертикальные, поэтому для угла подъема прихода прямого луча справедливо $\theta_{los} = -\theta'_{los}$. Угол падения θ равен углу отражения θ , поэтому для угла подъема прихода отраженного луча справедливо $\theta_{rp} = \theta'_{rp} = \theta$ в глобальной системе координат. Длина прямого луча R_{los} , а длина отраженного луча $R_{rp} = R_{rp1} + R_{rp2}$. Расстояние между передатчиком БПЛА и приемником НП в горизонтальной плоскости равно $d = d_1 + d_2$. Также из рис. 4.6 можно оценить параметры

$$R_{los} = \sqrt{(h_a - h_g)^2 + d^2}; \quad (4.1)$$

$$R_{rp1} = \frac{h_a}{h_a + h_g} \sqrt{(h_a + h_g)^2 + d^2}; \quad R_{rp2} = \frac{h_g}{h_a + h_g} \sqrt{(h_a + h_g)^2 + d^2}; \quad (4.2)$$

$$R_{rp} = R_{rp1} + R_{rp2} = \sqrt{(h_a + h_g)^2 + d^2}; \quad (4.3)$$

$$\tan \theta_{los} = \frac{h_g - h_a}{d}; \quad \tan \theta_{rp} = -\frac{h_g + h_a}{d}; \quad (4.4)$$

Ослабление сигнала в двухлучевой модели L по амплитуде равно

$$L = L_{tworay} L_G L_g L_c L_r, \quad (4.5)$$

и складывается из потерь: распространения L_{tworay} с расстоянием; при отражении L_G ; в атмосфере L_g ; в облаках и тумане L_c ; при дожде L_r .

Потери распространения по геометрическим соотношениям можно оценить через скаляр напряженности поля в свободном пространстве E . Пусть E_0 – амплитуда напряженности поля на некотором эталонном расстоянии R_0 (например, 1 м) от источника излучения. Тогда амплитуда напряженности поля при РРВ по лучу прямой видимости определяется как

$$E_{los} = E_0 \left(\frac{R_0}{R_{los}} \right) e^{i\omega(t-R_{los}/c)}. \quad (4.6)$$

где R_{los} – длина пути луча прямой видимости. Амплитуда напряженности поля при РРВ по отраженному лучу определяется выражением

$$E_{rp} = L_G E_0 \left(\frac{R_0}{R_{rp}} \right) e^{i\omega(t-R_{rp}/c)}. \quad (4.7)$$

где R_{rp} – длина пути отраженного луча; L_G – коэффициент потерь при отражении от Земли; задается `GroundReflectionCoefficient`; L_G зависит от угла падения; если имеется эмпирическая зависимость коэффициента потерь при отражении от угла падения, то можно использовать функцию `rangeangle` для оценки угла падения $\theta_{rp} = \theta'_{rp} = \theta$. Амплитуда напряженности поля в точке приема определяется суммой амплитуд E_{los} и E_{rp} .

Коэффициент потерь распространения с расстоянием определяется выражением потерь в свободном пространстве

$$L_{tworay} = (4\pi R/\lambda)^2. \quad (4.8)$$

Более точно потери распространения по геометрическим соотношениям можно оценить через вектор напряженности поля в свободном пространстве с учетом эффектов поляризации. Дополнительно модель двухлучевого канала `phased.TwoRayChannel` в библиотеке `Phased Array System Toolbox` учитывает потери в атмосфере согласно рекомендации ITU-R P.676-10 [247], потери в облаках и тумане согласно рекомендации ITU-R P.840-6 [248] и потери при дожде согласно рекомендации ITU-R P.838-3 [249]. Потери в атмосфере рассчитываются через ослабление на километр как функция температуры, давления, плотности водяного пара и несущей частоты. Оценка справедлива в диапазоне частот от 1 до 1000 ГГц и применима как к поляризованному, так и неполяризованному ЭМП.

Потери в облаках и тумане рассчитываются через ослабление на километр как функция температуры, плотности воды и несущей частоты. Оценка справедлива в диапазоне частот от 10 до 1000 ГГц и применима как к поляризованному, так и неполяризованному ЭМП.

Потери при дожде рассчитываются через ослабление на километр как функция нормы осадков, поляризации, угла прихода и несущей частоты. Оценка справедлива в диапазоне частот от 1 до 1000 ГГц. Для реализации двухлучевой модели над плоской поверхностью Земли в Matlab используется системный объект `phased.TwoRayChannel` [250].

Системный объект *phased.TwoRayChannel* может работать во всем диапазоне частот, однако ослабления при РРВ в атмосфере и дожде учитываются в диапазоне от 1 до 1000 ГГц, а потери при РРВ в тумане и облаках учитываются в диапазоне от 10 до 1000 ГГц.

Исходными данными системного объект *phased.TwoRayChannel* являются задержки, ослабления и фазовые сдвиги лучей, определяемые протяженностью трасс РРВ и свойствами отражающей поверхности Земли. Также системный объект может учитывать движение передатчика и/или приемника через параметр доплеровского сдвига частоты.

Выходными данными системного объект *phased.TwoRayChannel* являются сигналы на выходе двухлучевого канала которые могут быть представлены отдельными потоками, или же комбинированы в один поток, в зависимости от свойства *CombinedRaysOutput*.

В режиме *separate* отдельно приходящие прямой и отраженный лучи моделируются двумя потоками на входе приемника; в режиме *combined* отдельно приходящие прямой и отраженный лучи когерентно суммируются и моделируются одним потоком на входе приемника. Режим раздельного моделирования потоков представляет интерес, когда разница усиления отдельно приходящих лучей существенна и требует учета.

Параметры объекта *phased.TwoRayChannel* в табл. 4.2.

Табл. 4.2. Параметры системного объекта *phased.TwoRayChannel* [250]

Параметр	Содержание параметра
PropagationSpeed	скорость света в м/с; по умолчанию равна <code>physconst('LightSpeed')</code> = 299792458
OperatingFrequency	несущая частота сигнала в Гц; по умолчанию равна 3e8 Гц
SpecifyAtmosphere	опция учета ослабления в атмосфере; может принимать значения true или false; по умолчанию false; при установке true учитываются эффекты ослабления в атмосфере, дожде, тумане, облаках и появляются дополнительные параметры <code>Temperature</code> , <code>DryAirPressure</code> , <code>WaterVapourDensity</code> , <code>LiquidWaterDensity</code> , <code>RainRate</code>
Temperature	температура окружающей среды в градусах Цельсия; по умолчанию равна 15 °C
DryAirPressure	атмосферное сухое давление воздуха в Па; по умолчанию равно 101325 Па (1 атм)
WaterVapourDensity	плотность атмосферного водяного пара в г/м ³ ; по умолчанию равна 7,5 г/м ³
LiquidWaterDensity	плотность жидкой воды тумана или облаков в г/м ³ ; по умолчанию равна 0 г/м ³ ; при среднем тумане 0,05 г/м ³ ; при сильном тумане 0,5 г/м ³ ;
RainRate	количество осадков в мм/час(год); по умолчанию равно 0 мм/час(год);
SampleRate	частота дискретизации сигнала в Гц; по умолчанию равна 1e6 Гц; системный объект измеряет задержки распространения в единицах периода дискретизации
EnablePolarization	опция учета поляризации; может принимать значения true или false; по умолчанию false
GroundReflectionCoefficient	коэффициент отражения Земли; по умолчанию равен -1; в общем случае представляется комплексным скаляром или вектор-строкой комплексных скаляров (по числу двухлучевых каналов), при этом модуль комплексного скаляра меньше или равен единице; используется при

Параметр	Содержание параметра
	моделировании сигналов без учета поляризации; при учете поляризации используется свойство <code>GroundRelativePermittivity</code>
<code>GroundRelativePermittivity</code>	относительная диэлектрическая проницаемость; по умолчанию равна 15; в общем случае представляется вещественным скаляром или вектор-строкой вещественных скаляров (по числу двухлучевых каналов); относительная диэлектрическая проницаемость определяется как отношение диэлектрической проницаемости Земли к диэлектрической проницаемости свободного пространства; свойство <code>GroundRelativePermittivity</code> используется при учете поляризации, когда опция <code>EnablePolarization</code> принимает значение <code>true</code> ; при моделировании без учета поляризации используется <code>GroundReflectionCoefficient</code>
<code>CombinedRaysOutput</code>	опция комбинирования сигналов на выходе модели в один поток; может принимать значения <code>true</code> или <code>false</code> ; по умолчанию <code>true</code> ; при установке <code>true</code> отдельно приходящие прямой и отраженный лучи когерентно суммируются и моделируются одним потоком на входе приемника; режим комбинирования используется, когда не требуется учитывать направленные свойства антенны/антенной решетки при приеме отдельно приходящих лучей
<code>MaximumDistanceSource</code>	источник максимального расстояния РРВ (в одну сторону); по умолчанию 'Auto'; максимальное расстояние используется для выделения достаточной памяти для вычисления задержек распространения; в режиме 'Auto' системный объект выделяет память автоматически; в режиме 'Property' максимальное расстояние указывается параметром <code>MaximumDistance</code>
<code>MaximumDistance</code>	максимальное расстояния РРВ (в одну сторону) в м; по умолчанию равно $1e4$ м; сигналы, чье расстояние РРВ превышает указанную величину, не учитываются при моделировании; максимальное расстояния РРВ (в одну сторону) должно быть больше или равно расстоянию между передатчиком и приемником
<code>MaximumNumInputSamplesSource</code>	источник максимального числа выборок входного сигнала; по умолчанию 'Auto'; в режиме 'Auto' системный объект выделяет память для обработки входного сигнала автоматически; в режиме 'Property' максимальное число выборок указывается параметром <code>MaximumNumInputSamples</code> ; входной сигнал, число выборок в котором превышает <code>MaximumNumInputSamples</code> , обрезается, т.е. лишние выборки отбрасываются;
<code>MaximumNumInputSamples</code>	максимальное число выборок входного сигнала; по умолчанию равно 100;

Вместе с системным объектом `phased.TwoRayChannel` используется функция `rangeangle`, которая определяет длину пути сигнала при РРВ и угол прихода сигнала. Функция поддерживает две модели РРВ: модель распространения в свободном пространстве и двухлучевую модель. В модели свободного пространства учитывается один луч прямой видимости; в двухлучевой модели учитывается один луч прямой видимости и один отраженный от Земли ($z=0$) луч. Параметры `rangeangle` в табл. 4.3.

Табл. 4.3. Параметры функции `rangeangle` [250]

Параметр	Содержание параметра
Входные параметры	
<code>pos</code>	прямоугольные координаты точки в м; вектор/матрица <code>pos</code> имеет 3 строки и N столбцов (по числу точек в <code>pos</code>); каждый столбец в <code>pos</code> имеет содержит прямоугольные координаты $[x;y;z]$

Параметр	Содержание параметра
refpos	прямоугольные координаты [x;y;z] точки отсчета в м; по умолчанию [0;0;0]; точка отсчета является началом локальной системы координат; длина пути и угол прихода рассчитываются от точек в pos до опорной точки refpos
refaxes	оси локальной системы координат представлены матрицей refaxes из 3-х строк и 3-х столбцов; столбцы матрицы refaxes определяют оси локальной системы координат с началом в точке отсчета refpos; по умолчанию [1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]
model	модель РРВ; может принимать значения 'freespace' – для модели распространения в свободном пространстве и 'two-ray' – для двухлучевой модели; по умолчанию 'freespace'
Выходные параметры	
rng	длина пути сигнала при РРВ м от точки с координатами pos до точки отсчета; представлена скаляром или вектором rng размерности 1*M; для модели распространения в свободном пространстве M=N; для двухлучевой модели M=2N
ang	азимут и угол места прихода сигнала в ° от точки с координатами pos до точки отсчета; представлен матрицей ang размера 2*M, каждый столбец которой содержит азимут и угол места в формате [azimuth;elevation]; для модели распространения в свободном пространстве M=N; для двухлучевой модели M=2N; для случая N=1 первый столбец матрицы ang содержит азимут и угол места для прямого луча, а второй столбец содержит азимут и угол места для отраженного луча; для случая для случая N>1 столбцы азимутов и углов места в матрице ang чередуются

Выражение $[rng, ang] = rangeangle(pos)$ возвращает длину пути rng и угол прихода ang от точки с координатами pos до некоторой точки отсчета. При таком вызове функции $rangeangle$ точка отсчета совпадает с началом глобальной системы координат. Углы прихода представлены азимутом и углом места в точке отсчета (начале глобальной системы координат).

Выражение $[rng, ang] = rangeangle(pos, refpos)$ возвращает длину пути rng и угол прихода ang от точки с координатами pos до точки отсчета $refpos$. Углы прихода представлены азимутом и углом места в точке отсчета $refpos$ в глобальной системе координат.

Выражение $[rng, ang] = rangeangle(pos, refpos, refaxes)$ возвращает длину пути rng и угол прихода ang от точки с координатами pos до точки отсчета $refpos$ в локальной системе координат $refaxes$. Углы прихода представлены азимутом и углом места в точке отсчета $refpos$ в локальной системе координат $refaxes$.

Выражение $[rng, ang] = rangeangle(..., model)$ возвращает длину пути rng и угол прихода ang для заданной модели РРВ. В модели распространения в свободном пространстве, когда опция $model$ принимает значение 'freespace', сигнал распространяется по пути прямой видимости и представлен одним лучом. В двухлучевой модели, когда опция $model$ принимает значение 'two-ray', сигнал представлен одним лучом прямой видимости и одним лучом, отраженным от Земли; при этом длина пути rng и угол прихода ang возвращаются для каждого луча по отдельности.

Пример оценки длины пути сигнала при РРВ и угла прихода сигнала для случая двухлучевой модели представлен на рис. 4.7.

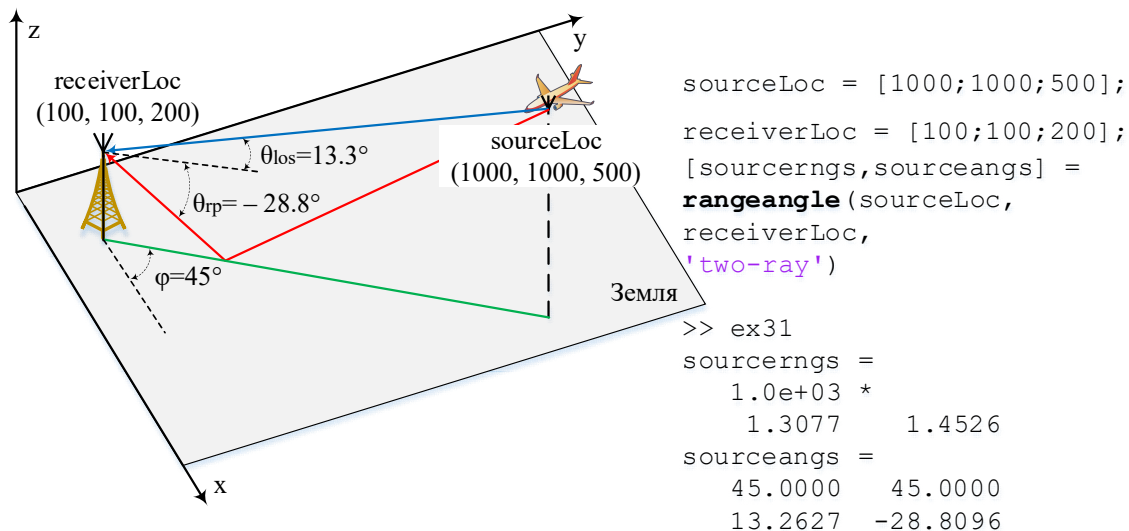


Рис. 4.7. Пример оценки длины пути и угла прихода сигнала для двухлучевой модели

Пример использования системного объекта двухлучевого радиоканала `phased.TwoRayChannel` представлен на рис. 4.8 (скрипт 4.3).

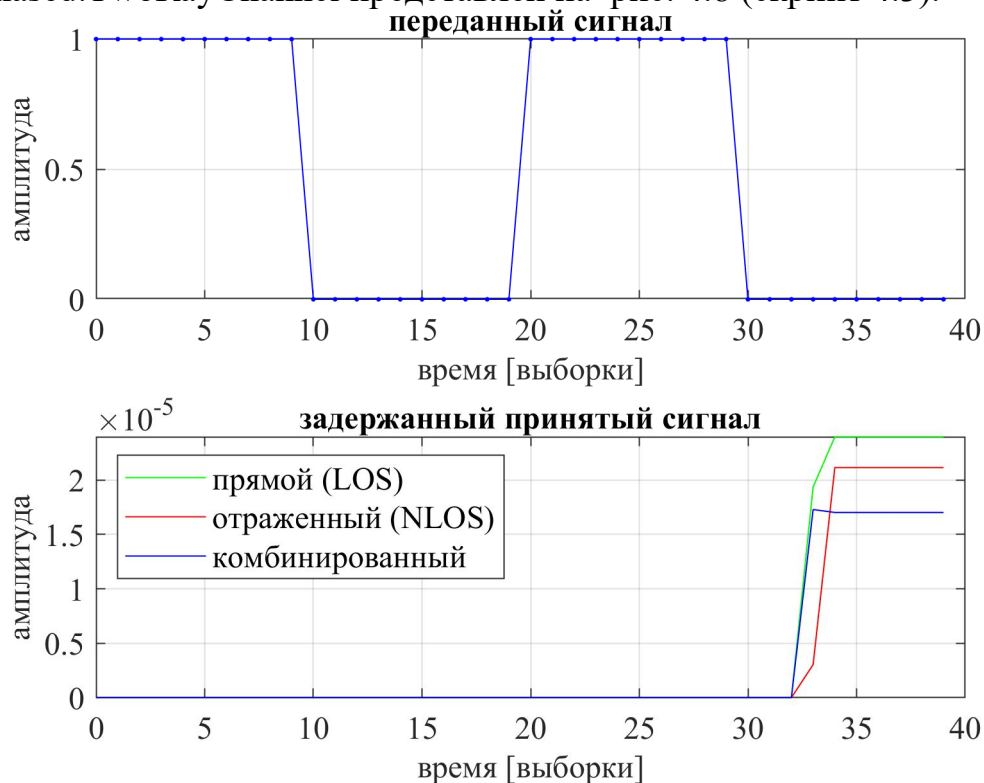


Рис. 4.8. Разница времен прихода прямого-отраженного сигнала в двухлучевой модели

Из рис. 4.8 следует, что задержки прямого и отраженного сигнала, выраженные в единицах периода дискретизации, согласуются с задержками, вычисленными через расстояния функцией `rangeangle`. Также из графика комбинированного сигнала на рис. 4.8 следует, что амплитуда сигнала, полученного суммированием сигналов, пришедших по прямому и отраженному лучу, меньше, чем амплитуда прямого или отраженного сигнала по отдельности.

Аналитическая оценка мощности принимаемого сигнала в двухлучевой модели с учетом диаграмм направленности антенн (ДНА) для случая РРВ над плоской поверхностью Земли выполняется с рис. 4.12.

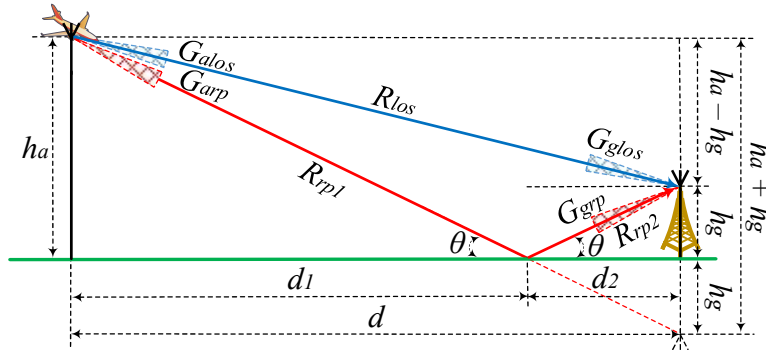


Рис. 4.9. Двухлучевая модель над плоской поверхностью Земли с учетом ДНА

Амплитуда результирующего сигнала в приемнике $r_{2ray}(t)$ согласно двухлучевой модели, может быть представлена суммой амплитуд сигналов прямого $r_{los}(t)$ и отраженного $r_{rp}(t)$ лучей [251]:

$$r_{2ray}(t) = r_{los}(t) + r_{rp}(t), \quad (4.9)$$

$$r_{los}(t) = \Re \left\{ \frac{\lambda \sqrt{G_{los}} s(t) e^{-j2\pi R_{los}/\lambda}}{4\pi R_{los}} e^{j2\pi f_c t} \right\}, \quad (4.10)$$

$$r_{rp}(t) = \Re \left\{ \frac{\lambda \Gamma(\theta) \sqrt{G_{rp}} s(t - \tau) e^{-j2\pi R_{rp}/\lambda}}{4\pi R_{rp}} e^{j2\pi f_c t} \right\}, \quad (4.11)$$

где $s(t)$ – переданный сигнал; G_{los} – коэффициент усиления луча прямой видимости; R_{los} – длина пути прямого луча; f_c – несущая частота; $\lambda = c/f$ – длина волны; G_{rp} – коэффициент усиления отраженного луча; R_{rp} – длина пути отраженного луча; $\tau = (R_{rp} - R_{los})/c$ – задержка отраженного луча относительно прямого луча (разность хода прямого и отраженного лучей); $\Gamma(\theta)$ – коэффициент отражения от Земли. Подставив (4.10) и (4.11) в (4.9), получим огибающую (без учета множителя комплексной экспоненты) амплитуды результирующего сигнала в приемнике [251]:

$$r(t) = \frac{\lambda}{4\pi} \left(\frac{\sqrt{G_{los}} s(t) e^{-j2\pi R_{los}/\lambda}}{R_{los}} + \frac{\Gamma(\theta) \sqrt{G_{rp}} s(t - \tau) e^{-j2\pi R_{rp}/\lambda}}{R_{rp}} \right). \quad (4.12)$$

Коэффициент усиления луча прямой видимости с учетом ДНА передатчика и приемника G_{los} равен

$$G_{los} = G_{alos} \cdot G_{glos}, \quad (4.13)$$

где G_{alos} – коэффициент усиления антенны БПЛА в направлении луча прямой видимости (air-los); G_{glos} – коэффициент усиления антенны НП в направлении луча прямой видимости (ground-los). Коэффициент усиления отраженного луча с учетом ДНА передатчика и приемника G_{rp} равен

$$G_{rp} = G_{arp} \cdot G_{grp}, \quad (4.14)$$

где G_{arp} – коэффициент усиления антенны БЛА в направлении отраженного луча (air-reflected path); G_{grp} – коэффициент усиления антенны НП в направлении отраженного луча (ground-reflected path).

Коэффициент отражения от Земли определяется выражением [251]:

$$\Gamma(\theta) = \frac{\sin \theta - X}{\sin \theta + X}, \quad (4.15)$$

где θ – угол падения отраженного луча; X – коэффициент поляризации (для вертикальной X_v и горизонтальной X_h поляризации)

$$X_v = \sqrt{\varepsilon_g - \cos^2 \theta} / \varepsilon_g; \quad X_h = \sqrt{\varepsilon_g - \cos^2 \theta}; \quad (4.16)$$

где ε_g – диэлектрическая постоянная Земли.

Разность хода прямого и отраженного лучей согласно рис. 4.12 равна

$$\Delta R = R_{rp} - R_{los} = \sqrt{(h_a + h_g)^2 + d^2} - \sqrt{(h_a - h_g)^2 + d^2}, \quad (4.17)$$

где h_a – высота подъема антенны БЛА; h_g – высота подъема антенны НП; d – горизонтальное расстояние между БЛА и НП на уровне плоской поверхности Земли. Разность фаз прямого и отраженного лучей равна

$$\Delta \phi = 2\pi \Delta R / \lambda \quad (4.18)$$

Для узкополосных сигналов, когда расширение задержки значительно меньше времени когерентности канала $\tau \ll B_u^{-1}$, форма задержанного сигнала сохраняется, т.е. $s(t) \approx s(t-\tau)$, поэтому из (4.12) справедливо выражение

$$r^2(t) = s^2(t) \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{G_{los}} e^{-j2\pi R_{los}/\lambda}}{R_{los}} + \frac{\Gamma(\theta) \sqrt{G_{rp}} e^{-j2\pi R_{rp}/\lambda}}{R_{rp}} \right)^2 \quad (4.19)$$

Принимая во внимание, что мощность передаваемого сигнала $P_t = s^2(t)$, а мощность принимаемого сигнала $P_r = r^2(t)$, получим из (4.19)

$$P_r = P_t \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{G_{los}}}{R_{los}} + \frac{\Gamma(\theta) \sqrt{G_{rp}} e^{-j\Delta\phi}}{R_{rp}} \right)^2. \quad (4.20)$$

Выражение (4.17) можно представить в виде

$$\Delta R = R_{rp} - R_{los} = d \left[\sqrt{\frac{(h_a + h_g)^2}{d^2} + 1} - \sqrt{\frac{(h_a - h_g)^2}{d^2} + 1} \right]. \quad (4.21)$$

Используя ряд Тейлора

$$\sqrt{1+x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{(1-2n)(n!)^2 (4n)} x^n = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \dots \quad (4.22)$$

представим (4.21) первыми двумя членами (4.22), тогда

$$\Delta R = R_{rp} - R_{los} \approx \frac{d}{2} \left(\frac{(h_a + h_g)^2}{d^2} - \frac{(h_a - h_g)^2}{d^2} \right) = \frac{2h_a h_g}{d}. \quad (4.23)$$

Разность фаз (4.18) прямого и отраженного лучей с учетом (4.23)

$$\Delta\phi = \frac{2\pi(R_{rp} - R_{los})}{\lambda} \approx \frac{4\pi h_a h_g}{\lambda d}. \quad (4.24)$$

Для больших расстояний d справедливы следующие допущения

$$R_{rp} \approx R_{los} \approx d; \quad \theta \approx 0^\circ; \quad G_{los} \approx G_{rp} = G; \quad \Gamma(\theta) \approx -1. \quad (4.25)$$

Подставив выражения (4.25) в (4.20), получим

$$P_r \approx P_t \left(\frac{\lambda\sqrt{G}}{4\pi d} \right)^2 (1 - e^{-j\Delta\phi})^2 \quad (4.26)$$

Используя ряд Тейлора

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots \quad (4.27)$$

представим $e^{-j\Delta\phi}$ первыми двумя членами (4.27), тогда

$$e^{-j\Delta\phi} \approx 1 + (-j\Delta\phi) = 1 - j\Delta\phi \quad (4.28)$$

Подставив (4.28) в (4.26), получим

$$P_r \approx P_t \left(\frac{\lambda\sqrt{G}}{4\pi d} \right)^2 (1 - (1 - j\Delta\phi))^2 = -P_t \left(\frac{\lambda\sqrt{G}}{4\pi d} \right)^2 (\Delta\phi)^2. \quad (4.29)$$

Подставив (4.24) в (4.29), получим

$$P_r \approx -P_t \left(\frac{\lambda\sqrt{G}}{4\pi d} \right)^2 \left(\frac{4\pi h_a h_g}{\lambda d} \right)^2. \quad (4.30)$$

Модуль выражения (4.30) равен

$$P_r = P_t \left(\frac{\sqrt{G} h_a h_g}{d^2} \right)^2. \quad (4.31)$$

В логарифмическом масштабе выражение (4.31)

$$P_r [\text{дБм}] = P_t [\text{дБм}] + 10 \log_{10}(G) + 20 \log_{10}(h_a h_g) - 40 \log_{10}(d). \quad (4.32)$$

Потери РРВ в логарифмическом масштабе

$$\begin{aligned} PL = P_t [\text{дБм}] - P_r [\text{дБм}] &= \\ &= 40 \log_{10}(d) - 10 \log_{10}(G) - 20 \log_{10}(h_a h_g). \end{aligned} \quad (4.33)$$

На рис. 4.10 (скрипт 4.1) представлена зависимость ΔR , θ и $\Gamma(\theta)$ от расстояния между БПЛА и НП для плоской поверхности Земли. Анализ графиков на рис. 4.10 позволяет сделать следующие выводы: а) с увеличением расстояния d между НП и БПЛА разность хода лучей ΔR уменьшается и стремится к 0; б) с увеличением расстояния d между НП и БПЛА угол падения/отражения θ уменьшается и стремится к 0; в) с увеличением расстояния d между НП и БПЛА коэффициент отражения от Земли $\Gamma(\theta)$ как для горизонтальной, так и для вертикальной поляризаций уменьшается и стремится к -1.

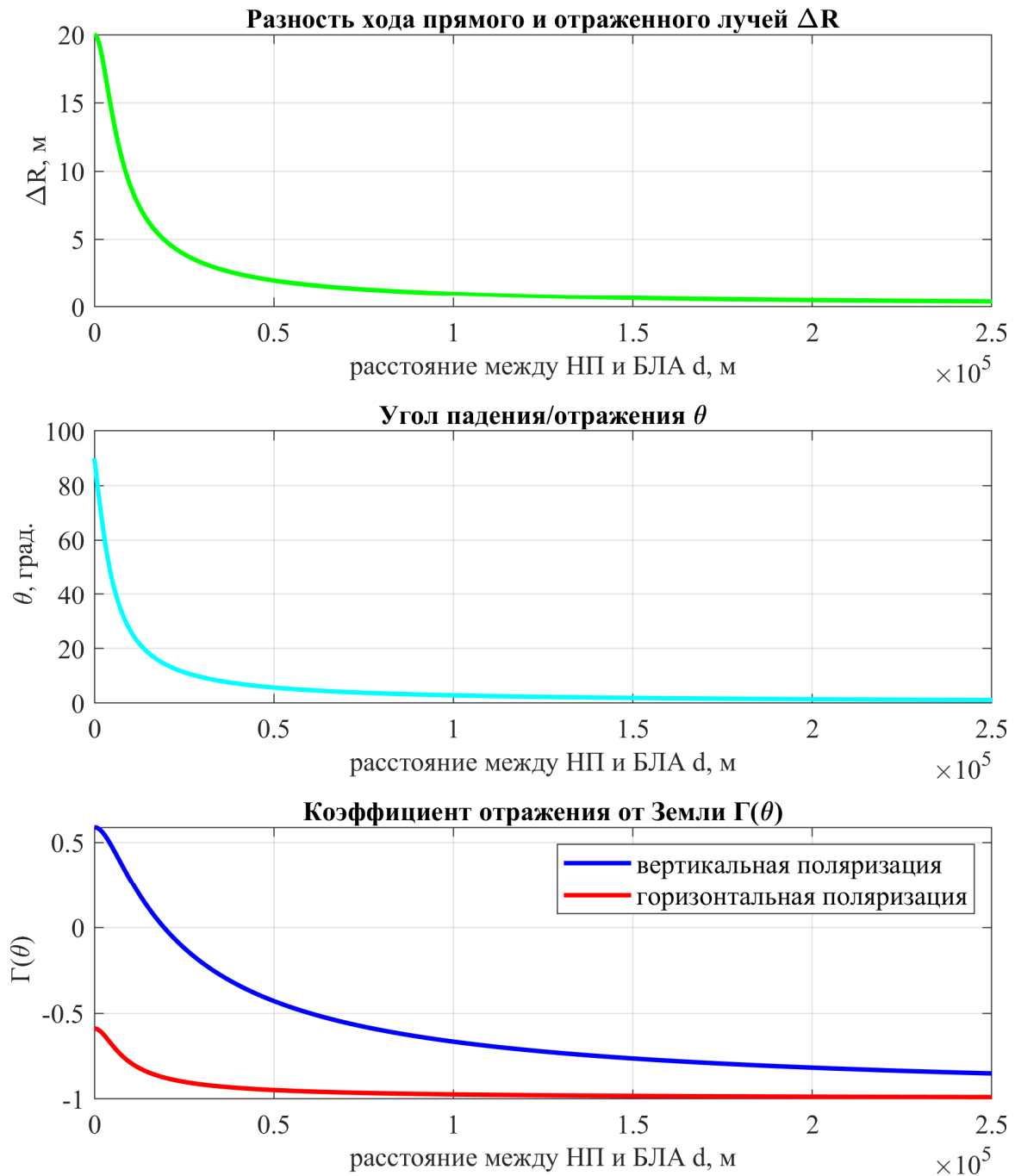


Рис. 4.10. Зависимость ΔR , θ и $\Gamma(\theta)$ для плоской поверхности Земли

На рис. 4.11 (скрипт 4.2) представлена зависимость мощность принимаемого сигнала в двухлучевой модели для плоской поверхности Земли при горизонтальной и вертикальной поляризациях на несущей частоте $f_c=2,4$ ГГц в диапазоне расстояний между БПЛА и НП от 0 до 250 км; на приведенных графиках мощность принимаемого сигнала нормирована таким образом, что $P_r=0$ дБм при $d=0$ м. Анализ графиков на рис. 4.11 позволяет сделать следующие выводы: а) ослабление сигнала при горизонтальной поляризации примерно на 10 дБ выше, чем при вертикальной поляризации; в) с

увеличением расстояния между БПЛА и НП средний уровень мощности принимаемого сигнала уменьшается; в) практически во всем диапазоне расстояний между БЛА и НП наблюдаются глубокие замирания (до 40 дБ) уровня мощности принимаемого сигнала, обусловленные интерференцией прямого и отраженного лучей.

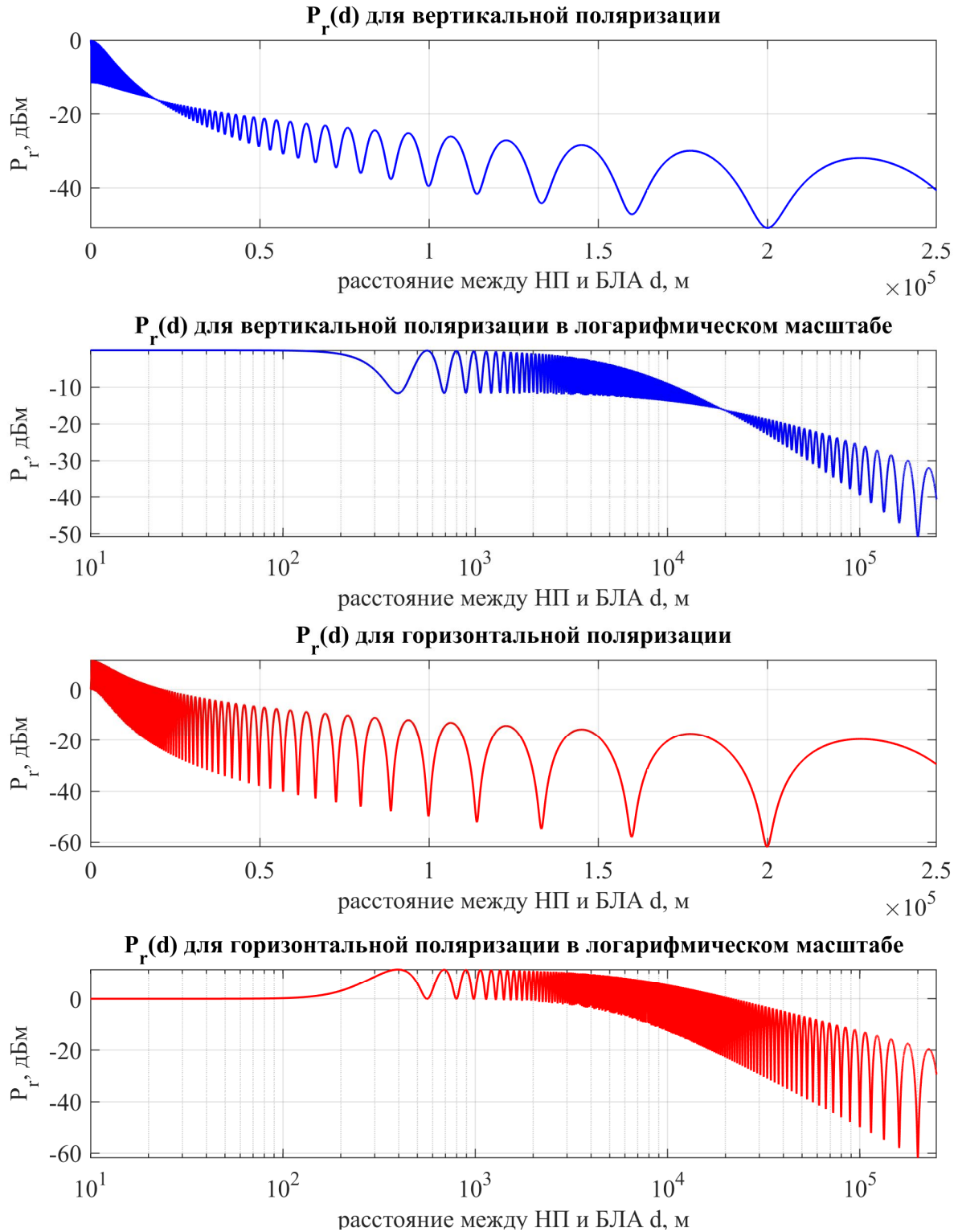


Рис. 4.11. Зависимость P_r для плоской поверхности Земли

Двухлучевая модель радиоканала над сферической поверхностью Земли CE2R (Curved Earth 2 Ray). Импульсная характеристика (ИХ) двухлучевой модели радиоканала над сферической поверхностью Земли в момент времени k в диапазоне частот F и среде e определяется как [236]

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{2\text{-ray},F}^{(e)}(\tau, k) = & \alpha_{0,k} e^{-j2\pi R_{1,k}/\lambda} \delta(\tau - \tau_{0,k}) + \\ & + \alpha_{s,k} e^{-j2\pi R_{2,k}/\lambda} \Gamma_{k,F} D_k r_F \delta(\tau - \tau_{s,k}) \end{aligned} \quad (4.34)$$

где амплитуда компоненты луча прямой видимости LOS в свободном пространстве равна $\alpha_{0,k} = c/(4\pi f_c R_{1,k})$, амплитуда компоненты отраженного поверхности Земли луча в свободном пространстве равна $\alpha_{s,k} = c/(4\pi f_c R_{2,k})$; $R_{1,k}$ – расстояние хода прямого луча LOS; $R_{2,k}$ – расстояние хода отраженного от Земли; c – скорость света; задержка прямого луча равна $\tau_{0,k} = R_{1,k}/c$; задержка отраженного луча равна $\tau_{s,k} = R_{2,k}/c$; длина волны $\lambda = c/f_c$; f_c – несущая частота.

Допустим, что расстояние хода прямого луча $R_{1,k}$ известно, тогда известны амплитуда $\alpha_{0,k}$ и задержка $\tau_{0,k}$, тогда мы сможем нормировать выражение (4.34) таким образом, что амплитуда $\alpha_0 = 1$ (фаза равна нулю), а коэффициент амплитуды отраженного луча тогда равен $\alpha_{s,n,k} = R_{1,k} \cdot e^{-j2\pi \Delta R_k/\lambda} / R_{2,k}$, где разность хода прямого и отраженного лучей $\Delta R_k = R_{2,k} - R_{1,k}$; $\Gamma_{k,F}$ – коэффициент отражения от поверхности Земли, который зависит от несущей частоты, поляризации, угла скольжения ψ'_2 [236]:

$$h_{2\text{-ray},F}^{(e)}(\tau, k) = \delta(\tau - \tau_{0,k}) + \alpha_{s,n,k} e^{-j2\pi \Delta R_k/\lambda} \Gamma_{k,F} D_k r_F \delta(\tau - \tau_{s,k}). \quad (4.35)$$

Для полной спецификации ИХ двухлучевой модели радиоканала над сферической поверхностью Земли необходимо далее уточнить следующие параметры: коэффициент шероховатости поверхности r_F , коэффициент расхождения D_k , а также разность хода прямого и отраженного лучей ΔR_k , или $R_{2,k}$, что которая позволяет оценить задержку $\tau_{s,k}$ и угол скольжения ψ'_2 , который требуется для оценки коэффициента $\Gamma_{k,F}$.

При допущении о гладкой поверхности Земли коэффициент $r_F = 1$; в противном случае отраженная компонента уже не будет зеркальной. При существенной шероховатости отражающей поверхности будет наблюдаться явления рассеяния, вследствие которого энергия отраженного луча будет ниже той, которая определяется множителем $\alpha_{s,n,k} \Gamma_{k,F} D_k$. Степень шероховатости определяется относительно длины волны λ по критерию Рэля коэффициентом $C_r = 4\pi s_g \sin(\psi_k) / \lambda$, где s_g – стандартное отклонение высоты уровня Земли от среднего значения [236]. С учетом допущения о нормальном распределении высоты уровня Земли, коэффициент шероховатости поверхности можно определить выражением $r_F = \exp(-C_r^2/2)$; для водной поверхности коэффициент уточняется $r_F = \exp(-C_r^2/2) I_0(-C_r^2/2)$, где I_0 – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $s_g = 0,0051u^2$, где u – скорость ветра в метрах в секунду [236].

Для модели над сферической поверхностью Земли прямое вычисление угла скольжения ψ'_2 представляется достаточно сложным, поэтому используется аппроксимация на основе модели на рис. 4.12: допустим, точка **A** – антенна на борту БПЛА, **B** – антенна НП, **C** – центр Земли [252].

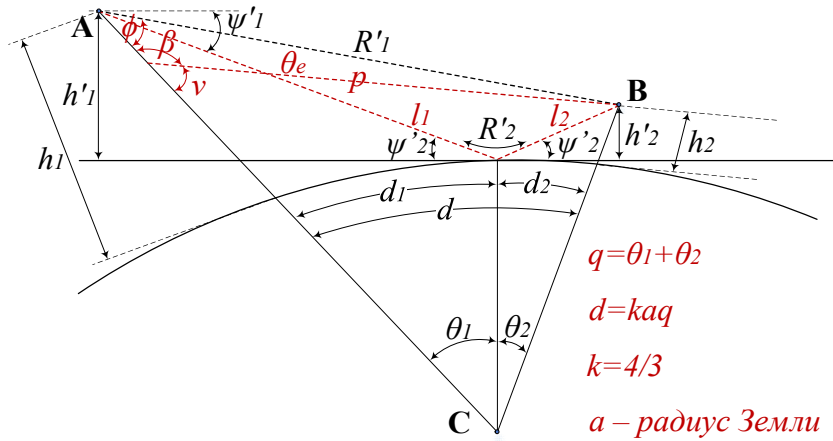


Рис. 4.12. Двухлучевая модель радиоканала над сферической поверхностью Земли [236]

Для небольших угловых расстояний, когда БПЛА находится относительно невысоко над поверхностью Земли (по сравнению с геостационарным спутником), справедлива модифицированная аппроксимация радиуса Земли ka , где $k=1/[1+(a/n_0)dn/dh]$, где $a=6378$ км – радиус Земли, n_0 – индекс рефракции на уровне поверхности, dn/dh – градиент рефракции (преломляющей способности) относительно высоты h . Обычно k принимают равным $4/3$, однако может быть использована и более точная оценка, если известны параметры n_0 и dn/dh ; в [236] использованы параметры $n_0=1,000315$ и экспоненциальная форма градиента $(dn/dh)=315(-0,136)\exp(-0,136h)$, где h – высота в километрах. На рис. 4.12 высота подъема антенны на БПЛА равна $h_1=h_{A,k}$, высота подъема антенны НП равна $h_2=h_G$. Оценим угол $q_k=\theta_{1,k}+\theta_{2,k}$ путем решения уравнения по закону косинусов с расстоянием $R_{1,k}$:

$$R_{1,k}^2 = (ka + h_{A,k})^2 + (ka + h_G)^2 - 2(ka + h_{A,k})(ka + h_G)\cos q_k. \quad (4.36)$$

Далее оценим расстояние d_k :

$$d_k = kaq_k. \quad (4.37)$$

и три дополнительных параметра [252]

$$m_k = \frac{d_k^2}{4ka(h_{A,k} + h_G)}, \quad (4.38)$$

$$c_k = \frac{h_{A,k} - h_G}{h_{A,k} + h_G}, \quad (4.39)$$

$$b_k = 2\sqrt{\frac{m_k + 1}{3m_k}} \cos \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{1}{3} \arccos \left[\frac{3c_k}{2} \sqrt{\frac{3m_k}{(m_k + 1)^3}} \right] \right\}. \quad (4.40)$$

Теперь оценим параметры

$$d_{1,k} = d_k(1 + b_k)/2, \quad (4.41)$$

$$d_{2,k} = d_k - d_{1,k}, \quad (4.42)$$

$$\theta_{1,k} = d_{1,k}/(ka). \quad (4.43)$$

Используя данные выражения далее можем оценить угол скольжения и разность хода между прямым и отраженным лучами:

$$\psi_k = \frac{h_{A,k} + h_G}{d_k} \left[1 - m_k (1 + b_k^2) \right], \quad (4.44)$$

$$\Delta R_k = \frac{2d_{1,k}d_{2,k}\psi_k^2}{d_k}. \quad (4.45)$$

Зная ΔR_k и $R_{1,k}$ можно оценить расстояние хода отраженного луча

$$R_{2,k} = R_{1,k} + \Delta R_k, \quad (4.46)$$

которое позволяет оценить относительную фазу $\Delta\phi_{s,k} = 2\pi\Delta R_k/\lambda$ для отраженного луча. Теперь можно оценить коэффициент отражения от поверхности Γ_k , нормированную амплитуду отраженного луча $\alpha_{s,n,k}$ и соответствующую задержку $\tau_{s,k}$. Тогда останется найти угол возвышения θ_e и коэффициент расхождения D_k . ($0 < D_k < 1$). Для оценки D_k нужны расстояния $l_{1,k}$ и $l_{2,k}$; по закону косинусов в треугольнике с вершинами А, С и точке отражения, получим

$$l_{1,k}^2 = (ka + h_{A,k})^2 + (ka)^2 - 2(ka)(ka + h_{A,k})\cos(\theta_{1,k}), \quad (4.47)$$

где угол $\theta_{1,k}$ определяется выражением (4.43). Тогда расстояние отраженного луча $l_{2,k}$ можно оценить по формуле

$$l_{2,k} = R_{2,k} - l_{1,k}, \quad (4.48)$$

и коэффициент расхождения

$$D_k = \left[1 + \frac{2}{ka \sin(\psi_k)} \frac{l_{1,k}l_{2,k}}{l_{1,k} + l_{2,k}} \right]^{-1/2}. \quad (4.49)$$

Угол возвышения из рис. 4.12 определяется выражением

$$v_k = \frac{\pi}{2} - q_k, \quad (4.50)$$

и далее по закону синусов находим p_k :

$$p_k = \frac{(ka + h_G)\sin(q_k)}{\sin(v_k)}. \quad (4.51)$$

Применяя закон косинусов, находим угол ϕ_k из выражения:

$$(ka + h_G)^2 = R_{1,k}^2 + (ka + h_{A,k})^2 - 2R_{1,k}(ka + h_{A,k})\cos(\phi_k), \quad (4.52)$$

и далее по закону синусов находим β_k :

$$\beta_k = \sin^{-1} \left[R_{1,k} \sin(\phi_k) / p_k \right], \quad (4.53)$$

и, наконец, угол возвышения находится как

$$\theta_e = \pi - \phi_k - \beta_k. \quad (4.54)$$

4.2.3. Модели радиоканала связи с БПЛА над водой

Потери РРВ PL в дБ определяется мощностью передатчика P_T , принятой мощностью P_R , КУ антенн передатчика G_T и приемника G_R , КУ МШУ G_{LNA} , КУ УМ G_{PA} и потерь в кабеле L_C следующим образом:

$$PL = P_T + G_T + G_{PA} + G_R + G_{LNA} - L_C - P_R, \quad (4.55)$$

Для анализа измеренные потери РРВ сравнивались с потерями, рассчитанными по следующим аналитическим моделям потерь РРВ: а) на одном участке расстояний между НП и БПЛА; б) по двум участкам расстояний между БПЛА и НП; в) по двухлучевой модели над плоской поверхностью Земли; г) по двухлучевой модели над сферической поверхностью Земли.

Траекторию полета БПЛА можно условно разделить на два участка: а) малое расстояние (Short Range) / большой угол возвышения; б) большое расстояние (Long Range) / малый угол возвышения. При большом угле возвышения, когда расстояние между НП и БПЛА мало (взлет и набор высоты БПЛА) уровень принимаемого сигнала должен быть достаточно уверенным вследствие малых потерь РРВ на малых расстояниях. На этом участке КУ антенны может изменяться в больших пределах; в качестве порогового выбрано значение угла возвышения в $\theta_t=5^\circ$.

Потери РРВ на одном участке расстояний между НП и БПЛА [236]:

$$PL(R) = A_0 + 10n_A \log_{10}(R/R_{\min}) + X_A + \zeta F_A; \quad R_{\min} \leq R \leq R_{\max} \quad (4.56)$$

Потери РРВ по двум участкам расстояний между БПЛА и НП [236]:

$$PL(R) = \begin{cases} A_{0,S} + 10n_S \log_{10}(R/R_{\min}) + X_S + \zeta F_S, & \theta > \theta_t (R < R_t); \\ A_{0,L} + 10n_L \log_{10}(R/R_t) + X_L + \zeta F_L, & \theta < \theta_t (R > R_t). \end{cases} \quad (4.57)$$

При незначительном расстоянии между НП и БПЛА достаточно двухлучевой модели над плоской поверхностью Земли FE2R. При увеличении расстояния между НП и БПЛА может потребоваться учет кривизны Земли; для этого служит двухлучевая модель над сферической поверхностью Земли SE2R. Потери РРВ по моделям FE2R и SE2R:

$$PL(R) = \begin{cases} FE2R(R) - 20 \log_{10}[\alpha(R)], & \psi > \psi_{\min}; \\ CE2R(R) + B_L + \zeta F_{C,L} - 20 \log_{10}[\alpha(R)], & \pi/2 > \psi > \psi_{\min}. \end{cases} \quad (4.58)$$

В формулах (4.56)–(4.58) приняты следующие обозначения: R – расстояние между БПЛА и НП; A – потери на минимальном удалении БПЛА от НП; n – показатель потерь РРВ; индекс S означает учет потерь на малом расстоянии ($\theta > \theta_t$, $R < R_t$), индекс L означает учет потерь на большом расстоянии ($\theta < \theta_t$, $R > R_t$); $\zeta = -1$ при приближении БПЛА к НП; $\zeta = 1$ при удалении БПЛА от НП; F – коэффициент, учитывающий направление движения БПЛА по углу курса/рыскания (yaw), тангажа (pitch) и крена (roll); X – случайная переменная с нормальным распределением, нулевым средним и СКО σ_X ; B_L – разница между измеренными потерями и потерями, спрогнозированными по двухлучевой модели над сферической SE2R поверхностью Земли; угол

скольжения в двухлучевой модели над сферической CE2R поверхностью Земли рассчитывается как ψ_{\min} [мили радиан] $= (2100/f_{\text{MHz}})^{1/3}$ [252]; $\alpha(R)$ – переменная замираний Райса; результаты измерений позволяют сделать вывод о корректности гипотезы о Райсовском распределении принимаемого сигнала; X_{\max} [дБ] – максимальное отклонение потерь РРВ, полученных в результате измерений от потерь РРВ, полученных аналитически.

Мощность принимаемого сигнала P_R с учетом потерь РРВ из (4.55):

$$P_R = P_T + G_{PA} + G_{LNA} + G_T + G_R - L_C - PL. \quad (4.59)$$

Согласно табл. 4.1 для С-диапазона в (4.59) используются следующие параметры: $P_T=47$ дБм, $G_{PA}=7$ дБ, $G_{LNA}=30$ дБ, $L_C=7,5$ дБ, КУ антенны БПЛА $G_T=5$ дБ; КУ антенны НП $G_R=6$ дБ. Параметры моделей потерь РРВ (4.56)–(4.58) для сценария при полете над водой представлены в табл. 4.4.

Табл. 4.4. Параметры моделей потерь РРВ для измерений при полете над водой [236]

Параметры		пресная вода		морская вода		
Диапазон		С-диап.	Л-диап.	С-диап.	Л-диап.	
Потери РРВ по участку / участкам	Участок малого расстояния $R < R_t (\theta > \theta_t)$	$A_{0,S}$, дБ	116,4	105,9	116,4	102,1
		n_S	1,6	1,5	1,6	1,6
		$\sigma_{X,S}$, дБ	3,3	2,7	2,7	2,9
		$X_{S,max}$, дБ	6,7	11,5	8,4	11,7
		F_S , дБ	3,0	1,9	2,1	1,4
	Участок большого расстояния $R > R_t (\theta < \theta_t)$	$A_{0,L}$, дБ	123,5	109,7	125,1	111,8
		n_L	1,8	2,1	1,5	2,2
		$\sigma_{X,L}$, дБ	3,0	4,0	2,6	4,6
		$X_{L,max}$, дБ	9,0	13,7	9,1	18,7
		F_L , дБ	1,7	1,8	0,6	1,1
	Весь участок	A_0 , дБ	116,3	104,4	116,7	100,7
		n_A	1,9	1,9	1,5	1,9
		$\sigma_{X,A}$, дБ	3,1	3,8	2,6	4,2
		$X_{A,max}$, дБ	9,1	13,3	9,0	18,5
		F_A , дБ	1,8	1,4	0,8	1,0
CE2R	$B_{C,L}$, дБ	-0,3	1,6	-1,1	1,1	
	$F_{C,L}$, дБ	1,8	1,4	0,8	1,0	
Участки, км	R_{min}	3,0	3,0	2,6	2,2	
	R_t	6,6	6,6	9,1	9,1	
	R_{max}	28,1	28,1	24,1	24,1	

Результаты измерений потерь распространения в зависимости от расстояния между БПЛА и НП при полете над водой для С-диапазона и Л-диапазона и их сравнение с аналитическими зависимостями потерь РРВ для свободного пространства (Free Space PL), двухлучевой модели над плоской поверхностью Земли FE2R, двухлучевой модели над сферической поверхностью Земли CE2R позволили сделать следующие выводы [236]: а) измеренные потери РРВ согласуются с прогнозом по модели потерь РРВ в свободном пространстве вследствие наличия сильной компоненты луча прямой

видимости LOS; б) «лепестки» потерь РРВ, свойственные двухлучевой модели, проявляются сильнее на расстоянии между НП и БПЛА больше 10 км; значительнее «лепестки» потерь РРВ проявляются в L-диапазоне вследствие более гладкой поверхности моря на большей длине волны; в) с увеличением расстояния между НП и БПЛА модель учета потерь РРВ над сферической поверхностью Земли точнее воспроизводит данные, полученные в результате измерений, по сравнению с моделью потерь над плоской поверхностью Земли; г) выводы, сделанные для потерь РРВ над морской водой, справедливы для потерь РРВ над пресной водой [236].

На рис. 4.13 (скрипт 4.4) представлены графики зависимости потерь от расстояния для L- и С-диапазона на всем участке над пресной и морской водой, построенные по формуле (4.56) с параметрами из табл. 4.4.

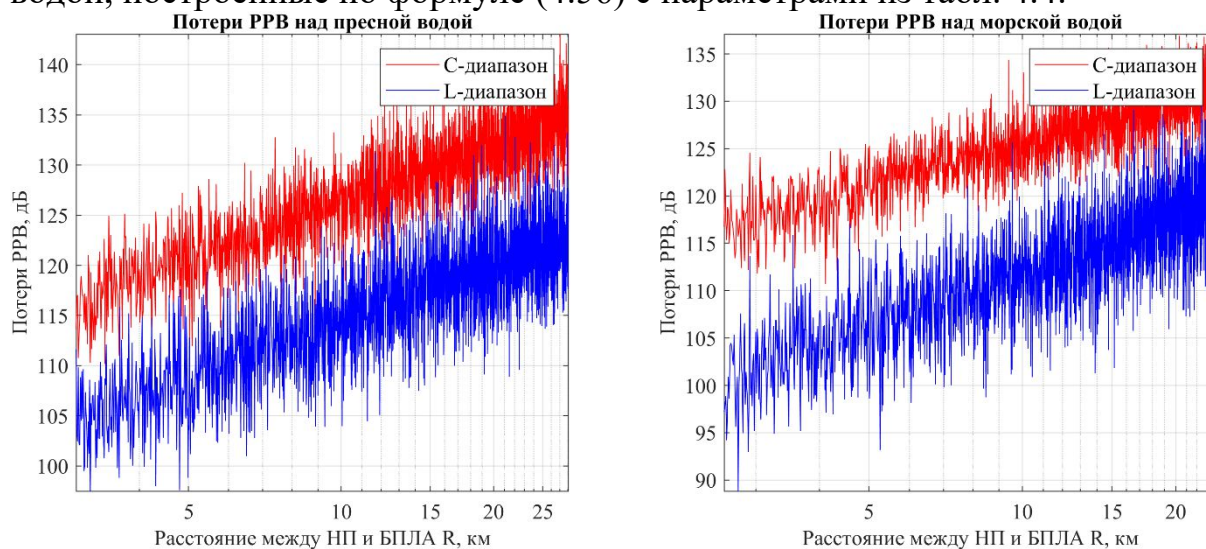


Рис. 4.13. Потери РРВ для L- и С-диапазонов над пресной и морской водой

Анализ графиков на рис. 4.13, позволяет сделать вывод о том, что потери РРВ при полете над пресной и морской водой в С-диапазоне больше на ~5–15 дБ, чем в L-диапазоне, вследствие более гладкой поверхности (озера/моря) на большей длине волны.

Модель многолучевых компонент в виде трехотводной линии задержки для трех лучей представлена на рис. 4.14.

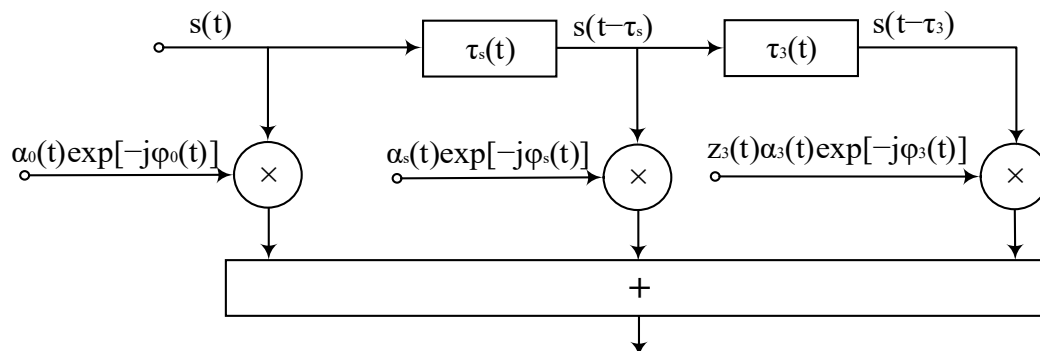


Рис. 4.14. Трехотводная линия задержки для учета многолучевых компонент трех лучей

Радиоканал Земля-воздух для сценария связи с БПЛА при пролете над водой (OW, Over Water) удовлетворительно воспроизводится *двухлучевой моделью*; третий луч наблюдается эпизодически и проявляется скачкообразно [236]. Для двухлучевой модели максимальная задержка прихода отраженного от Земли луча составляет $\tau_{2,max}=2h_G/c$; при высоте антенны НП $h_G < 30$ м, задержка второго луча составит не более нс: $\tau_{2,max} < 200$ нс, при этом данная задержка будет иметь место тогда, когда БПЛА пролетает как раз над НП; для других местоположений БПЛА задержка прихода отраженного от Земли луча будет меньше. Несмотря на простоту двухлучевой модели, для учета эффектов РРВ в радиоканале связи с БПЛА ее оказывается недостаточно, так как не учитываются дополнительные вероятные отражатели в окрестности НП, которые могут привести к возникновению дополнительных многолучевых компонент МРС (Multipath Component).

Импульсная характеристика (ИХ) канала OW для трехлучевой модели может быть представлена выражением

$$h_3(\tau, t) = h_{2ray,F}^{OW}(\tau, t) + z_3(t)\alpha_3(t)e^{-j\phi_3(t)}\delta[\tau - \tau_3(t)], \quad (4.60)$$

где $h_{2ray,F}^{OW}(\tau, t)$ – ИХ канала, описываемого двухлучевой моделью OW над плоской FE2R или над сферической SE2R поверхностью Земли в диапазоне частот F ; $z_3(t)$ – случайная переменная, характеризующая наличие или отсутствие третьего луча, которая может принимать два значения $z_3 \in \{0, 1\}$; $\alpha_3(t)$, $\phi_3(t)$, $\tau_3(t)$ – переменные во времени амплитуда, фаза и задержка компоненты третьего луча соответственно. Третий луч характеризуется вероятностью проявления, длительностью (или жизненным циклом в метрах) и избыточной задержкой относительно компоненты прямого луча LOS (кратной разрешению в 20 нс) и определяется выражением

$$p(R) = a \cdot e^{b \cdot R}, \quad (4.61)$$

где параметры a , b представлены в табл. 4.5.

Табл. 4.5. Характеристики проявления компоненты третьего луча [236]

		a	b	
Над морской водой	Вероятность появления		0,16	-0,24
	Длительность (экспоненциальная)	Макс.	12,49	-0,08
		Среднее	1,14	-0,05
		Медиан.	0,43	-0,04
	Избыточная задержка (экспоненциальная)	Макс.	940,4	-0,07
		Среднее	237,3	-0,03
Медиан.		231,4	-0,03	
Над пресной водой	Вероятность появления		0,034	-0,15
	Длительность (экспоненциальная)	Макс.	15,4	-0,15
		Среднее	1,12	-0,09
		Медиан.	0,53	-0,07
	Избыточная задержка (экспоненциальная)	Макс.	228,0	-0,003
		Среднее	108,2	-0,01
Медиан.		98,5	0,01	

На рис. 4.15 (скрипт 4.5) представлены графики зависимости вероятности, длительности и избыточной задержки проявления третьего луча от расстояния, построенные по выражению (4.61) с параметрами из табл. 4.5.

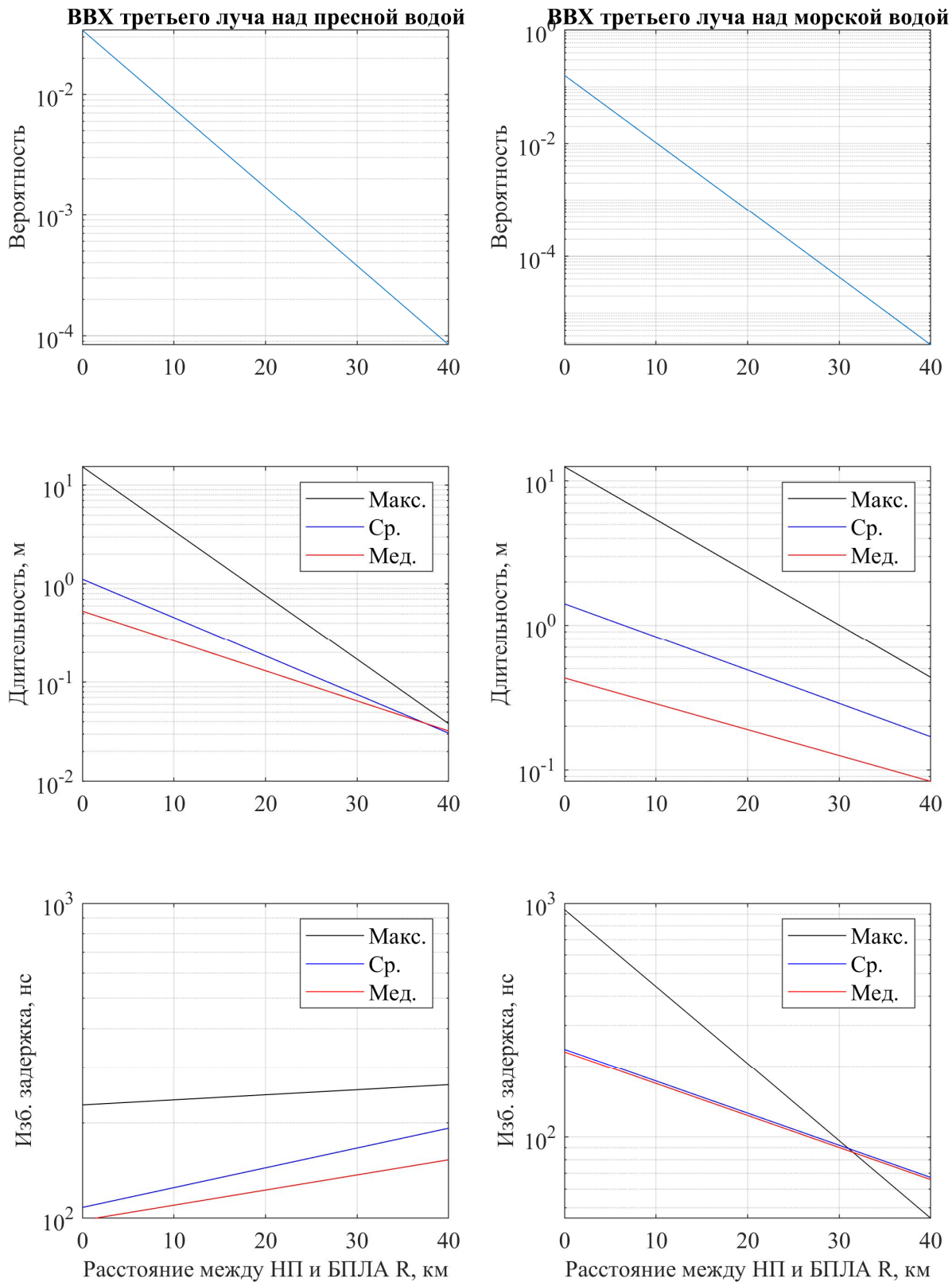


Рис. 4.15. Вероятность, длительность и избыточная задержка третьего луча над пресной и морской водой

Параметры вероятности проявления, длительности и избыточной задержки зависят от расстояния R между НП и БПЛА, измеряемого в км.

Фаза компоненты третьего луча может быть смоделирована равномерным распределением в диапазоне $[0, 2\pi)$. Амплитуда компоненты третьего луча может быть смоделирована нормальным распределением со средним значением амплитуды на $\mu_3=22,6/23,2$ дБ ниже значения амплитуды компоненты луча прямой видимости LOS и с СКО $\sigma_3=5,2/3,9$ дБ для сценария измерений над морской/пресной водой [236].

Анализ графиков позволяет сделать следующие выводы: а) вероятность появления компоненты третьего луча при полете над озером начинается с 2% и убывает с расстоянием между БПЛА и НП; б) максимальная длительность проявления компоненты третьего луча имеет порядок 10 м и убывает с расстоянием между БПЛА и НП; в) максимальная избыточная задержка компоненты третьего луча имеет порядок 10^3 м; значения избыточной задержки τ_3 для сценария полета над пресной водой слабо зависят от расстояния, лежат в пределах от 0,1 мкс до 1,1 мкс и могут быть аналитически промоделированы с параметром $\mu=17$ нс выражением [236]:

$$p(\tau_3) = 1/\mu e^{-(\tau_3-100)/\mu}. \quad (4.62)$$

Импульсная характеристика канала CIR (Channel Impulse Response) определяется выражением:

$$h(\tau, t) = \sum_i \alpha_i(t) e^{-j\varphi_i(t)} \delta[\tau - \tau_i(t)], \quad (4.63)$$

где $\alpha_i(t)$, $\varphi_i(t)$ и $\tau_i(t)$ – переменные во времени амплитуда, фаза и задержка соответственно i -й многолучевой компоненты МЛК (MPC, Multipath Component). В процессе обработки MPC выравниваются относительно компоненты луча прямой видимости LOS таким образом, что задержка компоненты LOS равна нулю.

Среднеквадратическое расширение задержки RMS-DS является мерой временной дисперсии канала и определяется выражением

$$\sigma_\tau = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{L-1} \alpha_k^2 \tau_k^2}{\sum_{k=0}^{L-1} \alpha_k^2} - \mu_\tau^2}, \quad (4.64)$$

где α_k – амплитуда k -й МЛК; L – общее число МЛК; τ_k – задержка k -й МЛК (измеряемая с точностью 20 нс в С-диапазоне и 200 нс – в L-диапазоне); μ_τ – среднее избыточная задержка, вычисляемая по формуле

$$\mu_\tau = \frac{\sum_{k=0}^{L-1} \alpha_k^2 \tau_k}{\sum_{k=0}^{L-1} \alpha_k^2}. \quad (4.65)$$

Результаты измерений [236] среднеквадратического расширения задержки RMS-DS для сценария над водой в С-диапазоне представлены в табл. 4.6. Результаты измерений RMS-DS далее приводятся только для С-диапазона, так как разрешение в 200 нс при измерениях задержки в L-диапазоне недостаточно для разделения многолучевых компонент MPC. Более того, выводы, сделанные по расширению канала во времени для С-диапазона, можно обобщить и на L-диапазон, так как среднеквадратическое расширение задержки RMS-DS не зависит от несущей частоты.

Табл. 4.6. Измерения RMS-DS для сценария над водой в С-диапазоне [236]

RMS-DS, нс	измерения над морской водой			измерения над пресной водой		
	Измерения	Усреднение за 100 PDP	Усреднение за 1000 PDP	Измерения	Усреднение за 100 PDP	Усреднение за 1000 PDP
Среднее	9,8	9,8	9,8	9,8	9,8	9,8
Медианное	9,8	9,7	9,6	9,8	9,8	9,7
Максимальное	364,7	129,3	40,9	73,3	17,7	15,2

Анализ результатов измерений среднеквадратического расширения задержки RMS-DS позволяет сделать следующие выводы [236]: значения RMS-DS начинаются с 50-70 нс на малых расстояниях и затем быстро убывают до 10 нс с ростом расстояния между БПЛА и НП; отклонения от данных величин объясняются отражениями от поверхности Земли (например, лодки, катера и корабли) и моделируются эпизодической компонентой третьего луча, процент времени проявления которой составляет 2 %.

Интервал стационарности SD является метрикой оценки пространства, в пределах которого статистические параметры радиоканал могут считаться постоянными. Радиоканал связи Земля-воздух нестационарен вследствие быстрого движения БПЛА, поэтому для анализа канала связи и обоснования показателей функционирования радиолинии AG необходимо оценить интервал стационарности, на котором канал можно рассматривать как стационарный. Известно, что потери распространения и медленные замирания проявляются на расстояниях, существенно превышающих длину волны. Интервал стационарности служит для исключения медленных замираний и потерь распространения с целью учета характера быстрых замираний на интервале, сопоставимом с длиной волны.

В системах наземной мобильной радиосвязи делается допущение об отсутствии прямой видимости NLOS и рэлеевском распределении амплитуд принимаемого сигнала [252]; расстояние, на котором медленные замирания и потери распространения можно принять постоянными, может быть от 20 до 40 длин волн.

В системах связи с БПЛА в радиоканале Земля-воздух обычны присутствие компонента луча прямой видимости LOS, что позволяет сделать допущение о райсовском распределении амплитуд принимаемого сигнала. Для оценки интервала стационарности могут быть использованы следующие методы: а) временная корреляция профиля мощности PDP (Temporal PDP Correlation Coefficient, TPCC) [253]; широкополосный метод; б) расстояние корреляционной матрицы CMD (Correlation Matrix Distance); узкополосный метод, основанный на измерениях в SIMO или MIMO системах [254]; в) метод спектральных отклонений [255]; г) корреляция медленных замираний (затенений) [256]; не подходит для радиоканала связи с БПЛА, так как при наличии компоненты прямой видимости LOS предполагается отсутствие затенений. По результатам проведенных измерений [220, 257] для оценки интервала стационарности были использованы методы временной корреляции профиля мощности TPCC и расстояния корреляционной матрицы CMD.

Для пояснения методов введем понятие мгновенной импульсной характеристики канала CIR (4.63) в момент времени t_i :

$$h(\tau, t_i) = \sum_{k=1}^{L_i} \alpha_{k,i} e^{-j\phi_{k,i}} \delta[\tau - \tau_{k,i}], \quad (4.66)$$

где i – индекс профиля мощности PDP (индекс по времени или по расстоянию); L_i – число многолучевых компонент MPC в i -м профиле PDP; $\alpha_{k,i}$ – амплитуда k -й многолучевой компоненты MPC в i -м профиле PDP. Профиль мощности принимаемого сигнала PDP в момент времени t_i определяется:

$$PDP(\tau, t_i) = \sum_{k=1}^{L_i} (\alpha_{k,i})^2 \delta(\tau - \tau_{k,i}), \quad (4.67)$$

В [253] предлагается усреднить N мгновенных (отдельных) профилей мощности PDP (4.67) для сглаживания мелкомасштабных замираний:

$$PDP_{avg,N}(\tau, t_i) = \frac{1}{N} \sum_i^{i+N-1} PDP(\tau, t_i), \quad (4.68)$$

Для усреднения в [241] было выбрано расстояние в 200λ ; число N может быть рассчитано исходя из скорости движения летательного аппарата и частоты обновления PDP; с одной стороны, число N достаточно большим, чтобы усреднить мелкомасштабные замирания, с другой стороны, N не должно быть настолько большим, чтобы отражать изменения PDP вследствие крупномасштабными эффектами РРВ. Первый метод, использовавшийся для оценки интервала стационарности, это метод временной корреляции профиля мощности TPCC; коэффициент TPCC $c(\Delta t, t_i)$ определяется из усредненного профиля мощности $PDP_{avg,N}(\tau, t_i)$ по формуле [253]

$$c(\Delta t, t_i) = \frac{\int PDP_{avg,N}(\tau, t_i) PDP_{avg,N}(\tau, t_i + \Delta t) d\tau}{\max \left\{ \int [PDP_{avg,N}(\tau, t_i)]^2 d\tau, \int [PDP_{avg,N}(\tau, t_i + \Delta t)]^2 d\tau \right\}} \quad (4.69)$$

Коэффициент (4.69) количественно характеризует сходство профилей мощности PDP в моменты времени t_i и $t_i + \Delta t$ и может принимать значения от 0 до 1; при $c(\Delta t, t_i) \rightarrow 1$ канал можно считать квазистационарным; при уменьшении коэффициента (4.69) канал становится нестационарным с быстро изменяющимися параметрами. Введем интервал стационарности:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t, \quad (4.70)$$

где v – скорость движения БПЛА; Δt – временной интервал стационарности. Под интервалом стационарности понимают такой интервал (4.70), на котором справедливо

$$c(\Delta t, t_i) > 0,9, \quad (4.71)$$

Используя выражение (4.70) можно из коэффициента временной корреляции $c(\Delta t, t_i)$ получить коэффициент пространственной корреляции.

Второй метод, использовавшийся для оценки интервала стационарности, это метод расстояния $d_c(\Delta t, t_i)$ корреляционной матрицы СМД. Коэффициент СМД может принимать значения от 0 до 1; коэффициент коллинеарности равен $(1 - \text{СМД})$ и может, по аналогии с ТРСС, принимать значения от 0 (слабая корреляция) до 1 (сильная корреляция); Для оценки СМД используется ИХ канала $h_{mn}(\tau, t_i)$, которая определяется между n -й передающей и m -й приемной антенной. Совокупность $h_{mn}(t_i)$ в домене задержки определяет комплексный узкополосный отклик канала в момент времени t_i :

$$h_{mn}(t_i) = \sum_{k=1}^{L_i} \alpha_{k,i} e^{j\varphi_{k,i}}, \quad (4.72)$$

Для конфигурации SIMO 1×2 (разнесенный прием на две антенны) отклик канала в момент времени t_i определяется выражением

$$\mathbf{h}(t_i) = \begin{bmatrix} h_{11}(t_i) \\ h_{21}(t_i) \end{bmatrix}, \quad (4.73)$$

Корреляционная матрица определяется из (4.73) по формуле

$$\mathbf{R}(t_i) = \frac{1}{N} \sum_{k=i}^{i+N-1} \mathbf{h}(t_k) \mathbf{h}^H(t_k), \quad (4.74)$$

где N – число узкополосных откликов канала, равное числу усредняемых PDP в (4.68). Коэффициент коллинеарности определяется выражением

$$\begin{aligned} collinearity(\Delta t, t_i) &= 1 - d_c(\Delta t, t_i) = \frac{tr\{\mathbf{R}(t_i)\mathbf{R}(t_i + \Delta t)\}}{\|\mathbf{R}(t_i)\|_F \|\mathbf{R}(t_i + \Delta t)\|_F} = \\ &= \frac{tr\{\mathbf{R}(t_i)\mathbf{R}(t_i + \Delta t)\}}{\sqrt{tr[\mathbf{R}^H(t_i)\mathbf{R}(t_i)]tr[\mathbf{R}^H(t_i + \Delta t)\mathbf{R}(t_i + \Delta t)]}}, \end{aligned} \quad (4.75)$$

где tr – след матрицы; $\|\cdot\|_F$ – норма Фробениуса. Под интервалом стационарности понимаю такой интервал (4.70), на котором справедливо

$$collinearity(\Delta t, t_i) > 0,9, \quad (4.76)$$

Результаты оценки интервала стационарности для сценария измерений при полете над водой представлены в табл. 4.7 [236].

Табл. 4.7. Оценка параметров SD для сценария над водой в С-диапазоне [236]

		TRCC		Коллинеарность
		Rx1	Rx2	
Параметры логнормального распределения	μ (м)	2,78	2,66	2,02
	σ (м)	0,86	0,79	0,92
Среднее	м	23,5	19,0	12,2
	λ	396,6	321,2	205,3
Медиана	м	15,2	14,4	6,4
	λ	256,1	242,0	108,4
10-й перцентиль	м	5,5	5,2	3,0
	λ	92,9	87,3	49,8
Минимальное	м	0,97	0,91	1,1
	λ	16,4	15,4	19,0

Примечание:

1. Коллинеарность – отношение параллельности векторов: два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат на параллельных прямых или на одной прямой.

2. Медиана – число, характеризующее выборку. Если все элементы выборки различны, то медиана – это такое число выборки, что ровно половина из элементов выборки больше него, а другая половина меньше него. Медианой случайной величины является такое число, что вероятность получить значение случайной величины справа от него равна вероятности получить значение слева от него (и они обе равны 1/2). Медиана является 50-м перцентилем, 0,5-квантилем или вторым квартилем выборки.

3. Перцентиль – мера, в которой процентное значение общих значений равно этой мере или меньше ее. Например, 90 % значений данных находятся ниже 90-го перцентиля, а 10 % значений данных находятся ниже 10-го перцентиля.

Анализ результатов измерений интервала стационарности для сценария измерений при полете над водой позволяет сделать следующие выводы [236]: а) медианное значения интервала стационарности составляет примерно 15 м или же 250λ (~ 15 м) в С-диапазоне, что гораздо больше $20\text{--}40\lambda$ для случая наземной мобильной радиосвязи при отсутствии прямой видимости NLOS и рэлеевском распределении амплитуд принимаемого сигнала; для других сценариев измерений (в холмистой местности и пригороде) медианное значение интервала стационарности изменяется в пределах от 10 до 35 м; для оценки К-фактора в [236] использовалось значение SD в 15 м; б) разрешить многолучевые компоненты в L-диапазоне не представлялось возможным вследствие недостаточной ширины полосы частот сигнала в 5 МГц; интервал стационарности в L-диапазоне, предположительно, больше, чем в С-диапазоне вследствие большей длины волны λ ; в) интервал стационарности, измеренный по коэффициенту TRCC в целом в два раза выше интервала SD, измеренного по коэффициенту коллинеарности; г) интервал стационарности может быть аппроксимирован логнормальным распределением $SD \sim \text{LogN}(\mu, \sigma^2)$ с параметрами μ и σ из табл. 4.7:

$$p(SD) = \frac{1}{SD \cdot \sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln SD - \mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (4.77)$$

К-фактор Райса для преимущественно двухлучевого канала связи с БПЛА над водой оценивался на интервале стационарности SD. Для оценки К-фактора Райса использовались три метода: а) K_{ML} : метод максимального правдоподобия ML (Maximum Likelihood); б) K_2 : метод второго момента [258]; в) K_4 : метод четвертого момента [259]. Аппроксимацией для оценки К-фактора (в дБ) в зависимости от R может служить выражение [236]

$$K(R) = K_0 + n_k(R - R_{min}) + Y, \quad (4.78)$$

где K_0 – константа / значение для минимального расстояния R_{min} (2,2 км в С-диапазоне и 1 км в L-диапазоне); n_k – коэффициент наклона; Y – случайная величина с нормальным распределением, нулевым средним и СКО σ_Y . Так как коэффициент наклона n_k мал, (4.78) можно упростить до $K(R) \approx K_0 + Y$ [236]. Результаты измерений и аппроксимации К-фактора в табл. 4.8 [236].

Табл. 4.8. Результаты измерений К-фактора при полете над водой [236]

		морская вода		пресная вода	
		С-диап.	L-диап.	С-диап.	L-диап.
Линейная аппроксимация	K_0 , дБ	29,9	11,7	25,5	12,8
	n_k	0,08	0,08	0,10	0,01
	σ_Y , дБ	1,7	1,1	1,7	1,5
	R_{max} , км	2,6	2,2	2,5	2,0
	R_{min} , км	24,1	24,1	28,1	28,1
Статистика измерений	Максимальное	35,6	20,7	33,0	16,5
	Минимальное	11,1	9,4	12,4	8,7
	Медианное	31,0	12,7	27,0	12,9
	Среднее	31,3	12,5	27,3	12,8
	СКО	1,8	1,2	1,8	1,5

На рис. 4.16 (скрипт 4.6) представлены графики зависимости К-фактора от расстояния между БПЛА и НП для L- и С-диапазона над пресной и морской водой, построенные по формуле (4.78) с параметрами из табл. 4.8.

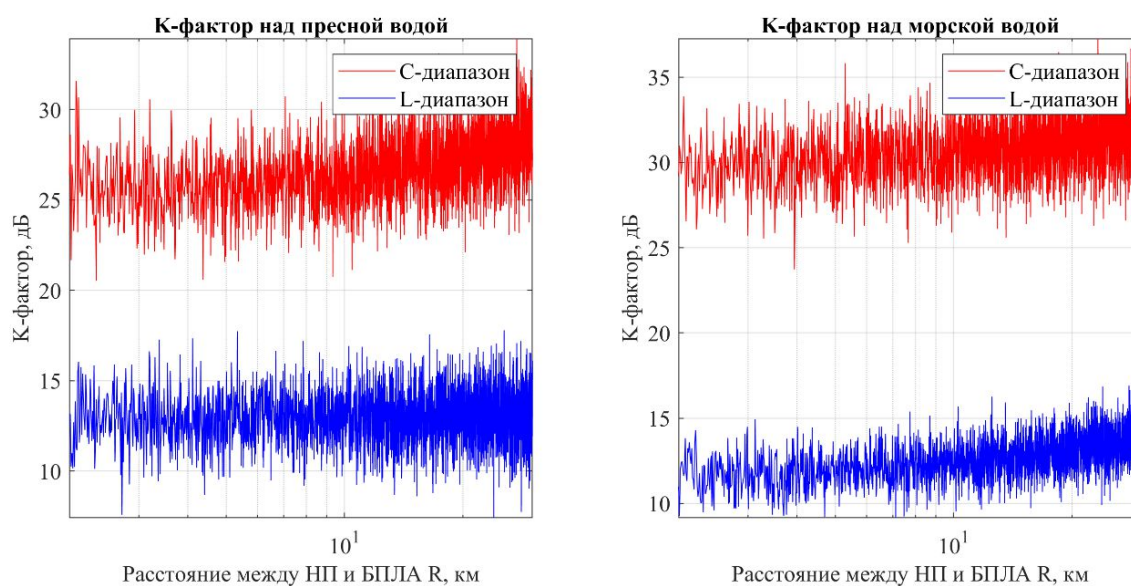


Рис. 4.16. К-фактор над пресной и морской водой

Корреляция принятых сигналов рассматривается в следующих доменах: а) в пространственном домене при приеме в одном диапазоне на разные антенны; б) в частотном домене при приеме в разных диапазонах частот. Основным интересом представляет корреляция компонент лучей прямой видимости LOS, поскольку компонента первого луча прямой видимости LOS является наиболее мощной в профиле мощности принимаемого сигнала PDP. Корреляция между LOS компонентами, принятыми с пространственным разнесением (например, в С-диапазоне), определяется как:

$$\rho_{A_{Rx1}, A_{Rx2}} = \frac{E\left[\left(A_{Rx1} - \mu_{A_{Rx1}}\right)\left(A_{Rx2} - \mu_{A_{Rx2}}\right)\right]}{\sigma_{A_{Rx1}} \sigma_{A_{Rx2}}}, \quad (4.79)$$

где $E[\cdot]$ – математическое ожидание; $A_{Rx1} = (A_{Rx1,1}, A_{Rx1,2}, A_{Rx1,i}, \dots, A_{Rx1,n})$ – амплитуда LOS компоненты приемного тракта Rx1, $A_{Rx2} = (A_{Rx2,1}, A_{Rx2,2}, A_{Rx2,i}, \dots, A_{Rx2,n})$ – амплитуда LOS компоненты приемного тракта Rx2; i – индекс профиля мощности PDP; n – длина вектора для оценки коэффициента корреляции. Оценка (4.79) выполняется в пределах интервала стационарности. Результаты экспериментальной и аналитической оценки коэффициента корреляции между компонентами луча LOS, принятыми на пространственно разнесенные антенны в С-диапазоне при разнесении 1,4 м и интервале SD=15 м для случая с замираниями и без представлены в табл. 4.9.

Табл. 4.9. Результаты измерений коэффициента корреляции при полете над водой [236]

	CE2R	CE2R с замираниями	Эксперимент
Среднее	0,89	0,62	0,60
Медианное	1,00	0,79	0,98
Максимальное	1,00	1,00	1,00
Минимальное	-0,99	-1,00	-1,00
СКО	0,34	0,40	0,64

Анализ результатов обработки измерений [236] и данных табл. 4.9 позволяет сделать следующие выводы: а) вследствие двухлучевого характера РРВ коэффициент корреляции изменяется в широких пределах от -1 до $+1$ в зависимости от расстояния между БПЛА и НП; наибольшее колебание коэффициента корреляции наблюдается на небольшом удалении БПЛА от НП, что можно объяснить ощутимой разностью хода лучей, которая уменьшается с удалением БПЛА от НП; б) аналитический учет замираний Райса не оказывает существенного влияния на оценку коэффициента корреляции; в) наличие эффекта пространственного разнесения проявляется в том, что коэффициент корреляции отличен от 1 для разных значений интервала стационарности. Междиапазонная корреляция между компонентами LOS в L и С-диапазонах довольно слабая и может быть смоделирована нормальным распределением с нулевым средним и СКО 0,3.

Выводы. Анализ результатов исследования радиоканала связи с БПЛА над водой OW (Over Water) по материалам [236] позволяет сделать следующие выводы: а) потери РРВ увеличиваются с расстоянием по закону

потерь в свободном пространстве; отклонения от потерь в свободном пространстве более 10 дБ объясняются сильной компонентой отраженного от воды луча; удовлетворительный прогноз потерь РРВ позволяет сделать двухлучевая модель РРВ над сферической поверхностью Земли CE2R; б) статистика измерений показала наличие сильной компоненты луча прямой видимости с К-фактором примерно 12 дБ в L-диапазоне и 27–30 дБ в С-диапазоне; оценка К-фактора производилась усреднением статистики принятых сигналов на так называемом интервале стационарности в 15 м, на котором корреляция принятых сигналов была не менее 0,9; наблюдаемые замирания принятого сигнала могут являться следствием шероховатости водной отражающей поверхности; учет замираний удовлетворительно моделируется райсовским распределением с соответствующими параметрами К-фактора; в) удовлетворительной моделью радиоканала связи с БПЛА над водой является двухлучевая модель, включающая компоненту луча прямой видимости и компоненту отраженного сигнала; среднеквадратическое расширение задержки невелико и лежит в пределах от 10 нс до 360 нс вследствие проявления третьей третья многолучевой компоненты MPC (Multipath Component); наличие третьего луча наблюдалось эпизодически, а его проявление можно с некоторой степенью погрешностей считать несущественным.

4.2.4. Модели радиоканала связи с БПЛА в холмах и горах

Потери распространения при полете БПЛА в холмистой местности и в горах характеризуются параметрами, представленными в табл. 4.10.

Табл. 4.10. Параметры моделей потерь РРВ при полете в холмах и горах [237]

Параметры		горы		холмы	
Диапазон		С-диап.	Л-диап.	С-диап.	Л-диап.
Потери РРВ по участку	A_0 , дБ	119,7	102,7	115,4	96,1
	N	1,7	1,6	1,8	1,8
	σ_x , дБ	2,8	3,5	2,7	3,2
	X_{max} , дБ	7,6	13,0	8,6	17,5
	F , дБ	4,5	4,8	2,3	2,1
Участки, км	R_{min}	3,4	1,8	2,4	1,3
	R_{max}	19,4	19,4	13,0	13,0

На рис. 4.17 (скрипт 4.7) представлены графики зависимости потерь от расстояния для L- и С-диапазона в холмах и горах соответственно. Анализ графиков, представленных на рис. 4.17, позволяет сделать вывод о том, что потери РРВ при полете над холмами и горами в С-диапазоне больше на ~5-15 дБ, чем в L-диапазоне, вследствие более гладкой поверхности (холмов/гор) на большей длине волны.

Также из измерений в [237] можно сделать следующий вывод: двухлучевая модель РРВ над сферической поверхностью Земли CE2R оказывается удовлетворительной аппроксимацией полученным измерениям.

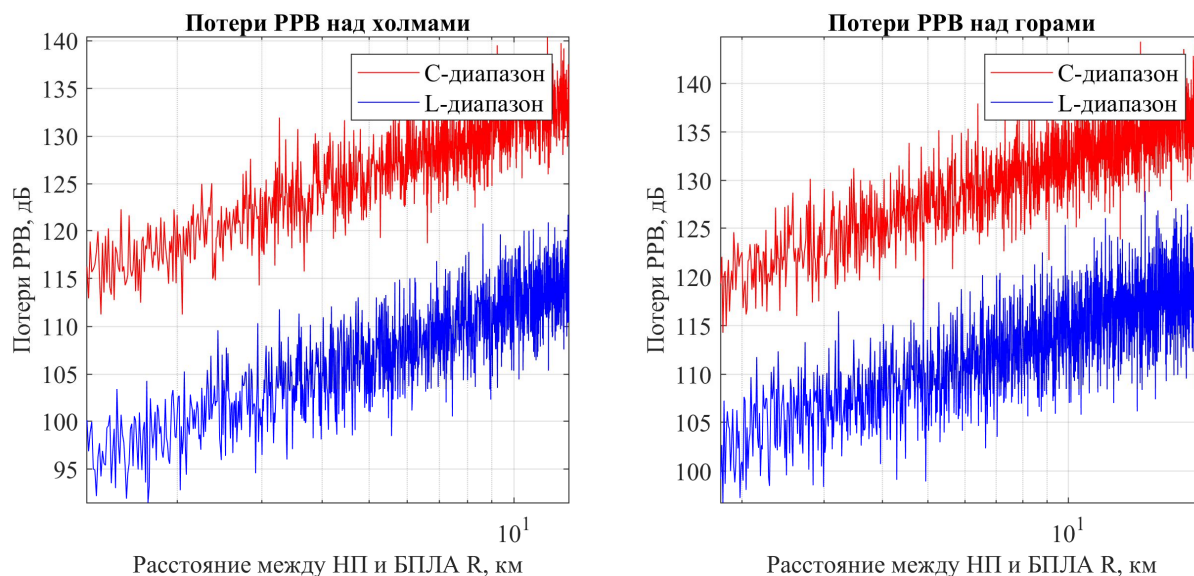


Рис. 4.17. Потери РРВ для L- и С-диапазонов над холмами и горами

Условия отражения определяются плоским участком Земли в районе Q метров в окрестности расположения антенны НП (рис. 4.18), т.е. точка отражения луча RP (Reflected Path) находится в пределах радиуса Q

$$Q = \frac{d \cdot h_G}{h_A + h_G}, \quad (4.80)$$

где h_G – высота антенны НП; h_A – высота антенны БПЛА; d – расстояние между НП и проекцией БПЛА на плоскую поверхность Земли.

