

**САНКТ- ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ  
им. проф. М.А.БОНЧ-БРУЕВИЧА**

---

**Кафедра ССиПД**

Методическая разработка

на лабораторную работу №2

по дисциплине “ Надежность, эргономика и качество АСОИУ ”

«Анализ показателей надежности объектов параметрическими методами»

для студентов специализации 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, профиль Автоматизированные системы обработки информации и управления

**Преподаватель: доцент  
Пантюхин О.И.**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ**

## Введение

Исходные сведения по надежности объектов формируются на основе обработки результатов испытаний. Обычно результаты таких испытаний представляют собой цензурированную выборку.

### 1. Цель занятия

Приобрести практические навыки оценки показателей надежности объекта по цензурированным выборкам экспериментальных данных (ЭД).

### 2. Задание на занятие

В результате испытаний однотипных невосстанавливаемых изделий на безотказность функционирования получены значения наработок до отказа. К моменту завершения испытаний часть изделий отказала, а другая – сохранила работоспособность. Необходимо определить показатели безотказности изделий на основе непараметрических и параметрических методов, а именно оценить:

среднюю наработку до отказа  $T_0$ ;

вероятность безотказной работы для значений наработок  $t$ , равных  $0,5T_0$ ,  $T_0$ ,  $1,5T_0$  и  $2T_0$ .

Решение задачи включает несколько этапов:

2.1. Предварительная обработка данных с целью построения общего вариационного ряда.

2.2. Оценка величины средней наработки до отказа  $T_0$  и вероятности безотказной работы изделия на основе непараметрических методов.

2.3. Оценка параметров закона распределения времени наработки до отказа и проверка адекватности закона распределения экспериментальным данным..

2.4. Оценка указанных в п. 2.2 показателей на основе параметрических методов.

2.5. Формирование выводов по результатам обработки ЭД.

### 3. Методические указания по выполнению работы

Каждый студент в соответствии со своим порядковым номером в списке учебной группы, табл. 1, обрабатывает свой вариант экспериментальных данных, табл. 2. Для выполнения вычислений целесообразно воспользоваться пакетом символьной математики MathCAD.

Таблица 1

№ п.п	Фамилия И. студента
Группа	
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	
11.	
12.	
Группа	
13.	
14.	
15.	
16.	
17.	
18.	
19.	
20.	
21.	
22.	
23.	
24.	
25.	
26.	

Таблица 2

Варианты индивидуальных заданий

№ пп	Тип плана	Наработки до отказа, час	Наработки на цензурирование, час
1	[NUT]	571,4; 1815,9; 2140,1; 1232,1; 1231,6; 1900,0; 2060,2; 1444,2; 1793,5; 2027,2	2200,0; 2200,0; 2200,0; 2200,0; 2200,0
2	[NUz]	224,5; 1155,6; 1339,2; 332,3; 1898,9; 452,1; 1935,4; 1259,4; 2448,8; 2333,6	1692,3; 1049,0; 1834,4; 1437,5; 775,6

