

# Высоконадежные сети с ультра малыми задержками

## Лекция

### Линейное сетевое кодирование

*С.С. Владимиров*

Развитие перспективных сетей связи ставит одной из основных задач сокращение времени передачи пакетов между узлами сети. Одновременно с этим для перспективных сетей планируется увеличение числа абонентов и рост количества услуг, приводящие к росту передаваемого по сетям трафика. Рассматривая эту совокупность задач в комплексе, наблюдается явное противоречие, которое призван устранить механизм сетевого кодирования [1, 2, 3, 4]. Под сетевым кодированием понимается формирование линейных комбинаций пакетов данных на промежуточных узлах сети ПД и последующее восстановление этих пакетов на конечных узлах [4, 5, 6]. Сетевое кодирование позволяет сократить время ожидания приема и общее число передаваемых пакетов при многоадресной передаче в проводных и беспроводных сетях и увеличить производительность сети [5, 6, 7, 8, 9, 10].

Традиционно в сетевом кодировании рассматривают моделирование двух сетевых топологий [5, 6]:

- 1) передача данных в сети с топологией «бабочка», которая моделирует ситуацию с многоадресной передачей в проводных сетях с коммутацией пакетов и в распределенных одноранговых беспроводных сетях.
- 2) передача данных между узлами радиосети с топологией «звезда» через центральный узел, выполняющий роль коммутатора трафика и радиоудлинителя.

Передача в сети с топологией «бабочка» представлена на рис. 1 [5, 6, 7]. Рассмотрен сценарий одновременной передачи пакетов данных  $D_1$  и  $D_2$  от узлов-источников  $S_1$  и  $S_2$ , соответственно, узлам-приемникам  $R_1$  и  $R_2$  через сеть, состоящую из 6 узлов-маршрутизаторов, которые обозначены буквами от  $A$  до  $F$ . Номерами условно показан порядок прохождения пакетов по сети.

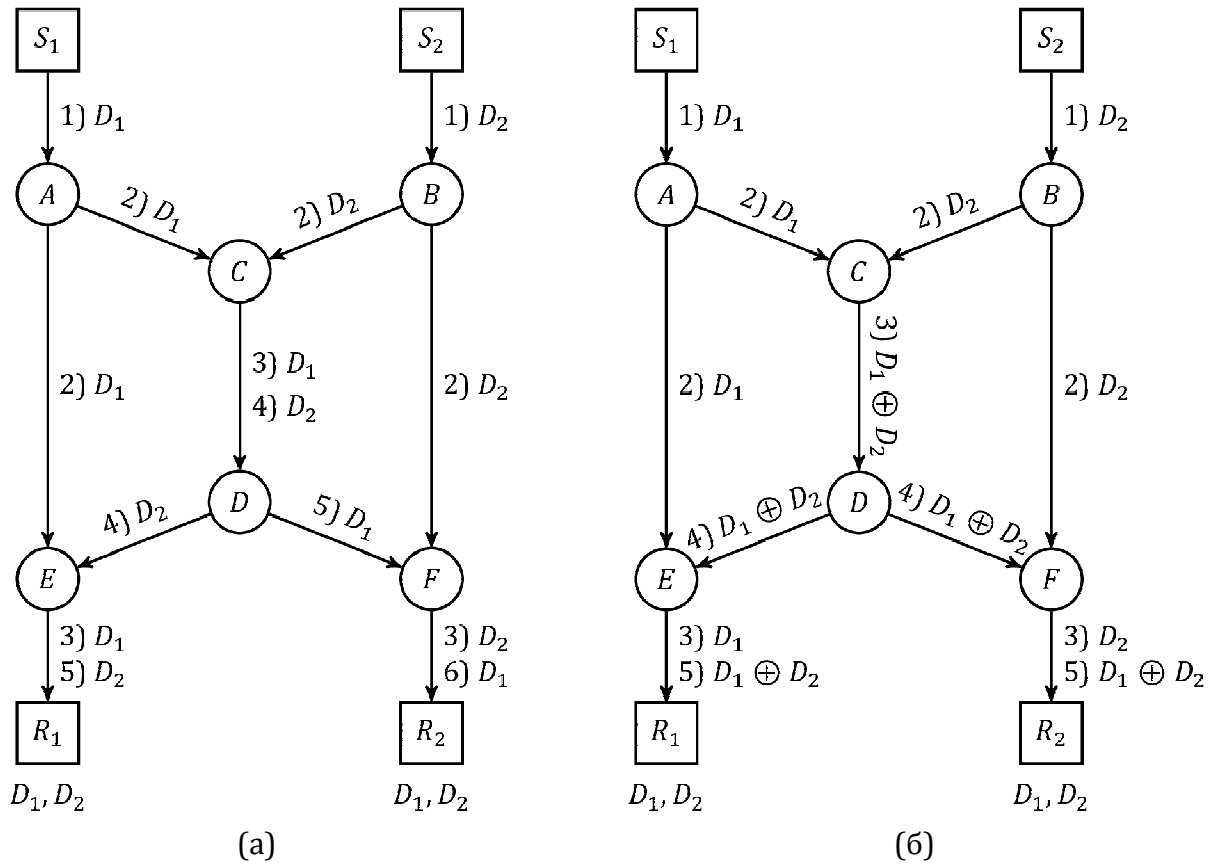


Рис. 1. Сеть с топологией «бабочка»: а) обычная передача; б) сетевое кодирование

На рис. 1(а) показано, что при обычной передаче без сетевого кодирования, пакеты  $D_1$  и  $D_2$  достигают узлов  $R_1$  и  $R_2$  не одновременно. Узел  $R_1$  получает оба пакета, условно, через 5 шагов, а узел  $R_2$  — через 6 шагов. То есть возникает задержка. Это происходит за счет того, что на участке  $C-D$  пакеты передаются последовательно.