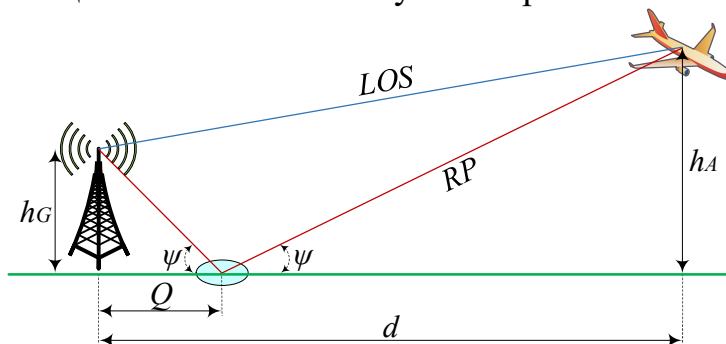


Рис. 4.18. Локальная область точки отражения

Несмотря на то, что БПЛА летает в окрестностях холмистой местности и горах, локальную область точки отражения можно считать плоской поверхностью, и, следовательно, отраженный луч сможет явным образом присутствовать. Однако в условиях холмистой местности и горах помимо отражения будет наблюдаться еще и рассеяние переданного сигнала вследствие шероховатой поверхности Земли. Двухлучевая модели потерь для плоской FE2R и сферической SE2R (4.58) поверхностей Земли могут быть использованы с учетом коэффициента шероховатости Земли [260]

$$C_r = \frac{4\pi s_g \sin(\psi)}{\lambda}, \quad (4.81)$$

где ψ – угол скольжения; λ – длина волны; s_g – стандартное отклонение высоты Земли относительно Земли вследствие шероховатости. Отражение от Земли можно считать зеркальным (угол падения равен углу отражения), когда $C_r < 0,1$; при $C_r > 10$ отражением можно пренебречь. Эффект шероховатости учитывается умножением коэффициента отражения на множитель $r_F = \exp(-C_r^2/2)$ [261]. Стандартное отклонение высоты Земли относительно Земли вследствие шероховатости s_g следует оценивать в пределах первой зоны Френеля в окрестности локальной области точки отражения. Точная оценка s_g потребует учета конкретных параметров местности и конкретных параметров h_G, h_A, d ; для сценария полета в холмистой местности и горах можно выбрать значение $s_g > 10$ м [237].

Модель учета многолучевых компонент для сценария измерений при полете в холмистой местности и горах, в отличие от сценария полета над водой, может учитывать больше трех многолучевых компонент. Общими для сценариев при полете в холмистой местности/горах и над водой являются следующие признаки: а) наличие первой и самой сильной компоненты луча прямой видимости LOS; б) наличие второй компоненты отраженного луча RP. Остальные многолучевые компоненты (3-я, 4-я, 5-я...9-я) проявляются эпизодическими и характеризуются следующими параметрами: а) вероятностью проявления многолучевой компоненты MPC; б) длительностью проявления многолучевой компоненты MPC; в) избыточной задержкой относительно компоненты луча прямой видимости. Проявление третьего луча характеризуется вероятностью, длительностью (в м) и избыточной задержкой в зависимости от расстояния между НП и БПЛА и определяется выражением [237]:

$$\lg[p(R)] = C_0 + n_y R + Z, \quad (4.82)$$

где параметры C_0, n_y, Z представлены в табл. 4.11, а R измеряется в км.

Табл. 4.11. Характеристики проявления третьего луча над холмами и горами [237]

		C_0	n_y	σ_z	
Холмы	Вероятность появления	0,0622	-0,0473	0,2566	
	Длительность	Макс.	3,066	-0,078	0,4927
		Среднее	0,4781	-0,038	0,2114
		Медиан.	-0,2479	-0,076	0,2049
	Избыточная задержка	Макс.	4,0273	0,0098	0,1615
		Среднее	2,6440	-0,0029	0,0645
Медиан.		2,8182	-0,0439	0,1738	
Горы	Вероятность появления	-0,1878	-0,0656	0,2717	
	Длительность	Макс.	2,3326	-0,0632	0,5393
		Среднее	0,4284	-0,0427	0,3092
		Медиан.	-0,6969	-0,0237	0,3312
	Избыточная задержка	Макс.	3,4999	0,0003	0,6499
		Среднее	2,2658	0,0008	0,1915
Медиан.		2,0434	0,0005	0,0734	

На рис. 4.19 (скрипт 4.8) представлены графики зависимости вероятности и длительности проявления третьего луча от расстояния для сценария измерений при полете над пресной и морской водой соответственно.

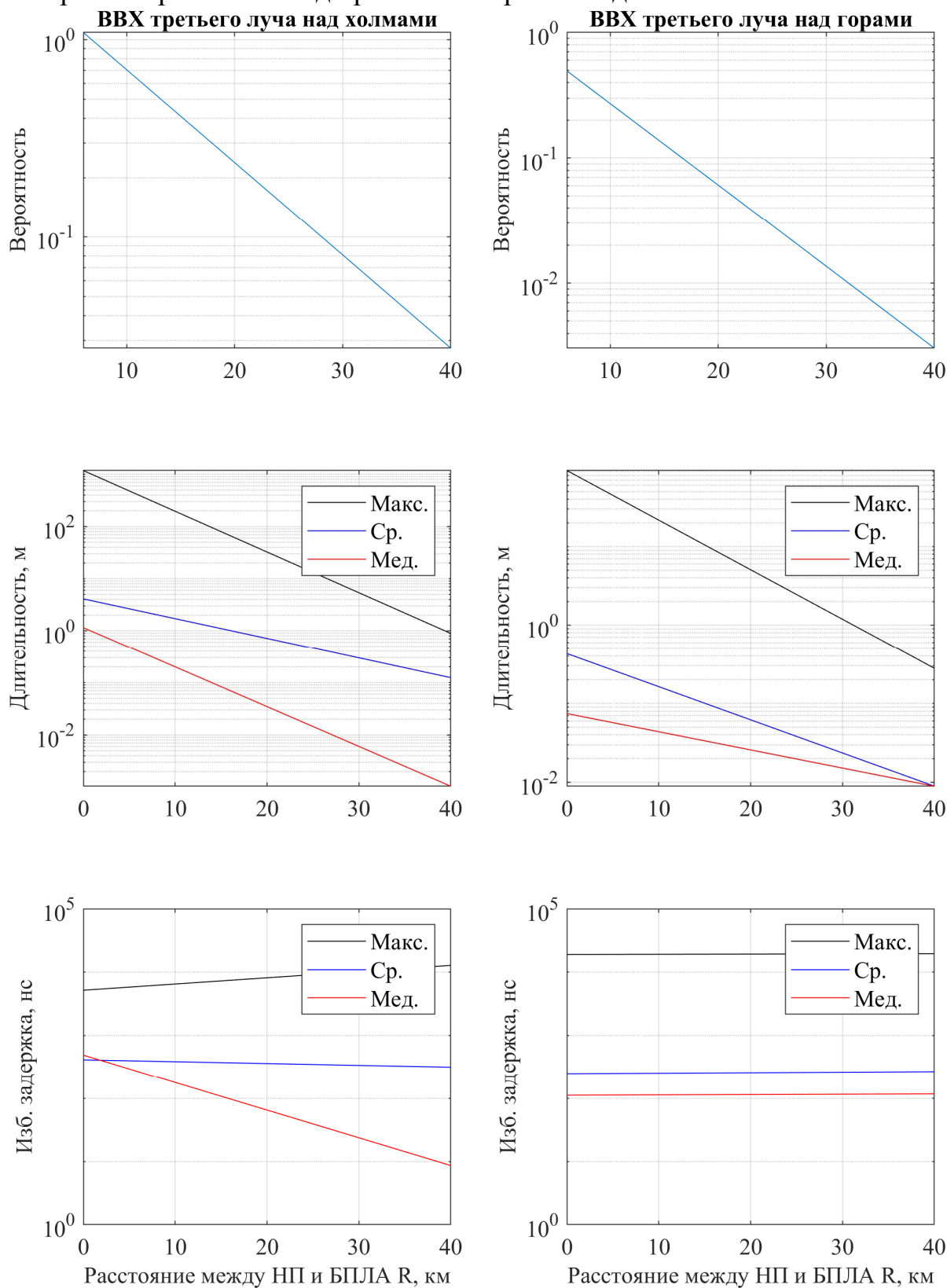


Рис. 4.19. Вероятность, длительность и избыточная задержка третьего луча над холмами и горами

Анализ графиков, представленных на рис. 4.19, позволяет сделать следующие выводы: а) при небольшом удалении БПЛА от НП компонента третьего луча присутствует с достаточной вероятностью; с увеличением расстояния R вероятность ее проявления убывает; б) длительность наблюдения компоненты третьего луча имеет максимальное значение порядка 10^4 и убывает с увеличением расстояния между БПЛА и НП; в) максимальная избыточная задержка компоненты третьего луча имеет порядок 10^4 нс и слабо зависит от расстояния между БПЛА и НП.

Среднеквадратическое расширение задержки. Результаты измерений среднеквадратического расширения задержки RMS-DS при полете в холмистой местности и горах представлены в табл. 4.12.

Табл. 4.12. Результаты измерений RMS-DS над холмами и горами для С-диапазона [2]

Параметры измерений	Местность	Горы	Холмы
	Разность высоты антенн БПЛА и НП, м	1160-1588	788-790
RMS-DS, нс	Среднее	10,1	19,3
	Медианное	9,8	11,7
	Максимальное	177,4	1044,3
	СКО	4,4	51,1

Анализ результатов измерений, представленных в табл. 4.12 позволяет сделать следующие выводы: а) среднеквадратическое расширение задержки RMS-DS может достигать максимальных значений в 180 нс в горах и порядка 1 мкс в холмистой местности и обусловлено наличием отражений от условий местности; б) среднее значение среднеквадратического расширения задержки RMS-DS составляет порядка 10–20 нс, что соответствует разности хода лучей 30–60 м; в) высокие значения RMS-DS обусловлены отражениями от значительных препятствий.

К-фактор Райса. Результаты измерений и аппроксимации К-фактора (4.78) при полете в холмистой местности и горах представлены в табл. 4.13.

Табл. 4.13. Результаты измерений К-фактора над холмами и горами [237]

		ГОРЫ		ХОЛМЫ	
		С-диап.	L-диап.	С-диап.	L-диап.
Линейная аппроксимация	K_0 , дБ	29,9	12,4	27,4	12,9
	ρ_K	-0,02	0,06	0,16	-0,02
	σ_K , дБ	2,2	1,0	2,1	0,8
	R_{max} , км	3,4	1,9	3,3	2,8
	R_{min} , км	47,5	47,5	13,0	13,0
Статистика измерений	Максимальное	40,5	16,6	35,3	16,9
	Минимальное	23,1	5,1	22,2	4,0
	Медианное	29,5	13,8	28,8	12,7
	Среднее μ	29,4	13,8	28,8	12,8
	СКО σ	2,1	1,3	2,0	0,8

Анализ данных табл. 4.13 позволяет сделать следующий вывод: в радиоканале связи с БПЛА для сценария измерений при полете в холмистой

местности и горах присутствует существенная компонента луча прямой видимости, характеризуемая К-фактором со средним значением в 29,4 дБ для С-диапазона. Представленные выше результаты применимы для относительно небольшого удаления БПЛА от НП и высоте подъема антенны НП, сопоставимой с высотой полета БПЛА [237]; при значительном удалении БПЛА от НП и заданных по ТЗ высоте подъема антенны НП 10 м и высоте полета БПЛА 5000 м возможно уменьшение К-фактора Райса вследствие уменьшения разности хода прямого и отраженного лучей.

Корреляция принятых сигналов. Результаты экспериментальной оценки коэффициента корреляции в С- и L-диапазоне для сценария измерений при полете в холмистой местности и горах представлены в табл. 4.14.

Табл. 4.14. Медианные значения коэффициента корреляции [237]

Медианные значения коэффициента корреляции	С-диапазон	L-диапазон
Холмы	0,86	0,91
Горы	0,85	0,99

Из анализа данных в табл. 4.14 следует, что в С-диапазоне и L-диапазоне медианное значение коэффициента корреляции как для условий холмистой местности, так и для гор превышает 0,85, поэтому выигрыш от пространственного разнесения отсутствует. Междиапазонная корреляция при полете в холмистой местности и горах, как и для сценариев над водой, хорошо моделируется нормальным распределением с нулевым средним и СКО 0,3, что позволяет говорить о возможном выигрыше частотного разнесения.

Выводы. Анализ результатов исследования радиоканала связи с БПЛА в холмистой местности и горах по материалам [237] позволяет сделать следующие выводы: а) потери РРВ описываются выражениями (4.56)–(4.58) с соответствующими коэффициентами, представленными в табл. 4.10; компонента отраженного луча в общем оказывается слабее, чем для сценария полета БПЛА над водой; сильная отраженная компонента наблюдается лишь на некоторых участках полета БПЛА и зависит от степени шероховатости поверхности вблизи ограниченного участка расположения НП; б) статистика измерений показала наличие сильной компоненты луча прямой видимости с К-фактором примерно 12,8 дБ в L-диапазоне и 29,4 дБ в С-диапазоне; сам К-фактор показал слабую зависимость от расстояния между БПЛА и НП; в) корреляция сигналов, принятых на пространственно разнесенные антенны (разнесение на 1,8 м) на борту БПЛА оказалась довольно сильной и составила порядка 0,85; сигналы на частотах L- и С-диапазона показали слабую корреляцию; г) среднеквадратическое расширение задержки невелико и лежит в пределах 10–20 нс, что соответствует разности хода лучей 30–60 м; RMS-DS достигает максимального значения 180 нс в горах и 1 мкс в холмах; наличие до семи дополнительных лучей, помимо прямого и отраженного луча наблюдалось эпизодически, а их проявление можно с некоторой степенью погрешностей считать несущественным.

4.2.5. Модели радиоканала связи с БПЛА в городе и пригороде

Потери распространения для города и пригорода характеризуются параметрами, представленными в табл. 4.15.

Табл. 4.15. Параметры потерь РРВ для сценария измерений в городе и пригороде [238]

Параметры		Город		Пригород	
Диапазон		С-диап.	Л-диап.	С-диап.	Л-диап.
Потери РРВ по участку	A_0 , дБ	110,4	99,4	116,7	98,2
	n	2,0	1,7	1,5	1,7
	σ_x , дБ	3,2	2,6	2,9	3,1
	F_A , дБ	2,3	1,8	0,0	1,1
CE2R	B , дБ	-0,6	1,4	-0,5	1,8
	F , дБ	2,3	1,8	0,0	1,1
Участки, км	R_{\min}	1,7	1,6	2,6	1,3
	R_{\max}	19,0	19,0	16,9	16,9

На рис. 4.20 (скрипт 4.9) представлены графики зависимости потерь от расстояния для L- и С-диапазона в городе и пригороде соответственно.

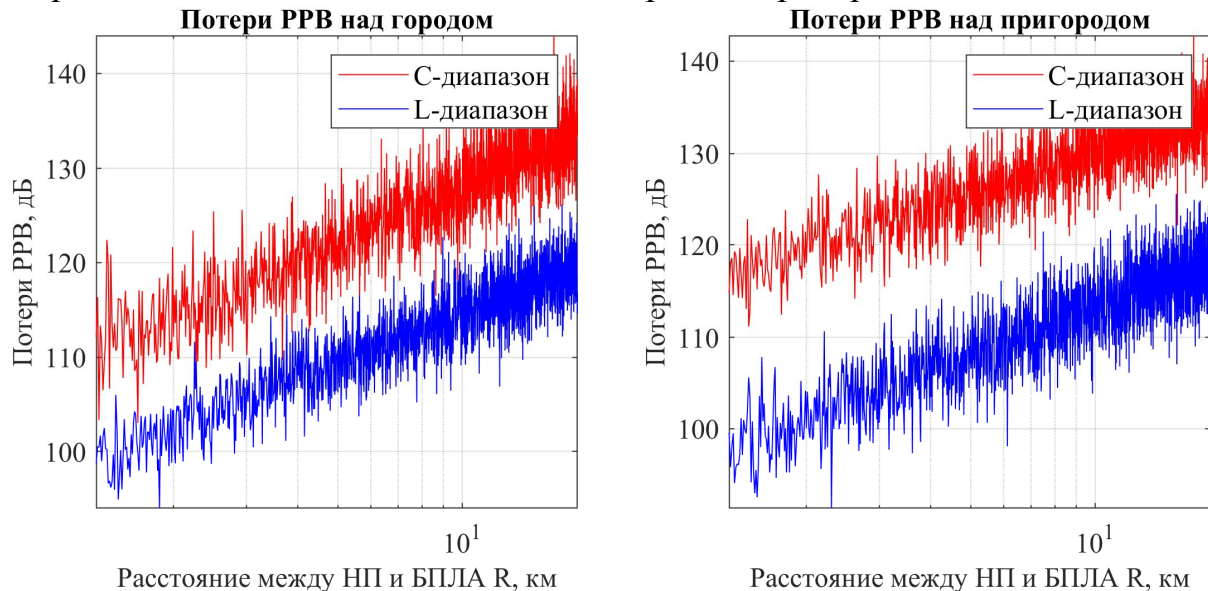


Рис. 4.20. Потери РРВ для L- и С-диапазонов в городе и пригороде

Учет многолучевых компонент. Модель учета многолучевости для сценария измерений при полете в городе и пригороде также, как и в холмистой местности/горах, может учитывать больше трех многолучевых компонент. Общими для сценариев при полете в городе/пригороде и холмистой местности/горах являются следующие признаки: а) наличие первой и самой сильной компоненты луча прямой видимости LOS; б) наличие второй компоненты отраженного луча RP. Остальные многолучевые компоненты (3-я, 4-я, 5-я...9-я) проявляются эпизодическими и характеризуются следующими параметрами: а) вероятностью проявления многолучевой компоненты MPC; б) длительностью проявления многолучевой компоненты MPC; в) избыточной задержкой относительно компоненты луча прямой видимости.

На рис. 4.21 (скрипт 4.10) представлены графики зависимости вероятности, длительности и избыточной задержки проявления третьего луча от расстояния для сценария измерений при полете над городом и пригородом.

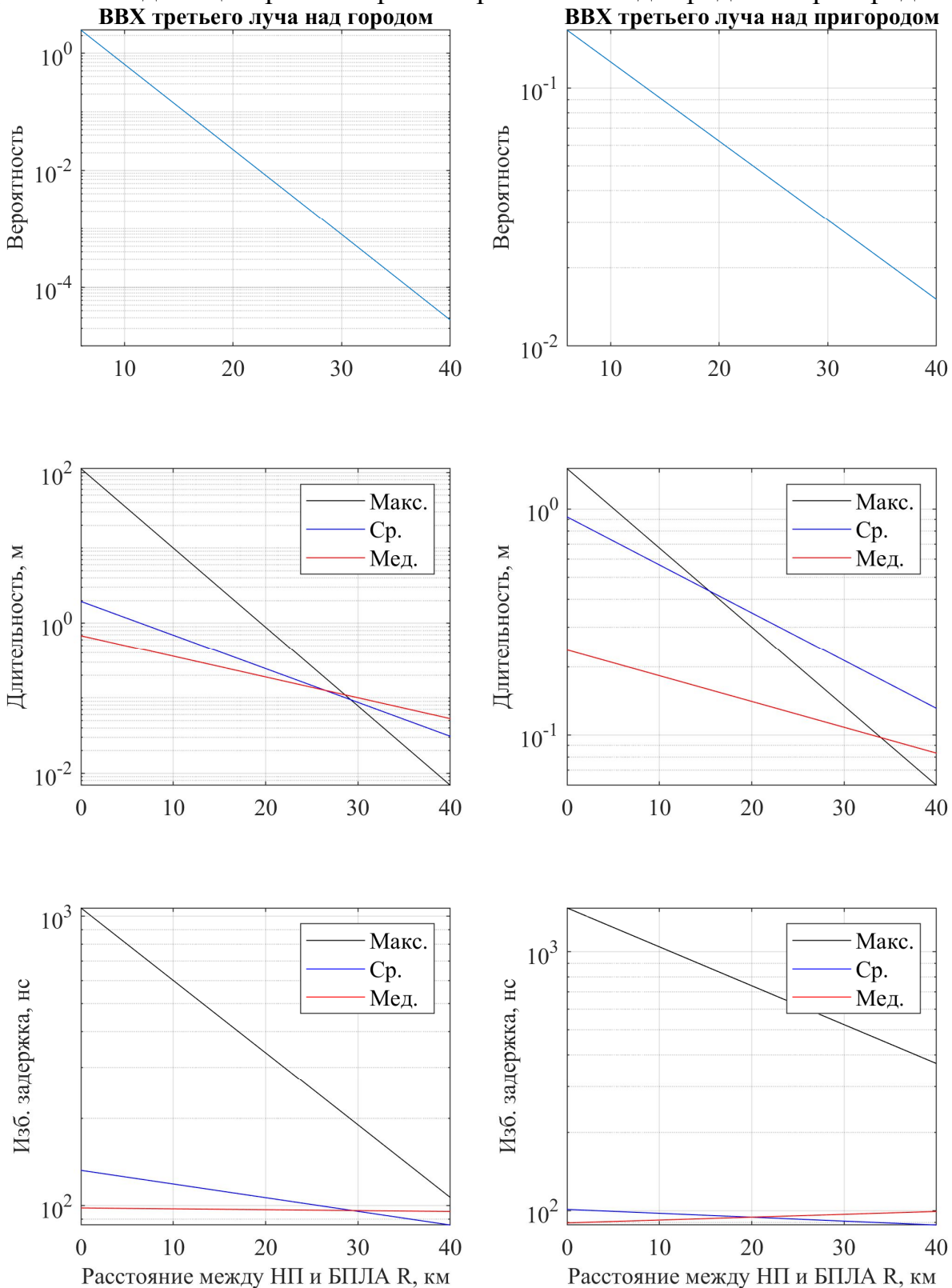


Рис. 4.21. Вероятность, длительность и избыточная задержка третьего луча над городом и пригородом

Проявление третьего луча характеризуется вероятностью, длительностью (в м) и избыточной задержкой в зависимости от расстояния между НП и БПЛА и определяется выражением (4.82), где параметры C_0 , n_y , Z представлены в табл. 4.16, а R измеряется в км.

Табл. 4.16. Характеристики проявления третьего луча над городом и пригородом [238]

		C_0	n_y	σ_z	
Город	Вероятность появления	0,4480	-0,1457	0,8213	
	Длительность	Макс.	2,7534	-0,1053	0,6443
		Среднее	0,5513	-0,0450	0,2699
		Медиан.	-0,2195	-0,0277	0,1715
	Избыточная задержка	Макс.	3,0764	-0,0250	0,2537
		Среднее	2,3210	-0,0047	0,1189
Медиан.		2,1435	-0,0003	0,0877	
Пригород	Вероятность появления	-1,5633	-0,0307	0,2717	
	Длительность	Макс.	1,3461	-0,0350	0,6743
		Среднее	-0,0433	-0,0212	0,4463
		Медиан.	-0,8198	-0,0114	0,4323
	Избыточная задержка	Макс.	2,7747	-0,0150	0,5905
		Среднее	2,1733	-0,0015	0,1589
Медиан.		2,0365	-0,0011	0,0417	

Анализ графиков, представленных на рис. 4.21, позволяет сделать следующие выводы: а) при небольшом удалении БПЛА от НП компонента третьего луча присутствует с достаточной вероятностью; с увеличением расстояния R вероятность ее проявления убывает; б) длительность наблюдения компоненты третьего луча имеет максимальное значение порядка 10^2 м и убывает с увеличением расстояния между БПЛА и НП; в) максимальная избыточная задержка компоненты третьего луча имеет порядок 10^3 нс и убывает с расстоянием между БПЛА и НП.

Среднеквадратическое расширение задержки. Результаты измерений среднеквадратического расширения задержки RMS-DS при полете в пригороде представлены в табл. 4.17 [238].

Табл. 4.17. Результаты измерений RMS-DS над городом пригородом [238]

Параметры измерений	Район	Город	Пригород
		Разность высот антенн БПЛА и НП, м	535-539
RMS-DS, нс	Среднее	12,8	59,6
	Медианное	10,6	11,0
	Максимальное	217,5	4242,9

Анализ результатов измерений, представленных в табл. 4.17 позволяет сделать следующие выводы: а) в отличие от сценариев измерений при полете над водой и в холмистой местности/горах в сценарии города и пригорода многолучевость проявляется сильнее; среднеквадратическое расширение задержки RMS-DS может достигать максимальных значений порядка 4 мкс в пригороде; б) среднее значение RMS-DS от 10 нс до 60 нс.

К-фактор Райса. Результаты измерений и аппроксимации К-фактора (4.78) для при полете в городе и пригороде представлены в табл. 4.18.

Табл. 4.18. Результаты измерений К-фактора в городе и пригороде [238]

		Город		Пригород	
		С-диап.	Л-диап.	С-диап.	Л-диап.
Линейная аппроксимация	K_0 , дБ	26,0	13,0	27,6	12,5
	n	0,12	-0,10	0,09	0,10
	σ_x , дБ	1,6	2,3	2,3	1,1
	R_{max} , км	1,9	1,7	1,7	0,9
	R_{min} , км	19,0	19,0	41,4	41,4
Статистика измерений, дБ	Максимальное	33,7	14,7	40,2	20,5
	Минимальное	12,3	-86,2	7,9	6,5
	Медианное	27,4	12,0	28,7	13,8
	Среднее μ	27,5	12,4	28,6	13,7
	СКО σ	1,8	2,3	2,4	1,5

Анализ данных табл. 4.18 позволяет сделать следующие выводы: а) медианное значение К-фактора в пригороде для Л-диапазона лежит в пределах от 13,2 до 14,7 дБ, для С-диапазона от 27,5 до 29,6 дБ; в городе для Л-диапазона 12 дБ, для С-диапазона 27,4 дБ; б) меньшие значения К-фактора Л-диапазоне можно объяснить более существенной отраженной компонентой вследствие большей длины волны Л-диапазона по сравнению с С-диапазоном; в) представленные значения К-фактора для сценария измерений в городе/пригороде сопоставимы со значениями для сценария измерений при полете над водой и горах/холмах.

Для корреляции принятых сигналов можно сделать выводы аналогичные выводам для сценариев полета над водой и в холмах/горах.

Выводы. Анализ результатов исследования радиоканала связи с БПЛА в городе и пригороде по материалам [238] позволяет сделать следующие выводы: а) потери РРВ описываются выражениями (4.56)–(4.58) с соответствующими коэффициентами; показатель потерь РРВ от 1,5 до 2, что, вообще говоря, необычно для условий РРВ в пригороде; стандартное отклонение уровня принимаемого сигнала от среднего значения составляет не более 3,2 дБ; б) статистика измерений показала наличие сильной компоненты луча прямой видимости с К-фактором 13,2–14,7 дБ в Л-диапазоне и 27,5–29,6 дБ в С-диапазоне; в) пространственная корреляция сигналов на борту БПЛА оказалась довольно сильной и составила более 0,85, что позволяет усомниться в целесообразности реализации методов разнесенного приема на борту БПЛА; междианная корреляция отсутствует: сигналы, принятые в Л- и С-диапазонах не коррелированы; г) RMS-DS в С-диапазоне велико и лежит в пределах 10-60 нс, что соответствует разности хода лучей 30-60 м, однако может достигать порядка 4 мкс; наличие дополнительных лучей, помимо прямого и отраженного наблюдалось эпизодически, а их проявление можно считать несущественным.

4.2.6. Выводы

В настоящем разделе была рассмотрена двухлучевая модель над плоской и сферической поверхностью Земли, как наиболее подходящая для радиоканала связи с БПЛА; далее был проведен обзор моделей радиоканала связи между НП и БПЛА по материалам экспериментальных исследований под эгидой НАСА [220–238]. Для формализации моделей радиоканала было выполнено их подразделение на различные сценарии функционирования: над водой, в холмистой местности/горах и в городе/пригороде. В качестве параметров моделей были рассмотрены: а) потери распространения; б) вероятностно-временные характеристики (ВВХ) многолучевых компонент; в) среднеквадратическое расширение задержки RMS-DS; г) интервал стационарности SD; д) К-фактор Райса; е) корреляция сигналов.

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы по рассмотренным параметрам: а) потери распространения удовлетворительно описываются двухлучевой моделью; отклонения от потерь в свободном пространстве объясняются сильной компонентой отраженного луча; потери в С-диапазоне больше на ~5-15 дБ, чем в L-диапазоне вследствие более гладкой отражающей поверхности на большей длине волны; б) в радиоканале присутствуют прямой и отраженный лучи; для сценариев в холмах/горах и городе/пригороде помимо двух лучей могут дополнительно эпизодически проявляться до 7 многолучевых компонент MPC, которые описываются вероятностно-временными характеристиками (вероятностью, длительностью и избыточной задержкой) в зависимости от расстояния между НП и БПЛА; наличие дополнительных MPC, помимо прямого и отраженного луча, наблюдается эпизодически, и их проявление можно с некоторой степенью погрешностей считать несущественным; в) среднеквадратическое расширение задержки RMS-DS лежит в пределах от 10 нс, что соответствует разности хода лучей 30 м, однако может достигать максимальных значений порядка 4 мкс; г) усреднение статистик принятых сигналов выполнялось в интервале стационарности 15 м, на котором корреляция принятых сигналов была не менее 0,9; д) статистика измерений показала наличие сильной компоненты луча прямой видимости с К-фактором примерно 12 дБ в L-диапазоне и 25–30 дБ в С-диапазоне; меньшие значения К-фактора в L-диапазоне можно объяснить более существенной отраженной компонентой вследствие большей длины волны L-диапазона; е) пространственная корреляция на борту БПЛА, оказалась довольно сильной и составила порядка 0,85, что позволяет усомниться в целесообразности реализации методов разнесенного приема на борту БПЛА; междиапазонная корреляция отсутствует.

Для задач позиционирования многолучевость можно трактовать как дискретную, включающую компоненту луча прямой видимости и компоненту отраженного сигнала, которую необходимо учитывать при позиционировании в условиях неравномерного рельефа местности.

4.3. Локальные системы позиционирования РДМ и УМ

4.3.1. Особенности локальных систем позиционирования

Сложность позиционирования источника радиоизлучения (ИРИ) в условиях неоднородного рельефа местности определяется рядом обстоятельств, в числе которых невозможность размещения пунктов приема (ПП) в пространстве так, чтобы достигалась необходимая точность определения местоположения (ОМП), а также вероятное отсутствие прямой видимости NLOS между ПП и ИРИ. Использование глобальных навигационных спутниковых систем ГНСС может быть затруднено вследствие особенностей рельефа местности, либо невозможно, так как в некоторых сценариях ОМП задача обнаружения и локализации ИРИ должна решаться пассивно так, чтобы процесс позиционирования остался незамеченным для объекта ОМП.

Системы позиционирования определяют координаты ИРИ по отношению к некоторой известной системе координат и разделяются на системы глобального и локального позиционирования (рис. 4.22).

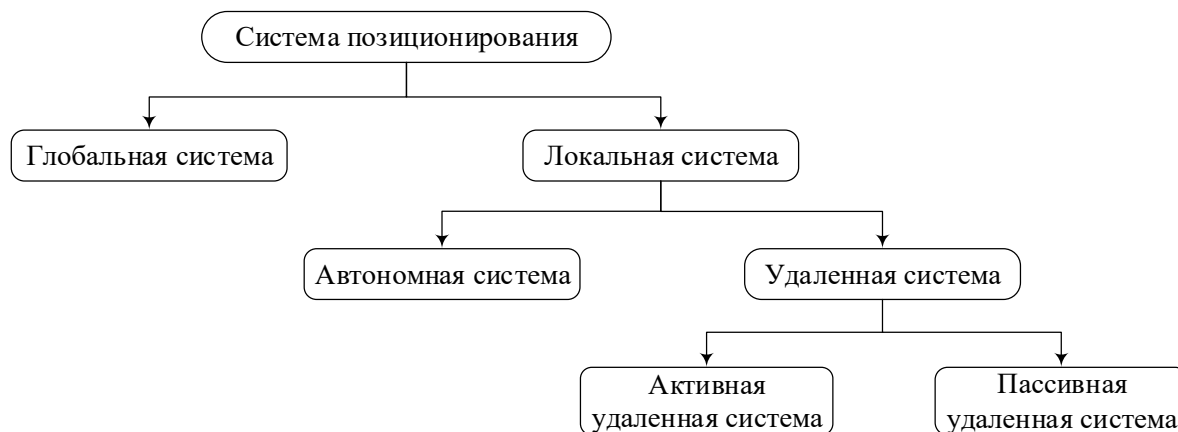


Рис. 4.22. Классификация систем позиционирования [124]

Глобальные системы позиционирования позволяют устройству определять собственное местоположение в глобальном масштабе. Локальные системы позиционирования LPS (Local Positioning System) являются относительными системами ОМП и могут быть разделены на автономные и удаленные системы позиционирования. Автономные системы позволяют объекту определять своё местоположение по отношению к статической точке в любой момент времени и места; примером таких систем является инерциальная навигационная система INS (Inertial Navigation System). Удаленные системы позиционирования позволяют объекту определять относительное местоположение других объектов, расположенных в зоне его покрытия. Удаленные системы позиционирования, в свою очередь, можно разделить на системы активного и пассивного позиционирования. В первом случае, объект считается активным и участвует в процессе позиционирования, в то время как, во втором случае, объект пассивен и в процессе ОМП не участвует. Примером активных систем является радиочастотная идентификация

RFID (Radio Frequency Identification), беспроводные локальные системы позиционирования WLPS (Wireless Local Positioning Systems), системы безопасности транспортного движения и предупреждения столкновений TCAS (Traffic Alert and Collision Avoidance Systems). Примером пассивных систем являются системы пассивной геолокации/радиолокации (Radar) и системы технического зрения/обработки данных визуального контроля (Vision).

На сегодняшний день работают две ГНСС: ГЛОНАСС и GPS. Также развиваются китайская Beidou и индийская IRNSS (Indian Regional Navigational Satellite System) региональные спутниковые системы. Вне зависимости от глобального или регионального статуса, в основе работы ГНСС лежит измерение расстояния от антенны на объекте, координаты которого необходимо получить, до спутников, положение которых известно с большой точностью; зная расстояния до нескольких спутников системы можно вычислить положение объекта в пространстве с помощью обычных геометрических построений. Основными недостатками ГНСС являются следующие. Во-первых, существует ряд условий, в которых сигнал ГНСС или вовсе не доходит до приемника или же приходит с существенной задержкой или искажением, в результате чего становится практически невозможно определить местоположение внутри помещений, в особенности, в глубине квартиры внутри железобетонного здания, в подвале или в тоннеле. Более того, вследствие того, что несущая частота ГНСС лежит в дециметровом диапазоне радиоволн, уровень сигнала от спутников существенно ослабляется в условиях плотной листвы деревьев, а также из-за большой облачности. Во-вторых, к условиям ограничения применимости ГНСС относится уязвимость ее сигналов к воздействию различных помех, когда штатному радиоприему могут препятствовать помехи от наземных источников радиоизлучения, в том числе, источников преднамеренно создаваемых помех. Таким образом, остаются актуальными методы и средства позиционирования с использованием альтернативных ГНСС локальных систем ОМП. В табл. 4.19 представлено сравнение показателей глобальных и локальных систем ОМП.

Актуальной тенденцией в области технологий ОМП является разработка локальных систем позиционирования. Основными методами, применяемыми в подобных системах, являются следующие: а) дальномерный метод ТОА (Time of Arrival), основанный на измерении расстояний от источника радиоизлучения до пунктов приема; б) угломерный метод (УМ) АОА (Angle of Arrival), основанный на измерении угла прихода сигнала от источника радиоизлучения на пункты приема; в) разностно-дальномерный метод (РДМ) TDOA (Time Difference of Arrival), основанный на измерении разностей расстояний от источника радиоизлучения до пунктов приема; г) гибридный метод, основанный на комбинации двух или более методов.

Далее рассмотрим особенности локальных систем позиционирования разностно-дальномерным и угломерным методами с БПЛА.

Табл. 4.19. Сравнение глобальных и локальных систем позиционирования [124]

		Точность, м	Наличие LOS / отсутствие NLOS прямой видимости	Среда функционирования	Энергопотребление	Позиционирование одного / нескольких объектов	Число опорных станций	Подвижная/стационарная опорная станция	Абсолютное / относительное позиционирование		
Глобальные системы позиционирования		GPS	H	LOS	O	VL	M	4	D	A	
		AGPS	H-M	LOS	O, I	VL	M	4	D	A	
Локальные системы позиционирования	Автономная система	INS	VH-VL	NLOS	O, I	M-H	N/A	N/A	N/A	A	
	Удаленные	Активные	RFID	H	LOS/NLOS	I	VL	M	3	S	R
			WLPS	зависит от приложения	LOS	O, I	зависит от приложения	S	1	D	R
			TCAS	L-VL	LOS	O	VH	S	1	D	R
			WLAN	H-M	LOS/NLOS	O, I	L	M	3	S	R
			Пассивные	Vision	VH-H	LOS	O, I	M	S	1	D
	Radar	VH		LOS	O, I	H	S	1	D	R	

Примечание:

Точность, м: VH (Very High): <1; H (High): 1–5; M (Medium): 5–30; L (Low): 30–50; VL (Very Low): >50.

Среда функционирования: O (Outdoor) – снаружи помещений; I (Indoor) – внутри помещений.

Энергопотребление, Вт: VL (Very Low): <1; L (Low): 1–10; M (Moderate): 10–50; H (High): 50–200; VH (Very High): >200.

Позиционирование одного / нескольких объектов: M (Multi): нескольких объектов; S (Single): одного объекта.

Подвижная/стационарная опорная станция: D (Dynamic): подвижная опорная станция; S (Static): стационарная опорная станция.

Абсолютное / относительное позиционирование: A (Absolute): абсолютное; R (Relative): относительное позиционирование.

4.3.2. Особенности РДМ и УМ с использованием БПЛА

Угломерный метод (УМ) исторически появился одним из первых и реализовывал пассивную пеленгацию ИРИ посредством нескольких пунктов приема (ПП). УМ основан на измерении угловых координат ИРИ с помощью нескольких ПП с известными координатами, которые расположены в различных точках пространства, а также на использовании тригонометрических соотношений. По сравнению с дальномерными методами позиционирования, основанными на измерении временных параметров ТОА и TDOA, УМ метод АОА не требует синхронизации с ИРИ и между ПП. Для практической реализации УМ ПП должны быть оборудованы направленными антеннами или антенными решетками (АР). Позиционирование УМ в трехмерном пространстве (3D) осуществить значительно сложнее, чем на плоскости (2D), так как функциональные зависимости для азимута и угла места, связывающие МП ИРИ и ПП, независимы друг от друга. При ОМП УМ требуется определить три угловых координаты ИРИ в разных ПП. Это могут быть один азимут и два угла места, или же два азимута и один угол места, как показано на рис. 4.23; в таком случае местоположение ИРИ будет определено как точка пересечения трех плоскостей, задаваемых этими углами.

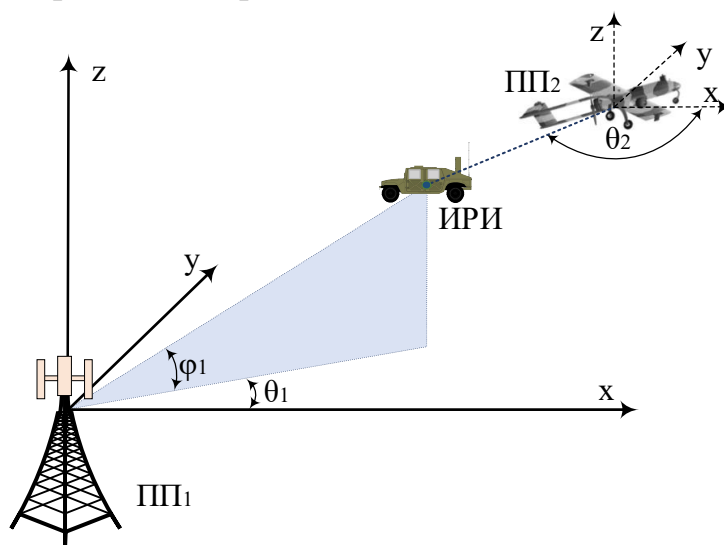


Рис. 4.23. УМ в 3D с использованием БПЛА

Преимуществом УМ является достаточность использования двух ПП для определения координат ИРИ в пространстве. Если один из ПП на борту БПЛА, то в каждый момент измерений при полете БПЛА может быть получена оценка МП ИРИ (рис. 4.23). Недостатком УМ является рост погрешности ОМП с увеличением дальности ИРИ от ПП, а также наличие ложных оценок при нескольких ИРИ; дополнительным ограничением УМ является необходимость использования направленных антенн или адаптивных АР. Также в связи с наличием эффекта многолучевого распространения радиоволн (МРРВ) не всегда получается отличить прямой сигнал ИРИ от переотраженных, что, однако, присуще большинству методов ОМП.

Разностно-дальномерный метод (РДМ) основан на корреляционной обработке при измерениях разностей времен прихода сигнала от ИРИ до ПП, на основе которых вычисляются разности дальностей от ИРИ до каждого ПП. Для оценки координат ИРИ на плоскости (2D) требуется не менее 3 ПП, а в пространстве (3D) не менее 4 ПП. На рис. 4.24 представлен пример позиционирования РДМ с использованием одного наземного стационарного ПП и одного подвижного ПП на борту БПЛА в моменты времени t_1 , t_2 и t_3 : для случая неподвижного ИРИ три разности расстояний $(R_{2,1}-R_1)$, $(R_{2,2}-R_1)$, $(R_{2,3}-R_1)$ образуют три гиперboloида вращения в пространстве, пересечение которых определит МП ИРИ.

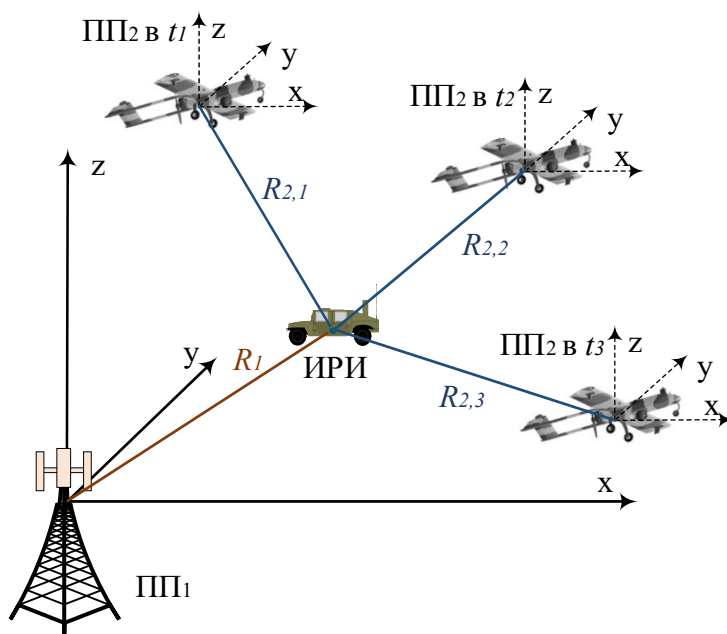


Рис. 4.24. РДМ в 3D с использованием БПЛА

Точность РДМ возрастает с увеличением базы, т.е. расстояния между ПП. Местоположение ИРИ определяется как точка пересечения двух гипербол на плоскости (2D) и точка пересечения трех гиперboloидов вращения с фокусами в точках расположения ПП в трехмерном пространстве (3D). В отличие от УМ, РДМ требует для своей реализации аппаратуры обработки широкополосных сигналов и подсистемы синхронизации всех ПП. Однако, в последнее время, по мере развития элементной базы, данные требования перестали представлять существенные ограничения. Во многом по этой причине РДМ в настоящее время принят в качестве одного из основных для локальных систем позиционирования. Кроме того, известно, что разностно-дальномерный метод обеспечивает наиболее высокую точность ОМП в том случае, если линии положения пересекаются под углами, близкими к 90 градусам. К достоинствам РДМ систем позиционирования можно отнести то, что для них нет необходимости создавать сложную антенную систему, позволяющую производить точные измерения угла прихода сигнала. Недостатком РДМ является необходимость синхронизации работы всех ПП.

Комбинированные методы позиционирования, например TDOA/AOA используют для повышения точности ОМП ИРИ. Применение комбинированного метода РДМ/УМ дает возможность использовать преимущества обоих методов и реализуется, как минимум, двумя ПП. На одном из ПП, например, наземном стационарном, осуществляются измерения времени TOA и угла AOA прихода сигнала, а на другом ПП, например, подвижном на борту БПЛА, осуществляются измерения только времени прихода сигнала TOA. Разность времен TDOA вычисляется по двум измерениям TOA при синхронизации двух ПП и формирует геометрическое место точек: гиперболу на плоскости и гиперboloид в пространстве. Угломерные измерения AOA позволяют сформировать направления прихода LoB (Line of Bearing). В качестве дополнения к линии пеленга LoB, используемой в системе AOA, служит линия постоянной разницы во времени прихода, называемая изохроной или линией положения LoP (Line of Position). Пересечение гиперболы/гиперboloида и пеленга LoB определяет МП ИРИ. На рис. 4.25 представлен пример ОМП комбинированным методом TDOA/AOA с использованием БПЛА: R_1 – расстояние между ИРИ и первым пунктом приема ПП₁; R_2 – расстояние между ИРИ и вторым пунктом приема ПП₂; φ_1 – азимут ИРИ относительно ПП₁, θ_1 – угол места ИРИ относительно ПП₁.

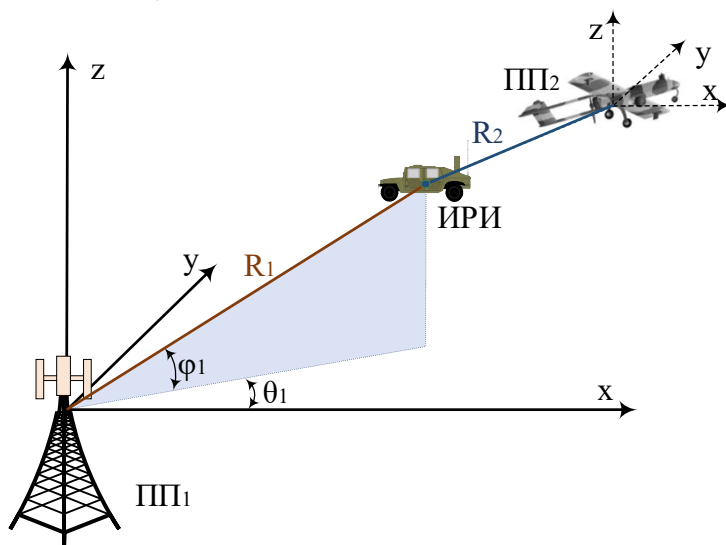


Рис. 4.25. РДМ-УМ в 3D с использованием БПЛА

Методы TDOA и AOA являются взаимодополняющими и могут превосходить по эффективности системы, в которых используется только один из них. Ранее главным препятствием применения РДМ в системах локального позиционирования являлась требуемая временная синхронизация с точностью до наносекунды. Поскольку электромагнитное излучение распространяется со скоростью 30 см/нс, любое существенное дрожание фазы ПП непосредственно приводит к уменьшению точности ОМП. В настоящее время с появлением ГНСС (GPS, ГЛОНАСС) появились доступные средства обеспечения временной синхронизации.

4.3.3. Сравнение разностно-дальномерного и угломерного методов

Рассмотрим достоинства и недостатки РДМ по сравнению с УМ по материалам [262]. Предположим, что в системе РДМ используется обнаружение, основанное на взаимной корреляции сигнала, и что измерительные ПП ретранслируют записанные сигналы на центральный сервер – пункт обработки измерений, осуществляющий корреляционную обработку и оценку TDOA. Предположим, что в системе УМ для оценки АОА используется корреляционный интерферометр, распространенный в современных системах радиоконтроля. Достоинства метода TDOA представлены в табл. 4.20.

Табл. 4.20. Достоинства метода TDOA в сравнении с АОА [262]

Достоинство	Содержание
Более простые требования к антенне	Антенна дешевле, проще и может иметь небольшой размер. Приемники TDOA могут использовать одну простую антенну (например, несимметричный или симметричный вибратор). В отличие от систем АОА антенна не требует высоких механических допусков и точности электрических параметров, а также эксплуатационных испытаний и калибровочных измерений. Дополнительным преимуществом является то, что можно изготовить малозаметную антенну небольшого размера. Данная возможность имеет большое значение при развертывании систем радиоконтроля в исторических местах, или на площадках, имеющих архитектурные ограничения.
Более простые требования к выбору места и калибровке	Требования к выбору места являются менее жесткими, чем для АОА, и калибровка практически не требуется. За счет этого обеспечивается большая гибкость при выборе мест расположения ПП TDOA, в результате чего развертывание оборудования TDOA осуществляется быстрее. При развертывании в городских условиях можно установить дополнительные приемники TDOA, для того чтобы преодолеть влияние затенения от высоких строений. Места расположения ПП АОА должны выбираться таким образом, чтобы свести к минимуму искажение фронта волны, обусловленное вторичными излучениями локальных препятствий и отражениями от земли. Некоторые AP АОА должны быть откалиброваны после установки на пункте/площадке, для того чтобы свести к минимуму результирующие ошибки, зависящие от частоты и направления. Калибровка AP является основным ограничением эффективности АОА.
Широкополосные сигналы, сигналы с низким ОСШ, а также сигналы малой длительности	Метод TDOA эффективно работает с новыми и появляющимися сигналами, характеризующимися сложными методами модуляции, широкой полосой и малой длительностью. Метод АОА, как правило, эффективно работает с узкополосными сигналами, однако усовершенствованные методы АОА могут применяться и для ОМП ИРИ любых сигналов, в том числе широкополосных и сложных. Степень эффективности TDOA сильно зависит от ширины полосы сигнала. Степень эффективности АОА, в первом приближении, не зависит от ширины полосы сигнала, при условии, что разнос каналов, в которых выполняется быстрое преобразование Фурье (БПФ), равен ширине полосы сигнала. С увеличением ширины полосы сигнала степень эффективности TDOA, как правило, возрастает. Оба метода, TDOA и АОА, эффективнее работают с сигналами, имеющими более высокие ОСШ, и при большем времени интегрирования. Выигрыш за счет корреляционной обработки позволяет с помощью методов TDOA обнаруживать и определять местоположение ИРИ сигналов с низким (и даже отрицательным) ОСШ. Кроме того, выигрыш за счет корреляционной обработки позволяет задействовать при ОМП дополнительные приемники TDOA, несмотря на то что у них может быть очень низкое или отрицательное ОСШ. При использовании базовых методов АОА невозможно обнаружить и определить местоположение ИРИ сигналов с отрицательными ОСШ, и могут возникнуть проблемы при определении местоположения сигналов с низким ОСШ. Эти сигналы могут обрабатываться с помощью усовершенствованных методов АОА, например корреляционных методов АОА с повышенной разрешающей способностью или со вспомогательными данными.

Достоинство	Содержание
	Несмотря на то, что в базовом методе АОА отсутствует выигрыш от обработки за счет корреляции сигнала, он обладает некоторым системным выигрышем, обусловленным использованием многих элементов антенны и каналов приема. ОМП ИРИ сигналов малой длительности требует координированной работы приемников, синхронизированных по времени до доли величины, обратно пропорциональной ширине полосы сигнала. Обеспечение такой возможности является условием работы TDOA. Кроме того, методом TDOA можно определить МП по измерениям малой длительности.
Сложность системы	Приемник и антенна для TDOA являются более простыми, чем типовая антенная решетка и многоканальный приемник АОА. Приемнику для TDOA требуется как минимум один РЧ-канал в реальном времени для обработки без задержки. Доступны эффективные методы временной синхронизации (GPS) и интерфейсы передачи данных.
Подавление некоррелированных шумов и помех	С помощью корреляционной обработки, используемой в TDOA, можно подавлять сигналы на совпадающей частоте, совпадающий по времени шум и сигналы помех, которые не коррелированы между пунктами/площадками. Это свойство позволяет системе определять географическое МП ИРИ с низкими отношениями сигнала к помехе и шуму SINR. Скоординированные во времени измерения осуществляются всеми приемниками. Сигналы, которые не являются общими для двух или более приемников, исключаются. При усовершенствованной обработке система TDOA может определить местоположение, используя корреляции только с лучшим результатом наблюдения излучаемого сигнала. Усовершенствованные системы АОА могут ослаблять влияние некоррелированных и совпадающих по времени помех на совпадающей частоте путем использования корреляции с опорными сигналами. Другие усовершенствованные методы обработки, например MUSIC, могут быть устойчивыми к некоррелированным шумам и помехам.
ОМП внутри помещения	Усовершенствованные методы обработки TDOA могут использоваться для определения географического МП ИРИ широкополосных сигналов, расположенных внутри и вне помещений на небольшом расстоянии (менее 100 м) в условиях повышенной многолучевости. В таких условиях системы АОА, как правило, не слишком эффективны. Проблему точной временной синхронизации внутри помещения можно преодолеть с помощью коммутаторов Ethernet, совместимых с протоколом IEEE-1588, и приемников TDOA.
Ослабление влияния когерентных помех на совпадающей частоте (многолучевости) при определенных условиях	Степень эффективности методов АОА и TDOA снижается в условиях многолучевости, которую можно трактовать как когерентные помехи на совпадающей частоте. Воздействие на каждый метод различается в зависимости от положения ПП по отношению к многолучевым отражениям. При достаточной ширине полосы сигнала метод TDOA менее чувствителен к искажению фронта волны за счет локальных препятствий (локальной многолучевости). Методу TDOA может потребоваться усовершенствованная обработка сигнала для устранения неопределенностей при определении местоположения, вызванных удаленными препятствиями (дистанционная многолучевость). С помощью усовершенствованной обработки можно дополнительно отфильтровать корреляционные пары, используемые при определении местоположения методом TDOA, и улучшить результаты, получаемые в условиях повышенной многолучевости. При усовершенствованной обработке методом TDOA можно исключить временные задержки при многолучевом распространении между ПП, что обеспечивает высокую эффективность в условиях густонаселенных городских районов.
Конфигурация ПП	Оба метода, TDOA и АОА обеспечивают наибольшую точность, если ИРИ расположен в центре периметра, образованного ПП. Точность TDOA определяется геометрическим фактором снижения точности GDOP, качеством временной синхронизации и оценки TDOA. Неопределенность МП непосредственно не связана с расстоянием между ПП TDOA. При определенных условиях данное свойство может являться преимуществом. В отличие от этого точность методов АОА напрямую зависит от расстояния между ИРИ и каждым ПП. В методе АОА неопределенность положения является функцией неопределенности угла пеленга и расстояния от ПП до оцениваемого положения. Если ИРИ находится далеко за пределами периметра, метод TDOA аппроксимирует линию положения, аналогичную линии пеленга при АОА. В этой ситуации неопределенность местоположения и пеленга увеличивается с расстоянием одинаково в обоих методах.

Достоинство	Содержание
Высокая степень пригодности к использованию в сетях датчиков/сенсоров/ПП	В обоих методах, TDOA и AOA, увеличение числа ПП ведет к улучшению результатов вследствие выигрыша от близости. Метод TDOA хорошо подходит для развертывания многих ПП, поскольку они являются менее сложными, имеют меньший размер и энергопотребление, у них более простая антенна, и к местам их развертывания предъявляются менее жесткие требования. При высокой плотности датчиков/сенсоров, ПП оказывается ближе к интересующему ИРИ. Результирующее снижение потерь на трассе, которое иногда называют «выигрышем от близости», улучшает степень эффективности обнаружения и ОМП. Кроме того, выигрыш от корреляционной обработки в методе TDOA позволяет задействовать дополнительные датчики, несмотря на то что у них может быть низкое ОСШ.
Возможность анализа в полностью автономном режиме на центральном сервере	В системах TDOA могут храниться и регистрироваться скоординированные во времени измерения сигналов от всех ПП, поэтому на центральном сервере можно осуществлять анализ в полностью автономном режиме. Сюда входит спектральный анализ сигнала каждого ПП, кросскорреляционные измерения и определение географического местоположения. В системах AOA на центральном сервере также могут храниться и регистрироваться некоторые измерения сигналов (например, результаты пеленгации и точность пеленгации). Эти измерения скоординированы во времени до той степени временной синхронизации, которая достижима в системе AOA. Такие измерения, как результаты спектрального анализа и взаимной корреляции, не являются типовыми, поскольку для них требуется такая же скорость передачи данных линиям, как и в TDOA.

Недостатки метода TDOA представлены в табл. 4.21.

Табл. 4.21. Недостатки метода TDOA в сравнении с AOA [262]

Недостаток	Содержание
Узкополосные сигналы	С использованием методов TDOA может оказаться трудным или невозможным определить ИРИ медленно изменяющихся сигналов, которые включают немодулированные несущие и узкополосные сигналы. Степень эффективности TDOA сильно зависит от ширины полосы сигнала и ухудшается по мере ее уменьшения. Кроме того, для узкополосных сигналов многолучевость теоретически представляет собой большую проблему, в случае если временные характеристики сигнала связаны с разбросом задержки. В этих условиях труднее выделить искажение формы импульса, возникающее из-за многолучевости, что приводит к дополнительной ошибке в оценке разницы во времени. Минимальная ширина полосы сигнала, необходимая для обеспечения приемлемой эффективности, различается в зависимости от применения. Более высокое ОСШ и большее время наблюдения может улучшить ОМП ИРИ некоторых узкополосных сигналов методом TDOA. Системы AOA эффективно работают с узкополосными и немодулированными сигналами, а также широкополосными сигналами.
Невозможность допоиска и центрирования одним ПП	Для допоиска и центрирования требуется как минимум две станции TDOA, из которых хотя бы одна является мобильной, а также канал передачи данных. В AOA определение географического местоположения методами допоиска и центрирования возможно при использовании лишь одной переносной станции. Это обеспечивает возможность определения местоположения в условиях, когда использование ПП TDOA нецелесообразно или экономически неэффективно.
Более высокоскоростные каналы передачи данных	Системам TDOA, передающим записанные сигналы от ПП центральному серверу, требуются высокоскоростные каналы передачи данных. Поток передаваемых данных можно сократить за счет усовершенствованной обработки, включающей сжатие сигнала. Системам AOA требуются более низкие скорости передачи данных, поскольку на центральную станцию передаются только некоторые характеристики сигнала, такие как пеленг, частота и время.
Чувствительность к источникам декорреляции сигнала	В системе TDOA должно самым тщательным образом ослабляться влияние всех потенциальных источников декорреляции сигнала между ПП. Сюда входят относительные сдвиги опорных частот приемников и относительные сдвиги частот сигнала (доплеровский сдвиг), вызванные движением ИРИ или средой. Максимальное время когерентного интегрирования будет ограничиваться длительностью сигнала и стабильностью опорного генератора приемника.

Недостаток	Содержание
	<p>Высококачественные системы TDOA включают контуры слежения для обеспечения частотной и временной когерентности. Большое значение для компенсации эффектов декорреляции источников, испытывающих доплеровский сдвиг, имеет автоматическая коррекция доплеровского сдвига.</p> <p>Базовые системы AOA и некоторые усовершенствованные системы AOA (использующие метод MUSIC) нечувствительны к декорреляции сигнала между ПП/площадками. Усовершенствованные системы AOA, в которых используется корреляция с опорными сигналами, чувствительны к декорреляции сигнала.</p>
Более точная временная синхронизация	<p>Метод TDOA требует высококачественной временной синхронизации по отношению к величине, обратно пропорциональной ширине полосы рассматриваемого сигнала. ГНСС (например, GPS) позволяют обеспечить временную синхронизацию приемника TDOA с точностью, превышающей 20 нс.</p> <p>Системы AOA менее требовательны к временной синхронизации приемников, точность которой может составлять несколько секунд. На практике некоторые представляющие интерес сигналы, например сигналы малой длительности или сигналы со скачкообразной перестройкой частоты требуют более высоких уровней синхронизации станций AOA.</p>
Сигналы, содержащие повторяющиеся элементы	<p>Несмотря на малую вероятность, при некоторых условиях алгоритмы TDOA могут приводить к неверным решениям в отношении сигналов, содержащих повторяющиеся элементы. К примерам таких сигналов относятся повторяющиеся последовательности данных или синхроимпульсы.</p> <p>В связи с тем, что в системах AOA не осуществляется взаимная корреляция сигнала, они не подвержены этой проблеме.</p>
Скорость вычисления при определении географического местоположения	<p>Записанные на ПП сигналы, как правило, передаются на сервер ОМП для проведения вычислений. В связи с этим к пропускной способности сети предъявляются высокие требования. Низкоскоростной канал может существенно замедлить время ОМП.</p> <p>Типовые скорости ОМП могут составлять не более 1 фиксации в секунду методом TDOA по сравнению со 100 фиксациями в секунду методом AOA. Использование более высокоскоростных каналов передачи данных может улучшить скорость ОМП для TDOA. Использование более короткого времени наблюдения и/или усовершенствованных методов сжатия также может снизить требуемую скорость передачи данных. После того как результаты измерений переданы на центральный сервер, пересчет географических местоположений методом TDOA осуществляется существенно быстрее, поскольку он выполняется на основе сохраненных локальных данных.</p>
Слабая пригодность для одновременного ОМП многих ИРИ	<p>Некоторые системы AOA поддерживают одновременное ОМП источников многих сигналов, разнесенных по частоте. Такая функция часто называется широкополосной радиопеленгацией. Теоретически она возможна и в методе TDOA, но практически сложно реализуема в связи с гораздо более высокими требованиями к скорости передачи данных.</p>
Нет возможности ОМП из одной точки	<p>Для построения LoP требуется минимум два ПП/сенсора/датчика TDOA, для ОМП в двумерном пространстве необходимо как минимум три датчика, а для ОМП в трехмерном пространстве необходимо как минимум четыре датчика.</p> <p>Метод AOA может использоваться при определении местоположения из одной точки.</p>
Соображения относительно конфигурации	<p>Оба метода, TDOA и AOA, обеспечивают наибольшую точность по критерию GDOP, если ИРИ сигнала расположен внутри периметра, ограничивающего группу взаимодействующих ПП/сенсоров/датчиков.</p> <p>Непосредственно за пределами этого периметра точность и эффективность ОМП убывает быстрее в методе TDOA, чем в методе AOA.</p> <p>Если источник находится далеко за пределами этого периметра, метод TDOA может аппроксимировать линию положения, аналогичную линии пеленга при AOA. Метод AOA обеспечивает определение местоположения (то есть указывает пересечение двух линий пеленга) в пределах территорий, где перекрываются зоны охвата двух ПП.</p>
Автономный анализ по измерениям одной станции	<p>В методе AOA анализ линии пеленга может осуществляться автономно с использованием результатов измерений, полученных лишь из одной точки. Автономный анализ линии положения в TDOA невозможен при наличии измерений только из одной точки.</p>

Метод TDOA можно объединить с одним или несколькими дополнительными методами ОМП, в результате чего получится комбинированный/гибридный метод позиционирования. Гибридные системы АОА/TDOA состоят минимум из двух пунктов, из которых не менее чем в одном пункте есть возможность измерения как АОА, так и TDOA, а на остальных пунктах есть возможность измерения TDOA. Два пункта TDOA создают одну гиперболическую линию, представляющую значения разности времени. Система АОА формирует линию пеленга LoB. Пересечение линии пеленга LoB и гиперболической линии TDOA определяет местоположение ИРИ [262].

Использование метода TDOA становится все более целесообразным в связи с появлением недорогих компактных вычислительных ресурсов, усовершенствованных технологий радиоприема, повсеместной доступностью каналов передачи данных, а также наличием точных распределяемых сигналов временной синхронизации.

РДМ обладает преимуществами по сравнению с угломерным методом АОА при обнаружении и определении географического местоположения источников современных широкополосных сигналов. Характеризуется более простыми требованиями к антенне, способностью обрабатывать принятые на небольших расстояниях сигналы в условиях многолучевости в городской среде, а также доступностью развертывания сетей недорогих ПП/сенсоров/датчиков [262].

РДМ обладает также недостатками по сравнению с угломерным методом АОА при определении местоположения источников узкополосных и немодулированных сигналов. Как правило, РДМ предъявляет более высокие требования к каналам передачи данных. При его использовании необходимо как минимум два ПП для получения линии положения и не менее трех ПП для ОМП в двумерном пространстве. Для современных методов радиоконтроля характерна работа со все более широкополосными сигналами и все более низкими уровнями спектральной плотности мощности. Использование дополнительных методов определения географического местоположения, таких как TDOA, способно улучшить вероятность обнаружения и определения географического местоположения ИРИ современных сигналов во многих сценариях. Гибридные системы АОА/TDOA способны компенсировать некоторые слабые стороны каждого метода по отдельности и при этом реализовать преимущества каждого из них. Подвижные ПП TDOA эффективны только в случае гибридного использования со станциями АОА [262].

Результаты моделирования гибридного метода АОА/TDOA показывают, что по сравнению со станциями на основе только АОА или только TDOA, гибридная система АОА/TDOA может обеспечить охват большей зоны, которая представляет интерес, при использовании меньшего числа станций, а также более высокую точность ОМП как в пределах, так и за пределами области, окружающей станции контроля [262].

4.3.4. Факторы дальности обнаружения и зоны охвата РДМ и УМ

Рассмотрим факторы, которые следует учитывать при развертывании системы локального позиционирования, влияющие на *зону охвата* ОМП и *дальность обнаружения* сигнала ИРИ пунктами приема/радиоконтроля. На общую эффективность любого ПП, независимо от рабочих характеристик, будут оказывать воздействие ограничения или преимущества, обусловленные выбором оборудования и местом размещения/установки ПП [262].

Рассматриваемая система локального позиционирования при развертывании может включать как станции АОА, так и станции ТДОА, стационарного или подвижного базирования. Выбор используемого метода ОМП связан с рядом факторов и, как правило, должен учитывать следующие обстоятельства: а) доступ к электроэнергии и сети на площадке/пункте; б) уровень принимаемого сигнала, как полезного, так и нежелательного; в) рельеф местности и наличие прямой видимости зоны локального позиционирования; г) плотность ИРИ в зоне локального позиционирования; д) продолжительность проведения операции позиционирования; некоторые станции или ПП рассчитаны на краткосрочные операции ОМП (менее 12 часов) вследствие малых размеров, работы от батареи и простоты установки и свертывания; е) факторы установки на площадке/пункте, включая размер оборудования, доступность и потребление электроэнергии, соединение с сетью, аренда площадки, калибровка и техническое обслуживание оборудования.

Системы локального позиционирования, образованные разными станциями и ПП, могут реализовывать несколько методов ОМП, поэтому целесообразно учитывать сценарии комбинирования методов ОМП; каждому методу присущи свои достоинства и недостатки, определяемые, в том числе, сценарием позиционирования [262]. Анализ факторов дальности обнаружения и зоны охвата РДМ и УМ позволяют в первом приближении оценить число ПП, которое потребуется для охвата требуемой территории [262].

Дальность обнаружения ИРИ определяется как наибольшее расстояние от ПП, на котором можно обнаружить ИРИ при положительном ОСШ; дальность обнаружения может быть разной в разных направлениях в зависимости от рельефа, свойств зданий и других факторов.

Зона охвата системы локального позиционирования определяется как географическая зона, в пределах которой местоположение источника излучения может быть достаточно точно определено с помощью доступных методов (то есть АОА, ТДОА, гибридный метод).

Важно отметить разницу между *дальностью обнаружения* ИРИ, которой требуется положительное ОСШ на входе ПП, и *зоной охвата*, которой не требуется положительное ОСШ на входе каждого ПП. Для метода ТДОА, в котором используется корреляционная обработка принятых от ИРИ сигналов, ОМП возможно при уровне сигнала ниже уровня шума. Дальность обнаружения ИРИ зависит от разнообразных факторов оборудования и

ограничений по размещению ПП. На зону охвата влияют ограничения дальности обнаружения ИРИ, метод ОМП (АОА, TDOA) и взаимное расположение ПП и ИРИ. Так, GDOP для TDOA увеличивается по мере перемещения ИРИ за пределы зоны, ограниченной ПП. Все эти соображения имеют существенное значение при выборе метода ОМП и мест размещения ПП [262].

Системы локального позиционирования на основе TDOA могут быть эффективными при обслуживании больших городов и промышленных центров, в которых может быть установлено большое число сенсоров/ПП, делая возможным автоматизацию процесса ОМП. Напротив, относительно небольшие города и соседние с ними пригороды, а также обособленные промышленные центры могут более эффективно обслуживаться меньшим числом ПП радиопеленгации или гибридных ПП АОА/TDOA, отстоящих друг от друга на относительно значительном расстоянии. В этом случае для ОМП ИРИ эффективным может быть использование только двух станций [262].

Обнаружение полной активности ИРИ на всей территории города с пригородами практически невыполнимо, независимо от используемой технологии ОМП. Службы радиомониторинга отдают предпочтение, как правило, радиоконтролю частей спектра в определенных областях и в течение определенного времени/мероприятия. Развертывание надлежащего типа станции исходя из характеристик местности позволит использовать минимальное число ПП, обеспечивая при этом максимально возможные охват и эффективность. Например, в открытой сельской местности, характеризующейся отсутствием крупных отражателей, высокую эффективность обеспечат станции АОА или АОА/TDOA (гибридные). Однако в плотных городских или густонаселенных районах, где городские кварталы характеризуются большим числом близкорасположенных отражателей, более эффективным может оказаться использование сети на основе TDOA с возможностью использования гибридных алгоритмов ОМП [262].

Типовой процесс ОМП предусматривает объединение измерений, произведенных на нескольких ПП, для выработки оценки местоположения ИРИ. Если один из методов (АОА или TDOA) используется по отдельности, то для ОМП ИРИ необходимы по крайней мере два ПП АОА или три ПП TDOA. Однако сигнал ИРИ бывает невозможно обнаружить имеющимся числом ПП вследствие многолучевости, препятствий, малой мощности сигнала. Для решения этой проблемы можно использовать комбинацию методов АОА и TDOA и оценить положение ИРИ, например, при использовании подвижных ПП TDOA вместе с фиксированным ПП АОА. Если от одного из ПП АОА получена линия пеленга, то можно предположить, что ИРИ расположен на этой линии. В этом случае по линии пеленга от ПП АОА до ее дальнего конца может перемещаться подвижный ПП TDOA, и местоположение ИРИ можно оценить по гиперболическим линиям, образованным вместе с фиксированным датчиком TDOA, расположенным в ПП АОА.

4.3.5. Особенности комбинирования измерений РДМ и УМ

Особенности АОА, TDOA и TDOA/АОА представлены в табл. 4.22.

Табл. 4.22. Основные характеристики методов ОМП TDOD, АОА и TDOD/АОА [262]

Характеристики метода	Угломерный АОА	Разностно-дальномерный TDOA	Комбинированный TDOA/АОА
Минимальное число ПП, требуемых для ОМП	2 ПП	3 ПП на плоскости и 4 ПП в пространстве	2 ПП, один ПП может быть только для измерений TDOA
Точность определения местоположения	линейное уменьшение при увеличении расстояния до ПП	примерно постоянная между ПП с TDOA. Быстро ухудшается в зоне за пределами ПП с TDOA	такая же, как у системы TDOA в зоне между ПП с гибридными измерениями; аналогично АОА в области за пределами ПП
Точность уменьшается при увеличении расстояния до ИРИ	Да	Только для ИРИ, которые находятся в зоне за пределами ПП TDOA	Только для ИРИ, которые находятся на значительном удалении от ПП с гибридными измерениями
Независимость в отношении модуляции сигнала	Да	TDOA не работает с немодулированными сигналами; сложность в случае узкополосных сигналов	Да, если имеется не менее двух ПП с гибридными измерениями
Требования к скорости передачи данных	Низкая скорость, 10–30 кбит/с	Скорость от средней до высокой, 120 кбит/с – 2 Мбит	Может быть такой же низкой, как для АОА, если используется только АОА, или выше, чем для TDOA, если одновременно используются АОА и TDOA
Ограничения по размещению ПП	Сложности при развертывании большей по размеру антенны, что может ограничить пригодность ПП	Простая всенаправленная антенна, которую проще развернуть	Те же, что в отношении АОА для ПП с гибридными измерениями
Сложность антенны	Многоэлементная антенна	Одноэлементная антенна	Многоэлементная или одноэлементная антенна
Требования к калибровке	Иногда (в зависимости от системы АОА)	Нет	Иногда (в зависимости от системы АОА)

Рассмотрим особенности комбинирования разностно-дальномерных и угломерных измерений при ОМП. Допустим, УМ объединяет угломерные измерения, проведенные на нескольких ПП с использованием АР для определения АОА. Допустим, РДМ объединяет измерения TDOA, проведенные на не менее чем трех ПП. Комбинированный метод РДМ/УМ является сочетанием измерений АОА и TDOA для ОМП с использованием не менее двух ПП: один с возможностью измерения и АОА и TDOA, другой – с возможностью измерения TDOA. Как следует из табл. 4.22, каждому методу присущи определенные преимущества и недостатки. Оптимальная конфигурация в конкретном применении (город/пригород, постоянно/временно, равнинная местность/горы и т. д.) будет определяться требованиями к развертыванию. Оптимизация конфигурации системы локального позиционирования заключается в анализе числа площадок/ПП, необходимых для достижения требуемой точности ОМП при использовании различных методов. Результаты моделирования показывают, что по сравнению со станциями на основе только АОА или только TDOA, гибридная система АОА/TDOA может обеспечить охват большей зоны, которая представляет интерес, при использовании меньшего числа станций, а также более высокую точность ОМП как в пределах, так и за пределами области, окруженной ПП [262].

Система локального позиционирования АОА не позволяет оценить местоположение ИРИ, пока не получены две или более линий пеленга. Для сценария, когда имеет только один угломерный ПП и может быть получена только одна линия пеленга, оценку местоположения ИРИ можно получить с помощью подвижных датчиков/ПП TDOA. Дополнение одного ПП АОА подвижным ПП TDOA позволяет повысить точность ОМП при движении подвижного ПП TDOA вдоль линии пеленга, измеренного ПП АОА.

Результаты моделирования гибридного метода АОА/TDOA [262] показывают ряд преимуществ взаимодействия систем TDOA и АОА: а) сравнивая результаты TDOA и АОА, можно уменьшить неопределенность расчетного местоположения ИРИ; б) комбинируя линии пеленга, полученные методом АОА, с гиперболической линией, полученной методом TDOA, можно оценить положение ИРИ при меньшем количестве ПП/датчиков; в) даже при отсутствии сети нескольких ПП/датчиков TDOA возможно совместное использование систем АОА и TDOA для ОМП ИРИ с одним датчиком АОА и двумя датчиками TDOA; при этом по крайней мере один из них должен быть подвижным. Система локального позиционирования TDOA из двух станций, включающая один подвижный ПП, не может строить гиперболические линии одновременно, однако может их строить в процессе последовательных измерений перемещении подвижного ПП, и тогда, если гиперболические линии TDOA сочетаются с пеленгами АОА, система комбинированного ОМП позволяет решить задачу позиционирования с достаточной точностью.

4.4. Модели и методы позиционирования с использованием БПЛА

4.4.1. Классификация БПЛА

Беспилотный летательный аппарат (БПЛА) – летательный аппарат без экипажа на борту. Система БПЛА, помимо самого ЛА, включает станции управления и другие элементы для выполнения полёта, такие как каналы передачи данных контроля и управления, система связи, элементы взлета и посадки. Рассмотрим классификацию БПЛА [263, 264]. В [263] предлагаются следующие критерии: а) использование; б) тип управления; в) правила полета; г) класс воздушного пространства (ВП); д) тип летательного аппарата (ЛА); е) тип крыла; ж) направление взлета/посадки; з) тип взлета/посадки; и) тип двигателя; к) топливная система; тип топливного бака; л) количество использований; м) категория; н) высота; о) функциональное назначение.

По использованию БПЛА делятся на аппараты военной (ВА), гражданской (ГА) и антитеррористической (АА) авиации. В свою очередь гражданские могут быть: государственными NPPL (National Private Pilots License), частными PPL (Private Pilots License), коммерческими CPL (Commercial Pilots License), транспортными ATPL (Airline Transport Pilot License) [263].

По типу системы управления БПЛА можно разделить на: дистанционно пилотируемые, дистанционно управляемые, автоматические, дистанционно-управляемые авиационной системой, беспилотно-автоматические, использующие автоматическое зависимое наблюдение-вещание (АЗН-В, ADS-B – automatic dependent surveillance-broadcast – технология, позволяющая лётчикам в кабине самолета, и авиадиспетчерам на наземном пункте наблюдать движение воздушных судов с большой точностью) [263]. Дистанционно пилотируемые (Direct) БПЛА управляются непосредственно оператором в зоне видимости через наземную станцию. Дистанционно управляемые (Monitored) БПЛА работают автономно, но могут потенциально управляться пилотом или оператором, использующим только обратную связь, через другие подсистемы контроля. Автоматические (Autonomous & Non-Adaptive) БПЛА выполняют предварительно запрограммированные действия без управления пилотом и не имеют возможности изменять план действий во время полёта или адаптироваться к внешним изменениям, но многоразовые могут перепрограммироваться перед каждым вылетом с учётом изменения окружающей среды [263]. Дистанционно управляемые авиационной системой (Supervisory) БПЛА выполняют низкоуровневое управление встроенными системами или наземной станцией, а высокоуровневое управление траекторией полёта контролируется оператором. Беспилотно-автоматические (Autonomous & Adaptive) БПЛА в полёте управляются полностью встроенными системами без вмешательства опера-

тора или использования наземной станции, которые могут быть перепрограммированы с учётом изменений в среде; БПЛА имеет возможность связи с другими подсистемами контроля и использует АЗН-В. Классификация режиму управления полетом основана на степени автоматизации БПЛА и рассматривается при разработке требований к действиям пилота и оператора системы БПЛА [263]. *По правилам полётов* БПЛА делятся на визуальные, приборные и визуально-приборные. Если БПЛА выполняет полёт в пределах видимости пилота, который управляет и контролирует его в светлое время суток, то говорят о визуальном полете; если полёт выполняется в автоматическом режиме не только в видимой зоне, но и в слепых зонах, а также в темное время суток с соответствующей системой управления, то полет называют приборным. Визуально-приборные полеты имеют место, когда во время одного полета используются визуальные и приборные правила (например, взлёт и посадка – визуальные, а основная часть полёта – приборные) [263]. *По используемому классу ВП* (воздушного пространства) БПЛА можно разделить на сегрегированные и несегрегированные. Сегрегированные БПЛА выполняют полёты в сегрегированном ВП (запретных зонах, зонах ограничения полетов, а также специальных зонах полётов для БПЛА), а несегрегированные БПЛА – соответственно в несегрегированном ВП [263].

По типу ЛА (летательного аппарата) БПЛА делятся на: самолётные, вертолётные и конвертоплановые. Самолётный и вертолётный тип имеют соответствующие внешний вид и характеристики самолёта и вертолёта, а конвертоплановый – объединяет эти два типа [263].

По типу крыла БПЛА бывают фиксированные и плавающие (меняющие форму, положение и размер во время взлёта/посадки и выполнения полёта). Фиксированные – как правило, самолётного и вертолётного типов, используют фиксированное крыло, а плавающие – используются в конвертопланах, имеющих плавающее крыло [263].

По направлению взлёта/посадки (способу подъёмной силы) БПЛА можно разделить следующим образом. По направлению взлёта БПЛА бывают: горизонтальные, вертикальные и мультиподъёмные. По направлению посадки БПЛА делятся на: горизонтальные, вертикальные, парашютные, мачтовые, беспосадочные и мультипускные. Направление и подъёмная сила зависят от типа крыла, а также от возможности взлетать и садиться как самостоятельно, так и с помощью вспомогательных механизмов [263].

По типу взлёта/посадки БПЛА можно разделить следующим образом. По взлёту БПЛА бывают: аэродромные, запускаемые, палубные, водные, ручные, нетипичновзлётные и мультивзлётные. По посадке БПЛА делятся на: аэродромные, точечные, палубные, водные, беспосадочные, нетипичнопосадочные и мультипосадочные. По взлёту БПЛА делятся на: аэродромные (выполняющие взлёт с взлётно-посадочной полосы (ВПП) по самолётному), запускаемые (использующие системы запуска), палубные

(взлетающие с палубы); водные (БПЛА-амфибии), ручные (взлетающие с руки), мультивзлётные [263]. По типу двигателя БПЛА могут быть: электрические, поршневые, роторно-поршневые, турбовальные, турбовинтовые, воздушно-реактивные, турбореактивные, турбореактивные двухконтурные, турбореактивные с форсажной камерой, турбореактивные двухконтурные с форсажной камерой, гиперзвуковые прямопоточные воздушно-реактивные, сверхзвуковые прямопоточные воздушно-реактивные, газотурбинные, подъёмно-маршевые, прямопоточные воздушно-реактивные, турбовентилляторные, пульсирующие воздушно реактивные, вентильные, твёрдо-реактивные ракетные, жидко-реактивные ракетные [263]. По топливной системе БПЛА делятся на монозаправочные (одноразовые) и полизаправочные (многократные). Монозаправочная – одноразовая заправка производителем на заводе, а полизаправочная – многократная заправка, которая может быть: наземной, платформенной (на борту морского судна), бортовая (на борту пилотируемого ЛА, предназначенного для запуска и заправки БПЛА), полётной (заправка в воздухе во время полёта ЛА-заправщиком) [263]. По типу топливного бака БПЛА бывают базовыми и базово-резервными. Базовые БПЛА имеют основной топливный бак, а базово-резервные – основной и резервные топливные баки [263]. По количеству использований, в зависимости от топливной системы, БПЛА могут быть одноразовые (беспосадочные, посадочные) и многократные. Например, если не предусмотрена система посадки – то он является одноразовым беспосадочным БПЛА. Если используется одноразовая топливная система и есть система посадки – то это одноразовый посадочный. Многократные БПЛА используются много раз и решают разные задачи [263]. По категориям (с учётом массы и максимальной дальности действия) БПЛА делятся на: тактические, оперативно-тактические, оперативные, оперативно-стратегические, стратегические, специальные. Данные категории имеют свои подкатегории: *тактические* – нано (Nano, η), микро (Micro, μ), мини (Mini), сверхлёгкие (CR, Close Range), *оперативно-тактические* – лёгкие (SR, Short Range); оперативные – средние (MR, Medium Range), среднетяжёлые (MRE, Medium Range Endurance), тяжёлые низковысотные (LADP, Low Altitude Deep Penetration), *оперативно-стратегические* – лёгкие (низковысотные большой продолжительности полёта/ LALE, Low Altitude Long Endurance), тяжёлые средневысотные (средневысотные большой продолжительности полёта/ MALE, Medium Altitude Long Endurance), *стратегические* – тяжёлые высотные (высотные большой продолжительности полёта/ HALE, High Altitude Long Endurance), специальные – беспилотные боевые самолёты (UCAV, Unmanned Combat Aerial Vehicle) и др. Взаимосвязь категории с массой и дальностью представлена в табл. 4.23.

По массе (взлётной и полезной нагрузки), в зависимости от категории, БПЛА делятся на: нано (Nano) до 0,025 кг; микро (Micro, μ) до 5 кг; мини

(Mini) до 20 – 150 кг; сверхлёгкие (CR) 25 – 150 кг; лёгкие (SR) 50 – 250 кг; средние (MR) 150 – 500 кг; среднетяжёлые (MRE) 500-1500 кг; тяжёлые низковысотные (LADP) 250-2500 кг; лёгкие (низковысотные большой продолжительности полёта/LALE) 150 – 250 кг; тяжёлые средневисотные (MALE) 1000 – 1500 кг; тяжёлые высотные (HALE) 2500-5000 кг; беспилотные боевые самолёты (UCAV) более 1000 кг [263].

Табл. 4.23. Классификация БПЛА по категориям, массе и дальности действия [263]

Категория	Подкатегория	Масса (кг)	Максимальная дальность действия (км)
Тактические (ближнего действия)	нано (Nano, η)	0,025	менее 1
	микро (Micro, μ)	до 5	менее 10
	мини (Mini)	до 20 – 150	менее 30
	сверхлёгкие (CR)	25 – 150	10 – 30
Оперативно-тактические (ближнего действия)	лёгкие (SR)	50 – 250	30 – 80
Оперативные (малой дальности)	средние (MR)	150 – 500	80 – 200
	среднетяжёлые (MRE)	500 – 1500	200 – 500
	тяжёлые низковысотные (LADP)	250 – 2500	250 – 300
Оперативно-стратегические (средней дальности)	лёгкие низковысотные большой продолжительности полёта (LALE)	150 – 250	500 – 800
	тяжёлые средневисотные большой продолжительности полёта (MALE)	1000 – 1500	500 – 800
Стратегические (большой продолжительности полёта)	тяжёлые высотные большой продолжительности полёта (HALE)	2500 – 5000	более 2000

По максимальной дальности действия БПЛА делятся на: Nano – до 1км; Micro – менее 10км; Mini – менее 30км; ближнего действия CR – 10-30 км; малой дальности SR – 30-80 км; средней дальности MR – 80-200 км; среднего радиуса действия продолжительного полета MRE – 200-500 км; глубокого проникновения LADP – 250-800 км; маловысотные большой продолжительности полета LALE – 500 – более 800 км; средневисотные большой продолжительности полета MALE – 500 – более 800 км; высотные большой продолжительности полета HALE – более 2000 км [263].

По высоте БПЛА делятся на низковысотные (LA, Low Altitude), средневисотные (MA, Medium Altitude), высотные (HA, High Altitude) [263].

По функциональному назначению БПЛА делятся на: наблюдательные, разведывательные, мониторинговые, дистанционно-зондирующие, разведывательно-ударные, ударные, информационно-разведывательные, радиоэлектронной безопасности, радиоэлектронной борьбы, связи, транспортные, обеспечивающие, боевые, истребительные, бомбардировочные, охранные, мишеневые, рабочие, вспомогательные, многоцелевые [263]. Функциональное назначение взаимосвязано с соответствующими решаемыми задачами, которые зависят от всех выше названных характеристик и требований, предъявляемых к бортовому оборудованию для выполнения задач перед БПЛА.

4.4.2. Анализ состояния проблемы позиционирования с БПЛА

Современные тенденции построения и функционирования радиосетей включают объединение воздушного сегмента, представленного радиостанциями на борту БПЛА, и наземного сегмента, представленного территориально распределенными радиостанциями [265]. Вопросы позиционирования в таких радиосетях актуальны и востребованы как в специальных приложениях [266, 267], так и в приложениях общего пользования, таких как, радиомониторинг [268], поисково-спасательные операции [269] и когнитивные радиосети [270]. По типу первичных измерений различают разностно-дальномерные РДМ (TDOA), угломерные УМ (AOA), доплеровские FDOA (Frequency Difference Of Arrival) и мощностные RSSI (Received Signal Strength Indicator) способы ОМП. Группы работ по позиционированию с БПЛА на основе измерений TDOA и AOA представлены в табл. 4.24.

Табл. 4.24. Результаты оценки точности позиционирования с использованием БПЛА

Авторы	Ссылка	Измерения	Точность ОМП, м
Du H.J., Lee P. Y.	[271–273]	TDOA, TDOA/AOA	<200
Okello N. etc.	[274–277]	TDOA	<1000
Musicki D. etc.	[278, 279]	TDOA/FDOA	<1000
Drake S. P. etc.	[280–282]	TDOA	–
Dogancay K. etc.	[283, 284]	AOA	<3000
Badriasl L. etc.	[285, 286]	AOA	<1000

Позиционированию с БПЛА на основе РДМ посвящены работы Du H.J., Lee P. Y. [271, 272]; в [273] рассмотрено комбинирование РДМ/УМ измерений, которые показывает увеличение точности ОМП с 200 м в [271, 272] до 40 м в [273]. В работах Okello N. и др. [274–277] исследуются вопросы позиционирования с использованием двух БПЛА на основе обработки РДМ измерений с фильтрацией Калмана. В работах Musicki D. и др. [278, 279] исследуются вопросы позиционирования ИРИ на основе методов TDOA/FDOA. В работах Drake S. и др. [280–282] исследуется командное взаимодействие БПЛА при позиционировании ИРИ на основе РДМ.

Позиционированию с использованием БПЛА на основе УМ посвящены работы Dogancay K. и др. [283, 284], в которых исследованы вопросы выбора и обоснования траекторий полета БПЛА. В работах Badriasl L. и др. [285, 286] построены математические модели учета азимута и угла места при позиционировании подвижного ИРИ.

Позиционирование на основе измерений RSSI исследовано в [287, 288] и показывает достижимую точность в десятки метров.

Порядок точности позиционирования ИРИ составляет десятки и сотни метров в условиях наличия прямой видимости LOS. Для повышения точности и эффективности позиционирования, в том числе, в условиях вероятных переотражений, как следует из раздела 4.3, целесообразно использовать комбинацию TDOA/AOA, поэтому далее рассмотрим комплекс моделей и методов позиционирования с использованием БПЛА на основе РДМ и УМ.

4.4.3. Система позиционирования на основе РДМ/УМ с БПЛА

Как следует из раздела 4.3, одним из способов повышения точности локальных систем позиционирования является использование наземным и воздушным сегментом комбинированной обработки разностно-дальномерных и угломерных первичных измерений, поэтому рассмотрим далее схему системы пассивной геолокации с использованием БПЛА на рис. 4.26 [232].

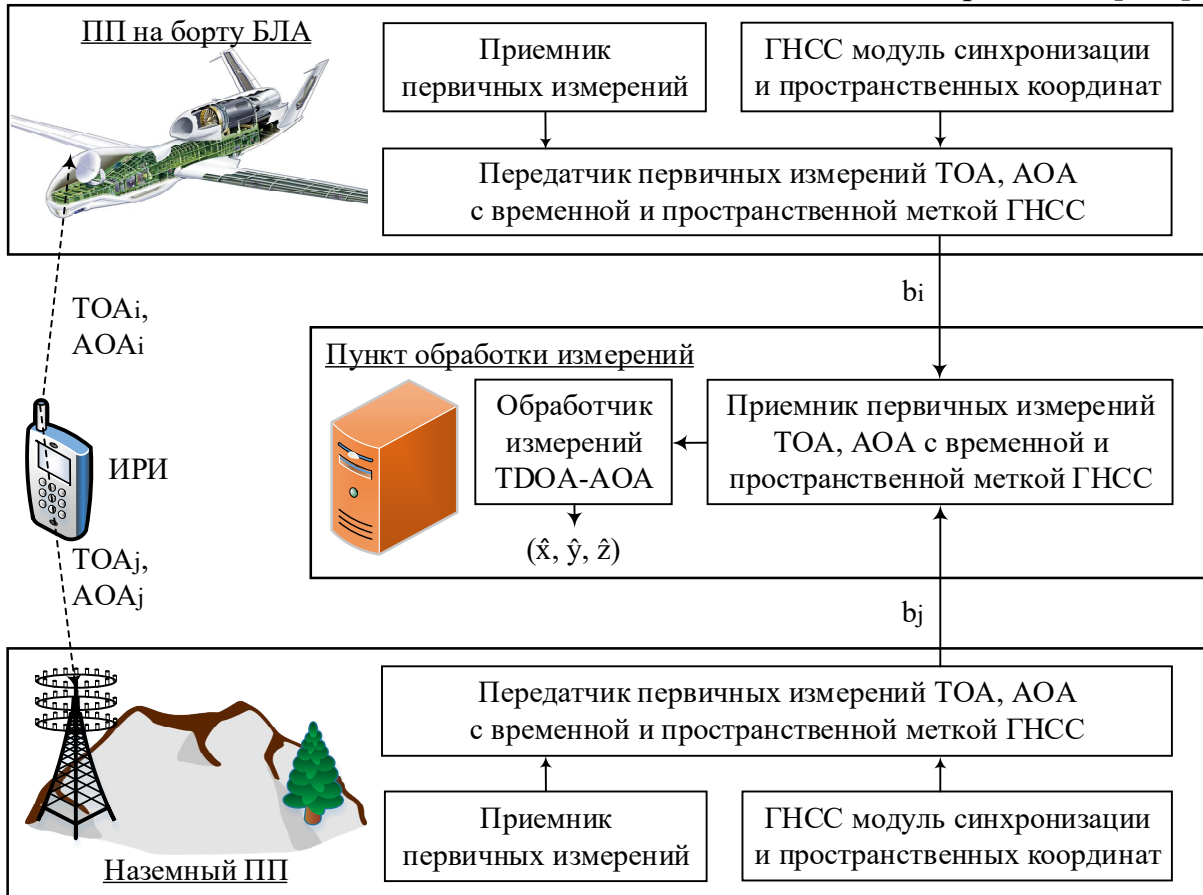


Рис. 4.26. Структурная схема системы позиционирования с БПЛА

Наземный сегмент системы позиционирования представлен (одним или несколькими) наземным территориальным пунктом приема (ПП) с возможностью сбора первичных измерений времени TOA_j и/или направления AOA_j прихода сигнала; если в системе один наземный ПП, то $j=0$; набор РДМ/УМ измерений b_0 с временной меткой ГНСС по каналу радиосвязи поступает на пункт обработки измерений. Воздушный сегмент системы позиционирования представлен (одним или несколькими) ПП на борту БПЛА с возможностью сбора первичных измерений времени TOA_i и/или направления AOA_i прихода сигнала в момент времени t_i ; при полете БПЛА измерения производятся в моменты времени $t_i, i=1, \dots, N$, где N – число измерений с ПП на борту БПЛА; набор РДМ/УМ измерений b_i с временной меткой ГНСС по каналу радиосвязи поступает на пункт обработки измерений. Временные метки ГНСС обеспечивают синхронизацию первичных измерений наземного и воздушного ПП на пункте обработки для оценки TDOA.