3	[NUT]	1014,5; 1888,5; 1604,1; 144,0; 2803,5; 3000,6; 731,5; 1550,1; 1493,6; 2345,4; 2942,7	2100,0; 2100,0; 2100,0; 2100,0
4	[NUz]	1809,0; 1513,2; 3060,6; 2096,8; 1800,3; 1689,2; 2704,0; 1752,7; 2370,8; 1946,3; 1198,1	2026,7; 2807,1; 1577,5; 3065,1
5	[NUT]	1282,0; 1295,8; 1053,4; 2356,6; 1476,6; 3471,1; 1658,8; 2421,4; 1992,9; 1904,2; 1955,2; 1397,2;	2020,0; 2020,0; 2020,0
6	[NUz]	1704,1; 1366,8; 1584,1; 2426,4; 1834,7; 2478,7; 1540,4; 2142,8; 1936,2; 707,7; 2504,9	1006,2; 1073,3; 1736,3; 2275,2
7	[NUT]	1606,9; 1487,7; 748,9; 1931,0; 3327,6; 954,1; 3175,8; 3111,3; 590,5; 2639,5; 2118,5	3500,0; 3500,0; 3500,0; 3500,0;
8	[NUz]	1845,4; 2512,2; 3835,9; 1910,6; 3774,1; 1336,5; 777,8; 1507,1; 3728,0; 3904,3; 2612,4;	1924,5; 1847,6; 1958,8; 2256,8
9	[NUT]	5129; 4111,7; 4767,8; 7302,3; 5520,3; 7458,8; 4635,4; 6447,4; 5827,4; 2128,1; 7537,1	8500; 8500; 8500; 8500
10	[NUz]	2061,3; 1652,9; 1916,7; 2935,5; 2219,1; 2998,4; 1863,4; 2951,8; 2342,6; 855,5; 3029,9	2752; 1117; 1298; 2101
11	[NUT]	357,9; 286,9; 332,6; 509,5; 385,0; 520,4; 323,4; 449,8; 406,6 148,5; 525,8	600; 600; :600; :600
12	[NUz]	802,6; 643,4; 746,1; 1142,7; 863,8; 1167,1; 725,3; 1008,8; 911,8; 332,9; 1179,4	473; 505; 817; 1071
13	[NUT]	972,9; 779,9; 904,5; 1385,2; 1047,2; 1414,9; 879,3 1223,0; 1105,5; 403,7; 1429,8	1500; 1500; 1500; 1500
14	[NUz]	632,2; 506,8; 587,7; 900,1; 680,4; 919,3; 571,3; 794,3; 718,3; 262,3; 928,9	373,2; 398,1; 644,1; 844,1
15	[NUT]	461,8; 370,2; 429,2; 497,0; 671,6; 417,3; 580,4; 524,7; 191,6; 678,6; 657,4	700; 700; 700; 700
16	[NUz]	732,7; 587,4; 681,1; 1043,1; 1965,6; 662,2; 921,1; 832,5; 304,4; 1076,7; 788,6	432,2; 461,4; 746,5; 978,3
17	[NUT]	903,1; 723,9; 839,5; 1285,8; 1313,4; 1327,1; 816,2; 1135,3; 1026,0; 374,7; 972,0	1600; 1600; 1600; 1600
18	[NUz]	391,9; 314,1; 364,3 557,9; 421,8; 162,6; 575,9; 569,9; 354,2; 492,6; 445,3; 569,9	231,3; 246,8; 523,3; 399,3
19	[NUT]	825,3; 233,3; 638,9; 706,9; 562,3; 450,8; 800,5; 605,2; 817,7 508,2; 522,7	950; 950; 950; 950
20	[NUz]	446,1; 277,2; 385,6; 348,5; 127,3 450,7; 306,7; 245,9; 436,7; 330,1; 285,1	181,1; 409,5; 193,1; 312,5
21	[NUT]	513,5; 701,1; 693,8; 197,9; 431,2; 542,1; 599,8; 679,3; 443,5; 382,5; 477,1	760; 760; 760; 760
22	[NUz]	921,8; 601,9; 519,9; 647,5; 951,5; 268,7; 735,7; 813,9; 585,2; 941,6; 686,9	382,2; 659,7; 864,5; 407,7
23	[NUT]	1915,9; 2270,1; 1362,1; 1361,6; 2190,2; 1574,2; 1923,5; 701,4; 2200,0; 2157,2	2300,0; 2300,0; 2300,0; 2300,0; 2300,0

24	[ <i>NUz</i> ]	1065,6; 1279,2; 1833,9; 378,1; 1870,2; 1185,4; 2278,6; 159,3; 277,5; 2373,8	1372,2; 984,1; 1769,0; 710,4; 1627,3
25	[ <i>NUz</i> ]	1360,1; 899,2; 2050,5; 1086,7; 679,2; 1694,2; 742,7; 936,4; 188,5; 503,2; 890,6	1797,9; 567,3; 2055,4; 1016,7
26	[ <i>NUT</i> ]	2468,1; 2048,4; 2358,6; 3336,4; 2617,3; 3395,7; 2261,6; 3348,9; 2746,9; 1253,3; 3421,7	3148; 1513; 1689; 2513
27	[ <i>NUT</i> ]	6129; 5111; 5767; 8302; 6520; 8458; 5635; 7447; 6827; 3128; 8537	9600; 9600; 9600; 9600
28	[ <i>NUT</i> ]	561; 570; 529,2; 597,0; 771,6; 617,3; 680,4; 624,7; 291,6; 778,6; 757,4	700; 700; 700; 700;700
29	[ <i>NUz</i> ]	872; 697,5; 941,3; 1443,1; 2266,1; 1063,2; 1323,1; 1232,6; 667,3; 3163,7; 1176,4	540; 760; 1133,5; 1032,5
30	[ <i>NUT</i> ]	713,1; 563,9; 647,5; 1076,8; 1215,7; 1227,6; 726,2; 1044,3; 986,0; 574,7; 972,0	1520; 1520; 1520; 1520
31	[ <i>NUz</i> ]	691; 614; 664; 857,9; 721,6; 462,6; 875; 869,9; 654,2; 792,6; 745; 869,9	632; 546; 688; 702,3 708,1
32	[ <i>NUT</i> ]	735,4; 288,2; 744,9; 762,9; 652,2; 750,8; 821,5; 724,2; 928,7 728,2; 733,7	1250; 1250; 1250; 1250
33	[ <i>NUz</i> ]	556,1; 487,2; 585,6; 548,5; 327,3 552,7; 601,1; 445,9; 556,7; 442,1; 466,1	280,3; 511,2; 373,8; 467,5
34	[ <i>NUT</i> ]	823,7; 981,4; 883,5; 591,2; 622,2; 851,1; 888,4; 966,4; 794,5; 671,5; 756,9	921; 921; 921; 921
35	[ <i>NUz</i> ]	733,6; 521,6; 426,9; 456,5; 823,5; 498,3; 662,8; 729,9; 601,6; 756,6; 479,9	547,7; 674,7; 734,5; 571,7
36	[ <i>NUz</i> ]	744,1; 372,8; 673,1; 1337,4; 826,7; 1658,7; 1241,4; 1049,8; 976,3; 983,7; 1208,2	914,2; 988,3; 1157,3; 999,2