4.4.4. Математическая модель позиционирования с использованием с БПЛА

Рассмотрим математическую модель сбора РДМ/УМ измерений наземным и воздушным ПП на борту БПЛА на рис. 4.27.

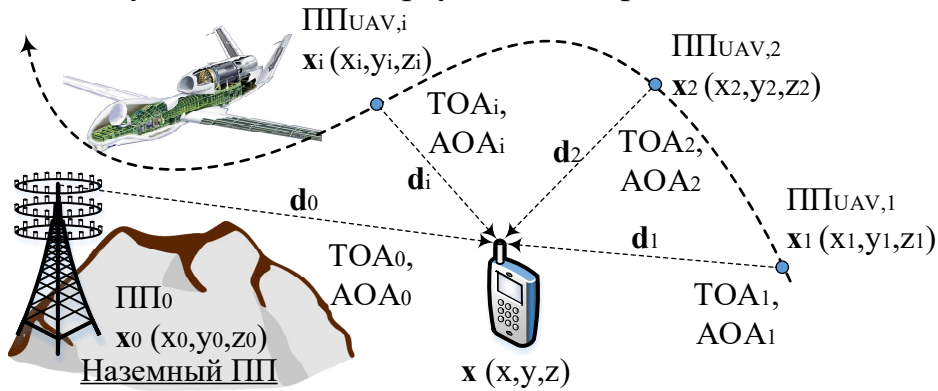


Рис. 4.27. Модель сбора измерений наземным и воздушным ПП

Пусть неизвестные координаты ИРИ заданы вектором $\mathbf{x}=[x, y, z]^T$, координаты стационарного наземного ПП заданы вектором $\mathbf{x}_0=[x_0, y_0, z_0]^T$, а координаты подвижного ПП на борту БПЛА в момент времени t_i вектором $\mathbf{x}_i=[x_i, y_i, z_i]^T$. Рассмотрим сценарий с одним наземным и одним воздушным ПП, каждый из которых может измерять время и направление прихода сигнала. Допустим ИРИ неподвижен, тогда в каждый момент времени на пункт обработки по каналу радиосвязи поступает набор дальномерных $\text{TOA}_i=\tau_i$ и угломерных $\text{AOA}_i=\{\theta_i, \varphi_i\}$ (θ – азимут, φ – угол места) измерений, $i=0, \dots, N$, N – общее число измерений наземным и воздушным ПП.

Рассмотрим математическую модель обработки РДМ/УМ измерений наземным и воздушным ПП на борту БПЛА на рис. 4.28.

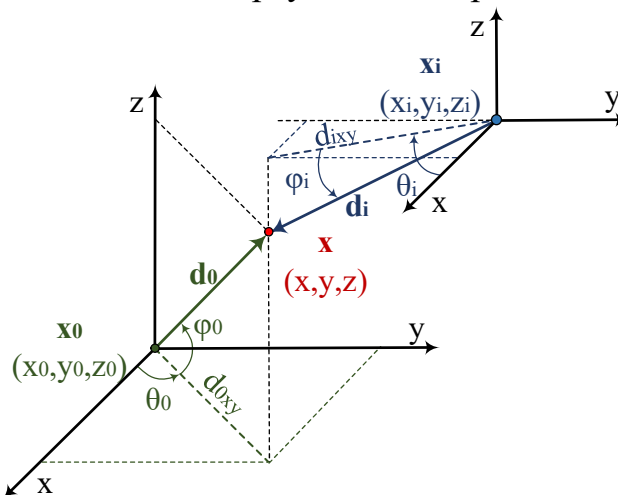


Рис. 4.28. Модель обработки измерений наземным и воздушным ПП

Представим неизвестное местоположение ИРИ $\mathbf{x}=[x, y, z]^T$ в пространстве радиус-вектором $\mathbf{d}_i=[\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i]^T$ с началом координат в точке ПП; $\mathbf{x}_i=[x_i, y_i, z_i]^T$, $i=0, \dots, N$ (т.е. и для наземного, и для воздушного ПП) [283]:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_i + \mathbf{d}_i. \quad (4.83)$$

Вектор \mathbf{d}_i характеризует расстояние между ИРИ и ПП_i, а также направления прихода сигнала от ИРИ, направлен из точки ПП_i в точку ИРИ и имеет длину (модуль) в евклидовом пространстве

$$d_i = \|\mathbf{d}_i\|_2 = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|_2 = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 + \Delta z_i^2} = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}, i = 0, 1, \dots, N, \quad (4.84)$$

где $\|\cdot\|_2$ – евклидова норма, а проекции вектора $\mathbf{d}_i = \mathbf{x} - \mathbf{x}_i = [\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i]^T$ определяются выражениями [285]:

$$\Delta x_i = x - x_i, \quad \Delta y_i = y - y_i, \quad \Delta z_i = z - z_i. \quad (4.85)$$

Проекция вектора \mathbf{d}_i на плоскость xu определяется выражением

$$d_{ixy} = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}. \quad (4.86)$$

Для всех методов позиционирования справедливо соотношение, связывающее первичные измерения \mathbf{y} , шум измерений \mathbf{n} и известную нелинейную функциональную зависимость $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ неизвестных координаты ИРИ и известных координат ПП_i \mathbf{x}_i :

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}. \quad (4.87)$$

РДМ. Разности времен прихода сигналов $TDOA = TOA_i - TOA_0$ относительно опорного наземного ПП₀ определяются выражением $\Delta \tau_i = \tau_i - \tau_0$. Если c – скорость света, тогда разность расстояний Δd_i между ПП_i и ПП₀:

$$\Delta d_i = c \Delta \tau_i = c(\tau_i - \tau_0) = d_i - d_0 = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|_2 - \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|_2. \quad (4.88)$$

Разностно-дальномерное измерение $r_{TDOA,i}$ в i -й точке местоположения БПЛА относительно опорного ПП₀ можно представить выражением

$$y_{TDOA,i} = f_{TDOA,i}(\mathbf{x}) + n_{TDOA,i}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (4.89)$$

где $n_{TDOA,i}$ – шум РДМ измерений, а $f_{TDOA,i}(\mathbf{x}) = \Delta d_i(\mathbf{x})$ – нелинейная функциональная зависимость (4.88), связывающая неизвестные координаты ИРИ $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$ и известные координат ПП_i $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$:

$$f_{TDOA,i}(\mathbf{x}) = \Delta d_i(\mathbf{x}) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} - \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (4.90)$$

В векторном виде выражение (4.89) можно представить как

$$\mathbf{y}_{TDOA} = \mathbf{f}_{TDOA}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}_{TDOA}, \quad (4.91)$$

где $\mathbf{y}_{TDOA} = [y_{TDOA,1}, y_{TDOA,2}, \dots, y_{TDOA,N}]^T$ – вектор первичных измерений РДМ, $\mathbf{n}_{TDOA} = [n_{TDOA,1}, n_{TDOA,2}, \dots, n_{TDOA,N}]^T$ – вектор шума первичных измерений РДМ, а вектор нелинейных функциональных зависимостей $\mathbf{f}_{TDOA} = \Delta \mathbf{d}$:

$$\mathbf{f}_{TDOA}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \Delta d_1(\mathbf{x}) \\ \Delta d_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \Delta d_N(\mathbf{x}) \end{bmatrix}. \quad (4.92)$$

Подставив в (4.92) выражения (4.90) для $f_{TDOA,i}(\mathbf{x})=\Delta d_i(\mathbf{x})$, получим:

$$\mathbf{f}_{TDOA}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2} - \sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2} \\ \sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2+(z-z_2)^2} - \sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2} \\ \vdots \\ \sqrt{(x-x_N)^2+(y-y_N)^2+(z-z_N)^2} - \sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2} \end{bmatrix}. \quad (4.93)$$

Задачей алгоритма ОМП РДМ является оценка неизвестных координат ИРИ $\mathbf{x}=[x, y, z]^T$ при известных первичных измерениях РДМ \mathbf{r}_{TDOA} .

Для формализации алгоритма ОМП используется предположение о том, что выборки шума первичных РДМ измерений $\{n_{TDOA,i}\}$ имеют нормальное распределение с нулевым средним и дисперсией $\{\sigma_{TDOA,i}^2\}$; предположение о нулевом среднем соответствует условиям наличия прямой видимости между ИРИ и ПП; тогда плотность вероятности (ПВ) i -го первичного РДМ измерения $p(y_{TDOA,i})$ определяется выражением [124]

$$p(y_{TDOA,i}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{TDOA,i}^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{TDOA,i}^2}(y_{TDOA,i} - \Delta d_i)^2\right), \quad (4.94)$$

где Δd_i – среднее, а $\sigma_{TDOA,i}^2$ – дисперсия $y_{TDOA,i}$, т.е. $y_{TDOA,i} \sim \mathcal{N}(\Delta d_i, \sigma_{TDOA,i}^2)$. Плотность вероятности вектора первичных РДМ измерений $p(\mathbf{y}_{TDOA})$:

$$p(\mathbf{y}_{TDOA}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\mathbf{N}_{TDOA}|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{y}_{TDOA} - \Delta \mathbf{d})^T \mathbf{N}_{TDOA}^{-1} (\mathbf{y}_{TDOA} - \Delta \mathbf{d})\right) \quad (4.95)$$

где \mathbf{N}_{TDOA} – ковариационная матрица \mathbf{y}_{TDOA} , т.е. $\mathbf{y}_{TDOA} \sim \mathcal{N}(\Delta \mathbf{d}, \mathbf{N}_{TDOA})$; так как все первичные РДМ измерения определяются относительно опорного ППО, выборки шума измерений $n_{TDOA,i}$, $i=1,2,\dots,N$ коррелированы и, следовательно, матрица \mathbf{N}_{TDOA} недиагональная. Различают линейные и нелинейные алгоритмы ОМП. Линейные алгоритмы оценки неизвестных координат ИРИ $\mathbf{x}=[x, y, z]^T$ используют линеаризацию обобщенного выражения (4.87) с последующим представлением в виде системы линейных уравнений. Нелинейные алгоритмы непосредственно используют (4.87) для оценки координат ИРИ $\mathbf{x}=[x, y, z]^T$ путем минимизации целевой функции [124]

$$\mathbf{e}_{nonlinear} = \mathbf{y}_{TDOA} - \mathbf{f}_{TDOA}(\tilde{\mathbf{x}}), \quad (4.96)$$

где $\tilde{\mathbf{x}}=[\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}]^T$ – переменная алгоритма для оценки $\mathbf{x}=[x, y, z]^T$. Для РДМ целевая функция нелинейного алгоритма максимального правдоподобия (МП, ML – Maximum Likelihood) следует из (4.95):

$$\mathbf{e}_{ML,TDOA} = \left(\mathbf{y}_{TDOA} - \mathbf{f}_{TDOA}(\tilde{\mathbf{x}})\right)^T \mathbf{N}_{TDOA}^{-1} \left(\mathbf{y}_{TDOA} - \mathbf{f}_{TDOA}(\tilde{\mathbf{x}})\right), \quad (4.97)$$

а МП оценка местоположения ИРИ определяется выражением [124]:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{x}}} \mathbf{e}_{ML,TDOA}(\tilde{\mathbf{x}}). \quad (4.98)$$

Оценка МП ИРИ $\hat{\mathbf{x}}=[\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}]^T$ начинается с некоторого начального значения $\hat{\mathbf{x}}^0=[\hat{x}^0, \hat{y}^0, \hat{z}^0]^T$, которое определяет область итеративного поиска;

верхний индекс 0 означает нулевую итерацию. Оценка местоположения ИРИ РДМ по алгоритму МП на k -й итерации определяется как [289]:

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \left(\mathbf{J}_{TDOA}^T \mathbf{N}_{TDOA}^{-1} \mathbf{J}_{TDOA} \right)^{-1} \mathbf{J}_{TDOA}^T \mathbf{N}_{TDOA}^{-1} \left(\mathbf{y}_{TDOA} - \mathbf{f}_{TDOA} \left(\hat{\mathbf{x}}^k \right) \right), \quad (4.99)$$

где $\mathbf{N}_{TDOA} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ковариационная матрица первичных измерений \mathbf{y}_{TDOA} с дисперсиями дальномерных измерений σ_{TOA}^2 [289]:

$$\mathbf{N}_{TDOA} = \sigma_{TOA}^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 2 \end{bmatrix}; \quad (4.100)$$

$\mathbf{J}_{TDOA}(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{f}_{TDOA}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N \times 3}$ – матрица частных производных функции $\mathbf{f}_{TDOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)$ в точке $\hat{\mathbf{x}}^k$ (матрица Якоби), определяемая выражением

$$\mathbf{J}_{TDOA}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta d_1(\mathbf{x})}{\partial x} & \frac{\partial \Delta d_1(\mathbf{x})}{\partial y} & \frac{\partial \Delta d_1(\mathbf{x})}{\partial z} \\ \frac{\partial \Delta d_2(\mathbf{x})}{\partial x} & \frac{\partial \Delta d_2(\mathbf{x})}{\partial y} & \frac{\partial \Delta d_2(\mathbf{x})}{\partial z} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta d_N(\mathbf{x})}{\partial x} & \frac{\partial \Delta d_N(\mathbf{x})}{\partial y} & \frac{\partial \Delta d_N(\mathbf{x})}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (4.101)$$

Подставив в (4.101) выражения (4.90) для $f_{TDOA,i}(\mathbf{x}) = \Delta d_i$, получим:

$$\mathbf{J}_{TDOA}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{x-x_1}{d_1} - \frac{x-x_0}{d_0} & \frac{y-y_1}{d_1} - \frac{y-y_0}{d_0} & \frac{z-z_1}{d_1} - \frac{z-z_0}{d_0} \\ \frac{x-x_2}{d_2} - \frac{x-x_0}{d_0} & \frac{y-y_2}{d_2} - \frac{y-y_0}{d_0} & \frac{z-z_2}{d_2} - \frac{z-z_0}{d_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x-x_N}{d_N} - \frac{x-x_0}{d_0} & \frac{y-y_N}{d_N} - \frac{y-y_0}{d_0} & \frac{z-z_N}{d_N} - \frac{z-z_0}{d_0} \end{bmatrix}. \quad (4.102)$$

Оценка местоположения ИРИ РДМ по алгоритму Гаусса-Ньютона (ГН) на k -й итерации определяется выражением [124]:

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \left(\mathbf{J}_{TDOA}^T \mathbf{J}_{TDOA} \right)^{-1} \mathbf{J}_{TDOA}^T \left(\mathbf{y}_{TDOA} - \mathbf{f}_{TDOA} \left(\hat{\mathbf{x}}^k \right) \right), \quad (4.103)$$

Представим (4.99) в виде суммы начальной оценки и приращения:

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \boldsymbol{\delta}_{TDOA} \left(\hat{\mathbf{x}}^k \right) = \begin{bmatrix} x^k \\ y^k \\ z^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_x^k \\ \delta_y^k \\ \delta_z^k \end{bmatrix}, \quad (4.104)$$

где вектор приращения на k -й итерации $\boldsymbol{\delta}_{TDOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) = [\delta_x^k, \delta_y^k, \delta_z^k]$ определяется:

$$\delta_{TDOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) = (\mathbf{J}_{TDOA}^T \mathbf{J}_{TDOA})^{-1} \mathbf{J}_{TDOA}^T \mathbf{h}_{TDOA}(\hat{\mathbf{x}}^k), \quad (4.105)$$

а вектор разностей измеренных и рассчитанных величин РДМ из оценки $\hat{\mathbf{x}}^k$ на k -й итерации работы алгоритма:

$$\mathbf{h}_{TDOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) = \mathbf{y}_{TDOA} - \mathbf{f}_{TDOA}(\hat{\mathbf{x}}^k). \quad (4.106)$$

Алгоритм (4.104) завершает работу, когда выполнено заданное количество итераций, или норма вектора приращений $\|\delta_{TDOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)\|_2 = \|\hat{\mathbf{x}}^{k+1} - \hat{\mathbf{x}}^k\|_2 < \varepsilon$ становится меньше заданной величины. Алгоритм ГН сходится достаточно быстро, однако требует вычисления обратной матрицы.

УМ. При отсутствии ошибок измерений направление прихода сигнала от ИРИ в пространстве определяется азимутом θ_i и углом места φ_i :

$$\theta_i = \arctg\left(\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}\right), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4.107)$$

$$\varphi_i = \arctg\left(\frac{\Delta z_i}{d_{ixy}}\right), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4.108)$$

где проекция d_{ixy} вектора \mathbf{d}_i на плоскость xu определяется выражением (4.86).

УМ в 2D. Угломерное измерение $y_{AOA2D,i}$ азимута θ_i в i -й точке местоположения БПЛА можно представить выражением

$$y_{AOA2D,i} = f_{AOA2D,i}(\mathbf{x}) + n_{AOA2D,i}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (4.109)$$

где $n_{AOA2D,i}$ – шум УМ измерений азимута θ_i , выборки шума первичных УМ измерений азимута θ_i $\{n_{AOA2D,i}\}$ некоррелированы, имеют нормальное распределение с нулевым средним и дисперсией $\{\sigma_{AOA2D,i}^2\}$; а $f_{AOA2D,i}(\mathbf{x}) = \theta_i(\mathbf{x})$ – нелинейная функциональная зависимость (4.107), связывающая неизвестные координаты ИРИ $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$ и известные координат ПП; $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$:

$$f_{AOA2D,i}(\mathbf{x}) = \theta_i(\mathbf{x}) = \arctg\left(\frac{y - y_i}{x - x_i}\right), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4.110)$$

В векторном виде выражение (4.109) можно представить как

$$\mathbf{y}_{AOA2D} = \mathbf{f}_{AOA2D}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}_{AOA2D}, \quad (4.111)$$

где $\mathbf{y}_{AOA2D} = [y_{AOA2D,1}, y_{AOA2D,2}, \dots, y_{AOA2D,N}]^T$ – вектор первичных УМ измерений азимута θ , $\mathbf{n}_{AOA2D} = [n_{AOA2D,1}, n_{AOA2D,2}, \dots, n_{AOA2D,N}]^T$ – вектор шума первичных УМ измерений, а вектор нелинейных зависимостей $\mathbf{f}_{AOA2D} = \boldsymbol{\theta}$:

$$\mathbf{f}_{AOA2D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \theta_1(\mathbf{x}) \\ \theta_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \theta_N(\mathbf{x}) \end{bmatrix}. \quad (4.112)$$

Подставив в (4.112) выражения (4.110) для $f_{AOA2D,i}(\mathbf{x}) = \theta_i(\mathbf{x})$, получим:

$$\mathbf{f}_{AOA2D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \operatorname{arctg}\left(\frac{y-y_1}{x-x_1}\right) \\ \vdots \\ \operatorname{arctg}\left(\frac{y-y_N}{x-x_N}\right) \end{bmatrix}. \quad (4.113)$$

Задачей алгоритма ОМП УМ является оценка неизвестных координат ИРИ $\mathbf{x}=[x, y, z]^T$ при известных первичных УМ измерениях \mathbf{y}_{AOA2D} . Плотность вероятности вектора первичных УМ измерений $p(\mathbf{y}_{AOA2D})$:

$$p(\mathbf{y}_{AOA2D}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\mathbf{N}_{AOA2D}|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{y}_{AOA2D} - \boldsymbol{\theta})^T \mathbf{N}_{AOA2D}^{-1} (\mathbf{y}_{AOA2D} - \boldsymbol{\theta})\right), \quad (4.114)$$

где \mathbf{N}_{AOA2D} – ковариационная матрица \mathbf{y}_{AOA2D} , т.е. $\mathbf{y}_{AOA2D} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{N}_{AOA2D})$; так как выборки шума $n_{AOA2D,i}$, $i=1, 2, \dots, N$ первичных УМ измерений азимута θ_i можно считать некоррелированными, матрица \mathbf{N}_{AOA2D} диагональная [124]:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_{AOA2D} &= E\left\{(\mathbf{y}_{DOA2D} - \boldsymbol{\theta})(\mathbf{y}_{DOA2D} - \boldsymbol{\theta})^T\right\} = E\left\{\mathbf{n}_{AOA2D} \mathbf{n}_{AOA2D}^T\right\} = \\ &= \operatorname{diag}\left(\sigma_{AOA2D,1}^2, \sigma_{AOA2D,2}^2, \dots, \sigma_{AOA2D,N}^2\right). \end{aligned} \quad (4.115)$$

С учетом (4.115) $\mathbf{y}_{AOA2D} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\theta}, \operatorname{diag}(\sigma_{AOA2D,1}^2, \sigma_{AOA2D,2}^2, \dots, \sigma_{AOA2D,N}^2))$, а выражение (4.114) можно представить в виде [124]:

$$p(\mathbf{y}_{AOA2D}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \prod_{i=1}^N \sigma_{AOA2D,i}} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{(y_{AOA2D,i} - \theta_i)^2}{\sigma_{AOA2D,i}^2}\right). \quad (4.116)$$

Для УМ в 2D целевая функция нелинейного алгоритма максимального правдоподобия ML следует из (4.114)

$$\mathbf{e}_{ML,AOA2D} = \left(\mathbf{y}_{AOA2D} - \mathbf{f}_{AOA2D}(\tilde{\mathbf{x}})\right)^T \mathbf{N}_{AOA2D}^{-1} \left(\mathbf{y}_{AOA2D} - \mathbf{f}_{AOA2D}(\tilde{\mathbf{x}})\right) \quad (4.117)$$

а МП оценка местоположения ИРИ на плоскости определяется выражением

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{x}}} \mathbf{e}_{ML,AOA2D}(\tilde{\mathbf{x}}). \quad (4.118)$$

Оценка местоположения ИРИ УМ на плоскости 2D по алгоритму МП определяется выражением [289]:

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \left(\mathbf{J}_{AOA2D}^T \mathbf{N}_{AOA2D}^{-1} \mathbf{J}_{AOA2D}\right)^{-1} \mathbf{J}_{AOA2D}^T \mathbf{N}_{AOA2D}^{-1} \left(\mathbf{y}_{AOA2D} - \mathbf{f}_{AOA2D}(\hat{\mathbf{x}}^k)\right) \quad (4.119)$$

где $\mathbf{N}_{AOA} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ковариационная матрица первичных измерений \mathbf{y}_{AOA} азимутов θ с дисперсиями угломерных измерений σ_{AOA2D}^2 [289].

$$\mathbf{N}_{AOA} = \sigma_{AOA2D}^2 \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.120)$$

$\mathbf{J}_{AOA2D}(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{f}_{AOA2D}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N \times 3}$ – матрица частных производных функции $\mathbf{f}_{AOA2D}(\hat{\mathbf{x}}^k)$ в точке $\hat{\mathbf{x}}^k$:

$$\mathbf{J}_{AOA2D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \arctg\left(\frac{y-y_1}{x-x_1}\right) & \frac{\partial}{\partial y} \arctg\left(\frac{y-y_1}{x-x_1}\right) & \frac{\partial}{\partial z} \arctg\left(\frac{y-y_1}{x-x_1}\right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \arctg\left(\frac{y-y_2}{x-x_2}\right) & \frac{\partial}{\partial y} \arctg\left(\frac{y-y_2}{x-x_2}\right) & \frac{\partial}{\partial z} \arctg\left(\frac{y-y_2}{x-x_2}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x} \arctg\left(\frac{y-y_N}{x-x_N}\right) & \frac{\partial}{\partial y} \arctg\left(\frac{y-y_N}{x-x_N}\right) & \frac{\partial}{\partial z} \arctg\left(\frac{y-y_N}{x-x_N}\right) \end{bmatrix} \quad (4.121)$$

После взятия частных производных в (4.121) получим:

$$\mathbf{J}_{AOA2D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{y-y_1}{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2} & \frac{x-x_1}{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2} & 0 \\ -\frac{y-y_2}{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2} & \frac{x-x_2}{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{y-y_N}{(x-x_N)^2+(y-y_N)^2} & \frac{x-x_N}{(x-x_N)^2+(y-y_N)^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.122)$$

Принимая во внимание соотношения (рис. 4.28):

$$\sin(\theta_i) = \Delta y_i / d_{ixy}; \quad \cos(\theta_i) = \Delta x_i / d_{ixy}, \quad (4.123)$$

преобразуем выражение (4.122) к виду

$$\mathbf{J}_{AOA2D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\theta_1)}{d_{1xy}} & \frac{\cos(\theta_1)}{d_{1xy}} & 0 \\ \frac{\sin(\theta_2)}{d_{2xy}} & \frac{\cos(\theta_2)}{d_{2xy}} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\sin(\theta_N)}{d_{Nxy}} & \frac{\cos(\theta_N)}{d_{Nxy}} & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.124)$$

Оценка местоположения ИРИ УМ на плоскости 2D по алгоритму ГН:

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \left(\mathbf{J}_{AOA2D}^T \mathbf{J}_{AOA2D} \right)^{-1} \mathbf{J}_{AOA2D}^T \left(\mathbf{y}_{AOA2D} - \mathbf{f}_{AOA2D} \left(\hat{\mathbf{x}}^k \right) \right). \quad (4.125)$$

где вектор разностей измеренных и рассчитанных величин УМ из оценки $\hat{\mathbf{x}}^k$ на k -й итерации работы алгоритма:

$$\mathbf{h}_{AOA} \left(\hat{\mathbf{x}}^k \right) = \mathbf{y}_{AOA} - \mathbf{f}_{AOA} \left(\hat{\mathbf{x}}^k \right). \quad (4.126)$$

УМ в 3D. Угломерное измерение $y_{AOA3D,i}$ угла места φ_i в i -й точке местоположения БПЛА можно представить выражением

$$y_{AOA3D,i} = f_{AOA3D,i}(\mathbf{x}) + n_{AOA3D,i}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (4.127)$$

где $n_{AOA3D,i}$ – шум УМ измерений угла места φ_i , выборки шума первичных УМ измерений угла места φ_i $\{n_{AOA3D,i}\}$ некоррелированы, имеют нормальное распределение с нулевым средним и дисперсией $\{\sigma_{AOA3D,i}^2\}$; а $f_{AOA3D,i}(\mathbf{x}) = \varphi_i(\mathbf{x})$ – нелинейная функциональная зависимость (4.108), связывающая неизвестные координаты ИРИ $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$ и координат ПП $_i$ $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$:

$$f_{AOA3D,i}(\mathbf{x}) = \varphi_i(\mathbf{x}) = \text{arctg} \left(\frac{z - z_i}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}} \right), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4.128)$$

В векторном виде выражение (4.127) можно представить как

$$\mathbf{y}_{AOA3D} = \mathbf{f}_{AOA3D}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}_{AOA3D}, \quad (4.129)$$

где $\mathbf{y}_{AOA3D} = [y_{AOA3D,1}, y_{AOA3D,2}, \dots, y_{AOA3D,N}]^T$ – вектор первичных УМ измерений угла места φ , $\mathbf{n}_{AOA3D} = [n_{AOA3D,1}, n_{AOA3D,2}, \dots, n_{AOA3D,N}]^T$ – вектор шума первичных УМ измерений, а вектор нелинейных зависимостей $\mathbf{f}_{AOA3D} = \boldsymbol{\varphi}$:

$$\mathbf{f}_{AOA3D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \varphi_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \varphi_N(\mathbf{x}) \end{bmatrix}. \quad (4.130)$$

Подставив в (4.130) выражения (4.128) для $f_{AOA3D,i}(\mathbf{x}) = \theta_i(\mathbf{x})$, получим:

$$\mathbf{f}_{AOA3D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \text{arctg} \left(\frac{z - z_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}} \right) \\ \text{arctg} \left(\frac{z - z_2}{\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2}} \right) \\ \vdots \\ \text{arctg} \left(\frac{z - z_N}{\sqrt{(x - x_N)^2 + (y - y_N)^2}} \right) \end{bmatrix}. \quad (4.131)$$

Матрица $\mathbf{J}_{AOA3D}(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{f}_{AOA3D}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} \subset \mathbb{R}^{N \times 3}$ частных производных:

$$\mathbf{J}_{AOA3D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \text{arctg} \left(\frac{z - z_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}} \right) & \frac{\partial}{\partial y} \text{arctg} \left(\frac{z - z_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}} \right) & \frac{\partial}{\partial z} \text{arctg} \left(\frac{z - z_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \text{arctg} \left(\frac{z - z_2}{\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2}} \right) & \frac{\partial}{\partial y} \text{arctg} \left(\frac{z - z_2}{\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2}} \right) & \frac{\partial}{\partial z} \text{arctg} \left(\frac{z - z_2}{\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2}} \right) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x} \text{arctg} \left(\frac{z - z_N}{\sqrt{(x - x_N)^2 + (y - y_N)^2}} \right) & \frac{\partial}{\partial y} \text{arctg} \left(\frac{z - z_N}{\sqrt{(x - x_N)^2 + (y - y_N)^2}} \right) & \frac{\partial}{\partial z} \text{arctg} \left(\frac{z - z_N}{\sqrt{(x - x_N)^2 + (y - y_N)^2}} \right) \end{bmatrix}. \quad (4.132)$$

После взятия частных производных в (4.132) получим:

$$\mathbf{J}_{AOA3D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{(z-z_1)(x-x_1)}{d_1^2 d_{1xy}} & \frac{(z-z_1)(y-y_1)}{d_1^2 d_{1xy}} & \frac{d_{1xy}}{d_1^2} \\ \frac{(z-z_2)(x-x_2)}{d_2^2 d_{2xy}} & \frac{(z-z_2)(y-y_2)}{d_2^2 d_{2xy}} & \frac{d_{2xy}}{d_2^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{(z-z_N)(x-x_N)}{d_N^2 d_{Nxy}} & \frac{(z-z_N)(y-y_N)}{d_N^2 d_{Nxy}} & \frac{d_{Nxy}}{d_N^2} \end{bmatrix}. \quad (4.133)$$

Принимая во внимание соотношения (рис. 4.28):

$$\sin(\varphi_i) = \Delta z_i / d_i; \quad \cos(\varphi_i) = d_{ixy} / d_i, \quad (4.134)$$

преобразуем выражение (4.132) к виду

$$\mathbf{J}_{AOA3D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\cos(\theta_1)\sin(\varphi_1)}{d_1} & \frac{\sin(\theta_1)\sin(\varphi_1)}{d_1} & \frac{\cos(\varphi_1)}{d_1} \\ \frac{\cos(\theta_2)\sin(\varphi_2)}{d_2} & \frac{\sin(\theta_2)\sin(\varphi_2)}{d_2} & \frac{\cos(\varphi_2)}{d_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\cos(\theta_N)\sin(\varphi_N)}{d_N} & \frac{\sin(\theta_N)\sin(\varphi_N)}{d_N} & \frac{\cos(\varphi_N)}{d_N} \end{bmatrix}. \quad (4.135)$$

Для УМ в пространстве целевая функция нелинейного алгоритма ML

$$e_{ML,AOA} = \mathbf{h}_{AOA}^T(\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{N}_{AOA}^{-1} \mathbf{h}_{AOA}(\tilde{\mathbf{x}}), \quad (4.136)$$

где $\mathbf{h}_{AOA}(\tilde{\mathbf{x}}) \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$ – вектор разностей измеренных и рассчитанных величин:

$$\mathbf{h}_{AOA}(\tilde{\mathbf{x}}) = \mathbf{y}_{AOA} - \mathbf{f}_{AOA}(\tilde{\mathbf{x}}); \quad (4.137)$$

$\mathbf{y}_{AOA} \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$ – вектор угломерных измерений $AOA_i = \{\varphi_i, \theta_i\}$, образованный выражениями (4.111) и (4.129):

$$\mathbf{y}_{AOA} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{AOA2D} \\ \mathbf{y}_{AOA3D} \end{bmatrix}; \quad (4.138)$$

$\mathbf{f}_{AOA}(\tilde{\mathbf{x}}^k) \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$ – вектор нелинейных зависимостей в точке $\tilde{\mathbf{x}}$, образованный выражениями (4.112) и (4.130):

$$\mathbf{f}_{AOA}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{AOA2D}(\tilde{\mathbf{x}}) \\ \mathbf{f}_{AOA3D}(\tilde{\mathbf{x}}) \end{bmatrix}; \quad (4.139)$$

$\mathbf{N}_{AOA} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ – ковариационная матрица \mathbf{y}_{AOA} ; при одинаковых дисперсиях азимута и угла места $\sigma_{\theta}^2 = \sigma_{\varphi}^2 = \sigma_{AOA}^2$ справедливо выражение

$$\mathbf{N}_{AOA} = \sigma_{AOA}^2 \mathbf{I}; \quad (4.140)$$

где $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ – единичная матрица. Оценка местоположения ИРИ УМ в пространстве 3D по алгоритму МП определяется выражением [289]:

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \left(\mathbf{J}_{AOA}^T \mathbf{N}_{AOA}^{-1} \mathbf{J}_{AOA} \right)^{-1} \mathbf{J}_{AOA}^T \mathbf{N}_{AOA}^{-1} \left(\mathbf{y}_{AOA} - \mathbf{f}_{AOA} \left(\hat{\mathbf{x}}^k \right) \right), \quad (4.141)$$

где $\mathbf{J}_{AOA}(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{f}_{AOA}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{2N \times 3}$ – матрица частных производных функции $\mathbf{f}_{AOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \in \mathbb{R}^{2N \times 3}$ в точке $\hat{\mathbf{x}}^k$, определяется как

$$\mathbf{J}_{AOA}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{AOA2D}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{J}_{AOA3D}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}. \quad (4.142)$$

Подставляя в (4.142) выражения (4.124) и (4.135), получим матрицу

$$\mathbf{J}_{AOA}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{\sin(\theta_1)}{d_{1xy}} & \frac{\cos(\theta_1)}{d_{1xy}} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{\sin(\theta_N)}{d_{Nxy}} & \frac{\cos(\theta_N)}{d_{Nxy}} & 0 \\ -\frac{\cos(\theta_1)\sin(\varphi_1)}{d_1} & -\frac{\sin(\theta_1)\sin(\varphi_1)}{d_1} & \frac{\cos(\varphi_1)}{d_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{\cos(\theta_N)\sin(\varphi_N)}{d_N} & -\frac{\sin(\theta_N)\sin(\varphi_N)}{d_N} & \frac{\cos(\varphi_N)}{d_N} \end{bmatrix}. \quad (4.143)$$

Оценка местоположения ИРИ УМ в пространстве 3D по алгоритму ГН на k -й итерации определяется выражением

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \left(\mathbf{J}_{AOA}^T \mathbf{J}_{AOA} \right)^{-1} \mathbf{J}_{AOA}^T \left(\mathbf{y}_{AOA} - \mathbf{f}_{AOA} \left(\hat{\mathbf{x}}^k \right) \right), \quad (4.144)$$

Представим (4.144) в виде суммы начальной оценки и приращения:

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \boldsymbol{\delta}_{AOA} \left(\hat{\mathbf{x}}^k \right), \quad (4.145)$$

$$\boldsymbol{\delta}_{AOA} \left(\hat{\mathbf{x}}^k \right) = \left(\mathbf{J}_{AOA}^T \mathbf{J}_{AOA} \right)^{-1} \mathbf{J}_{AOA}^T \mathbf{h}_{AOA} \left(\hat{\mathbf{x}}^k \right), \quad (4.146)$$

Алгоритм УМ завершает работу, когда выполнено заданное количество итераций, или норма вектора приращений $\|\boldsymbol{\delta}_{AOA}(\hat{\mathbf{x}}^k)\|_2 = \|\hat{\mathbf{x}}^{k+1} - \hat{\mathbf{x}}^k\|_2 < \varepsilon$ становится меньше заданной величины. Начальная оценка для итеративного поиска может быть выбрана как среднее от МП ПП \mathbf{x}_i в процессе ОМП

$$\hat{\mathbf{x}}^0 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \mathbf{x}_i. \quad (4.147)$$

Ошибка позиционирования по метрике MSE определяется как:

$$\text{MSE} = \mathbb{E} \left\{ \sqrt{(x - \hat{x})^2 + (y - \hat{y})^2 + (z - \hat{z})^2} \right\} = \text{CRLB}(\mathbf{x}). \quad (4.148)$$

РДМ/УМ. Оценка местоположения ИРИ комбинированным методом РДМ/УМ в пространстве 3D на k -й итерации по алгоритму МП:

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \left(\mathbf{J}_{TDOA-AOA}^T \mathbf{N}_{TDOA-AOA}^{-1} \mathbf{J}_{TDOA-AOA} \right)^{-1} \mathbf{J}_{TDOA-AOA}^T \mathbf{N}_{TDOA-AOA}^{-1} \mathbf{h}_{TDOA-AOA}, \quad (4.149)$$

где $\mathbf{N}_{TDOA-AOA} \in \mathbb{R}^{3N \times 3N}$ ковариационная матрица первичных измерений РДМ/УМ, образованная выражениями (4.120) и (4.140)

$$\mathbf{N}_{TDOA-AOA} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{TDOA} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}_{AOA} \end{bmatrix}; \quad (4.150)$$

$\mathbf{h}_{TDOA-AOA}(\tilde{\mathbf{x}}) \in \mathbb{R}^{3N \times 1}$ – вектор разностей измеренных и рассчитанных величин РДМ/УМ:

$$\mathbf{h}_{TDOA-AOA} = \mathbf{y}_{TDOA-AOA} - \mathbf{f}_{TDOA-AOA}(\hat{\mathbf{x}}^k), \quad (4.151)$$

$\mathbf{J}_{TDOA-AOA}(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{f}_{TDOA-AOA}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{3N \times 3}$ – матрица частных производных функции $\mathbf{f}_{TDOA-AOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \in \mathbb{R}^{3N \times 1}$, образованная выражениями (4.102) и (4.142):

$$\mathbf{J}_{TDOA-AOA}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{TDOA}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{J}_{AOA}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}; \quad (4.152)$$

$\mathbf{y}_{TDOA-AOA} \in \mathbb{R}^{3N \times 1}$ – вектор РДМ/УМ измерений $TDOA_i - AOA_i = \{\Delta\tau_i, \theta_i, \varphi_i\}$, образованный выражениями (4.91) и (4.138):

$$\mathbf{y}_{TDOA-AOA} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{TDOA} \\ \mathbf{y}_{AOA} \end{bmatrix}; \quad (4.153)$$

$\mathbf{f}_{TDOA-AOA}(\hat{\mathbf{x}}^k) \in \mathbb{R}^{3N \times 1}$ – вектор нелинейных зависимостей в точке $\hat{\mathbf{x}}^k$, образованный выражениями (4.92) и (4.139):

$$\mathbf{f}_{TDOA-AOA}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{TDOA}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{f}_{AOA}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}. \quad (4.154)$$

Оценка местоположения ИРИ комбинированным методом РДМ/УМ в пространстве 3D на k -й итерации по алгоритму ГН:

$$\hat{\mathbf{x}}^{k+1} = \hat{\mathbf{x}}^k + \left(\mathbf{J}_{TDOA-AOA}^T \mathbf{J}_{TDOA-AOA} \right)^{-1} \mathbf{J}_{TDOA-AOA}^T \mathbf{h}_{TDOA-AOA}. \quad (4.155)$$

Нижняя граница Крамера-Рао (НГКР) определяется матрицей Фишера FIM (Fisher information matrix) в точке ИРИ. Диагональные элементы FIM^{-1} представляют минимальную дисперсию оценок точности, т.е. НГКР

$$CRLB(\mathbf{x}) = trace(FIM^{-1}(\mathbf{x})). \quad (4.156)$$

Если первичные измерения подчиняются нормальному распределению с нулевым средним и матрицей ковариации \mathbf{N} :

$$FIM(\mathbf{x}) = \mathbf{J}^T(\mathbf{x}) \mathbf{N}^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{x}). \quad (4.157)$$

Далее в ИМ производится сравнение точности методов (РДМ, УМ и РДМ/УМ) и алгоритмов (МП и ГН) позиционирования с НГКР, для чего в (4.157) подставляются соответствующие выражения для ковариационной матрицы \mathbf{N} и матрицы частных производных \mathbf{J} .

Линейный алгоритм ОМП УМ. При отсутствии ошибок измерений направление прихода сигнала от ИРИ определяется азимутом θ_i (4.107) и углом места φ_i (4.108) согласно выражениям:

$$\theta_i = \arctg(\Delta y_i / \Delta x_i); \quad \varphi_i = \arctg(\Delta z_i / d_{ixy}).$$

Из рис. 4.28 согласно (4.123) и (4.134) можно записать выражения $\sin \theta_i = \Delta y_i / d_{ixy}$; $\cos \theta_i = \Delta x_i / d_{ixy}$; $\sin \varphi_i = \Delta z_i / d_i$; $\cos \varphi_i = d_{ixy} / d_i$;

откуда вектор направления прихода $\mathbf{d}_i = [\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i]^T$ можно записать в виде:

$$\mathbf{d}_i = d_i [\cos \varphi_i \cos \theta_i, \cos \varphi_i \sin \theta_i, \sin \varphi_i]^T. \quad (4.158)$$

2D. Рассмотрим соотношение между угломерными измерениями азимута и неизвестными координатами ИРИ на плоскости в 2D. Из выражения $\tg \theta_i = \sin \theta_i / \cos \theta_i = \Delta y_i / \Delta x_i$ справедливо

$$\sin \theta_i \Delta x_i - \cos \theta_i \Delta y_i = 0 \quad (4.159)$$

Введем вектор

$$\mathbf{a}_{2Di} = [\sin \theta_i, -\cos \theta_i, 0]^T, \quad (4.160)$$

тогда учетом (4.85) выражение (4.159) можно представить в виде

$$\mathbf{a}_{2Di}^T \mathbf{x} = \mathbf{a}_{2Di}^T \mathbf{x}_i, \quad (4.161)$$

где вектор \mathbf{a}_{2Di} удовлетворяет условиям $\mathbf{a}_{2Di}^T \mathbf{d}_i = 0$ и $\|\mathbf{a}_{2Di}\|_2 = 1$ как в [283].

С учетом шумов измерений азимут $\tilde{\theta}_i$ и угол места $\tilde{\varphi}_i$ равны:

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i + n_{\theta_i}, \quad \tilde{\varphi}_i = \varphi_i + n_{\varphi_i}, \quad (4.162)$$

где n_{θ_i} и n_{φ_i} имеют нормальное распределение с дисперсиями $\sigma_{\theta_i}^2$ и $\sigma_{\varphi_i}^2$ соответственно. С учетом (4.162) выражение (4.161) можно представить [285]:

$$\tilde{\mathbf{a}}_{2Di}^T \mathbf{x} = \tilde{\mathbf{a}}_{2Di}^T \mathbf{x}_i + n'_{2Di}, \quad (4.163)$$

где

$$\tilde{\mathbf{a}}_{2Di} = [\sin \tilde{\theta}_i, -\cos \tilde{\theta}_i, 0]^T; \quad (4.164)$$

$$n'_{2Di} = \tilde{\mathbf{a}}_{2Di}^T \mathbf{x} - \tilde{\mathbf{a}}_{2Di}^T \mathbf{x}_i = \tilde{\mathbf{a}}_{2Di}^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) = \tilde{\mathbf{a}}_{2Di}^T \mathbf{d}_i. \quad (4.165)$$

Подставив (4.158) в (4.165), получим [285]:

$$n'_{2Di} = d_{ixy} (\sin \tilde{\theta}_i \cos \theta_i - \cos \tilde{\theta}_i \sin \theta_i) = d_{ixy} \sin(\tilde{\theta}_i - \theta_i) = d_{ixy} \sin n_{\theta_i}. \quad (4.166)$$

$$d_{ixy} = d_i \cos \varphi_i. \quad (4.167)$$

3D. Рассмотрим соотношение между угломерными измерениями угла места и неизвестными координатами ИРИ в пространстве в 3D. Из выражения $\tan \varphi_i = \sin \varphi_i / \cos \varphi_i = \Delta z_i / d_{ixy}$ справедливо

$$\sin \varphi_i d_{ixy} - \cos \varphi_i \Delta z_i = 0. \quad (4.168)$$

3D RIPLE. Рассмотрим так называемый псевдолинейный независимый от поворота (системы координат) алгоритм оценки 3D RIPLE (Rotation Invariant Pseudolinear Estimator). Проекцию \mathbf{d}_i на плоскость xy в (4.86) можно представить выражением [285]:

$$d_{ixy} = \Delta x_i \Delta x_i / \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2} + \Delta y_i \Delta y_i / \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}. \quad (4.169)$$

Подставив в (4.169) выражения $\cos\theta_i = \Delta x_i / d_{ixy}$ и $\sin\theta_i = \Delta y_i / d_{ixy}$, получим

$$d_{ixy} = \Delta x_i \cos\theta_i + \Delta y_i \sin\theta_i. \quad (4.170)$$

Подставив (4.170) в (4.168), получим

$$\Delta x_i \sin\varphi_i \cos\theta_i + \Delta y_i \sin\varphi_i \sin\theta_i - \Delta z_i \cos\varphi_i = 0. \quad (4.171)$$

Введем вектор [285]:

$$\mathbf{a}_{3DRIi} = [\sin\varphi_i \cos\theta_i, \sin\varphi_i \sin\theta_i, -\cos\varphi_i]^T, \quad (4.172)$$

тогда учетом (4.85) выражение (4.171) можно представить в виде

$$\mathbf{a}_{3DRIi}^T \mathbf{x} = \mathbf{a}_{3DRIi}^T \mathbf{x}_i. \quad (4.173)$$

где вектор \mathbf{a}_{3Di} удовлетворяет условиям $\mathbf{a}_{3DRIi}^T \mathbf{d}_i = 0$ и $\|\mathbf{a}_{3DRIi}\|_2 = 1$ как в [283].

С учетом шумов в (4.162) выражение (4.173) можно представить [285]:

$$\tilde{\mathbf{a}}_{3DRIi}^T \mathbf{x} = \tilde{\mathbf{a}}_{3DRIi}^T \mathbf{x}_i + n'_{3DRIi}, \quad (4.174)$$

$$\tilde{\mathbf{a}}_{3DRIi} = [\sin\tilde{\varphi}_i \cos\tilde{\theta}_i, \sin\tilde{\varphi}_i \sin\tilde{\theta}_i, -\cos\tilde{\varphi}_i]^T; \quad (4.175)$$

$$n'_{3DRIi} = \tilde{\mathbf{a}}_{3DRIi}^T \mathbf{d}_i = d_i (\sin\tilde{\varphi}_i \cos\varphi_i \cos n_{\theta_i} - \cos\tilde{\varphi}_i \sin\varphi_i); \quad (4.176)$$

$$\cos n_{\theta_i} = \cos(\tilde{\theta}_i - \theta_i) = \cos\tilde{\theta}_i \cos\theta_i + \sin\tilde{\theta}_i \sin\theta_i. \quad (4.177)$$

Объединяя выражения (4.163) и (4.174), получим систему уравнений для алгоритма 3D RIPLE:

$$\mathbf{A}_{RI} \mathbf{x} = \mathbf{b}_{RI} + \mathbf{n}_{RI}, \quad (4.178)$$

где $\mathbf{A}_{RI} \in \mathbb{R}^{2N \times 3}$, $\mathbf{b}_{RI} \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$, $\mathbf{n}_{RI} \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$ [285]:

$$\mathbf{A}_{RI} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}_{2D1}^T \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{a}}_{2DN}^T \\ \tilde{\mathbf{a}}_{3DRI1}^T \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{a}}_{3DRIN}^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{RI} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}_{2D1}^T \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{a}}_{2DN}^T \mathbf{x}_N \\ \tilde{\mathbf{a}}_{3DRI1}^T \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{a}}_{3DRIN}^T \mathbf{x}_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{n}_{RI} = \begin{bmatrix} n'_{2D1} \\ \vdots \\ n'_{2DN} \\ n'_{3DRI1} \\ \vdots \\ n'_{3DRIN} \end{bmatrix}. \quad (4.179)$$

Оценка МП ИРИ алгоритмом 3D RIPLE может быть представлена как

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{A}_{RI} \tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{b}_{RI}\|^2 = (\mathbf{A}_{RI}^T \mathbf{A}_{RI})^{-1} \mathbf{A}_{RI}^T \mathbf{b}_{RI}, \quad (4.180)$$

3D RVPLE. Рассмотрим псевдолинейный зависимый от поворота (системы координат) алгоритм оценки 3D RVPLE (Rotation Variant Pseudolinear Estimator) [285]. Проекцию \mathbf{d}_i на плоскость $xу$ в (4.86) можно представить:

$$d_{ixy} = \Delta x_i / \cos\theta_i. \quad (4.181)$$

Подставив (4.181) в (4.168), получим

$$\sin\varphi_i \Delta x_i / \cos\theta_i - \cos\varphi_i \Delta z_i = 0. \quad (4.182)$$

Для исключения деления на $\cos\theta_i \rightarrow 0$ при $\theta_i \rightarrow \pi/2$ умножим слагаемые в (4.182) на $\cos\theta_i$:

$$\sin\phi_i \Delta x_i - \cos\phi_i \cos\theta_i \Delta z_i = 0. \quad (4.183)$$

Введем вектор [285]:

$$\mathbf{a}_{3DRVi} = [\sin\phi_i, 0, -\cos\phi_i \cos\theta_i]^T, \quad (4.184)$$

тогда с учетом (4.85) выражение (4.183) можно представить в виде

$$\mathbf{a}_{3DRVi}^T \mathbf{x} = \mathbf{a}_{3DRVi}^T \mathbf{x}_i. \quad (4.185)$$

С учетом шумов в (4.162) выражение (4.185) можно представить

$$\tilde{\mathbf{a}}_{3DRVi}^T \mathbf{x} = \tilde{\mathbf{a}}_{3DRVi}^T \mathbf{x}_i + n'_{3DRVi}, \quad (4.186)$$

$$\tilde{\mathbf{a}}_{3DRVi} = [\sin\tilde{\phi}_i, 0, -\cos\tilde{\phi}_i \cos\tilde{\theta}_i]^T; \quad (4.187)$$

$$n'_{3DRVi} = \tilde{\mathbf{a}}_{3DRVi}^T \mathbf{d}_i = d_i (\sin\tilde{\phi}_i \cos\phi_i \cos\theta_i - \cos\tilde{\phi}_i \cos\tilde{\theta}_i \sin\phi_i). \quad (4.188)$$

Объединяя выражения (4.163) и (4.185), получим систему уравнений для алгоритма 3D RVPLE:

$$\mathbf{A}_{RV} \mathbf{x} = \mathbf{b}_{RV} + \mathbf{n}_{RV}, \quad (4.189)$$

где $\mathbf{A}_{RV} \in \mathbb{R}^{2N \times 3}$, $\mathbf{b}_{RV} \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$, $\mathbf{n}_{RV} \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$ [285]:

$$\mathbf{A}_{RV} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}_{2D1}^T \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{a}}_{2DN}^T \\ \tilde{\mathbf{a}}_{3DRV1}^T \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{a}}_{3DRVN}^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{RV} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}_{2D1}^T \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{a}}_{2DN}^T \mathbf{x}_N \\ \tilde{\mathbf{a}}_{3DRV1}^T \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{a}}_{3DRVN}^T \mathbf{x}_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{n}_{RV} = \begin{bmatrix} n'_{2D1} \\ \vdots \\ n'_{2DN} \\ n'_{3DRV1} \\ \vdots \\ n'_{3DRVN} \end{bmatrix}. \quad (4.190)$$

Оценка МП ИРИ линейным алгоритмом 3D RVPLE может быть представлена как

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{A}_{RV} \tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{b}_{RV}\|^2 = (\mathbf{A}_{RV}^T \mathbf{A}_{RV})^{-1} \mathbf{A}_{RV}^T \mathbf{b}_{RV}. \quad (4.191)$$

В работе [285] исследуются вопросы влияния поворота СК (системы координат) на точность алгоритмов RIPLE/RVPLE; показано, что поворот плоскости ху на определенный угол позволяет снизить смещение оценки МП ИРИ для алгоритма RVPLE. Ошибка ОМП RMSE определяется как:

$$\text{RMSE}(\mathbf{x}) = \sqrt{\mathbf{MSE}(\mathbf{x})} = \sqrt{\sum_{l=1}^L \|\hat{\mathbf{x}}_l - \mathbf{x}\|^2 / L}. \quad (4.192)$$

Смещение оценки ОМП определяется как [289–292]:

$$\text{bias}(\mathbf{x}) = \sqrt{\left\| \sum_{l=1}^L \hat{\mathbf{x}}_l / L - \mathbf{x} \right\|^2}. \quad (4.193)$$

Для минимизации смещения оценки (4.193) рассмотрим измерения по азимуту $\theta_i \in (-\pi, \pi)$ (4.107) и углу места $\varphi_i \in (-\pi/2, \pi/2)$ (4.108):

$$\theta_i = \tan^{-1} \left(\frac{y - y_i}{x - x_i} \right); \quad (4.194)$$

$$\varphi_i = \tan^{-1} \left(\frac{z - z_i}{d_{ixy}} \right). \quad (4.195)$$

где знаменатель d_{ixy} из (4.108) согласно (4.170) можно представить как:

$$d_{ixy} = (x - x_i) \cos \theta_i + (y - y_i) \sin \theta_i. \quad (4.196)$$

Измеренные значения азимута $\tilde{\theta}_i$ и угла места $\tilde{\varphi}_i$ из выражения (4.162):

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i + n_{\theta_i}; \quad \tilde{\varphi}_i = \varphi_i + n_{\varphi_i}, \quad (4.162)$$

где n_{θ_i} и n_{φ_i} – шум измерений азимута и угла места соответственно, подчиняющийся нормальному распределению с нулевым средним. Взяв тангенс от обеих частей (4.194) и использовав $\tan \theta_i = \sin \theta_i / \cos \theta_i$, получим

$$0 = \sin \theta_i (x - x_i) - \cos \theta_i (y - y_i). \quad (4.197)$$

С учетом шума в (4.162) выражение (4.197) можно представить в виде

$$-\sin \tilde{\theta}_i (x - x_i) + \cos \tilde{\theta}_i (y - y_i) + n'_{\theta_i} = 0. \quad (4.198)$$

Взяв тангенс от обеих частей выражения (4.195) и использовав соотношение $\tan \varphi_i = \sin \varphi_i / \cos \varphi_i$, получим

$$0 = d_{ixy} \sin(\varphi_i) - (z - z_i) \cos(\varphi_i). \quad (4.199)$$

С учетом шума в (4.162) выражение (4.199) можно представить в виде

$$-d_{ixy} \sin(\tilde{\varphi}_i) + (z - z_i) \cos(\tilde{\varphi}_i) + n'_{\varphi_i} = 0, \quad (4.200)$$

С учетом выражений (4.198) и (4.200) вектор разностей измеренных и рассчитанных УМ величин в пространстве 3D $\mathbf{h}_{AOA} \in \mathbb{R}^{2N \times 1}$:

$$\mathbf{h}_{AOA} = \begin{bmatrix} -(x - x_1) \sin(\tilde{\theta}_1) + (y - y_1) \cos(\tilde{\theta}_1) \\ -(x - x_2) \sin(\tilde{\theta}_2) + (y - y_2) \cos(\tilde{\theta}_2) \\ \vdots \\ -(x - x_N) \sin(\tilde{\theta}_N) + (y - y_N) \cos(\tilde{\theta}_N) \\ -d_{1xy} \sin(\tilde{\varphi}_1) + (z - z_1) \cos(\tilde{\varphi}_1) \\ -d_{2xy} \sin(\tilde{\varphi}_2) + (z - z_2) \cos(\tilde{\varphi}_2) \\ \vdots \\ -d_{Nxy} \sin(\tilde{\varphi}_N) + (z - z_N) \cos(\tilde{\varphi}_N) \end{bmatrix}. \quad (4.201)$$

В (4.201) первые четыре строки относятся к азимуту (4.194), последние четыре к углу места (4.195).

Матрица частных производных для УМ $\mathbf{J}_{AOA}(\mathbf{x}) = \partial \mathbf{h}_{AOA}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{2N \times 3}$:

$$\mathbf{J}_{AOA} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 \\ -\sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\sin(\theta_N) & \cos(\theta_N) & 0 \\ \frac{x-x_1}{d_{1xy}} \sin(\varphi_1) & \frac{y-y_1}{d_{1xy}} \sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) \\ \frac{x-x_2}{d_{2xy}} \sin(\varphi_2) & \frac{y-y_2}{d_{2xy}} \sin(\varphi_2) & \cos(\varphi_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x-x_N}{d_{Nxy}} \sin(\varphi_n) & \frac{y-y_N}{d_{Nxy}} \sin(\varphi_n) & \cos(\varphi_N) \end{bmatrix}. \quad (4.202)$$

С учетом (4.123) выражение (4.202) можно представить как

$$\mathbf{J}_{AOA} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 \\ -\sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\sin(\theta_N) & \cos(\theta_N) & 0 \\ -\cos(\theta_1) \sin(\varphi_1) & -\sin(\theta_1) \sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) \\ -\cos(\theta_2) \sin(\varphi_2) & -\sin(\theta_2) \sin(\varphi_2) & \cos(\varphi_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\cos(\theta_N) \sin(\varphi_n) & -\sin(\theta_N) \sin(\varphi_n) & \cos(\varphi_N) \end{bmatrix}. \quad (4.203)$$

Отличие выражения (4.203) от (4.143) заключается в следующем: в первых четырех строках для азимута в (4.203) в знаменателях отсутствуют d_{ixy} ; в последних четырех строках для угла места в (4.203) в знаменателях отсутствуют d_i .

В имитационной модели используются выражения (4.201) и (4.202), поэтому проследим далее вышеназванные отличия. Из (4.162)

$$n_{\theta_i} = \tilde{\theta}_i - \theta_i; \quad n_{\varphi_i} = \tilde{\varphi}_i - \varphi_i. \quad (4.204)$$

Взяв синус от обеих частей выражений в (4.204) и помножив выражение для азимута на d_{ixy} , а выражение для угла места на d_i , получим [273]

$$d_{ixy} \sin n_{\theta_i} = d_{ixy} \sin(\tilde{\theta}_i - \theta_i); \quad (4.205)$$

$$d_i \sin n_{\varphi_i} = d_i \sin(\tilde{\varphi}_i - \varphi_i).$$

Используя $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$, преобразуем (4.205)

$$d_{ixy} \sin n_{\theta_i} = d_{ixy} (\sin \tilde{\theta}_i \cos \theta_i - \cos \tilde{\theta}_i \sin \theta_i) \quad (4.206)$$

$$d_i \sin n_{\varphi_i} = d_i (\sin \tilde{\varphi}_i \cos \varphi_i - \cos \tilde{\varphi}_i \sin \varphi_i)$$

Используя соотношения

$$x - x_i = d_{ixy} \cos \theta_i; \quad y - y_i = d_{ixy} \sin \theta_i; \quad z - z_i = d_i \sin \varphi_i; \quad d_i = d_{ixy} / \cos \varphi_i$$

преобразуем (4.206) к виду:

$$\begin{aligned} -(x - x_i) \sin \tilde{\theta}_i + (y - y_i) \cos \tilde{\theta}_i + d_{ixy} \sin n_{\theta_i} &= 0; \\ -d_{ixy} \sin \tilde{\varphi}_i + (z - z_i) \cos \tilde{\varphi}_i + d_i \sin n_{\varphi_i} &= 0. \end{aligned} \quad (4.207)$$

Первое выражение (4.207) соответствует разности измеренных и рассчитанных УМ величин по θ_i (4.198), а второе выражение (4.207) – разности измеренных и рассчитанных УМ величин по углу места φ_i (4.200), где:

$$n'_{\theta_i} = d_{ixy} \sin n_{\theta_i}; \quad n'_{\varphi_i} = d_i \sin n_{\varphi_i}. \quad (4.208)$$

С учетом (4.208) выражения (4.206) можно представить в виде

$$\begin{aligned} n'_{\theta_i} &= d_{ixy} (\sin \tilde{\theta}_i \cos \theta_i - \cos \tilde{\theta}_i \sin \theta_i) = d_{ixy} \sin(\tilde{\theta}_i - \theta_i) \\ n'_{\varphi_i} &= d_i (\sin \tilde{\varphi}_i \cos \varphi_i - \cos \tilde{\varphi}_i \sin \varphi_i) = d_i \sin(\tilde{\varphi}_i - \varphi_i) \end{aligned} \quad (4.209)$$

Если сделать допущение о малом шуме первичных УМ измерений по азимуту n_{θ_i} и углу места n_{φ_i} , тогда справедливы допущения:

$$\sin n_{\theta_i} \approx n_{\theta_i}; \quad \sin n_{\varphi_i} \approx n_{\varphi_i}; \quad \cos n_{\theta_i} \approx 1; \quad \cos n_{\varphi_i} \approx 1. \quad (4.210)$$

Первое выражение в (4.209) для шума измерений по азимуту n'_{θ_i} соответствует выражению n'_{2Di} в (4.166). Второе выражение в (4.209) для шума измерений по углу места n'_{φ_i} соответствует выражению n'_{3Di} в (4.176) при малом шуме первичных УМ измерений в (4.210).

Выражения (4.201) и (4.202) в ИМ справедливо использовать при допущениях (4.210); при этом следует учитывать выражения матрицы ковариации шумов УМ измерений:

$$\mathbf{N}_{\theta} = \sigma_{\theta}^2 \begin{bmatrix} d_{1xy}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & d_{Nxy}^2 \end{bmatrix}; \quad (4.211)$$

$$\mathbf{N}_{\varphi} = \sigma_{\varphi}^2 \begin{bmatrix} d_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & d_N^2 \end{bmatrix}; \quad (4.212)$$

$$\mathbf{N}_{AOA} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{\theta} & 0 \\ 0 & \mathbf{N}_{\varphi} \end{bmatrix}; \quad (4.213)$$

где $\mathbf{N}_{\theta} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ – ковариационная матрица шумов первичных УМ измерений по азимуту n_{θ_i} ; $\mathbf{N}_{\varphi} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ – ковариационная матрица шумов первичных УМ измерений по углу места n_{φ_i} ; $\mathbf{N}_{AOA} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ – ковариационная матрица шумов первичных УМ измерений по азимуту и углу места.

4.4.5. Имитационная модель позиционирования с использованием с БПЛА

Для исследования влияния конфигураций стационарных ПП и траекторий движения подвижных ПП на БПЛА на точность ОМП РДМ и УМ в 3D реализован комплекс функций, представленный в табл. 2.9.

Табл. 4.25. Функции для позиционирования РДМ и УМ с использованием БПЛА

Функция	Скрипт
uav_tdoa_aoa_pos_model	Скрипт 4.11. Имитационная модель позиционирования с использованием БПЛА
GNest_TDOA	Скрипт 4.12. Алгоритм РДМ
GNest_AOA	Скрипт 4.13. Алгоритм УМ
GNest_TDOA_AOA	Скрипт 4.14. Алгоритм РДМ/УМ

Имитационная модель (ИМ) позиционирования с использованием БПЛА (скрипт 4.11) предназначена для анализа работы алгоритмов оценки координат ИРИ с использованием измерений РДМ (скрипт 4.12), УМ (скрипт 4.13) и комбинации РДМ/УМ (Скрипт 4.14). В качестве измерителей используются два типа пунктов приема (ПП): стационарный наземный ПП и подвижный ПП на борту БПЛА. Положение стационарных ПП задается массивом координат $xуGnd$. Положение БПЛА определяется моделью движения; для модели полета БПЛА по кругу используются следующие параметры: dt – период измерений, с; v – скорость движения, м/с; R – радиус круга, м; $cent$ – центр круга, м. ИРИ является стационарным, его положение задается вектором координат $xуTx$, который используется для моделирования первичных разностно-дальномерных измерений и расчета ошибок позиционирования. Шум измерений в ИМ принимается гауссовым с нулевым средним, а точность первичных измерений задается среднеквадратическим отклонением (СКО) в единицах измеряемой величины: например, для TDOA $\sigma_{TDOA}=50$ нс (или $\sigma_{RDOA}=15$ м); для AOA $\sigma_{AOA}=2^\circ$ (для φ и θ).

В ИМ есть возможность подключить цифровые модели местности (ЦММ) высот рельефа, которые построены на базе общедоступных данных высот земной поверхности, полученные с помощью радарной топографической съёмки SRTM (Shuttle Radar Topography Mission, радиолокационная топографическая миссия шаттла). В ИМ за подключение карты отвечают следующие параметры: $useTerrain$, $latBgn$, $lonBgn$, $sqLen$.

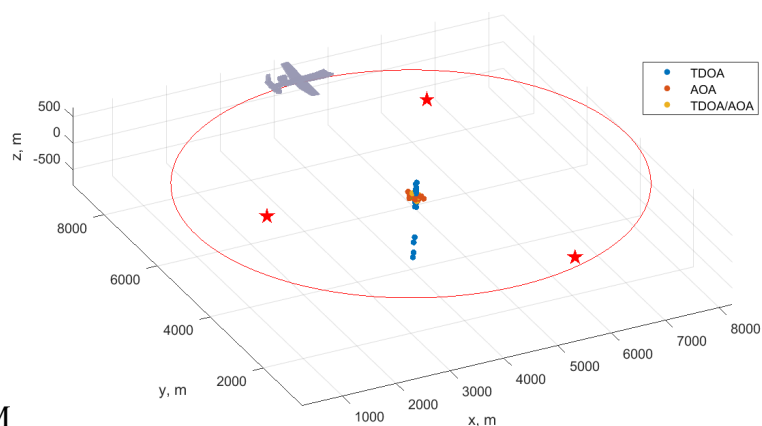
Измерения в ИМ собираются последовательно в массив измерений $xуMeas$: сначала с подвижных ПП на борту БПЛА, затем со стационарных наземных ПП. Алгоритм ОМП запускается после того, как собрано заданное число измерений n . Если установлен флаг $useTerrain$, то для каждой точки измерений проверяется возможность наличие прямой видимости с ИРИ, т.е. возможность сбора измерений. Для этого используется функция $TriangleRayIntersection$. Точки, в которых нет прямой видимости с ИРИ, не включаются в общий массив измерений $xуMeas$.

В результате работы ИМ полученные оценки координат ИРИ $\hat{x}=(\hat{x},\hat{y},\hat{z})$ отображаются на плоскости или в пространстве (зависит от настройки `nDim`), а также выводятся значения ошибки ОМП для каждого метода (РДМ, УМ, РДМ/УМ). Файл `uav_tdoa_aoa_pos_model.m` (скрипт 4.11) включает следующие основные параметры: а) координаты (`latBgn` – широта, `lonBgn` – долгота) левого нижнего угла прямоугольной области карты высот; для перехода из системы координат (`lat`, `lon`) в декартову (`x`, `y`) используется проекция Меркатора; б) параметр `sqLen` задает длину стороны квадратной области в метрах, в которой проводятся вычисления; параметр необходим для снижения объема обрабатываемых данных и соответственно времени работы; в) выбор метода оценки координат `estimationMethod`: 1 – TDOA; 2 – AOA; 3 – TDOA/AOA; 4 – все три метода; г) использовать карту местности `useTerrain`: 1 – использовать; 0 – не использовать (рис. 4.29); д) использовать наземные станции для оценки координат: 1 – использовать; 0 – не использовать; е) использовать БПЛА для оценки координат: 1 – использовать; 0 – не использовать; ж) размерность оценки координат (расчет на плоскости / в пространстве) `nDim`: 2 – на плоскости; 3 – в пространстве. *Описание используемых функций.*

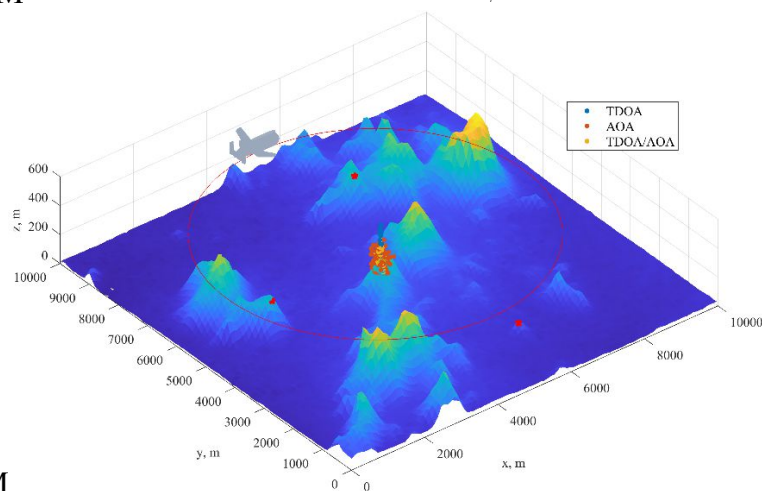
`mapStruct = readhgt(lat, lon, dir)` – функция для чтения файлов карт высот. Входные аргументы: `lat`, `lon` – широта и долгота левого нижнего угла прямоугольной области в градусах; `dir` – директория, в которой располагаются файлы карт высот с расширением “.hgt” (должны быть скачены заранее с ресурса https://dds.cr.usgs.gov/srtm/version2_1/ или подобных). Название файла состоит из координат `lat` и `lon` левого нижнего угла участка карты высот, например `N12E018.hgt`, что значит 12 градусов северной широты и 18 градусов восточной долготы. Функция возвращает область карты 1 на 1 градус или примерно 100 на 100 км. Возвращаемые аргументы: `mapStruct` – структура, включающая поля: `lat`, `lon` – вектора координатной сетки карты высот в градусах; `z` – значения высот местности в точках с координатами `lat`, `lon` в метрах.

`[x, y] = llToxy(lat, lon)` – функция для перехода из системы географических координат в метровую декартову систему. Входные аргументы: `lat`, `lon` – вектора значений широты и долготы в градусах. Возвращаемые аргументы: `x`, `y` – вектора значений координат в декартовой системе в метрах.

`intersect = TriangleRayIntersection(orig, dir, vert0, vert1, vert2)` – функция нахождения точки пересечения прямой с поверхностью. Входные аргументы: `orig` – координаты начала прямой; `dir` – трехмерный вектор, задающий направление прямой; `vert0`, `vert1`, `vert2` – вектора координат вершин треугольных полигонов, которые описывают поверхность. Данные вектора получены с помощью встроенной функции `delaunay` ПО Matlab. Возвращаемые аргументы: `intersect` – вектор 0 и 1; индекс с 1 соответствует индексу треугольного полигона поверхности, с которым пересекается прямая (`orig`, `dir`).



а) без ЦММ



б) с ЦММ

Рис. 4.29. Сценарий позиционирования с тремя наземными и одним воздушным ПП

$xyEst = GNest_TDOA(initEst, xyMeas, dr)$ – реализация алгоритма Гаусса-Ньютона для метода TDOA. Входные аргументы: $initEst$ – начальная оценка координат, $1 \times nDim$; $xyMeas$ – координаты точек измерений, $N \times nDim$; dr – измеренные разности дальностей, $(n-1) \times 1$. Возвращаемые аргументы: $xyEst$ – конечная оценка координат, $1 \times nDim$. В ИМ используется регулируемое число (точек) измерений для оценки координат ИРИ n .

$xyEst = GNest_AOA(initEst, xyMeas, azAng, elAng)$ – реализация алгоритма Гаусса-Ньютона для метода AOA. Входные аргументы: $initEst$ – начальная оценка координат, $1 \times nDim$; $xyMeas$ – координаты точек измерений, $N \times nDim$; $azAng$ – измерения азимута, $n \times 1$; $elAng$ – измерения угла места, $n \times 1$. Возвращаемые аргументы: $xyEst$ – конечная оценка координат, $1 \times nDim$.

$xyEst = GNest_TDOA_AOA(initEst, xyMeas, dr, azAng, elAng)$ – реализация алгоритма Гаусса-Ньютона для метода TDOA/AOA.

Входные аргументы: $initEst$ – начальная оценка координат, $1 \times nDim$; $xyMeas$ – координаты точек измерений, $N \times nDim$; dr – измеренные разности дальностей, $(n-1) \times 1$; $azAng$ – измерения азимута, $n \times 1$; $elAng$ – измерения угла места, $n \times 1$. Возвращаемые аргументы: $xyEst$ – конечная оценка координат, $1 \times nDim$. Вычисление оценки на плоскости или в пространстве определяется числом N в размерности массивов $initEst$ и $xyMeas$.

В качестве примера на представлен сценарий позиционирования ИРИ с использованием трех стационарных наземных ПП и одного подвижного ПП на борту БПЛА. Результаты ОМП ИРИ тремя методами (РДМ, УМ и РДМ/УМ) представлены на рис. 4.29, из которых следует выигрыш от комбинирования результатов первичных измерений гибридным методом РДМ/УМ. На рис. 4.30 и рис. 4.31 представлены результаты оценок точности местоположения ИРИ, вычисленные по трем методам алгоритмом ГН, а также методом МП для комбинированного метода РДМ/УМ.

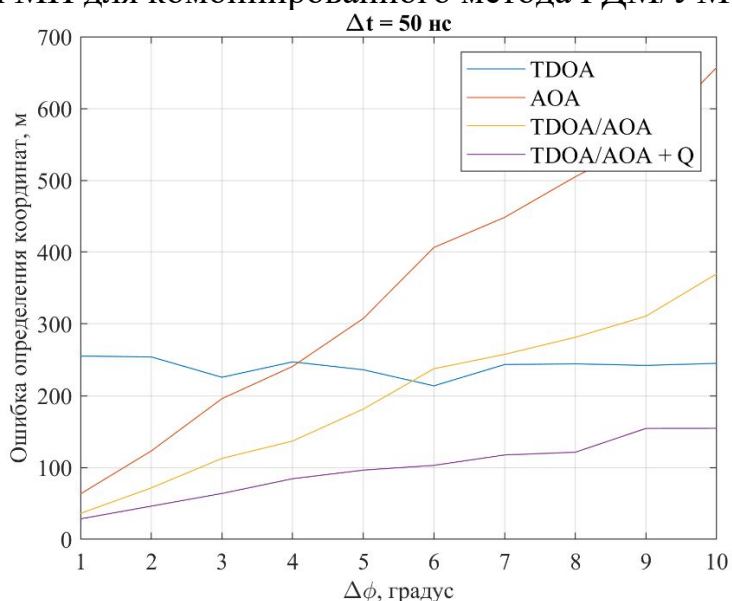


Рис. 4.30. Оценка точности позиционирования в зависимости от $\Delta\phi/\Delta\theta$

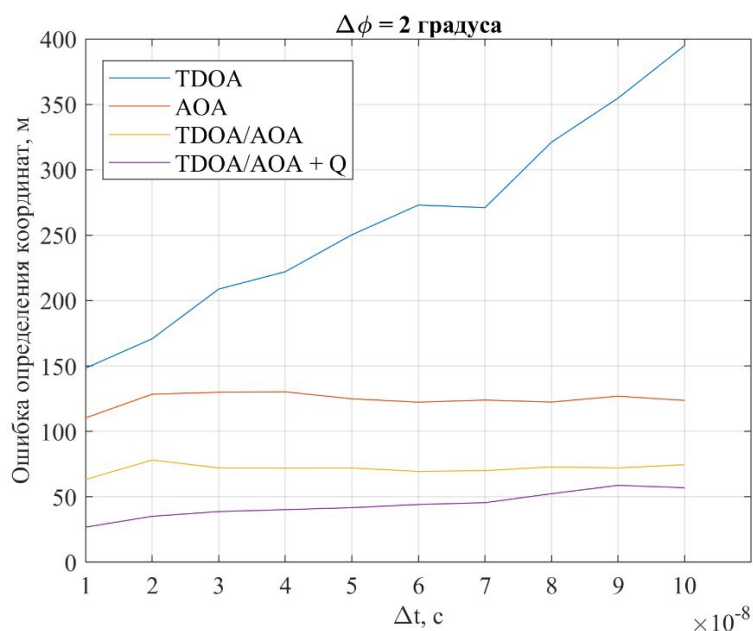


Рис. 4.31. Оценка точности позиционирования в зависимости от Δt

Анализ графиков на рис. 4.30 и рис. 4.31 позволяет сделать вывод о корректности работы ИМ, а также о выигрыше в оценке точности позиционирования комбинированным методом РДМ/УМ.

4.5. Позиционирование с БПЛА при отсутствии прямой видимости

4.5.1. Сценарий позиционирования в условиях LOS

Позиционирование источника радиоизлучения (ИРИ) выполняется для сценария, когда он расположен в трехмерном пространстве в области размером 10 км x 10 км x 5 км. Для моделирования был выбран сценарий движения БПЛА по окружности. Оценим точность позиционирования неподвижного ИРИ на рис. 4.32: ИРИ расположен в точке (5, 5, 1); 4 стационарных ПП расположены в точках (0, 0, 0), (10, 0, 0.7), (0, 10, 1), (10, 10, 1.2); ПП на борту БПЛА летает по окружности на высоте $z=3000$ м со скоростью 113 км/ч. Зависимость среднеквадратичной ошибки (СКО) позиционирования от времени полета БПЛА по осям предоставлена на рис. 4.33.

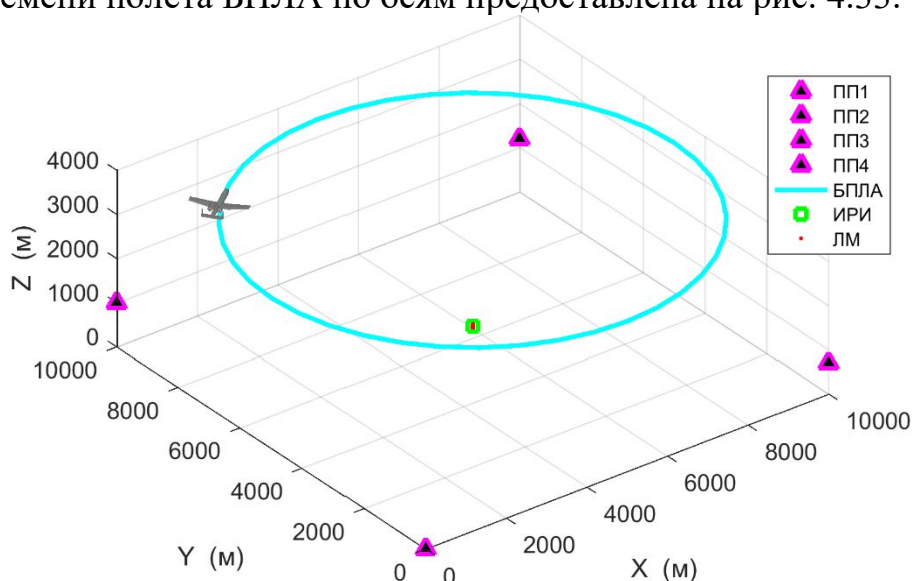


Рис. 4.32. Сценарий позиционирования неподвижного ИРИ с использованием БПЛА

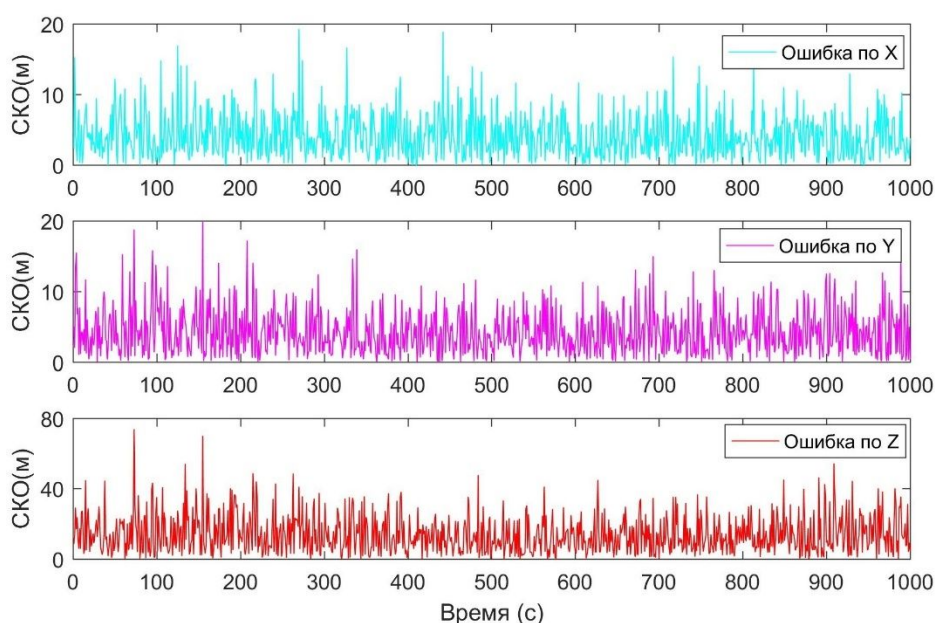


Рис. 4.33. Зависимость СКО от времени полета БПЛА для сценария неподвижного ИРИ

Оценим точность позиционирования подвижного ИРИ на рис. 4.34: Предположим, что ИРИ движется равномерно из точки с начальными координатами (6.6, 2, 0.12); 4 стационарных ПП расположены в точках (0, 0, 0), (10, 0, 0.7), (0, 10, 1), (10, 10, 2); подвижный ПП на БПЛА летает по окружности на высоте $z=3000$ м со скоростью 104 км/ч. Зависимость СКО позиционирования от времени представлена на рис. 4.35.

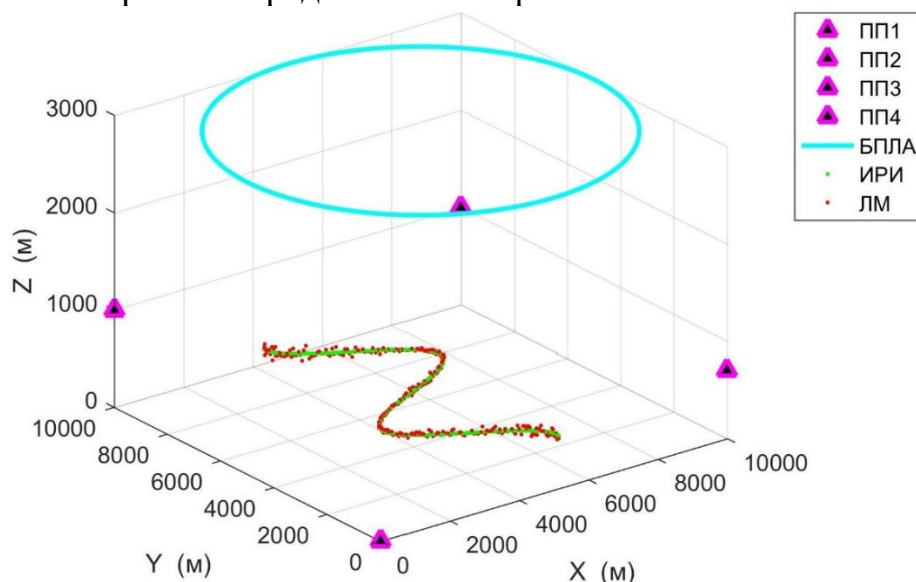


Рис. 4.34. Сценарий позиционирования подвижного ИРИ с использованием БПЛА

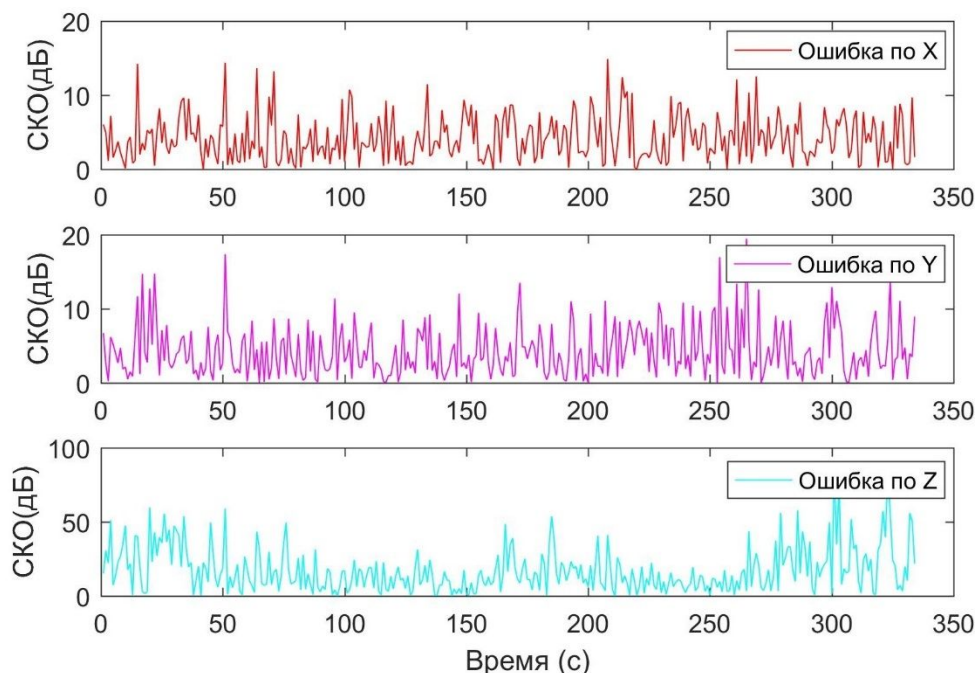


Рис. 4.35. Зависимость СКО от времени полета БПЛА для сценария подвижного ИРИ

Анализ графиков на рис. 4.33 и рис. 4.35 позволяет сделать вывод о том, что как для стационарного, так и для подвижного ИРИ, СКО на плоскости $x-y$ составляет 10-20 м, в то время как СКО по высоте z достигает 80 м. Также из рис. 4.35 видно, что для подвижного ИРИ при его удалении от центра к границам периметра расположения наземных ПП СКО возрастает.

4.5.2. Сценарий NLOS у наземного пункта приема

Рассмотрим пример позиционирования ИРИ, когда у неподвижного ПП₂ имеет место ситуация NLOS. На рис. 4.36 представлен пример территориального распределения 5 стационарных ПП, БПЛА и ИРИ при отсутствии прямой видимости у 2-го ПП и промежуточных оценок координат (ПОК) по наборам относительно 6 опорных ПП. Промежуточные оценки по наборам \hat{x}_m для сценария на рис. 4.36 показаны в увеличенном масштабе на рис. 4.37, ПОК по комбинациям \hat{x}_{msc} для каждого набора – на рис. 4.38.

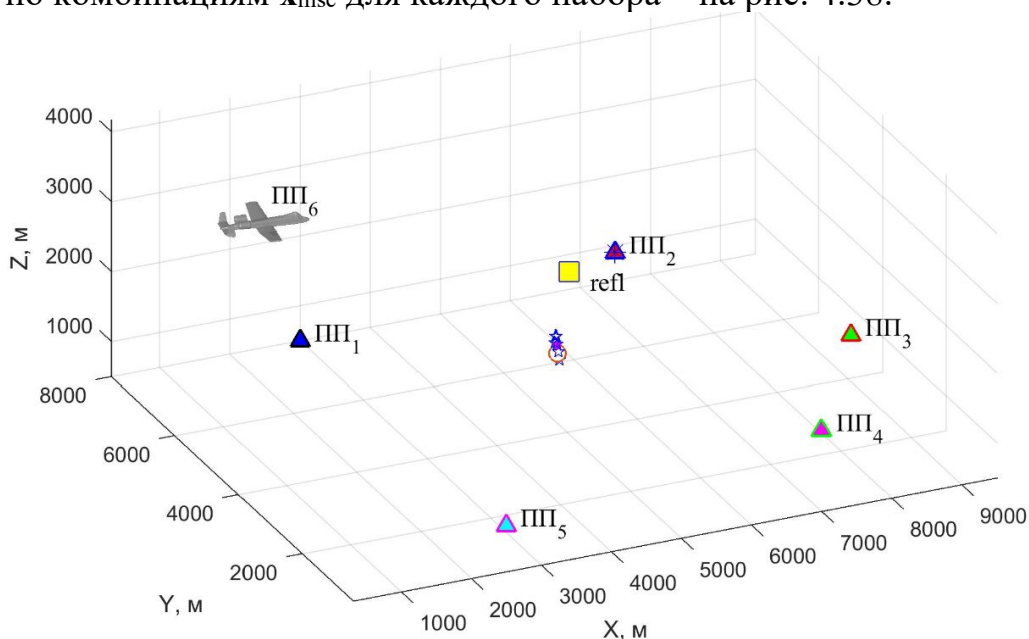


Рис. 4.36. Пример территориального распределения наземных ПП при NLOS у ПП₂

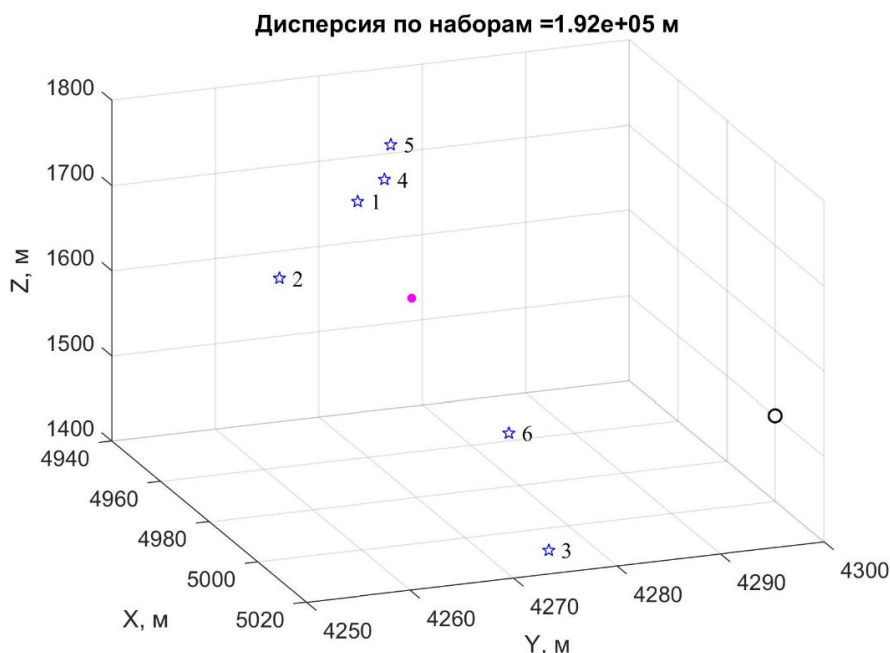


Рис. 4.37. ПОК по наборам для сценария NLOS у стационарного ПП₂

Для примера, состоящего из шести пунктов приема, расположенных в трехмерном пространстве, число наборов определяется числом пунктов

приема $M=6$; индекс набора определяется индексом опорного пункта приема. Число пунктов приема в комбинации $L=4$. Общее число комбинаций из четырёх пунктов приема в наборе из шести ПП относительно одного опорного пункта приема $C_{M-1}^{L-1}=C_5^3=10$.

На рис. 4.37, промежуточная оценка \hat{x}_{m1} получена относительно опорного пункта приема ПП₁ усреднением промежуточных оценок по набору $m=1$ для десяти комбинаций из четырех пунктов приема $S_1=\{\text{ПП}_{1234}, \text{ПП}_{1235}, \text{ПП}_{1236}, \text{ПП}_{1245}, \text{ПП}_{1246}, \text{ПП}_{1256}, \text{ПП}_{1345}, \text{ПП}_{1346}, \text{ПП}_{1356}, \text{ПП}_{1456}\}$; промежуточная оценка \hat{x}_{m2} получена относительно опорного пункта приема ПП₂ усреднением промежуточных оценок по набору $m=2$ для десяти комбинаций из четырех пунктов приема $S_2=\{\text{ПП}_{2345}, \text{ПП}_{2346}, \text{ПП}_{2356}, \text{ПП}_{2341}, \text{ПП}_{2351}, \text{ПП}_{2361}, \text{ПП}_{2456}, \text{ПП}_{2451}, \text{ПП}_{2461}, \text{ПП}_{2561}\}$; промежуточная оценка \hat{x}_{m3} получена относительно опорного пункта приема ПП₃ усреднением промежуточных оценок по набору $m=3$ для десяти комбинаций из четырех пунктов приема $S_3=\{\text{ПП}_{3456}, \text{ПП}_{3451}, \text{ПП}_{3452}, \text{ПП}_{3461}, \text{ПП}_{3462}, \text{ПП}_{3412}, \text{ПП}_{3561}, \text{ПП}_{2562}, \text{ПП}_{3512}, \text{ПП}_{3612}\}$; промежуточная оценка \hat{x}_{m4} получена относительно опорного пункта приема ПП₄ усреднением промежуточных оценок по набору $m=4$ для десяти комбинаций из четырех пунктов приема $S_4=\{\text{ПП}_{4561}, \text{ПП}_{4562}, \text{ПП}_{4563}, \text{ПП}_{4512}, \text{ПП}_{4513}, \text{ПП}_{4523}, \text{ПП}_{4612}, \text{ПП}_{4613}, \text{ПП}_{4623}, \text{ПП}_{4123}\}$; промежуточная оценка \hat{x}_{m5} получена относительно опорного пункта приема ПП₅ усреднением промежуточных оценок по набору $m=5$ для десяти комбинаций из четырех пунктов приема $S_5=\{\text{ПП}_{5612}, \text{ПП}_{5613}, \text{ПП}_{5614}, \text{ПП}_{5623}, \text{ПП}_{5624}, \text{ПП}_{5634}, \text{ПП}_{5123}, \text{ПП}_{5124}, \text{ПП}_{5134}, \text{ПП}_{5234}\}$; промежуточная оценка \hat{x}_{m6} получена относительно опорного пункта приема ПП₆ усреднением промежуточных оценок по набору $m=6$ для десяти комбинаций из четырех пунктов приема $S_6=\{\text{ПП}_{6123}, \text{ПП}_{6124}, \text{ПП}_{6125}, \text{ПП}_{6134}, \text{ПП}_{6135}, \text{ПП}_{6145}, \text{ПП}_{6234}, \text{ПП}_{6235}, \text{ПП}_{6245}, \text{ПП}_{6345}\}$. Оценка дисперсии по наборам составила $\sigma=1.92e+05$ м (рис. 4.37).

Рассмотрим оценки дисперсий по комбинациям на рис. 4.38. Оценка дисперсий комбинаций по набору $m=1$ составила $\sigma=2.08e+05$ м; при этом шесть ПОК существенно смещены относительно истинного местоположения ИРИ для комбинаций $\{\text{ПП}_{1234}, \text{ПП}_{1235}, \text{ПП}_{1236}, \text{ПП}_{1245}, \text{ПП}_{1246}, \text{ПП}_{1256}\}$, а четыре ПОК для комбинаций $\{\text{ПП}_{1345}, \text{ПП}_{1346}, \text{ПП}_{1356}, \text{ПП}_{1456}\}$ в которых исключено дальномерное измерение d_2 от источника NLOS ПП₂, приводят к корректным оценкам местоположения ИРИ; аналогичные выводы можно сделать для остальных наборов за исключением набора $m=2$ относительно пункта приема ПП₂ – источника NLOS измерений: оценки по всем комбинациям $S_2=\{\text{ПП}_{2345}, \text{ПП}_{2346}, \text{ПП}_{2356}, \text{ПП}_{2341}, \text{ПП}_{2351}, \text{ПП}_{2361}, \text{ПП}_{2456}, \text{ПП}_{2451}, \text{ПП}_{2461}, \text{ПП}_{2561}\}$ содержат ошибочное дальномерное измерение d_2 .

Для того, чтобы уменьшить ошибку позиционирования ИРИ в условиях вероятных переотражений, следует предварительно обнаружить и идентифицировать источник NLOS измерений и затем исключить его из

процесса позиционирования. Минимально необходимое число пунктов приема L , являющихся источниками LOS измерений, определяется выражением $M - K \geq L$, где M – общее число ПП, участвующих в процессе позиционирования, K – число пунктов приема, являющихся источниками NLOS измерений. При позиционировании в пространстве $L=4$. Для надежной идентификации одного источника NLOS за один сеанс измерений в режиме реального времени число оставшихся источников LOS должно превышать минимально необходимое, т.е., $L \geq 5$ в трехмерном пространстве; при идентификации ПП, являющихся источниками NLOS измерений, используется подход последовательного исключения каждого из опорных ПП из набора измерений.

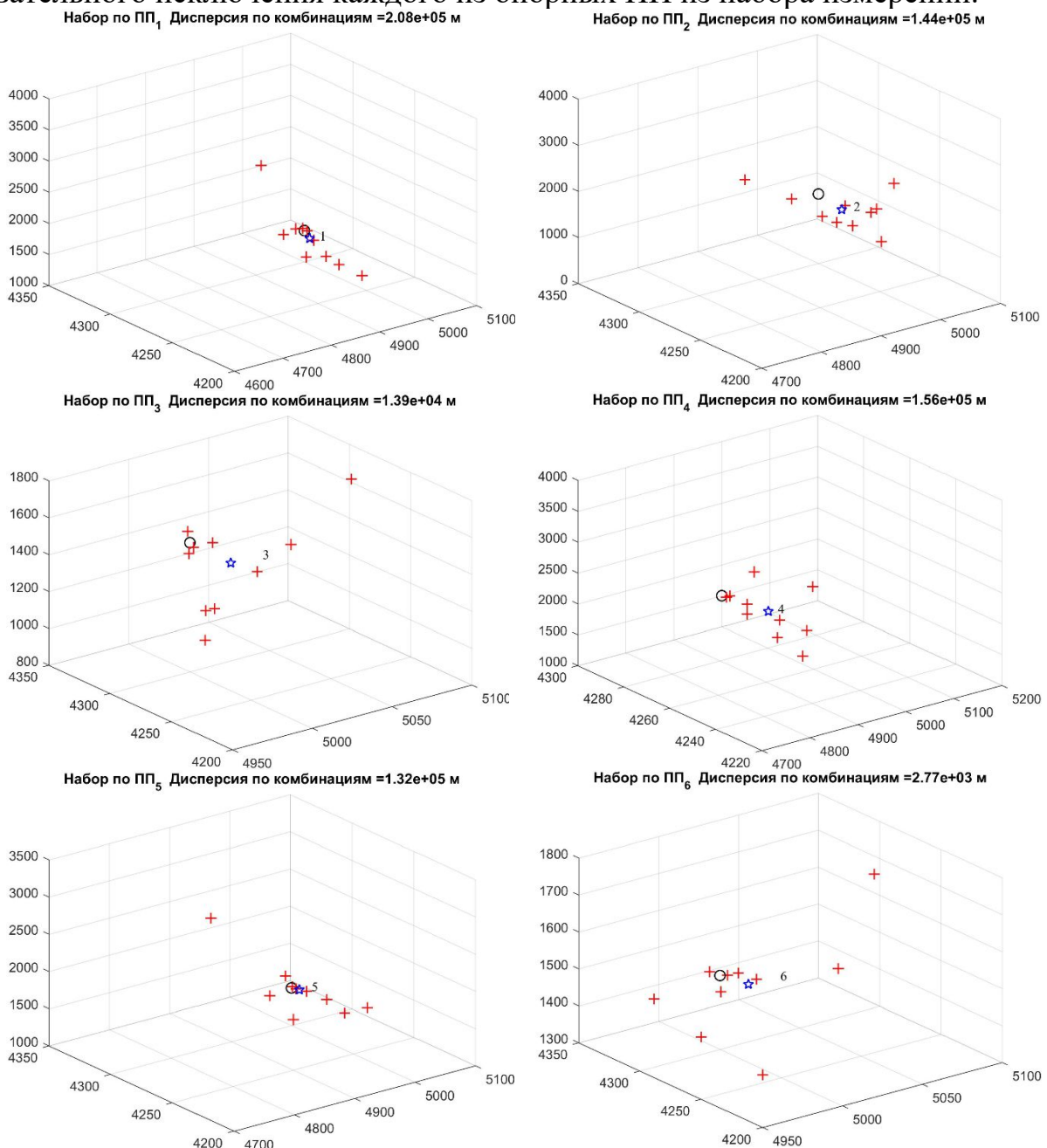


Рис. 4.38. ПОК по комбинациям для сценария для сценария NLOS у стационарного ПП₂

Очевидным подходом для компенсации ошибок, обусловленных наличием источника NLOS в наборе комбинаций, является идентификация и исключение этого источника из набора измерений. Так, например, для набора $m=1$ следует исключить комбинации $\{\text{ПП}_{1234}, \text{ПП}_{1235}, \text{ПП}_{1236}, \text{ПП}_{1245}, \text{ПП}_{1246}, \text{ПП}_{1256}\}$, содержащие ошибочное дальномерное измерение d_2 , и оставить комбинации $\{\text{ПП}_{1345}, \text{ПП}_{1346}, \text{ПП}_{1356}, \text{ПП}_{1456}\}$. Число наборов определяется числом последовательно исключаемых ПП $M=6$; индекс набора определяется индексом исключаемого ПП. Число пунктов приема в комбинации $L=4$. Число оставшихся после исключения одного пункта приема из набора ПП $M-1=5$. Общее число комбинаций из четырех ПП в наборе из оставшихся после исключения пяти ПП относительно одного опорного ПП $C=4$. Рассмотрим подход последовательного исключения каждого ПП из набора обрабатываемых измерений для примера на рис. 4.38 с помощью рис. 4.39.

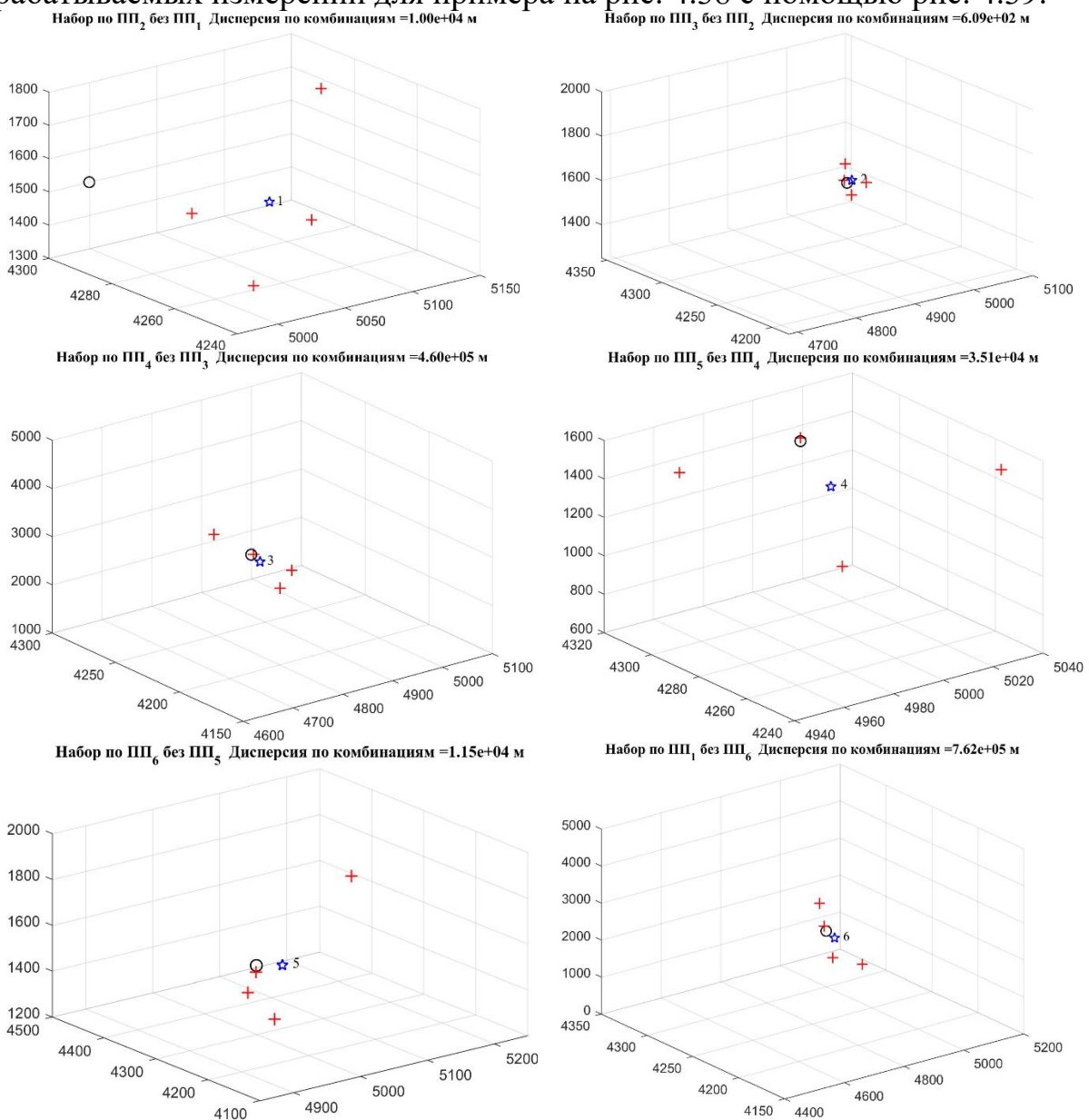


Рис. 4.39. ПОК по комбинациям с поочередным исключением для NLOS у ПП₂

При исключении первого пункта приема ПП₁ получаем набор ПП₂₃₄₅₆ из пяти пунктов приема; набор по опорному пункту приема ПП₂ без ПП₁ для четырех комбинаций из пяти пунктов приема $S_{2\setminus 1} = \{\text{ПП}_{2345}, \text{ПП}_{2346}, \text{ПП}_{2356}, \text{ПП}_{2456}\}$. При исключении ПП₂ получаем набор ПП₃₄₅₆₁; набор по опорному ПП₃ без ПП₂ для четырех комбинаций из пяти ПП $S_{3\setminus 2} = \{\text{ПП}_{3456}, \text{ПП}_{3451}, \text{ПП}_{3461}, \text{ПП}_{3561}\}$. При исключении ПП₃ получаем набор ПП₄₅₆₁₂; набор по опорному ПП₄ без ПП₃ для четырех комбинаций из пяти ПП $S_{4\setminus 3} = \{\text{ПП}_{4561}, \text{ПП}_{4562}, \text{ПП}_{4512}, \text{ПП}_{4612}\}$. При исключении ПП₄ получаем набор ПП₅₆₁₂₃; набор по опорному ПП₅ без ПП₄ для четырех комбинаций из пяти ПП $S_{5\setminus 4} = \{\text{ПП}_{5612}, \text{ПП}_{5613}, \text{ПП}_{5623}, \text{ПП}_{5123}\}$. При исключении ПП₅ получаем набор ПП₆₁₂₃₄; набор по опорному ПП₆ без ПП₅ для четырех комбинаций из пяти ПП $S_{6\setminus 5} = \{\text{ПП}_{6123}, \text{ПП}_{6124}, \text{ПП}_{6134}, \text{ПП}_{6234}\}$. При исключении ПП₆ получаем набор ПП₁₂₃₄₅; набор по опорному ПП₁ без ПП₅ для четырех комбинаций из пяти ПП $S_{1\setminus 6} = \{\text{ПП}_{1234}, \text{ПП}_{1235}, \text{ПП}_{1245}, \text{ПП}_{1345}\}$. Лог-файл работы функции идентификация одного источника NLOS предоставлен ниже:

Лог-файл работы функции идентификация одного источника NLOS

Тест ПП для одного источника NLOS

```

ПП1 исключен, Набор ПП = 23456, Дисперсия = 1.00e+04
ПП2 исключен, Набор ПП = 34561, Дисперсия = 6.09e+02
ПП3 исключен, Набор ПП = 45612, Дисперсия = 4.60e+05
ПП4 исключен, Набор ПП = 56123, Дисперсия = 3.51e+04
ПП5 исключен, Набор ПП = 61234, Дисперсия = 1.15e+04
ПП6 исключен, Набор ПП = 12345, Дисперсия = 7.62e+05
Источник NLOS ПП 2. Координаты = 5.00e+03 4.30e+03 1.53e+03

```

Из анализа ПОК по комбинациям после последовательного исключения каждого ПП из набора обрабатываемых измерений на рис. 4.38 можно сделать следующие выводы. Во-первых, в наборе комбинаций $S_{2\setminus 1} = \{\text{ПП}_{2345}, \text{ПП}_{2346}, \text{ПП}_{2356}, \text{ПП}_{2456}\}$ с опорным пунктом приема ПП₂ все ПОК по комбинациям оказываются смещенными относительно истинного местоположения ИРИ, так как набор содержит источник NLOS измерений – пункт приема ПП₂. Во-вторых, в четырех наборах присутствует по одной ПОК, близкой к истинному местоположению ИРИ; корректная оценка получена на основе комбинации без пункта приема ПП₂ – источника NLOS измерений. В-третьих, в наборе комбинаций $S_{3\setminus 2} = \{\text{ПП}_{3456}, \text{ПП}_{3451}, \text{ПП}_{3461}, \text{ПП}_{3561}\}$ после исключения ПП₂ все четыре ПОК оказываются близкими к истинному местоположению ИРИ и приводят к наименьшей дисперсии $\sigma = 6.09e+02$.

4.5.3. Сценарий NLOS у пункта приема на борту БПЛА

Рассмотрим пример позиционирования ИРИ, когда у подвижного ПП имеет место ситуация NLOS в течение нескорого времени полета БПЛА: на рис. 4.40 представлен пример территориального распределения стационарных ПП наземного сегмента, подвижного ПП на борту БПЛА в составе воздушного сегмента, ИРИ и СКО в зависимости от времени полета БПЛА. Из рис. 4.41 видно, что СКО резко возрастает на интервале от 42 с до 60 с во время полета БПЛА на участке NLOS между ИРИ и БПЛА; данный интервал полета проиллюстрирован отраженными лучами.

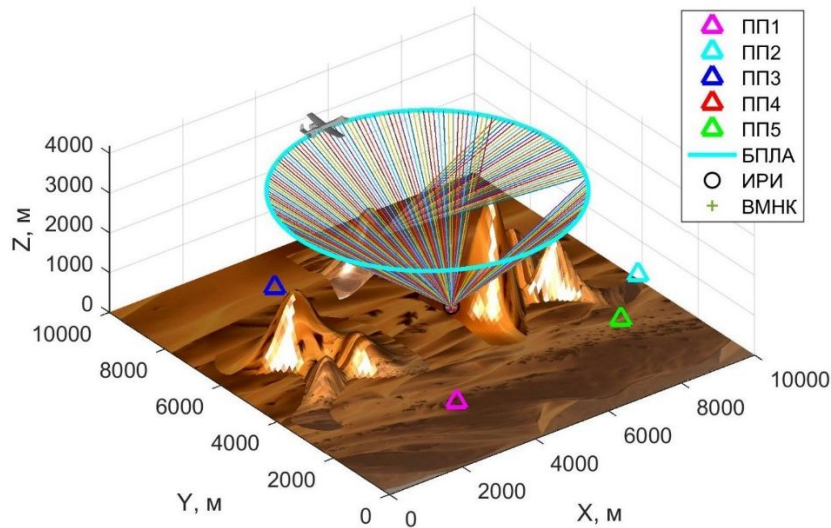


Рис. 4.40. Сценарий позиционирования при NLOS у ПП на борту БПЛА

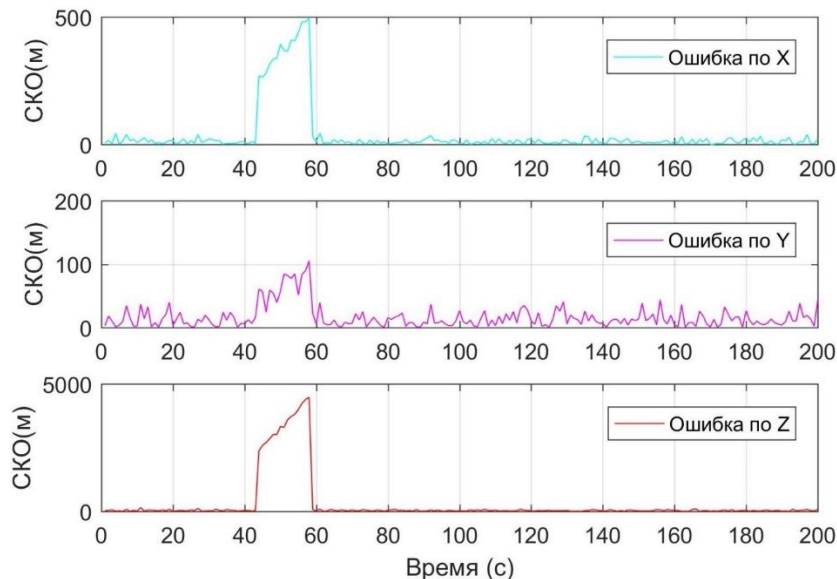


Рис. 4.41. Зависимость SKO от времени полета для сценария NLOS у БПЛА

Проиллюстрируем хронологию исключения подвижного пункта приема на борту БПЛА на интервале полета с отсутствием прямой видимости между БПЛА и ИРИ с 42-й по 60-ю с. Лог-файл позиционирования и исключения ПП на борту БПЛА для примера на рис. 4.40 представлен ниже:

Тест пунктов приема для исключения источника NLOS

Время=1с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
 Время=2с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
 ...
 Время=40с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
 Время=41с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
 Время=42с: Пункт приема ПП6. имеет NLOS, ПП6. Исключен
 ...
 Время=60с: Пункт приема ПП6. имеет NLOS, ПП6. исключен
 Время=61с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
 Время=62с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
 ...
 Время=199с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
 Время=200с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)

4.6. Выводы

Для построения комплекса моделей и методов позиционирования с использованием воздушного сегмента в разделе 4.2 формализуются модели радиоканала связи с БПЛА; выполнено подразделение на сценарии функционирования. Получены различные характеристики моделей радиоканала связи с БПЛА. Результаты анализа радиоканала связи с БПЛА в разделе 4.2 показали, что в большинстве практических случаев сценариев функционирования наиболее вероятным является сценарий прямой видимости между наземным и воздушным пунктами приема, что позволяет решать задачу позиционирования без предварительной фильтрации первичных разностно-дальномерных (РДМ) и угломерных (УМ) измерений. При наличии многолучевости для позиционирования ее можно трактовать как дискретную, включающую компоненту луча прямой видимости и компоненту отраженного сигнала, которую необходимо учитывать при позиционировании в условиях неравномерного рельефа местности.

Результаты сопоставительного анализа РДМ и УМ в разделе 4.3 позволили выявить факторы повышения точности и практические рекомендации по организации локальных систем позиционирования на основе комбинированного метода РДМ/УМ с использованием БПЛА.

В разделе 4.4 представлен комплекс математических моделей и методов позиционирования с использованием БПЛА: формализованы алгоритмы максимального правдоподобия и Гаусса-Ньютона для комбинированного метода РДМ/УМ; путем сопоставления известных методов предложен новый способ вычисления вектора разностей измеренных и вычисленных величин, а также матрицы частных производных. Предложенный метод комбинирования РДМ/УМ реализован в имитационной модели и показал практический выигрыш от комбинирования первичных дальномерных и угломерных измерений.

В разделе 4.5 представлены модели и методы позиционирования с БПЛА в условиях NLOS. Для идентификации источников NLOS измерений в качестве критерия используется некоторое эмпирическое пороговое значение дисперсии промежуточных оценок по комбинациям σ_{thr} , полученное для измерений прямой видимости LOS: если дисперсия промежуточных оценок по комбинациям превышает пороговое значение, т.е. $\sigma_m > \sigma_{thr}$, в данном наборе констатируется наличие одного или двух источников NLOS измерений; в противном случае делается заключение о том, что все пункты в наборе имеют LOS измерения. В случае обнаружения источника NLOS происходит исключение его из процесса позиционирования. Следует отметить, что по сравнению со сценарием исключения источников NLOS измерений на плоскости, пороги идентификации NLOS σ_{thr} при позиционировании в пространстве значительно больше вследствие увеличения погрешности ОМП по оси z .

СКРИПТЫ К РАЗДЕЛУ 4

Скрипт 4.1. Зависимость ΔR , θ и $\Gamma(\theta)$ для плоской поверхности Земли

```
clear all;
% ИД для моделирования траектории движения БЛА относительно НП
d=[0:10:250000]; % вектор координат БЛА (передатчика) по оси x
% вектор координат БЛА (БЛА лети в плоскости xz на высоте 5 км)
ha=5000; % высота полета БЛА
hg=10; % высота подъема антенны НП
sourceLoc = [d;zeros(1,length(d));ha*ones(1,length(d))];
% вектор координат НП (приемника)
receiverLoc = [0;0;hg];
% вычисление длин путей и углов прихода прямого и отраженного лучей
[sourcecnrgs,sourceangs] = rangeangle(sourceLoc,receiverLoc,'two-ray');
Rlos=sourcecnrgs(1:2:end);% вектор длин пути прямого луча
Rrp=sourcecnrgs(2:2:end); % вектор длин пути пути отраженного луча
% вектор разности хода прямого и отраженного лучей
deltaR=Rrp-Rlos;
Qlos=sourceangs(2,1:2:end); % вектор углов прихода прямого луча
Qrp=-sourceangs(2,2:2:end); % вектор углов прихода отраженного луча
% оценка коэффициента отражения от Земли
eg=15;
Xv=sqrt(eg-(cos(Qrp*pi/180)).^2)/eg;
Xg=sqrt(eg-(cos(Qrp*pi/180)).^2);
Gv=(sin(Qrp*pi/180)-Xv)./(sin(Qrp*pi/180)+Xv);
Gg=(sin(Qrp*pi/180)-Xg)./(sin(Qrp*pi/180)+Xg);
% построение графиков
subplot(3,1,1); plot(d,deltaR, 'g','linewidth',2); grid on;
title('Разность хода прямого и отраженного лучей \Delta R'); %axis('tight');
xlabel('расстояние между НП и БЛА d, м'); ylabel('\Delta R, м');
subplot(3,1,2); plot(d,Qrp, 'c','linewidth',2); grid on;
title('Угол падения/отражения \theta'); %axis('tight');
xlabel('расстояние между НП и БЛА d, м'); ylabel(' \theta, град. ');
subplot(3,1,3);
plot(d,Gv,'b','linewidth',2); hold on;
plot(d,Gg,'r','linewidth',2); grid on;
title('Коэффициент отражения от Земли \Gamma(\theta)'); %axis('tight');
xlabel('расстояние между НП и БЛА d, м'); ylabel(' \Gamma(\theta)');
legend('вертикальная поляризация', 'горизонтальная поляризация');
```

Скрипт 4.2. Зависимость P_r для плоской поверхности Земли

```
clear all;
% ИД для моделирования траектории движения БЛА относительно НП
d=[0:10:250000]; % вектор координат БЛА (передатчика) по оси x
% вектор координат БЛА (БЛА лети в плоскости xz на высоте 5 км)
ha=5000; % высота полета БЛА
hg=10; % высота подъема антенны НП
sourceLoc = [d;zeros(1,length(d));ha*ones(1,length(d))];
% вектор координат НП (приемника)
receiverLoc = [0;0;hg];
% вычисление длин путей и углов прихода прямого и отраженного лучей
[sourcecnrgs,sourceangs] = rangeangle(sourceLoc,receiverLoc,'two-ray');
Rlos=sourcecnrgs(1:2:end);% вектор длин пути прямого луча
Rrp=sourcecnrgs(2:2:end); % вектор длин пути пути отраженного луча
% вектор разности хода прямого и отраженного лучей
deltaR=Rrp-Rlos;
Qlos=sourceangs(2,1:2:end); % вектор углов прихода прямого луча
Qrp=-sourceangs(2,2:2:end); % вектор углов прихода отраженного луча
% оценка коэффициента отражения от Земли
eg=15;
Xv=sqrt(eg-(cos(Qrp*pi/180)).^2)/eg;
Xg=sqrt(eg-(cos(Qrp*pi/180)).^2);
Gv=(sin(Qrp*pi/180)-Xv)./(sin(Qrp*pi/180)+Xv);
Gg=(sin(Qrp*pi/180)-Xg)./(sin(Qrp*pi/180)+Xg);
% ИД для РРВ
f=2400*10^6; % несущая частота, Гц
Pt=1; % мощность передачи, Вт
c=3*10^8; % скорость света, м/с
lambda=c/f; % длина волны, м
d=0:10:250000; % диапазон горизонтальных расстояний между БЛА и НП, м
%Rlos=sqrt((ha-hg).^2+d.^2); % длина пути луча прямой видимости
%Rrp=sqrt((ha+hg).^2+d.^2); % длина пути отраженного луча
%deltaR=Rrp-Rlos; % разность хода лучей
deltaphi=2*pi*deltaR/lambda; % разность фаз лучей
```

```

Glos=1;          % КУ прямого луча
Grp=1;          % КУ отраженного луча
GQ=-1;
Prv=Pt*((lambda/(4*pi))^2)*(sqrt(Glos)./Rlos+...
    Gv.*sqrt(Grp).*real(exp(-j.*deltaphi))./Rrp).^2; Prv=Prv./Prv(1);
Prg=Pt*((lambda/(4*pi))^2)*(sqrt(Glos)./Rlos+...
    Gg.*sqrt(Grp).*real(exp(-j.*deltaphi))./Rrp).^2; Prg=Prg./Prg(1);
subplot(4,1,1); plot(d,10*log10(Prv),'b','linewidth',1); grid on;
axis('tight'); title('Зависимость P_{r} от d');
xlabel('расстояние между НП и БЛА d, м'); ylabel('P_{r}, дБм');
title('P_{r}(d) для вертикальной поляризации');
subplot(4,1,2); semilogx(d,10*log10(Prv),'b','linewidth',1); grid on;
axis('tight'); title('Зависимость P_{r} от d в логарифмическом масштабе');
xlabel('расстояние между НП и БЛА d, м'); ylabel('P_{r}, дБм');
title('P_{r}(d) для вертикальной поляризации в логарифмическом масштабе');
subplot(4,1,3); plot(d,10*log10(Prg),'r','linewidth',1); grid on;
axis('tight'); title('Зависимость P_{r} от d');
xlabel('расстояние между НП и БЛА d, м'); ylabel('P_{r}, дБм');
title('P_{r}(d) для горизонтальной поляризации');
subplot(4,1,4); semilogx(d,10*log10(Prg),'r','linewidth',1); grid on;
axis('tight'); title('Зависимость P_{r} от d в логарифмическом масштабе');
xlabel('расстояние между НП и БЛА d, м'); ylabel('P_{r}, дБм');
title('P_{r}(d) для горизонтальной поляризации в логарифм. масштабе');

```

Скрипт 4.3. Пример использования системного объекта *phased.TwoRayChannel*

```

c = physconst('LightSpeed'); % скорость света
fs = 1e6;                    % частота дискретизации
pw = 10e-6;                  % длительность импульса
pri = 2*pw;                  % период повторения импульса
PRF = 1/pri;                 % частота повторения импульса
fc = 100e6;                  % несущая частота
lambda = c/fc;               % длина волны
% создание системного объекта
% формирователя сигнала из двух прямоугольных импульсов
waveform = phased.RectangularWaveform('SampleRate',fs,'PulseWidth',pw,...
    'PRF',PRF,'OutputFormat','Pulses','NumPulses',2);
wav = waveform();
n = size(wav,1);
figure; subplot(2,1,1); % график переданного сигнала
plot([0:(n-1)],real(wav),'b.-');
title('переданный сигнал');
xlabel('время [выборки]'); ylabel('амплитуда'); grid on;
% инициализация координат передатчика и приемника с разномом
% примерно в 1000 м по горизонтали и 10 км по вертикали
pos1 = [1000;0;10000]; % координаты передатчика
pos2 = [0;100;100]; % координаты приемника
vel1 = [0;0;0]; % скорость передатчика
vel2 = [0;0;0]; % скорость приемника
% оценка длины пути и угла прихода сигнала для двухлучевой модели
[rng,ang] = rangeangle(pos2,pos1,'two-ray');
% оценка вектора задержек в единицах периода дискретизации
delay = rng/c*fs
% создание системного объекта модели двухлучевого радиоканала
% с коэффициентом отражения от Земли GroundReflectionCoefficient=0,9
% (сильное отражение от Земли)
sTwoRay = phased.TwoRayChannel('SampleRate',fs,...
    'GroundReflectionCoefficient',.9,'OperatingFrequency',fc,...
    'CombinedRaysOutput',false);
% распространение сигнала wav по лучу прямой видимости
% и отраженному лучу от передатчика с координатами pos1 и скоростью vel1
% к приемнику с координатами pos2 и скоростью vel2
prop_signal = sTwoRay([wav,wav],pos1,pos2,vel1,vel2);
n = size(prop_signal,1); % число выборок задержанного сигнала
delay = [0:(n-1)]; % вектор задержек измеряемый выборками
subplot(2,1,2); % график задержанного принятого сигнала
plot(delay,abs([prop_signal(:,1)]),'g'); hold on; % прямой луч
plot(delay,abs([prop_signal(:,2)]),'r'); hold on; % отраженный луч
% график комбинированного сигнала полученного
% когерентным суммированием прямого и отраженного лучей
plot(delay,abs([prop_signal(:,1) + prop_signal(:,2)]),'b'); hold off;
legend('прямой (LOS)','отраженный (NLOS)',...
    'комбинированный','Location','NorthWest');
title('задержанный принятый сигнал');
xlabel('время [выборки]'); ylabel('амплитуда'); grid on;

```

Скрипт 4.4. Оценка потерь при полете БПЛА над водой

```
% программа для расчета потерь РРВ для полетов над пресной водой
A0=116.3; nA=1.9; sigma=3.1; % С-диапазон
Rmin=3; Rmax=28.1; R=Rmin:0.01:Rmax;
XA=sigma*randn(1,length(R)); PL=A0+10*nA*log10(R/Rmin)+XA;
subplot(1,2,1); semilogx(R,PL,'r'); hold on;
A0=104.4; nA=1.9; sigma=3.8; % L-диапазон
XA=sigma*randn(1,length(R)); PL=A0+10*nA*log10(R/Rmin)+XA;
semilogx(R,PL,'b'); grid on; axis('tight');
title('Потери РРВ над пресной водой');
legend('С-диапазон','L-диапазон');
xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км'); ylabel('Потери РРВ, дБ');
% программа для расчета потерь РРВ для полетов над морской водой
A0=116.7; nA=1.5; sigma=2.6; % С-диапазон
Rmin=2.6; Rmax=24.1; R=Rmin:0.01:Rmax;
XA=sigma*randn(1,length(R));
PL=A0+10*nA*log10(R/Rmin)+XA;
subplot(1,2,2); semilogx(R,PL,'r'); hold on;
A0=100.7; nA=1.9; sigma=4.2; % L-диапазон
XA=sigma*randn(1,2151); PL=A0+10*nA*log10(R/Rmin)+XA;
semilogx(R,PL,'b'); grid on; axis('tight');
title('Потери РРВ над морской водой');
legend('С-диапазон','L-диапазон');
xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км'); ylabel('Потери РРВ, дБ');
```

Скрипт 4.5. Оценка ВВХ третьего луча при полете БПЛА над водой

```
% программа расчета ВВХ третьего луча над пресной водой
a=0.034; b=-0.15; Rmin=0; Rmax=40; R=Rmin:0.1:Rmax; p=a*exp(b*R);
subplot(3,2,1); semilogy(R,p); grid on; ylabel('Вероятность');
title('ВВХ третьего луча над пресной водой');
a=[15.4,1.12,0.53]; b=[-0.15,-0.09,-0.07];
col =['k','b','r']; subplot(3,2,3);
for n=1:3
    p=a(n)*exp(b(n)*R);
    semilogy(R,p,col(n)); hold on;
end
grid on; ylabel('Длительность, м'); legend('Макс.','Ср.','Мед.');
```

```
a=[228.0,108.2,98.53]; b=[0.0037,0.0144,0.011];
col =['k','b','r']; subplot(3,2,5);
for n=1:3
    p=a(n)*exp(b(n)*R);
    semilogy(R,p,col(n)); hold on;
end
grid on; ylabel('Изб. задержка, нс'); legend('Макс.','Ср.','Мед.');
```

```
xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км'); ylim([100 1000]);
% программа расчета ВВХ третьего луча над морской водой
a=0.16; b=-0.274; Rmin=0; Rmax=40; R=Rmin:0.01:Rmax; p=a*exp(b*R);
subplot(3,2,2); semilogy(R,p); grid on; ylabel('Вероятность');
title('ВВХ третьего луча над морской водой');
a=[12.49,1.41,0.43]; b=[-0.084,-0.053,-0.041];
col =['k','b','r']; subplot(3,2,4);
for n=1:3
    p=a(n)*exp(b(n)*R);
    semilogy(R,p,col(n)); hold on;
end
grid on; ylabel('Длительность, м'); legend('Макс.','Ср.','Мед.');
```

```
a=[940.4,237.3,231.4]; b=[-0.0759,-0.0315,-0.0314];
col =['k','b','r']; subplot(3,2,6);
for n=1:3
    p=a(n)*exp(b(n)*R);
    semilogy(R,p,col(n)); hold on;
end
grid on; ylabel('Изб. задержка, нс'); legend('Макс.','Ср.','Мед.');
```

```
xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км');
```

Скрипт 4.6. Оценка К-фактора при полете БПЛА над водой

```
% программа расчета К-фактора над пресной водой
K0=25.5; nk=0.1; sigma=1.7; % С-диапазон
Rmin=2; Rmax=30; R=Rmin:0.01:Rmax;
Y=sigma*randn(1,length(R)); Kfact=K0+nk*(R-Rmin)+Y;
subplot(1,2,1); semilogx(R,Kfact,'r'); hold on;
K0=12.8; nk=0.01; sigma=1.5; % L-диапазон
Rmin=2; Rmax=30; R=Rmin:0.01:Rmax;
Y=sigma*randn(1,length(R)); Kfact=K0+nk*(R-Rmin)+Y;
semilogx(R,Kfact,'b'); grid on; axis('tight');
```

```

title('К-фактор над пресной водой');
legend('С-диапазон', 'L-диапазон');
xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км'); ylabel('К-фактор, дБ');
% программа расчета К-фактора над морской водой
K0=29.9; nk=0.08; sigma=1.7; % С-диапазон
Rmin=2; Rmax=30; R=Rmin:0.01:Rmax;
Y=sigma*randn(1,length(R)); Kfact=K0+nk*(R-Rmin)+Y;
subplot(1,2,2); semilogx(R,Kfact,'r'); hold on;
K0=11.7; nk=0.08; sigma=1.1; % L-диапазон
Rmin=2; Rmax=30; R=Rmin:0.01:Rmax;
Y=sigma*randn(1,length(R)); Kfact=K0+nk*(R-Rmin)+Y;
semilogx(R,Kfact,'b'); grid on; axis('tight');
title('К-фактор над морской водой');
legend('С-диапазон', 'L-диапазон');
xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км'); ylabel('К-фактор, дБ');

```

Скрипт 4.7. Расчет потерь при полете БПЛА над холмами и горами

```

% программа для расчета потерь РРВ для полетов над холмами
A0=115.4; nA=1.8; sigma=2.7; % С-диапазон
Rmin=1.3; Rmax=13; R=Rmin:0.01:Rmax;
XA=sigma*randn(1,length(R)); PL=A0+10*nA*log10(R/Rmin)+XA;
subplot(1,2,1); semilogx(R,PL,'r'); hold on;
A0=96.1; nA=1.8; sigma=3.2; % L-диапазон
XA=sigma*randn(1,length(R)); PL=A0+10*nA*log10(R/Rmin)+XA;
semilogx(R,PL,'b'); grid on; axis('tight');
title('Потери РРВ над холмами'); legend('С-диапазон', 'L-диапазон');
xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км'); ylabel('Потери РРВ, дБ');
% программа для расчета потерь РРВ для полетов над горами
A0=119.7; nA=1.7; sigma=2.8;
Rmin=1.8; Rmax=19.4; R=Rmin:0.01:Rmax;
XA=sigma*randn(1,length(R)); PL=A0+10*nA*log10(R/Rmin)+XA;
subplot(1,2,2); semilogx(R,PL,'r'); hold on;
A0=102.7; nA=1.6; sigma=3.5; % L-диапазон
XA=sigma*randn(1,length(R)); PL=A0+10*nA*log10(R/Rmin)+XA;
semilogx(R,PL,'b'); grid on; axis('tight');
title('Потери РРВ над горами');
legend('С-диапазон', 'L-диапазон');
xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км'); ylabel('Потери РРВ, дБ');

```

Скрипт 4.8. Расчет ВВХ третьего луча при полете БПЛА над холмами и горами

```

% программа расчета ВВХ третьего луча над холмами
C0=0.062; ny=-0.047; Z=0.256;
Rmin=0; Rmax=40; R=Rmin:0.01:Rmax; y=10.^(C0+ny*R+Z);
subplot(2,2,1); semilogy(R,y); grid on; ylabel('Вероятность');
title('ВВХ третьего луча над холмами');
C0=[3.06,0.47,-0.24]; ny=[-0.078,-0.038,-0.076]; Z=[0.492,0.211,0.205];
col =['k', 'b', 'r']; subplot(2,2,3);
for n=1:3
    y=10.^(C0(n)+ny(n)*R+Z(n));
    semilogy(R,y, col(n)); hold on;
end
grid on; ylabel('Длительность, м'); legend('Макс.', 'Ср.', 'Мед. ');
xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км');
% программа расчета ВВХ третьего луча над горами
C0=-0.187; ny=-0.065; Z=0.271;
Rmin=0; Rmax=40; R=Rmin:0.01:Rmax; y=10.^(C0+ny*R+Z);
subplot(2,2,2); semilogy(R,y); grid on; ylabel('Вероятность');
title('ВВХ третьего луча над горами');
C0=[2.332,0.428,-0.696]; ny=[-0.063,-0.042,-0.023]; Z=[0.539,0.309,0.331];
col =['k', 'b', 'r']; subplot(2,2,4);
for n=1:3
    y=10.^(C0(n)+ny(n)*R+Z(n));
    semilogy(R,y, col(n)); hold on;
end
grid on; ylabel('Длительность, м'); legend('Макс.', 'Ср.', 'Мед. ');
xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км');

```

Скрипт 4.9. Расчет потерь при полете БПЛА над городом и пригородом

```

% программа для расчета потерь РРВ для полетов над городом
A0=110.4; nA=2; sigma=3.2; % С-диапазон
Rmin=1.3; Rmax=19; R=Rmin:0.01:Rmax;
XA=sigma*randn(1,length(R)); PL=A0+10*nA*log10(R/Rmin)+XA;
subplot(1,2,1); semilogx(R,PL,'r'); hold on;
A0=99.4; nA=1.7; sigma=2.6; % L-диапазон
XA=sigma*randn(1,length(R)); PL=A0+10*nA*log10(R/Rmin)+XA;

```

```

semilogx(R,PL,'b'); grid on; axis('tight');
title('Потери РРВ над городом'); legend('С-диапазон','L-диапазон');
xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км'); ylabel('Потери РРВ, дБ');
% программа для расчета потерь РРВ для полетов над пригородом
A0=116.7; nA=1.5; sigma=2.9;
Rmin=1.3; Rmax=19; R=Rmin:0.01:Rmax;
XA=sigma*randn(1,length(R)); PL=A0+10*nA*log10(R/Rmin)+XA;
subplot(1,2,2); semilogx(R,PL,'r'); hold on;
A0=98.2; nA=1.7; sigma=3.1; % L-диапазон
XA=sigma*randn(1,length(R)); PL=A0+10*nA*log10(R/Rmin)+XA;
semilogx(R,PL,'b'); grid on; axis('tight');
title('Потери РРВ над пригородом');
legend('С-диапазон','L-диапазон');
xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км'); ylabel('Потери РРВ, дБ');

```

Скрипт 4.10. Расчет ВВХ третьего луча при полете БПЛА над городом/пригородом

```

% программа расчета ВВХ третьего луча над городом
C0=0.4480; ny=-0.1457; Z=0.8213;
Rmin=0; Rmax=40; R=Rmin:0.01:Rmax; y=10.^(C0+ny*R+Z);
subplot(3,2,1); semilogy(R,y); grid on; ylabel('Вероятность');
title('ВВХ третьего луча над городом'); xlim([6 Rmax]);
C0=[2.7534,0.5513,-0.2195]; ny=[-0.1053,-0.0450,-0.0277]; Z=[0.6443,0.2699,0.1715];
col =['k', 'b', 'r']; subplot(3,2,3);
for n=1:3
    y=10.^(C0(n)+ny(n)*R+randn*Z(n));
    semilogy(R,y, col(n)); hold on;
end
grid on; ylabel('Длительность, м'); legend('Макс.', 'Ср.', 'Мед.');
```

```

C0=[3.0764,2.3210,2.1435]; ny=[-0.0250,-0.0047,-0.0003]; Z=[0.2537,0.1189,0.0877];
col =['k', 'b', 'r']; subplot(3,2,5);
for n=1:3
    y=10.^(C0(n)+ny(n)*R+randn*Z(n));
    semilogy(R,y, col(n)); hold on;
end
grid on; ylabel('Изб. задержка, нс'); legend('Макс.', 'Ср.', 'Мед.');
```

```

xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км'); ylim([10^0 10^5]);
% программа расчета ВВХ третьего луча над пригородом
C0=-1.5633; ny=-0.0307; Z=0.9711;
Rmin=0; Rmax=40; R=Rmin:0.01:Rmax; y=10.^(C0+ny*R+Z);
subplot(3,2,2); semilogy(R,y); grid on; ylabel('Вероятность');
title('ВВХ третьего луча над пригородом'); xlim([6 Rmax]);
C0=[1.3461,-0.0433,-0.8198]; ny=[-0.0350,-0.0212,-0.0114]; Z=[0.6743,0.4463,0.4323];
col =['k', 'b', 'r']; subplot(3,2,4);
for n=1:3
    y=10.^(C0(n)+ny(n)*R+randn*Z(n));
    semilogy(R,y, col(n)); hold on;
end
grid on; ylabel('Длительность, м'); legend('Макс.', 'Ср.', 'Мед.');
```

```

C0=[2.7747,2.1733,2.0365]; ny=[-0.0150,-0.0015,0.0011]; Z=[0.5905,0.1589,0.0417];
col =['k', 'b', 'r']; subplot(3,2,6);
for n=1:3
    y=10.^(C0(n)+ny(n)*R+randn*Z(n));
    semilogy(R,y, col(n)); hold on;
end
grid on; ylabel('Изб. задержка, нс'); legend('Макс.', 'Ср.', 'Мед.');
```

```

xlabel('Расстояние между НП и БПЛА R, км'); ylim([10^0 10^5]);

```

Скрипт 4.11. Имитационная модель позиционирования с использованием БПЛА

```

estimationMethod = 4; % методы: 1 - TDOA, 2 - AOA, 3 - TDOA/AOA, 4 - все
sqLen=10e3; % размер стороны выбранной области карты, м
useGND = 1; % использовать НПП для оценки координат ИРИ
useUAV = 1; % использовать БПЛА для оценки координат ИРИ
nDim = 3; % позиционирование на плоскости/в пространстве: 2 - 2D, 3 - 3D
xyTx = [4257, 4352, 360] + 0.1*randn(1,3); % координаты ИРИ, м
c = physconst('LightSpeed'); % скорость света 299792458 м/с
% Круговая траектория движения БПЛА
dt = 5; % период измерений, с
v = 50; % скорость движения БПЛА, м/с
R = 4000; % радиус круга, м
cent = [4257, 4537]; % центр круга, м
% оценка изменения за dt секунд
dAng = 2*asin(v*dt/(2*R)); % длина хорды: 2*R*sin(dAng/2)
% dAng = v*dt/R; % длина дуги: R*dAng
ang = 0:dAng:2*pi;
ha = repmat(500, 1, length(ang)); % высота полета БПЛА, м

```

```

circleN = 1; % число кругов
% координаты БПЛА (массив точек, в которых осуществляются измерения)
xyUAV = repmat([R*sin(ang)+cent(1); R*cos(ang)+cent(2); ha].', circleN, 1);
N = size(xyUAV, 1); % число точек измерения

% Координаты НПП, м
xyGnd = [5887, 1667, 110;
         5978, 7408, 295;
         1811, 5000, 250];
nG = size(xyGnd, 1)*useGND;

dtErr = 50e-9; % СКО определения времени прихода сигнала
angErr = deg2rad(2); % СКО определения угла прихода сигнала
n = 10; % регулируемое число измерений для оценки координат ИРИ

xyMeas = zeros(n, 3); % матрица координат, в которых выполнены измерения
xyEstTDOA = zeros(ceil(N/n), 3); % матрица оценок координат ИРИ для TDOA
xyEstAOA = zeros(ceil(N/n), 3); % матрица оценок координат ИРИ для AOA
xyEstTA = zeros(ceil(N/n), 3); % матрица оценок координат ИРИ для TDOA/AOA
ind_n = 0; % текущее число точек измерений
k = 0; % текущее число оценок координат

fig = figure; clf; hold on;
plot3(xyTx(1), xyTx(2), xyTx(3), 'go', 'Linewidth', 2);
plot3(xyGnd(:,1), xyGnd(:,2), xyGnd(:,3), 'rp', 'Linewidth', 2);
p1 = plot3(xyUAV(1,1), xyUAV(1,2), xyUAV(1,3), 'r'); axis tight; % axis equal
axis([0, sqLen, 0, sqLen]); view([-30 30]); grid on;

% Отображение БПЛА
patchData = stlread('plane1.stl');
plane = patch(patchData, 'EdgeColor', 'none', ...
             'FaceColor', '[0.6, 0.6, 0.7]', 'FaceAlpha', 0.9);
OrigVerts = plane.Vertices;
vel = v*[1 0 0]; % ???
rot = angle2dcm(dAng, 0, 0); % матрица поворота объекта отображения БПЛА
totalRot = eye(3, 3); % единичная матрица для отображения БПЛА

tic
for i=1:N % цикл по точкам замеров БПЛА
    % Отображение БПЛА на каждом шаге траектории
    % (может отображать не корректно при больших значениях dt)
    totalRot = totalRot*rot; % текущая матрица поворота
    center = dt*(totalRot*vel.').' + xyUAV(i,:); % центр БПЛА
    plane.Vertices = ((totalRot*OrigVerts.').' + center); %
    set(p1, 'XData', xyUAV(1:i,1), 'YData', xyUAV(1:i,2), 'ZData', xyUAV(1:i,3));

    % заполнение матрицы координат измерений в точках НПП и БПЛА;
    % осуществляется последовательно, сначала с БПЛА затем с каждого НПП
    for m=1:nG + 1*useUAV % ???
        if (m == 1 && useUAV) % ???
            xyMeas_i = xyUAV(i, :); % используется БПЛА
        else % ???
            xyMeas_i = xyGnd(m-1*useUAV, :); % добавление координат НПП
        end
        ind_n = ind_n + 1; % инкремент количества измерений
        xyMeas(ind_n, :) = xyMeas_i; % ???
    end
    % запуск алгоритмов оценки координат ИРИ, когда собрано заданное
    % число измерений n; координаты точек измерения хранятся в xyMeas
    if (ind_n >= n || (i == N && ind_n > (n - 10) && ind_n > nDim))
        xyMeas(xyMeas(:,1) == 0, :) = []; % исключение нулевых точек
        k = k + 1; % текущее число оценок координат
        % Измерения разности дальностей
        rA = sqrt(sum((xyMeas(1:ind_n, 1:nDim) - xyTx(1:nDim)).^2, 2));
        drA = rA(1) - rA(2:end); % фактическая разность дальностей
        drErr = dtErr*c*randn(size(drA)); % ошибка измерения drA
        drAn = drA + drErr; % измеренное drA (с ошибкой)

        % Измерения азимута
        % фактический азимут
        azAng = atan((xyTx(2)-xyMeas(:,2))./(xyTx(1)-xyMeas(:,1)));
        % indRot = (xyTx(1) - xyMeas(:,1)) > 0;
        % azAng = azAng + indRot*pi;
        % azAng = azAng + (azAng < 0)*2*pi;
        % измеренный azAngn (с ошибкой)
        azAngn = azAng + angErr*randn(size(azAng));
    end
end

```

```

% Измерения угла места
L = sqrt(sum((repmat(xyTx(1:2), size(xyMeas,1),1) - ...
    xyMeas(:,1:2)).^2, 2));
% фактический угол места
elAng = atan((xyTx(3) - xyMeas(:,3))./L);
% измеренный elAng (с ошибкой)
elAngn = elAng + angErr*randn(size(elAng));
% начальная оценка координат ИРИ, как среднее м/д точками измерения
initEst = mean(xyMeas(1:ind_n,1:nDim)); %
% Построение ковариационной матрицы ошибок Q для TDOA/AOA
% совмещенного алгоритма (использовать не обязательно)
Qt = diag((dtErr*c)^2*ones(size(drErr))); % для TDOA
Qa = diag(angErr^2*repmat(rA.^2, nDim-1, 1)); % для AOA
Q = zeros(size(Qt, 1) + size(Qa, 1)); %
Q(1:size(Qt, 1),1:size(Qt, 1)) = Qt; %
Q(size(Qt, 1)+1:end,size(Qt, 1)+1:end) = Qa; % для TDOA/AOA

switch estimationMethod
    case 1 % оценка координат ИРИ по TDOA
        xyEstTDOA(k, 1:nDim) = ...
            GNest_TDOA(initEst, xyMeas(:, 1:nDim), drAn);
    case 2 % оценка координат ИРИ по AOA
        xyEstAOA(k, 1:nDim) = ...
            GNest_AOA(initEst, xyMeas(:, 1:nDim), azAngn, elAngn);
    case 3 % оценка координат ИРИ по TDOA/AOA;
        % чтобы использовать матрицу Q, необходимо передать
        % ее последним аргументом в GNest_TDOA_AOA
        xyEstTA(k, 1:nDim) = GNest_TDOA_AOA(initEst, ...
            xyMeas(:, 1:nDim), drAn, azAngn, elAngn);
    case 4
        xyEstTDOA(k, 1:nDim) = ...
            GNest_TDOA(initEst, xyMeas(:, 1:nDim), drAn);
        xyEstAOA(k, 1:nDim) = ...
            GNest_AOA(initEst, xyMeas(:, 1:nDim), azAngn, elAngn);
        xyEstTA(k, 1:nDim) = GNest_TDOA_AOA(initEst, ...
            xyMeas(:, 1:nDim), drAn, azAngn, elAngn);
end
% сброс числа точек измерений и массива координат
ind_n = 0; xyMeas = zeros(n, 3);
end
% pause(0.00001); %axis equal;
end
% Удаление оценок координат ИРИ с нулевыми значениями
xyEstTDOA(xyEstTDOA(:,1) == 0, :) = [];
xyEstAOA(xyEstAOA(:,1) == 0, :) = [];
xyEstTA(xyEstTA(:,1) == 0, :) = [];
% Расчет ошибки оценки координат ИРИ
xyErTDOA = xyEstTDOA(:,1:nDim) - xyTx(:,1:nDim);
xyErAOA = xyEstAOA(:,1:nDim) - xyTx(:,1:nDim);
xyErTA = xyEstTA(:,1:nDim) - xyTx(:,1:nDim);
erTDOA = sqrt(sum((xyErTDOA).^2, 2));
erAOA = sqrt(sum((xyErAOA).^2, 2));
erTA = sqrt(sum((xyErTA).^2, 2));
fprintf("-----\n")
fprintf(" %d trials TDOA. \x0394 TDOA = %0.1f ns RMSE = %.2f m\n",...
    N, dtErr*1e9, mean(erTDOA));
fprintf(" %d trials AOA. \x0394 AOA = %0.1f deg RMSE = %.2f m\n",...
    N, rad2deg(angErr), mean(erAOA));
fprintf(" %d trials TDOA/AOA. RMSE = %.2f m\n", N, mean(erTA));
fprintf("-----\n")
% отображение оценок координат ИРИ
if (nDim == 2)
    switch estimationMethod
        case 1
            p1 = plot(xyEstTDOA(:, 1), xyEstTDOA(:, 2), '.',...
                'MarkerSize', 15, 'Color', [0, 113, 188]/255);
            legend(p1, 'TDOA');
        case 2
            p2 = plot(xyEstAOA(:, 1), xyEstAOA(:, 2), '.',...
                'MarkerSize', 15, 'Color', [216, 82, 24]/255);
            legend(p2, 'AOA');
        case 3
            p3 = plot(xyEstTA(:, 1), xyEstTA(:, 2), '.',...
                'MarkerSize', 15, 'Color', [236, 176, 31]/255);
            legend(p3, 'TDOA/AOA');
        case 4

```



```

        p1 = plot(xyEstTDOA(:, 1), xyEstTDOA(:, 2), '.', ...
            'MarkerSize', 15, 'Color', [0, 113, 188]/255);
        p2 = plot(xyEstAOA(:, 1), xyEstAOA(:, 2), '.', ...
            'MarkerSize', 15, 'Color', [216, 82, 24]/255);
        p3 = plot(xyEstTA(:, 1), xyEstTA(:, 2), '.', ...
            'MarkerSize', 15, 'Color', [236, 176, 31]/255);
        legend([p1, p2, p3], 'TDOA', 'AOA', 'TDOA/AOA');
    end % switch estimationMethod
else % if (nDim == 2)
    if isempty(xyEstTDOA)
        xyEstTDOA = [0, 0, 0];
    end
    switch estimationMethod
        case 1
            p1 = plot3(xyEstTDOA(:,1), xyEstTDOA(:,2), xyEstTDOA(:,3), ...
                '.', 'MarkerSize', 15, 'Color', [0, 113, 188]/255);
            legend(p1, 'TDOA');
        case 2
            p2 = plot3(xyEstAOA(:, 1), xyEstAOA(:, 2), xyEstAOA(:, 3), ...
                '.', 'MarkerSize', 15, 'Color', [216, 82, 24]/255);
            legend(p2, 'AOA');
        case 3
            p3 = plot3(xyEstTA(:, 1), xyEstTA(:, 2), xyEstTA(:, 3), ...
                '.', 'MarkerSize', 15, 'Color', [236, 176, 31]/255);
            legend(p3, 'TDOA/AOA');
        case 4
            p1 = plot3(xyEstTDOA(:,1), xyEstTDOA(:,2), xyEstTDOA(:,3), ...
                '.', 'MarkerSize', 15, 'Color', [0, 113, 188]/255);
            p2 = plot3(xyEstAOA(:, 1), xyEstAOA(:, 2), xyEstAOA(:, 3), ...
                '.', 'MarkerSize', 15, 'Color', [216, 82, 24]/255);
            p3 = plot3(xyEstTA(:, 1), xyEstTA(:, 2), xyEstTA(:, 3), ...
                '.', 'MarkerSize', 15, 'Color', [236, 176, 31]/255);
            legend([p1, p2, p3], 'TDOA', 'AOA', 'TDOA/AOA');
        end
    end % if (nDim == 2)
xlabel('x, m'); ylabel('y, m'); zlabel('z, m'); axis equal;
toc

```

Скриншот 4.12. Алгоритм РДМ

```

function xTy = GNest_TDOA(initX, xyA, dr)
    n = length(xyA);
    xTy = initX;
    er = 1000;
    i = 0;
    while er > 0.1 && i < 100
        RTy = sqrt(sum((xyA-repmat(xTy, n, 1)).^2, 2));
        dRTy = -dr;
        hTy = dRTy - (RTy(2:end) - RTy(1));
        GTy = repmat((xyA(1,:)-xTy)./RTy(1), n-1,1) - (xyA(2:end,:)-...
            repmat(xTy, n-1, 1))./repmat(RTy(2:end),1,length(xTy));
        BTy = pinv(GTy)*hTy;
        er = sqrt(sum(BTy.^2));
        if det(GTy'*GTy) < 1e-15 || i > 50
            % xTy = initX;
            xTy = zeros(size(initX));
            fprintf('Error TDOA. Did not converge\n');
            break
        end
        xTy = xTy + BTy';
        i = i + 1;
    end
end

```

Скриншот 4.13. Алгоритм УМ

```

function xTy = GNest_AOA(xTy, xyA, azAng, elAng)
    n = length(xyA);
    nDim = size(xTy, 2);
    er = 1000;
    i = 0;
    while er > 0.1 && i < 100
        % Азимут
        azhTy = (xTy(1) - xyA(:,1)).*sin(azAng) ...
            - (xTy(2) - xyA(:,2)).*cos(azAng);
        azGTy = [-sin(azAng), cos(azAng)];
        if (nDim == 2)
            GTy = azGTy;

```

```

        hTy = azhTy;
    else
        % Угол места
        L = sqrt(sum(( repmat(xTy(1:2), n, 1) - xyA(:,1:2)).^2, 2));
        elhTy = L.*sin(elAng) - (xTy(3) - xyA(:,3)).*cos(elAng);
        elGTy = [sin(elAng).*(xTy(1) - xyA(:,1))./L, ...
                sin(elAng).*(xTy(2) - xyA(:,2))./L, ...
                cos(elAng)];
        GTy = [azGTy, zeros(n, 1); elGTy];
        hTy = [azhTy; elhTy];
    end
    BTy = pinv(GTy)*hTy;
    er = sqrt(sum(BTy.^2));
    if i > 50 || det(GTy(:,1:2))*GTy(:,1:2)) < 1e-15
        % xTy = initX;
        xTy = zeros(size(xTy));
        fprintf('Error AOA. Did not converge\n');
        break
    end
    xTy = xTy + BTy';
    i = i + 1;
end

```

Скритт 4.14. Алгоритм РДМ/УМ

```

function xTy = GNest_TDOA_AOA(xTy, xyA, dr, azAng, elAng, varargin)
numvarargs = length(varargin);
if (numvarargs == 0)
    Q = eye(length(dr) + length(azAng) + length(elAng));
else
    Q = varargin{1};
end
n = length(xyA);
nDim = size(xTy, 2);
er = 1000;
i = 0;
while er > 0.1 && i < 100
    % TDOA
    RTy = sqrt(sum((xyA(:,1:nDim) - repmat(xTy, n, 1)).^2, 2));
    dRTy = -dr;
    tdoahTy = dRTy - (RTy(2:end) - RTy(1));
    tdoaGTy = repmat((xyA(1,:) - xTy)./RTy(1), n-1, 1) - (xyA(2:end,:) - ...
        repmat(xTy, n-1, 1))./repmat(RTy(2:end), 1, length(xTy));
    % AOA
    % Азимут
    azhTy = (xTy(1) - xyA(:,1)).*sin(azAng) ...
        - (xTy(2) - xyA(:,2)).*cos(azAng);
    azGTy = [-sin(azAng), cos(azAng)];
    if (nDim == 2)
        aoaGTy = azGTy;
        aoahTy = azhTy;
    else
        % Угол места
        L = sqrt(sum(( repmat(xTy(1:2), n, 1) - xyA(:,1:2)).^2, 2));
        elhTy = L.*sin(elAng) - (xTy(3) - xyA(:,3)).*cos(elAng);
        elGTy = [sin(elAng).*(xTy(1) - xyA(:,1))./L, ...
                sin(elAng).*(xTy(2) - xyA(:,2))./L, ...
                cos(elAng)];
        aoaGTy = [azGTy, zeros(n, 1); elGTy];
        aoahTy = [azhTy; elhTy];
    end
    GTy = [tdoaGTy; aoaGTy];
    hTy = [tdoahTy; aoahTy];
    BTy = pinv(GTy'*pinv(Q)*GTy)*GTy'*pinv(Q)*hTy;
    er = sqrt(sum(BTy.^2));
    if det(GTy'*GTy) < 1e-15 || i > 50
        xTy = zeros(size(xTy));
        fprintf('Error TDOA/AOA. Did not converge\n');
        break
    end
    xTy = xTy + BTy';
    i = i + 1;
end

```

5. ДИАГРАММООБРАЗОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

5.1. Постановка задачи

Адаптивное ДО является актуальным направлением исследований для повышения показателей функционирования современных и перспективных самоорганизующихся сверхплотных радиосетей (СПРС) в составе цифровой экосистемы 5G [293–308]. Радиостанциями СПРС могут выступать как абонентские терминалы/станции, так и различные автономные сенсоры стационарного и подвижного базирования, в том числе, на борту БПЛА. Возможности ДО устройствами обусловлены переходом перспективных многоантенных систем в диапазон ММВ. Специфика функционирования радиостанций в условиях стремительного повышения плотности одновременно функционирующих ИРИ предъявляет новые требования к процедурам установления и ведения связи. Адаптивное формирование лучей ДНА позволяет передающим и принимающим устройствам компенсировать издержки их сверхплотного распределения в пространстве за счет формирования максимумов ДНА в направлении передачи/приема полезного сигнала и минимума ДНА в направлении внутрисистемных помех для других ИРИ. Компенсация внутрисистемных помех одновременно работающих устройств средствами ДО возможна за счет *предварительного позиционирования* других ИРИ. Исследование и разработка вопросов позиционирования в сетях 5G позволит обосновать возможные сценарии построения и функционирования радиостанций с адаптивным ДО в составе СПРС 5G и достигнуть более агрессивного *пространственного уплотнения одновременных передач* в СПРС за счет установления и ведения связи с *предварительным позиционированием соседних ИРИ*.

Целью настоящего раздела является разработка математических моделей для исследования вопросов связности СПРС, а также оценки вероятности успешного радиоприема отдельной радиостанции в составе СПРС при работе в разделяемой среде передачи. Разработанные математические модели позволяют произвести оценку показателей связности и вероятности успешного радиоприема при организации ненаправленной и направленной радиосвязи в режиме адаптивного диаграммообразования (ДО).

Для достижения поставленной цели далее в настоящем разделе решаются следующие задачи. В разделе 5.2 формализуются особенности диаграммообразования в разделяемой среде передачи. В разделе 5.3 разработана математическая модель работы радиостанций с адаптивным диаграммообразованием, которая далее служит для оценки показателей связности (раздел 5.4) и вероятности успешного радиоприема (раздел 5.5) радиостанций в составе СПРС. В разделе 5.6 формулируются выводы о возможностях пространственного уплотнения одновременных передач в режиме ДО.

5.2. Особенности

диаграммообразования в разделяемой среде передачи

5.2.1. Управление направлением и мощностью излучения

Особенности радиосвязи в разделяемой среде передачи. Процесс передачи в режиме конкурентного доступа к разделяемой среде передачи стандарта IEEE 802.11 по принципу контроля несущей с предотвращением коллизий CSMA/CA складывается из обмена четырьмя кадрами: запрос на передачу (RTS), разрешение на передачу (CTS), передача пакета информации (DATA) и подтверждения успешной передачи (ACK). Недостатком режима DCF в территориально-распределенных СПРс со всенаправленными антеннами являются известные проблемы «скрытых» и «засвеченных» радиостанций. Их происхождение следует из того, что образование полносвязной территориально-распределенной сети радиосвязи, как правило, невозможно в силу высокого уровня ослабления радиосигнала при распространении радиоволн. Поясним проблемы скрытой/засвеченной станций на рис. 5.1 [299].

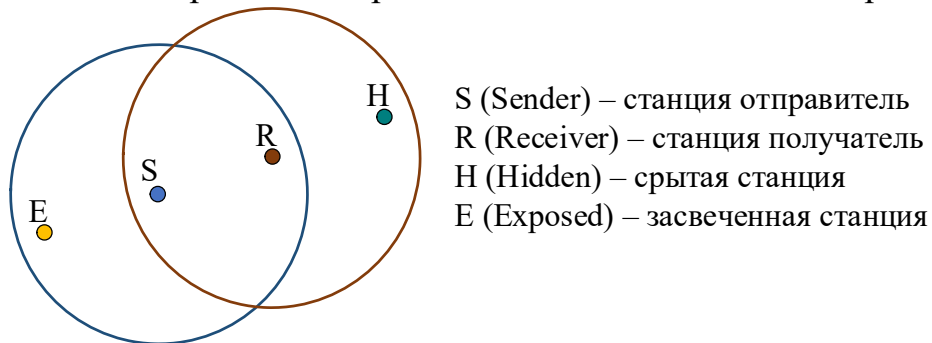


Рис. 5.1. Скрытая и засвеченная станции в разделяемой среде

Допустим, что все станции имеют одинаковую зону радиопокрытия (РП); левая и правая окружности представляют соответственно зоны РП узлов S и R. Станции E и R находятся в зоне досягаемости станции S, а станции S и H – в зоне досягаемости станции R. Пусть при организации доступа к разделяемой среде передачи используется традиционный метод, основанный на прослушивании несущей. *Проблема скрытой станции.* Пусть станция S занята обменом со станцией R. В таком случае считается, что радиоканал между S и R в зоне досягаемости станции S занят. Станция H находится вне зоны досягаемости S (H – скрыта от S) и может посчитать среду свободной для передачи в сторону R. Если H начнет передачу в сторону R, в районе станции R произойдет коллизия и сигнал от S будет искажен.

Проблема засвеченной станции. Пусть станция S занята обменом со станцией R. В таком случае считается, что радиоканал между S и R в зоне досягаемости станции S занят. Станция E находится в зоне досягаемости S (E – засвечена S) и считает, что среда передачи занята. В таком случае E будет вынуждена отложить передачу, даже если ее получатель находится вне зоны досягаемости R.

Особенности управления направлением и мощностью излучения. Регулируя направление и мощность излучения, каждый узел СПРС располагает лишь локальной топологией сети – сведениями о своих соседях. В принципе, увеличив дальность радиосвязи до необходимых пределов, можно добиться полносвязной топологии, в которой каждый связан с каждым, но увеличение дальности радиосвязи в самоорганизующейся распределенной сети ограничено взаимной интерференцией, как для всенаправленных, так и узконаправленных главных лепестков ДНА. В связи с этим предельная дальность радиосвязи – есть компромисс между связностью и пропускной способностью, уровнем интерференции и числом пролетов [299].

Рассмотрим особенности управления неоднородной топологией. На уровне доступа к разделяемой среде в режиме CSMA/CA мощность, излучаемая каждой радиостанцией, подразумевается одинаковой. Это, однако, приводит к недоиспользованию возможностей пространственного уплотнения разделяемой среды передачи. Повысить эффективность пространственного уплотнения в режиме конкурентного доступа можно за счет регулирования мощности передачи каждого пакета. Например, если бы управляющие кадры RTS и CTS посылались бы с максимальной мощностью, то после их приема можно было бы понизить мощность передачи пакетов DATA и ACK до минимально необходимого уровня. Однако после передачи с максимальной мощностью управляющих кадров RTS и CTS изначальный смысл в регулировании мощности пакетов DATA и ACK утрачивается, так как все радиостанции-соседи, которые приняли RTS и CTS уже отложили свои передачи. Для того, чтобы радиостанции-соседи не откладывали свои передачи, передачу управляющих кадров RTS и CTS нужно вести с минимально необходимой для предотвращения коллизий мощностью. К сожалению, в режиме CSMA/CA, когда управляющие кадры и пакеты данных передаются в одном канале, управление мощностью не реализует возможности пространственного уплотнения. Поясним это на примере (рис. 5.2) [299].

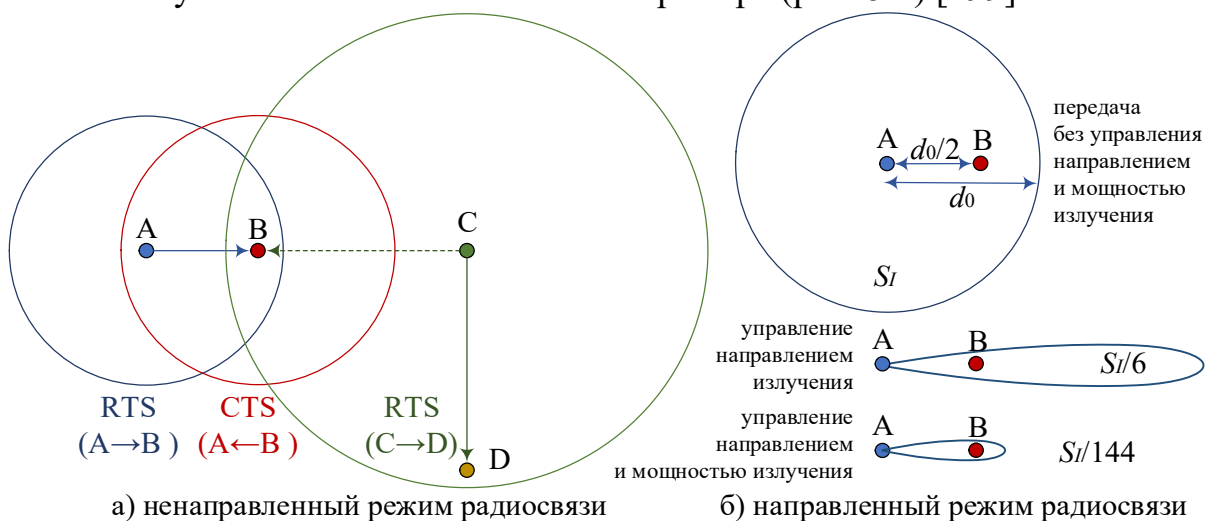


Рис. 5.2. Управление направлением и мощностью передачи

Допустим, станция А хочет начать передачу станции В. Станция А посылает кадр RTS станции В с мощностью P_{\max} ; станция В отвечает А кадром CTS, после чего станция А начинает передачу с мощностью $P_1 < P_{\max}$. Радиостанция С находится достаточно далеко от радиостанций А и В и не слышит обмена управляющими кадрами RTS/CTS. Допустим, теперь радиостанция С начнет передачу кадра RTS радиостанции D, которая удалена от С настолько, что С передает с мощностью P_{\max} . Если радиостанция В оказывается в зоне излучения С, то на приеме радиостанции В происходит коллизия пакетов от А с кадром RTS от С. Таким образом, использование разных мощностей в режиме CSMA/CA не решает проблемы скрытой станции.

При использовании ААС в направлении соседней станции формируется узконаправленный лепесток. При этом: а) мощность передатчиков и чувствительность приемников концентрируется в более узком луче, и, следовательно, увеличивается дальность радиосвязи; б) область интерференции одновременных передач уменьшается, и, следовательно, увеличивается пространственная избирательность радиосети. Если мощность, излучаемая радиостанцией в режиме ненаправленной передачи равна направленно излучаемой мощности, то оценка зоны обслуживания в первом приближении определяется равенством [299]:

$$\frac{1}{d_0^n} = \frac{2\pi}{\theta} \frac{1}{d(\theta)^\eta}, \quad (5.1)$$

где d_0 – радиус зоны обслуживания в режиме ненаправленной передачи; $d(\theta)$ – дальность зоны обслуживания в режиме направленной передачи; θ – ширина ДНА в горизонтальной плоскости; η – показатель затухания. Из соотношения (2.1) можно определить оценку дальности зоны обслуживания в режиме направленной передачи в первом приближении:

$$d(\theta) = d_0 \left(\frac{2\pi}{\theta} \right)^{1/\eta}. \quad (5.2)$$

С точки зрения уменьшения зон занятости радиоканала и, следовательно, повышения пропускной способности за счет SDMA, использование одинаковых мощностей приводит к недоиспользованию возможностей пространственной избирательности в разделяемой среде передачи. Оценим возможность уменьшения зон занятости радиоканала за счет управления направлением и мощностью излучения. Рассмотрим случай, когда показатель затухания $\eta=4$, ширина ДНА в горизонтальной плоскости $\theta=10^\circ$. По формуле (5.2) можно определить зоны занятости радиоканала S_i . Из рис. 5.2 видно, что при адаптации направления и мощности излучения можно существенно локализовать зоны занятости радиоканала, и, таким образом, увеличить пропускную способность. Дополнительное преимущество управления направлением и мощностью заключается в уменьшении зоны электромагнитной доступности и, соответственно, скрытности радиосредств сети.

5.2.2. Проблемы направленных передач в разделяемой среде

Известно [293–308], что использование направленных антенн в СПРС имеет целый ряд преимуществ по сравнению с использованием ненаправленных антенн. Адаптивное формирование диаграммы направленности в направлении узла-адресата позволяет существенно повысить пространственное уплотнение одновременных передач и увеличить дальность и качество радиосвязи за счет усиления радиосигнала на передающей и приемной сторонах. Это, в свою очередь, позволяет повысить пропускную способность радиостанций, работающих в общем радиоканале, и сократить число ретрансляций на пути от узла-отправителя к узлу-адресату. Немаловажным является и существенное повышение помехозащищенности в случае интенсивного радиопротиводействия. Для практической реализации указанных преимуществ необходима разработка соответствующих алгоритмов управления радиостанцией. При этом алгоритмы канального и сетевого уровня должны быть способны адаптироваться к текущим параметрам радиосети (топологии, направлениям передачи, степени загрузки сети) и находить решения для обеспечения наилучших показателей пропускной способности сети при условии удовлетворения требований по обеспечению качества передаваемых данных [299].

В случае применения направленных антенн на уровне доступа к разделяемой среде в режиме CSMA/CA к известным проблемам скрытой и засвеченной станций добавляются еще две: утрата состояния среды передачи и глухота. Рассмотрим проблемы направленных передач на рис. 5.3.

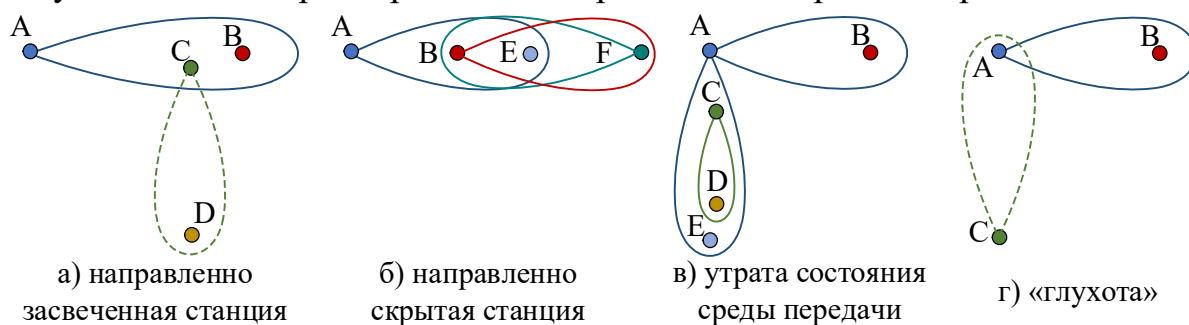


Рис. 5.3. Проблемы направленных передач в разделяемой среде

Проблема направленно засвеченной станции (рис. 5.3,а). Допустим, радиостанция А начинает обмен с радиостанцией В, а радиостанция С – с радиостанцией D. Радиостанция А посылает кадр RTS радиостанции В. При этом, как видно из рис. 5.3,а, радиостанция С попадает в зону действия главного лепестка радиостанции А (С – засвечена А) и, приняв адресованный радиостанции В кадр RTS, считает, что среда передачи занята и будет вынуждена отложить передачу в направлении D, хотя это не препятствует обмену между радиостанциями А и В [299].

Проблема направленно скрытой станции (рис. 5.3,б). Допустим, радиостанция В начинает обмен с радиостанцией F. Радиостанция В посылает

кадр RTS радиостанции F; радиостанция F отвечает в направлении радиостанции B кадром CTS и переходит в режим ведения связи B→F. Радиостанция A не в состоянии принять адресованный радиостанции B кадр CTS. Пусть теперь радиостанция A начнет передачу радиостанции E. Так как главный лепесток ДНА радиостанции B направлен в сторону F, то радиостанция A считает среду свободной для передачи и посылает в направлении радиостанции E кадр RTS; при этом коэффициент усиления передачи имеет значение G. В связи с тем, что теперь A передает направленно с КУ G, на станции F произойдет коллизия, и сигнал от B будет искажен.

Утрата состояния среды передачи (рис. 5.3,в). Допустим, радиостанция A начинает передачу радиостанции B. Радиостанция A посылает кадр RTS радиостанции B; B отвечает в направлении A кадром CTS, после чего начинается сеанс ведения связи в направлении A→B. В это время радиостанция C начинает направленную передачу станции D. Так как сеанс ведения связи A→B – направленный, то радиостанция A не знает о передаче C в направлении D. Допустим, после завершения сеанса A→B радиостанция A начнет передачу радиостанции E. Так как радиостанция A не знает о сеансе C→D, она посылает кадр RTS в направлении радиостанции E, который вызовет коллизию на приеме радиостанции D [299].

Глухота (рис. 5.3,г). Допустим, радиостанция A ведет передачу в направлении радиостанции B. В это время радиостанция C начинает передачу в направлении радиостанции A. Радиостанция C посылает кадр RTS радиостанции A. Так как главный лепесток ДНА радиостанции A направлен в сторону B, то радиостанция A не слышит кадр RTS от радиостанции C.

Очевидными критериями функционирования СПРс являются показатели связности и пропускной способности радиостанций.

Радиосеть является связной тогда, когда между любой парой радиостанций существует маршрут, который, в общем случае, может включать несколько ретрансляций. В частном случае полносвязной радиосети любая пара радиостанций связана друг с другом напрямую, и ретрансляции не требуются. Радиосеть можно считать односвязной, если между любой парой радиостанций существует хотя бы один маршрут. Принципы построения самоорганизующихся пакетных радиосетей на основе радиостанций с направленными антеннами определяются показателями связности и пропускной способности радиостанций.

Следует отметить, что вследствие децентрализованного управления, неопределенности территориального распределения и подвижности радиостанций в зоне действия сети, радиосеть должна обладать достаточной связностью для поддержания нескольких маршрутов передачи информации.

Использование же механизмов физического и виртуального контроля занятости радиоканала под управлением децентрализованных протоколов

CSMA/CA при адаптивном диаграммообразовании в СПРс на основе радиостанций с направленными антеннами, представляется сомнительным. С функциональной точки зрения управление ААР радиостанции СПРс заключается в формировании ДН в направлении радиостанции отправителя/получателя при работе на прием/передачу. Для этого радиостанциям СПРс необходимо осуществлять обнаружение соседей и управление мощностью передачи. При использовании ненаправленных антенн угловое расположение адресата в зоне обслуживания сети, в принципе, не имеет значения. При использовании же направленных антенн для формирования максимального усиления на передающей стороне радиостанция-отправитель должен знать угловое расположение радиостанции-адресата. В свою очередь, для формирования максимального усиления на приемной стороне радиостанции-адресата должна знать угловое расположение радиостанции-отправителя [299].

Существует два основных метода определения расположения соседних радиостанций друг относительно друга. Первый метод основан на использовании геоинформационных данных систем спутникового позиционирования. Недостатками этого метода является необходимость оборудования каждой радиостанции специальным приемником. Однако знание географического углового расположения соседней радиостанции не означает возможность ведения связи в пределах прямой видимости. Второй метод заключается в определении направления полезного сигнала на основе процедур математической обработки комплексного вектора пространственно-временных отсчетов сигнала на выходах АЦП ААР, что представляется более предпочтительным.

Для обоснования принципов управления радиостанцией с адаптивно формируемой диаграммой направленности необходимо исследование вопросов влияния направленных антенн на показатели связности и пропускной способности радиостанций самоорганизующейся сети. В более развернутом виде задачи, требующие своего решения, можно сформулировать следующим образом: а) разработка математической модели режимов работы радиостанций с адаптивно формируемой диаграммой направленности антенны в составе СПРс; б) разработка методики оценки связности радиостанций СПРс; в) разработка методики оценки пропускной способности радиостанций СПРс [299].

В системах радиосвязи возможности радиоприема определяются чувствительностью приемника и отношением сигнал/(шум + внутрисистемные помехи) (Signal to Interference plus Noise Ratio). Так как радиостанции в составе СПРс работают в общем радиоканале, осуществляют передачи без централизованного управления, а также характеризуются априорной неопределенностью территориального распределения, отношение на входе принимающей радиостанции является сложно прогнозируемой величиной.

5.3. Математическая модель радиостанции с диаграммообразованием

5.3.1. Постановка задачи

Неопределенность территориального распределения радиостанций состоит в том, что расположение радиостанции, передающей полезный сигнал, и расположения других передающих радиостанций, которые относительно принимающей радиостанции в момент ее приема оказываются источниками внутрисистемных помех, заранее неизвестно.

Если радиостанции СПРс работают с ненаправленными антеннами, то угловое расположение радиостанции, передающей полезный сигнал относительно принимающей радиостанции, и расположения других передающих радиостанций – источников внутрисистемных помех, не влияет на отношение на входе принимающей радиостанции. Если же радиостанции СПРс работают с направленными антеннами, то отношение будет непосредственно определяться угловым расположением радиостанций по отношению друг к другу в зоне действия СПРс. Для оценки отношения с учетом направленных приемов и передач, необходимо учесть не только потери на радиотрассе и мощность передатчиков, но и коэффициенты усиления антенн, поэтому задачей настоящей главы является разработка математической модели режимов работы радиостанции с направленной антенной с целью оценки коэффициента усиления сигнала и коэффициента усиления внутрисистемных помех [299].

При использовании радиостанциями СПРс адаптивных антенн, КУ полезного сигнала и сигналов внутрисистемных помех определяются режимами установления связи и будут различными при ведении связи. Установление связи в СПРс на основе радиостанций с направленными антеннами заключается в предварительном обнаружении передающей радиостанцией принимающей радиостанции.

Процедура обнаружения включает 2 этапа: а) определение направления прихода сигнала при работе на прием; б) формирование ДН при работе на передачу и прием. Если процедура обнаружения предваряет сеанс ведения связи, то такой режим работы радиостанции будем называть диаграммообразованием с предварительным обнаружением DB (Beamforming with Discovery). Если ведение связи осуществляется без предварительного обнаружения, то такой режим работы радиостанции будем называть случайным диаграммообразованием RB (Random Beamforming) [299].

Оценку КУ полезного сигнала и сигналов внутрисистемных помех выполним для двух сеансов ведения связи: а) сеанса направленной передачи и направленного приема DD (Directional Transmission – Directional Reception); б) сеанса направленной передачи и ненаправленного приема DO (Directional Transmission – Omni directional Reception).

5.3.2. Модель круговой антенной решетки

Простейшей адаптивной антенной является линейная антенная решетка (АР), в которой излучающие элементы расположены вдоль прямой на равных расстояниях друг от друга. Известно, что по сравнению с линейной АР, антенная решетка с круговым расположением излучающих элементов при равном их числе обеспечивает более узкую ширину диаграммы направленности (ДН) на уровне половинной мощности и одинаковую ширину ДН по всем направлениям в азимутальной плоскости. Поэтому при оценке коэффициентов усиления будем рассматривать круговую АР (рис. 5.4).

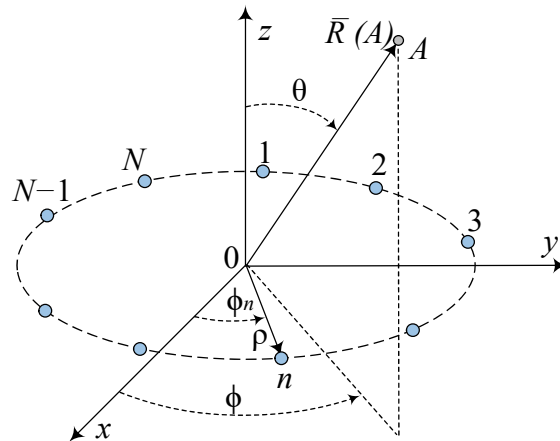


Рис. 5.4. Круговая антенная решетка из N элементов

Коэффициент направленного действия круговой антенной решетки. Способность антенны концентрировать излучаемую энергию сигнала в пространстве или, наиболее эффективно принимать энергию сигнала, приходящую из некоторой части пространства, характеризуется коэффициентом направленного действия (КНД) $g(\theta, \phi)$. Пространственное направление характеризуется двумя углами: углом места θ и азимутом ϕ . В случае передающей антенны $g_{TX}(\theta, \phi)$ указывает, во сколько раз мощность, излучаемая антенной в направлении (θ, ϕ) , превышает мощность, излучаемую ненаправленной антенной, при равенстве подводимых к антенне мощностей. В случае приемной антенны $g_{RX}(\theta, \phi)$ указывает, во сколько раз мощность сигнала, принимаемого из направления (θ, ϕ) , превышает мощность сигнала, принимаемого ненаправленной антенной. КНД можно определить через пространственное распределение напряженности электрического поля $E(\theta, \phi)$ [309]:

$$g(\theta, \phi) = \frac{|E(\theta, \phi)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |E(\theta, \phi)|^2 \sin(\theta) d\theta d\phi}. \quad (5.3)$$

Допустим, что центр окружности, на которой располагаются элементы круговой АР, совпадает с центром сферической системы координат. Если $\bar{R}(A)$ – радиус-вектор точки наблюдения A (рис. 5.4), то его угловые координаты определяются углами θ и ϕ , где $\theta \in [0, \pi]$ – отсчитывается от оси

$0z$ в вертикальной плоскости; $\phi \in [0, 2\pi]$ – отсчитывается от оси $0x$ в горизонтальной (азимутальной) плоскости. Пространственная напряженность электрического поля для антенной решетки с равномерным расположением N элементов на окружности радиусом ρ определяется по формуле [310]:

$$E(\theta, \phi) = \sum_{n=1}^N E_0 \exp[jk_\lambda \rho \sin(\theta) \cos(\phi - \phi_n) + j\psi_n], \quad (5.4)$$

где $E_0=1$ – значение величины $E(\theta, \phi)$ для ненаправленного излучателя; $k=2\pi/\lambda$ – волновое число; ϕ_n – угловое расположение n -го элемента на окружности в азимутальной плоскости; ψ_n – фазовый сдвиг n -го элемента АР, определяемый по формуле

$$\psi_n = -k_\lambda \rho \sin(\theta_0) \cos(\phi_0 - \phi_n), \quad (5.5)$$

где (θ_0, ϕ_0) – направление максимума ДН круговой АР. Так как радиостанции СПРС распределены на горизонтальной плоскости, рассмотрим КНД $g(\phi_0, \phi)$ в азимутальной плоскости. Зная число элементов N и радиус окружности ρ , на которой они расположены, значение $g(\phi_0, \phi)$ можно рассчитать при $\theta=\theta_0=90^\circ$, подставив в формулу (5.3) выражения (5.4) и (5.5). Результаты расчетов приведены на рис. 5.5, рис. 5.6 (скрипт 5.1). Анализ графиков на рис. 5.5, рис. 5.6 позволяет сделать следующие выводы: а) антенная решетка с круговым расположением излучающих элементов обеспечивает одинаковую ширину ДН $\phi_{0,5}$ по всем направлениям в азимутальной плоскости; б) с увеличением числа излучающих элементов значение КНД $g(\phi_0, \phi)$ в направлении максимума ДН ϕ_0 увеличивается, а ширина диаграммы направленности (ДН) $\phi_{0,5}$ на уровне половинной мощности уменьшается. КНД $g(\phi_0, \phi)$ не учитывает потерь в проводниках и потерь за счет рассогласования питающих линий с нагрузкой. Для учета этих и других потерь вводят коэффициент усиления (КУ) антенны $G(\phi_0, \phi)$, равный произведению $g(\phi_0, \phi)$ на коэффициент полезного действия антенны КПДА, где $\text{КПДА} < 1$. При оценке КУ в СПРС потерями, учитываемыми КПДА, можно пренебречь, поэтому далее будем считать, что $\text{КПДА}=1$ и $G(\phi_0, \phi) = g(\phi_0, \phi)$ [299].

Рассмотрим статистическую зависимость $G(\phi_0, \phi)$ от угла прихода сигнала ϕ . Из графиков на рис. 5.5, рис. 5.6 следует, что КУ максимален тогда, когда $\phi = \phi_0$. В результате действия рассеивателей, сигналы, пришедшие под углом $\phi' \neq \phi$, будут усилены или ослаблены в $G(\phi_0, \phi')$ раз. Для учета статистической зависимости КУ от углов прихода ϕ' вводится понятие разброса углов прихода $\Delta\phi = |\phi' - \phi|$ [311, 312]. Поясним его физический смысл. Разброс углов прихода $\Delta\phi = |\phi' - \phi|$ является следствием действия рассеивателей и должен учитываться при определении КУ приемной антенны, поскольку прием сигнала направленной антенной ограничен угловым сектором – шириной ДН по половинной мощности $\phi_{0,5}$. Ясно, что сигналы, пришедшие под углом ϕ' , и не попавшие в этот сектор, не будут приняты. Таким образом, хотя более узкая ДН и обеспечивает более высокий КУ, в тоже время на такую антенну попадает лишь некоторая часть приходящего сигнала [299].