3.1. Предварительная обработка ЭД предусматривает построение общего вариационного ряда, для этого наработки на отказ и на цензурирование упорядочивают в порядке неубывания. Если отдельные наработки до отказа равны наработкам до цензурирования, то в вариационном ряду первыми ставятся наработки до отказа, а затем наработки до цензурирования. Наработки до цензурирования помечаются специальным образом, например звездочкой.

3.2. Для непараметрического оценивания показателей целесообразно выбрать метод множительной оценки. Определение оценки вероятности безотказной работы и эмпирической функции распределения наработки до отказа производится по соотношениям:

$$p^*(t_i) = \prod_{t_j \leq t_i} [1 - 1/(N_j + 1)], \quad (1)$$

$$F_N(t_i) = 1 - p^*(t_i),$$

где  $N_j$  - количество работоспособных объектов после отказа при наработке  $t_i$ .

Точечная оценка вероятности безотказной работы за наработку  $t$  ( $t < t_r$ ) определяется с помощью линейной интерполяции значений эмпирической функции распределения наработки до отказа

$$p^*(t) = d p^*(t_v) + (1 - d) p^*(t_{v-1}), \quad (2)$$

где  $t_{v-1}$  и  $t_v$  - наработки до отказа, между которыми лежит наработка  $t$ ,  $d = (t - t_{v-1}) / (t_v - t_{v-1})$ .

Для цензурированных слева выборок время наблюдения ограничено, что позволяет получить только нижнюю границу средней наработки до отказа

$$T_o = \mu_1(t) = \sum_{i=1}^r t_i [F_N(t_i) - F_N(t_{i-1})] + [1 - F_N(t_r)]z, \quad (3)$$

где  $z = \max(t_r, \tau_k)$ ;  $t_0 = 0$ .

### 3.3. Анализ показателей надежности объектов параметрическими методами

Необходимо проверить возможность аппроксимации ЭД нормальным распределением и распределением Вейбулла.

Распределение наработок как бы смещено по оси времени на относительно большую величину, поэтому в интервале от 0 до  $t_{min}$  ( $t_{min}$  - значение минимальной наработки до отказа или до цензурирования) никаких событий не наблюдается. Для более точной аппроксимации перед расчетом параметров целесообразно преобразовать все моменты наблюдения по формуле  $t = t - t_1$ , величина  $t_1$  выбирается немного меньшей, чем значение  $t_{min}$ . Например, по результатам наблюдения минимальное время составляет величину 1258 ч, тогда в качестве  $t_1$  можно выбрать величину 1250. Величины  $t_i$  и  $\tau_j$  при оценке параметров распределения уменьшаются на величину  $t_1$  (в примере на величину 1250).

*Нормальное распределение.* Оценки параметров распределения  $\mu$  и  $\sigma$  для планов наблюдения  $[NUR]$ ,  $[NUT]$  и  $[NUZ]$  находятся из системы уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r (t_i - \mu) / \sigma + \sum_{j=1}^k f\left(\frac{\mu - \tau_j}{\sigma}\right) / \Phi\left(\frac{\mu - \tau_j}{\sigma}\right) &= 0, \\ r - \sum_{i=1}^r \frac{(t_i - \mu)^2}{\sigma^2} + \sum_{j=1}^k \left(\frac{\mu - \tau_j}{\sigma}\right) f\left(\frac{\mu - \tau_j}{\sigma}\right) / \Phi\left(\frac{\mu - \tau_j}{\sigma}\right) &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\Phi(x)$  - функция нормального распределения,  $f(x)$  - функция плотности нормального распределения. Система уравнений (4) допускает только численное решение. При таком решении уравнений в качестве начальных приближений неизвестных параметров обычно берут оценки математического ожидания и среднеквадратического отклонения, вычисленные по объединенной выборке.