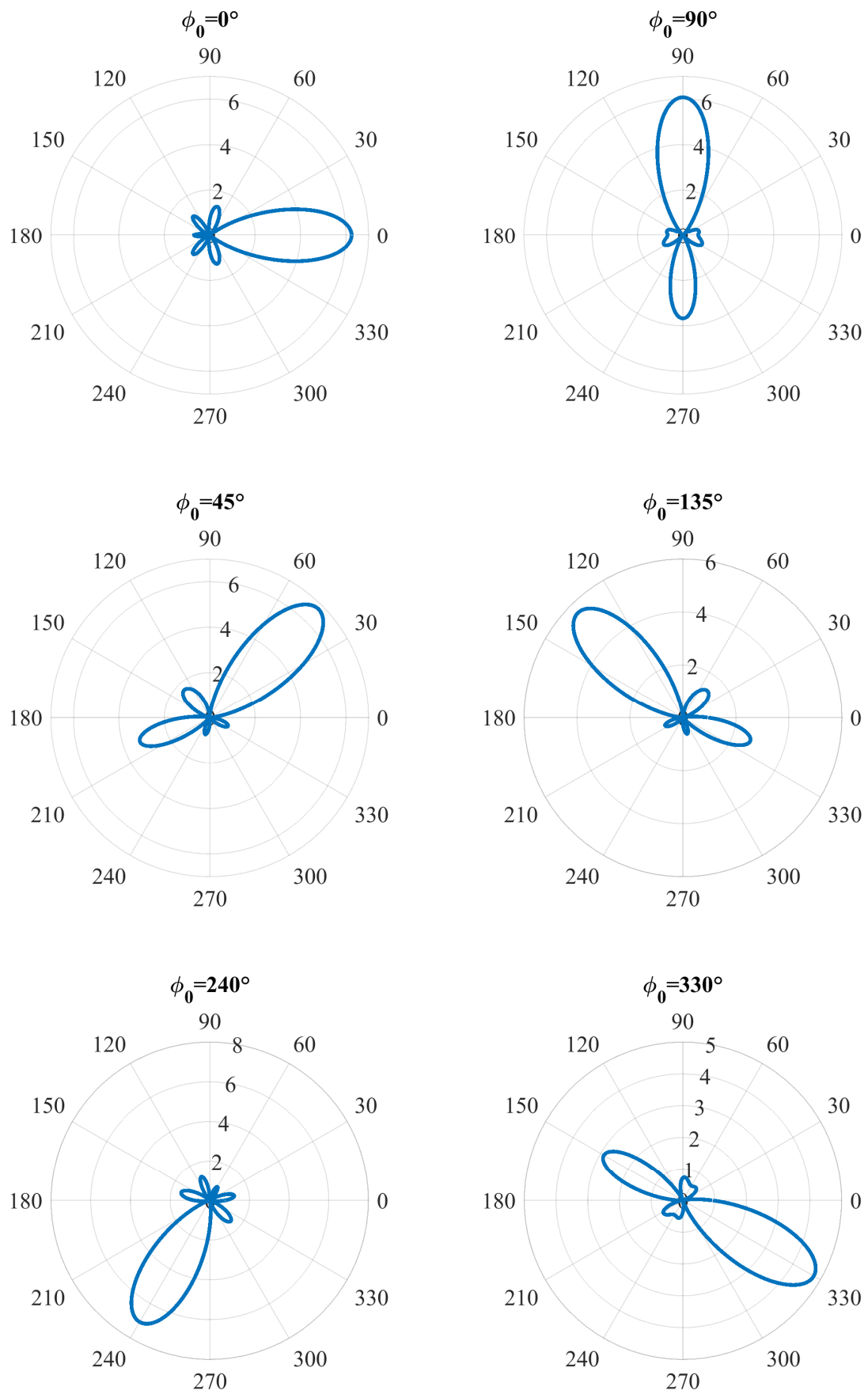


Рис. 5.5. КНД $g(\phi_0, \phi)$ при $N=6$, $\rho=\lambda/2$

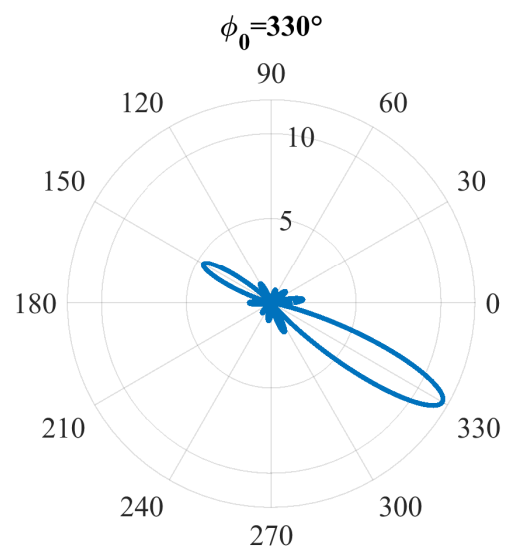
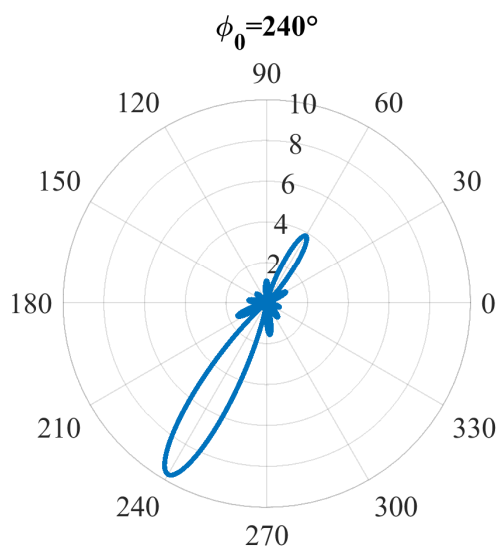
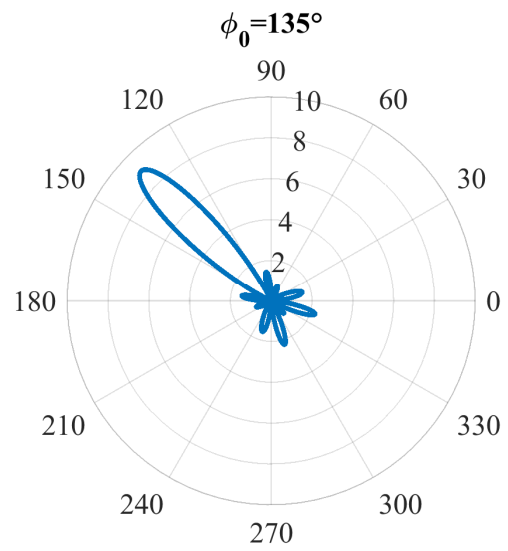
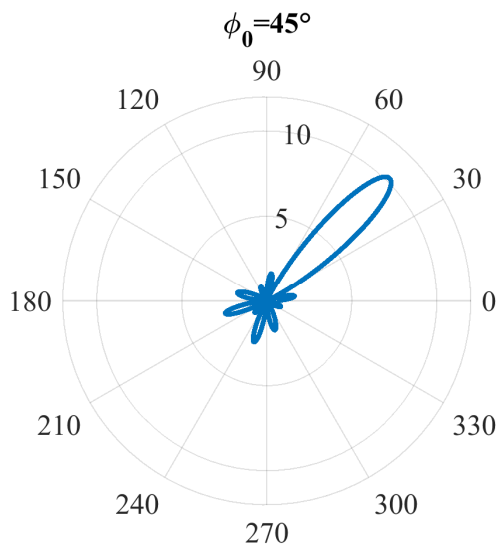
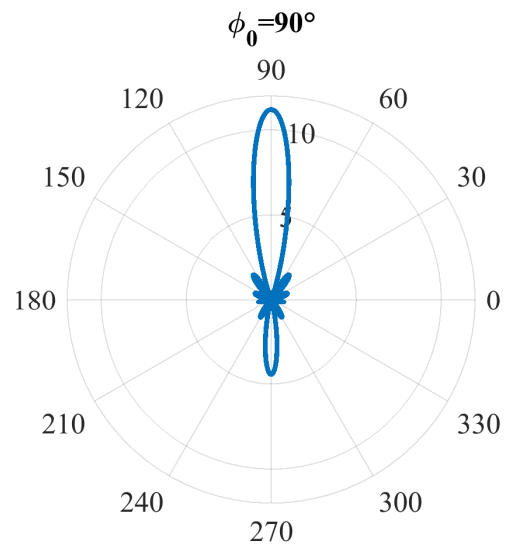
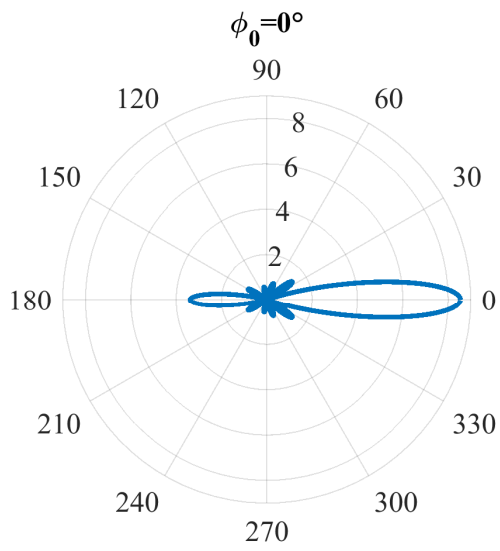


Рис. 5.6. КНД $g(\phi_0, \phi)$ при $N=12, \rho=\lambda$

Статистическую зависимость КУ $G(\phi_0, \phi)$ от углов прихода ϕ' можно выразить через распределение разброса углов прихода $f_\phi(\Delta\phi)$ [311, 312]:

$$G(\phi_0, \phi) = \int_0^{2\pi} g(\phi_0, \phi') \cdot f_\phi(\phi' - \phi) d\phi'. \quad (5.6)$$

Разброс углов прихода $\Delta\phi$ (рис. 5.7, скрипт 5.2) можно математически описать усеченным распределением Лапласа [311, 312]:

$$f_\phi(\Delta\phi) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_\phi} e^{-\frac{\sqrt{2}|\Delta\phi|}{\sigma_\phi}}; \quad |\Delta\phi| < \pi/2. \quad (5.7)$$

где σ_ϕ – среднеквадратическое расширение угла прихода.

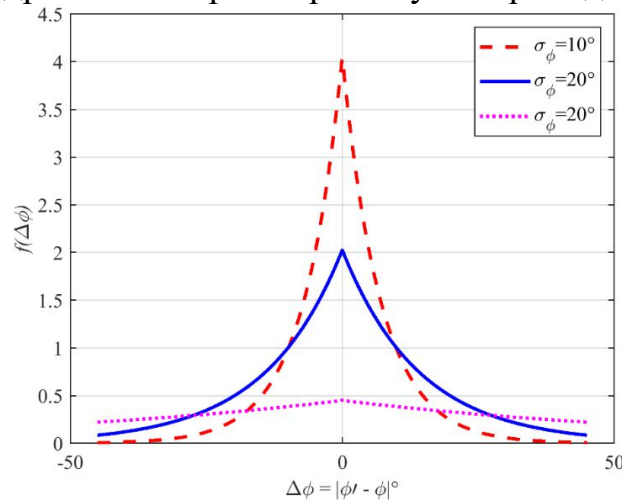


Рис. 5.7. Усеченное лапласовское распределение разброса углов прихода

Физический смысл распределения $f_\phi(\Delta\phi)$ заключается в том, что разброс углов прихода $\Delta\phi = |\phi' - \phi|$ является случайной величиной и характеризуется среднеквадратическим расширением угла прихода σ_ϕ . Среднеквадратическое расширение угла прихода σ_ϕ определяет профиль мощности по углу прихода (рис. 5.7) и характеризует возможности направленного приема.

Большие значения σ_ϕ являются следствием многолучевого распространения с многократным отражением, в результате чего прием сигнала по углам прихода можно рассматривать как ненаправленный. При однолучевом распространении радиоволн в условиях прямой видимости между передатчиком и приемником среднеквадратическим расширением угла прихода σ_ϕ можно пренебречь, а прием сигнала рассматривать как направленный. На рис. 5.8 (скрипт 5.3) представлены зависимости $G(\phi_0, \phi)$, рассчитанные по формуле (5.6) с учетом разброса углов прихода (5.7) при различных σ_ϕ .

Анализ графиков на рис. 5.8 позволяет сделать вывод о том, что с увеличением σ_ϕ КУ в направлении максимума ДН ϕ_0 уменьшается. Это является следствием действия рассеивателей при многолучевом распространении радиоволн, в результате которого возможности направленного приема полезного сигнала уменьшаются вследствие того, что хотя более узкая ДН и обеспечивает более высокий коэффициент усиления, на такую антенну попадает

лишь некоторая часть приходящих радиоволн, в результате чего возможности направленного приема полезного сигнала при уменьшении ширины ДН по половинной мощности $\phi_{0,5}$ уменьшаются [299].

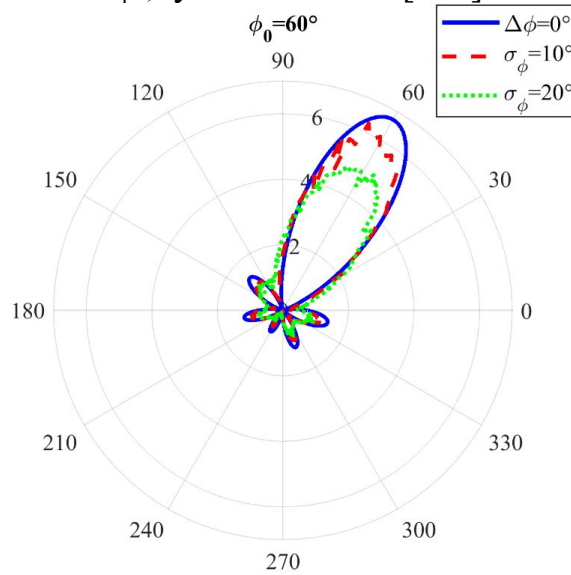


Рис. 5.8. КУ $G(\phi_0, \phi)$ при $N=6$, $\rho=\lambda/2$ и различных σ_ϕ

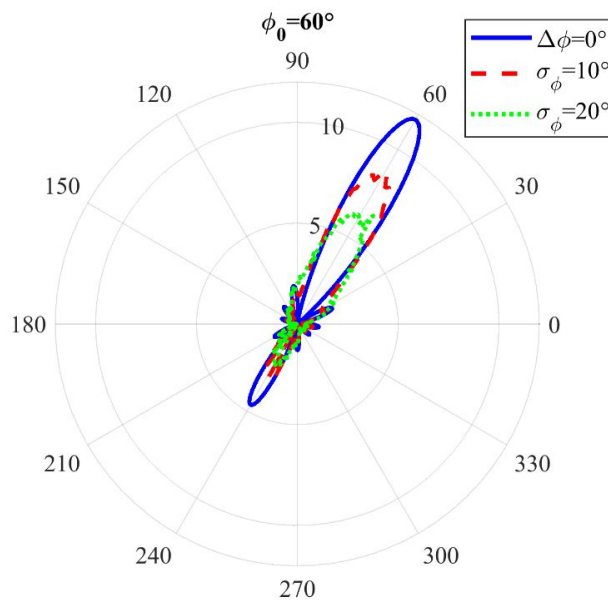


Рис. 5.9. КУ $G(\phi_0, \phi)$ при $N=12$, $\rho=\lambda$ и различных σ_ϕ

Типовые значения среднеквадратического расширения угла прихода, учитывающие эффект многолучевого РРВ в диапазоне СВЧ, находятся в пределах $5^\circ-20^\circ$ [311, 312]. Вероятностная поправка (5.7) и выражение (5.6) для определения КУ $G(\phi_0, \phi)$ справедливы не только для приемной, но и для передающей антенны. Дело в том, что управление ДН при работе радиостанции сети на передачу осуществляется на основании определения направления прихода сигнала. Это означает, что неточность при определении направления прихода сигнала при работе радиостанции на прием неизбежно влечет за собой неточность диаграммообразования при работе на передачу.

5.3.3. Математическая модель работы радиостанции с диаграммообразованием

Коэффициенты усиления полезного сигнала и сигналов внутрисистемных помех определяются режимами установления связи и будут различными при ведении связи. Если процедура обнаружения предваряет сеанс ведения связи, то такой режим работы радиостанции будем называть *диаграммообразованием с предварительным обнаружением DB*. Если ведение связи осуществляется без предварительного обнаружения, то такой режим работы радиостанции будем называть *случайным диаграммообразованием RB*. Оценку КУ сигнала и внутрисистемных помех выполним для двух сеансов ведения связи: сеанса направленной передачи и направленного приема DD и сеанса направленной передачи и ненаправленного приема RB [299].

Сеанс направленной передачи и направленного приема [299].

Режим случайного диаграммообразования.

Коэффициент усиления сигнала $G_{0/RB}^{DD}$ для сеанса направленной передачи и направленного приема DD в режиме случайного ДО RB в общем виде определяется выражением:

$$G_{0/RB}^{DD}(\phi_{0TX}, \phi_{0RX}, \phi_{RX_0}, \phi_{TX_0}) = G_{0TX/RB}(\phi_{0TX}, \phi_{RX_0}) \cdot G_{0RX/RB}(\phi_{0RX}, \phi_{TX_0}), \quad (5.8)$$

где $G_{0TX/RB}(\phi_{0TX}, \phi_{RX_0})$ – коэффициент усиления сигнала антенной передающей радиостанции TX_0 в направлении ϕ_{RX_0} принимающей радиостанции RX_0 ; $G_{0RX/RB}(\phi_{0RX}, \phi_{TX_0})$ – коэффициент усиления сигнала антенной принимающей радиостанции RX_0 в направлении ϕ_{TX_0} передающей радиостанции TX_0 ; ϕ_{0TX} – направление максимума ДН антенны передающей радиостанции TX_0 ; ϕ_{0RX} – направление максимума ДН антенны принимающей радиостанции RX_0 ; ϕ_{RX_0} – угол, образованный отрезком, соединяющим радиостанции TX_0 и RX_0 , и полярной осью относительно передающей радиостанции TX_0 ; ϕ_{TX_0} – угол, образованный отрезком, соединяющим радиостанции TX_0 и RX_0 , и полярной осью относительно принимающей радиостанции RX_0 . В режиме случайного диаграммообразования значения ϕ_{0TX} и ϕ_{0RX} – случайные величины с плотностями вероятности:

$$f(\phi_{0TX}) = \frac{1}{2\pi}; 0 \leq \phi_{0TX} < 2\pi; \quad f(\phi_{0RX}) = \frac{1}{2\pi}; 0 \leq \phi_{0RX} < 2\pi. \quad (5.9)$$

Так как расположение принимающей радиостанции RX_0 относительно передающей радиостанции TX_0 заранее неизвестно, значение ϕ_{RX_0} является СВ, плотность вероятности которой определяется выражением:

$$f(\phi_{RX_0}) = \frac{1}{2\pi}; 0 \leq \phi_{RX_0} < 2\pi. \quad (5.10)$$

Пример расположения радиостанций RX_0 и TX_0 друг относительно друга в режиме случайного диаграммообразования показан на рис. 5.10.

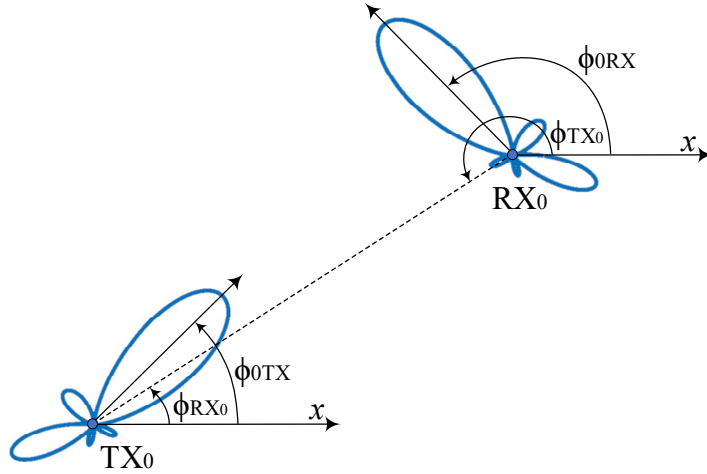


Рис. 5.10. Расположения RX_0 и TX_0 в режиме случайного ДО

Так как $\phi_{TX_0} = \pi + \phi_{RX_0}$, математическое ожидание коэффициента усиления сигнала $G_{0/RB}^{DD}$ можно найти усреднением выражения (5.8):

$$M[G_{0/RB}^{DD}] = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} G_{0TX}(\phi_{0TX}, \phi_{RX_0}) \cdot G_{0RX}(\phi_{0RX}, \pi + \phi_{RX_0}) \cdot f(\phi_{0TX}) \cdot f(\phi_{0RX}) \cdot f(\phi_{RX_0}) d\phi_{0TX} d\phi_{0RX} d\phi_{RX_0}. \quad (5.11)$$

С учетом (5.9) и (5.10) выражение (5.11) можно преобразовать к виду

$$M[G_{0/RB}^{DD}] = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} G_{0TX}(\phi_{0TX}, \phi_{RX_0}) G_{0RX}(\phi_{0RX}, \pi + \phi_{RX_0}) d\phi_{0TX} d\phi_{0RX} d\phi_{RX_0}. \quad (5.12)$$

Коэффициент усиления внутрисистемных помех $G_{I/RB}^{DD}$ для сеанса направленной передачи и направленного приема DD в режиме случайного диаграммообразования RB в общем виде определяется выражением:

$$G_{I/RB}^{DD}(\phi_{iTX}, \phi_{0RX}, \phi_{RX_i}, \phi_{TX_i}) = G_{iTX/RB}(\phi_{iTX}, \phi_{RX_i}) \cdot G_{iRX/RB}(\phi_{0RX}, \phi_{TX_i}), \quad (5.13)$$

где $G_{iTX/RB}(\phi_{iTX}, \phi_{RX_i})$ – коэффициент усиления внутрисистемных помех антенной передающей радиостанции TX_i в направлении ϕ_{RX_i} принимающей радиостанции RX_0 ; $G_{iRX/RB}(\phi_{0RX}, \phi_{TX_i})$ – коэффициент усиления внутрисистемных помех антенной принимающей радиостанции RX_0 в направлении ϕ_{TX_i} передающей радиостанций TX_i ; ϕ_{iTX} – направление максимума ДН антенны передающей радиостанции TX_i ; ϕ_{0RX} – направление максимума ДН антенны принимающей радиостанции RX_0 ; ϕ_{RX_i} – угол, образованный отрезком, соединяющим радиостанции TX_i и RX_0 , и полярной осью относительно передающей радиостанции TX_i ; ϕ_{TX_i} – угол, образованный отрезком, соединяющим радиостанции TX_i и RX_0 , и полярной осью относительно принимающей радиостанции RX_0 . Пример расположения радиостанции RX_0 и двух TX_i в режиме случайного ДО показан на рис. 5.11.

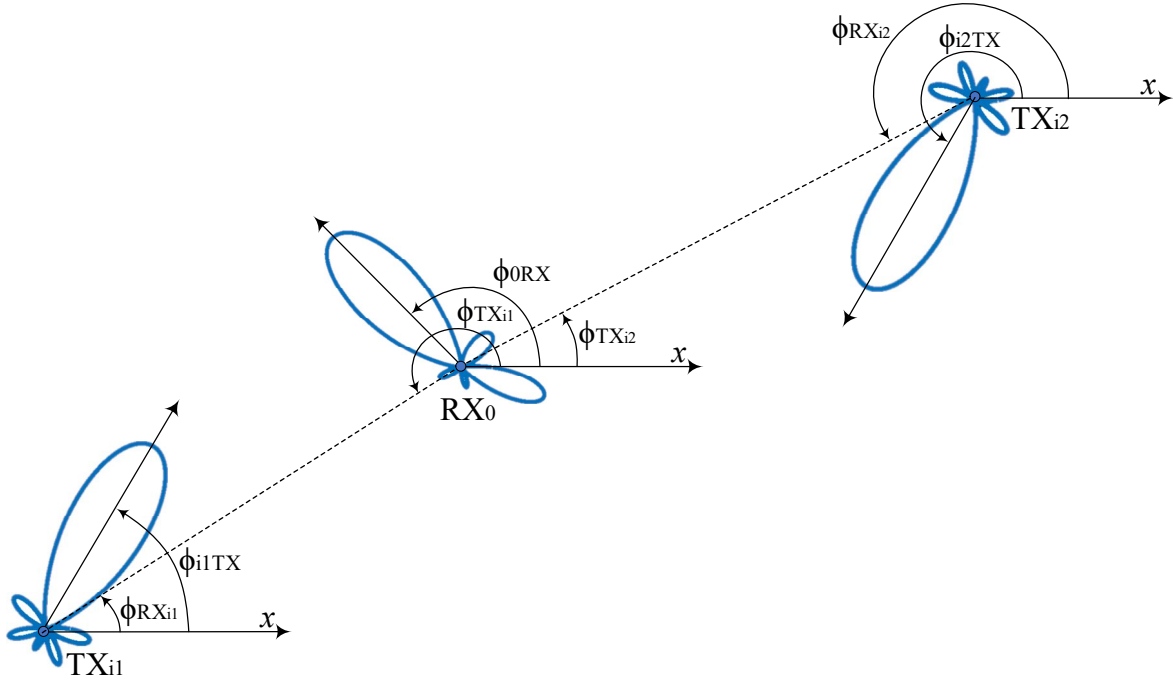


Рис. 5.11. Расположения RX_0 и двух TX_i в режиме случайного ДО

Так как радиостанций TX_i может быть несколько, то углы ϕ_{RX_i} и ϕ_{TX_i} являются независимыми СВ с плотностями вероятности:

$$f(\phi_{RX_i}) = \frac{1}{2\pi}; \quad 0 \leq \phi_{RX_i} < 2\pi; \quad f(\phi_{TX_i}) = \frac{1}{2\pi}; \quad 0 \leq \phi_{TX_i} < 2\pi. \quad (5.14)$$

Значения ϕ_{iTX} в режиме случайного диаграммообразования также являются случайными величинами с плотностью вероятности:

$$f(\phi_{iTX}) = \frac{1}{2\pi}; \quad 0 \leq \phi_{iTX} < 2\pi. \quad (5.15)$$

Математическое ожидание коэффициента усиления сигналов внутрисистемных помех $G_{I/RB}^{DD}$, с учетом (5.9), (5.14), (5.15) можно определить как:

$$M[G_{I/RB}^{DD}] = \frac{1}{(2\pi)^4} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} G_{iTX}(\phi_{iTX}, \phi_{RX_i}) G_{iRX}(\phi_{0RX}, \phi_{TX_i}) d\phi_{iTX} d\phi_{0RX} d\phi_{RX_i} d\phi_{TX_i}. \quad (5.16)$$

Режим диаграммообразования с предварительным обнаружением.

Коэффициент усиления сигнала $G_{0/DB}^{DD}$ для сеанса направленной передачи и направленного приема DD в режиме диаграммообразования с предварительным обнаружением DB в общем виде определяется выражением:

$$G_{0/DB}^{DD}(\phi_{0TX}, \phi_{0RX}, \phi_{RX_0}, \phi_{TX_0}) = G_{0TX/DB}(\phi_{0TX}, \phi_{RX_0}) \cdot G_{0RX/DB}(\phi_{0RX}, \phi_{TX_0}). \quad (5.17)$$

В режиме ДО с предварительным обнаружением прием и передача ведутся в направлении максимума ДН, поэтому значения ϕ_{RX_0} и ϕ_{TX_0} принимаются равными направлениям ϕ_{0TX} и ϕ_{0RX} соответственно:

$$\phi_{RX_0} = \phi_{0TX}; \quad \phi_{TX_0} = \phi_{0RX}. \quad (5.18)$$

Пример расположения радиостанций RX_0 и TX_0 и друг относительно друга в режиме ДО с предварительным обнаружением показан на рис. 5.12.

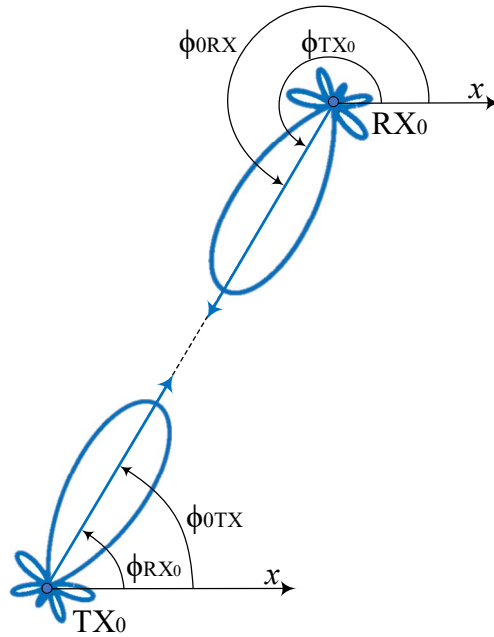


Рис. 5.12. Расположения RX_0 и TX_0 в режиме ДО с предварительным обнаружением

Так как $\phi_{TX_0} = \pi + \phi_{RX_0}$, математическое ожидание КУ сигнала $G_{0/DB}^{DD}$, с учетом (5.10) и (5.18) можно определить усреднением (5.17):

$$M \left[G_{0/DB}^{DD} \right] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} G_{0TX}(\phi_{0TX}, \phi_{0TX}) G_{0RX}(\pi + \phi_{0TX}, \pi + \phi_{0TX}) d\phi_{0TX}. \quad (5.19)$$

Коэффициент усиления внутрисистемных помех. Так как радиостанции TX_i ведут передачу независимо от сеанса связи $TX_0 - RX_0$, то математическое ожидание коэффициента усиления внутрисистемных помех для сеанса направленной передачи и направленного приема DD в режиме диаграммообразования с предварительным обнаружением определяется, как и в режиме случайного диаграммообразования, по формуле (5.16).

Сеанс направленной передачи и ненаправленного приема [299].

Режим случайного диаграммообразования. Коэффициент усиления сигнала $G_{0/RB}^{DO}$ для сеанса направленной передачи и ненаправленного приема ДО в режиме случайного ДО RB в общем виде определяется выражением:

$$G_{0/RB}^{DO}(\phi_{0TX}, \phi_{RX_0}) = G_{0TX/RB}(\phi_{0TX}, \phi_{RX_0}). \quad (5.20)$$

Математическое ожидание коэффициента усиления сигнала $G_{0/RB}^{DO}$, с учетом (5.9) и (5.10), можно определить усреднением выражения (5.20):

$$M \left[G_{0/RB}^{DO} \right] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} G_{0TX}(\phi_{0TX}, \phi_{RX_0}) d\phi_{0TX} d\phi_{RX_0}. \quad (5.21)$$

Коэффициент усиления внутрисистемных помех $G_{I/RB}^{DO}$ для сеанса направленной передачи и ненаправленного приема ДО в режиме случайного диаграммообразования RB в общем виде определяется выражением:

$$G_{I/RB}^{DO}(\phi_{iTX}, \phi_{RX_i}) = G_{iTX/RB}(\phi_{iTX}, \phi_{RX_i}). \quad (5.22)$$

Математическое ожидание коэффициента усиления внутрисистемных помех $G_{I/RB}^{DO}$, с учетом (5.14) и (5.15), можно определить усреднением (5.22):

$$M[G_{I/RB}^{DO}] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} G_{iTX}(\phi_{iTX}, \phi_{RX_i}) d\phi_{iTX} d\phi_{RX_i}. \quad (5.23)$$

Режим диаграммообразования с предварительным обнаружением.

Коэффициент усиления сигнала $G_{0/DB}^{DO}$ для сеанса направленной передачи и ненаправленного приема ДО в режиме диаграммообразования с предварительным обнаружением DB в общем виде определяется как:

$$G_{0/DB}^{DO}(\phi_{0TX}, \phi_{RX_0}) = G_{0TX/DB}(\phi_{0TX}, \phi_{RX_0}). \quad (5.24)$$

Математическое ожидание коэффициента усиления сигнала $G_{0/DB}^{DO}$, с учетом (5.9) и (5.18), можно определить усреднением выражения (5.24):

$$M[G_{0/DB}^{DO}] = \frac{1}{(2\pi)} \int_0^{2\pi} G_{0TX}(\phi_{0TX}, \phi_{0TX}) d\phi_{0TX}. \quad (5.25)$$

Математическое ожидание КУ внутрисистемных помех для сеанса ДО в режиме ДО с предварительным обнаружением DB, определяется, как и в режиме случайного диаграммообразования, по формуле (5.23) [299].

Оценка КУ радиостанции с круговой AP в составе СПРс. Вследствие неопределенности азимутального расположения радиостанций СПРс друг относительно друга, вместо КУ (5.8), (5.13), (5.17), (5.20) и (5.24) вычисляются их математические ожидания по формулам (5.12), (5.16), (5.19), (5.21), (5.23) и (5.25); и далее под КУ будем понимать их средние значения:

$$G_{0/DB}^{DD} = \frac{1}{(2\pi)} \int_0^{2\pi} G(\phi_0, \phi_0) G(\pi + \phi_0, \pi + \phi_0) d\phi_0. \quad (5.26)$$

$$G_{0/RB}^{DD} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} G(\phi_{01}, \phi) G(\phi_{02}, \pi + \phi) d\phi_{01} d\phi_{02} d\phi. \quad (5.27)$$

$$G_{I/RB}^{DD} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} G(\phi_{01}, \phi_1) G(\phi_{02}, \phi_2) d\phi_{01} d\phi_{02} d\phi_1 d\phi_2. \quad (5.28)$$

$$G_{0/DB}^{DO} = \frac{1}{(2\pi)} \int_0^{2\pi} G(\phi_0, \phi_0) d\phi_0. \quad (5.29)$$

$$G_{0/RB}^{DO} = G_{I/RB}^{DO} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} G(\phi_0, \phi) d\phi_0 d\phi. \quad (5.30)$$

Коэффициенты усиления $G(\phi_0, \phi)$, входящие в подынтегральные выражения (5.26)–(5.30), определяются по формуле (5.6). При кратности интегралов 3 и более для их вычисления может быть использован метод Монте-Карло, в соответствии с которым интеграл от $f(x, y, z, \dots)$ определяется [313]

$$\int_{a_x}^{b_x} \int_{a_y}^{b_y} \int_{a_z}^{b_z} \dots f(x, y, z, \dots) dx dy dz \dots =$$

$$= (b_x - a_x)(b_y - a_y)(b_z - a_z) \dots \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M f(x_m, y_m, z_m, \dots) \quad (5.31)$$

где M – число случайно выбранных значений x_m, y_m, z_m, \dots на интервалах $[a_x, b_x], [a_y, b_y], [a_z, b_z], \dots$ соответственно. В соответствии с выражением (5.31), интегралы (5.26)–(5.30) можно вычислить следующим образом [299]:

$$G_{0/DB}^{DD} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M G(\phi_{0m}, \phi_{0m}) G(\phi_{0m} + \pi, \phi_{0m} + \pi); \quad \phi_{0m} = 2\pi \cdot rand(1). \quad (5.32)$$

$$G_{0/RB}^{DD} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M G(\phi_{01m}, \phi_m) G(\phi_{02m}, \pi + \phi_m); \quad \phi_{01m}, \phi_{02m}, \phi_m = 2\pi \cdot rand(1). \quad (5.33)$$

$$G_{I/RB}^{DD} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M G(\phi_{01m}, \phi_{1m}) G(\phi_{02m}, \phi_{2m}); \quad \phi_{01m}, \phi_{02m}, \phi_{1m}, \phi_{2m} = 2\pi \cdot rand(1) \quad (5.34)$$

$$G_{0/DB}^{DO} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M G(\phi_{0m}, \phi_{0m}); \quad \phi_{0m} = 2\pi \cdot rand(1). \quad (5.35)$$

$$G_{0/RB}^{DO} = G_{I/RB}^{DO} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M G(\phi_{0m}, \phi_m); \quad \phi_{0m}, \phi_m = 2\pi \cdot rand(1). \quad (5.36)$$

Множитель $rand(1)$, входящий в формулы (5.32)–(5.36), представляет собой случайное вещественное число из интервала $[0, 1]$.

Погрешность интегрирования по методу Монте-Карло зависит от числа случайно выбранных значений M и имеет порядок $1/\sqrt{M}$. Число случайно выбранных значений для расчета принято равным $M=1000$. При этом погрешность интегрирования составляет не более 5%.

В табл. 2.2–табл. 5.4 (скрипт 5.4) представлены рассчитанные по формулам (5.32)–(5.36) КУ радиостанции с круговой АР в составе СПРс для двух значений числа элементов АР: $N=6$ и $N=12$; и двух значений расширения угла прихода: $\sigma_\phi=10^\circ$ и $\sigma_\phi=20^\circ$. Результаты оценки в табл. 2.2–табл. 5.4, позволяют сделать следующие выводы: а) в режиме случайного ДО (RB) КУ полезного сигнала $G_{0/RB} \approx 1$ как для сеанса направленной передачи и направленного приема DD, так и для сеанса направленной передачи и ненаправленного приема DO; б) в режиме ДО с предварительным обнаружением (DB) КУ полезного сигнала $G_{0/DB} > 1$ как для сеанса DD, так и для сеанса направленной передачи и ненаправленного приема DO; в) КУ сигналов внутрисистемных помех G_I слабо зависит как от режима работы радиостанции (DB или RB), так и от сеанса ведения связи (DD или DO) [299].

Табл. 5.1. КУ радиостанции с круговой АР в составе СПРС при $N=6$, $\rho=\lambda/2$, $\sigma_\phi=10^\circ$

$N=6$, $\rho=\lambda/2$, $\sigma_\phi=10^\circ$	Направленная передача и направленный прием DD	Направленная передача и ненаправленный прием DO
КУ сигнала в режиме ДО с обнаружением	$G_{0/DB}^{DD} \approx 13,5$	$G_{0/DB}^{DO} \approx 5,2$
КУ сигнала в режиме случайного ДО	$G_{0/RB}^{DD} \approx 0,72$	$G_{0/RB}^{DO} = G_I^{DO} \approx 1,2$
КУ внутрисистемных помех	$G_I^{DD} \approx 1,4$	

Табл. 5.2. КУ радиостанции с круговой АР в составе СПРС при $N=6$, $\rho=\lambda/2$, $\sigma_\phi=20^\circ$

$N=6$, $\rho=\lambda/2$, $\sigma_\phi=20^\circ$	Направленная передача и направленный прием DD	Направленная передача и ненаправленный прием DO
КУ сигнала в режиме ДО с обнаружением	$G_{0/DB}^{DD} \approx 9,2$	$G_{0/DB}^{DO} \approx 4,2$
КУ сигнала в режиме случайного ДО	$G_{0/RB}^{DD} \approx 0,7$	$G_{0/RB}^{DO} = G_I^{DO} \approx 1,2$
КУ внутрисистемных помех	$G_I^{DD} \approx 1,3$	

Табл. 5.3. КУ радиостанции с круговой АР в составе СПРС при $N=12$, $\rho=\lambda$, $\sigma_\phi=10^\circ$

$N=12$, $\rho=\lambda$, $\sigma_\phi=10^\circ$	Направленная передача и направленный прием DD	Направленная передача и ненаправленный прием DO
КУ сигнала в режиме ДО с обнаружением	$G_{0/DB}^{DD} \approx 34,6$	$G_{0/DB}^{DO} \approx 8,1$
КУ сигнала в режиме случайного ДО	$G_{0/RB}^{DD} \approx 0,8$	$G_{0/RB}^{DO} = G_I^{DO} \approx 1,3$
КУ внутрисистемных помех	$G_I^{DD} \approx 1,6$	

Табл. 5.4. КУ радиостанции с круговой АР в составе СПРС при $N=12$, $\rho=\lambda$, $\sigma_\phi=20^\circ$

$N=12$, $\rho=\lambda$, $\sigma_\phi=20^\circ$	Направленная передача и направленный прием DD	Направленная передача и ненаправленный прием DO
КУ сигнала в режиме ДО с обнаружением	$G_{0/DB}^{DD} \approx 16,2$	$G_{0/DB}^{DO} \approx 5,7$
КУ сигнала в режиме случайного ДО	$G_{0/RB}^{DD} \approx 0,8$	$G_{0/RB}^{DO} = G_I^{DO} \approx 1,4$
КУ внутрисистемных помех	$G_I^{DD} \approx 1,7$	

Выводы. На основе предложенной математической модели режимов работы радиостанций с адаптивно формируемой ДНА в составе СПРС выполнена оценка КУ сигнала и внутрисистемных помех; анализ для сеанса направленной передачи и направленного приема DD и режима ДО с предварительным обнаружением ДВ позволяет сделать вывод о существенном увеличении возможностей радиоприема радиостанций СПРС по критерию отношения сигнал/(шум + внутрисистемные помехи) SINR. Таким образом, для реализации возможностей адаптивного ДО радиостанция СПРС должна предварительно определять направление прихода сигнала при работе на прием и, затем, формировать ДН АР при работе на передачу [299].

5.4. Оценка связности радиостанций СРД

5.4.1. Постановка задачи

Определяющим условием информационного обмена между пользователями самоорганизующейся пакетной радиосети является связность радиостанций. СРД является связной тогда, когда между любой парой радиостанций существует маршрут, который может включать несколько ретрансляций. В случае полностью связной СРД любая пара радиостанций связана друг с другом напрямую, и ретрансляции не требуются. В нашем случае будем считать СРД связной, если между любой парой радиостанций существует хотя бы один маршрут, т.е. радиосеть является односвязной.

Вопросам математической оценки связности СПРс посвящено достаточно большое число научных работ, анализ которых позволяет выделить следующие особенности основных результатов и способов их получения. Во-первых, критериями связности СПРс выступают такие параметры радиостанции, как дальность радиосвязи R или число соседей радиостанции (число радиостанций, находящихся в зоне радиопокрытия, определяемой дальностью радиосвязи). Во-вторых, большинство математических результатов получено в предположении о пуассоновском распределении радиостанций в зоне действия сети. В-третьих, большинство известных результатов по вопросам оценки связности СПРс получены на основе математического аппарата теории графов. В основе такого подхода лежит высокая степень абстракции математической модели относительно реальной радиосети. Особенности РРВ, как правило, характеризуются только средними потерями распространения. В-четвертых, вопросы оценки связности СПРс на основе радиостанций с направленными антеннами не рассматриваются [299].

В связи с отмеченным выше необходимо оценить связность радиостанций с учетом использования ими адаптивных антенн при следующих допущениях: а) критерием связности СПРс будем считать дальности радиосвязи R ; требуемая дальность радиосвязи между радиостанциями сети должна быть не менее чем R ; б) радиосеть предполагается однородной, т.е. требуемую дальность радиосвязи между радиостанциями сети будем считать одинаковой; в) территориальное распределение радиостанций в зоне действия сети будем считать пуассоновским; г) при распространении радиоволн будем учитывать не только средние потери распространения, но и медленные и быстрые замирания, которые характерны при подвижности радиостанций сети; д) в качестве адаптивной антенны используется антенная решетка с круговым расположением излучателей [299].

Показателем связности радиостанций является вероятность отсутствия изолированных радиостанций в сети. Под связностью радиостанций понимается ситуация, которая с определенной вероятностью P_{CON} исключает наличие изолированных радиостанций в СПРс. Изолированной счита-

ется такая радиостанция, которая с определенной вероятностью P_{ISO} оказывается вне зоны радиопокрытия других радиостанций. Зона радиопокрытия определяется дальностью радиосвязи R .

В СПРс, в зоне действия которой радиостанции ведут связь в движении, налицо неопределенность их территориального распределения. Для ее разрешения, исходя из сформулированных выше допущений, определим расстояние между соседними радиостанциями r_0 и плотность радиостанций $\lambda_S = k/S$, где k – число радиостанций на площади S . Допустим, что передающая радиостанция TX_0 находится в центре полярной системы координат 0 , называемой полюсом (рис. 5.13). Полупрямая $0x$ называется полярной осью. Расположение радиостанции RX_0 в зоне действия сети можно определить двумя величинами: величиной r_0 , выражающей расстояние между радиостанциями, и числом ϕ – величиной угла, образованного полярной осью и отрезком, соединяющим радиостанции. Положительным направлением отсчета угла ϕ считается направление против часовой стрелки [299].

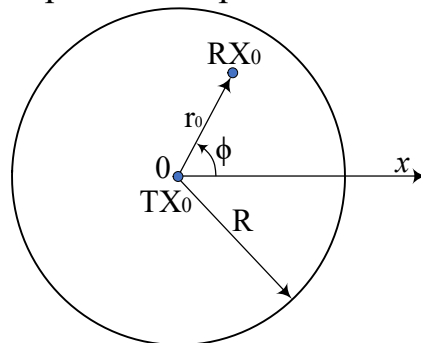


Рис. 5.13. Расположение радиостанции RX_0 относительно радиостанции TX_0

Так как расположение принимающей радиостанции RX_0 относительно передающей радиостанции TX_0 заранее неизвестно, то величины r_0 и ϕ являются случайными и описываются плотностями вероятности:

$$f(r_0) = \frac{2r_0}{R^2}; \quad 0 \leq r_0 \leq R. \quad (5.37)$$

$$f(\phi) = \frac{1}{2\pi}; \quad 0 \leq \phi < 2\pi. \quad (5.38)$$

В выражении (5.37) величина R – дальность радиосвязи, которая определяется требованиями связности СПРс. Неопределенность территориального распределения радиостанций в зоне действия сети можно математически представить распределением Пуассона, согласно которому вероятность нахождения k радиостанций на площади S выражается [314]:

$$P(k \text{ на } S) = e^{-\lambda_S S} \frac{(\lambda_S S)^k}{k!}. \quad (5.39)$$

где $\lambda_S = k/S$ – плотность радиостанций. В соответствии со сформулированными выше допущениями требуется разработать методику оценки связности радиостанций.

5.4.2. Математическая модель радиоканала

Известно [], что мощность сигнала на входе приемника P_{RX} в СПРС определяется средними потерями распространения, медленными замираниями и быстрыми замираниями. *Средние потери распространения*, как функция расстояния r , пропорциональны η -й степени r , выраженного в единицах эталонного расстояния d_0 . Для сети подвижной радиосвязи среднюю мощность сигнала на входе приемника \bar{P}_{RX} можно определить по формуле [315]:

$$\bar{P}_{RX}(r) = P_{TX} P_{d0} (r/d_0)^{-\eta}, \quad (5.40)$$

где P_{TX} – мощность передатчика, P_{d0} – мощность принятого сигнала на эталонном расстоянии d_0 . Величина P_{d0} при распространении радиоволн в свободном пространстве, когда $d_0=1$, может быть аппроксимирована как

$$K = \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right)^2, \quad (5.41)$$

где $\lambda=c/f$ – длина волны, где $c=3 \cdot 10^8$ м/с, f – рабочая частота в Гц. Таким образом, средняя мощность сигнала на входе приемника \bar{P}_{RX} :

$$\bar{P}_{RX}(r) = K P_{TX} r^{-\eta}. \quad (5.42)$$

Медленные замирания проявляются при перемещении радиостанций в зоне действия сети в результате различных препятствий между передающей и принимающей радиостанциями и приводят к отклонению мощности принятого сигнала от значения \bar{P}_{RX} . В результате медленных замираний мощность принятого сигнала оказывается случайной величиной β и математически описывается логарифмически нормальным законом [315]

$$f_{P_{RX}(r)}(\beta) = \frac{\zeta}{\sqrt{2\pi}\sigma_{dB}\beta} \exp \left[-\frac{(10\lg\beta - 10\lg\bar{P}_{RX}(r))^2}{2\sigma_{dB}^2} \right], \quad (5.43)$$

где $\zeta=10/\ln 10$; $\sigma_{dB}=6-10$ дБ – среднее квадратическое отклонение (СКО) случайной величины β ; величина σ_{dB} является мерой отклонения мощности принятого сигнала от значения $\bar{P}_{RX}(r)$. Выполнив в (5.43) замену переменной $\beta_{dB}=10\lg\beta$, и принимая во внимание $\partial \lg\beta/\partial\beta=1/(\beta \cdot \ln 10)$, получим из (5.43) нормальный закон распределения случайной величины (СВ) β_{dB}

$$f_{P_{RX_{dB}}(r)}(\beta_{dB}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{dB}} \exp \left[-\frac{(\beta_{dB} - \bar{P}_{RX_{dB}}(r))^2}{2\sigma_{dB}^2} \right], \quad (5.44)$$

где $M[\beta_{dB}] = \bar{P}_{RX_{dB}}(r)$ – математическое ожидание случайной величины β_{dB} ; $D[\beta_{dB}] = \sigma_{dB}^2$ – дисперсия СВ β_{dB} ; $\bar{P}_{RX_{dB}}(r) = 10\lg\bar{P}_{RX}(r)$ – средняя мощность сигнала на входе приемника в дБ. Мощность принятого сигнала с учетом средних потерь и медленных замираний $P_{RX}(r, \beta_{dB})$ равна

$$P_{RX}(r, \beta_{dB}) = \bar{P}_{RX}(r) \cdot 10^{\beta_{dB}/10}, \quad (5.45)$$

где, согласно выражению (5.44)

$$f(\beta_{dB}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{dB}}} \exp\left[-\frac{\beta_{dB}^2}{2\sigma_{dB}^2}\right]. \quad (5.46)$$

Выполнив замену переменных, представим выражение (5.45) в виде

$$\beta_{dB} = \zeta\beta; \quad \sigma_{dB} = \zeta\sigma; \quad \zeta = 10/\ln 10 \Rightarrow P_{RX}(r, \beta) = \overline{P_{RX}}(r) \cdot e^\beta, \quad (5.47)$$

где медленные замирания характеризуются нормальным с нулевым средним законом распределения случайной величины β :

$$f(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\beta^2}{2\sigma^2}}. \quad (5.48)$$

При $\sigma_{dB}=6-10$ дБ, σ , согласно (5.47), принимает значения $\sigma=1,4-2,4$.

Быстрые замирания проявляются в результате МРРВ и движения радиостанций. В результате быстрых замираний огибающая принятого сигнала оказывается СВ ζ и описывается рэлеевским законом распределения

$$f(\zeta) = \frac{\zeta}{\chi^2} \exp\left[-\frac{\zeta^2}{2\chi^2}\right]. \quad (5.49)$$

где $\zeta^2/2$ – мгновенное значение мощности принятого сигнала; χ^2 – средняя мощность принятого сигнала. Обозначим через α отношение мгновенной мощности принятого сигнала к средней мощности многолучевого сигнала:

$$\alpha = \frac{\zeta^2}{2\chi^2}. \quad (5.50)$$

Знаменатель в выражении (5.50) представляет собой среднее квадратическое значение случайной величины ζ , равное мощности принятого сигнала с учетом средних потерь распространения и медленных замираний:

$$2\chi^2 = M[\zeta^2] = P_{RX}(r, \beta). \quad (5.51)$$

Из выражения (5.50) следует, что α – случайная величина, распределенная по закону (5.49). Следовательно, справедлива зависимость

$$f(\zeta)d\zeta = f(\alpha)d\alpha. \quad (5.52)$$

Из (5.52), с учетом того, что $d\alpha = (\zeta/\chi^2)d\zeta$, следует, что быстрые замирания характеризуются экспоненциальным законом распределения СВ α :

$$f(\alpha) = \frac{f(\zeta)d\zeta}{d\alpha} = \frac{\zeta/\chi^2 \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2\chi^2}\right)d\zeta}{\zeta/\chi^2 d\zeta} = \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2\chi^2}\right) = e^{-\alpha}, \quad 0 \leq \alpha \leq \infty \quad (5.53)$$

Мощность принятого сигнала $P_{RX}(r, \beta, \alpha)$ с учетом быстрых замираний, согласно (5.50) и (5.51), определяется выражением [299]:

$$P_{RX}(r, \beta, \alpha) = P_{RX}(r, \beta) \cdot \alpha. \quad (5.54)$$

Мощность принятого сигнала с учетом средних потерь РРВ, медленных и быстрых замираний, согласно (5.42), (5.47) и (5.54) определяется как

$$P_{RX}(r, \beta, \alpha) = KP_{TX} r^{-n} e^\beta \alpha. \quad (5.55)$$

5.4.3. Оценка связности радиостанций

Значение средней дальности радиосвязи R определяется для случая средних потерь распространения по критерию $SNR > \gamma$, где SNR (Signal to Noise Ratio) – отношение сигнал/шум, а γ – некоторое пороговое значение, определяемое чувствительностью приемника радиостанции. Для случая средних потерь распространения определяется по формуле [299]

$$SNR(r_0) = \bar{P}_0(r_0) / P_{N_0}, \quad (5.56)$$

где $\bar{P}_0(r_0) = KP_{TX}r_0^{-\eta}$ – средняя мощность сигнала на входе приемника радиостанции RX_0 ; P_{N_0} – мощность теплового шума. Зона радиопокрытия передающей радиостанции определяется из средней дальности радиосвязи R как территория, на которой возможен радиоприем сигнала TX_0 при условии отсутствия на входе приемника RX_0 внутрисистемных помех. Для количественной оценки возможностей радиоприема полезного сигнала в зоне радиопокрытия радиостанции СПРс введем критерий *вероятности успешного радиоприема* $P_{SUC}(SNR)$ при отсутствии внутрисистемных помех:

$$P_{SUC}(SNR) = P(SNR \geq \gamma). \quad (5.57)$$

Отношение SNR , с учетом средних потерь распространения, медленных и быстрых замираний, по аналогии с (5.56), определяется выражением

$$SNR(r_0, \beta_0, \alpha_0) = P_0(r_0, \beta_0, \alpha_0) / P_{N_0}, \quad (5.58)$$

где $P(r_0, \beta_0, \alpha_0)$ – мощность полезного сигнала радиостанции TX_0 на входе приемника RX_0 с учетом средних потерь распространения, медленных и быстрых замираний, определяемая выражением (5.55).

Средняя дальность радиосвязи R определяется из выражений (5.56) и (5.57) как максимальное расстояние между радиостанциями TX_0 и RX_0 , на котором возможен радиоприем сигнала по критерию $SNR > \gamma$ при условии отсутствия внутрисистемных помех [299]:

$$R = \left(\frac{KP_{TX}}{\gamma P_{N_0}} \right)^{1/\eta}, \quad (5.59)$$

Вероятность изоляции радиостанции. Обозначим через S_{COV} площадь зоны радиопокрытия радиостанции. Тогда вероятность нахождения k_{COV} соседних радиостанций на площади S_{COV} можно, по аналогии с (5.39), выразить распределением Пуассона:

$$P(k_{COV} \text{ на } S_{COV}) = e^{-\lambda_s S_{COV}} \frac{(\lambda_s S_{COV})^{k_{COV}}}{k_{COV}!}, \quad (5.60)$$

где $\lambda_s = k/S = k_{COV}/S_{COV}$ – плотность радиостанций СПРс. Вероятность изоляции радиостанции P_{ISO} можно определить из (5.59), как вероятность отсутствия $k_{COV} = \lambda_s S_{COV}$ соседних радиостанций в зоне ее радиопокрытия:

$$P_{ISO} = P(k_{COV} = 0 \text{ на } S_{COV}) = e^{-k_{COV}} = e^{-\lambda_s S_{COV}}. \quad (5.61)$$

В случае средних потерь распространения зона радиопокрытия радиостанции представляет собой окружность площадью $S_{COV}=\pi R^2$, где R – средняя дальность радиосвязи, определяемая по формуле (5.59), а вероятность изоляции радиостанции вычисляется по формуле [299]

$$P_{ISO} = e^{-\lambda_s \pi R^2}. \quad (5.62)$$

Из (5.62) следует очевидный вывод: при фиксированной плотности радиостанций СПРс λ_s с увеличением средней дальности радиосвязи R вероятность изоляции радиостанции уменьшается. В случае замираний зона радиопокрытия может отличаться от окружности, а ее площадь $S_{COV}(R)=\pi R^2$ зависит от дальности радиосвязи $R=R(\beta_0, \alpha_0)$, которая, в свою очередь, определяется условиями РРВ. На рис. 5.14 приведен пример вариации зоны радиопокрытия для медленных замираний, характеризуемых параметром σ .

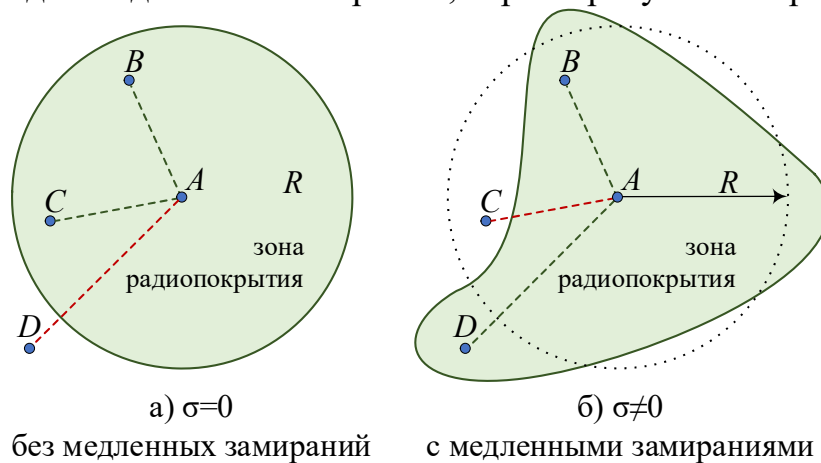


Рис. 5.14. Вариация зоны радиопокрытия при медленных замираниях

Из рис. 5.14 следует, что в зависимости от условий РРВ зона радиопокрытия может варьироваться так, что близлежащие связи (А–С) могут исчезнуть, а дальние (А–D) – появиться. Поэтому вероятность изоляции радиостанции в случае средних потерь и замираний нужно рассчитывать, как

$$P_{ISO} = e^{-\lambda_s \pi M[R^2]}, \quad (5.63)$$

где $M[R^2]$ – МО квадрата средней дальности радиосвязи R .

Лемма. Математическое ожидание квадрата средней дальности радиосвязи $M[R^2]$ равно произведению квадрата средней дальности радиосвязи R^2 на вероятность успешного радиоприема $P_{SUC}(SNR)$ [299]:

$$M[R^2] = R^2 \cdot P_{SUC}(SNR). \quad (5.64)$$

Доказательство. Для случая средних потерь РРВ (5.64) имеет вид:

$$M[R^2] = R^2 \cdot P_{SUC}[SNR(r_0)]. \quad (5.65)$$

В случае средних потерь распространения $R=f(\beta_0, \alpha_0)$, поэтому для левой части (5.65) справедливо $M[R^2]=R^2$. Для правой части выражения (5.65) согласно (5.57) и (5.58) вероятность успешного радиоприема в случае средних потерь распространения определяется выражением

$$P_{SUC} [SNR(r_0)] = P \left[\frac{\bar{P}_0(r_0)}{P_{N_0}} \geq \gamma \right]. \quad (5.66)$$

Подставив в числитель правой части (5.66) среднюю мощность полезного сигнала $\bar{P}_0(r_0)$, определяемую как $\bar{P}_0(r_0) = KP_{TX}r_0^{-\eta}$, получим:

$$P_{SUC} [SNR(r_0)] = P \left[r_0^{-\eta} \geq \frac{\gamma P_{N_0}}{KP_{TX}} \right] = P \left[r_0 \leq \left(\frac{KP_{TX}}{\gamma P_{N_0}} \right)^{1/\eta} \right]. \quad (5.67)$$

С учетом определения (5.59) для средней дальности радиосвязи R выражение (5.67) можно представить в виде:

$$P_{SUC} [SNR(r_0)] = P [r_0 \leq R]. \quad (5.68)$$

Так как расстояние между соседними радиостанциями r_0 характеризуется плотностью вероятности (5.37), выражение (5.68) можно преобразовать

$$P_{SUC} [SNR] = \frac{1}{R^2} \int_0^R 2r_0 dr_0 = 1. \quad (5.69)$$

Из (5.65), с учетом $M[R^2]=R^2$ и (5.69), приходим к равенству (3.26), что и требовалось доказать. Следствие леммы: подставив в (5.63) правую часть (5.64), получим формулу для оценки вероятности изоляции радиостанции:

$$P_{ISO} = e^{-\lambda_s \pi R^2 P_{SUC}(SNR)}. \quad (5.70)$$

где SNR – отношение $SNR(r_0, \beta_0, \alpha_0)$, определяемое по формуле (5.58); r_0 – расстояние между радиостанциями, характеризуемое ПВ (5.37).

Из (5.70) следует, что для оценки вероятности изоляции радиостанции нужно оценить критерий $P_{SUC}(SNR)$. Для того, чтобы выявить характер влияния медленных и быстрых замираний на вероятность P_{ISO} по отдельности, выполним оценку $P_{SUC}(SNR)$ отдельно для медленных и быстрых замираний.

Вероятность успешного радиоприема при условии средних потерь распространения и медленных замираний определяется выражением [299]:

$$P_{SUC_\beta} [SNR(r_0, \beta_0)] = P \left[\frac{P_0(r_0, \beta_0)}{P_{N_0}} \geq \gamma \right]. \quad (5.71)$$

Согласно (5.48) и (5.55), мощность принятого сигнала с учетом средних потерь РРВ и медленных замираний определяется по формуле

$$P_0(r_0, \beta_0) = KP_{TX}r_0^{-\eta}e^{\beta_0}, \quad (5.72)$$

С учетом (5.72), выражение (5.71) можно переписать в виде

$$P_{SUC_\beta} [SNR(r_0, \beta_0)] = P [KP_{TX}r_0^{-\eta}e^{\beta_0} \geq \gamma P_{N_0}] = P \left[r_0 \leq R(e^{\beta_0})^{1/\eta} \right]. \quad (5.73)$$

Усредняя (5.73) по r_0 с учетом (5.37), получим выражение

$$P_{SUC_\beta} [SNR(\beta_0)] = \int_0^{R(e^{\beta_0})^{1/\eta}} f(r_0) dr_0 = \frac{1}{R^2} \int_0^{R(e^{\beta_0})^{1/\eta}} 2r_0 dr_0 = \frac{1}{R^2} r_0^2 \Big|_0^{R(e^{\beta_0})^{1/\eta}} = e^{\frac{2\beta_0}{\eta}} \quad (5.74)$$

Усредняя (5.74) по β_0 с учетом (5.48), получим выражение [299]

$$P_{SUC_\beta} [SNR] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{2\beta_0}{\eta}} f(\beta_0) d\beta_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\beta_0^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{2\beta_0}{\eta}} d\beta_0 \quad (5.75)$$

Для преобразования правой части выражения (5.75) воспользуемся табличным интегралом [316]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\beta^2}{2\sigma^2}} e^{\delta\beta} d\beta = e^{\frac{(\delta\sigma)^2}{2}} \quad (5.76)$$

Приняв в выражении (5.76) константу $\delta=2/\eta$, получим из (5.75) формулу для вероятности успешного радиоприема при условии средних потерь распространения и медленных замираний

$$P_{SUC_\beta} [SNR] = e^{(\sqrt{2}\sigma/\eta)^2}. \quad (5.77)$$

В частном случае средних потерь распространения, когда $\sigma=0$, выражение (5.77) принимает значение (5.69). С математической точки зрения вероятность успешного радиоприема не может быть больше единицы, поэтому физически выражение (5.77) можно интерпретировать следующим образом: для достоверной вероятности успешного радиоприема требуемая дальность радиосвязи R в случае медленных замираний относительно случая средних потерь распространения оказывается меньше. Подставив выражение (5.77) в формулу (5.70), получим вероятность изоляции радиостанции для случая средних потерь распространения и медленных замираний

$$P_{ISO_\beta} = e^{-\lambda_s \pi R^2 e^{(\sqrt{2}\sigma/\eta)^2}}. \quad (5.78)$$

Из сравнения формул (5.63) и (5.78) можно сделать выводы о влиянии медленных замираний на вероятность изоляции радиостанции: *медленные замирания уменьшают вероятность изоляции радиостанции.*

Вероятность успешного радиоприема при условии средних потерь распространения, медленных и быстрых замираний определяется как [299]:

$$P_{SUC_{\alpha\beta}} [SNR(r_0, \beta_0, \alpha_0)] = P[P_0(r_0, \beta_0, \alpha_0)/P_{N_0} \geq \gamma]. \quad (5.79)$$

С учетом (5.55), выражение (5.79) можно переписать в виде

$$P_{SUC_{\alpha\beta}} [SNR(r_0, \beta_0, \alpha_0)] = P[KP_{TX} r_0^{-\eta} e^{\beta_0} \alpha_0 \geq \gamma P_{N_0}] = P\left[\alpha_0 \geq R^{-\eta} \frac{r_0^\eta}{e^{\beta_0}}\right]. \quad (5.80)$$

Усредняя (5.80) по α_0 с учетом (5.53), получим выражение

$$P_{SUC_{\alpha\beta}} [SNR(r_0, \beta_0)] = \int_{R^{-\eta} \frac{r_0^\eta}{e^{\beta_0}}}^{\infty} f(\alpha_0) d\alpha_0 = -e^{-\alpha_0} \Big|_{R^{-\eta} \frac{r_0^\eta}{e^{\beta_0}}}^{\infty} = e^{-R^{-\eta} \frac{r_0^\eta}{e^{\beta_0}}}. \quad (5.81)$$

Усредняя (5.81) по r_0 с учетом (5.37), получим выражение

$$P_{SUC_{\alpha\beta}} [SNR(\beta_0)] = \int_0^{\infty} e^{-R^{-\eta} \frac{1}{e^{\beta_0}} r_0^\eta} f(r_0) dr_0 = \frac{1}{R^2} \int_0^{\infty} e^{-R^{-\eta} \frac{1}{e^{\beta_0}} r_0^\eta} 2r_0 dr_0. \quad (5.82)$$

Для преобразования правой части выражения (5.82) воспользуемся табличным интегралом [316]

$$\int_0^{\infty} e^{-\delta r_0^n} 2r_0 dr_0 = \frac{2}{\eta} \Gamma\left(\frac{2}{\eta}\right) \delta^{-\frac{2}{\eta}}. \quad (5.83)$$

где $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция. Приняв в (5.83) $\delta = R^{-\eta}/e^{\beta_0}$, получим из (5.82)

$$P_{SUC_{\alpha\beta}}[SNR(\beta_0)] = \frac{1}{R^2} \frac{2}{\eta} \Gamma\left(\frac{2}{\eta}\right) \left(R^{-\eta} \frac{1}{e^{\beta_0}}\right)^{\frac{2}{\eta}} = \frac{2}{\eta} \Gamma\left(\frac{2}{\eta}\right) e^{-\frac{2\beta_0}{\eta}}. \quad (5.84)$$

Усредняя (5.84) по β_0 с учетом (5.48) получим выражение [299]

$$P_{SUC_{\alpha\beta}}[SNR] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2}{\eta} \Gamma\left(\frac{2}{\eta}\right) e^{-\frac{2\beta_0}{\eta}} f(\beta_0) d\beta_0 = \frac{2}{\eta} \Gamma\left(\frac{2}{\eta}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\beta_0^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{2\beta_0}{\eta}} d\beta_0 \quad (5.85)$$

Интеграл в правой части выражения (5.85) равен интегралу в правой части выражения (5.75) и преобразуется аналогично. Таким образом, формула для вероятности успешного радиоприема при условии средних потерь распространения, медленных и быстрых замираний имеет вид

$$P_{SUC_{\alpha\beta}}[SNR] = \frac{2}{\eta} \Gamma\left(\frac{2}{\eta}\right) e^{(\sqrt{2}\sigma/\eta)^2}. \quad (5.86)$$

Подставив (5.86) в (5.70), получим вероятность изоляции радиостанции для средних потерь распространения, медленных и быстрых замираний

$$P_{ISO_{\alpha\beta}} = e^{-\lambda_s \pi R^2 \frac{2}{\eta} \Gamma\left(\frac{2}{\eta}\right) e^{(\sqrt{2}\sigma/\eta)^2}}. \quad (5.87)$$

Из сравнения (5.78) и (5.87) следует, что $P_{ISO_{\beta}}$ отличается от $P_{ISO_{\alpha\beta}}$ степенным показателем $(2/\eta)\Gamma(2/\eta)$. Из свойств гамма-функции известно, что $\Gamma(1)=1$, поэтому, для $\eta=2$, значение степенного показателя $(2/\eta)\Gamma(2/\eta)=1$. На рис. 5.15,а (скрипт 5.5) представлен график функции $(2/\eta)\Gamma(2/\eta)$, из которого следует, что для параметра средних потерь распространения $\eta=[2\dots 4]$, значение степенного показателя $(2/\eta)\Gamma(2/\eta)$ оказывается меньше единицы.

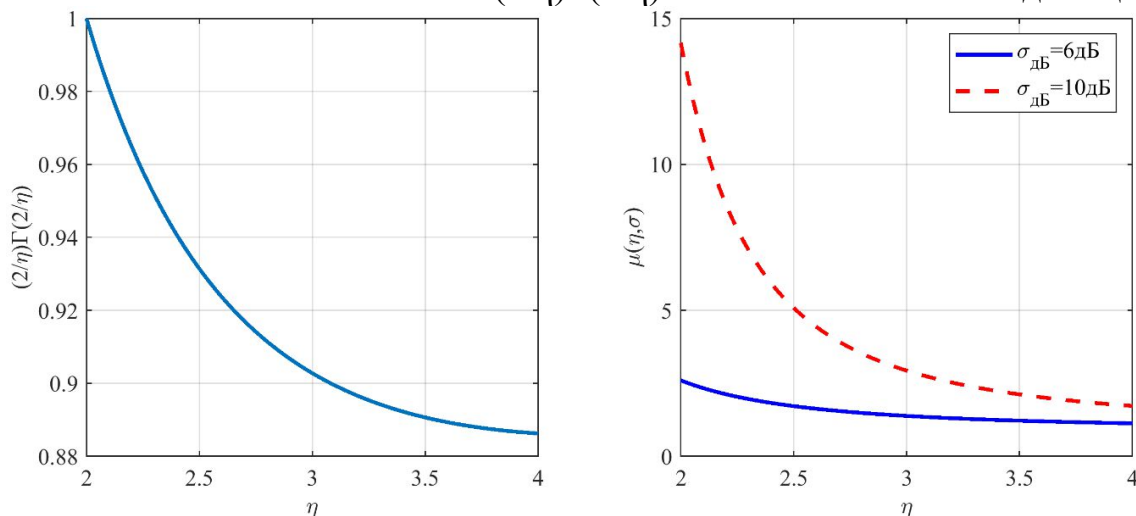


Рис. 5.15. График функции $(2/\eta)\Gamma(2/\eta)$ и $\mu(\eta, \sigma)$

Таким образом, можно сделать вывод о влиянии быстрых замираний на вероятность изоляции радиостанции: *быстрые замирания увеличивают вероятность изоляции радиостанции*. Для оценки совокупного влияния медленных и быстрых замираний на вероятность изоляции радиостанции, а также для удобства последующего анализа, введем коэффициент влияния медленных и быстрых замираний на вероятность изоляции радиостанции:

$$\mu(\eta, \sigma) = \frac{2}{\eta} \Gamma\left(\frac{2}{\eta}\right) e^{(\sqrt{2}\sigma/\eta)^2}. \quad (5.88)$$

На рис. 5.15,б (скрипт 5.5) представлен график функции $\mu(\eta, \sigma)$, из которого следует, что коэффициент влияния медленных и быстрых замираний $\mu(\eta, \sigma)$ в диапазоне значений параметра средних потерь РРВ $\eta=[2\dots 4]$ оказывается больше единицы; СКО σ определяется из (5.47) как $\sigma = \sigma_{дв} \cdot \ln 10/10$.

С точки зрения вариации зоны радиопокрытия, условие $\mu(\eta, \sigma) > 1$ означает увеличение площади зоны радиопокрытия $S_{COV}(R)$ в $\mu(\eta, \sigma)$ раз относительно площади окружности с радиусом R , или, что то же самое, увеличению дальности радиосвязи в $\sqrt{\mu(\eta, \sigma)}$ раз относительно средней дальности радиосвязи R , определяемой выражением (5.59).

Из (5.87) и (5.88) вероятность изоляции P_{ISO} является функцией дальности радиосвязи R и плотности радиостанций СПРс λ_s [299]:

$$P_{ISO}(R, \lambda_s) = e^{-\lambda_s \pi R^2 \mu(\eta, \sigma)}. \quad (5.89)$$

Под радиопокрытием радиостанции сети понимается ситуация, которая обеспечивает наличие соседних радиостанций с вероятностью

$$P_{COV} = 1 - P_{ISO}. \quad (5.90)$$

Соседними радиостанциями (или соседями) являются такие радиостанции, которые находятся в зоне радиопокрытия $S_{COV}(R)$, определяемой дальностью радиосвязи R отдельной радиостанции. Из формул (3.53) и (3.54) при заданной вероятности P_{COV} дальность радиопокрытия R_{COV} можно выразить как функцию плотности радиостанций λ_s [299]:

$$R_{COV}(\lambda_s) = \sqrt{\frac{\ln(1 - P_{COV})}{\lambda_s \pi \mu(\eta, \sigma)}}. \quad (5.91)$$

По формуле (5.91) можно определить дальность радиопокрытия R_{COV} , которая обеспечивает наличие соседних радиостанций с требуемой вероятностью P_{COV} . На рис. 5.16 представлены зависимости $R_{COV}(\lambda_s)$ при $P_{COV}=99\%$.

Анализ графиков на рис. 5.16 (скрипт 5.6) позволяет сделать следующие выводы: а) с увеличением плотности радиостанций λ_s , дальность радиосвязи R_{COV} (дальность радиопокрытия), требуемая для радиопокрытия с заданной вероятностью P_{COV} , уменьшается; б) с увеличением показателя средних потерь распространения η , требуемая дальность радиопокрытия увеличивается; в) с увеличением интенсивности медленных замираний, характеризующихся $\sigma_{дв}$, требуемая дальность радиопокрытия R_{COV} уменьшается.

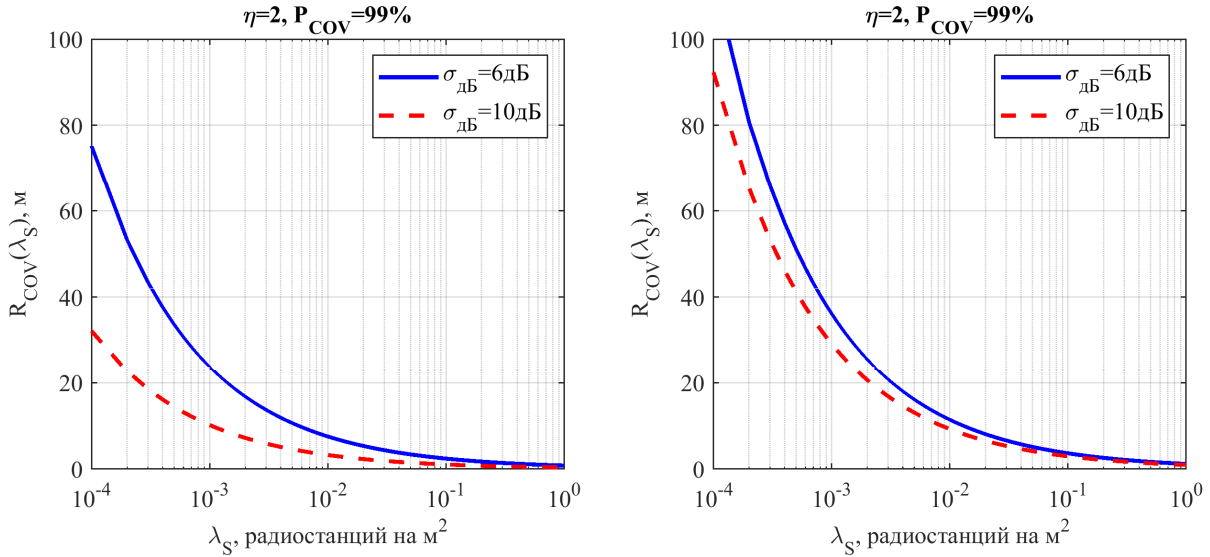


Рис. 5.16. Дальность радиопокрытия $R_{COV}(\lambda_S)$ при $P_{COV}=99\%$

Вероятность связности радиостанций. Вероятность связности радиостанций P_{CON} определяется вероятностью отсутствия изолированных радиостанций в СПРс P_{ISO} .

Если события изоляции являются независимыми, то условная вероятность $P_{CON}[k | k \text{ на } S]$ отсутствия k изолированных радиостанций в СПРс из k радиостанций на площади S определяется выражением [299]:

$$P_{CON}[k | k \text{ на } S] = (1 - P_{ISO})^k. \quad (5.92)$$

Безусловная вероятность $P_{CON}[k]$ отсутствия изолированных радиостанций в СПРс из k радиостанций определяется усреднением выражения (5.92) по плотности радиостанций λ_S :

$$P_{CON}[k] = \sum_{k=0}^{\infty} P[k \text{ на } S] \cdot P_{CON}[k | k \text{ на } S]. \quad (5.93)$$

где $P[k \text{ на } S]$ – вероятность нахождения k радиостанций на площади S , определяемая по формуле (5.39).

Вероятность связности k радиостанций определяется подстановкой формулы (5.92) в выражение (5.93) [299]:

$$P_{CON}[k] = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\lambda_S S} \frac{(\lambda_S S)^k}{k!} \cdot (1 - P_{ISO})^k = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\lambda_S S (1 - P_{ISO})} \frac{[\lambda_S S (1 - P_{ISO})]^k}{k!} e^{-\lambda_S S P_{ISO}} \quad (5.94)$$

Используя свойство суммы [316]

$$\sum_{k=0}^{\infty} e^{-x} \frac{x^k}{k!} = 1 \quad (5.95)$$

а также зависимость числа радиостанций СПРс k от параметров S и λ_S :

$$k = \lambda_S S \quad (5.96)$$

получим из (5.94) формулу для оценки вероятности связности радиостанций СПРс P_{CON} через вероятность изоляции одной радиостанции P_{ISO} :

$$P_{CON}[k] = e^{-k \cdot P_{ISO}}. \quad (5.97)$$

Оценка требуемой дальности радиосвязи. При известном числе радиостанций СПРс k , вероятность связности радиостанций СПРс, с учетом (5.89) и (5.97), является функцией дальности радиосвязи R , плотности радиостанций СПРс λ_S и числа радиостанций k [299]:

$$P_{CON}[R, \lambda_S, k] = e^{-k \cdot e^{-\lambda_S \pi R^2 \mu(\eta, \sigma)}}. \quad (5.98)$$

При известной площади территории СПРс S , вероятность связности радиостанций СПРс, из (5.89), (5.96) и (5.97), является функцией дальности радиосвязи R , плотности радиостанций СПРс λ_S и площади территории S :

$$P_{CON}[R, \lambda_S, S] = e^{-\lambda_S S \cdot e^{-\lambda_S \pi R^2 \mu(\eta, \sigma)}}. \quad (5.99)$$

Под требуемой понимается такая дальность R , которая обеспечивает связность радиостанций СПРс с требуемой вероятностью P_{CON} . Значение R представляет интерес для анализа показателей функционирования СПРс, когда известно число радиостанций СПРс k , и определяется из (5.98) как:

$$R[\lambda_S, k] = \sqrt{\frac{\ln(-k/\ln P_{CON})}{\lambda_S \pi \mu(\eta, \sigma)}}. \quad (5.100)$$

На рис. 5.17 (скрипт 5.7) показаны зависимости $R[\lambda_S, k]$ при $P_{CON}=99\%$.

Анализ графиков на рис. 5.17 позволяет сделать следующие выводы:

а) с увеличением плотности радиостанций λ_S , дальность радиосвязи R , требуемая для связности радиостанций СПРс с заданной вероятностью P_{CON} , уменьшается; б) с увеличением показателя средних потерь распространения η , требуемая дальность радиосвязи R увеличивается; в) с увеличением интенсивности медленных замираний $\sigma_{дБ}$, требуемая дальность радиосвязи уменьшается; г) с увеличением числа радиостанций СПРс k , при фиксированной плотности радиостанций λ_S , требуемая дальность радиосвязи R увеличивается. Первые три вывода являются очевидным следствием зависимости вероятности связности радиостанций СПРс P_{CON} от вероятности изоляции одной радиостанции P_{ISO} и повторяют выводы для требуемой дальности радиопокрытия R_{COV} . Последний вывод об увеличении требуемой дальности радиосвязи R с увеличением числа радиостанций СПРс k объясняется тем, что для сохранения связности СПРс с заданной вероятностью P_{CON} при увеличении k , число соседей отдельной радиостанции k_{COV} тоже должно быть увеличено. При фиксированной плотности радиостанций λ_S число соседей $k_{COV}(R) = \lambda_S \cdot S_{COV}(R)$ может быть увеличено за счет R . Если представить R , как функцию S и k , подставив в (5.100) $\lambda_S = k/S$, получим формулу [299]:

$$R[S, k] = \sqrt{\frac{\ln(-k/\ln P_{CON}) \cdot S}{k \cdot \pi \mu(\eta, \sigma)}}. \quad (5.101)$$

На рис. 5.18 (скрипт 5.8) представлены зависимости $R[S, k]$ при $P_{CON}=99\%$, которые позволяют оценить требуемую дальность радиосвязи R в зависимости от площади территории S и числа радиостанций СПРс k .

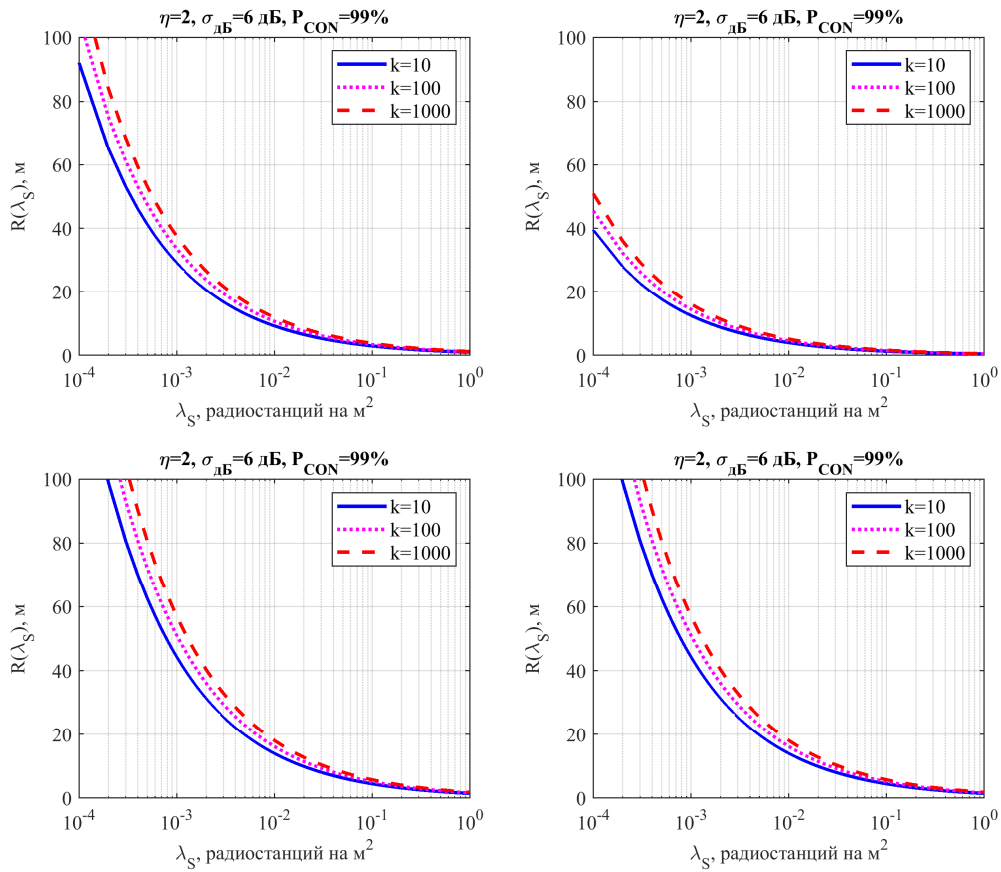


Рис. 5.17. Требуемая дальность радиосвязи $R[\lambda_s, k]$ при $P_{\text{CON}}=99\%$

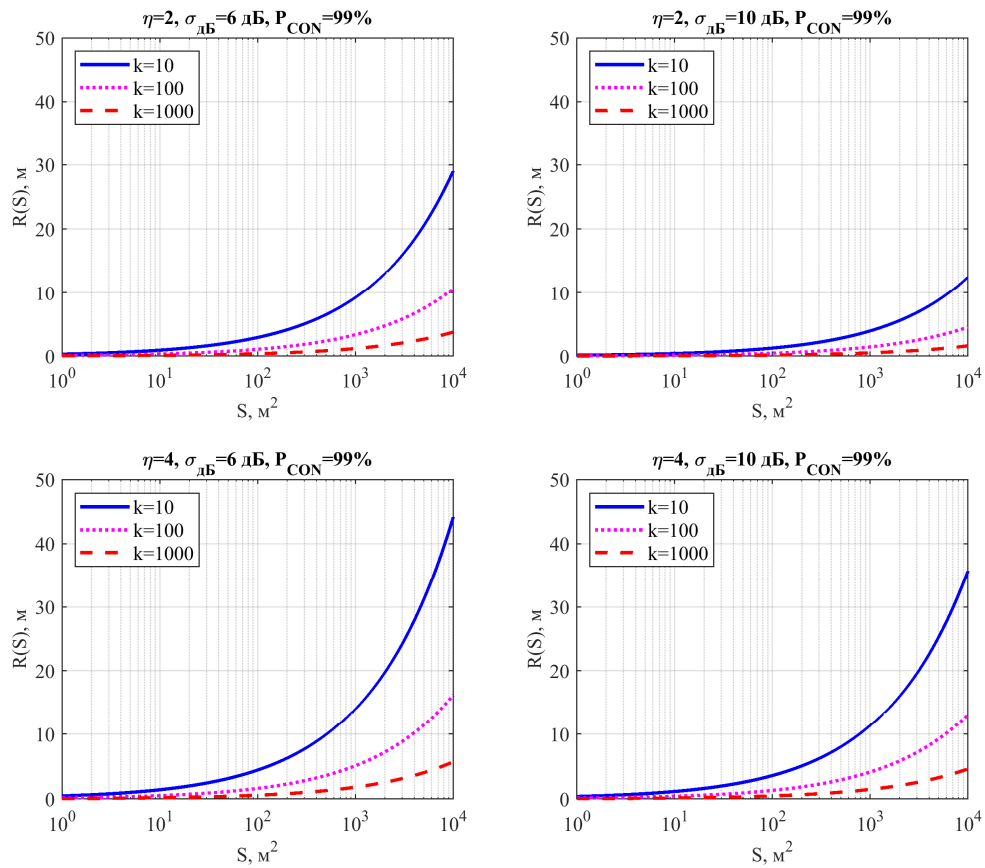


Рис. 5.18. Требуемая дальность радиосвязи $R[S, k]$ при $P_{\text{CON}}=99\%$

Оценка требуемой плотности радиостанций. Под требуемой понимается такая плотность радиостанций λ_S , которая обеспечивает связность СПРС с требуемой вероятностью P_{CON} . Значение λ_S представляет интерес для построения начального приближения СПРС, когда известна площадь зоны действия СПРС S и определена требуемая дальность радиосвязи R . Для определения λ_S преобразуем выражение (5.99) к виду [299]:

$$\lambda_S \cdot e^{-\lambda_S \pi R^2 \mu(\eta, \sigma)} = -\frac{\ln P_{CON}}{S}. \quad (5.102)$$

С точки зрения искомого параметра λ_S , выражение (5.102) представляет собой трансцендентное уравнение вида

$$y \cdot e^{by} = a. \quad (5.103)$$

где $y = \lambda_S$, $b = -\pi R^2 \mu(\eta, \sigma)$ и $a = -(\ln P_{CON})/S$. Решением (5.103) является:

$$y = W(ab)/b, \quad b \neq 0, \quad (5.104)$$

где $W(x)$ – W -функция Ламберта [317]. Приведем простейшие свойства W -функции Ламберта для действительных x . Действительная W -функция Ламберта определяется как решение функционального уравнения $W(x) \cdot e^{W(x)} = x$. Понимание того, что W -функция Ламберта есть функция, обратная к функции $x = W \cdot e^W$, позволяет представить график функции $W(x)$ (рис. 5.19, скрипт 5.9) и установить ее простейшие свойства [317]. W -функция Ламберта определена на интервале $[-1/e; \infty)$, где принимает значения от $-\infty$ до ∞ , причем для отрицательных x функция двузначна. Точка A с координатами $(-1/e, -1)$ делит график функции на две ветви, верхнюю $W_0(x)$ и нижнюю $W_{-1}(x)$ так, что обе ветви в точке A имеют вертикальную касательную. Верхняя ветвь $W_0(x)$, часто называемая основной, проходит через начало координат и больше не имеет особенностей. Нижняя ветвь $W_{-1}(x)$ имеет точку перегиба B с координатами $(-2/e^2, -2)$ и вертикальную асимптоту при $x=0$ [299].

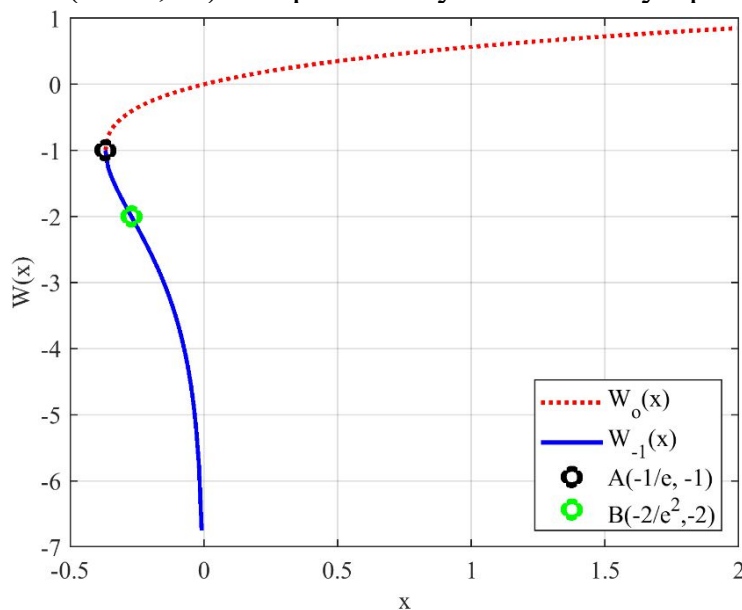


Рис. 5.19. График W -функции Ламберта

Для того, чтобы определить, какая из двух ветвей W -функции Ламберта является решением уравнения (5.103) относительно плотности радиостанций λ_S , подставим параметры $b = -\pi R^2 \mu(\eta, \sigma)$ и $a = -(\ln P_{CON})/S$ в (5.104):

$$\lambda_S = -\frac{1}{\pi R^2 \mu(\eta, \sigma)} W\left(\frac{\ln P_{CON}}{S} \pi R^2 \mu(\eta, \sigma)\right), \quad (5.105)$$

где множитель $W(\cdot)$ в (5.105) должен принимать отрицательные значения:

$$W\left(\frac{\ln P_{CON}}{S} \pi R^2 \mu(\eta, \sigma)\right) \leq 0, \quad (5.106)$$

а знаменатель в (5.105) представляет собой площадь зоны радиопокрытия радиостанции $S_{COV}(R) = \pi R^2 \mu(\eta, \sigma)$. Так как число соседей отдельной радиостанции $k_{COV} = \lambda_S S_{COV}(R)$ не может быть меньше единицы, для плотности радиостанций λ_S должно выполняться условие [299]:

$$\lambda_S \geq \frac{1}{\pi R^2 \mu(\eta, \sigma)}, \quad (5.107)$$

Для выполнения условий (5.106) и (5.107) в выражении (5.105) следует использовать нижнюю ветвь W -функции Ламберта $W_{-1}(x)$, которая принимает значения от $-\infty$ до -1 . Таким образом, требуемую плотность радиостанций λ_S можно определить по формуле [299]:

$$\lambda_S(R, S) = -\frac{1}{\pi R^2 \mu(\eta, \sigma)} W_{-1}\left(\frac{\ln P_{CON}}{S} \pi R^2 \mu(\eta, \sigma)\right). \quad (5.108)$$

На рис. 5.20 (скрипт 5.10) представлены графики зависимости $\lambda_S(R, S)$ при $P_{CON} = 99\%$; анализ графиков позволяет сделать следующие выводы: а) с увеличением дальности радиосвязи R , плотность радиостанций СПРс λ_S , требуемая для обеспечения связности радиостанций с заданной вероятностью P_{CON} , уменьшается; б) с увеличением показателя средних потерь распространения η , требуемая плотность радиостанций СПРс λ_S увеличивается; в) с увеличением интенсивности медленных замираний $\sigma_{дб}$, требуемая плотность радиостанций СПРс λ_S , уменьшается; г) с увеличением площади территории СПРс S , при фиксированной дальности радиосвязи R , требуемая плотность радиостанций СПРс λ_S увеличивается. Первые три вывода о требуемой плотности радиостанций λ_S повторяют выводы относительно требуемой дальности радиосвязи R и представляются очевидными. Последний вывод об увеличении требуемой плотности радиостанций λ_S с увеличением площади территории СПРс S объясняется тем, что для сохранения связности СПРс с заданной вероятностью P_{CON} при увеличении S число соседей отдельной радиостанции k_{COV} должно быть увеличено. При фиксированной дальности радиосвязи R число соседей $k_{COV}(\lambda_S) = \lambda_S \cdot S_{COV}$ может быть увеличено за счет λ_S . С показателями плотности радиостанций λ_S и площади территории СПРс S связан также параметр числа соседей отдельной радиостанции k (5.96) [299].

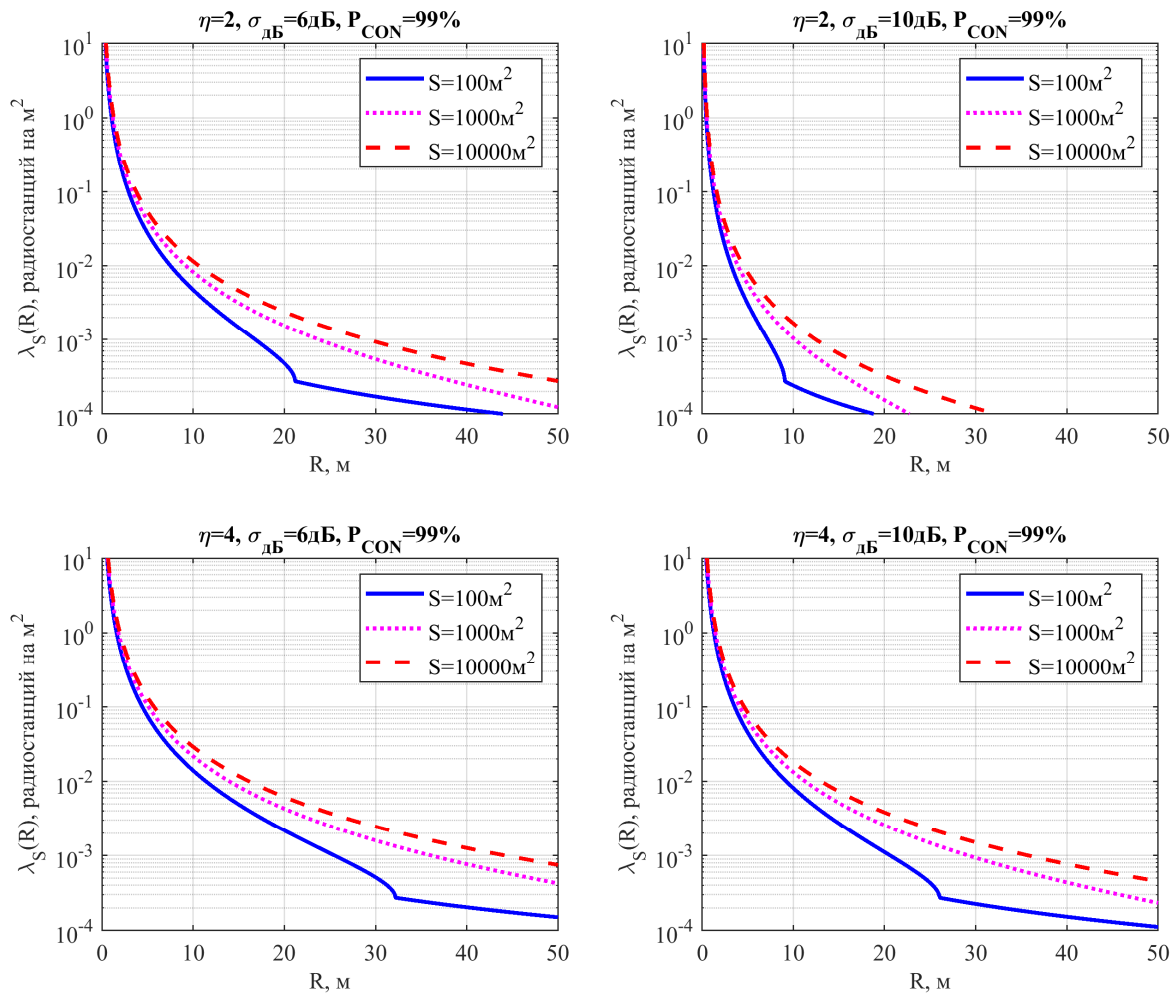


Рис. 5.20. Требуемая плотность радиостанций $\lambda_S(R,S)$ при $P_{CON}=99\%$

Подставив в (5.96) выражение (5.108), представим число радиостанций СПРс k , как функцию дальности радиосвязи R и площади СПРс S :

$$k(R,S) = -\frac{S}{\pi R^2 \mu(\eta, \sigma)} W_{-1} \left(\frac{\ln P_{CON}}{S} \pi R^2 \mu(\eta, \sigma) \right). \quad (5.109)$$

На рис. 5.21 и рис. 5.22 (скрипт 5.11) представлены графики зависимости $k(R,S)$ при $P_{CON}=99\%$ и $P_{CON}=50\%$ соответственно, которые позволяют оценить требуемое число радиостанций k в зависимости от дальности радиосвязи R , когда известна площадь территории СПРс S . Анализ графиков позволяет сделать следующие выводы: а) с увеличением дальности радиосвязи R число радиостанций СПРс k , требуемое для обеспечения связности радиостанций с заданной вероятностью P_{CON} , уменьшается; б) с увеличением показателя средних потерь распространения η требуемое число радиостанций СПРс k увеличивается; в) с увеличением интенсивности медленных замираний $\sigma_{дБ}$ требуемое число радиостанций СПРс k уменьшается; г) с увеличением площади территории СПРс S при фиксированной дальности радиосвязи R требуемое число радиостанций СПРс k увеличивается; д) с увеличением вероятности P_{CON} требуемое число радиостанций k увеличивается.

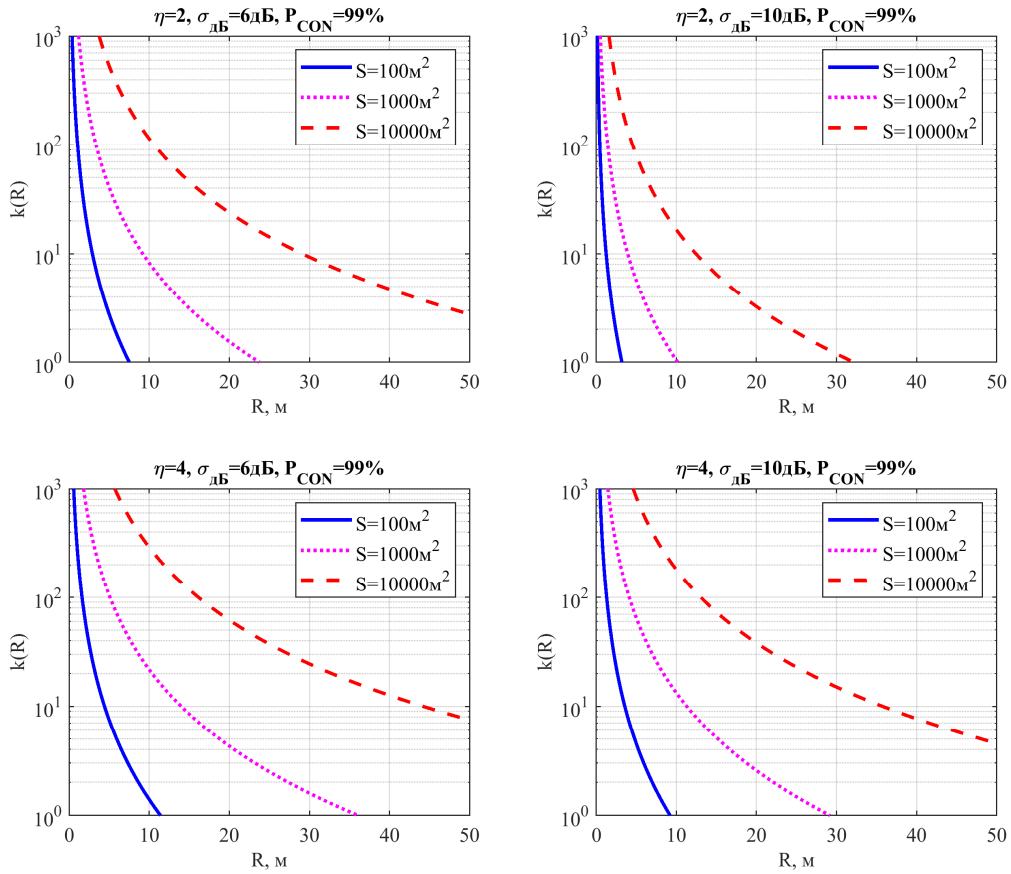


Рис. 5.21. Требуемое число соседних радиостанций $k(R,S)$ при $P_{CON}=99\%$

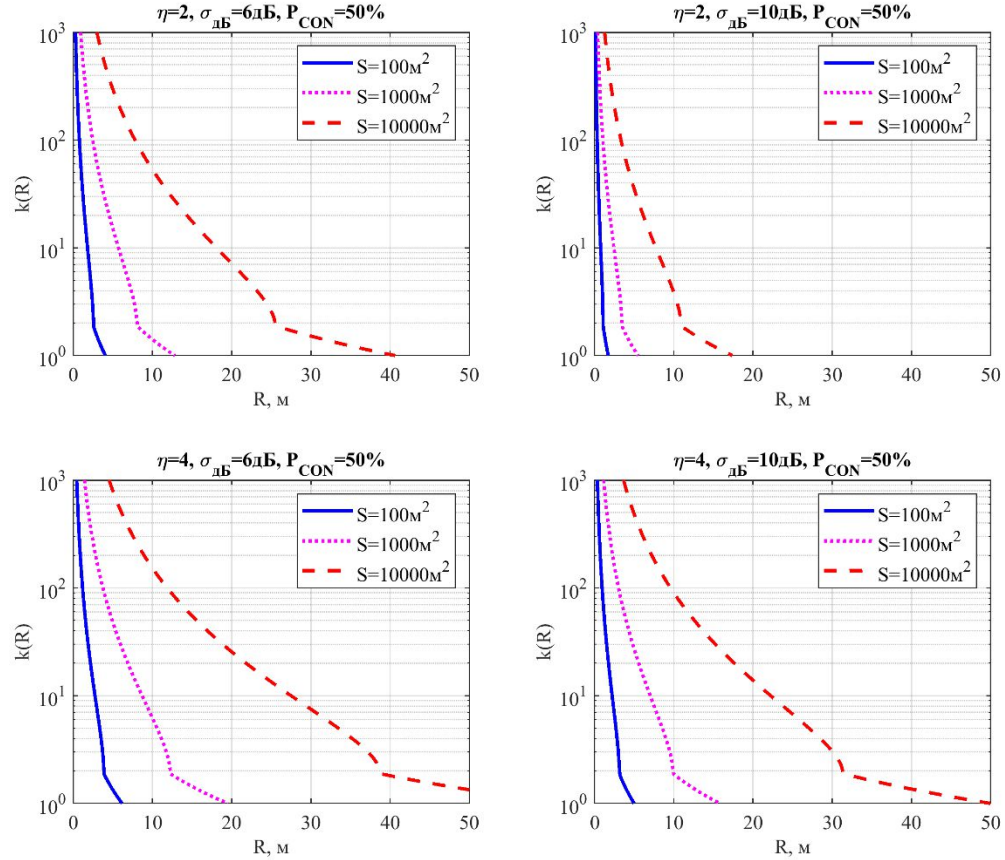


Рис. 5.22. Требуемое число соседних радиостанций $k(R,S)$ при $P_{CON}=50\%$

5.4.4. Оценка связности радиостанций с диаграммообразованием

Оценка связности радиостанций позволяет выполнить построение начального приближения СПРс, т.е. оценить число и параметры радиосредств, необходимые для организации радиосвязи на заданной территории.

Рассмотрим первый случай, когда необходимо оценить число радиостанций k , требуемое для связности радиосети на заданной территории. Исходными данными для определения k являются площадь зоны действия радиосети S и ограничение на дальность радиосвязи R . Задавшись вероятностью связности радиостанций P_{CON} и параметрами условий РРВ (показателем средних потерь распространения η и показателем медленных замираний $\sigma_{дБ}=10\sigma/\ln 10$ в предполагаемой зоне действия сети площадью S , число радиостанций с ненаправленными антеннами k , необходимое для организации радиосвязи с вероятностью P_{CON} , можно оценить по формуле (5.109) [299].

Рассмотрим второй случай, когда необходимо оценить дальность радиосвязи R , требуемую для связности радиосети на заданной территории. Исходными данными для определения R являются площадь зоны действия радиосети S и ограничение на число радиостанций k . Задавшись вероятностью связности радиостанций P_{CON} и параметрами условий РРВ в предполагаемой зоне действия сети площадью S , дальность радиосвязи радиостанций с ненаправленными антеннами, необходимую для организации радиосвязи с вероятностью P_{CON} , можно оценить по формуле (5.101).

При использовании радиостанциями сети направленных антенн необходимо учесть коэффициент усиления сигнала G_0 . Ранее было установлено, что G_0 зависит от режима работы радиостанции – диаграммообразование с предварительным обнаружением DB , или случайное диаграммообразование RB , и сеанса ведения связи – направленная передача и направленный прием DD , или направленная передача и ненаправленный прием DO .

Согласно (5.57) связность радиостанций СПРс характеризуется вероятностью успешного радиоприема $P_{SUC}(SNR)$. Согласно (5.58) отношение SNR зависит только от мощности полезного сигнала $P_0(r_0, \beta_0, \alpha_0)$, поэтому, для оценки влияния направленных антенн на связность радиостанций СПРс достаточно учесть влияние КУ полезного сигнала G_0 на $P_0(r_0, \beta_0, \alpha_0)$. Средняя мощность полезного сигнала $\bar{P}_0(r_0)$ с учетом КУ G_0 , определяется как

$$\bar{P}_0(r_0) = G_0 K P_{TX} r_0^{-\eta}. \quad (5.110)$$

Среднюю дальность радиосвязи R_G с учетом влияния КУ полезного сигнала G_0 можно определить, по аналогии с (5.59), из (5.58) и (5.110) как

$$R_G = (G_0)^{1/\eta} \left(\frac{K P_{TX}}{\gamma P_{N_0}} \right)^{1/\eta} = (G_0)^{1/\eta} R. \quad (5.111)$$

Анализ выражения (5.111) вместе с данными табл. 2.2–табл. 5.4 позволяет сделать следующие выводы о влиянии коэффициента усиления сигнала G_0 на среднюю дальность радиосвязи в сети: а) для сеанса DD в режиме

RB средняя дальность радиосвязи $R_{G/RB}^{DD}$ (незначительно) уменьшается в $(G_{0/RB}^{DD})^{1/\eta}$ раз; б) для сеанса *DD* в режиме *DB* средняя дальность радиосвязи $R_{G/DB}^{DD}$ увеличивается в $(G_{0/DB}^{DD})^{1/\eta}$ раз; в) для сеанса *DO* в режиме *RB* средняя дальность радиосвязи $R_{G/RB}^{DO}$ (незначительно) увеличивается в $(G_{0/RB}^{DO})^{1/\eta}$ раз; г) для сеанса *DO* в режиме *DB* средняя дальность радиосвязи $R_{G/DB}^{DO}$ увеличивается в $(G_{0/DB}^{DO})^{1/\eta}$ раз [299].

Влияние направленности антенн на вероятность изоляции радиостанции P_{ISO} можно оценить, подставив (5.111) в (5.89), по формуле [299]:

$$P_{ISO}(R, G_0, \lambda_S) = e^{-\lambda_S \pi (G_0)^{2/\eta} R^2 \mu(\eta, \sigma)}. \quad (5.112)$$

При известном числе радиостанций СПРс k , влияние направленности антенн на вероятность связности радиостанций P_{CON} можно оценить, подставив (5.112) в (5.97), по формуле

$$P_{CON}(R, G_0, \lambda_S, k) = e^{-k e^{-\lambda_S \pi (G_0)^{2/\eta} R^2 \mu(\eta, \sigma)}}. \quad (5.113)$$

Если представить R_G , как функцию площади территории СПРс S и числа радиостанций k , подставив в (5.113) $\lambda_S = k/S$, получим формулу оценки требуемой дальности радиосвязи с учетом влияния направленности антенн:

$$R_G(G_0, S, k) = \frac{1}{(G_0)^{1/\eta}} \sqrt{\frac{\ln(-k/\ln P_{CON}) S}{k \pi \mu(\eta, \sigma)}} = \frac{1}{(G_0)^{1/\eta}} R(S, k). \quad (5.114)$$

На рис. 5.23 (скрипт 5.12) представлены графики требуемой дальности радиосвязи R_G в зависимости от площади территории СПРс S и числа радиостанций СПРс k для значений КУ полезного сигнала G_0 в табл. 5.2.

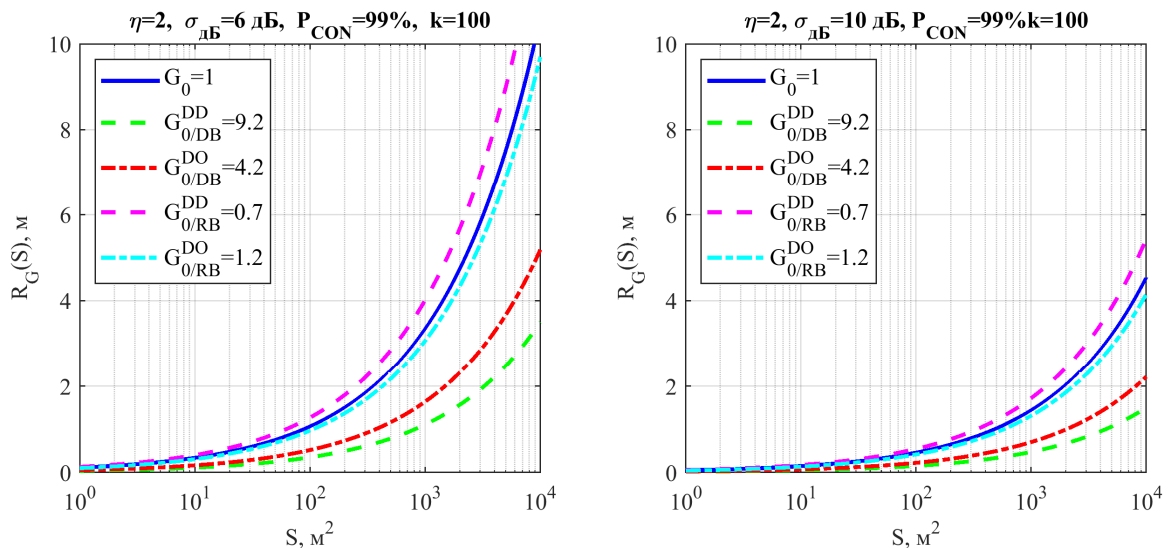


Рис. 5.23. Требуемая дальность радиосвязи с учетом направленности антенн

Анализ графиков для требуемой дальности радиосвязи R_G с учетом влияния направленности антенн, приведенных на рис. 5.23 позволяет сде-

лать следующие выводы для R_G относительно требуемой дальности радиосвязи R в режиме ненаправленной радиосвязи при $G_0=1$: а) $R_{G/DB}^{DD}$ незначительно увеличивается; б) $R_{G/DB}^{DD}$ уменьшается; в) $R_{G/DB}^{DO}$ незначительно уменьшается; г) $R_{G/DB}^{DO}$ уменьшается.

Таким образом, для рассмотренного сценария сеанса направленной передачи и направленного приема DD в режиме диаграммообразования с предварительным обнаружением DB , требуемая дальность радиосвязи может быть значительно уменьшена по сравнению со случаем ненаправленных антенн. С точки зрения требуемой мощности передачи такое уменьшение требуемой дальности радиосвязи в зависимости от параметра средних потерь распространения η ведет к значительному уменьшению требуемой мощности передатчика, что обеспечивает экономию энергопотребления радиостанций и уменьшение внутрисистемных помех в сети [299].

При известной площади S , влияние направленности антенн на связность радиостанций P_{CON} можно оценить, подставив (5.96) в (5.113):

$$P_{CON}(R, G_0, \lambda_S, S) = e^{-\lambda_S S \cdot e^{-\lambda_S \pi(G_0)^{2/\eta} R^2 \mu(\eta, \sigma)}} \quad (5.115)$$

Требуемую плотность радиостанций λ_{SG} , как функцию дальности радиосвязи R и площади территории S , можно определить из (5.115) как

$$\lambda_{SG}(R, G_0, S) = -\frac{1}{\pi(G_0)^{2/\eta} R^2 \mu(\eta, \sigma)} W_{-1} \left(\frac{\ln P_{CON}}{S} \pi(G_0)^{2/\eta} R^2 \mu(\eta, \sigma) \right) \quad (5.116)$$

Если представить k_G , как функцию дальности радиосвязи R и площади территории СПРС S , подставив в (5.96) выражение (5.116), получим формулу оценки требуемого числа радиостанций с учетом направленности антенн:

$$k_G(R, G_0, S) = -\frac{S}{\pi(G_0)^{2/\eta} R^2 \mu(\eta, \sigma)} W_{-1} \left(\frac{\ln P_{CON}}{S} \pi(G_0)^{2/\eta} R^2 \mu(\eta, \sigma) \right) \quad (5.117)$$

На рис. 5.24 (скрипт 5.13) представлены графики требуемого числа радиостанций k_G от дальности радиосвязи R для КУ G_0 в табл. 5.2.

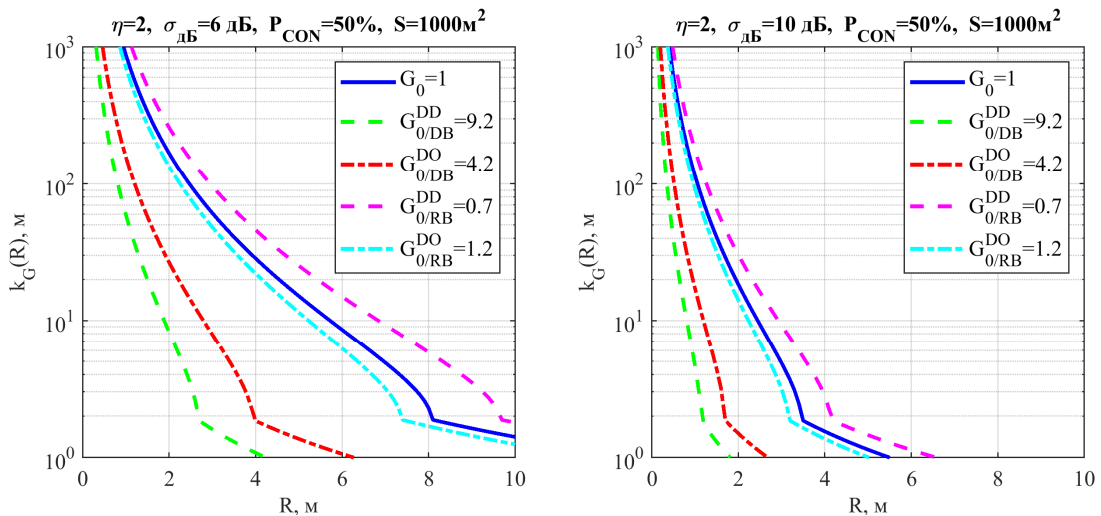


Рис. 5.24. Требуемое число радиостанций с учетом направленности антенн

Анализ графиков на рис. 5.24 позволяет сделать следующие выводы для требуемого числа радиостанций k_G в зоне действия сети с учетом влияния направленности антенн относительно требуемого числа радиостанций k в режиме ненаправленной радиосвязи при $G_0=1$: а) $k_{G/RB}^{DD}$ незначительно увеличивается; б) $k_{G/DB}^{DD}$ уменьшается; в) $k_{G/RB}^{DO}$ незначительно уменьшается; г) $k_{G/DB}^{DO}$ уменьшается [299].

Таким образом, для сети, построенной на основе радиостанций, работающих в режиме направленной передачи и направленного приема с предварительным обнаружением, число радиосредств, требуемое для организации связи на заданной территории, может быть уменьшено как минимум в полтора раза по сравнению со случаем ненаправленных антенн.

Выводы. В данном разделе сформулирована задача оценки связности радиостанций в виде вычисления вероятности успешного радиоприема при априорно неизвестном территориальном распределении радиостанций с учетом эффектов медленных и быстрых замираний. Для оценки связности используется вероятности отсутствия изолированных радиостанций в радиосети [299].

Задача оценки связности решается как с точки зрения нахождения параметров отдельной радиостанции, так и с точки зрения построения начального приближения радиосети. В первом случае определяется требуемая дальность радиосвязи R в зависимости от площади территории СПРс S , когда известно число радиостанций в составе сети k . Во втором случае определяется требуемое число радиостанций k в зависимости от дальности радиосвязи R , когда известна площадь территории СПРс S .

В результате выполненной оценки выявлено влияние условий распространения радиоволн на показатели связности радиостанций, в частности, установлено, что медленные замирания уменьшают, а быстрые замирания увеличивают вероятность изоляции радиостанции СПРс. Оценка комплексного влияния медленных и быстрых замираний позволяет сделать вывод о том, что замирания не ухудшают показатели.

Оценка влияния направленных антенн на показатели связности позволяет сделать следующие выводы [299].

Для сеанса направленной передачи и направленного приема DD в режиме диаграммообразования с предварительным обнаружением DB, требуемая дальность радиосвязи или число радиосредств, требуемое для организации связи на заданной территории, может быть значительно уменьшено по сравнению со случаем ненаправленных антенн. С точки зрения требуемой мощности передачи, уменьшение требуемой дальности радиосвязи эквивалентно уменьшению требуемой мощности, что позволяет существенно повысить показатели энергоэффективности и скрытности радиостанций СПРс.

5.5. Оценка вероятности успешного радиоприема в СРД

5.5.1. Постановка задачи

Если для оценки связности, СПРс, как объект исследования, можно рассматривать лишь с точки зрения двух неопределенностей: неопределенности территориального распределения радиостанций и неопределенности РРВ, то для оценки возможностей пространственного уплотнения одновременных передач и уровня внутрисистемных в СПРс, помимо двух вышеназванных неопределенностей, нужно учитывать активность информационного обмена в радиосети. Для этого вводится параметр вероятности передачи p . В классических работах по СПРс [318, 319] задача математического анализа СПРс сводилась к определению такой дальности радиосвязи R , которая бы являлась компромиссной с точки зрения условий функционирования протоколов сетевого и канального уровней радиостанции СПРс. С одной стороны, большая дальность радиосвязи могла обеспечить меньшее число ретрансляций и, таким образом, сократить объем транзитного трафика в СПРс. С другой стороны, большая дальность радиосвязи приводила к увеличению уровня внутрисистемных помех в общем радиоканале с разделяемой средой и, таким образом, к уменьшению пространственного уплотнения одновременных передач в СПРс. Известным недостатком классического подхода является математическая абстракция радиоприема на физическом уровне, согласно которой вероятность радиоприема P_{SUC} считается достоверно успешной при условии, что принимающая радиостанция находится на расстоянии r_0 , которое не превышает дальность радиосвязи R :

$$P_{SUC} = \begin{cases} 1, & r_0 \leq R \\ 0 & r_0 > R \end{cases}. \quad (5.118)$$

С точки зрения отношения сигнал/(шум+внутрисистемные помехи) $SINR$ (Signal to Interference plus Noise Ratio), математическая абстракция (5.118) не учитывает зависимости вероятности успешного радиоприема от неопределенности территориального распределения радиостанций сети и уровня создаваемых ими внутрисистемных помех. Для количественной оценки возможностей радиоприема сигнала вводится критерий вероятности успешного радиоприема $P_{SUC}(SINR)$:

$$P_{SUC}(SINR) = P(SINR \geq \gamma). \quad (5.119)$$

Отношение $SINR$ с учетом средних потерь распространения, медленных и быстрых замираний определяется выражением [299]:

$$SINR(r_0, \beta_0, \alpha_0, r_i, \beta_i, \alpha_i, k_I(p, \lambda_S)) = \frac{P_0(r_0, \beta_0, \alpha_0)}{P_{N_0} + \sum_{i=1}^{k_I(p, \lambda_S)} P_i(r_i, \beta_i, \alpha_i)}. \quad (5.120)$$

где $P_i(r_i, \beta_i, \alpha_i)$ – мощность внутрисистемных помех радиостанции TX_i на входе приемника RX_0 с учетом средних потерь распространения, медленных

и быстрых замираний, определяемая выражением (5.55); $k_I(p, \lambda_S)$ – число источников внутрисистемных помех; p – вероятность передачи радиостанции.

Согласно (5.119) и (5.120), вероятность успешного радиоприема равна

$$P_{SUC} [SINR(r_0, \beta_0, \alpha_0, r_i, \beta_i, \alpha_i, k_I(p, \lambda_S)), \gamma] = P \left(\frac{P_0(r_0, \beta_0, \alpha_0)}{P_{N_0} + \sum_{i=1}^{k_I(p, \lambda_S)} P_i(r_i, \beta_i, \alpha_i)} \geq \gamma \right) \quad (5.121)$$

Влияние внутрисистемных помех на вероятность успешного радиоприема было математически проанализировано в [320, 321]. В [320] оценка пропускной способности радиостанции СПРс была выполнена для средних потерь РРВ, а в [321] – для случая средних потерь РРВ и замираний.

Для аналитической оценки пропускной способности в СПРс, как для протоколов случайного доступа, так и для протоколов доступа с контролем занятости радиоканала, обычно используются допущения о дискретной временной шкале, в которой время исчисляется слотами и режиме насыщения, в котором каждая радиостанция всегда готова к передаче с вероятностью p .

Относительно территориального распределения радиостанций используются допущение об однородной радиосети, когда дальность радиосвязи одинакова для всех радиостанций СПРс, а также предположение о пуассоновском распределении радиостанций в зоне действия сети. Пространственное уплотнение одновременных передач можно оценить через вероятность успешного радиоприема радиостанции $P_{SUC}(SINR(r_0, p, \lambda_S), \gamma)$.

Для оценки возможностей пространственного уплотнения одновременных передач в СПРс на основе радиостанций с направленными антеннами необходимо решить следующие задачи: а) оценить влияние неопределенности территориального распределения радиостанций на уровень внутрисистемных помех; б) оценить влияние внутрисистемных помех на вероятность успешного радиоприема радиостанций сети; в) оценить влияние направленных антенн на вероятность успешного радиоприема.

Неопределенность территориального распределения радиостанций состоит в том, что расположение радиостанции, передающей полезный сигнал, и расположения других передающих радиостанций, которые относительно принимающей радиостанции в момент ее приема оказываются источниками внутрисистемных помех, заранее неизвестно [299].

В СПРс понятия зоны радиопокрытия и зоны обслуживания. Если речь идет о нисходящем канале (от базовой станции (БС) к абонентской станции (АС)), то зона радиопокрытия определяется как территория, на которой возможен радиоприем сигнала БС по критерию $SNR \geq \gamma$, где γ – некоторое пороговое значение, определяемое чувствительностью приемника радиостанции. Зона обслуживания определяется как территория, на которой возможен радиоприем сигнала обслуживающей БС по критерию $SINR \geq \gamma$.

Если предположить, что в СПРс мощности передатчиков всех радиостанций одинаковы, то очевидно, что обеспечить зоны обслуживания с заданной пропускной способностью радиостанций, в принципе, невозможно по причине неизвестного отношения $SINR$, которое следует из априорной неопределенности территориального распределения радиостанций. Если предположить, что мощности передатчиков радиостанций СПРс неодинаковы, то обеспечить зоны обслуживания с заданной пропускной способностью радиостанций, в принципе, возможно, но в таком случае возникает ряд проблем с регулированием мощностей передатчиков радиостанций. Действительно, мощностью передающих радиостанций необходимо управлять в реальном времени по причине подвижности радиостанций, образующих СПРс. При управлении мощностью каждой радиостанции сети необходимо учитывать текущую локальную информацию о соседних радиостанциях, но, как было показано ранее, мощность радиостанций определяет связность всей радиосети. Децентрализованное управление мощностью радиостанции на основе локальной информации может привести к тому, что СПРс утратит связность, а вместе с этим и способность радиостанций осуществлять ретрансляцию [299].

Учитывая изложенные особенности влияния неопределенности территориального распределения радиостанций в зоне действия сети, обозначим основные показатели функционирования однородной СПРс и способы их оценки: а) показатель связности СПРс является исходным и характеризуется зоной радиопокрытия радиостанции; б) показатель вероятности успешного радиоприема радиостанции СПРс характеризуется зоной обслуживания радиостанции. Для количественной оценки возможностей радиоприема сигнала в зоне обслуживания используется критерий (5.119).

Оценим влияние неопределенности территориального распределения радиостанций в зоне действия сети на уровень внутрисистемных помех. Допустим, что принимающая радиостанция находится в центре полярной системы координат 0 (рис. 5.13). Тогда расстояния между принимающей радиостанцией RX_0 и другими передающими радиостанциями TX_i , которые относительно принимающей радиостанции RX_0 в момент ее приема оказываются источниками внутрисистемных помех, по аналогии с (5.37), можно выразить плотностью вероятности [299]:

$$f(r_i) = \frac{2r_i}{R_I^2}; \quad 0 \leq r_i \leq R_I. \quad (5.122)$$

где R_I – дальность влияния внутрисистемных помех.

В отличие от дальности радиосвязи R , значение которой можно оценить исходя из требований связности, значение R_I для СПРс оценить затруднительно, так как оно зависит от расстояния между соседними (передающей и принимающей) радиостанциями r_0 , которое, в свою очередь, тоже является случайной величиной.

5.5.2. Оценка вероятности успешного радиоприема

В СПРс для учета внутрисистемных помех справедливо выражение:

$$\lim_{r_0 \rightarrow R} (R_I) = \infty. \quad (5.123)$$

Докажем справедливость выражения (5.123) для случая средних потерь распространения. Введем понятие *средней дальности влияния внутрисистемных помех* $R_I(r_0)$. Значение $R_I(r_0)$ определяется для случая средних потерь РРВ по критерию (5.119) при условии наличия хотя бы одного источника внутрисистемных помех. При условии единственного источника внутрисистемных помех $SINR$, согласно (5.120), определяется выражением:

$$SINR(r_0, r_i) = \frac{\bar{P}_0(r_0)}{P_{N_0} + \bar{P}_i(r_i)}, \quad (5.124)$$

где $\bar{P}_i(r_i)$ – средняя мощность внутрисистемных помех, определяемая как

$$\bar{P}_i(r_i) = KP_{TX} r_i^{-n}. \quad (5.125)$$

Средняя дальность влияния внутрисистемных помех R_I определяется из выражений (5.124) и (5.125) как минимальное расстояние r_i между радиостанциями TX_i и RX_0 , на котором, при наличии хотя бы одного источника сигнала внутрисистемных помех, радиоприем становится невозможным:

$$R_I(r_0) = \gamma^{1/n} \frac{R}{\left((R/r_0)^n - 1 \right)^{1/n}}. \quad (5.126)$$

Предел $R_I(r_0)$ при $r_0 \rightarrow R$, согласно (5.126), равен ∞ . Из (5.123) следует, что для принимающей радиостанции RX_0 , находящейся на границе зоны радиопокрытия передающей радиостанции TX_0 , любая другая радиостанция TX_i СПРс, передающая в момент приема RX_0 , может нарушить ее прием по критерию $SINR \geq \gamma$. Уровень внутрисистемных помех в СПРс зависит от активности информационного обмена между радиостанциями и определяется вероятностью передачи p . Непосредственное влияние на вероятность успешного радиоприема оказывает число источников внутрисистемных помех $k_I(p, \lambda_S)$, которое зависит от плотности радиостанций в зоне СПРс.

Порядок определения $P_{SUC}(SINR(r_0, p, \lambda_S), \gamma)$ заключается в усреднении выражения (5.121) таким образом, чтобы [299]:

$$P_{SUC} \left[SINR(r_0, \beta_0, \alpha_0, r_i, \beta_i, \alpha_i, k_I(p, \lambda_S)), \gamma \right] \Rightarrow P_{SUC} \left[SINR(r_0, p, \lambda_S), \gamma \right]. \quad (5.127)$$

Мощность полезного сигнала определяется выражением

$$P_0(r_0, \beta_0, \alpha_0) = KP_{TX} r_0^{-n} e^{\beta_0} \alpha_0; \quad f(\alpha_0) = e^{-\alpha_0}, \quad 0 \leq \alpha_0 \leq \infty; \quad f(\beta_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\beta_0^2}{2\sigma^2}} \quad (5.128)$$

Мощность сигнала внутрисистемных помех определяется как

$$P_i(r_i, \beta_i, \alpha_i) = KP_{TX} r_i^{-n} e^{\beta_i} \alpha_i; \quad f(\alpha_i) = e^{-\alpha_i}, \quad 0 \leq \alpha_i \leq \infty; \quad f(\beta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\beta_i^2}{2\sigma^2}} \quad (5.129)$$

Преобразуем выражение (5.121) с учетом (5.128) к виду

$$P_{SUC} \left[SINR(r_0, \beta_0, \alpha_0, r_i, \beta_i, \alpha_i, k_l(p, \lambda_s)), \gamma \right] = P \left[\alpha_0 \geq \frac{\gamma \left(P_{N_0} + \sum_{i=1}^{k_l(p, \lambda_s)} P_i(r_i, \beta_i, \alpha_i) \right)}{KP_{TX} e^{\beta_0} r_0^{-\eta}} \right] \quad (5.130)$$

Усредняя (5.130) по α_0 с учетом $f(\alpha_0)$, получим выражение [299]:

$$\begin{aligned} P_{SUC} \left[SINR(r_0, \beta_0, r_i, \beta_i, \alpha_i, k_l(p, \lambda_s)), \gamma \right] &= \int_{\frac{\gamma \left(P_{N_0} + \sum_{i=1}^{k_l(p, \lambda_s)} P_i(r_i, \beta_i, \alpha_i) \right)}{KP_{TX} e^{\beta_0} r_0^{-\eta}}}^{\infty} f(\alpha_0) d\alpha_0 = \\ &= -\exp(-\alpha_0) \Big|_{\frac{\gamma \left(P_{N_0} + \sum_{i=1}^{k_l(p, \lambda_s)} P_i(r_i, \beta_i, \alpha_i) \right)}{KP_{TX} e^{\beta_0} r_0^{-\eta}}}^{\infty} = \exp \left(-\frac{\gamma \left(P_{N_0} + \sum_{i=1}^{k_l(p, \lambda_s)} P_i(r_i, \beta_i, \alpha_i) \right)}{KP_{TX} e^{\beta_0} r_0^{-\eta}} \right). \end{aligned} \quad (5.131)$$

Преобразуем (5.131), с учетом выражения (5.59) к виду

$$P_{SUC} \left[SINR(r_0, \beta_0, r_i, \beta_i, \alpha_i, k_l(p, \lambda_s)), \gamma \right] = \exp \left(-\left(\frac{r_0}{R} \right)^\eta e^{\beta_0} \right) \cdot \exp \left(-\frac{\gamma \sum_{i=1}^{k_l(p, \lambda_s)} P_i(r_i, \beta_i, \alpha_i)}{KP_{TX} e^{\beta_0} r_0^{-\eta}} \right) \quad (5.132)$$

Усредняя (5.132) по α_i с учетом $f(\alpha_i)$, и учитывая то, что α_i – независимые СВ с плотностью вероятности $f(\alpha_i)$, получим [299]:

$$\begin{aligned} P_{SUC} \left[SINR(r_0, \beta_0, r_i, \beta_i, k_l(p, \lambda_s)), \gamma \right] &= \\ &= \exp \left(-\left(\frac{r_0}{R} \right)^\eta e^{\beta_0} \right) \int_0^\infty \dots \int_0^\infty \exp \left(-\gamma \sum_{i=1}^{k_l(p, \lambda_s)} e^{\beta_i - \beta_0} \left(\frac{r_i}{r_0} \right)^{-\eta} \alpha_i \right) \prod_{i=1}^{k_l(p, \lambda_s)} f(\alpha_i) d\alpha_1 \dots d\alpha_{k_l(p, \lambda_s)} = \\ &= \exp \left(-\left(\frac{r_0}{R} \right)^\eta e^{\beta_0} \right) \prod_{i=1}^{k_l(p, \lambda_s)} \int_0^\infty \exp \left(-\gamma e^{\beta_i - \beta_0} \left(\frac{r_i}{r_0} \right)^{-\eta} \alpha_i \right) \exp(-\alpha_i) d\alpha_i. \end{aligned} \quad (5.133)$$

Под знаком произведения в (5.133) имеем интеграл типа

$$\int_0^\infty e^{-const \cdot \alpha_i} e^{-\alpha_i} = \int_0^\infty e^{-\alpha_i(const+1)} = -\frac{1}{const+1} e^{-\alpha_i(const+1)} \Big|_0^\infty = \frac{1}{const+1}; \quad const = \gamma e^{\beta_i - \beta_0} \left(\frac{r_i}{r_0} \right)^{-\eta} \quad (5.134)$$

С учетом (5.134), выражение (5.133) можно преобразовать к виду

$$P_{SUC} \left[SINR(r_0, \beta_0, r_i, \beta_i, k_l(p, \lambda_s)), \gamma \right] = \exp \left(-\left(\frac{r_0}{R} \right)^\eta e^{\beta_0} \right) \prod_{i=1}^{k_l(p, \lambda_s)} \frac{1}{1 + \gamma e^{\beta_i - \beta_0} \left(\frac{r_i}{r_0} \right)^{-\eta}}. \quad (5.135)$$

Перепишем выражение (5.135) в виде [299]:

$$\begin{aligned} P_{SUC} \left[SINR(r_0, \beta_0, r_i, \beta_i, k_l(p, \lambda_s)), \gamma \right] &= \\ &= \exp \left(-\left(\frac{r_0}{R} \right)^\eta e^{\beta_0} \right) \cdot P_{SUC} \left[SIR(r_0, \beta_0, r_i, \beta_i, k_l(p, \lambda_s)), \gamma \right], \end{aligned} \quad (5.136)$$

$$\text{где } P_{SUC} \left[SIR(r_0, \beta_0, r_i, \beta_i, k_I(p, \lambda_S)), \gamma \right] = \prod_{i=1}^{k_I(p, \lambda_S)} \frac{1}{1 + \gamma e^{\beta_i - \beta_0} \left(\frac{r_i}{r_0} \right)^{-\eta}} \quad (5.137)$$

Усредняя (5.137) по β_i и учитывая то, что β_i – независимые случайные величины с плотностью вероятности $f(\beta_i)$, получим выражение [299]:

$$P_{SUC} \left[SIR(r_0, \beta_0, r_i, k_I(p, \lambda_S)), \gamma \right] = \prod_{i=1}^{k_I(p, \lambda_S)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1 + \gamma e^{\beta - \beta_0} \left(\frac{r_i}{r_0} \right)^{-\eta}} \frac{e^{-\frac{\beta^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma}} d\beta \quad (5.138)$$

Усредняя (5.138) по r_i и учитывая то, что r_i – независимые случайные величины с плотностью вероятности $f(r_i)$, получим выражение [299]

$$P_{SUC} \left[SIR(r_0, \beta_0, k_I(p, \lambda_S)), \gamma, R_I \right] = \left[I(r_0, \beta_0, \gamma, R_I) \right]^{k_I(p, \lambda_S)}, \quad (5.139)$$

$$\text{где } I(r_0, \beta_0, \gamma, R_I) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\beta^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma}} \left(\int_0^{R_I} \frac{2r}{R_I^2} \frac{1}{1 + \gamma e^{\beta - \beta_0} (r/r_0)^{-\eta}} dr \right) d\beta \quad (5.140)$$

Ввиду априорной неопределенности числа источников внутрисистемных помех $k_I(p, \lambda_S)$ и расстояний r от них до радиостанции, принимающей полезный сигнал, (5.139) усредняется по плотности $\lambda_{S_I(p)} = p\lambda_S$ радиостанций, являющихся источниками внутрисистемных помех [299]

$$P_{SUC} \left[SIR(r_0, \beta_0, p, \lambda_S), \gamma, R_I \right] = \sum_{i=0}^{\infty} P \left[k_I(p, \lambda_S) \text{ на } S_I \right] \cdot P_{SUC} \left[SIR(r_0, \beta_0, k_I(p, \lambda_S)), \gamma, R_I \right], \quad (5.141)$$

$$\text{где } P \left[k_I(p, \lambda_S) \text{ на } S_I \right] = e^{-\lambda_{S_I(p)} \pi R_I^2} \frac{\left[\lambda_{S_I(p)} \cdot \pi R_I^2 \right]^{k_I}}{k_I!} \quad (5.142)$$

Подставляя в (5.141) формулы (5.139) и (5.142), получим выражение:

$$P_{SUC} \left[SIR(r_0, \beta_0, p, \lambda_S), \gamma, R_I \right] = \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\lambda_{S_I(p)} \pi R_I^2} \frac{\left[\lambda_{S_I(p)} \cdot \pi R_I^2 \right]^{k_I}}{k_I!} \left[I(r_0, \beta_0, \gamma, R_I) \right]^{k_I} \quad (5.143)$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\lambda_{S_I(p)} \pi R_I^2 \cdot I(r_0, \beta_0, \gamma, R_I)} \frac{\left[\lambda_{S_I(p)} \cdot \pi R_I^2 I(r_0, \beta_0, \gamma, R_I) \right]^{k_I}}{k_I!} e^{-\lambda_{S_I(p)} \pi R_I^2 \cdot [1 - I(r_0, \beta_0, \gamma, R_I)]}.$$

Используя свойство суммы (5.95), а также зависимость $\lambda_{S_I(p)} = p\lambda_S$, получим из (5.143) выражение

$$P_{SUC} \left[SIR(r_0, \beta_0, p, \lambda_S), \gamma, R_I \right] = e^{-J(r_0, \beta_0, p, \lambda_S, \gamma, R_I)}, \quad (5.144)$$

$$\text{где } J(r_0, \beta_0, p, \lambda_S, \gamma, R_I) = p\lambda_S \pi R_I^2 \cdot \left[1 - I(r_0, \beta_0, \gamma, R_I) \right]. \quad (5.145)$$

Согласно (5.123), выражение (5.145) можно преобразовать как

$$J(r_0, \beta_0, p, \lambda_S, \gamma) = \lim_{R_I \rightarrow \infty} J(r_0, \beta_0, p, \lambda_S, \gamma, R_I) = \lim_{R_I \rightarrow \infty} p\lambda_S \pi R_I^2 \cdot \left[1 - I(r_0, \beta_0, \gamma, R_I) \right] \quad (5.146)$$

Подставляя в (5.146) формулу (5.140), получим выражение [299]:

$$\begin{aligned}
J(r_0, \beta_0, p, \lambda_s, \gamma) &= p\lambda_s \pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\beta^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma}} \left(\int_0^{\infty} 2r \left[1 - \frac{1}{1 + \gamma e^{\beta - \beta_0} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\eta}} \right] dr \right) d\beta = \\
&= p\lambda_s \pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\beta^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma}} \left(\int_0^{\infty} \frac{2r}{1 + \frac{1}{\gamma} e^{\beta_0 - \beta} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\eta}} dr \right) d\beta.
\end{aligned} \tag{5.147}$$

Для преобразования интеграла в (5.147) используем интеграл [50]

$$\int_0^{\infty} \frac{2r}{1 + (vr)^{\eta}} = \frac{1}{v^2} \frac{2\pi}{\eta} \operatorname{cosec} \frac{2\pi}{\eta} \tag{5.148}$$

Приняв в (5.148) константу получим из (5.147) выражение [299]:

$$v = \left(\frac{e^{\beta_0 - \beta}}{\gamma r_0^{\eta}} \right)^{1/\eta} \tag{5.149}$$

$$J(r_0, \beta_0, p, \lambda_s, \gamma) = p\lambda_s \pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\beta^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma}} \left(\frac{2\pi}{\eta} \operatorname{cosec} \frac{2\pi}{\eta} \gamma^{\frac{2}{\eta}} e^{\frac{2\beta_0}{\eta}} r_0^2 e^{\frac{2\beta}{\eta}} \right) d\beta. \tag{5.150}$$

Для преобразования интеграла в (5.150) используем интеграл (5.76). Приняв в (5.76) константу $\delta=2/\eta$, получим из (5.150) выражение [299]

$$J(r_0, \beta_0, p, \lambda_s, \gamma) = \xi(\eta, \sigma) \gamma^{\frac{2}{\eta}} p\lambda_s \pi r_0^2 e^{-\frac{2\beta_0}{\eta}}, \quad \xi(\eta, \sigma) = \frac{2\pi}{\eta} \operatorname{cosec} \frac{2\pi}{\eta} e^{\left(\frac{\sqrt{2}\sigma}{\eta}\right)^2} \tag{5.151}$$

Подставляя (5.151) в (5.144), получим выражение

$$P_{SUC} [SIR(r_0, \beta_0, p, \lambda_s), \gamma] = e^{-J(r_0, \beta_0, p, \lambda_s, \gamma)} = e^{-\xi(\eta, \sigma) \gamma^{\frac{2}{\eta}} p\lambda_s \pi r_0^2 e^{-\frac{2\beta_0}{\eta}}} \tag{5.152}$$

Подставляя (5.152) в (5.136), получим выражение

$$P_{SUC} [SINR(r_0, \beta_0, p, \lambda_s), \gamma] = \exp \left(- \left(\frac{r_0}{R} \right)^{\eta} e^{\beta_0} \right) \cdot \exp \left(- \xi(\eta, \sigma) \gamma^{\frac{2}{\eta}} p\lambda_s \pi r_0^2 e^{-\frac{2\beta_0}{\eta}} \right) \tag{5.153}$$

Усредняя (5.153) по β_0 с учетом (5.76), получим *выражение оценки вероятности успешного радиоприема в СПРс для ненаправленных антенн*

$$\begin{aligned}
P_{SUC} [SINR(r_0, p, \lambda_s), \gamma] &= \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\beta_0^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left(- \left(\frac{r_0}{R} \right)^{\eta} e^{\beta_0} \right) \cdot \exp \left(- \xi(\eta, \sigma) \gamma^{\frac{2}{\eta}} p\lambda_s \pi r_0^2 e^{-\frac{2\beta_0}{\eta}} \right) d\beta_0
\end{aligned} \tag{5.154}$$

где $\xi(\eta, \sigma)$ – коэффициент влияния медленных и быстрых замираний на вероятность успешного радиоприема радиостанции [299]:

$$\xi(\eta, \sigma) = \frac{2\pi}{\eta} \operatorname{cosec} \frac{2\pi}{\eta} e^{\left(\frac{\sqrt{2}\sigma}{\eta}\right)^2}. \tag{5.155}$$

Число соседей k_{COV} (передающей или принимающей) радиостанции является функцией плотности радиостанций λ_S и требуемой дальности радиосвязи R , и, с учетом площади зоны радиопокрытия $S_{COV}(R)=\pi R^2$, равно

$$k_{COV}(R, \lambda_S) = \lambda_S \pi R^2. \quad (5.156)$$

Выполнив замену переменной $\bar{r}_0 = r_0/R$, выражение (5.154), с учетом (5.156), можно преобразовать к виду [297, 299]:

$$P_{SUC} \left[SINR(\bar{r}_0, p, k_{COV}), \gamma \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\beta_0^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-(\bar{r}_0)^\eta e^{\beta_0}\right) \cdot \exp\left(-\xi(\eta, \sigma) \gamma^\frac{2}{\eta} p k_{COV} (\bar{r}_0)^2 e^{-\frac{2\beta_0}{\eta}}\right) d\beta_0. \quad (5.157)$$

С точки зрения качественного анализа вероятности успешного радиоприема, (5.157) является более удобным, чем (5.154), так как вместо параметров R , r_0 и λ_S , используются нормированные параметры \bar{r}_0 и k_{COV} , которые, согласно требованиям связности СПРс, могут принимать значения:

$$0 \leq \bar{r}_0 \leq 1; \quad k_{COV} \geq 1. \quad (5.158)$$

На рис. 5.25 и рис. 5.26 (скрипт 5.14) представлены зависимости вероятности успешного радиоприема для случая использования радиостанциями ненаправленных антенн от нормированного расстояния \bar{r}_0 между принимающей радиостанцией RX_0 и радиостанцией TX_0 , передающей полезный сигнал при вероятности передачи $p=0,5$ и пороговом отношении $SINR \gamma_{дБ}=10$ дБ и 20 дБ соответственно. Анализ графиков на рис. 5.25 и рис. 5.26 позволяет сделать следующие выводы: а) с увеличением расстояния \bar{r}_0 между передающей и принимающей радиостанциями вероятность успешного радиоприема уменьшается; б) с увеличением порогового отношения $\gamma_{дБ}$, вероятность успешного радио-приема уменьшается; в) с увеличением числа соседей k_{COV} принимающей радиостанции вероятность успешного радиоприема уменьшается; г) с увеличением показателя средних потерь распространения η , вероятность успешного радиоприема увеличивается; д) с увеличением интенсивности медленных замираний, характеризуемых параметром $\sigma_{дБ}$, вероятность успешного радиоприема уменьшается.

Первые три вывода подтверждают необходимость использования контроля занятости радиоканала, а также обнаружения соседних радиостанций в окрестности принимающей радиостанции. Третий вывод об уменьшении вероятности успешного радиоприема с увеличением числа соседних радиостанций k_{COV} отражает противоречие между связностью и пропускной способностью. С одной стороны, с увеличением k_{COV} , согласно (5.61) и (5.90), увеличивается вероятность радиопокрытия радиостанции. С другой стороны, с увеличением k_{COV} , повышается уровень внутрисистемных помех в СПРс, что, в конечном счете, снижает вероятность успешного радиоприема.

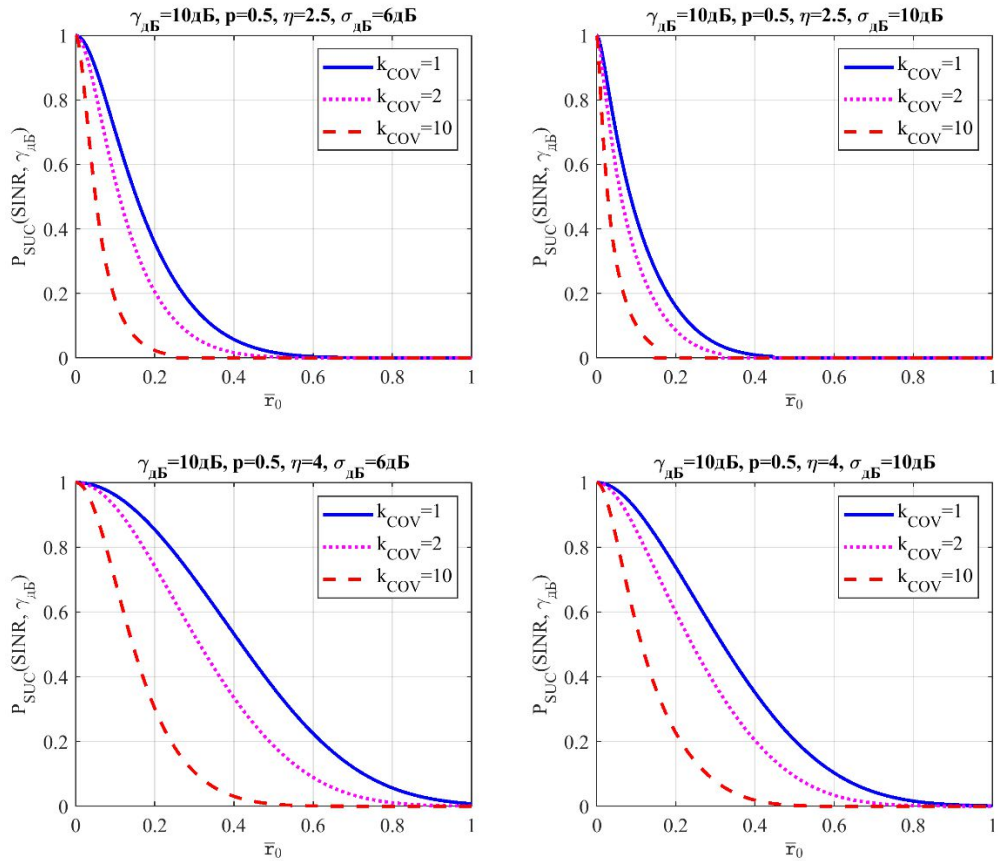


Рис. 5.25. Вероятность успешного радиоприема при $p=0,5$ и $\gamma_{dB}=10$ дБ

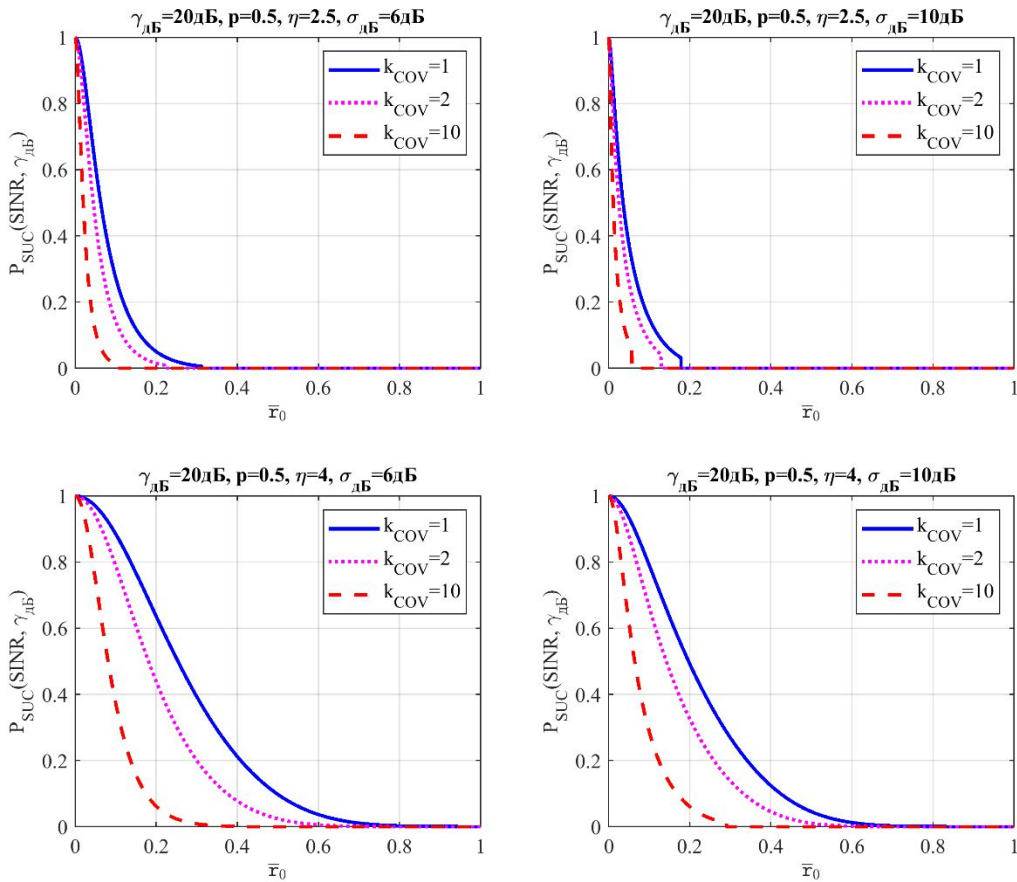


Рис. 5.26. Вероятность успешного радиоприема при $p=0,5$ и $\gamma_{dB}=20$ дБ

5.5.3. Оценка вероятности успешного радиоприема с диаграммообразованием

Оценим влияние направленных антенн на вероятность успешного радиоприема радиостанции СПРс. Согласно (5.121) отношение SINR зависит как от мощности сигнала $P_0(r_0, \beta_0, \alpha_0)$, так и от мощности сигналов внутрисистемных помех $P_i(r_i, \beta_i, \alpha_i)$, поэтому для оценки влияния направленности антенн на вероятность успешного радио-приема нужно учесть влияние как коэффициента усиления сигнала G_0 , так и коэффициента усиления внутрисистемных помех G_I . Мощность сигнала $P_0(r_0, \beta_0, \alpha_0)$ с учетом влияния КУ G_0 :

$$P_0(r_0, \beta_0, \alpha_0) = G_0 K P_{TX} r_0^{-\eta} e^{\beta_0} \alpha_0. \quad (5.159)$$

Мощность внутрисистемных помех $P_i(r_i, \beta_i, \alpha_i)$ с учетом КУ G_I :

$$P_i(r_i, \beta_i, \alpha_i) = G_I K P_{TX} r_i^{-\eta} e^{\beta_i} \alpha_i. \quad (5.160)$$

Подставляя выражения (5.159) и (5.160) в (5.121), получаем формулу вероятности успешного радиоприема для случая работы радиостанций сети с направленными антеннами [300]:

$$P_{SUC}^{GD} \left[SINR(\bar{r}_0, p, k_{COV}), \gamma \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\beta_0^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-(\bar{r}_0)^\eta e^{\beta_0}\right) \cdot \exp\left[-\xi(\eta, \sigma) \gamma^{\frac{2}{\eta}} \left(\frac{G_I}{G_0}\right)^{\frac{2}{\eta}} p k_{COV} (\bar{r}_0)^2 e^{-\frac{2\beta_0}{\eta}}\right] d\beta_0, \quad (5.161)$$

которая отличается от формулы (5.157) для случая ненаправленных антенн множителем $(G_I/G_0)^{2/\eta}$. Значения множителя (G_I/G_0) , рассчитанные по данным табл. 5.2 для двух режимов работы радиостанции (DB и RB) и двух сеансов ведения связи (DD и DO), представлены в табл. 5.5.

Табл. 5.5. Значения G_I/G_0 при $N=6$, $p=\lambda/2$, $\sigma_\phi=20^\circ$

$N=6, p=\lambda/2, \sigma_\phi=20^\circ$	Направленная передача и направленный прием DD	Направленная передача и ненаправленный прием DO
ДО с обнаружением	$(G_I^{DD}/G_{0/DB}^{DD}) \approx 0,15$	$(G_I^{DO}/G_{0/DB}^{DO}) \approx 0,24$
Случайное ДО	$(G_I^{DD}/G_{0/RB}^{DD}) \approx 1,88$	$(G_I^{DO}/G_{0/RB}^{DO}) \approx 1,0$

На рис. 5.27 представлены зависимости вероятности успешного радиоприема от нормированного расстояния \bar{r}_0 при вероятности передачи $p=0,5$, пороговом отношении SINR $\gamma_{дб}=10$ и параметрах (G_I/G_0) в табл. 5.5.

Анализ графиков на рис. 5.27 позволяет сделать следующие выводы: а) с увеличением расстояния \bar{r}_0 между передающей и принимающей радиостанциями, вероятность успешного радиоприема уменьшается как для случая ненаправленных, так и направленных антенн; б) в режиме случайного диаграммообразования *RB*, вероятность успешного радиоприема для случая направленных антенн оказывается меньше, чем при использовании радиостанциями ненаправленных антенн; в) в режиме диаграммообразования с предварительным обнаружением *DB* для сеанса направленной передачи и

ненаправленного приема *DD*, вероятность успешного радиоприема оказывается выше, чем для случая ненаправленных антенн; г) наибольшая вероятность успешного радиоприема наблюдается в режиме диаграммообразования с предварительным обнаружением *DB* для сеанса направленной передачи и направленного приема *DD* [299].

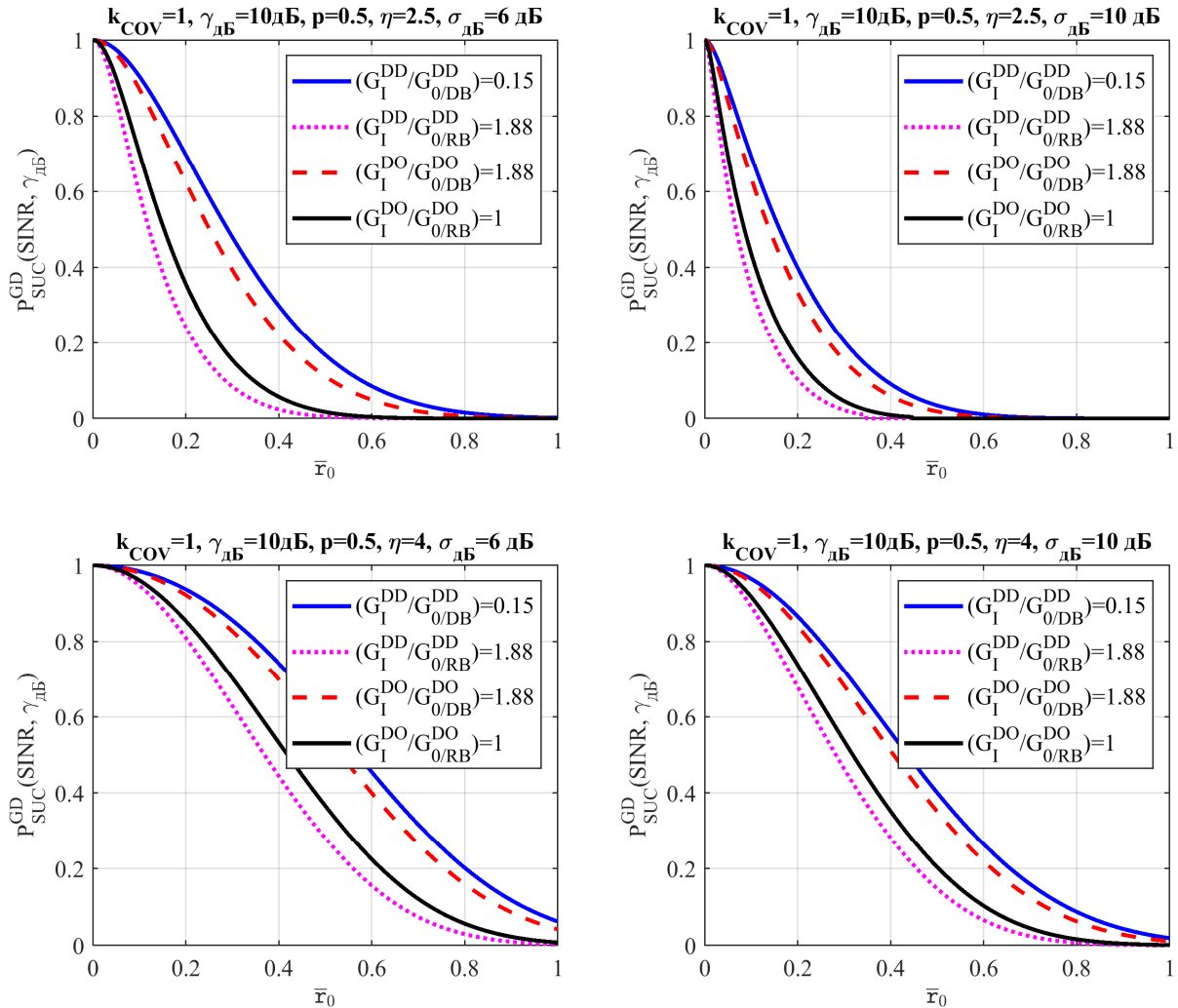


Рис. 5.27. Вероятность успешного радиоприема с учетом направленности антенн

Выводы. Полученное соотношение (5.161) позволяет оценить вероятность P_{SUC} в зависимости от параметров радиостанции и радиосети. Выявлено влияние условий РРВ на P_{SUC} , в частности, установлено, что с увеличением показателя средних потерь РРВ η , P_{SUC} увеличивается, а с увеличением интенсивности медленных замираний, характеризуемых параметром σ_{dB} , вероятность P_{SUC} уменьшается. Важным следствием уменьшения P_{SUC} с увеличением числа соседей k_{COV} принимающей радиостанции является необходимость управления мощностью передачи таким образом, чтобы уровень внутрисистемных помех был меньше, а возможности пространственного уплотнения одновременных передач – выше. Оценка вероятности успешного радиоприема P_{SUC} показала увеличение возможностей радиоприема при использовании радиостанциями направленных антенн [299].

5.6. Выводы

В настоящем разделе разработан комплекс математических моделей для оценки показателей функционирования радиостанций в составе СПРС при использовании адаптивного диаграммообразования.

Разработанная в разделе 5.3 математическая модель режимов работы радиостанций с адаптивно формируемой ДНА в составе СПРС позволяет выполнить оценку КУ сигнала и внутрисистемных помех; анализ для сеанса направленной передачи и направленного приема DD и режима ДО с предварительным обнаружением DB позволяет сделать вывод о существенном увеличении возможностей радиоприема радиостанций СПРС по критерию отношения сигнал/(шум + внутрисистемные помехи) SINR. Показано, что для реализации возможностей адаптивного ДО радиостанция СПРС должна предварительно определять направление прихода сигнала при работе на прием и, затем, формировать ДН AP при работе на передачу.

Поставленная в разделе 5.4 задача оценки связности радиостанций в составе СПРС решена как с точки зрения нахождения параметров отдельной радиостанции, так и с точки зрения построения начального приближения радиосети. В первом случае определяется требуемая дальность радиосвязи R в зависимости от площади территории СПРС S , когда известно число радиостанций в составе сети k . Во втором случае определяется требуемое число радиостанций k в зависимости от дальности радиосвязи R , когда известна площадь территории СПРС S . В результате выполненной оценки выявлено влияние условий распространения радиоволн на показатели связности радиостанций, в частности, установлено, что медленные замирания уменьшают, а быстрые замирания увеличивают вероятность изоляции радиостанции СПРС. Оценка влияния ДО на показатели связности СПРС позволяет сделать следующие выводы. Для сеанса направленной передачи и направленного приема DD в режиме ДО с предварительным обнаружением DB требуемая дальность радиосвязи или число радиосредств, требуемое для организации связи на заданной территории, может быть значительно уменьшено по сравнению со случаем ненаправленных антенн.

Выполненная в разделе 5.5 оценка показала увеличение возможностей радиоприема при использовании радиостанциями направленных антенн в режиме адаптивного диаграммообразования и численно проиллюстрировала возможности пространственного уплотнения одновременных передач.

Таким образом, в настоящем разделе *математически обоснованы возможности адаптивного диаграммообразования с точки зрения связности и вероятности успешного радиоприема*. Для практической реализации преимуществ адаптивного ДО *необходимо решение задачи предварительного обнаружения и сопровождения других ИРИ в процессе установления и ведения связи* радиостанциями в составе самоорганизующейся сверхплотной радиосети цифровой экосистемы сетей связи пятого поколения 5G.

СКРИПТЫ К РАЗДЕЛУ 5

Скрипт 5.1. ДН и КНД круговой антенной решетки на плоскости

```
clear all; clc;
N=6; phi=[0:0.01:2*pi]; figure(1);

phi0=0; f1=gain_theta_phi(phi,phi0,N);
subplot(3,2,1); polarplot(phi,f1,'linewidth',2);
title(['\phi_0=',num2str(phi0*180/pi),'\circ']);

phi0=pi/2; f1=gain_theta_phi(phi,phi0,N);
subplot(3,2,2); polarplot(phi,f1,'linewidth',2);
title(['\phi_0=',num2str(phi0*180/pi),'\circ']);

phi0=pi/4; f1=gain_theta_phi(phi,phi0,N);
subplot(3,2,3); polarplot(phi,f1,'linewidth',2);
title(['\phi_0=',num2str(phi0*180/pi),'\circ']);

phi0=3*pi/4; f1=gain_theta_phi(phi,phi0,N);
subplot(3,2,4); polarplot(phi,f1,'linewidth',2);
title(['\phi_0=',num2str(phi0*180/pi),'\circ']);

phi0=4*pi/3; f1=gain_theta_phi(phi,phi0,N);
subplot(3,2,5); polarplot(phi,f1,'linewidth',2);
title(['\phi_0=',num2str(phi0*180/pi),'\circ']);

phi0=11*pi/6; f1=gain_theta_phi(phi,phi0,N);
subplot(3,2,6); polarplot(phi,f1,'linewidth',2);
title(['\phi_0=',num2str(phi0*180/pi),'\circ']);

function f=gain_theta_phi(phi,phi0,N)
theta=pi/2; theta0=pi/2;
f=(E_chisl_theta_phi(theta,phi,theta0,phi0,N))/(E_znam_theta_phi(theta0,phi0,N));
end

function f=E_chisl_theta_phi(theta,phi,theta0,phi0,N)
k=2*pi; r=0.5; AF=0;
for n=1:N
    phin(n)=2*pi*n/N;
    alpha(n)=-k*r*sin(theta0)*cos(phi0-phin(n));
    AF=AF+exp(j*(k*r*sin(theta)*cos(phi-phin(n))+alpha(n)));
end
f=abs(AF).^2;
end

function f=E_znam_theta_phi(theta0,phi0,N)
M=100;
thetaMax=pi; theta=[thetaMax*rand(1,M)];
phiMax=2*pi; phi=[phiMax*rand(1,M)];
sum=0;
for i=1:M
    term=(E_chisl_theta_phi(theta(i),phi(i),theta0,phi0,N))*sin(theta(i));
    sum=term+sum;
end
f=((thetaMax*phiMax/M)*sum)/(4*pi);
end
```

Скрипт 5.2. Усеченное лапласовское распределение разброса углов прихода

```
clear all; clc;
dphi=[-(pi/4):0.001:(pi/4)];

spread1=pi/18; f1=(1/(sqrt(2)*spread1))*exp(-(sqrt(2)/spread1)*abs(dphi));
spread2=pi/9; f2=(1/(sqrt(2)*spread2))*exp(-(sqrt(2)/spread2)*abs(dphi));
spread3=pi/2; f3=(1/(sqrt(2)*spread3))*exp(-(sqrt(2)/spread3)*abs(dphi));

plot(dphi*180/pi,f1,'r--','linewidth',2); hold on;
plot(dphi*180/pi,f2,'b-','linewidth',2);
plot(dphi*180/pi,f3,'m:','linewidth',2);
grid on; xlabel('\Delta\phi = |\phi\prime - \phi|\circ');
ylabel('\itf(\Delta\phi)');
legend(['\sigma_{\phi}=',num2str(spread1*180/pi),'\circ'],...
['\sigma_{\phi}=',num2str(spread2*180/pi),'\circ'],...
['\sigma_{\phi}=',num2str(spread3*180/pi),'\circ']);
```

Скрипт 5.3. КУ с учетом разброса углов прихода

```
clear all; clc;
phi=[0:0.02:2*pi]; phi0=pi/3; N=6;
f=gain_theta_phi(phi,phi0,N);

for i=1:length(phi)
    spread1=pi/18; f1(i)=gain_theta_phi_spread(phi(i),phi0,N,spread1);
    spread2=pi/9; f2(i)=gain_theta_phi_spread(phi(i),phi0,N,spread2);
end

polarplot(phi,f,'b-','linewidth',2); hold on;
polarplot(phi,f1,'r--','linewidth',2); polarplot(phi,f2,'g:','linewidth',2);
title('\phi_{0}=60\circ');
legend(['\Delta\phi=0\circ'],...
    ['\sigma_{\phi}=',num2str(spread1*180/pi),'\circ'],...
    ['\sigma_{\phi}=',num2str(spread2*180/pi),'\circ']);

function fint=gain_theta_phi_spread_int(pphi,phi,phi0,N,spread)
fint1=gain_theta_phi(pphi,phi0,N);
fint2=(1/(sqrt(2)*spread)).*exp(-(sqrt(2)/spread)*abs(pphi-phi));
fint=fint1.*fint2;
end

function f=gain_theta_phi_spread(phi,phi0,N,spread)
f=quad(@gain_theta_phi_spread_int,0,2*pi,1e-3,0,phi,phi0,N,spread);
end
```

Скрипт 5.4. КУ радиостанции с круговой AP в составе СПРС

```
clear all; clc;
M=100; N=6;

phi_tx=2*pi*rand(1,M); phi0_tx=2*pi*rand(1,M);
phi_rx=2*pi*rand(1,M); phi0_rx=2*pi*rand(1,M);

G0_DB_DD=0; G0_RB_DD=0; GI_RB_DD=0; G0_DB_DO=0; G0_RB_DO=0;
for i=1:M
    G0_DB_DD=G0_DB_DD+G(phi0_tx(i),phi0_tx(i))*G(phi0_tx(i)+pi,phi0_tx(i)+pi);
    G0_RB_DD=G0_RB_DD+G(phi_tx(i),phi0_tx(i))*G(phi_tx(i)+pi,phi0_rx(i));
    GI_RB_DD=GI_RB_DD+G(phi_tx(i),phi0_tx(i))*G(phi_rx(i),phi0_rx(i));
    G0_DB_DO=G0_DB_DO+G(phi0_tx(i),phi0_tx(i));
    G0_RB_DO=G0_RB_DO+G(phi_tx(i),phi0_tx(i));
end
DD=[G0_DB_DD G0_RB_DD GI_RB_DD]/M
DO=[G0_DB_DO G0_RB_DO]/M

function f=G(phi,phi0)
f=quad(@gain_theta_phi_spread_int,0,2*pi,1.0e-03,0,phi,phi0);
end

function fint=gain_theta_phi_spread_int(pphi,phi,phi0)
N=6;
fint1=gain_theta_phi(pphi,phi0,N);
spread=pi/18;
fint2=(1/(sqrt(2)*spread))*exp(-(sqrt(2)/spread)*abs(pphi-phi));
fint=fint1.*fint2;
end
```

Скрипт 5.5. График функции $(2/\eta)\Gamma(2/\eta)$ и $\mu(\eta,\sigma)$

```
clear all; close all; clc;
eta=[2:0.01:4]; f=(2./eta).*gamma(2./eta);
subplot(1,2,1); plot(eta,f,'linewidth',2); grid on;
xlabel('\eta'); ylabel('(2/\eta)\Gamma(2/\eta)');

sigma_dB1=6; mu1=mu(eta,sigma_dB1);
sigma_dB2=10; mu2=mu(eta,sigma_dB2);

subplot(1,2,2); plot(eta,mu1,'b-','linewidth',2); hold on;
plot(eta,mu2,'r--','linewidth',2); grid on;
xlabel('\eta'); ylabel('\mu(\eta,\sigma)');
legend(['\sigma_{дБ}=',num2str(sigma_dB1),'дБ'],...
    ['\sigma_{дБ}=',num2str(sigma_dB2),'дБ']);

function f=mu(eta,sigma_db)
f1=(2./eta).*gamma(2./eta);
```

```

sigma=sigma_db*log(10)/10;
f2=exp((sqrt(2)*sigma./eta).^2);
f=f1.*f2;
end

```

Скрипт 5.6. Дальность радиопокрытия $RCOV(\lambda S)$ при $PCOV=99\%$

```

clear all; close all; clc;
Pcov=0.99; Ls=[(10^-4):(10^-4):(10^0)];
chislitel=log(1-Pcov);

n1=2; sigma_db1=6; znamenatel11=Ls*pi*mu(n1,sigma_db1);
r11=sqrt(-chislitel./znamenatel11);
sigma_db2=10; znamenatel12=Ls*pi*mu(n1,sigma_db2);
r12=sqrt(-chislitel./znamenatel12);

subplot(1,2,1); semilogx(Ls,r11,'b-','lineWidth',2); hold on; grid on;
semilogx(Ls,r12,'r--','lineWidth',2); xlim([min(Ls) max(Ls)]); ylim([0 100]);
xlabel('\lambda_{S}, радиостанций на м^{2}'); ylabel('R_{COV}(\lambda_{S}), м');
title(['\eta=' num2str(n1), ', P_{COV}=' num2str(Pcov*100), '%']);
legend(['\sigma_{дБ}=' num2str(sigma_db1), 'дБ'],...
['\sigma_{дБ}=' num2str(sigma_db2), 'дБ']);

n2=4; sigma_db1=6; znamenatel21=Ls*pi*mu(n2,sigma_db1);
r21=sqrt(-chislitel./znamenatel21);
sigma_db2=10; znamenatel22=Ls*pi*mu(n2,sigma_db2);
r22=sqrt(-chislitel./znamenatel22);

subplot(1,2,2); semilogx(Ls,r21,'b-','lineWidth',2); hold on; grid on;
semilogx(Ls,r22,'r--','lineWidth',2); xlim([min(Ls) max(Ls)]); ylim([0 100]);
xlabel('\lambda_{S}, радиостанций на м^{2}'); ylabel('R_{COV}(\lambda_{S}), м');
title(['\eta=' num2str(n1), ', P_{COV}=' num2str(Pcov*100), '%']);
legend(['\sigma_{дБ}=' num2str(sigma_db1), 'дБ'],...
['\sigma_{дБ}=' num2str(sigma_db2), 'дБ']);

```

Скрипт 5.7. Требуемая дальность радиосвязи $R[\lambda_s, k]$ при $P_{CON}=99\%$

```

clear all; close all; clc;
Pcon=0.99; Ls=[(10^-4):(10^-4):(10^0)];
k1=10; k2=100; k3=1000;

n1=2; sigma_db1=6; subplot(2,2,1);
f111=Rcon(Pcon,Ls,k1,n1,sigma_db1); semilogx(Ls,f111,'b-','lineWidth',2); hold on;
f112=Rcon(Pcon,Ls,k2,n1,sigma_db1); semilogx(Ls,f112,'m:','lineWidth',2); hold on;
f113=Rcon(Pcon,Ls,k3,n1,sigma_db1); semilogx(Ls,f113,'r--','lineWidth',2); grid on;
xlabel('\lambda_{S}, радиостанций на м^{2}'); ylabel('R(\lambda_{S}), м');
legend(['k=' num2str(k1)], ['k=' num2str(k2)], ['k=' num2str(k3)]);
xlim([min(Ls) max(Ls)]); ylim([0 1e2]);
title(['\eta=' num2str(n1), ', \sigma_{дБ}=' ...
num2str(sigma_db1), 'дБ', ', P_{CON}=' num2str(Pcon*100), '%']);

sigma_db2=10; subplot(2,2,2);
f121=Rcon(Pcon,Ls,k1,n1,sigma_db2); semilogx(Ls,f121,'b-','lineWidth',2); hold on;
f122=Rcon(Pcon,Ls,k2,n1,sigma_db2); semilogx(Ls,f122,'m:','lineWidth',2); hold on;
f123=Rcon(Pcon,Ls,k3,n1,sigma_db2); semilogx(Ls,f123,'r--','lineWidth',2); grid on;
xlabel('\lambda_{S}, радиостанций на м^{2}'); ylabel('R(\lambda_{S}), м');
legend(['k=' num2str(k1)], ['k=' num2str(k2)], ['k=' num2str(k3)]);
xlim([min(Ls) max(Ls)]); ylim([0 1e2]);
title(['\eta=' num2str(n1), ', \sigma_{дБ}=' ...
num2str(sigma_db1), 'дБ', ', P_{CON}=' num2str(Pcon*100), '%']);

n2=4; sigma_db1=6; subplot(2,2,3);
f211=Rcon(Pcon,Ls,k1,n2,sigma_db1); semilogx(Ls,f211,'b-','lineWidth',2); hold on;
f212=Rcon(Pcon,Ls,k2,n2,sigma_db1); semilogx(Ls,f212,'m:','lineWidth',2); hold on;
f213=Rcon(Pcon,Ls,k3,n2,sigma_db1); semilogx(Ls,f213,'r--','lineWidth',2); grid on;
xlabel('\lambda_{S}, радиостанций на м^{2}'); ylabel('R(\lambda_{S}), м');
legend(['k=' num2str(k1)], ['k=' num2str(k2)], ['k=' num2str(k3)]);
xlim([min(Ls) max(Ls)]); ylim([0 1e2]);
title(['\eta=' num2str(n1), ', \sigma_{дБ}=' ...
num2str(sigma_db1), 'дБ', ', P_{CON}=' num2str(Pcon*100), '%']);

n2=4; sigma_db2=10; subplot(2,2,4);
f221=Rcon(Pcon,Ls,k1,n2,sigma_db1); semilogx(Ls,f221,'b-','lineWidth',2); hold on;
f222=Rcon(Pcon,Ls,k2,n2,sigma_db1); semilogx(Ls,f222,'m:','lineWidth',2); hold on;
f223=Rcon(Pcon,Ls,k3,n2,sigma_db1); semilogx(Ls,f223,'r--','lineWidth',2); grid on;
xlabel('\lambda_{S}, радиостанций на м^{2}'); ylabel('R(\lambda_{S}), м');

```

```

legend(['k=', num2str(k1)], ['k=', num2str(k2)], ['k=', num2str(k3)]);
xlim([min(Ls) max(Ls)]); ylim([0 1e2]);
title(['\eta=', num2str(n1), ', \sigma_{дБ}=', ...
      num2str(sigma_db1), ' дБ', ', P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%']);

```

```

function f=Rcon(Pcon,Ls,k,n,sigma_db)
chislitel=log(-k./(log(Pcon)));
znamenatel=Ls*pi*mu(n,sigma_db);
f=sqrt(chislitel./znamenatel);
end

```

Скрипт 5.8. Требуемая дальность радиосвязи $R[S,k]$ при $P_{CON}=99\%$

```

clear all; close all; clc;
Pcon=0.99; S=(10^0):(10^4);
k1=10; k2=100; k3=1000;

n=2; sigma_db=6; subplot(2,2,1);
f111=Rcon(Pcon,S,k1,n,sigma_db); semilogx(S,f111,'b-', 'lineWidth',2); hold on;
f112=Rcon(Pcon,S,k2,n,sigma_db); semilogx(S,f112,'m:', 'lineWidth',2); hold on;
f113=Rcon(Pcon,S,k3,n,sigma_db); semilogx(S,f113,'r--', 'lineWidth',2); grid on;
xlabel('S, м^2'); ylabel('R(S), м'); xlim([min(S) max(S)]); ylim([0 50]);
legend(['k=', num2str(k1)], ['k=', num2str(k2)], ['k=', num2str(k3)], 'location', 'northwest');
xlim([min(S) max(S)]); ylim([0 50]);
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', ...
      num2str(sigma_db), ' дБ', ', P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%']);

n=2; sigma_db=10; subplot(2,2,2);
f121=Rcon(Pcon,S,k1,n,sigma_db); semilogx(S,f121,'b-', 'lineWidth',2); hold on;
f122=Rcon(Pcon,S,k2,n,sigma_db); semilogx(S,f122,'m:', 'lineWidth',2); hold on;
f123=Rcon(Pcon,S,k3,n,sigma_db); semilogx(S,f123,'r--', 'lineWidth',2); grid on;
xlabel('S, м^2'); ylabel('R(S), м'); xlim([min(S) max(S)]); ylim([0 50]);
legend(['k=', num2str(k1)], ['k=', num2str(k2)], ['k=', num2str(k3)], 'location', 'northwest');
xlim([min(S) max(S)]); ylim([0 50]);
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', ...
      num2str(sigma_db), ' дБ', ', P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%']);

n=4; sigma_db=6; subplot(2,2,3);
f211=Rcon(Pcon,S,k1,n,sigma_db); semilogx(S,f211,'b-', 'lineWidth',2); hold on;
f212=Rcon(Pcon,S,k2,n,sigma_db); semilogx(S,f212,'m:', 'lineWidth',2); hold on;
f213=Rcon(Pcon,S,k3,n,sigma_db); semilogx(S,f213,'r--', 'lineWidth',2); grid on;
xlabel('S, м^2'); ylabel('R(S), м'); xlim([min(S) max(S)]); ylim([0 50]);
legend(['k=', num2str(k1)], ['k=', num2str(k2)], ['k=', num2str(k3)], 'location', 'northwest');
xlim([min(S) max(S)]); ylim([0 50]);
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', ...
      num2str(sigma_db), ' дБ', ', P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%']);

n=4; sigma_db=10; subplot(2,2,4);
f221=Rcon(Pcon,S,k1,n,sigma_db); semilogx(S,f221,'b-', 'lineWidth',2); hold on;
f222=Rcon(Pcon,S,k2,n,sigma_db); semilogx(S,f222,'m:', 'lineWidth',2); hold on;
f223=Rcon(Pcon,S,k3,n,sigma_db); semilogx(S,f223,'r--', 'lineWidth',2); grid on;
xlabel('S, м^2'); ylabel('R(S), м'); xlim([min(S) max(S)]); ylim([0 50]);
legend(['k=', num2str(k1)], ['k=', num2str(k2)], ['k=', num2str(k3)], 'location', 'northwest');
xlim([min(S) max(S)]); ylim([0 50]);
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', ...
      num2str(sigma_db), ' дБ', ', P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%']);

```

```

function f=Rcon(Pcon,S,k,n,sigma_db)
chislitel=S.*log(-k./(log(Pcon)));
znamenatel=k*pi*mu(n,sigma_db);
f=sqrt(chislitel./znamenatel);
end

```

Скрипт 5.9. График W -функции Ламберта

```

clear all; clc;
x0=(-1/exp(1)):0.01:2; f0=real(lambertw(x0));
x1=(-1/exp(1)):0.01:0; f1=real(lambertw(-1,x1));
plot(x0,f0,'r:', 'lineWidth',2); hold on;
plot(x1,f1,'b-', 'lineWidth',2); grid on;
xlabel('x'); ylabel('W(x)');
A=[-1/exp(1) -1]; plot(A(1),A(2),'ko', 'LineWidth',3, 'MarkerSize',8);
B=[-1/(exp(1))^2 -2]; plot(B(1),B(2),'go', 'LineWidth',3, 'MarkerSize',8);
legend('W_0(x)', 'W_{-1}(x)', 'A(-1/e, -1)', 'B(-2/e^2, -2)', ...
      'location', 'southeast');

```

Скрипт 5.10. Оценка требуемой плотности радиостанций $\lambda_S(R,S)$

```
clear all; close all; clc;
Pcon=0.99; R=[0:0.1:50];
S1=10^2; S2=10^3; S3=10^4;

n=2; sigma_db=6; subplot(2,2,1);
f111=Ls(Pcon,R,S1,n,sigma_db); semilogy(R,f111,'b-','lineWidth',2); hold on;
f112=Ls(Pcon,R,S2,n,sigma_db); semilogy(R,f112,'m:','lineWidth',2); hold on;
f113=Ls(Pcon,R,S3,n,sigma_db); semilogy(R,f113,'r--','lineWidth',2); grid on;
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', num2str(sigma_db), 'дБ', ',
P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%']);
xlabel('R, м'); ylabel('\lambda_{S}(R), радиостанций на м^{2}'); xlim([min(R) max(R)]);
ylim([10^-4 10^1]);
legend(['S=', num2str(S1), 'м^{2}'], ['S=', num2str(S2), 'м^{2}'], ['S=', num2str(S3), 'м^{2}']);

n=2; sigma_db=10; subplot(2,2,2);
f121=Ls(Pcon,R,S1,n,sigma_db); semilogy(R,f121,'b-','lineWidth',2); hold on;
f122=Ls(Pcon,R,S2,n,sigma_db); semilogy(R,f122,'m:','lineWidth',2); hold on;
f123=Ls(Pcon,R,S3,n,sigma_db); semilogy(R,f123,'r--','lineWidth',2); grid on;
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', num2str(sigma_db), 'дБ', ',
P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%']);
xlabel('R, м'); ylabel('\lambda_{S}(R), радиостанций на м^{2}'); xlim([min(R) max(R)]);
ylim([10^-4 10^1]);
legend(['S=', num2str(S1), 'м^{2}'], ['S=', num2str(S2), 'м^{2}'], ['S=', num2str(S3), 'м^{2}']);

n=4; sigma_db=6; subplot(2,2,3);
f211=Ls(Pcon,R,S1,n,sigma_db); semilogy(R,f211,'b-','lineWidth',2); hold on;
f212=Ls(Pcon,R,S2,n,sigma_db); semilogy(R,f212,'m:','lineWidth',2); hold on;
f213=Ls(Pcon,R,S3,n,sigma_db); semilogy(R,f213,'r--','lineWidth',2); grid on;
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', num2str(sigma_db), 'дБ', ',
P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%']);
xlabel('R, м'); ylabel('\lambda_{S}(R), радиостанций на м^{2}'); xlim([min(R) max(R)]);
ylim([10^-4 10^1]);
legend(['S=', num2str(S1), 'м^{2}'], ['S=', num2str(S2), 'м^{2}'], ['S=', num2str(S3), 'м^{2}']);

n=4; sigma_db=10; subplot(2,2,4);
f221=Ls(Pcon,R,S1,n,sigma_db); semilogy(R,f221,'b-','lineWidth',2); hold on;
f222=Ls(Pcon,R,S2,n,sigma_db); semilogy(R,f222,'m:','lineWidth',2); hold on;
f223=Ls(Pcon,R,S3,n,sigma_db); semilogy(R,f223,'r--','lineWidth',2); grid on;
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', num2str(sigma_db), 'дБ', ',
P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%']);
xlabel('R, м'); ylabel('\lambda_{S}(R), радиостанций на м^{2}'); xlim([min(R) max(R)]);
ylim([10^-4 10^1]);
legend(['S=', num2str(S1), 'м^{2}'], ['S=', num2str(S2), 'м^{2}'], ['S=', num2str(S3), 'м^{2}']);

function f=Ls(Pcon,R,S,n,sigma_db)
znamenatel=pi*(R.^2).*mu(n,sigma_db);
w=((log(Pcon))./S).*znamenatel;
f=(1./znamenatel).*abs(lambertw(-1,w));
end
```