Распределение Вейбулла  $F(t)=1 - \exp(-(t/\delta)^\beta)$ , при  $t \geq 0$ . Оценки параметров  $\delta$  и  $\beta$  для плана  $[NUz]$  вычисляются на основе системы уравнений

$$(r/\beta + \sum_{i=1}^r \ln t_i) (\sum_{i=1}^r t_i^\beta + \sum_{j=1}^k \tau_j^\beta) - (\sum_{i=1}^r t_i^\beta \ln t_i + \sum_{j=1}^k \tau_j^\beta \ln \tau_j) r = 0,$$

$$\delta = [ (\sum_{i=1}^r t_i^\beta + \sum_{j=1}^k \tau_j^\beta) / r ]^{1/\beta}.$$
(5)

Для планов наблюдения  $[Nur]$  и  $[NUT]$  оценки указанных параметров находятся из системы уравнений

$$(r/\beta + \sum_{i=1}^r \ln t_i) (\sum_{i=1}^r t_i^\beta + (N-r)t_m^\beta) - (\sum_{i=1}^r t_i^\beta \ln t_i + (N-r)t_m^\beta \ln t_m) r = 0,$$

$$\delta = [ (\sum_{i=1}^r t_i^\beta + (N-r)t_m^\beta) / r ]^{1/\beta},$$
(6)

где  $t_m = t_r$  для плана  $[Nur]$ ,  $t_m = T$  для плана  $[NUT]$ .

Системы уравнений (4) – (6) подлежат численному решению. Для этого можно применить функцию *root* пакета MathCAD. Для двухпараметрического распределения Вейбулла большие ( $\beta > 4$ ) или малые ( $\beta < 0,5$ ) значения параметра  $\beta$  свидетельствуют о том, что ЭД не подчиняются этому закону или отношение  $r/N$  мало.

Проверка гипотезы о законе распределения проводится на основе критерия Мозеса. Вычисляется совокупность величин

$$w_i = [F(t_j) - F(\tau_{i-1})] / [F(\tau_i) - F(\tau_{i-1})]$$
(7)

по всем наработкам до отказа. Затем рассчитывается статистика  $w = \frac{1}{r} \sum_{r=1}^r w_j$ , кото-

рая имеет асимптотически нормальное распределение с математическим ожиданием 0,5 и дисперсией  $1/(12r)$ . При уровне значимости 0,95 определяется квантиль нормального распределения. И если центрированная и нормированная статистика критерия не превосходит квантиль, то нет оснований отвергать гипотезу о принадлежности выборки выбранному закону распределения. По результатам проверки гипотез формируются выводы о возможности аппроксимации данных указанными законами. Необходимо сформулировать предложения для случая, когда данные могут быть аппроксимированы несколькими видами законов или в случае невозможности применения заданных видов законов.

На основе выбранного закона распределения производится расчет: вероятностей для заданных значений наработок до отказа; средней наработки до отказа (для закона распределения Вейбулла среднее значение  $T_0 = \delta \Gamma(1/\beta + 1)$ , где  $\Gamma()$  – гамма функция). При этом в формулы подставляются величины наработок, уменьшенные на  $t_1$ .

#### 4. Содержание отчета

Отчет должен содержать:

исходную выборку в виде вариационного ряда;

значения оценок вероятностей и средней наработки до отказа, вычисленных на основе непараметрических методов;

оценки параметров нормального распределения и распределения Вейбулла;

критическое и фактическое значения статистик критерия проверки гипотез.

Выводы о возможности применения указанных законов для аппроксимации ЭД по надежности;

результаты параметрической оценки показателей надежности;

выводы по результатам экспериментальной оценки надежности.

#### Контрольные вопросы

1. Понятие цензурированной выборки, цензурирование слева, справа и интервалом.
2. Планы наблюдений цензурированных выборок и их применение для оценки надежности объектов.
3. Непараметрическое оценивание показателей надежности по цензурированным выборкам.
4. Параметрическое оценивание показателей надежности по цензурированным выборкам.
5. Критерии проверки статистических гипотез по цензурированным выборкам.

#### Литература

1. Пантюхин О.И., Ходасевич Г.Б. Надежность АСОИУ. Часть 1,2. Общие положения теории надежности. 230102: Учеб. пособие /СПбГУТ. – СПб, 2012.
2. Ходасевич Г.Б., Пантюхин О.И., Ногин С.Б. Планирование эксперимента и обработка экспериментальных данных на ЭВМ. Часть 1. Обработка экспериментальных данных на ЭВМ: Учеб. пособие. СПб.: СПбГУТ, 2014. 88 с.
3. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. – 2-е изд., перераб и доп. – СПб.: БХВ- Петербург, 2006.
4. Надежность и эффективность в технике: Справочник в десяти томах. Т.6. Экспериментальная отработка и испытания. - М.: Машиностроение, 1989.376 с.