Скрипт 5.11. Оценка требуемого числа соседних радиостанций $k(R,S)$

```
clear all; clc;
Pcon=0.99; R=[0:0.1:50];
S1=10^2; S2=10^3; S3=10^4;

n=2; sigma_db=6; subplot(2,2,1);
f111=k(Pcon,R,S1,n,sigma_db); semilogy(R,f111,'b-','lineWidth',2); hold on;
f112=k(Pcon,R,S2,n,sigma_db); semilogy(R,f112,'m:','lineWidth',2); hold on;
f113=k(Pcon,R,S3,n,sigma_db); semilogy(R,f113,'r--','lineWidth',2); grid on;
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', num2str(sigma_db), 'дБ', ',
P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%']);
xlabel('R, м'); ylabel('k(R)'); xlim([min(R) max(R)]); ylim([10^0 10^3]);
legend(['S=', num2str(S1), 'м^{2}'], ['S=', num2str(S2), 'м^{2}'], ['S=', num2str(S3), 'м^{2}']);

n=2; sigma_db=10; subplot(2,2,2);
f121=k(Pcon,R,S1,n,sigma_db); semilogy(R,f121,'b-','lineWidth',2); hold on;
f122=k(Pcon,R,S2,n,sigma_db); semilogy(R,f122,'m:','lineWidth',2); hold on;
f123=k(Pcon,R,S3,n,sigma_db); semilogy(R,f123,'r--','lineWidth',2); grid on;
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', num2str(sigma_db), 'дБ', ',
P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%']);
xlabel('R, м'); ylabel('k(R)'); xlim([min(R) max(R)]); ylim([10^0 10^3]);
legend(['S=', num2str(S1), 'м^{2}'], ['S=', num2str(S2), 'м^{2}'], ['S=', num2str(S3), 'м^{2}']);

n=4; sigma_db=6; subplot(2,2,3);
```

```

f211=k(Pcon,R,S1,n,sigma_db); semilogy(R,f211,'b-','lineWidth',2); hold on;
f212=k(Pcon,R,S2,n,sigma_db); semilogy(R,f212,'m:','lineWidth',2); hold on;
f213=k(Pcon,R,S3,n,sigma_db); semilogy(R,f213,'r--','lineWidth',2); grid on;
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', num2str(sigma_db), 'дБ', ',
P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%']);
xlabel('R, м'); ylabel('k(R)'); xlim([min(R) max(R)]); ylim([10^0 10^3]);
legend(['S=', num2str(S1), 'M^{2}'], ['S=', num2str(S2), 'M^{2}'], ['S=', num2str(S3), 'M^{2}']);

n=4; sigma_db=10; subplot(2,2,4);
f221=k(Pcon,R,S1,n,sigma_db); semilogy(R,f221,'b-','lineWidth',2); hold on;
f222=k(Pcon,R,S2,n,sigma_db); semilogy(R,f222,'m:','lineWidth',2); hold on;
f223=k(Pcon,R,S3,n,sigma_db); semilogy(R,f223,'r--','lineWidth',2); grid on;
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', num2str(sigma_db), 'дБ', ',
P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%']);
xlabel('R, м'); ylabel('k(R)'); xlim([min(R) max(R)]); ylim([10^0 10^3]);
legend(['S=', num2str(S1), 'M^{2}'], ['S=', num2str(S2), 'M^{2}'], ['S=', num2str(S3), 'M^{2}']);

function f=k(Pcon,R,S,n,sigma_db)
znamenatel=pi*(R.^2).*mu(n,sigma_db);
w=((log(Pcon))./S).*znamenatel;
f=(S./znamenatel).*abs(lambertw(-1,w));
end

```

Скрипт 5.12. Требуемая дальность радиосвязи с учетом направленности антенн

```

clear all; close all; clc;
Pcon=0.99; S=[(10^0):(10^0):(10^4)];
k=100;

n=2; sigma_db=6; subplot(1,2,1);
G0=1; fomni=Rcon(Pcon,S,k,n,sigma_db,G0); semilogx(S,fomni,'b-','lineWidth',2);
hold on; grid on; xlabel('S, м^{2}'); ylabel('R_{G}(S), м'); xlim([min(S) max(S)]); ylim([0
10]);
G0DDDB=9.2; fDDDB=Rcon(Pcon,S,k,n,sigma_db,G0DDDB); semilogx(S,fDDDB,'g--','lineWidth',2);
G0DODB=4.2; fDODB=Rcon(Pcon,S,k,n,sigma_db,G0DODB); semilogx(S,fDODB,'r-','lineWidth',2);
G0DDRB=0.7; fDDRB=Rcon(Pcon,S,k,n,sigma_db,G0DDRB); semilogx(S,fDDRB,'m--','lineWidth',2);
G0DORB=1.2; fDORB=Rcon(Pcon,S,k,n,sigma_db,G0DORB); semilogx(S,fDORB,'c-','lineWidth',2);
legend(['G_{0}=', num2str(G0)], ['G_{0/DB}^{DD}=', num2str(G0DDDB)], ...
['G_{0/DB}^{DO}=', num2str(G0DODB)], ['G_{0/RB}^{DD}=', num2str(G0DDRB)], ...
['G_{0/RB}^{DO}=', num2str(G0DORB)], 'location', 'northwest');
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', num2str(sigma_db), 'дБ', ...
', P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%', 'k=', num2str(k)]);

n=2; sigma_db=10; subplot(1,2,2);
G0=1; fomni=Rcon(Pcon,S,k,n,sigma_db,G0); semilogx(S,fomni,'b-','lineWidth',2);
hold on; grid on; xlabel('S, м^{2}'); ylabel('R_{G}(S), м'); xlim([min(S) max(S)]); ylim([0
10]);
G0DDDB=9.2; fDDDB=Rcon(Pcon,S,k,n,sigma_db,G0DDDB); semilogx(S,fDDDB,'g--','lineWidth',2);
G0DODB=4.2; fDODB=Rcon(Pcon,S,k,n,sigma_db,G0DODB); semilogx(S,fDODB,'r-','lineWidth',2);
G0DDRB=0.7; fDDRB=Rcon(Pcon,S,k,n,sigma_db,G0DDRB); semilogx(S,fDDRB,'m--','lineWidth',2);
G0DORB=1.2; fDORB=Rcon(Pcon,S,k,n,sigma_db,G0DORB); semilogx(S,fDORB,'c-','lineWidth',2);
legend(['G_{0}=', num2str(G0)], ['G_{0/DB}^{DD}=', num2str(G0DDDB)], ...
['G_{0/DB}^{DO}=', num2str(G0DODB)], ['G_{0/RB}^{DD}=', num2str(G0DDRB)], ...
['G_{0/RB}^{DO}=', num2str(G0DORB)], 'location', 'northwest');
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{дБ}=', num2str(sigma_db), 'дБ', ...
', P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%', 'k=', num2str(k)]);

function f=Rcon(Pcon,S,k,n,sigma_db,G0)
chislitel=S.*log(-k./(log(Pcon)));
znamenatel=k*pi*mu(n,sigma_db);
fomni=sqrt(chislitel./znamenatel);
f=fomni*1/((G0)^(1/n));
end

```

Скрипт 5.13. Требуемое число радиостанций с учетом направленности антенн

```

clear all; clc;
Pcon=0.50; R=[0:0.1:10]; S=10^3;

n=2; sigma_db=6; subplot(1,2,1);
G0=1; fomni=k(Pcon,R,S,n,sigma_db,G0); semilogy(R,fomni,'b-','lineWidth',2);
hold on; grid on; xlabel('R, м'); ylabel('k_{G}(R), м'); xlim([min(R) max(R)]); ylim([10^0
10^3]);
G0DDDB=9.2; fDDDB=k(Pcon,R,S,n,sigma_db,G0DDDB); semilogy(R,fDDDB,'g--','lineWidth',2);
G0DODB=4.2; fDODB=k(Pcon,R,S,n,sigma_db,G0DODB); semilogy(R,fDODB,'r-','lineWidth',2);
G0DDRB=0.7; fDDRB=k(Pcon,R,S,n,sigma_db,G0DDRB); semilogy(R,fDDRB,'m--','lineWidth',2);
G0DORB=1.2; fDORB=k(Pcon,R,S,n,sigma_db,G0DORB); semilogy(R,fDORB,'c-','lineWidth',2);

```

```

legend(['G_{0}=', num2str(G0)], ['G_{0/DB}^{DD}=', num2str(G0DDDB)], ...
 ['G_{0/DB}^{DO}=', num2str(G0DODB)], ['G_{0/RB}^{DD}=', num2str(G0DDR)], ...
 ['G_{0/RB}^{DO}=', num2str(G0DORB)]);
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{\pi B}=', num2str(sigma_db), ' \pi B', ...
 ', P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%', ', S=', num2str(S), 'M^{2}']);

n=2; sigma_db=10; subplot(1,2,2);
G0=1; fomni=k(Pcon,R,S,n,sigma_db,G0); semilogy(R,fomni,'b-','lineWidth',2);
hold on; grid on; xlabel('R, M'); ylabel('k_{G}(R), M'); xlim([min(R) max(R)]); ylim([10^0
10^3]);
G0DDDB=9.2; fDDDB=k(Pcon,R,S,n,sigma_db,G0DDDB); semilogy(R,fDDDB,'g--','lineWidth',2);
G0DODB=4.2; fDODB=k(Pcon,R,S,n,sigma_db,G0DODB); semilogy(R,fDODB,'r-','lineWidth',2);
G0DDR=0.7; fDDR=k(Pcon,R,S,n,sigma_db,G0DDR); semilogy(R,fDDR,'m--','lineWidth',2);
G0DORB=1.2; fDORB=k(Pcon,R,S,n,sigma_db,G0DORB); semilogy(R,fDORB,'c-','lineWidth',2);
legend(['G_{0}=', num2str(G0)], ['G_{0/DB}^{DD}=', num2str(G0DDDB)], ...
 ['G_{0/DB}^{DO}=', num2str(G0DODB)], ['G_{0/RB}^{DD}=', num2str(G0DDR)], ...
 ['G_{0/RB}^{DO}=', num2str(G0DORB)]);
title(['\eta=', num2str(n), ', \sigma_{\pi B}=', num2str(sigma_db), ' \pi B', ...
 ', P_{CON}=', num2str(Pcon*100), '%', ', S=', num2str(S), 'M^{2}']);

function f=k(Pcon,R,S,n,sigma_db,G0)
znamenatel=pi*(R.^2).*mu(n,sigma_db)*((G0)^(2/n));
w=((log(Pcon))./S).*znamenatel;
f=(S./znamenatel).*abs(lambertw(-1,w));
end

```

Скрипт 5.14. Вероятность успешного радиоприема

```

clear all; close all; clc;
sigma_db1=6; gamma_db=20; gamma=10.^(0.1*gamma_db);

n1=2.5; sigma_db1=6; subplot(2,2,1); grafic_Psucr0(gamma,n1,sigma_db1,gamma_db);
n1=2.5; sigma_db2=10; subplot(2,2,2); grafic_Psucr0(gamma,n1,sigma_db2,gamma_db);
n2=4; sigma_db1=6; subplot(2,2,3); grafic_Psucr0(gamma,n2,sigma_db1,gamma_db);
n2=4; sigma_db2=10; subplot(2,2,4); grafic_Psucr0(gamma,n2,sigma_db2,gamma_db);

function grafic_Psucr0(gamma,n,sigma_db,gamma_db)
r0=[0:0.001:1]; p=0.5;
kcov1=1; f1=Psucr0(r0,p,kcov1,gamma,n,sigma_db); plot(r0,f1,'b-','linewidth',2); hold on;
kcov2=2; f2=Psucr0(r0,p,kcov2,gamma,n,sigma_db); plot(r0,f2,'m:','linewidth',2); hold on;
kcov3=10; f3=Psucr0(r0,p,kcov3,gamma,n,sigma_db); plot(r0,f3,'r--','linewidth',2); grid on;
legend(['k_{COV}=', num2str(kcov1)], ['k_{COV}=', num2str(kcov2)], ['k_{COV}=', num2str(kcov3)]);
xlabel('\overline{\texttt{r}}_{0}$', 'interpreter', 'latex');
ylabel('P_{SUC}(SINR, \gamma_{\pi B})'); ylim([0 1]);
title(['\gamma_{\pi B}=', num2str(gamma_db), ' \pi B', ', p=', num2str(p), ...
 ', \eta=', num2str(n), ', \sigma_{\pi B}=', num2str(sigma_db), ' \pi B']);
end

function f=Psucr0(r0,p,kcov,gamma,n,sigma_db)
for i=1:length(r0)
f(i)=Psuc_r0(r0(i),p,kcov,gamma,n,sigma_db);
end
end

function f=Psuc_r0(r0,p,kcov,gamma,n,sigma_db)
f=quad(@Psuc_beta0_r0,-500,500,1.0e-08,0,r0,p,kcov,gamma,n,sigma_db);
end

function f=Psuc_beta0_r0(beta0,r0,p,kcov,gamma,n,sigma_db)
Psuc_int_SNR=exp(-(r0.^n).*exp(beta0));
Psuc_int_SIR=exp(-kxi(n,sigma_db)).*(gamma.^(2./n)).*p.*kcov.*(r0.^2).*exp(-2*beta0./n);
f=(fp0(beta0,sigma_db)).*Psuc_int_SNR.*Psuc_int_SIR;
end

function f=kxi(n,sigma_db)
sigma=(sigma_db).*(log(10))/10;
f=(2*pi/n).*(csc(2*pi/n)).*exp(((sqrt(2)).*sigma)./n).^2;
end

function f=fp0(beta0,sigma_db)
sigma=(sigma_db).*(log(10))/10;
f=(exp(-(beta0.^2)./(2*sigma.^2)))./(sqrt(2*pi)).*sigma);
end

```

Скрипт 5.15. Вероятность успешного радиоприема с направленными антеннами

```

clear all; close all; clc;
kcov=1; gamma_db=10; gamma=10.^(0.1*gamma_db);
n1=2.5; sigma_db1=6; subplot(2,2,1); grafic_Psucr0_1(kcov,n1,sigma_db1,gamma_db);
n1=2.5; sigma_db2=10; subplot(2,2,2); grafic_Psucr0_1(kcov,n1,sigma_db2,gamma_db);
n2=4; sigma_db1=6; subplot(2,2,3); grafic_Psucr0_1(kcov,n2,sigma_db1,gamma_db);
n2=4; sigma_db2=10; subplot(2,2,4); grafic_Psucr0_1(kcov,n2,sigma_db2,gamma_db);

function grafic_Psucr0_1(kcov,n,sigma_db,gamma_db)
r0=[0:0.001:1]; p=0.5; gamma=10.^(0.1*gamma_db);
G1=0.15; f1=Psucr0(r0,G1,p,kcov,gamma,n,sigma_db); plot(r0,f1,'b-','lineWidth',2); hold on;
G2=1.88; f2=Psucr0(r0,G2,p,kcov,gamma,n,sigma_db); plot(r0,f2,'m:','lineWidth',2); hold on;
G3=0.24; f3=Psucr0(r0,G3,p,kcov,gamma,n,sigma_db); plot(r0,f3,'r--','lineWidth',2); hold on;
G4=1; f4=Psucr0(r0,G4,p,kcov,gamma,n,sigma_db); plot(r0,f4,'k-','lineWidth',2); grid on;
leg-
end(['(G_{I})^{DD}/G_{0/DB}^{DD})=', num2str(G1)], ['(G_{I})^{DD}/G_{0/RB}^{DD})=', num2str(G2)], ..
.
['(G_{I})^{DO}/G_{0/DB}^{DO})=', num2str(G2)], ['(G_{I})^{DO}/G_{0/RB}^{DO})=', num2str(G4)]);
xlabel('\overline{\texttt{r}}_{0}$', 'interpreter', 'latex');
ylabel('P_{SUC}^{GD}(SINR, \gamma_{\texttt{дБ}})'); ylim([0 1]);
title(['k_{COV}=', num2str(kcov), ', \gamma_{\texttt{дБ}}=', num2str(gamma_db), '\texttt{дБ}', ...
', p=', num2str(p), ', \eta=', num2str(n), ', \sigma_{\texttt{дБ}}=', num2str(sigma_db), '\texttt{дБ}']);
end

function f=Psucr0(r0,G,p,kcov,gamma,n,sigma_db)
for i=1:length(r0)
f(i)=Psuc_r0(r0(i),G,p,kcov,gamma,n,sigma_db);
end
end

function f=Psuc_r0(r0,G,p,kcov,gamma,n,sigma_db)
f=quad(@Psuc_beta0_r0,-500,500,1.0e-08,0,r0,G,p,kcov,gamma,n,sigma_db);
end

function f=Psuc_beta0_r0(beta0,r0,G,p,kcov,gamma,n,sigma_db)
Psuc_int_SNR=exp(-(r0.^n).*exp(beta0));
Psuc_int_SIR=exp(-(ksi(n,sigma_db)).*(gamma.^(2./n)).*(G.^(2./n)).*p.*kcov.*(r0.^2).*exp(-
2*beta0./n));
f=(fp0(beta0,sigma_db)).*Psuc_int_SNR.*Psuc_int_SIR;
end

function f=fp0(beta0,sigma_db)
sigma=(sigma_db).*((log(10))/10);
f=(exp(-(beta0.^2)./(2*sigma.^2)))./((sqrt(2*pi)).*sigma);
end

function f=ksi(n,sigma_db)
sigma=(sigma_db).*((log(10))/10);
f=(2*pi/n).*(csc(2*pi/n)).*exp(((sqrt(2)).*sigma)./n).^2);
end

```


6. РЕАЛИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЙ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

6.1. Постановка задачи

В настоящем разделе представлены результаты экспериментальных исследований технологий позиционирования: в разделе 6.2 – технологий ОМП внутри помещений [322–325]; в разделе 6.3 – технологий ОМП с использованием программно-конфигурируемого радио SDR [326–339].

6.2. Система локального позиционирования внутри помещений

Внутри помещений сигналы ГНСС, как правило, недоступны, поэтому ОМП подвижных абонентских устройств (АУ) осуществляется системами локального позиционирования [322–325]. Высокой точностью ОМП внутри помещений (порядка 1 м) обладают системы класса nanoLOC [323], функционирующие на основе оценки времени распространения сигнала, однако они не развернуты повсеместно, как сети Wi-Fi, а также не интегрированы в массовые АУ – смартфоны. Современные смартфоны оснащены чипами с микроэлектромеханическими системами (МЭМС), объединяющими в себе гироскоп и акселерометр, которые также используются как средство для реализации инерциальной навигационной системы (ИНС) для ориентации пользователя. Известно, что совместное использование методов позиционирования на базе сети Wi-Fi и инерциальной навигации позволяет скомпенсировать ошибки отдельных систем и увеличить совокупную точность [322–325]. Далее представлены результаты экспериментального построения радиокарты на базе развернутой сети Wi-Fi с одновременным использованием ИНС для ОМП объекта внутри помещения. Суть предлагаемого метода заключается в одновременной обработке измерений инерциальной навигации и радиокарт уровней сигналов на основе фильтра Калмана. Радиокарты уровней сигналов строятся в режиме реального времени на основе подхода SLAM (одновременная локализация и построение карты) по принимаемым абонентским устройством (АУ) сигналам RSSI (Received Signal Strength Indication) маяков от точек доступа беспроводных локальных сетей Wi-Fi. Измерения инерциальной навигационной системы поступают от встроенных в мобильное устройство МЭМС-датчиков, образующих инерциальный модуль определения траектории IMU.

Повышение точности ОМП достигается за счет комплексирования измерений ИНС и радиокарт уровней принимаемых сигналов Wi-Fi. Далее в разделе 6.2.1 и 6.2.2 представлены принципы работы метода радиокарты и ИНС; в разделе 6.2.3 представлен метод совместной обработки измерений радиокарты и ИНС; в разделе 6.2.4 экспериментальные результаты позиционирования по ИНС, RSSI и с помощью фильтра Калмана [324].

6.2.1. Принцип работы радиокарты

Для экспериментальной реализации позиционирования на базе сети Wi-Fi требуется рассмотреть принцип работы метода радиокарты. Метод радиокарты основан на измерении уровней RSSI в определенном наборе опорных точек с известными координатами. Получаемая база данных (БД) называется радиокартой. МП объекта определяется путем сравнения уровней от измеряемого объекта с набором данных из радиокарты и используется в методе ближайших соседей. Метод ближайших соседей состоит из двух фаз: построения радиокарты и сравнения с данными из базы для нахождения совпадения [324]. *Первая фаза* (процесс построения радиокарты) включает в себя, во-первых, определение территории позиционирования и, во-вторых, разметку территории на сетку из одинаковых секторов (обычно $1\text{ м} \times 1\text{ м}$). Каждая ячейка сетки представляет собой опорный пункт для измерений RSSI. Затем делаются соответствующие замеры уровней RSSI в каждом опорном пункте. Каждому опорному пункту измерений соответствует вектор измерений RSSI $\mathbf{R} = r_1, r_2, \dots, r_N$, где N – количество точек доступа. Учет направления движения улучшает точность позиционирования, поэтому для каждого опорного пункта выполняется 4 измерения. В табл. 2.2 приведена структура радиокарты с учетом направления движения, где: $RSSI_{MN}$ – уровень принимаемого сигнала; M – индекс опорного пункта [324].

Табл. 6.1. Структура радиокарты

№ опорного пункта	Точка доступа 1	Точка доступа 2	...	Точка доступа N
1	$RSSI_{11-0^\circ}$ $RSSI_{11-90^\circ}$ $RSSI_{11-180^\circ}$ $RSSI_{11-270^\circ}$	$RSSI_{12-0^\circ}$ $RSSI_{12-90^\circ}$ $RSSI_{12-180^\circ}$ $RSSI_{12-270^\circ}$...	$RSSI_{1N-0^\circ}$ $RSSI_{1N-90^\circ}$ $RSSI_{1N-180^\circ}$ $RSSI_{1N-270^\circ}$
2	$RSSI_{21-0^\circ}$ $RSSI_{21-90^\circ}$ $RSSI_{21-180^\circ}$ $RSSI_{21-270^\circ}$	$RSSI_{22-0^\circ}$ $RSSI_{22-90^\circ}$ $RSSI_{22-180^\circ}$ $RSSI_{22-270^\circ}$...	$RSSI_{2N-0^\circ}$ $RSSI_{2N-90^\circ}$ $RSSI_{2N-180^\circ}$ $RSSI_{2N-270^\circ}$
...
M	$RSSI_{M1-0^\circ}$ $RSSI_{M1-90^\circ}$ $RSSI_{M1-180^\circ}$ $RSSI_{M1-270^\circ}$	$RSSI_{M2-0^\circ}$ $RSSI_{M2-90^\circ}$ $RSSI_{M2-180^\circ}$ $RSSI_{M2-270^\circ}$...	$RSSI_{MN-0^\circ}$ $RSSI_{MN-90^\circ}$ $RSSI_{MN-180^\circ}$ $RSSI_{MN-270^\circ}$

Вторая фаза (определение местоположения) предполагает сравнение вектора измерений от АУ с векторами из радиокарты. Пусть вектор измерений от АУ $S(RSSI_1, RSSI_2, \dots, RSSI_N)$ сравнивается с векторами из радиокарты. Лучшее совпадение определяется Эвклидовой метрикой Euclidean Distance:

$$ED = \sqrt{\sum_{n=1}^N (RSSI_N(x, y) - RSSI_N(x_i, y_i))^2}, \quad (6.1)$$

где (x, y) – известные координаты опорного пункта, (x_i, y_i) – искомые координаты пользователя. *Основными недостатками* метода радиокарты является

высокая трудоемкость, связанная с необходимостью большого количества предварительных измерений для конфигурации базы данных уровней принимаемых сигналов RSSI, а также необходимость постоянной реконфигурации базы данных, обусловленной изменениями условий распространения радиоволн внутри помещения, например, добавление/удаление точек доступа, препятствий. В предлагаемом далее методе одновременной обработки инерциальной навигационной системы и RSSI не требуется проводить большого количества первичных измерений, так как ИНС оперирует с мгновенными значениями направления движения и не требует предварительной подготовки. Принцип действия ИНС будет рассмотрен далее [324].

6.2.2. Принцип работы ИНС

ИНС – это комплекс микро-электромеханических устройств, который обеспечивает определение скорости и угла поворота объекта [340]. Движение АУ отслеживается с помощью 6 параметров, определяемых акселерометром и гироскопом. Акселерометр обеспечивает определение линейного ускорения, гироскоп – азимутального угла в декартовых координатах. Система координат в привязке к смартфону показана на рис. 6.1 [324].

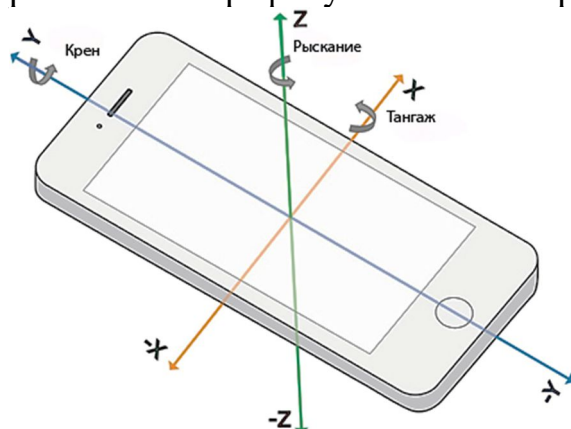


Рис. 6.1. Система координат в привязке к корпусу смартфона

Важным источником ошибок акселерометра является накапливающееся смещение (дрейф) ε . Смещение акселерометра в отсутствие ускорения при двойном интегрировании вызывает ошибку скорости $\alpha(t)$, пропорциональную времени интегрирования, и ошибку в вычисленном положении, растущую квадратично [341]:

$$\alpha(t) = \varepsilon \cdot t^2 / 2, \quad (6.2)$$

где t – время интегрирования. Постоянное смещение гироскопа определяет ошибку подсчета угловой скорости $\theta(t)$, растущую линейно:

$$\theta(t) = \varepsilon \cdot t. \quad (6.3)$$

Математическое интегрирование $a(t)$ позволяет подсчитать скорость $v(t)$, двойное интегрирование определит пройденное расстояние:

$$v(t) = v(0) + \int_0^t a(t) dt, \quad (6.4)$$

$$s(t) = s(0) + \int_0^t v(t) dt. \quad (6.5)$$

Для компенсации смещений акселерометра и гироскопа используется алгоритм детектирования шагов пользователя. Алгоритм основан на определении длины шага и подсчете их количества:

$$X_k = X_{k-1} + S_k, \quad (6.6)$$

где X_k, X_{k-1} – векторы положения после и до k -го шага пользователя; S_k – вектор положения для k -го шага:

$$S_k = [l_k \cos \theta_k, l_k \sin \theta_k]^T, \quad (6.7)$$

где l и θ длина и угол ориентации для k -го шага пользователя соответственно. Так как длина шага изменяется (не постоянна), используется модель динамического изменения длины шага [342]:

$$l_k \approx \sqrt[4]{a_{max} - a_{min}} * K, \quad (6.8)$$

где (на одном шаге): a_{max} – максимальное значение ускорения; a_{min} – минимальное значение ускорения; K – константа, определяемая в ходе эксперимента. Полное ускорение определяется выражением:

$$a_{\Sigma} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}, \quad (6.9)$$

где a_x, a_y, a_z – соответствующие значения ускорений по координатам x, y, z , от акселерометра. Совместное использование алгоритмов радиокарты и ИНС реализовано в предложенном методе позиционирования внутри помещения. Далее приведено описание, принцип работы и функциональная схема метода одновременной обработки измерений ИНС и RSSI [324].

6.2.3. Совместная обработка измерений радиокарты и ИНС

На рис. 6.2 представлена функциональная схема позиционирования объекта с одновременным использованием данных от ИНС и RSSI.



Рис. 6.2. Функциональная схема позиционирования по ИНС и RSSI

На первом этапе при сборе первичных данных формируется база данных радиокарты. Данные ИНС, аналогично данным RSSI, собираются в таблицу первичных измерений. Кроме того, в процессе фиксируются временные отсчеты для правильного формирования набора данных для каждой

фиксированной точки. Данные RSSI содержат MAC-адреса, уровни сигналов и отсчеты времени. Информация от ИНС содержит значения ускорения, угловой скорости, азимутальный угол и также временные отрезки. Результатом первого этапа является база радиокарты, содержащая наборы измерений по ИНС и RSSI для соответствующих координат.

На втором этапе данные наборы сопоставляются с измеренными значениями от мобильного устройства и выбираются подходящих координат по методу ближайших соседей в соответствии с выражением (6.1). Данные по инерциальной навигационной системе обрабатываются с помощью выражения (6.6) для определения длины шага. Промежуточные результаты оценки координат каждым из подходов в отдельности комплексуются фильтром Калмана для увеличения точности позиционирования и компенсации случайных выбросов. Схема, представленная на рис. 6.2, программно реализована в среде Matlab, и функционирует в реальном времени, что предоставило возможность экспериментально проверить работу метода одновременной обработки измерений ИНС и RSSI [324].

6.2.4. Результаты эксперимента совместной обработки радиокарты и ИНС

Эксперимент по локальному позиционированию мобильного объекта был проведен на базе сети Wi-Fi Санкт-Петербургского университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича. Позиционирование объекта осуществлялось на одном этаже площадью около 400 м². В качестве мобильного устройства был использован Iphone 6, оснащенный шестиосным чипом для инерциальной навигации InvenSense MP67B [343], позволяющим получать данные от гироскопа и акселерометра с точностью до третьего знака. Работа непосредственно с датчиками потребовала освоения интерфейса прикладного программирования, поставляемого производителем. Чип также оснащен магнитометром и приемником GPS, но в данной работе они задействованы не были. Информация от RSSI и инерциального датчика собиралась с помощью мобильного приложения Matlab mobile [344]. Мобильное приложение Matlab mobile позволяет собирать первичные данные как со всех сенсоров (акселерометра и гироскопа) сразу (рис. 6.3, а), так и с каждого в отдельности, а также мгновенно формировать графики траектории движения пользователя. Таким образом, реализован построение радиокарт уровней в реальном времени на основе подхода SLAM. Данные от ИНС поступают с большей частотой в отличие от RSSI, таким образом массивы от двух источников имеют разную размерность, что осложнило реализацию формирования наборов измерений для базы радиокарты; данная проблема была решена за счет использования временных отсчетов, то есть была введена фаза калибровки для сопоставления значений RSSI и ИНС [324].

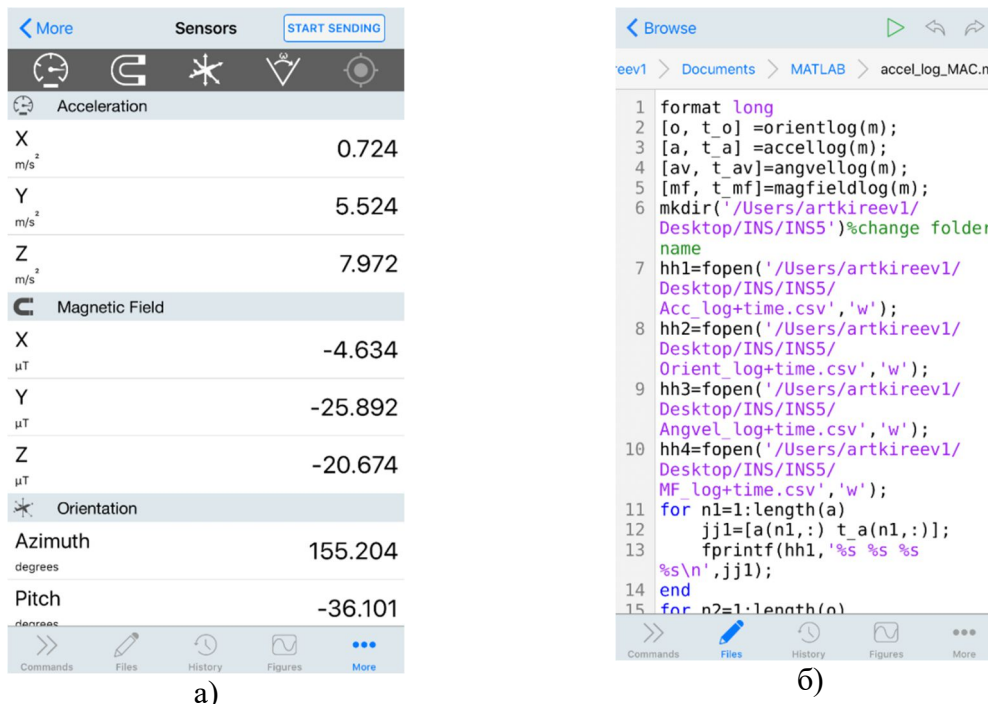


Рис. 6.3. Интерфейс а) приложения Matlab mobile; б) формирования измерений

Из-за ограничений мобильного устройства [345], в частности скорости работы процессора, обработка измерений осуществлялась на ноутбуке. Эксперимент проводился по следующей схеме: мобильное устройство было подключено по беспроводной сети Wi-Fi к ноутбуку, массив первичных измерений по команде транслировался в реальном времени в оперативную память ноутбука [346]. По окончании формирования массива первичных измерений на ноутбуке автоматически выполняется программа по обработке и реализации методов позиционирования. Необходимость формирования массивов первичных данных потребовало разработки программного обеспечения (фрагмент на рис. 6.3, б) для Matlab mobile, позволяющего передавать и сохранять накопленные измерения в ПЗУ ноутбука [324]. Для определения координат и обработки данных использовалось собственное программное обеспечение, разработанное для исполнения в среде Matlab, реализующее порядок действий функциональной схемы (рис. 6.2). Для лучшей визуализации результатов реализована автоматизированная отрисовка траектории движения на карте этажа с сохранением пропорций [324].

Результаты эксперимента ИНС показаны посредством графиков зависимости (гистограмм) количества измерений, содержащих ошибки от величины ошибок в метрах, а также с помощью сравнения базовой и сформированных траекторий движения на плане этажа [324]. Точность позиционирования определялась значением среднеквадратичной ошибки:

$$\Delta = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \sqrt{(x_{\text{опр}} - x_{\text{реал}})^2 + (y_{\text{опр}} - y_{\text{реал}})^2}, \quad (6.10)$$

где $x_{\text{опр}}$, $y_{\text{опр}}$ – координаты местоположения, определенные в ходе эксперимента; $x_{\text{реал}}$, $y_{\text{реал}}$ – реальные координаты АУ; L – число измерений.

Измерения проводились в следующем порядке: а) позиционирование по ИНС; б) позиционирование по RSSI; в) позиционирование предложенным методом с использованием фильтра Калмана. Реальная (базовая) траектория движения АУ и траектория, построенная по ИНС представлены на рис. 6.4; график распределения ошибок ИНС представлен на рис. 6.5.

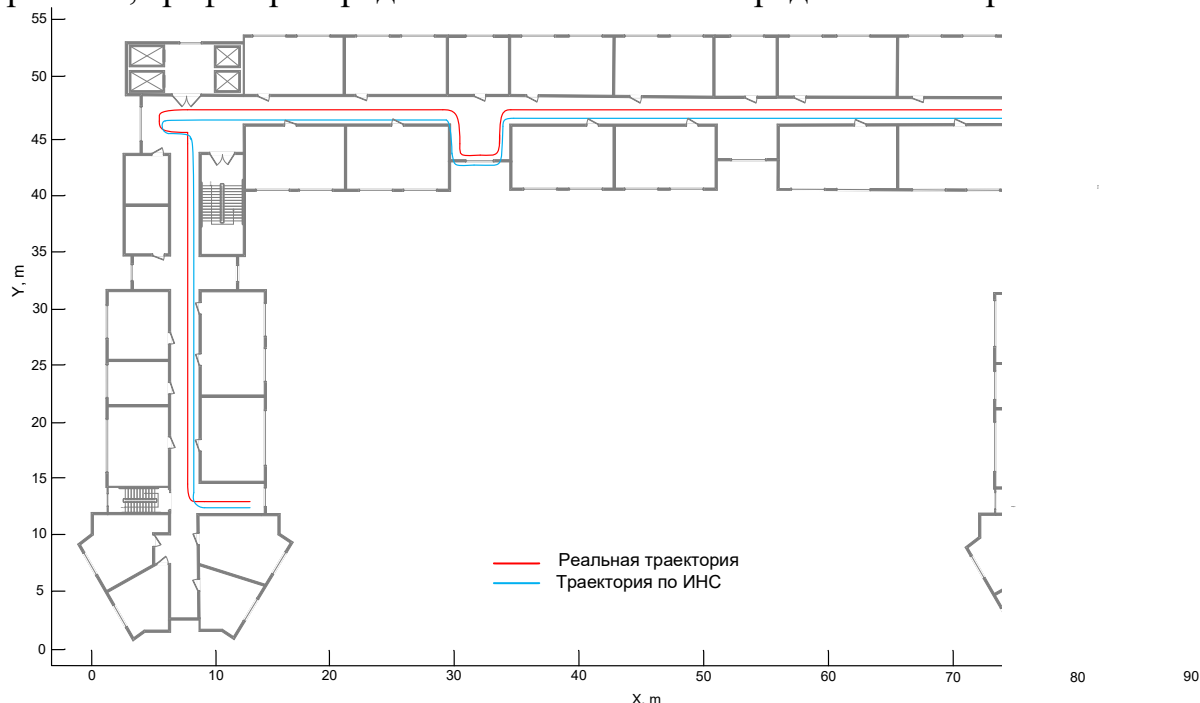


Рис. 6.4. Позиционирование объекта по ИНС

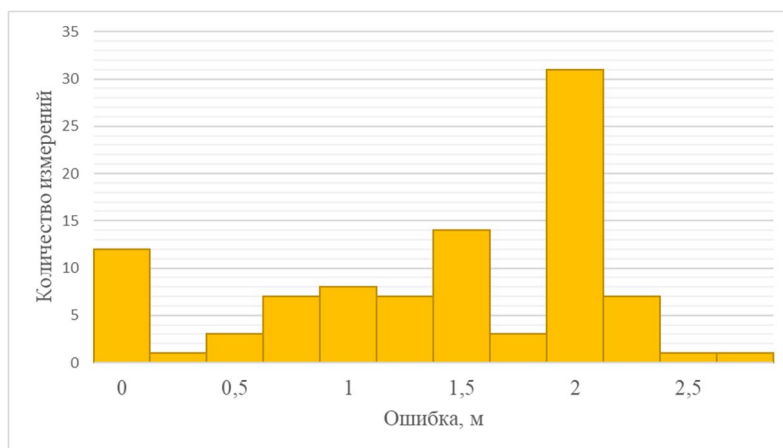


Рис. 6.5. График распределения ошибок ИНС

Базовая траектория выбиралась так, чтобы проанализировать точность реализованных методов на большом расстоянии, а также при поворотах пользователя. Действительная длина траектории составила 175 м. Для построения траектории по ИНС использовались значения линейного ускорения, получаемые от акселерометра, и азимутального угла поворота, определяемого гироскопом [324]. Длина пути пользователя, построенная с помощью ИНС, составила 172,5 м. Разница в 2,5 м вызвана неточностью опреде-

ления длины шага (6.8). Ошибка измерения длины шага может быть снижена при использовании более сложного алгоритма динамического обнуления нулевой скорости [347], однако он требует предварительной подготовки и накапливания статистики [348], что не отвечает снижению временных затрат по организации системы позиционирования внутри помещений [324].

Анализируя полученную форму траектории, необходимо отметить, что по ходу движения ошибка увеличивается, и линия движения пересекает стены помещений при поворотах, что неприемлемо для позиционирования внутри помещений. Особенно это заметно, так как траектории в начале отслеживания совпадают, а ближе к концу расходятся, и заканчиваются в разных точках. Это явление объясняется вышеуказанным накапливающимся смещением (6.2), которое вызывает дрейф нуля гироскопа и акселерометра. Также, чем больше скорость движения, тем быстрее растет ошибка как указано в (6.3). При проведении эксперимента горизонтальное положение мобильного устройства было фиксировано для корректного отображения азимута. Подобный сценарий неприменим в условиях обычного использования мобильного устройства. Тем не менее, данный способ позиционирования может быть использован для составления базы радиокарты, так позволяет и снизить ресурсоемкость первой фазы обучения радиокарты.

Из гистограммы ошибочных измерений от величины ошибки по ИНС на рис. 6.5 можно сделать следующие выводы: а) наибольшее количество ошибочных измерений сосредоточено в пределах 1,5–2 метров; значительное количество измерений с минимальными ошибками (в начале координат) объясняется начальным этапом движения пользователя, пока дрейфт гироскопа и акселерометра минимален; б) стабилизация ошибки в пределах 2-х метров обусловлена реализованным алгоритмом определения длины шага (6.8), а также допущенным упрощением условий эксперимента по фиксации положения мобильного устройства в горизонтальной плоскости [324].

Эксперимент по позиционированию RSSI проводился в аналогичных ИНС условиях. Измерения проводились без предварительного определения координат точек доступа сетевой инфраструктуры. Всего было протестировано 127 точек доступа. Развитая сеть Wi-Fi с одной стороны позволяет значительно улучшить точность ОМП, с другой стороны значительное количество слабых сигналов обуславливает необходимость их фильтрации.

Так как частота измерения уровней сигналов слишком мала, в случае для движущегося объекта построить полноценную траекторию не удалось, поэтому на рис. 6.6 представлены реальная траектория движения, а также отдельные точки предполагаемого МП пользователя, вычисленные по методу ближайших соседей; распределение ошибок RSSI – на рис. 6.7. Проблему недостаточной частоты измерений уровней возможно решить с помощью построения модели распространения сигнала [349], однако ее реализация требует значительного количества предварительных измерений.

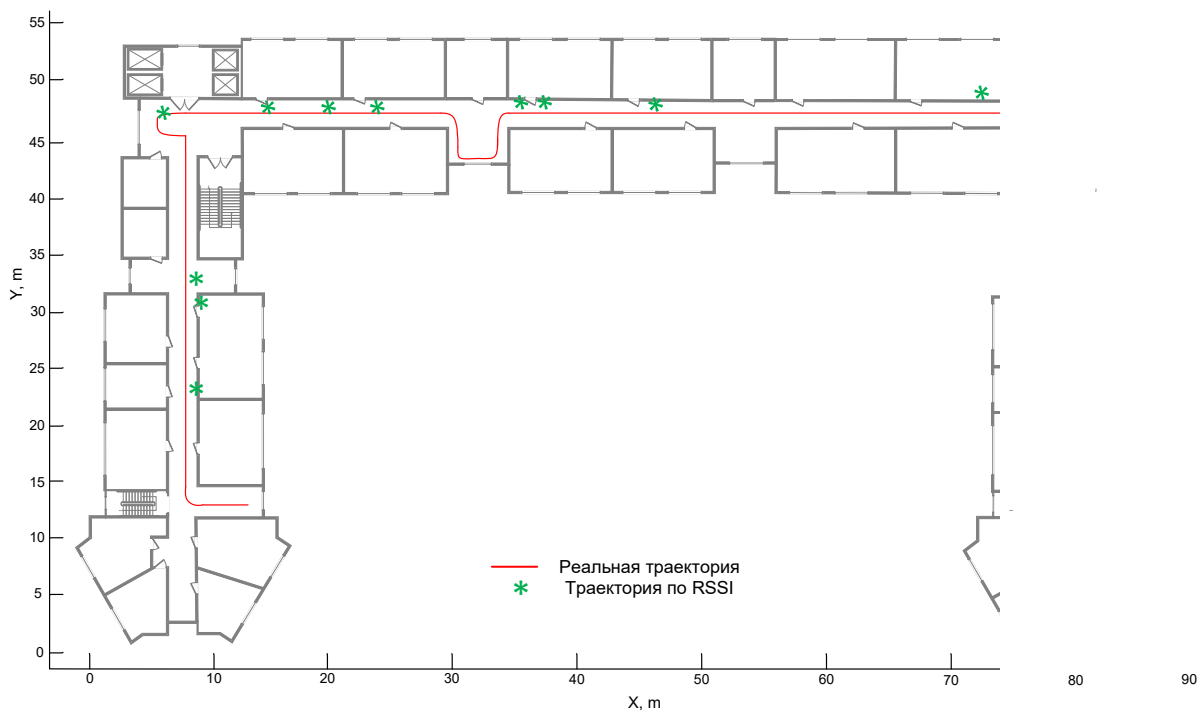


Рис. 6.6. Позиционирование объекта по RSSI

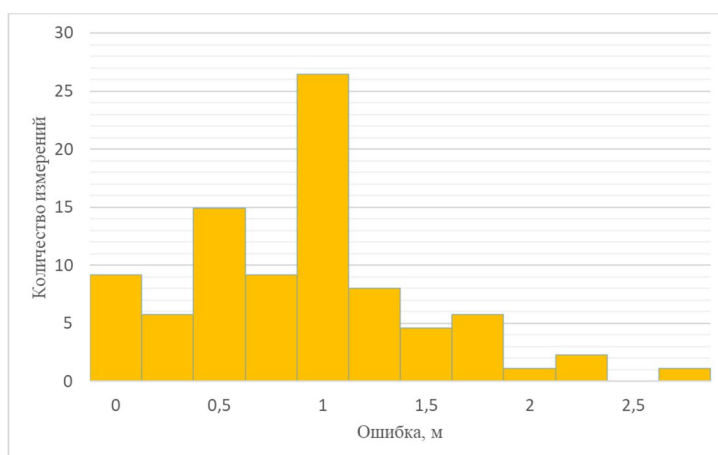


Рис. 6.7. График распределения ошибок RSSI

Реализация калибровки по времени позволяет сравнить соответствующие координаты на базовой траектории и полученные методом RSSI координаты. Необходимо отметить, что значительное количество точек находится за пределами стен коридора, что обусловлено малым количеством точек доступа в этих областях. Более того, координаты по RSSI не позволяют оценить местоположение пользователя при поворотах. Таким образом, использование уровней точек доступа не может быть применимо для движущегося объекта. Совместное использование ИНС и RSSI позволит уменьшить влияние малого количества точек доступа в определенных областях и спрогнозировать траекторию движения пользователя при поворотах за счет азимутального угла [324]. Из гистограммы ошибочных измерений от величины ошибки по RSSI на рис. 6.7 можно сделать следующие выводы: а) пиковое количество ошибочных измерений сосредоточено в пределах 1 метра;

в сравнении с ИНС точность вычисления выше, так как отсутствует смещение нуля акселерометра и гироскопа; б) невозможность определения траектории движущегося объекта по RSSI является неприемлемым фактором для позиционирования внутри помещения, однако метод может быть использован для формирования базы данных радиокарты [324].

Далее на рис. 6.8 и рис. 6.9 рассмотрим ОМП с фильтром Калмана.

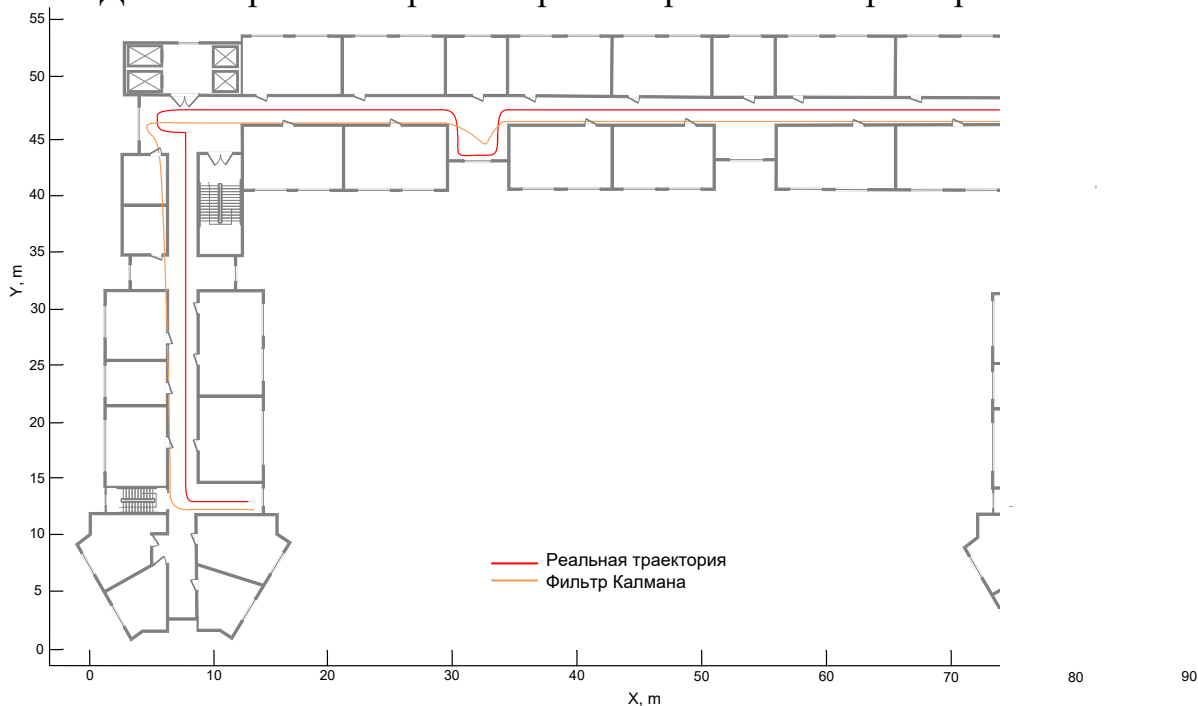


Рис. 6.8. Позиционирование объекта с использованием фильтра Калмана

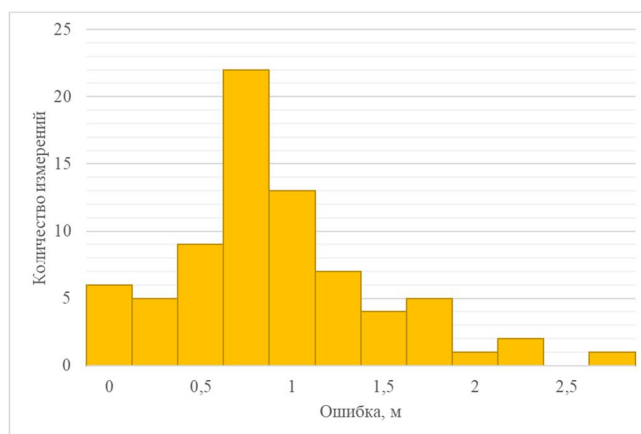


Рис. 6.9. График распределения ошибок при фильтрации

Для увеличения точности ОМП координаты соответствующих точек на траектории подают на вход фильтра Калмана [350, 351], что позволяет построить полноценную траекторию движения объекта независимо от скорости и количества точек доступа. Анализ графика распределения ошибок при фильтрации (рис. 6.9) показывает, что пиковое количество ошибок находится в пределах 0,75 метров, что в сравнении с ОМП по RSSI является лучшим результатом. Реализация более сложного фильтра Калмана [352]

позволит незначительно увеличить точность, но потребует большей вычислительной мощности, а также внедрения методик машинного обучения. При анализе сформированной траектории передвижения (рис. 6.8) необходимо отметить, что в некоторых случаях имеет место пересечение стен, что неприемлемо для позиционирования внутри помещений. Тем не менее, траектория, спрогнозированная предложенным методом совместного позиционирования RSSI и ИНС, дает возможность однозначно определить путь следования пользователя даже при резком изменении направления движения [324]. Итоговые результаты позиционирования по всем трем методам приведены в табл. 6.2. Всего было проведено порядка 80 измерений; в таблице сформированы усредненные СКО последовательно по 10 измерениям [324].

Табл. 6.2. Результаты позиционирования по ИНС, RSSI и фильтру Калмана

Номер теста п/п	СКО ИНС, м	СКО RSSI, м	СКО фильтр Калмана, м
1-10	0,73	1,06	0,80
10-20	0,79	0,97	0,78
20-30	0,79	1,03	0,87
30-40	1,87	0,91	0,70
40-50	1,78	0,90	0,69
50-60	1,73	1,00	0,97
60-70	1,1	0,91	0,85
70-80	2,87	1,01	0,86
Среднее	2,07	0,97	0,81

Точность по ИНС составила 2,07 м; такая погрешностью внутри помещений чрезмерно велика; тем не менее, информация о направлении и скорости движения позволяет формировать траекторию с большей достоверностью. *Точность по RSSI* составила 0,97 м, что является неплохим результатом внутри помещений, в то же время в случае движущегося объекта однозначно определить местоположение невозможно. *Точность по совместной обработке ИНС и RSSI с применением фильтра Калмана* составила 0,81 м и увеличилась на 15 % по сравнению с RSSI; применение фильтра Калмана позволило предсказать траекторию движущегося объекта [324].

Полученные результаты эксперимента: а) подтверждают потенциал совместной обработки измерений ИНС и RSSI; б) анализ результатов ОМП по ИНС (~ 2 м) говорит о том, что отдельное применение ИНС для ОМП невозможно, так как требует идеальных начальных условий (фиксирования положения датчика); вместе с тем, ИНС применима для формирования радиокарты; в) б) анализ результатов ОМП по RSSI выявил нецелесообразность его использования для движущегося объекта, так как частота регистрации значений слишком мала; применение ИНС позволяет нивелировать этот недостаток; г) совместное использование ИНС и RSSI увеличило точность позиционирования на 15 %; применение фильтра Калмана позволяет определить траекторию движения с большей точностью.

6.3. Система локального позиционирования на основе SDR

6.3.1. Система локального позиционирования РДМ на основе SDR

Мультилатерационная система MLAT представляет собой многопозиционную разностно-дальномерную РЛС. В состав системы входит ряд приемных станций, распределенных в обслуживаемой зоне: любой сигнал, передаваемый бортовым ответчиком, принимается четырьмя или более станциями. Станции оборудованы логикой обнаружения прибытия сигнала и встроенным синхронизатором, к которому привязано время обнаружения. Измеренное время прибытия сигнала посылается на центральный блок обработки наряду с другими данными, характеризующими сигнал. Оценка координат выполняется по четырем измерениям, позволяющим получить три измерения разности расстояний. В радиолокационных системах, когда объект позиционирования переизлучает навигационные сигналы, возможна организация суммарно-дальномерных измерений с последующим их накоплением и комплексированием. Исследование путей повышения точности позиционирования за счет процедур кооперативной обработки избыточных измерений позволяет сделать следующие выводы [333–336]: а) при организации кооперативной обработки дальномерных и суммарно – дальномерных измерений в формировании результирующих оценок наклонных дальностей участвуют все отсчеты, взятые с определенным весом; б) накопление данных на одной позиции приводит к естественному увеличению точности определения параметров, точность оценивания дальностей на других улучшается с меньшим приростом в зависимости от способа обработки измерений; в) накопление данных на всех позициях приводит к пропорциональному увеличению точности всех оцениваемых параметров.

Для экспериментальной верификации полученных аналитических результатов в СПбГУТ был разработан испытательный стенд сбора и обработки навигационных измерений для трех приемопередающих станций, каждая из которых принимает ретранслированные собственные зондирующие сигналы и сигналы, излучаемые другими станциями системы. Функции станций и объекта наблюдения реализованы на основе модельно-ориентированного проектирования средствами программно-конфигурируемого радио на SDR платах NI USRP-2932 [326–339]: три платы работают в режиме приемопередающих позиций, а одна плата – в режиме объекта наблюдения. Для организации кооперативной обработки измерений устройства, входящие в состав стенда сбора и обработки измерений, соединены в локальную сеть по схеме, представленной на рис. 6.10. Пользователь работает на ПК с библиотекой драйверов Act_Pos, называется *Клиентом* и является пунктом обработки измерений. На удаленных ПК работают *Серверы* (Server), которые являются пунктами сбора измерений (три USRP). Состав программно-аппаратного обеспечения стенда сбора и обработки навигационных измерений представлен в табл. 6.3.

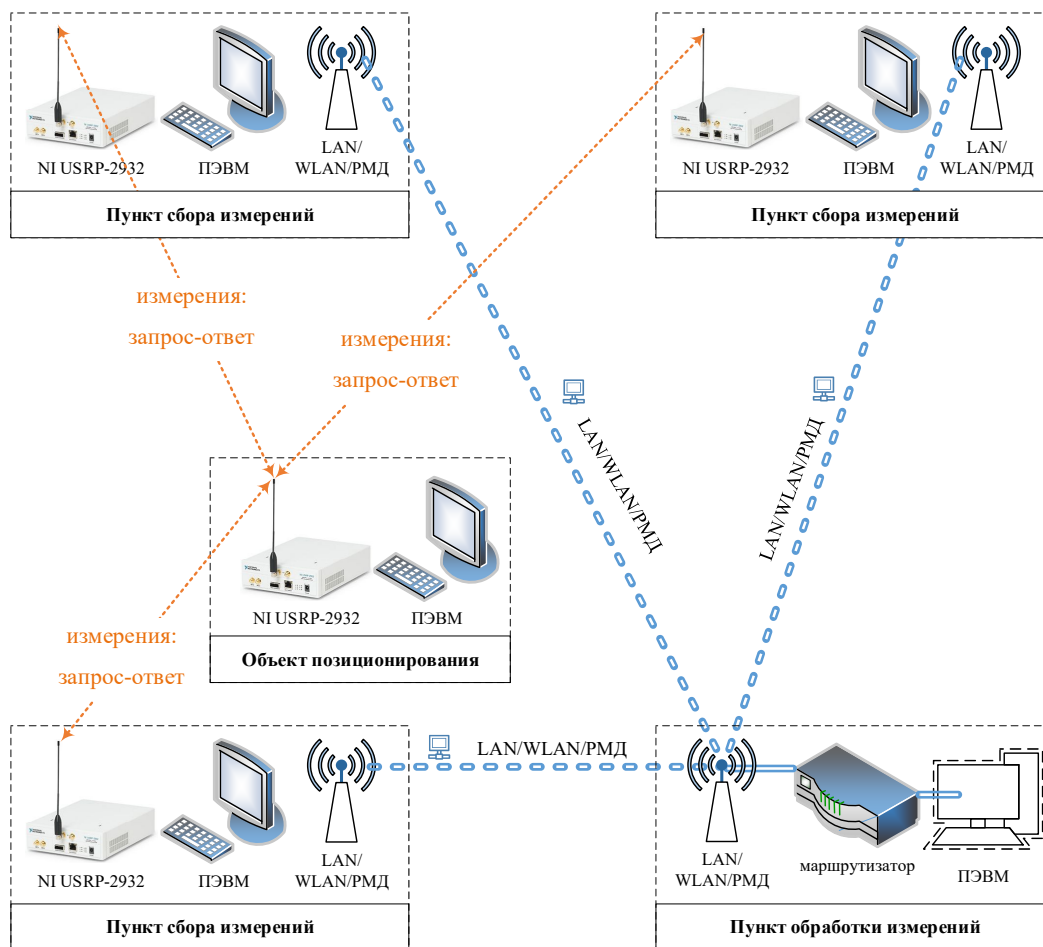


Рис. 6.10. Сетевая организация испытательного стенда сбора и обработки измерений

Табл. 6.3. Состав программно-аппаратного обеспечения испытательного стенда сбора и обработки навигационных измерений

	Состав аппаратного обеспечения	Состав СПО	Реализуемые функции
Пункт сбора измерений	NI USRP-2932, ПЭВМ, LAN/WLAN/PMД интерфейс	Server	запрос-ответ на измерения по командам СПО Active Positioning
Пункт обработки измерений (клиент)	LAN/WLAN/PMД интерфейс, маршрутизатор, ПЭВМ	Active Positioning	комплексирование измерений с 3-х пунктов
Объект позиционирования	NI USRP-2932, ПЭВМ	Repeater	запрос-ответ на измерения по командам СПО Server

Аппаратный состав *пункта сбора* измерений включает SDR-плату NI USRP-2932, ПЭВМ и сетевой интерфейс для организации связи с пунктом обработки измерений. В качестве сетевого интерфейса может использоваться беспроводной Wi-Fi. В состав ПО пункта сбора измерений входит специальное программное обеспечение (СПО) Server. Аппаратный состав *пункта обработки* измерений включает ПЭВМ и сетевой интерфейс для организации связи с тремя пунктами сбора измерений. В состав ПО пункта

обработки измерений входит СПО Active Positioning. Аппаратный состав объекта позиционирования включает ПЭВМ и SDR-плату NI USRP-2932. В состав ПО объекта позиционирования входит СПО Repeater. При проведении отладочных испытаний допускается использовать СПО Active Positioning и Repeater на одной ПЭВМ. СПО Active Positioning – это инструмент для нахождения местоположения объекта. В данном случае объектом позиционирования является Active Repeater (активный повторитель), который переизлучает сигнал с известным временем запаздывания [333–336].

Испытательный стенд сбора и обработки измерений работает следующим образом. Первый USRP излучает сигнал, принимаемый и переизлучаемый повторителем. Ретранслированный сигнал принимается первой и другими двумя позициями, что позволяет получить одно измерение дальности и два измерения суммы расстояний. Одновременно этот сигнал принимается другими позициями, что приводит к генерации запросных сигналов с этих блоков. Процессы излучения и приема сигналов второй и третьей позицией аналогичны, что позволяет получить дополнительно два измерения наклонной дальности и четыре измерения суммы расстояний. Когда сигналы от всех USRP приняты, пункт обработки измерений (СПО Server) оценивает местоположение ретранслятора (СПО Repeater). Эксперимент проводился следующим образом: три станции были территориально разнесены на расстояние в десятки метров. На рис. 6.11 приведены СКО определения дальности дальномерных и суммарно-дальномерных измерений при различных способах их кооперативной обработки.

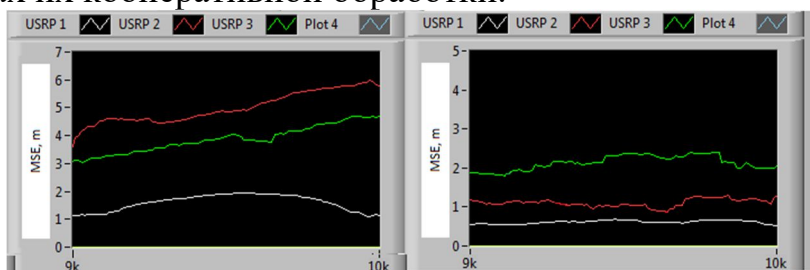


Рис. 6.11. СКО оценки дальности по результатам эксперимента

Измерения проведены при средней мощности излучения 100 мВт, несущей частоте 433 МГц, с модуляцией по фазе псевдослучайной последовательностью на основе кодов Голда с 1024 дискретами. Расстояние между приемопередающими позициями выбрано 100 м, а геометрия их расположения близка к равностороннему треугольнику. Устройство, имитирующее бортовой ответчик – в точке пересечения медиан. На рис. 6.11 обозначено: а) СКО оценки дальности относительно каждой из позиций, б) СКО оценки дальностей относительно каждой из позиций при кооперативной обработке всей совокупности полученных однократных измерений. Анализ графиков на рис. 6.11 позволяет сделать вывод о том, что кооперативная обработка совокупности измерений позволяет повысить точность по сравнению с определением дальности относительно каждой из позиций [335].

6.3.2. Система локального позиционирования УМ на основе SDR

Оценка угла прихода радиосигнала с использованием антенной решетки (АР) осуществляется по измерениям разности фаз принятых сигналов ее антенными элементами (АЭ). Сдвиг фаз принятых сигналов формируется за счет разности длин путей распространения при приеме на разнесенные в пространстве АЭ. Разность путей вызывает задержки распространения сигналов, при этом значения этих сигналов одинаковы в каждый момент времени на разных антенных элементах, если максимальный размер L АР удовлетворяет $L \ll c(\Delta f)^{-1}$, где c – скорость света, Δf – ширина полосы сигнала. При выполнении данного условия, разнесение в пространстве вызывает только фазовые сдвиги, измерение которых может быть использовано для оценки угла прихода. На рис. 6.12 схематически представлена двухэлементная АР. Принимаемый сигнал каждым АЭ показан отдельными параллельными лучами (предполагается, что источник сигнала находится на большом удалении и принимаемая волна считается плоской).

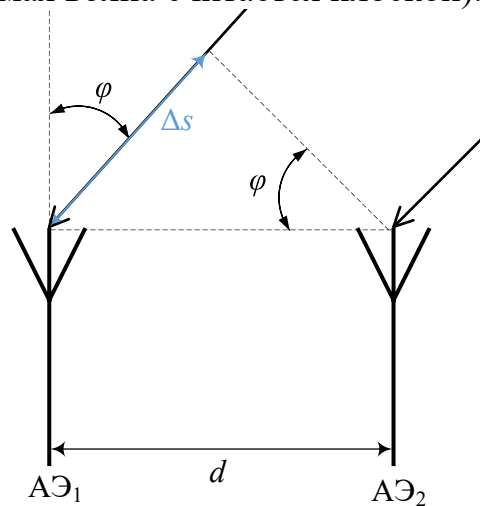


Рис. 6.12. Геометрические соотношения для двухэлементной АР

Расстояние между АЭ – d , φ – угол прихода. Разность хода лучей:

$$\Delta s = d \sin(\varphi), \quad (6.11)$$

Разность фаз принятых сигналов АЭ1 и АЭ2:

$$\Delta \psi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin(\varphi), \quad (6.12)$$

где λ – длина волны. Измеряя разность фаз принятых сигналов, можно получить оценку угла прихода сигнала, выразив его из выражения (6.12):

$$\varphi = \arcsin \left(\frac{\lambda \cdot \Delta \psi}{2\pi \cdot d} \right). \quad (6.13)$$

Для апробации данного метода был проведен эксперимент. В качестве аппаратных платформ передатчика и измерителя (приемника) использованы платы В210. Передатчик излучает сигнал на частоте 2,4 ГГц с шириной полосы 200 кГц, вид сигнала QPSK. Сигнал формируется в программном виде в ПО Matlab/Simulink. Измеритель использует два приемных канала платы В210 [326–332].

Принятые сигналы в виде комплексных отчетов поступают в обработчик ПО Matlab/Simulink для последующего вычисления угла прихода. В качестве приемных и передающей антенн используются штыревые антенны диапазона 2,4 ГГц. Антенны приемника разнесены на расстояние 0,06 м (что составляет порядка половины длины волны) в горизонтальной плоскости. Соответственно угол прихода также определяется в горизонтальной плоскости. При проведении эксперимента антенна передатчика располагалась в одной плоскости с приемными (угол места равен 0). Для оценки возможности измерения угла прихода описанными аппаратно-программными средствами измерения проводились на небольшом расстоянии, порядка 0,2 м.

В качестве измеренной разности фаз принимается усредненное значение, полученное по выборке отсчетов принятых сигналов размером 20000 отсчетов. Усреднение осуществляется в векторном виде по формуле:

$$\Delta\psi_{avg} = atan\left(\frac{E[\sin(\Delta\psi)]}{E[\cos(\Delta\psi)]}\right), \quad (6.14)$$

где $\Delta\psi$ – мгновенные значения разности фаз принятых сигналов; $E[\]$ – операция вычисления среднего значения. Вычисление угла прихода осуществляется по формуле (6.13) с использованием среднего значения разности фаз (6.14). Оба канала приема платы В210 работают от общего задающего генератора и имеют нулевую частотную и не нулевую фазовую расстройку. Нулевому углу прихода сигнала должна соответствовать нулевая разница фаз, поэтому перед началом измерений необходимо провести калибровку измерителя по нулевому углу прихода, в результате которой будет вычислена поправка разности фаз. Данная поправка применяется ко всем последующим измерениям. На рис. 6.13, а представлена оценка угла прихода сигнала методом разности фаз с использованием платы В210 и ПО Matlab.

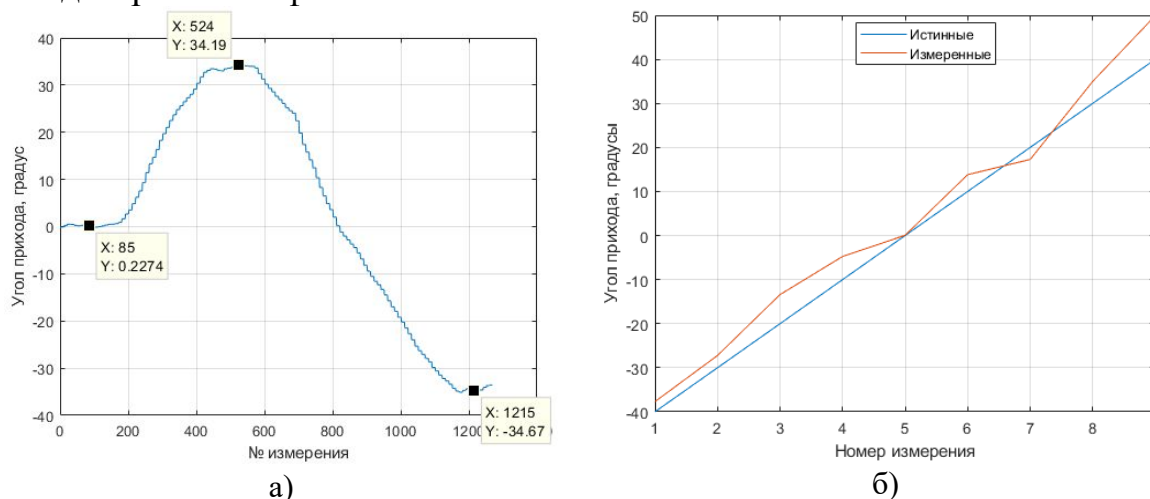


Рис. 6.13. Оценка угла прихода сигнала с использованием двухэлементной АР

В этом эксперименте антенна передатчика располагалась в направлении 0 градусов, затем плавно переместилась на угол порядка 35 градусов, оставаясь в этом направлении некоторое время (плоской участок на 35 градусов). Далее антенна плавно переместилась на угол порядка -35 градусов.

На рис. 6.14 представлена схема стенда для оценки точности определения угла прихода методом разности фаз. Антенны приемного и передающего устройств располагаются в горизонтальной плоскости на одном уровне на расстоянии 0,3 м. Оценка проводилась для углов прихода сигнала φ в диапазоне от -40 до 40 с шагом 10° . Антенна передатчика располагалась в точках с направлениями как показано на рис. 6.14 (аналогично для отрицательных углов). В каждой точке производилось по 30 оценок угла прихода, для каждой оценки использовалось 20000 комплексных отсчетов.

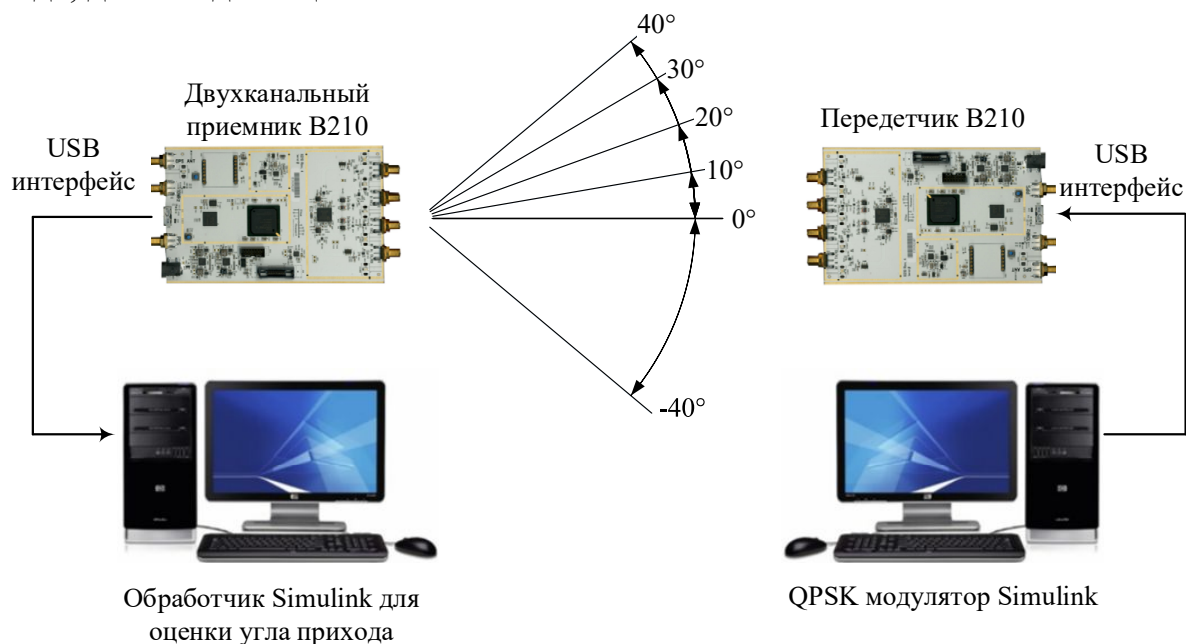


Рис. 6.14. Схема эксперимента для оценки точности определения угла прихода

На рис. 6.13, б представлены результаты оценки точности определения угла прихода сигнала. Красный график получен путем усреднения полученных оценок в каждом измерении. Среднее по всем измерениям значение ошибки составляет порядка 4,5 градусов. В данном эксперименте на величину ошибки наибольшее влияние оказывают неточности в расположении антенн на приемнике. Величина разнесения антенн используется для оценки угла прихода в формуле (6.13), погрешности в измерении этого расстояния могут вносить дополнительную ошибку в оценку.

6.4. Выводы

В настоящем разделе представлены результаты экспериментальных исследований технологий позиционирования. В разделе 6.2 была показана экспериментальная реализация технологий позиционирования внутри помещения методами ИНС, радиокарты и их комбинацией; достижимая точность составила менее одного метра. В разделе 6.3 была показана экспериментальная реализация технологий позиционирования средствами программно-конфигурируемого радио; достижимая точность РДМ в разделе 6.3.1 составила порядка единиц метров; достижимая точность УМ в разделе 6.3.2 составила порядка 4,5 градусов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный в разделе 1 анализ показал, что *технологии сетевого позиционирования при переходе к цифровой экосистеме 5G можно рассматривать как новое и самостоятельное направление исследований* на стыке специальностей технических наук 05.12.13 – Системы, сети и устройства телекоммуникаций и 05.12.14 – Радиолокация и радионавигация. В контексте непрерывного эволюционного развития сетей подвижной радиосвязи (СПРС) при переходе к 5-му поколению и перспективным сетям 2030, с которыми связывают перспективы цифровой экономики и четвертой промышленной революции, *новое направление технологий сетевого позиционирования, как неотъемлемая часть экосистемы 5G, имеет важное социально-экономическое и хозяйственное значение для цифровой трансформации.*

Начиная с третьего поколения 3G в процессе стандартизации СПРС стали предъявляться требования по решению задачи определения местоположения (ОМП). Данная тенденция получила продолжение в сетях 4G LTE, и ожидается ее дальнейшее развитие в сетях 5G NR и перспективных сетях 2030. Знаковым этапом на рубеже очередной декады является стандартизация услуг и сценариев позиционирования в сетях 5G проектом 3GPP. Если в СПРС предыдущих поколений позиционирование было дополнительной услугой, которая развивалась, в том числе, благодаря требованиям регулятора, то для цифровой экосистемы 5G задача ОМП является уже не просто одной из дополнительных услуг, а фактором эффективности построения и функционирования радиостанций в составе сверхплотных радиосетей.

Обзор новых сценариев построения и функционирования сетей радиодоступа 5G показал следующее: с одной стороны, *вместе с совершенствованием радиоинтерфейса открываются новые возможности для повышения точности сетевого позиционирования*; с другой стороны, *возможности определения местоположения сетевых устройств становятся востребованными для эффективного построения и функционирования сети радиодоступа.* В данном контексте применительно к сетям радиодоступа (СРД) 5G известные категории сетей радиосвязи и радиолокации/радионавигации или позиционирования оказываются взаимосвязанными, чего не было в СПРС предыдущих поколений.

Среди *отличительных особенностей радиоинтерфейса СРД 5G* – планируемый к использованию диапазон частот миллиметровых волн (ММВ), а также антенные системы Massive MIMO с возможностью адаптивного диаграммообразования (ДО). Среди *отличительных особенностей архитектуры СРД 5G* – сверхплотное распределение устройств с высокой вероятностью радиосвязи в условиях прямой видимости. Эти обстоятельства позволяют пересмотреть сценарии использования известных моделей и методов сетевого позиционирования и повысить точность ОМП устройств в приложениях геолокации в составе цифровой экосистемы 5G.

Использование данных о местоположении (МП) способствует практической реализации геоинформационных услуг, а также новых механизмов *установления и ведения радиосвязи на основе позиционирования*. В зарубежных источниках данный подход получил название LAC (Location–Aware Communication). С одной стороны, вследствие физических ограничений на дальность радиосвязи с ростом частоты в СРД 5G говорят о концепции сверхплотных радиосетей UDN, когда на каждый 1 м^2 площади может приходиться одно устройство. С другой стороны, такая плотность радиостанций позволяет обеспечить высокую вероятность радиосвязи в условиях прямой видимости LOS, а также способствует развитию децентрализованного взаимодействия радиостанций между собой. С другой стороны, уменьшение длины волны диапазона ММВ открывает широкие возможности для практической реализации систем Massive MIMO с пространственной обработкой сигналов возможностью адаптивного ДО в устройствах как абонентских, так и базовых станций с числом антенных элементов, исчисляемых десятками и сотнями. Данные факторы позволяют говорить о том, что для СПРС 5G одним из наиболее инновационных по сравнению с сетями предыдущих поколений, будет режим функционирования радиостанций в сверхплотных радиосетях с адаптивным ДО, которое, вследствие высокой вероятности радиолиний LOS, сможет компенсировать физические ограничения на дальность связи. *Необходимым условием для адаптивного диаграммообразования является знание относительного, в том числе, углового расположения соседних станций, являющихся источниками радиоизлучения.*

Объект, предмет, цель и задачи настоящего исследования обоснованы *в разделе 1*. Структура и последовательность дальнейшего изложения результатов исследований определяются следующими обстоятельствами. Следуя новым требованиям 3GPP к показателям сетевого позиционирования, результаты исследований по вопросам оценки и визуализации пределов точности ОМП сведены *в раздел 2*. Известной проблемой при ОМП наземными и спутниковыми системами позиционирования является проблема многолучевого распространения радиоволн, поэтому вопросы позиционирования при отсутствии прямой видимости выделены *в отдельный раздел 3*. Принимая во внимание развитие воздушного сегмента при построении и функционировании гетерогенных сетей, вопросы позиционирования с использованием БПЛА представлены *в разделе 4*.

Научными результатами монографии являются следующие.

1. Разработаны имитационные модели (ИМ) радиоканала связи для наземного и воздушного сегмента радиосетей на основе БПЛА. ИМ радиоканала связи для наземного и воздушного сегмента радиосетей на основе БПЛА построены на основе анализа материалов последних экспериментальных исследований под эгидой НАСА. Для формализации моделей радиока-

нала было выполнено их подразделение на различные сценарии функционирования. Результаты проведенного анализа позволяют обосновать выбор методов обработки навигационных измерений в задачах позиционирования с использованием воздушного сегмента на основе БПЛА. Результаты исследования реализованы на предприятии реального сектора экономики ООО «Специальный технологический центр».

2. *Разработаны алгоритмы позиционирования источников радиоизлучения с использованием наземного и воздушного сегмента на основе БПЛА.* Алгоритмы позиционирования источников радиоизлучения с использованием наземного и воздушного сегмента на основе БПЛА разработаны для повышения точности определения местоположения в условиях неоднородного рельефа. Результаты исследования реализованы на предприятии реального сектора экономики ООО НПП «Цифровые радиотехнические системы». *Научная новизна* результатов исследования заключается в том, что по-новому учтена специфика сбора и обработки разностно-дальномерных навигационных измерений при движении пункта приема на борту БПЛА в составе воздушного сегмента системы позиционирования, а также впервые разработан и реализован алгоритм и методики сравнения дисперсий промежуточных оценок в обрабатываемых наборах и комбинациях пунктов приема с учетом специфики движения БПЛА в условиях высокого горья при отсутствии прямой видимости. *Теоретическая значимость* результатов исследования заключается в том, что установлена зависимость точности от траекторий и числа БПЛА в составе воздушного сегмента при позиционировании подвижного и неподвижного ИРИ, а также доказана возможность идентификации источников измерений с переотражениями при позиционировании с использованием БПЛА. *Практическая значимость* результатов исследования заключается в том, что разработанные математическая и имитационные модели позволяют оценивать и визуализировать точность позиционирования для разных топологий пунктов приема наземного сегмента и траекторий движения пунктов приема на БПЛА в составе воздушного сегмента, а также в том, что разработанные алгоритм и методики позволяют идентифицировать и исключить n источников измерений с переотраженными измерениями, если число оставшихся после исключения источников без переотражений превышает минимально необходимое на 1.

3. *Разработан комплекс моделей и методов пространственной обработки сигналов (ПОС) для позиционирования с использованием как наземного, так и воздушного сегмента на основе беспилотных летательных аппаратов.* Суть пространственной обработки заключается в комплексировании разностно-дальномерных и угломерных первичных измерений для повышения точности определения местоположения источников радиоизлучения. Для воздушного сегмента с использованием БПЛА исследованы и разработаны модели и методы, позволяющие количественно оценить эффект

комбинирования разностно-дальномерных и угломерных измерений. *Теоретическая значимость* результатов заключается в том, что установлена зависимость точности позиционирования источника радиоизлучения в пространстве от погрешности определения направления прихода сигнала подвижным пунктом приема на борту БПЛА по азимуту и углу места, а также математически обоснована необходимость идентификации и исключения переотраженных сигналов из процесса определения местоположения. *Практическая значимость* результатов заключается в том, что разработанные ИМ позволяют оценивать, прогнозировать и визуализировать условия переотражения сигналов на основе геометрической трассировки лучей с использованием цифровой модели местности с помощью радарной топографической съемки SRTM (Shuttle Radar Topography Mission). *Научная новизна* результатов заключается в том, что, в отличие от существующих подходов, в настоящем комплексе моделей и методов при комбинировании разностно-дальномерных и угломерных измерений выполнена оценка возможности позиционирования в условиях вероятных переотражений сигналов.

4. *Разработаны модели и методы, позволяющие количественно оценить эффект комбинирования разностно-дальномерных и угломерных измерений для наземного сегмента инфраструктуры сверхплотных радиосетей. Теоретическая значимость* результатов заключается в том, что установлена зависимость точности позиционирования источника радиоизлучения от топологии пунктов приема в условиях их сверхплотного территориального размещения. *Практическая значимость* результатов заключается в том, что на основе предположения об известном местоположении источников радиоизлучения выполнена численная оценка режимов функционирования методов адаптивного диаграммообразования для различных сценариев сверхплотного территориального расположения станций в составе цифровой экосистемы сетей связи пятого поколения 5G. *Научная новизна* результатов заключается в том, что, на основе известных метрик оценки точности позиционирования установлены пределы территориального разноса радиостанций для определения возможностей пространственного уплотнения одновременных передач при работе узконаправленными лучами.

5. *Математически обоснованы возможности адаптивного диаграммообразования с точки зрения связности и вероятности успешного радиоприема радиостанции в составе СПРС. Показано, что для практической реализации преимуществ адаптивного ДО необходимо сетевое позиционирование – предварительное обнаружение и сопровождение других ИРИ в процессе установления и ведения связи в составе цифровой экосистемы 5G.*

6. Представлены примеры экспериментальной реализации технологий сетевого позиционирования внутри помещений и с использованием SDR.

Совокупность полученных результатов позволяет говорить об *оформлении сетевого позиционирования как нового научного направления.*

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

Англоязычные сокращения

2D	2-dimensions	Двумерный (сценарий на плоскости)
3D	3-dimensions	Трехмерный (сценарий в пространстве)
3GPP	3rd Generation Partnership Project	Проект партнерства третьего поколения
4G	4 th Generation	Четвертое поколение сетей мобильной связи LTE
5G	5 th Generation	5-ое поколение сетей мобильной связи, работающих на основе технологий NR
AAS	Active Antenna System	Активная антенная система
ACK	Acknowledge	Подтверждение
A-GNSS/ A-GPS	Assisted GNSS/GPS	Технология быстрого старта навигационных приемников GNSS/GPS
ADS-B	Automatic Dependent Surveillance-Broadcast	Автоматическое зависимое наблюдение-вещание (АЗН-В)
AED	Automated External Defibrillator	АНД, автоматический наружный дефибриллятор
AG	Air-Ground	класс моделей радиоканала Воздух – Земля
AMPS	Advanced Mobile Phone Service	Усовершенствованная служба мобильной связи, аналоговый стандарт 1G
AOA	Angle of Arrival	Угол прихода сигнала
AR	Augmented Reality	Услуги дополненная реальность
ASM	Asset Management System	Система управления имуществом
ATC	Air Traffic Control	Управление воздушным движением (УВД)
	BeiDou	Бэйдоу, китайская ГНСС
ATPL	Airline Transport Pilot License	Транспортная лицензия пилотирования
BB	Base Band	Основная/информационная полоса частот
BBU	Baseband Unit	Блок обработки основных частот
BCCH	Broadcast Control Channel	Широковещательный канал управления
BF	Beamforming	Формирование луча, диаграммообразование
BSC	Base Station Controller	Контроллер базовой станции
BSS	Base Station Subsystem	Подсистема базовых станций
BTS	Base Transceiver Station	Базовая приемопередающая станция
CA	Carrier Aggregation	Агрегация полос (несущих)
CBC	Cell Broadcast Centre	Центр широковещательной рассылки
CDMA	Code-Division Multiple Access	Множественный доступ с кодовым разделением каналов
CE2R	Curved Earth 2 Ray	Двухлучевая модель над сферической поверхностью Земли
CEP	Circular Error Probability	Круговое вероятное отклонение (КВО)
CEPT	Conference of European Post and Telecommunications	Европейская конференция администраций почтовых служб и служб связи
CIR	Channel Impulse Response	Импульсная характеристика (ИХ) канала
CMD	Correlation Matrix Distance	Расстояние корреляционной матрицы

CN	Core Network	Ядро сети
CNPC	Control and Nonpayload Communication	Связь для обеспечения управления и передачи данных телеметрии
CoMP	Coordinated Multipoint	Координированная многоточечная передача и прием
CP	Cyclic-Prefix	Циклический префикс
CP	Control Plane	Плоскость управления
CPICH	Common Pilot Channel	Общий пилотный канал
CPL	Commercial Pilots License	Коммерческая лицензия пилотирования
CPRI	Common Public Radio Interface	Общий открытый радиointерфейс
CQM	Channel Quality Metric	Метрика качества канала
CR	Close Range	Ближнего действия
CRS	Cell Specific Reference Signal	Опорные сигналы сот
C-RAN	Cloud Radio Access Network	Облачная сеть радиодоступа
CRLB	Cramer – Rao lower bound	Нижняя граница Крамера-Рао
CRS	Cell specific Reference Signals	Пилотные сигналам сот CRS
CSI	Channel State Information	Информация о состоянии канала
CSIT	Channel Side Information at the Transmitter	Информации о состоянии канала на передающей стороне
CSMA/CA	Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance	Множественный доступ с контролем несущей и предотвращением коллизий
CTS	Clear to Send	Разрешение передачи
C-V2X	Cellular Vehicle to Everything	Система обмена данными между транспортными средствами и объектами дорожной инфраструктуры
D-AMPS	Digital Advanced Mobile Phone System	Цифровая улучшенная система мобильной связи, цифровой стандарт сотовой связи второго поколения 2G
D2D	Device-to-Device	Взаимодействие между устройствами
DB	Beamforming with Discovery	Работа радиостанции в режиме диаграммообразования с предварительным обнаружением
DCF	Distributed Coordination Function	Распределённая функция координации
DD	Directional Transmission – Directional Reception	Сеанс направленной передачи и направленного приема
DFT	Discrete Fourier Transform	Дискретное преобразование Фурье
DGPS	Differential Global Positioning System	СДК ГНСС (системы дифференциальной коррекции ГНСС)
DL	Downlink	Канал «вниз» (от БС к АС)
DO	Directional Transmission – Omni directional Reception	Сеанс направленной передачи и ненаправленного приема
DOA	Direction of Arrival	Направление прихода сигнала
DoD	Direction of Departure	Направления ухода сигнала
DRSS	Difference of RSS	Разность уровней принятых сигналов
DT	Digital transformation	Цифровая трансформация
E-Cell ID / E-CID	Enhanced Cell ID	Улучшенное позиционирование по идентификатору соты
E-OTD	enhanced OTD	Улучшенное позиционирование по наблюдаемой разности времен прихода сигнала

eLAA	Enhanced-Licensed Access	Assisted	Улучшенный доступ с помощью лицензируемого диапазона
eMBB	Enhanced Mobile Broadband		Улучшенный мобильный широкополосный доступ
eMTC	Enhanced Machine Type Communication		Улучшенная связь для межмашинного взаимодействия
eNB	Evolved Node-B		Усовершенствованная базовая станция сети LTE
ESPRIT	Estimating Signal Parameters via Rotational Invariance Technique		Алгоритм оценки параметров сигнала методом инвариантности поворота
ETSI	European Telecommunications Standards Institute		Европейский институт по стандартизации в области телекоммуникаций
FBMC	Filterbank Multicarrier		Модуляция с множеством несущих с использованием банка фильтров
FCC	Federal Communications Commission		Федеральная комиссия по электросвязи США
FD	Full Duplex		Технология полнодуплексной радиосвязи
FDD	Frequency division duplex		Дуплекс с частотным разделением
FDMA	Frequency Division Multiple Access		Множественный доступ с частотным разделением каналов
FD MIMO	Full-Dimension MIMO		Технология полноразмерного (3D) MIMO
FDOA	Frequency Difference of Arrival		Разность частот прихода сигнала
FE2R	Flat Earth 2 Ray		Двухлучевая модель над плоской поверхностью Земли
FIM	Fisher information matrix		Информационная матрица Фишера
FR	Frequency Range		Частотный диапазон
FSL	Free Space Loss		Потери РРВ в свободном пространстве
FSPL	Free Space Path Loss		Потери в свободном пространстве
FTM	Fine Time Measurement		Точное измерение времени
FTTA	Fiber to the Antenna		Технология «Волокно к антенне»
FTTx	Fiber To The x		Технология оптоволокну как среды передачи от передатчика до точки x
GBSCM	Geometry Based Spatial Channel Model		Геометрически-пространственная модель канала
GDOP	Geometric Dilution of Precision		Геометрический фактор снижения точности позиционирования
GERAN	GSM EDGE Radio Access Network		Сеть радиодоступа GSM EDGE
GMLC	Gateway Mobile Location Center		Шлюзовой центр позиционирования
GMSK	Gaussian Minimum Shift Keying		Гауссовская частотная модуляция с минимальным сдвигом
GNSS	Global Navigation Satellite System		Глобальная навигационная спутниковая система (ГНСС)
GP	Gaussian Process		Гауссовский процесс
GP	Guard Period		Защитный интервал

GPRS	General Packet Radio Service	Услуга пакетной передачи данных общего пользования
GPS	Global Positioning System	Система глобального позиционирования
GSCM	Geometry-based Stochastic Channel Model	пространственно-статистические модели, учитывающие геометрию радиолинии
GSM	Global System for Mobile Communications	Глобальная система мобильной сотовой связи
GSMA	GSM Association	Ассоциация GSM
GTD	Geometric Time Difference	Геометрическая разность времен прихода сигналов
HA	High Altitude	Высотные
HA GNSS	High-Accuracy GNSS	ГНСС с повышенной точностью
HALE	High Altitude Long Endurance	Высотные большой продолжительности полета
HLR	Home Location Register	Домашний регистр местоположения
HSM	Horizontal Spectrum Manager	Горизонтальный менеджер спектра
IaaS	Infrastructure as a Service	Инфраструктура как услуга
ICT	Information and Communication Technology	Информационно-коммуникационные технологии (ИКТ)
IDMA	Interleave Division Multiple Access	Многостанционный доступ с разделением на основе перемежения
IDPL	idle period downlink	Периоды молчания в канале DL
IMS	IP Multimedia Subsystem	Мультимедийная подсистема на базе протокола IP
IMT	International Mobile Telecommunications	Международная подвижная электросвязь
IMU	Inertial Measurement Unit	Инерциальный измерительный модуль
INS	Inertial navigation system	Инерциальная навигационная система
IRNSS	Indian Regional Navigation Satellite System	Индийская региональная спутниковая система навигации
IoT	Internet of Things	Интернет вещей
IIoT	Industrial Internet of Things	Промышленный интернет вещей
IP	Idle Periods	Периоды молчания
IPTV	Internet Protocol Television	Телевидение по протоколу интернета
ITS	Intellectual Transport Systems	Интеллектуальные транспортные системы (ИТС)
ITU	International Telecommunication Union	Международный союз электросвязи
KPI	Key Performance Indicators	Ключевой показатель эффективности
LA	Low Altitude	Низковысотные
LAA	License Assisted Access	Доступ к спектру, при котором агрегируется главная несущая из лицензионного диапазона с вторичной несущей из нелицензируемого диапазона
LAC	Location Aware Communication	Организация радиосвязи, основанная на данных о местоположении
LADP	Low Altitude Deep Penetration	Низковысотные глубокого проникновения

LALE	Low Altitude Long Endurance	Низковысотные большой продолжительности полёта
LBS	Location-based Service	Тип услуг, основанных на определении местоположения
LCS	Location Service	Сервисы геолокации
LEP	Line Error Probability	Линейное вероятное отклонение (ЛВО)
LMU	Location Measurement Unit	Модуль измерения местоположения
LNA	Low Noise Amplifier	Малозумящий усилитель (МШУ)
LoB	Line of Bearing	Линия пеленга
LoP	Line of Position	Линия положения
LOS	Line Of Sight	Наличие прямой видимости
LPP	LTE Positioning Protocol	Протокол позиционирования LTE
LPPa	LPP Annex	Дополнение протокола позиционирования LPP
LPS	Local positioning system	Система локального позиционирования
LS	Location Server	Сервер позиционирования
LSA	Licensed Sharing Access	Совместно лицензируемый доступ
LTE	Long-Term Evolution	Долговременное развитие, стандарт мобильной связи 4-го поколения
LTE-A	LTE-Advanced	Развитие стандарта мобильной связи 4-го поколения
LTE-A Pro	LTE Advanced Pro	Развитие стандарта мобильной связи поколения 4,5G
LTE-U	LTE in unlicensed spectrum	LTE в нелицензируемом диапазоне
MA	Medium Altitude	Средневысотные
MALE	Medium Altitude Long Endurance	Средневысотные большой продолжительности полёта
MatLab	Matrix Laboratory	Матричная лаборатория
M2M	Machine-to-Machine	Межмашинное взаимодействие
MCX	Mission Critical Services	Критические службы
MEC	Mobile Edge Computing	Мобильные периферийные/граничные вычисления
MLC	Mobile Location Center	Центр позиционирования
MIMO	Multiple Input Multiple Output	Многоканальный вход/многоканальный выход
MME	Mobility Management Entity	Блок управления мобильностью
mMIMO	Massive MIMO	Технология MIMO, в которой количество АТ меньше, чем количество антенн
MIoT	Massive IoT	Крупномасштабные системы IoT
MPC	Multipath Components	Многочувствительные компоненты
MR	Medium Range	Средней дальности
MRE	Medium Range Endurance	Среднего радиуса действия продолжительного полета
MSE	Mean Square Error	Среднеквадратическая ошибка
MSC	Mobile Switching Center	Центр мобильной коммутации
MVNO	Mobile Virtual Network Operator	Виртуальный оператор подвижной связи
MUSIC	Multiple Signal Classification	Алгоритм классификации множественных сигналов

NASA	National Aeronautics and Space Administration	Национальное управление по авиации и исследованию космического пространства США
NB	Normal Burst	Нормальный временной интервал
NB-IoT	Narrowband Internet of Things	Узкополосный IoT
NFV	Network Functions Virtualization	Виртуализация сетевых функций
NLOS	Non-Line Of Sight	Отсутствие прямой видимости
NMT	Nordic Mobile Telephone	Мобильный телефон северных стран, аналоговый стандарт сотовой связи первого поколения 1G
Node B	Node B	Базовая станция сети стандарта UMTS
N-OFDM	Non-Orthogonal Frequency Division Multiplexing	Мультиплексирование с неортогональным частотным разделением каналов
NPPL	National Private Pilots License	Государственная лицензия пилотирования
NR	New Radio	Новый радиointерфейс
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing	Мультиплексирование с ортогональным частотным разделением
OFDMA	Orthogonal frequency-division multiple access	Доступ с ортогональным частотным мультиплексированием
OSI	Open Systems Interconnection	Сетевая модель взаимодействия открытых систем (МВОС)
OTD	Observed Time Difference	Наблюдаемая разность времен прихода сигнала
OTDOA	Observed Time Difference of Arrival	Наблюдаемая разница времен прихода
OW	Over Water	(модель канала) связи над водой
PBCH	Physical Broadcast Channel	Физический канал передачи вещательной информации.
PCC	Primary Component Carrier	Первичная компонента несущей
PDF	Probability Density Function	Функция плотности вероятности
PDMA	Pattern Division Multiple Access	Мультиплексирование с разделением по шаблону
PDCCH	Physical downlink Control Channel	Физический канал управления «вниз»
PDP	Power Delay Profile	Профиль мощности задержек МРРВ
PDF	Probability Density Function	Функция плотности вероятности
PE	Positioning Element	Модуль/элемент позиционирования
P-GW	Packet Gateway	Шлюз выхода на пакетные сети
PL	Path Loss	Потери распространения (РРВ)
PPL	Private Pilots License	Частная лицензия пилотирования
PPP	Poisson point process	Процесс Пуассона
PRS	Positioning Reference Signals	Опорные сигналы позиционирования
PSS	Primary Synchronization Signal	Первичный сигнал синхронизации
PUSCH	Physical Uplink Shared Channel	Физический канал передачи пользовательского трафика и сигнализации
QoS	Quality of service	Качество обслуживания
QPSK	Quadrature phase shift keying	Квадратурная фазовая манипуляция
RAN	Radio Access Network	Сеть радиодоступа

RAT	Radio Access Technology	Технология радиодоступа
RB	Random Beamforming	Работа радиостанции в режиме диаграммообразования случайного ДО (ДО без предварительного обнаружения)
RF	Radio Frequency	Несущая/радиочастота
RFID	Radio Frequency IDentification	Радиочастотная идентификация
RMS	Root Mean Square	Среднеквадратическое расширение
RMS-DS	Root Mean Square Delay Spread	Среднеквадратическое расширение задержки
RMSE	Root Mean Square Error	Среднеквадратическое отклонение
RNC	Radio Network Controller	Контроллер радиосети
RP	Reflected Path	Отраженный луч
RRC	Radio Resource Control Protocol	Протокол управления радиоресурсами
RRH	Remote Radio Head	Выносной радиомодуль
RRLP	Radio Resource LCS Protocol	Протокол радиоресурсов LCS
RRU	Radio Remote Unit	Блок удаленной обработки радиочастот
RSTD	Reference Signal Time Difference	Разности времен опорных сигналов
RTD	Real Time Difference	Неточность временной синхронизации между двумя распределенными БС
RTK	Real-Time Kinematic	Кинематика реального времени, методы ОМП сантиметровой точности с помощью ГНСС и поправок с БС
RTS	Request to Send	Запрос на передачу
RTT	Round-Trip Time	Время двойного оборота
RUC	Road User Charging	Система взимания платы за проезд
RWGH	Residual weighting algorithm	Алгоритм взвешенных остатков
SB	Synchronization Burst	Временной интервал синхронизации
SCC	Secondary Component Carrier	Вторичная компонента несущей
SCH	Synchronization Channel	Канал синхронизации
SC-FDMA	Single-carrier FDMA	Одночастотная технология SC-FDMA
SCMA	Sparse Code Multiple Access	Многостанционный доступ на основе разреженных кодов
SD	Stationarity Distance	Интервал стационарности
SDMA	Space-division multiple access	Множественный доступ с пространственным уплотнением
SDN	Software Defined Network	Программно-определяемая сеть
SDR	Software Defined Network	Программно-конфигурируемое радио
SEP	Spherical Error Probability	Сферическое вероятное отклонение (СВО)
SGSN	Serving GPRS Support Node	Узел обслуживания абонентов GPRS
S-GW	Serving Gateway	Обслуживающий шлюз
SIC	Self-Interference Cancellation	Само-подавление внутрисист. помех
SIMO	Single Input Multiple Output	Один вход множество выходов
SINR	Signal-to-interference-plus-noise ratio	Отношение сигнал шум плюс помеха
SLAM	Simultaneous Localization and Mapping	Одновременная локализация и построение карты

SLP	SUPL Location Platform	Платформа SUPL (сервер домашней платформы местоположения)
SMLC	Serving Mobile Location Center	Сервисный центр позиционирования
SNOI	Signal of No Interest	Мешающий (не интересующий) сигнал
SNR	Signal to Noise Ratio	Отношение сигнал/шум
SOI	Signal of Interest	Полезный (интересующий) сигнал
SON	Self-organizing network	Самоорганизующаяся сеть
SR	Short Range	Малой дальности
SRTM	Shuttle Radar Topography Mission	Радиолокационная топографическая миссия шаттла
SSS	Secondary Synchronization Signal	Вторичный сигнал синхронизации
SUPL	Secure User Plane Location	Безопасный протокол позиционирования в плоскости пользователя
TB	Tail Bits	Концевая комбинация
TBS	Terrestrial Beacon Systems	Системы наземного позиционирования с использованием маяка
TCAS	Traffic alert and collision avoidance systems	Система безопасности транспортного движения/предупреждения столкновений
TDD	Time division duplex	Дуплекс с временным разделением
TDL	Tapped-Delay Line	Многоотводная линия задержки
TDMA	Time Division Multiple Access	Доступ с временным разделением
TDOA	Time Difference of Arrival	Разность времен прихода сигнала
TMS	Traffic Management Server	Сервер управления дорожным движением
TOA	Time of Arrival	Время прихода сигнала
TPCC	Temporal PDP Correlation Coefficient	Коэффициент временной корреляции профиля мощности PDP
TS	Training Sequence	Обучающая последовательность
TTFF	Time to First Fix	Время срабатывания
UAS	Unmanned Aerial System	Беспилотные авиационные системы, БАС
UAV	Unmanned Aerial Vehicle	Беспилотный летательный аппарат (БПЛА)
UCAV	Unmanned Combat Aerial Vehicle	Специальные беспилотные боевые самолёты
UDN	Ultra-Dense Networks	Сверхплотные сети
UE	User Equipment	оборудование пользователя
UL	Uplink	Канал «вверх» (от АС к БС)
UMTS	Universal Mobile Telecommunications Service	Универсальная мобильная телекоммуникационная система
UP	User Plane	Плоскость пользователя
URLLC	Ultra-Reliable and Low Latency Communications	Ультранадежная связь с низкими задержками
UTRAN	UMTS Terrestrial Radio Access Network	Сеть радиодоступа UMTS
V2X	Vehicle-to-Everything	Подключение автомобиля к любому объекту в сети
VCGW	Virtual Converged Gateway	Виртуальный конвергентный шлюз
VoD	Video on Demand	Видео по запросу
VLGW	Virtual Location Gateway	Виртуальный шлюз местоположения
VM	Virtual machine	Виртуальная машина

VR	Virtual Reality	Услуги виртуальной реальности
WARN	Wide Area Reference Network	Сеть стационарных наземных опорных станций
WCDMA	Wideband Code Division Multiple Access	Широкополосный множественный доступ с кодовым разделением
Wi-Fi	Wireless Fidelity	Технология WLAN IEEE 802.11
WLAN	Wireless Local Area Network	Беспроводная локальная сеть
WLPS	Wireless local positioning system	Беспроводная система локального позиционирования

Русскоязычные сокращения

ААС	Адаптивная/активная антенная система
ААР	Адаптивная антенная решетка
АС	Антенная система
АБГШ	Аддитивный белый гауссовский шум
АКБ	Аккумуляторная батарея
АТС	Автоматическая телефонная станция
АС/АТ/АУ	Абонентская станция / абонентский терминал / абонентское устройство
АЦП	Аналого-цифровой преобразователь
БАС	Беспилотные авиационные системы
БД	База данных
БС	Базовая станция
БПЛА	Беспилотный летательный аппарат
ВА	Военная авиация
ВВХ	Вероятностно-временные характеристики
ВИ	Временной интервал
ВКФ	Взаимная корреляционная функция
ВП	Воздушное пространство
ВОЛС	волоконно-оптических линий связи
ГА	Гражданская авиация
ГКРЧ	Государственная комиссия по радиочастотам
ГЛОНАСС	Российская глобальная навигационная спутниковая система
ГНСС	Глобальные навигационные спутниковые системы
ДМВ	Дециметровые волны с λ от 1 м до 10 см (300 МГц до 3 ГГц, УВЧ)
ДН	Диаграмма направленности
ДНА	Диаграмма направленности антенны
ДО	Диаграммообразование
ИИ	Искусственный интеллект
ИКТ	Информационно-коммуникационные технологии
ИМ	Имитационная модель
ИРИ	Источник радиоизлучения
ИНС	Инерциальная навигационная система
ИТС	Интеллектуальные транспортные системы
ИХ	Импульсная характеристика
КВО	Круговое вероятное отклонение
КВЧ	Крайне высокие частоты (ММВ) с λ от 10 мм до 1 мм (от 30 – 300 ГГц)
КНД	Коэффициент направленного действия
КУ	Коэффициент усиления
ЛВО	Линейное вероятное отклонение
ЛМ	Алгоритм Левенберга-Марквардта

ЛМНК	Линеаризованный метод наименьших квадратов
МЛК	Многолучевые компоненты
ММВ	Миллиметровые волны с λ от 10 мм до 1 мм (30 ГГц до 300 ГГц)
МНК	Метод наименьших квадратов
МП	Максимальное правдоподобие
МП	Местоположение
МПСПР	Многопозиционные системы пассивной радиолокации
МРРВ	Многолучевое распространение радиоволн
МСЭ	Международный союз электросвязи
МП	Местоположение
МШУ	Малошумящий усилитель
МЭМС	Микроэлектромеханические системы
НКГР	Нижняя граница Крамера-Рао
НП	Наземный пункт
ОМП	Определение местоположения
ОСШ	Отношение сигнал–шум
ОТ	Опорная точка
ПВ	Плотность вероятности
ПОК	Промежуточная оценка координат
ПОС	Пространственная обработка сигналов
ПП	Пункт приема
ПС	Пропускная способность
ПСП	Псевдослучайная последовательность
ПЧ	Преобразование частоты
РБ	Ресурсный блок
РДМ	Разностно-дальномерный метод
РНС	Радионавигационные системы
РРВ	Распространение радиоволн
РЧС	Радиочастотный спектр
СВ	Случайная величина
СВЧ	Сверхвысокие частоты от 3 ГГц до 30 ГГц
СВО	Сферическое вероятное отклонение
СКО	Среднеквадратическая ошибка / среднее квадратичное отклонение
СМВ	Сантиметровые волны с λ от 10 см до 1 см (3 ГГц до 30 ГГц, СВЧ)
СРД	Сети радиодоступа
СПРС	Сеть подвижной радиосвязи
СПРС	Самоорганизующиеся/сверхплотные радиосети
СПС	Сеть подвижной связи
УВД	Управление воздушным движением
УВЧ	Ультравысокие частоты от 300 МГц до 3 ГГц
УМ	Угломерный метод
УМ	Усилитель мощности
ФАР	Фазированная антенная решетка
ФПВ	Функция плотности вероятности
ХВО	Характеристика вероятного отклонения
ЦММ	Цифровая модель местности
ЦАП	Цифро-аналоговый преобразователь
ЦОД	Центр обработки данных
ЦОС	Цифровая обработка сигналов

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *ITU-R Rep. M.2083-0. IMT vision - Framework and overall objectives of the future development of IMT for 2020 and beyond. tech. rep. 2015.* – URL : https://www.itu.int/dms_pubrec/itu-r/rec/m/R-REC-M.2083-0-201509-I!!PDF-E.pdf (Дата обращения 22.06.2020).
2. *Шахнович, И.* Системы беспроводной связи 5G: телекоммуникационная парадигма, которая изменит мир / И. Шахнович // *Электроника: Наука, технология, бизнес.* – 2015. – № 7 (147). – С. 48–55.
3. *ITU-R M. 1645. Framework and overall objectives of the future development of IMT-2000 and systems beyond IMT-2000. Recommendation M.* – 2008.
4. *Бабков, В.Ю.* Сотовые системы мобильной радиосвязи / В.Ю. Бабков, И.А. Цикин. – Санкт-Петербург : СПбПУ, 2011. – 426 с.
5. *Тихвинский, В. О.* Управление и качество услуг в сетях GPRS/UMTS / В. О. Тихвинский, С. В. Терентьев. – Москва : Эко-Трендз, 2007. – 400 с.
6. *Сети стандарта LTE. Развитие технологий радиодоступа / А.Е. Рыжков [и др.].* – Санкт-Петербург : СПбГУТ, 2015. – 256 с.
7. *Тихвинский, В.О.* Сети мобильной связи LTE/LTE-Advanced: технологии 4G, приложения и архитектура / В.О. Тихвинский, С.В. Терентьев, В.П. Высочин. – Москва : Издательский дом Медиа Паблишер, 2014. – 384 с.
8. *Тихвинский, В.О.* Стандартизация мобильной связи 5G как процесс создания инфраструктурной основы цифровой экономики / В.О. Тихвинский // *Электросвязь.* – 2018. – № 12. – С. 24-30.
9. *Бородин, А.С.* Сети связи пятого поколения как основа цифровой экономики / А.С. Бородин, А.Е. Кучерявый // *Электросвязь.* – 2017. – № 5. – С. 45-49.
10. *Тихвинский, В.О.* Технологии 5G - базис мобильной инфраструктуры цифровой экономики / В.О. Тихвинский // *Электросвязь.* – 2018. – № 3. – С. 48-55.
11. **Фокин, Г. А. Сценарии позиционирования в сетях 5G / Г.А. Фокин // Вестник связи. – № 2. – 2020. – С. 3-9.**
12. **Фокин, Г. А. Сценарии позиционирования в сетях 5G. Продолжение / Г.А. Фокин // Вестник связи. – № 3. – 2020. – С. 13-21.**
13. **Фокин, Г. А. Эволюция процедур позиционирования в сетях подвижной радиосвязи / Г.А. Фокин // Информационные технологии и телекоммуникации. – 2020. – Том 8. № 1. – С. 76–89.**
14. **Фокин, Г. Эволюция технологий позиционирования в сетях 2G-4G. Часть 1 / Г.А. Фокин // Первая миля. – 2020. – № 2 (87). – С. 32-39.**
15. **Фокин Г. Эволюция технологий позиционирования в сетях 2G-4G. Часть 2 / Г.А. Фокин // Первая миля. – 2020. – № 3 (88). – С. 30-35.**
16. *3GPP TR 38.913 V15.0.0 (2018-06) // 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Study on Scenarios and Requirements for Next Generation Access Technologies; (Release 15).*
17. *Концепция создания и развития сетей 5G/IMT-2020 в Российской Федерации (Проект) – URL : http://апэап.рф/sites/default/files/news_doc/17610.pdf (Дата обращения 22.06.2020).*
18. *Распоряжение Правительства Российской Федерации от 28.06.2017 № 1632-р «Об утверждении программы «Цифровая экономика Российской Федерации».*
19. *Бутенко, В.* Сети 5G/IMT-2020 & IoT - основа цифровой трансформации / В. Бутенко, В. Веерпалу, Е. Девяткин, Д. Федоров // *Электросвязь.* – 2018. – № 12. – С. 4–9.

20. Тихвинский, В.О. Сети 5G и IoT – инновационная среда для цифровой экономики России / В.О. Тихвинский // Электросвязь. – 2017. – № 8. – С. 18-24.
21. Рекомендация МСЭ-R М.2083-0 (09/2015). Концепция ИМТ – Основы и общие задачи будущего развития ИМТ на период до 2020 года и далее. International Telecommunications Union [Электронный ресурс] – URL : <https://www.itu.int/rec/R-REC-M.2083-0-201509-I/en> (Дата обращения 22.06.2020).
22. ВКР 2019: основные итоги [Электронный ресурс] – URL : <https://niir.ru/2019/11/26/vsemirnaya-konferenciya-radiosvyazi-2019-osnovnye-itogi/> (Дата обращения 22.06.2020).
23. Девяткин, Е. Сценарий внедрения сетей 5G/ИМТ-2020 Консорциумом операторов подвижной связи / Е. Девяткин, А. Минов, Д. Федоров // Электросвязь. – 2019. – № 1. – С. 4-7.
24. 3GPP TR 22.862 V14.1.0 (2016-09). 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Services and System Aspects; Feasibility Study on New Services and Markets Technology Enablers for Critical Communications; Stage 1. (Release 14).
25. 3GPP TR 22.872 V16.1.0 (2018-09). 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Services and System Aspects; Study on positioning use cases; Stage 1 (Release 16).
26. 3GPP TS 38.305 V15.4.0 (2019-06). 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; NG Radio Access Network (NG-RAN); Stage 2 functional specification of User Equipment (UE) positioning in NG-RAN (Release 15).
27. ETSI TS 103 246-3 V1.1.1 (2015-07). Satellite Earth Stations and Systems (SES); GNSS based location systems; Part 3: Performance requirements.
28. 3GPP TR 37.857 V13.1.0 (2015-12). 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Study on indoor positioning enhancements for UTRA and LTE (Release 13).
29. Связанная система координат [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Связанная_система_координат (Дата обращения 22.06.2020).
30. Дополненная реальность [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Дополненная_реальность (Дата обращения 22.06.2020).
31. 3GPP TS 22.261 V17.1.0 (2019-12). 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Services and System Aspects; Service requirements for the 5G system; Stage 1 (Release 17).
32. del Peral-Rosado, J. A. Survey of Cellular Mobile Radio Localization Methods: From 1G to 5G / J. A. del Peral-Rosado, R. Raulefs, J. A. López-Salcedo, G. Seco-Granados // IEEE Communications Surveys & Tutorials. – 2018. – Secondquarter. – V. 20, №. 2. – P. 1124-1148.
33. Fischer, S. Observed time difference of arrival (OTDOA) positioning in 3GPP LTE / S. Fischer. – tech. rep. – Qualcomm Technologies. – July. – 2014.
34. 3GPP TS 36.214. Physical layer; Measurements, Rel. 15, V15.4.0, Sep. 2019.
35. 3GPP TS 36.133. Requirements for support of radio resource management. Rel.16, V16.3.0, Sep. 2019.
36. 3GPP TS 36.211. Physical channels and modulation, Rel. 15, V15.7.0, Sep. 2019.
37. 3GPP TS 36.355. LTE Positioning Protocol (LPP), Rel. 15, V15.5.0, Sep. 2019.
38. 3GPP TS 36.455. LTE Positioning Protocol A (LPPa), Rel. 15, V15.2.1, Jan. 2019.
39. 3GPP TS 23.271. Functional stage 2 description of Location Services (LCS), Rel. 15, V15.2.0, Dec. 2019-12.

40. *FCC 96-264*. Report & order and further notice of proposed rulemaking on revision of the FCC rules to ensure compatibility with enhanced 911 emergency calling systems, tech. rep., 1996.
41. *FCC 99-245*. Third report and order on E-911 phase II requirements, tech. rep., Sept. 1999.
42. *FCC 10-176*. Second report and order on wireless E911 location accuracy requirements, tech. rep., Sept. 2010.
43. *FCC 14-13*. Third further notice of proposed rulemaking on wireless E911 location accuracy requirements,” tech. rep., Feb. 2014.
44. *FCC 15-9*. Fourth report and order on wireless E911 location accuracy requirements, tech. rep., Jan. 2015.
45. *3GPP TS 03.71*. Location services (LCS); Functional description; Stage 2, Rel. 98, V7.0.0, June 1999.
46. *3GPP TS 22.071*. Location services (LCS); Service description; Stage 1, Rel. 1999, V3.1.0, Oct. 1999.
47. *3GPP TS 25.305*. Stage 2 functional specification of user equipment (UE) positioning in UTRAN, Rel. 99, V3.0.0, Dec. 1999.
48. *3GPP TS 25.305*. Stage 2 functional specification of user equipment (UE) positioning in UTRAN, Rel. 7, V7.0.0, June 2005.
49. *3GPP TS 25.305*. Stage 2 functional specification of UE positioning in UTRAN, Rel. 10, V10.0.0, Sep. 2010.
50. *RP-080995*. Positioning support for LTE, 3GPP, Alcatel-Lucent, AT&T, CMCC, Ericsson, KDDI, Nokia Siemens Networks, Nortel Networks, Qualcomm Europe, Spirent Telecommunication Systems, US Cellular Corporation, Verizon, RAN#42, Dec. 2008.
51. *3GPP TS 36.305*. Stage 2 functional specification of UE positioning in E-UTRAN, Rel. 9, V9.0.0, Sep. 2009.
52. *3GPP TS 22.071*. Location services (LCS); Service description; Stage 1, Rel. 9, V9.1.0, Sep. 2009.
53. *3GPP TR 25.847*. UE positioning enhancements, Rel. 4, V4.0.0, Mar. 2001.
54. *3GPP TS 36.305*. Stage 2 functional specification of UE positioning in E-UTRAN, Rel. 11, V11.0.0, Jul. 2012.
55. *3GPP TS 36.111*. LMU performance specification; Network based positioning systems in E-UTRAN, Rel. 11, V11.4.0, Oct. 2014.
56. *3GPP TR 36.809*. RF pattern matching location method in LTE, Rel. 12, V12.0.0, Sep. 2013.
57. *3GPP TR 36.855*. Feasibility of positioning enhancements for EUTRA, Rel. 13, V13.0.0, Jan. 2015.
58. *3GPP TR 37.857*. Study on indoor positioning enhancements for UTRA and LTE, Rel. 13, V13.1.0, Jan. 2016.
59. *3GPP TS 36.305*. Stage 2 functional specification of UE positioning in E-UTRAN, Rel. 13, V13.0.0, Jan. 2016.
60. *3GPP TS 22.071*. Location services (LCS); Service description; Stage 1, Rel. 14, V14.1.0, Sep. 2015.
61. *3GPP TS 36.305*. Stage 2 functional specification of UE positioning in E-UTRAN, Rel. 9, V9.10.0, Jan. 2013.
62. *3GPP TR 36.171*. Requirements for support of A-GNSS, Rel. 9, V9.0.0, Mar. 2010.
63. *Campos, R. S.* Evolution of Positioning Techniques in Cellular Networks, from 2G to 4G / R. S. Campos // Wireless Communications and Mobile Computing. – 2017. – Art. ID 2315036. – 17 P.

64. *3GPP TS 36.305*. Stage 2 functional specification of UE positioning in E-UTRAN, Rel. 14, V14.0.0, Dec. 2016.
65. *3GPP TS 04.31*. Mobile Station (MS) - Serving Mobile Location Centre (SMLC) Radio Resource LCS Protocol (RRLP), Rel. 1999, V8.18.0, Jun. 2007.
66. *Agiwal, M.* Next Generation 5G Wireless Networks: A Comprehensive Survey / M. Agiwal, A. Roy, N. Saxena // *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. – thirdquarter. – 2016. – V. 18, №. 3. – P. 1617-1655.
67. *Rappaport, T. S.* Millimeter wave mobile communications for 5G cellular: It will work! / T. S. Rappaport et al // *IEEE Access*. – May. – 2013. – V. 1. – P. 335–345.
68. *Rappaport, T. S.* Broadband millimeter wave propagation measurements and models using adaptive beam antennas for outdoor urban cellular communications / T. S. Rappaport et al // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – Apr. – 2013. – V. 61, №. 4. – P. 1850–1859.
69. *Anderson, C. R.* In-building wideband partition loss measurements at 2.5 and 60 GHz / C. R. Anderson, T. S. Rappaport // *IEEE Trans. Wireless Commun.* – May. – 2004. – V. 3, №. 3. – P. 922–928.
70. *Kyro, M.* Experimental propagation channel characterization of mm-wave radio links in urban scenarios / M. Kyro, V. Kolmonen, P. Vainikainen // *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.* – Jul. – 2012. – V. 11. – P. 865–868.
71. *Pi, Z.* An introduction to millimeter-wave mobile broadband systems / Z. Pi, F. Khan // *IEEE Commun. Mag.* – Jun. – 2011. – V. 49, №. 6. – P. 101–107.
72. *Boccardi, F.* Five disruptive technology directions for 5G / F. Boccardi et. al // *IEEE Commun. Mag.* – Feb. – 2014. – V. 52, №. 2. – P. 74–80.
73. *Bae J.* Architecture and performance evaluation of mmWave based 5G mobile communication system / J. Bae et. al // in *Proc. Int. Conf. Inf. Commun. Technol. Convergence (ICTC)*. – 2014. – P. 847–851.
74. *Rajagopal, S.* Antenna array design for multi-gbps mmWave mobile broadband communication / S. Rajagopal, S. Abu-Surra, Z. Pi, F. Khan // in *Proc. Global Telecommun. Conf. (Globecom)*. – 2011. – P. 1–6.
75. *Khan, F.* Millimeter-wave mobile broadband with large scale spatial processing for 5G mobile communication / F. Khan, Z. Pi, S. Rajagopal // in *Proc. 50th Annu. Allerton Conf. Commun. Control Comput. (Allerton)*. – 2012. – P. 1517–1523.
76. *Pi, Z.* System design and network architecture for a millimeter-wave mobile broadband (MMB) system / Z. Pi, F. Khan // in *Proc. IEEE Sarnoff Symp.* – 2011. – P. 1–6.
77. *Roh, W.* Millimeter-wave beamforming as an enabling technology for 5G cellular communications: Theoretical feasibility and prototype results / W. Roh et al. // *IEEE Commun. Mag.* – Feb. – 2014. – V. 52, №. 2. – P. 106–113.
78. *Cardieri, P.* Application of narrow-beam antennas and fractional loading factor in cellular communication systems / P. Cardieri, T. S. Rappaport // *IEEE Trans. Veh. Technol.* – Mar. – 2001. – V. 50, №. 2. – P. 430–440.
79. *Kallnichev, V.* Analysis of beam-steering and directive characteristics of adaptive antenna arrays for mobile communications / V. Kallnichev // in *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. – June. – 2001. – V. 43, №. 3. – P. 145-152.
80. *Vook, F. W.* MIMO and beamforming solutions for 5G technology / F. W. Vook, A. Ghosh, T. A. Thomas // *2014 IEEE MTT-S International Microwave Symposium (IMS2014)*, Tampa, FL. – 2014. – P. 1-4.
81. *Rajagopal, S.* Beam broadening for phased antenna arrays using multibeam subarrays / S. Rajagopal // in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.* – 2012. – P. 3637–3642.

82. *Tsang, Y. M.* Coding the beams: Improving beamforming training in mmwave communication system / Y. M. Tsang, A. S. Y. Poon, S. Addepalli // in Proc. IEEE Global Telecommun. Conf. – 2011. – P. 1–6.
83. *Lu, L.* An overview of massive MIMO: Benefits and challenges / L. Lu et. al // IEEE J. Sel. Areas Commun. – Oct. – 2014. – V. 8, №. 5. – P. 742–758.
84. *Mehmood, Y.* Large scaled multi-user MIMO system so called massive MIMO systems for future wireless communication networks / Y. Mehmood et. al // in Proc. Int. Conf. Autom. Comput. – 2013. – P. 1–4.
85. *Larsson, E.* Massive MIMO for next generation wireless systems / E. Larsson, O. Edfors, F. Tufvesson, T. Marzetta // IEEE Commun. Mag. – Feb. – 2014. – V. 52, №. 2. – P. 186–195.
86. *Xiang, Z.* Massive MIMO multicasting in noncooperative cellular networks / Z. Xiang, M. Tao, X. Wang // IEEE J. Sel. Areas Commun. – Jun. – 2014. – V. 32, №. 6. – P. 1180–1193.
87. *Balanis, C. A.* Antenna theory: analysis and design / C. A. Balanis. – John wiley & sons, 2016. – 1104 P.
88. *Talwar, S.* Enabling technologies and architectures for 5G wireless / S. Talwar et. al // in Proc. MTT-S Int. Microw. Symp. (IMS). – 2014. – P. 1–4.
89. *Goyal, S.* Full duplex cellular systems: Will doubling interference prevent doubling capacity? / S. Goyal et. al // IEEE Commun. Mag. – May. – 2015. – V. 53, №. 5. – P. 121–127.
90. *Zheng, G.* Joint beamforming optimization and power control for full duplex MIMO two-way relay channel / G. Zheng // IEEE Trans. Signal Process. – Feb. – 2015. – V. 63, №. 3. – P. 555–566.
91. *Сеть радиодоступа 5G [Электронный ресурс].* – URL : <https://itechinfo.ru/content/сеть-радиодоступа-5g-часть-1> (Дата обращения 22.06.2020).
92. *Taranto, R. Di* Location-Aware Communications for 5G Networks: How location information can improve scalability, latency, and robustness of 5G / R. Di Taranto et. al // IEEE Signal Processing Magazine. – Nov. – 2014. – V. 31, №. 6. – P. 102–112.
93. *Slock, D.* Location aided wireless communications / D. Slock // 2012 5th International Symposium Communications, Control and Signal Processing, Rome. – 2012. – P. 1–6.
94. *Dammann, A.* WHERE2 location aided communications / A. Dammann et. al // Proc. European Wireless Conf. – Apr. – 2013. – P. 1–8.
95. *Ko, Y. B.* Geocasting in mobile ad hoc networks: Location-based multicast algorithms / Y. B. Ko, N. H. Vaidya // in Proc. IEEE Workshop on Mobile Computing Systems and Applications. – 1999. – P. 101–110.
96. *Celebi, H.* Utilization of location information in cognitive wireless networks / H. Celebi, H. Arslan // IEEE Wireless Commun. – 2007. – V. 14, №. 4. – P. 6–13.
97. *Guerra, A.* Position and orientation error bound for wideband massive antenna arrays / A. Guerra, F. Guidi, D. Dardari // in Proc. IEEE ICC Workshops. – June. – 2015. – P. 853–858.
98. *Guidi, F.* Personal Mobile Radars with Millimeter-Wave Massive Arrays for Indoor Mapping / F. Guidi, A. Guerra, D. Dardari // in IEEE Transactions on Mobile Computing. – June. – 2016. – V. 15, №. 6. – P. 1471–1484.
99. *Guerra, A.* Single-Anchor Localization and Orientation Performance Limits Using Massive Arrays: MIMO vs. Beamforming / A. Guerra, F. Guidi, D. Dardari // in IEEE Transactions on Wireless Communications. – Aug. – 2018. – V. 17, №. 8. – P. 5241–5255.

100. *Shahmansoori, A.* 5G Position and Orientation Estimation through Millimeter Wave MIMO / A. Shahmansoori et. al // 2015 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps), San Diego, CA. – 2015. – P. 1-6.
101. *Shahmansoori, A.* Position and Orientation Estimation Through Millimeter-Wave MIMO in 5G Systems / A. Shahmansoori et. al // in IEEE Transactions on Wireless Communications. – March. – 2018. – V. 17, №. 3. – P. 1822-1835.
102. *Dammann, A.* On prospects of positioning in 5G / A. Dammann, R. Raulefs, S. Zhang // 2015 IEEE International Conference on Communication Workshop (ICCW), London. – 2015. – P. 1207-1213.
103. *Witrisal, K.* High-Accuracy Localization for Assisted Living: 5G systems will turn multipath channels from foe to friend / K. Witrisal et al. // in IEEE Signal Processing Magazine. – March. – 2016. – V. 33, №. 2. – P. 59-70.
104. *Lemic, F.* Localization as a Feature of mmWave Communication / F. Lemic // Int'l. Wireless Commun. and Mobile Computing Conf. – Sept. – 2016. – P. 1033–38.
105. *Koivisto, M.* Joint Device Positioning and Clock Synchronization in 5G Ultra-Dense Networks / M. Koivisto et al. // in IEEE Transactions on Wireless Communications. – May. – 2017. – V. 16, №. 5. – P. 2866-2881.
106. *Koivisto, M.* High-Efficiency Device Positioning and Location-Aware Communications in Dense 5G Networks / M. Koivisto et. al // in IEEE Communications Magazine. – Aug. – 2017. – V. 55, №. 8. – P. 188-195.
107. *Koivisto, M.* Continuous high-accuracy radio positioning of cars in ultra-dense 5G networks / M. Koivisto et. al // 2017 13th International Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC), Valencia. – 2017. – P. 115-120.
108. *Laoudias, C.* A Survey of Enabling Technologies for Network Localization, Tracking, and Navigation / C. Laoudias et. al // in IEEE Communications Surveys & Tutorials. – Fourthquarter. – 2018. – V. 20, №. 4. – P. 3607-3644.
109. *Wymeersch, H.* 5G mmWave Positioning for Vehicular Networks / H. Wymeersch et. al // in IEEE Wireless Communications. – Dec. – 2017. – V. 24, №. 6. – P. 80-86.
110. *Heath, R. W.* An Overview of Signal Processing Techniques for Millimeter Wave MIMO Systems / R. W. Heath et al. // IEEE J. Selected Topics in Signal Processing. – 2016. – V. 10, №. 3. – P. 436–53.
111. *Karedal, J.* A geometry-based stochastic MIMO model for vehicle-to-vehicle communications / J. Karedal et al. // in IEEE Transactions on Wireless Communications. – July. – 2009. – V. 8, №. 7. – P. 3646-3657.
112. *Mahler, K.* Measurement-Based Wideband Analysis of Dynamic Multipath Propagation in Vehicular Communication Scenarios / K. Mahler, W. Keusgen // IEEE Trans. Vehic. Tech. – 2017. – V. 66, №. 6. – P. 4657–67.
113. *Han, Y.* Performance Limits and Geometric Properties of Array Localization / Y. Han et al. // IEEE Trans. Info. Theory. – Feb. – 2016. – V. 62, №. 2. – P. 1054–75.
114. *Liu, Y.* Prospective Positioning Architecture and Technologies in 5G Networks / Y. Liu, X. Shi, S. He, Z. Shi // in IEEE Network. – November. – 2017. – V. 31, №. 6. – P. 115-121.
115. *Pedersen, T.* Whitepaper on New Localization Methods for 5G Wireless Systems and the Internet-of-Things / T. Pedersen, H. F. Bernard. – 2018 [Электронный ресурс] – URL : <http://www.iracon.org/wp-content/uploads/2018/03/IRACON-WP2.pdf> (Дата обращения 22.06.2020).

116. *Bartoletti, S.* 5G Localization and Context-Awareness / S. Bartoletti, A. Conti, D. Dardari, A. Giorgetti [Электронный ресурс] – URL : <https://www.5gitaly.eu/wp-content/uploads/2019/01/5G-Italy-White-eBook-5G-Localization.pdf> (Дата обращения 22.06.2020).
117. *Pedersen, T.* Whitepaper on New Localization Methods for 5G Wireless Systems and the Internet-of-Things / T. Pedersen, B.H. Fleury // COST Action CA15104; Danish National Research Database: Aalborg. – Denmark. – 2018.
118. *Wen, F.* A survey on 5G massive MIMO localization / F. Wen et. al // Digital Signal Processing Volume 94. – November. – 2019. – P. 21-28.
119. *Shahmansoori, A.* Survey on 5G Positioning. Multi-Technology Positioning / A. Shahmansoori, G. Seco-Granados, H. Wymeersch // In: Nurmi J., Lohan ES., Wymeersch H., Seco-Granados G., Nykänen O. (eds) Multi-Technology Positioning. Springer, Cham. – 2017. – P. 165-196.
120. *Kela, P.* Location Based Beamforming in 5G Ultra-Dense Networks / P. Kela et al. // 2016 IEEE 84th Vehicular Technology Conference (VTC-Fall), Montreal, QC. – 2016. – P. 1-7.
121. *Hakkarainen, A.* High-Efficiency Device Localization in 5G Ultra-Dense Networks: Prospects and Enabling Technologies / A. Hakkarainen et. al // 2015 IEEE 82nd Vehicular Technology Conference (VTC2015-Fall), Boston, MA. – 2015. – P. 1-5.
122. *Roth, J. D.* Efficient System Geolocation Architecture in Next-Generation Cellular Networks / J. D. Roth, M. Tummala, J. C. McEachen // in IEEE Systems Journal. – Dec. – 2018. – V. 12, №. 4. – P. 3414-3425.
123. *Roth, J. D.* Fundamental Implications for Location Accuracy in Ultra-Dense 5G Cellular Networks / J. D. Roth, M. Tummala, J. C. McEachen // in IEEE Transactions on Vehicular Technology. – Feb. – 2019. – V. 68, №. 2. – P. 1784-1795.
124. *Zekavat, R.* Handbook of position location: Theory, practice and advances / R. Zekavat. – John Wiley & Sons, 2019. – 1376 P.
125. *Черняк, В. С.* Многопозиционные радиолокационные станции и системы / В. С. Черняк, Л. П. Заславский, Л. В. Осипов // Зарубежная радиоэлектроника. –1987. – Т. 1. – С. 9-69.
126. *Torrieri, D. J.* Statistical Theory of Passive Location Systems / D. J. Torrieri // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – March. – 1984. – V. AES-20, №. 2. – P. 183-198.
127. *Høye, G.* Analyses of the geolocation accuracy that can be obtained from shipborne sensors by use of time difference of arrival (TDOA), scanphase, and angle of arrival (AOA) measurements / G. Høye. – Forsvarets forskningsinstitutt. – 2010. – 178 P.
128. *Bar-Shalom, Y.* Estimation with Applications to Tracking and Navigation / Y. Bar-Shalom, X.R. Li, T. Kirubarajan. – New York: John Wiley & Sons, 2001. – 582 P.
129. *Stansfield, R. G.* Statistical theory of d.f. fixing / R. G. Stansfield // Journal of the Institution of Electrical Engineers - Part IIIA: Radiocommunication. – March-April. – 1947. – V. 94, №. 15. – P. 762-770.
130. *Magers, M. A.* Geolocation of RF Emitters Using a Low-Cost UAV-Based Approach / M. A. Magers. – Air Force Institute of Technology. – 2016.
131. *Bamberger, R. J.* Autonomous geo location of rf emitters using small, unmanned platforms / R. J. Bamberger, G. M. Jay, P. G. Ravi, D. H. Scheidt // Johns Hopkins APL technical digest. – 2013. –V. 3, № 32. – P. 636-646.
132. **Sivers, M. LTE Positioning Accuracy Performance Evaluation / M. Sivers, G. Fokin // Lecture Notes in Computer Science. – 2015. – V. 9247. – P. 393-406.**

133. *Фокин, Г.А.* Оценка точности позиционирования абонентских станций в сетях LTE разностно-дальномерным методом / Г.А. Фокин // IV Международная научно-техническая и научно-методическая конференция. Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании: сборник научных статей в 2 томах. Санкт-Петербург: СПбГУТ, 2015. – Т. 1. – С. 170–173.
134. *Киреев, А.В.* Позиционирование объектов в сетях LTE посредством измерения времени прохождения сигналов / Киреев, Г.А. Фокин // Труды учебных заведений связи. – 2016. – Т. 2. № 1. – С. 68–72.
135. *Сиверс, М. А.* Позиционирование абонентских станций в сетях мобильной связи LTE разностно-дальномерным методом / М. А. Сиверс, Г. А. Фокин, О. Г. Духовницкий // Системы управления и информационные технологии. – 2015. – Т. 59. – №. 1. – С. 55-61.
136. *Сиверс, М.А.* Оценка возможностей метода разностно-дальномерного метода позиционирования абонентских станций в системах мобильной связи LTE средствами имитационного моделирования / М. А. Сиверс, Г. А. Фокин, О. Г. Духовницкий // Информационные технологии моделирования и управления. – 2016. – Т. 98. № 2. – С. 149–160.
137. *Дворников, С.В.* Оценка влияния свойств сигнала PRS LTE на точность позиционирования / С.В. Дворников, Г.А. Фокин, А.Х. Аль-Одхари, И.В. Федоренко // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. – 2017. – № 4. – С. 94-103.
138. *Фокин, Г.А.* Позиционирование подвижных источников радиоизлучений разностно-дальномерным методом / Г.А. Фокин, А.Х. Аль-Одхари // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2017. – Т. 11. № 4. – С. 41–46.
139. *Киреев, А.В.* Оценка точности позиционирования объекта с помощью границы Крамера-Рао / А.В. Киреев, И.В. Федоренко, Г.А. Фокин // Труды учебных заведений связи. – 2017. – Том 3. № 2. – С. 77-83.
140. *Fokin, G.* TDOA positioning accuracy performance evaluation for arc sensor configuration / G. Fokin, A. Kireev, A. H. A. Al-odhari // 2018 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow. – 2018. – P. 1-5.
141. *Киреев, А.В.* Позиционирование базовой станции в сетях LTE средствами пространственной обработки сигналов / Киреев, Г.А. Фокин // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании. III Международная научно-техническая и научно-методическая конференция: сборник научных статей. – 2014. – С. 124-128.
142. *Gelgor, A.* LTE Base Stations Localization / A. Gelgor, I. Pavlenko, G. Fokin, A. Gorlov, E. Popov, V. Lavrukhin // Lecture Notes in Computer Science. – 2014. – V. 8638. – С. 191-204.
143. *Гельгор, А.Л.* Первичная синхронизация с базовыми станциями LTE / А.Л. Гельгор, И.И. Павленко, А.И. Горлов, Г.А. Фокин, Е.А. Попов, В.А. Лаврухин, М.А. Сиверс // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2014. – Т. 19. № 7. – С. 54-62.
144. *Гельгор, А.Л.* Пеленгация базовых станций в сетях LTE / А.Л. Гельгор, И.И. Павленко, Г.А. Фокин, А.И. Горлов, Е.А. Попов, В.А. Лаврухин, М.А. Сиверс // Электросвязь. – 2014. – № 9. – С. 34-39.
145. *Киреев, А.В.* Позиционирование базовой станции в сетях LTE средствами пространственной обработки сигналов / Киреев, Г.А. Фокин // III Международная научно-техническая и научно-методическая. Актуальные проблемы

- инфотелекоммуникаций в науке и образовании: сборник научных статей. Санкт-Петербург: СПбГУТ. – 2014. – С. 124–128.
146. *Киреев, А.В.* Пеленгация источников радиоизлучения LTE мобильным пунктом радиоконтроля с круговой антенной решеткой / Киреев, Г.А. Фокин // Труды Научно-исследовательского института радио. – 2015. – № 2. – С. 68–71.
147. *Киреев, А.В.* Позиционирование источников радиоизлучения в сетях LTE с использованием круговой антенной решетки / Киреев, Г.А. Фокин // IV Международная научно-техническая и научно-методическая конференция. Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании: сборник научных статей в 2 томах. Санкт-Петербург: СПбГУТ. – 2015. – Т. 1. – С. 122–126.
148. *Киреев, А.В.* Позиционирование источников радиоизлучения в сетях LTE с использованием круговой антенной решетки / Киреев, Г.А. Фокин // В сборнике: Наука и инновации в технических университетах. Материалы Девятого Всероссийского форума студентов, аспирантов и молодых ученых. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. – 2015. – С. 25–26.
149. *Лазарев, В.О.* Оценка точности позиционирования источника радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами. Часть 1 / В.О. Лазарев, Г.А. Фокин // Труды учебных заведений связи. – 2019. – Т. 5. № 2. – С. 88–100.
150. *Фокин, Г.А.* Оценка точности позиционирования источника радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами. Часть 2. 2D-моделирование / Г.А. Фокин, В.О. Лазарев // Труды учебных заведений связи. – 2019. – Т. 5. № 4. – С. 65–78.
151. *Фокин, Г.А.* Оценка точности позиционирования источника радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами. Часть 3. 3D-моделирование / Г.А. Фокин, В.О. Лазарев // Труды учебных заведений связи. – 2020. – Т. 6. № 2. – С. 14–20.
152. *Лазарев, В. О.* Оценка пределов точности позиционирования источника радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методом / В.О. Лазарев, Г.А. Фокин // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2019) сборник научных статей VIII Международной научно-технической и научно-методической конференции: в 4 томах. – 2019. – С. 244 – 249.
153. *Аль-Одхари, А.Х.* Исследование влияния геометрического распределения пунктов приема и источника радиоизлучения на точность позиционирования / А.Х. Аль-Одхари, Г.А. Фокин, И.В. Федоренко, Д.С. Рябенко, С.В. Лавров // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С: Фундаментальные науки. – 2017. – № 4. – С. 2–7.
154. *Дворников, С.В.* Исследование зависимости геометрического фактора топологии для разностно-дальномерного метода позиционирования / С.В. Дворников, Г.А. Фокин, А.Х. Аль-Одхари, И.В. Федоренко // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. – 2017. – № 2. – С. 86–93.
155. *Дворников, С.В.* Исследование зависимости значения геометрического фактора снижения точности от топологии пунктов приема / С.В. Дворников, Г.А. Фокин, А.Х. Аль-Одхари, И.В. Федоренко // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. – 2018. – № 2. – С. 99–104.

156. *Вентцель, Е. С.* Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – Москва: Высшая школа, 2002. – 575 с.
157. *Платонов, А. К.* Методы обработки измерений / А. К. Платонов, Д. С. Иванов Москва : МФТИ, 2013 [Электронный ресурс] – URL : https://www.keldysh.ru/microsatellites/Measurement_processing_methods.pdf (Дата обращения 22.06.2020).
158. Определение вероятностей сложных событий [Электронный ресурс] – URL : https://matlab.ru/articles/Ver_2.pdf (Дата обращения 22.06.2020).
159. Функция ошибок [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Функция_ошибок (Дата обращения 22.06.2020).
160. Доверительный интервал [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Доверительный_интервал (Дата обращения 22.06.2020).
161. Квантиль [Электронный ресурс] – URL : <https://ru.wikipedia.org/wiki/Квантиль> (Дата обращения 22.06.2020).
162. Якобиан [Электронный ресурс] – URL : <https://ru.wikipedia.org/wiki/Якобиан> (Дата обращения 22.06.2020).
163. Математическое ожидание [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Математическое_ожидание (Дата обращения 22.06.2020).
164. Двумерное нормальное распределение [Электронный ресурс] – URL : https://matlab.ru/articles/Ver_7.pdf (Дата обращения 22.06.2020).
165. Определитель [Электронный ресурс] – URL : <https://ru.wikipedia.org/wiki/Определитель> (Дата обращения 22.06.2020).
166. Многомерное нормальное распределение [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Многомерное_нормальное_распределение (Дата обращения 22.06.2020).
167. Диагональная матрица [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Диагональная_матрица (Дата обращения 22.06.2020).
168. Дисперсия случайной величины [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Дисперсия_случайной_величины (Дата обращения 22.06.2020).
169. Ковариационная матрица [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Ковариационная_матрица (Дата обращения 22.06.2020).
170. Ковариация [Электронный ресурс] – URL : <https://ru.wikipedia.org/wiki/Ковариация> (Дата обращения 22.06.2020).
171. Расстояние Махаланобиса [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Расстояние_Махаланобиса (Дата обращения 22.06.2020).
172. *Johnson, A. J.* Error ellipse [Электронный ресурс] – URL : <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/4705-error-ellipse> (Дата обращения 22.06.2020).
173. Эллипс [Электронный ресурс] – URL : <https://ru.wikipedia.org/wiki/Эллипс> (Дата обращения 22.06.2020).
174. Обратная матрица [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Обратная_матрица (Дата обращения 22.06.2020).
175. Гамма-распределение [Электронный ресурс] – URL : <https://ru.wikipedia.org/wiki/Гамма-распределение> (Дата обращения 22.06.2020).

176. Гамма-функция [Электронный ресурс] – URL : <https://ru.wikipedia.org/wiki/Гамма-функция> (Дата обращения 22.06.2020).
177. Распределение хи квадрат [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Распределение_хи_квадрат (Дата обращения 22.06.2020).
178. Квантили распределения хи-квадрат [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Квантили_распределения_хи-квадрат (Дата обращения 22.06.2020).
179. Собственный вектор [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Собственный_вектор (Дата обращения 22.06.2020).
180. Собственные векторы и собственные значения матрицы [Электронный ресурс] – URL : <http://mathhelpplanet.com/static.php?p=sobstvennyye-vektory-i-sobstvennyye-znacheniya-matritsy> (Дата обращения 22.06.2020).
181. Положительно определённая матрица [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Положительно_определённая_матрица (Дата обращения 22.06.2020).
182. Эрмитова матрица [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Эрмитова_матрица (Дата обращения 22.06.2020).
183. Спектральное разложение матрицы [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Спектральное_разложение_матрицы (Дата обращения 22.06.2020).
184. Разложение матрицы [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Разложение_матрицы (Дата обращения 22.06.2020).
185. Квадратичная форма [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Квадратичная_форма (Дата обращения 22.06.2020).
186. A geometric interpretation of the covariance matrix [Электронный ресурс] – URL : <https://www.visiondummy.com/2014/04/geometric-interpretation-covariance-matrix/> (Дата обращения 22.06.2020).
187. How to draw a covariance error ellipse? [Электронный ресурс] – URL : <https://www.visiondummy.com/2014/04/draw-error-ellipse-representing-covariance-matrix/> (Дата обращения 22.06.2020).
188. What are eigenvectors and eigenvalues? [Электронный ресурс] – URL : <https://www.visiondummy.com/2014/03/eigenvalues-eigenvectors/> (Дата обращения 22.06.2020).
189. *Афанасьев, В.В.* Расчет координат места судна по избыточным навигационным измерениям / В.В. Афанасьев. – Учебное пособие по математическим основам судовождения. Издание 2-е, исправленное. – Санкт-Петербург : ГМА им. Макарова, 2004. – 40 с.
190. Матрица поворота [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Матрица_поворота (Дата обращения 22.06.2020).
191. *Borras, J.* Decision theoretic framework for NLOS identification / J. Borras, P. Hatrack, N. B. Mandayam // Vehicular Technology Conference. – 1998. – V.2. – VTC 98. 48th IEEE, Ottawa, Ont. – P. 1583-1587.
192. *Wylie, M. P.* The non-line of sight problem in mobile location estimation / M. P. Wylie, J. Holtzman // Proceedings of ICUPC - 5th International Conference on Universal Personal Communications, Cambridge, MA. – 1996. – V.2. – P. 827-831.
193. *Chen, P.C.* A non-line-of-sight error mitigation algorithm in location estimation / P.C. Chen // Proc. IEEE Wireless Communications Networking Conference. – 1999. – V. 1. – P. 316–320.

194. *Cong, L.* Non-line-of-sight error mitigation in TDOA mobile location / L. Cong, W. Zhuang // Proc. IEEE Globecom. – Nov. – 2001. – P. 680–684.
195. EP3173809, *Европейский патент*, ПМК G01S 5/06, G01S 5/02. System and method for robust and efficient TDOA based location Estimation in the presence of various multipath delay; опубл. 31.05.2017.
196. *Montminy, M. B.* Passive geolocation of low-power emitters in urban environments using TDOA / M. B. Montminy. – Air Force Institute of Technology. – Mar. – 2007.
197. *Киреев, А.В.* Измерение времени прихода сигнала в задачах позиционирования в мобильных сетях при отсутствии прямой видимости / Киреев, Г.А. Фокин // Информационные технологии и телекоммуникации. – 2017. – Т. 5. № 4. – С. 36-41.
198. *Фокин, Г.А.* Методика идентификации прямой видимости в радиолиниях сетей мобильной связи 4-го поколения с пространственной обработкой сигналов / Г.А. Фокин // Труды Научно-исследовательского института радио. – 2013. – № 3. – С. 78-82.
199. *Фокин, Г.А.* Имитационное моделирование процесса распространения радиоволн в радиолиниях сетей мобильной связи 4-го поколения с пространственной обработкой сигналов / Г.А. Фокин // Труды Научно-исследовательского института радио. – 2013. – № 3. – С. 83-89.
200. *Kireev, A.* TOA measurement processing analysis for positioning in NLOS conditions / A. Kireev, G. Fokin, A. H. A. Al-odhari // 2018 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on-Board Communications, Moscow. – 2018. – P. 1-4.
201. *Фокин, Г.А.* Разработка комплексной имитационной модели для позиционирования источников радиоизлучения в условиях отсутствия прямой видимости / Г.А. Фокин // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2018). сборник научных статей: в 4 томах. Под редакцией С. В. Бачевского, составители: А. Г. Владыко, Е. А. Аникевич. – 2018. – С. 314-319.
202. *Фокин, Г.А.* Комплексная имитационная модель для позиционирования источников радиоизлучения в условиях отсутствия прямой видимости / Г.А. Фокин // Труды учебных заведений связи. – 2018. – Т. 4. № 1. – С. 85-101.
203. Пат. 2714303 Российская Федерация, 14.02.2020; Разностно-дальномерный способ определения местоположения источника радиоизлучения в условиях многолучевого распространения радиоволн / Е.Г. Борисов, Г.А. Фокин, А.Н. Симонов, В.В. Севидов; заявка № 2019115359, 20.05.2019.
204. *Fokin, G.* TDOA Measurement Processing for Positioning in Non-Line-of-Sight Conditions / G. Fokin // 2018 IEEE International Black Sea Conference on Communications and Networking (BlackSeaCom), Batumi. – 2018. – P. 1-5.
205. *Фокин, Г.А.* Позиционирование в условиях отсутствия прямой видимости с использованием цифровых моделей местности / Г.А. Фокин // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2019. – Т. 13. № 11. – С. 4-13.
206. 3GPP TR 36.814 V9.2.0. Technical Specification Group Radio Access Network; Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Further advancements for E-UTRA physical layer aspects, March 2017.
207. U.S. Releases Enhanced Shuttle Land Elevation Data [Электронный ресурс] – URL : <https://www2.jpl.nasa.gov/srtm/> (Дата обращения 22.06.2020).
208. Index of /srtm/version2_1 [Электронный ресурс] – URL : https://dds.cr.usgs.gov/srtm/version2_1/ (Дата обращения 22.06.2020).

209. Трассировка лучей [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Трассировка_лучей (Дата обращения 22.06.2020).
210. *Glassner, A.S.* An Introduction to Ray Tracing / A.S. Glassner. – Elsevier, 1989. – 368 P.
211. *Ling, H.* Shooting and bouncing rays: Calculating the RCS of an arbitrarily shaped cavity / H. Ling, R.C. Chou, S.W. Lee // IEEE Transactions on Antennas and propagation. – 1989. – V. 37, №. 2. – P. 194-205.
212. *Yun, Z.* Ray tracing for radio propagation modeling: Principles and applications / Z. Yun, M.F. Iskander // IEEE Access. – 2015. – V. 3, P. 1089-1100.
213. *Iskander, M.F.* Propagation prediction models for wireless communication systems / M.F. Iskander, Z. Yun // IEEE Transactions on microwave theory and techniques. – 2002. – V. 50, №. 3. – P. 662-673.
214. *Durgin, G.* An advanced 3D ray launching method for wireless propagation prediction / G. Durgin, N. Patwari, T.S. Rappaport // IEEE 47th Vehicular Technology Conference. Technology in Motion. – 1997. – V. 2. – P. 785-789.
215. Правильный икосаэдр [Электронный ресурс] – URL : https://ru.wikipedia.org/wiki/Правильный_икосаэдр (Дата обращения 22.06.2020).
216. *Davis, T.* Geodesic domes. – 2011 [Электронный ресурс] – URL : <http://www.geometer.org/mathcircles/geodesic.pdf> (Дата обращения 22.06.2020).
217. *Möller, T.* Fast, minimum storage ray/triangle intersection / T. Möller, B. Trumbore // Journal of Graphics Tools. – 1997. – V. 2. – P. 21–28.
218. Delaunay triangulation [Электронный ресурс] – URL : <https://www.MathWorks.com/help/matlab/ref/delaunay.html> (Дата обращения 22.06.2020).
219. *Schaubach, K.R.* A ray tracing method for predicting path loss and delay spread in microcellular environments / K.R. Schaubach, N.J. Davis, T.S. Rappaport // In Vehicular Technology Society 42nd VTS Conference-Frontiers of Technology. – 1992. – P. 932-935.
- 220. Аль-Одхари, А.Х.** Локализация объектов в условиях неоднородного рельефа с использованием беспилотных летательных аппаратов / А.Х. Аль-Одхари, Г.А. Фокин // Наука и инновации в технических университетах. Материалы Десятого Всероссийского форума студентов, аспирантов и молодых ученых. – 2016. – С. 7-9.
- 221. Аль-Одхари, А.Х.** Позиционирование источников радиоизлучения в условиях высокогорья с использованием беспилотных летательных аппаратов / А.Х. Аль-Одхари, Г.А. Фокин // Труды учебных заведений связи. – 2018. – Т. 4. № 2. – С. 5–17.
- 222. Аль-Одхари, А.Х.** Позиционирование источника радиоизлучения в условиях неоднородного рельефа местности при отсутствии прямой видимости / А.Х. Аль-Одхари, Г.А. Фокин // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2018). сборник научных статей: в 4 томах. Под редакцией С. В. Бачевского, составители: А. Г. Владыко, Е. А. Аникевич. – 2018. – С. 15-19.
- 223. Фокин, Г.А.** Обработка РДМ измерений для позиционирования с использованием беспилотных летательных аппаратов / Г.А. Фокин, А.Х. Аль-Одхари // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2018. – Т. 12. № 7. – С. 52–58.
- 224. Al-odhari, A. H. A.** Positioning of the radio source based on time difference of arrival method using unmanned aerial vehicles / A. H. A. Al-odhari, G. Fokin, A. Kireev // 2018 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on-Board Communications, Moscow. – 2018. – P. 1-5.

225. *Fokin, G.* AOA Measurement Processing for Positioning using Unmanned Aerial Vehicles / G. Fokin // 2019 IEEE International Black Sea Conference on Communications and Networking (BlackSeaCom), Sochi, Russia. – 2019. – P. 1-3.
226. *Simonov, A.* Polarization Direction Finding Method of Interfering Radio Emission Sources / A. Simonov, G. Fokin, V. Sevidov, M. Sivers, S. Dvornikov // Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. – 2019. – P. 208-219.
227. Пат. 2709607 Российская Федерация, 19.12.2019; Способ определения координат источника радиоизлучения с борта летательного аппарата с использованием триортогональной антенной системы / С.В. Богдановский, Э.Г. Ледовская, В.В. Севидов, А.Н. Симонов, Г.А. Фокин; заявка № 2019100254, 09.01.2019.
228. *Fokin, G.* Passive Geolocation with Unmanned Aerial Vehicles using TDOA-AOA Measurement Processing / G. Fokin // 2019 21st International Conference on Advanced Communication Technology (ICACT), PyeongChang Kwangwoon_Do, Korea (South), 2019. – P. 360-365.
229. *Fokin, G.* Passive Geolocation with Unmanned Aerial Vehicles using AOA Measurement Processing / G. Fokin // 2020 22nd International Conference on Advanced Communication Technology (ICACT), Phoenix Park, PyeongChang, Korea (South). – 2020. – P. 1-5
230. *Fokin, G.A.* Positioning of radio emission sources with unmanned aerial vehicles using TDOA-AOA measurement processing / G. Fokin // Сборник трудов ИТНТ-2019. – 2019. – С. 111-120.
231. *Bachevsky, S.V.* Positioning of radio emission sources with unmanned aerial vehicles using TDOA-AOA measurement processing / S.V. Bachevsky, G.A. Fokin, A.N. Simonov, V.V. Sevidov // Journal of Physics: Conference Series. The conference proceedings. Samara National Research University. – 2019. – P. 042040.
232. *Фокин, Г.А.* Пассивная геолокация на основе обработки разностно-дальномерных и угломерных измерений с использованием беспилотных летательных аппаратов / Г.А. Фокин // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2019) сборник научных статей VIII Международной научно-технической и научно-методической конференции: в 4 томах. – 2019. – С. 342-347.
233. *Фокин, Г.А.* Обзор моделей радиоканала связи с беспилотными летательными аппаратами / Г.А. Фокин // Труды учебных заведений связи. – 2018. – Т. 4. № 4. – С. 85-101.
234. *Фокин, Г.А.* Моделирование радиоканала связи с беспилотными летательными аппаратами / Г.А. Фокин // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2018). сборник научных статей: в 4 томах. Под редакцией С. В. Бачевского, составители: А. Г. Владыко, Е. А. Аникевич. – 2018. – С. 309-314.
235. *Fokin, G.* Algorithm for Positioning in Non-line-of-Sight Conditions Using Unmanned Aerial Vehicles / G. Fokin, A.H.A. Al-Odhari // Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. 18th International Conference on Next Generation Wired/Wireless Networking (NEW2AN), and 11th Conference on Internet of Things and Smart Spaces (ruSMART). – 2018. – P. 496-508.
236. *Matolak, D. W.* Air-Ground Channel Characterization for Unmanned Aircraft Systems Part I: Methods, Measurements, and Models for Over-Water Settings / D. W. Matolak,

- R. Sun // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – Jan. – 2017. – V. 66, №. 1. – P. 26-44.
237. Sun, R. Air–Ground Channel Characterization for Unmanned Aircraft Systems Part II: Hilly and Mountainous Settings / R. Sun, D. W. Matolak // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – March. – 2017. – V. 66, №. 3. – P. 1913-1925.
238. Matolak, D. W. Air–Ground Channel Characterization for Unmanned Aircraft Systems Part III: The Suburban and Near-Urban Environments / D. W. Matolak, R. Sun // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – Aug. – 2017. – V. 66, №. 8. – P. 6607-6618.
239. Sun, R. Air-Ground Channel Characterization for Unmanned Aircraft Systems–Part IV: Airframe Shadowing / R. Sun, D. W. Matolak, W. Rayess // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – Sept. – 2017. – V. 66, №. 9. – P. 7643-7652.
240. Matolak, D. W. Air-Ground Channels & Models: Comprehensive Review and Considerations for Unmanned Aircraft Systems / D. W. Matolak // Proc. IEEE Aerospace Conference, Big Sky, MT. – March. – 2012. – P. 3-10.
241. Sun, R. Dual-Band Non-Stationary Channel Modeling for the Air-Ground Channel / R. Sun. – Thesis for: Ph.D. – University of South Carolina. – 2015.
242. Matolak, D. W. Air-ground channel characterization for unmanned aircraft systems: The near-urban environment / D. W. Matolak, R. Sun // Military Communications Conference, MILCOM 2015-2015 IEEE. – IEEE, 2015. – P. 1656-1660.
243. Matolak, D. W. Air-ground channel characterization for unmanned aircraft systems: The hilly suburban environment / D. W. Matolak, R. Sun // Vehicular Technology Conference (VTC Fall), 2014 IEEE 80th. – IEEE, 2014. – P. 1-5.
244. Sun, R. Air-ground channel characterization for unmanned aircraft systems: The mountainous environment / R. Sun, D. W. Matolak // Digital Avionics Systems Conference (DASC), 2015 IEEE/AIAA 34th. – IEEE, 2015. – C. 5C2-1-5C2-9.
245. Официальный сайт Glenn Research Center [Электронный ресурс] – URL : <https://www.nasa.gov/centers/glenn/home/index.html> (дата обращения 22.06.2020).
246. Официальный сайт Berkley Varitronics Systems [Электронный ресурс] – URL : <https://www.bvsystems.com/> (дата обращения 22.06.2020).
247. Recommendation ITU-R P. 676–10. Attenuation by atmospheric gases. International Telecommunications Union. – 2013.
248. Рекомендация МСЭ-R P.840-6. Ослабление из-за облачности и тумана. International Telecommunications Union. – 2013.
249. Рекомендация МСЭ-R P.838-3. Модель погонного ослабления в дожде, используемая в методах прогнозирования. International Telecommunications Union. – 2005.
250. Официальный сайт программного обеспечения «MathWorks» [Электронный ресурс] – URL : <http://www.MathWorks.com/> (дата обращения 22.06.2020).
251. Goldsmith, A. Wireless communications / A. Goldsmith. – Cambridge university press, 2005. – 676 P.
252. International Telecommunications Union (ITU). Reflection from the surface of the Earth. Report 1008-1 (Question 1/5). – 1986-1990. – P. 75-82.
253. Gehring, A. Empirical channel stationarity in urban environments / A. Gehring et al. // Proceedings of European Personal Mobile Communication Conference. – 2001.
254. Renaudin, O. Non-stationary narrowband MIMO inter-vehicle channel characterization in the 5-GHz band / O. Renaudin // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2010. – T. 59. – №. 4. – P. 2007-2015.

255. *Georgiou, T. T.* Distances and Riemannian metrics for spectral density functions / T. Georgiou // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2007. – Т. 55. – №. 8. – P. 3995-4003.
256. *Gudmundson M.* Correlation model for shadow fading in mobile radio systems / M. Gudmundson // Electronics letters. – 1991. – Т. 27. – №. 23. – P. 2145-2146.
257. *Matolak, D. W.* Antenna and frequency diversity in the unmanned aircraft systems bands for the over-sea setting / D. W. Matolak, R. Sun // Digital Avionics Systems Conference (DASC), 2014 IEEE/AIAA 33rd. – IEEE, 2014. – P. 6A4-1-6A4-10.
258. *Greenstein, L. J.* Ricean K-Factors in Narrow-Band Fixed Wireless Channels: Theory, Experiments, and Statistical Models / L. J. Greenstein et al. // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2009. – Т. 58. – №. 8. – P. 4000-4012.
259. *Tepedelenlioglu, C.* The Ricean K factor: estimation and performance analysis / C. Tepedelenlioglu, A. Abdi, G. B. Giannakis // IEEE Transactions on Wireless Communications. – 2003. – Т. 2. – №. 4. – P. 799-810.
260. *Parsons, J. D.* The mobile radio propagation channel / J. D. Parsons. – Wiley, 2000. – 436 P.
261. *Beckmann P.* The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces / P. Beckmann, A. Spizzichino. – Norwood, MA, Artech House. –1987. – 511 P.
262. *Отчет МСЭ-R SM.2211-2 (06/2018).* Сравнение методов определения географического местоположения источника сигнала, основанных на разнице во времени прихода и угле прихода сигнала.
263. *Корченко А.Г.* Обобщенная классификация беспилотных летательных аппаратов / А.Г. Корченко, О.С. Ильяш // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – 2012. -№ 4(33). – С. 27 – 36.
264. *Костин, А.С.* Классификация гражданских беспилотных летательных аппаратов и сферы их применения / А.С. Костин // Системный анализ и логистика. – 2019. № 1. – С. 70-80.
265. *Hayat, S.* Survey on Unmanned Aerial Vehicle Networks for Civil Applications: A Communications Viewpoint / S. Hayat, E. Yanmaz, R. Muzaffar // IEEE Communications Surveys & Tutorials, Fourthquarter. – 2016. – V. 18, №. 4. – P. 2624-2661.
266. *Saputra, O. D.* UAV-based localization for distributed tactical wireless networks using archimedean spiral / O. D. Saputra, M. Irfan, N. N. Putri, S. Y. Shin // 2015 International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems (ISPACS), Nusa Dua. – 2015. – P. 392-396.
267. *Kim, D.* UAV-Based Localization Scheme for Battlefield Environments / D. Kim, K. Lee, M. Park, J. Lim // MILCOM 2013 - 2013 IEEE Military Communications Conference, San Diego, CA. – 2013. – P. 562-567.
268. *Stamatescu, G.* Cognitive radio as solution for ground-aerial surveillance through WSN and UAV infrastructure / G. Stamatescu, D. Popescu, R. Dobrescu // Proceedings of the 2014 6th International Conference on Electronics, Computers and Artificial Intelligence (ECAI), Bucharest. – 2014. – P. 51-56.
269. *Santana, G. M. D.* Cognitive Radio for UAV communications: Opportunities and future challenges / G. M. D. Santana et. al // 2018 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Dallas, TX. – 2018. – P. 760-768.
270. *Waharte, S.* Supporting Search and Rescue Operations with UAVs / S. Waharte, N. Trigoni // 2010 International Conference on Emerging Security Technologies, Canterbury. – 2010. – P. 142-147.

271. *Du, H.J.* Passive Geolocation Using TDOA Method from UAVs and Ship/Land-Based Platforms for Maritime and Littoral Area Surveillance / H.J. Du, P. Y. Lee // Defense R and D, Ottawa, Canada, Technical Memorandum 2004-033. – 2004.
272. *Du, H.J.* Radar emitter localization using TDOA measurements from UAVs and Shipborne/Land-based platforms / H.J. Du, P. Y. Lee // NATO RTA SCI-116 Symposium on Multi-Platform Integration of Sensors and Weapon Systems for Maritime Applications. – 2002.
273. *Du, H.J.* Simulation of multi-platform geolocation using a hybrid TDOA/AOA method / H.J. Du, P. Y. Lee // No. DRDC-TM-2004-256. DEFENCE RESEARCH AND DEVELOPMENT CANADA OTTAWA (ONTARIO). – 2004.
274. *Okello, N.* Emitter Geolocation with Two UAVs / N. Okello, D. Musicki // 2007 Information, Decision and Control, Adelaide, Qld. – 2007. – P. 254-259.
275. *Okello, N.* Measurement Association for emitter geolocation with two UAVs / N. Okello, D. Musicki // 2007 10th International Conference on Information Fusion, Quebec, Que. – 2007. – P. 1-8.
276. *Okello, N.* Emitter Geolocation with Multiple UAVs / N. Okello // 2006 9th International Conference on Information Fusion, Florence. – 2006. – P. 1-8.
277. *Okello, N.* Comparison of Recursive Algorithms for Emitter Localization using TDOA Measurements from a Pair of UAVs / N. Okello, F. Fletcher, D. Musicki, B. Ristic // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – July. – 2011. – V. 47, №. 3. – P. 1723-1732.
278. *Musicki, D.* Mobile Emitter Geolocation and Tracking Using TDOA and FDOA Measurements / D. Musicki, R. Kaune, W. Koch // IEEE Transactions on Signal Processing. – March. – 2010. – V. 58, №. 3. – P. 1863-1874.
279. *Fletcher, F.* Recursive estimation of emitter location using TDOA measurements from two UAVs / F. Fletcher, B. Ristic, D. Musicki // 2007 10th International Conference on Information Fusion, Quebec, Que. – 2007. – P. 1-8.
280. *Marsh, L.* UAV Team Formation for Emitter Geolocation / L. Marsh, D. Gossink, S. P. Drake, G. Calbert // 2007 Information, Decision and Control, Adelaide, Qld. – 2007. – P. 176-181.
281. *Drake, S. R.* Geolocation by time difference of arrival using hyperbolic asymptotes / S. R. Drake, K. Dogancay // 2004 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Montreal, Que. – 2004. – P. ii-361.
282. *Drake, S.* Autonomous Control of Multiple UAVs for the Passive Location of Radars / S. Drake, K. Brown, J. Fazackerley, A. Finn // 2005 International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information Processing, Melbourne, Australia. – 2005. – P. 403-409.
283. *Dogancay, K.* Instrumental Variable Estimator for 3D Bearings-Only Emitter Localization / K. Dogancay, G. Ibal // 2005 International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information Processing, Melbourne, Australia. – 2005. – P. 63-68.
284. *Dogancay, K.* UAV Path Planning for Passive Emitter Localization / K. Dogancay // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – April. – 2012. – V. 48, №. 2. – P. 1150-1166.
285. *Badriasl, L.* Effects of coordinate system rotation on two novel closed-form localization estimators using azimuth/elevation / L. Badriasl, H. Kennedy, A. Finn // Proceedings of the 16th International Conference on Information Fusion, Istanbul. – 2013. – P. 1797-1804.

286. *Badriasl, L.* Three-dimensional target motion analysis using azimuth/elevation angles / L. Badriasl, K. Dogancay // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – October. – 2014. – V. 50, №. 4. – P. 3178-3194.
287. *Hasanzade, M.* Localization and tracking of RF emitting targets with multiple unmanned aerial vehicles in large scale environments with uncertain transmitter power / M. Hasanzade et. al // 2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Miami, FL, USA. –2017. – P. 1058-1065.
288. *Koohifar, F.* Autonomous Tracking of Intermittent RF Source Using a UAV Swarm / F. Koohifar, I. Guvenc, M. L. Sichitiu // IEEE Access. – 2018. – V. 6. – P. 15884-15897.
289. *Broumandan, A.* Practical Results of Hybrid AOA/TDOA Geo-Location Estimation in CDMA Wireless Networks / A. Broumandan, T. Lin, J. Nielsen, G. Lachapelle // 2008 IEEE 68th Vehicular Technology Conference, Calgary, BC. – 2008. – P. 1-5.
290. *Cong, L.* Hybrid TDOA/AOA mobile user location for wideband CDMA cellular systems / L. Cong, W. Zhuang // IEEE Transactions on Wireless Communications. – July. – 2002. – V. 1, №. 3. – P. 439-447.
291. *Wang, Y.* An Asymptotically Efficient Estimator in Closed-Form for 3-D AOA Localization Using a Sensor Network / Y. Wang, K. C. Ho // IEEE Transactions on Wireless Communications. – Dec. – 2015. – V. 14, №. 12. – P. 6524-6535.
292. *Yin, J.* Simple and Accurate TDOA-AOA Localization Method Using Two Stations / J. Yin, Q. Wan, S. Yang, K. C. Ho // IEEE Signal Processing Letters. – Jan. 2016. – V. 23, №. 1. – P. 144-148.
293. *Fokin, G.* Location Accuracy of Radio Emission Sources for Beamforming in Ultra-Dense Radio Networks / G. Fokin, V. Lazarev // 2019 IEEE Microwave Theory and Techniques in Wireless Communications (MTTW), Riga, Latvia. – 2019. – P. 9-12.
294. *Lazarev, V.* Positioning for Location-Aware Beamforming in 5G Ultra-Dense Networks / V. Lazarev, G. Fokin, I. Stepanets // 2019 IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech), St. Petersburg, Russia. – 2019. – P. 136-139.
295. *Fokin, G.* 3D Location Accuracy Estimation of Radio Emission Sources for Beamforming in Ultra-Dense Radio Networks / G. Fokin, V. Lazarev // 2019 11th International Congress on Ultra-Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), Dublin, Ireland. – 2019. – P. 1-6.
296. *Lazarev, V. O.* Positioning Performance Requirements Evaluation for Grid Model in Ultra-Dense Network Scenario / V. O. Lazarev, G. A. Fokin // 2020 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russia. – 2020. – P. 1-6.
297. *Бабков, В.Ю.* Оценка вероятности успешного радиоприема в самоорганизующихся пакетных радиосетях на основе радиостанций с направленными антеннами / В.Ю. Бабков, Г.А. Фокин // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2009. – № 4 (82). – С. 77-84.
298. *Фокин, Г.А.* Особенности функционирования территориально-распределенных самоорганизующихся сетей радиосвязи с адаптивными антенными системами / Г.А. Фокин // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2009. – Т. 3. № 1. – С. 20-22.
299. *Фокин, Г.А.* Управление самоорганизующимися пакетными радиосетями на основе радиостанций с направленными антеннами / Г.А. Фокин. – диссер-

- тация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. М.А. Бонч-Бруевича. Санкт-Петербург. – 2009.
300. *Фокин, Г.А.* Управление самоорганизующимися пакетными радиосетями на основе радиостанций с направленными антеннами / Г.А. Фокин. – автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук / Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. М.А. Бонч-Бруевича. Санкт-Петербург. – 2009.
301. *Степунин, А.Н.* Разгрузка сетей LTE через сети Wi-Fi / А.Н. Степунин, Н.О. Ромашенков, Г.А. Фокин // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2015. – Т. 15. № 6. – С. 1139-1146.
302. *Фокин, Г.А.* Оценка показателей функционирования радиосети LTE средствами имитационного моделирования / Г.А. Фокин, В.В. Стариков // В сборнике: Неделя науки СПбПУ. материалы научного форума с международным участием. Институт физики, нанотехнологий и телекоммуникаций; В.Э. Гасумянц, Д.Д. Каров - ответственные редакторы. – 2015. – С. 37-40.
303. *Лазарев, В.О.* Особенности реализации и перспективы развития технологии Massive MIMO в сетях 5G / В.О. Лазарев, Г.А. Фокин // В сборнике: Интернет вещей и 5G (INTHITEN 2017). 3-я международная научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых. Под редакцией А. Е. Кучерявого. – 2017. – С. 186-190.
304. *Степанец, И.* Особенности реализации Massive MIMO в сетях 5G / И. Степанец, Г. Фокин // Первая миля. – 2018. – № 1 (70). – С. 46-52.
305. *Степанец, И.В.* Способы оценки пропускной способности систем massive MIMO / И.В. Степанец, Г.А. Фокин, А. Мюллер // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2018. – Т. 12. № 10. – С. 64-69.
306. *Степанец, И.В.* Оценка показателей качества разнесенного приема систем Massive MIMO / И.В. Степанец, Г.А. Фокин // В сборнике: Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2018). сборник научных статей: в 4 томах. Под редакцией С. В. Бачевского, составители: А. Г. Владыко, Е. А. Аникевич. – 2018. – С. 279-284.
307. *Stepanets, I.* Beamforming Techniques Performance Evaluation for 5G massive MIMO Systems / I. Stepanets, G. Fokin, A. Müller // В сборнике: CEUR Workshop Proceedings. Proceedings of the 5th Collaborative European Research Conference. – 2019. – С. 57-68.
308. *Stepanets, I.* Beamforming Signal Processing Performance Analysis for Massive MIMO Systems / I. Stepanets, G. Fokin // Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. – 2019. – P. 329-341.
309. *Фельд, Я. Н.* Основы теории антенн: учебное пособие для вузов / Я. Н. Фельд, Л.С. Бененсон – 2-е изд., перераб. – Москва : Дрофа, 2007. – 491 с.
310. *Balanis, C. A.* Antenna Theory / C. A. Balanis. – Wiley, 2nd ed., 1997. – 960 P.
311. *Fuhl, J.* Unified Channel Model for Mobile Radio Systems with Smart Antennas / J. Fuhl, A.F. Molisch, E. Bonek // IEE Proceedings on Radar, Sonar and Navigation. – Feb. – 1998. – V. 145, №. 1. – P. 32–40.
312. *Salz, J.* Effect of Fading Correlation on Adaptive Arrays in Digital Mobile Radio / J. Salz, J.H. Winters // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – Nov. –1994. – V. 43, №. 4. – P. 1049–1057.
313. *Кетков, Ю. Л.* Matlab 7: программирование, численные методы / Ю. Л. Кетков, А. Ю. Кетков, М.М. Шульц. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2005. – 752 с.

314. *Kleinrock, L. Spatial Reuse in Multihop Packet Radio Networks / L. Kleinrock, J. Silvester // Proceedings of the IEEE. – January. – 1987. – V. 75, № 1. – P. 156-167.*
315. *Rappaport, T. S. Wireless Communications: Principles and Practice / T. S. Rappaport. – Prentice Hall, 2 edition, 2002. – 736 P.*
316. *Градштейн, И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – 4-е изд. – Москва : Физматгиз, 1963. – 1100 С.*
317. *Дубинов, А. Е. W-функция Ламберта и ее применение в математических задачах физики / А. Е. Дубинов, И. Д. Дубинова, С. К. Сайков. – Учеб. Пособие для вузов. – Саров : ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2006. 160 С.*
318. *Takagi, H. Optimal Transmission Range for Randomly Distributed Packet Radio Terminals / H. Takagi, L. Kleinrock // IEEE Trans. on Comm. – 1984. – V. 32 (3). – P. 246–57.*
319. *Nelson, R. The spatial capacity of a slotted ALOHA multihop packet radio network with capture / R. Nelson, L. Kleinrock // IEEE Transactions on Communications. – 1984. – June. – V. COM-32. – P. 684-694.*
320. *Sousa, E.S. Optimum transmission ranges in a Direct-Sequence Spread-Spectrum multihop packet radio network / E.S. Sousa, J.A. Silvester // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 1990. – June. – V. SAC-8. – P. 762-771.*
321. *Zorzi, M. Outage probability in multiple access packet radio networks in the presence of fading / M. Zorzi, S. Pupolin // IEEE transactions on vehicular technology. – 1994. – V. 43 (1), №3. – P. 604-610.*
322. *Духовницкий, О.Г. Применение фильтра Калмана в задачах позиционирования / О.Г. Духовницкий, М.А. Рагило, М.А. Сиверс, Г.А. Фокин // Электросвязь. – 2016. – № 1. – С. 78-81.*
323. *Sivers, M. Indoor Positioning in WiFi and NanoLOC Networks / M. Sivers, G. Fokin, P. Dmitriev, A. Kireev, D. Volgushev, A. Al-Odhari // Lecture Notes in Computer Science. – 2016. – V. 9870. – P. 465-476.*
324. *Киреев, А.В. Оценка точности локального позиционирования мобильных устройств с помощью радиокарт и инерциальной навигационной системы / А.В. Киреев, Г.А. Фокин // Труды учебных заведений связи. – 2017. – Том 3. № 4. – С. 54–62.*
325. *Sivers, M. Wi-Fi Based Indoor Positioning System Using Inertial Measurements / M. Sivers, G. Fokin, P. Dmitriev, A. Kireev, D. Volgushev, A.H.A. Al-odhari // Lecture Notes in Computer Science. – 2017. – V. 10531. – P. 734-744.*
326. *Фокин, Г.А. Модельно-ориентированное проектирование на основе SDR / Г.А. Фокин, В.А. Лаврухин, Д.А. Волгушев, А.В. Киреев // Системы управления и информационные технологии. – 2015. – № 2 (60). – С. 94-99.*
327. *Фокин, Г.А. Модельно-ориентированное проектирование систем радиосвязи на основе ПКР / Г.А. Фокин, Д.В. Буланов, Д.Б. Волгушев // Вестник связи. – 2015. – № 6. – С. 26-30.*
328. *Волгушев, Д.Б. Модельно-ориентированный синтез систем радиосвязи на основе программно-конфигурируемого радио / Д.Б. Волгушев, А.В. Киреев, Г.А. Фокин // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании. IV Международная научно-техническая и научно-методическая конференция: сборник научных статей в 2 томах. – 2015. – С. 50-53.*
329. *Fokin, G. Designing the MIMO SDR-based LPD transceiver for long-range robot control applications / G. Fokin, D. Volgushev, A. Kireev, D. Bulanov and V.*

- Lavrukhin // 2014 6th International Congress on Ultra-Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), St. Petersburg, 2014. – P. 456-461.
330. *Лаврухин, В.А.* Разработка LPD-приемопередатчика с поддержкой MIMO на основе программно-конфигурируемого радио в приложении к управлению роботом / Лаврухин В.А., Фокин Г.А. // *Extreme Robotics*. – 2016. – Т. 1. № 1. – С. 119-128.
331. *Фокин, Г.А.* Практическая реализация приемопередатчика OFDM-2 на SDR платформе Ettus B210 в среде GNU Radio / Г.А. Фокин, В.А. Лаврухин, Д.А. Волгушев, А.В. Киреев // *Информационные технологии моделирования и управления*. – 2016. – Т. 99. № 3. – С. 178-187.
332. *Воробьев, О.В.* Проект учебно-методического комплекса «Модельно-ориентированное проектирование систем радиосвязи на основе программно-конфигурируемого радио» / О.В. Воробьев, Г.А. Фокин // *Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании. Сборник научных статей*. – 2016. – С. 280-284.
333. *Mashkov, G.* Positioning accuracy experimental evaluation in SDR-based MLAT with joint processing of range measurements / G. Mashkov, E. Borisov, G. Fokin // 2016 International Conference on Radar, Antenna, Microwave, Electronics, and Telecommunications (ICRAMET), Jakarta. – 2016. – P. 7-12.
334. *Mashkov, G.* Experimental validation of multipoint joint processing of range measurements via software-defined radio testbed/ G. Mashkov, E. Borisov, G. Fokin // 2016 18th International Conference on Advanced Communication Technology (ICACT), Pyeongchang. – 2016. – P. 268-273.
335. *Борисов, Е.Г.* Экспериментальный стенд оценки точности позиционирования на основе программно-конфигурируемого радио / Е.Г. Борисов, Г.М. Машков, Г.А. Фокин // *Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании. сборник научных статей V международной научно-технической и научно-методической конференции*. – 2016. – С. 120-125.
336. *Mashkov, G.* Experimental validation of multipoint joint processing of range measurements via software-defined radio testbed / G. Mashkov, E. Borisov, G. Fokin // 2017 19th International Conference on Advanced Communication Technology (ICACT), Bongpyeong. – 2017. – P. 979-984.
337. *Фокин, Г.А.* Современные тенденции в области программно-конфигурируемого радио / Г.А. Фокин // *Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании. Сборник научных статей: в 4 томах*. – 2017. – С. 271-276.
338. *Фокин, Г.А.* Принципы и технологии цифровой связи на основе программно-конфигурируемого радио: обзор современных тенденций в области создания комплекса подготовки специалистов / Г.А. Фокин // *Труды учебных заведений связи*. – 2019. – Т. 5. № 1. – С. 78–94.
339. *Фокин, Г.А.* Технологии программно-конфигурируемого радио / Г.А. Фокин. – Москва : Горячая Линия – Телеком, 2019. – 316 с.
340. *Woodman, O.J.* An Introduction to Inertial Navigation / O.J. Woodman. – University of Cambridge. Computer Laboratory. – 2007. № UCAM-CL-TR-696.
341. *Jimenez, A.R.* Comparison of Pedestrian Dead-Reckoning Algorithms Using a Low-Cost MEMS IMU / A.R. Jimenez, F. Seco, C. Prieto, J. A. Guevara // *Intelligent Signal Processing*. – IEEE. – 2009. – P. 37–42.

342. *Marquardt, D.* An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters / D. Marquardt // SIAM Journal Applied Math. – 1963. – V. 11. – P. 431–441.
343. InvenSense's 6-axis Family of Motion Sensors [Электронный ресурс] – URL : <https://www.invensense.com/products/motion-tracking/6-axis/> (Дата обращения 22.06.2020).
344. Matlab mobile [Электронный ресурс] – URL : <https://www.mathworks.com/products/matlab-mobile.html> (Дата обращения 22.06.2020).
345. MATLAB Support Package for Apple iOS Sensors [Электронный ресурс] – URL : <https://www.mathworks.com/videos/matlab-mobile-overview> (Дата обращения 22.06.2020).
346. *Gonzalez, R.* A Matlab-based Interactive Simulator for Teaching Mobile Robotics / R. Gonzalez, C. Mahulea, M. Kloetzer // IEEE Int. Conf. on Automation Science and Engineering. – 2015. – P. 310–315.
347. *Zhongyu, G.* A Comparison of ZUPT Estimation Methods for Inertial Survey Systems / G. Zhongyu et al. // Journal of Chinese Inertial Technology. – 1995. – V. 2. P. 24–29.
348. *Liu, Y.* Step Length Estimation Based on D-ZUPT for Pedestrian Dead-Reckoning System / Y. Liu et al. // Electronics Letters. – 2016. – V. 52. Iss. 11. – P. 923–924.
349. *Julier, S.J.* A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems / S.J. Julier, J.K. Uhlmann // Int. Symp. Aerospace/Defense Sensing, Simul. and Controls. – 1997. – V. 3. – P. 182–193.
350. *Grewal, M.S.* Kalman filtering / M.S. Grewal // International Encyclopedia of Statistical Science. Springer, Berlin, Heidelberg. – 2011. – P. 705–708.
351. *Haykin, S.S.* Kalman Filtering and Neural Networks / S.S. Haykin et al. – New York : Wiley. – 2001. – P. 304.
352. *Ahmadi, H.* Exploiting Machine Learning Strategies and RSSI for Localization in Wireless Sensor Networks: A Survey / H. Ahmadi, R. Bouallegue // Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC). – 2017. – P. 1150–1154.
353. *Krakiwsky, E.J.* A Kalman Filter for Integrating Dead Reckoning, Map Matching and GPS Positioning / E.J. Krakiwsky, C.B. Harris, R.V.C. Wong // Position Location and Navigation Symposium. Record. Navigation into the 21st Century. – IEEE PLANS'88. – 1988. – P. 9–46.
354. *Song, Y.* The Extended Kalman Filter as a Local Asymptotic Observer for Nonlinear Discrete-Time Systems / Y. Song, J.W. Grizzle // American Control Conference. – 1992. – IEEE. – P. 3365–3369.

Фокин Григорий Алексеевич

**ТЕХНОЛОГИИ
СЕТЕВОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ**

Научное издание

Отпечатано с готового авторского оригинал-макета

План издания научной литературы 2020 г., п. 11

Подписано к печати 19.06.2020

Объем 35,0 усл.-печ. л. Тираж 500 экз. Заказ 1115

Редакционно-издательский отдел СПбГУТ
193232 СПб., пр. Большевиков, 22

Отпечатано в СПбГУТ