В случае применения сетевого кодирования (рис. 1(б)) на участке  $C-D$  передается сразу линейная комбинация пакетов  $(D_1 \oplus D_2)$ . Поэтому узлы  $R_1$  и  $R_2$  получают оба пакета одновременно за 5 шагов [5, 6, 7].

Идея сетевого кодирования в радиосети показана на рис. 2 [6]. Приведены два узла  $A$  и  $B$ , которые связываются друг с другом через центральный узел-маршрутизатор  $R$ . Рассмотрен сценарий одновременной передачи пакета  $D_1$  от  $A$  к  $B$  и пакета  $D_2$  от  $B$  к  $A$ .

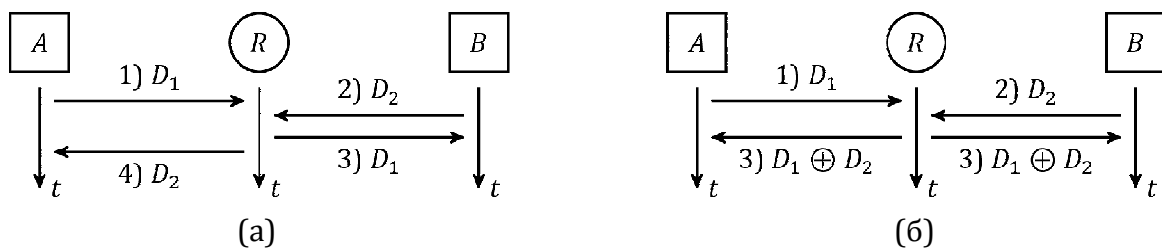


Рис. 2. Сетевое кодирование в радиосети с топологией «звезда»:

а) обычная передача; б) сетевое кодирование.

В случае обычной передачи на рис. 2(а) передача завершится за четыре условных шага: два шага на передачу  $D_1$  от  $A$  к  $B$  и два шага на передачу  $D_2$  от  $B$  к  $A$ . В случае же сетевого кодирования, представленного на рис. 2(б), передача завершается за три шага, поскольку узел  $R$  передаст оба пакета  $D_1$  и  $D_2$  одновременно в виде их линейной комбинации  $(D_1 \oplus D_2)$ , из которой узлы  $A$  и  $B$  восстановят необходимые им пакеты [6].

В обоих случаях передача данных подвержена влиянию ошибок. Рассмотрим вначале случай сети с топологией «бабочка». Предположим, что на маршруте  $A-E$  в передаваемое сообщение  $D_1$  была внесена ошибка  $e_{AE}$  так, что на вход узла  $E$  пришло сообщение  $D'_1 = D_1 \oplus e_{AE}$ . Таким образом, получатель  $R_1$  не сможет получить ни сообщение  $D_1$ , ни сообщение  $D_2$ , поскольку  $(D_1 \oplus D_2) \oplus D'_1 = D_2 \oplus e_{AE}$ . В случае ошибки на любом из маршрутов  $A-C$ ,  $B-C$  или  $C-D$  узлы-получатели  $R_1$  и  $R_2$  не смогут получить сообщения  $D_2$  и  $D_1$  соответственно. Допустим при передаче сообщения  $D_1$  по маршруту  $A-C$  в него была внесена ошибка  $e_{AC}$ . Соответственно, узел  $C$  получил сообщение  $D''_1 = D_1 \oplus e_{AC}$ . В результате линейной комбинации сообщений, узел  $C$  далее передал сообщение  $(D_2 \oplus D''_1)$ , которое и было получено узлами-получателями  $R_1$  и  $R_2$ . Таким образом, при восстановлении сообщений, узел  $R_1$  получит  $(D_2 \oplus D''_1) \oplus D_1 = D_2 \oplus e_{AC}$ , а узел  $R_2$  —  $(D_2 \oplus D''_1) \oplus D_2 = D_1 \oplus e_{AC}$ . Следовательно, ошибка, внесенная в передаваемые сообщения на любом из маршрутов, приведет к полной или частичной потере данных.

Подобная ситуация происходит и в случае сетевого кодирования в радиосети. Если на шаге 1 на маршруте  $A-R$  (рис. 2(б)) в сообщение  $D_1$  будет внесена ошибка  $e_{AR}$ , то на вход центрального узла сети  $R$  придет сообщение  $D'_1 = D_1 \oplus e_{AR}$ . Соответственно, на шаге 3 узел  $A$  получит сообщение  $(D'_1 \oplus D_2)$  и при выделении сообщения  $D_2$  вместо него получит ошибочное сообщение  $(D'_1 \oplus D_2) \oplus D_1 = D_2 \oplus e_{AR}$ . Аналогично, узел  $B$  при выделении сообщения  $D_1$  получит вместо него  $(D'_1 \oplus D_2) \oplus D_2 = D'_1$ .

Таким образом, при реализации систем с сетевым кодированием необходимо решить задачу эффективной борьбы с ошибками [11]. Для этого могут быть использованы системы с обнаружением и/или прямой коррекцией ошибок. Простое обнаружение ошибок позволяет при необходимости производить перезапрос сообщений с ошибкой по каналу обратной связи. Прямая коррекция ошибок позволяет исправить часть ошибок до определенной кратности, в зависимости от используемого кода, и за счет этого избежать перезапросов. В статье рассмотрены помехоустойчивые коды и методы декодирования, позволяющие в режиме исправления определять часть неисправляемых ошибок, что позволяет эффективно использовать их в системах с обратной связью [12].

## Коды с прямой коррекцией ошибок в сетевом кодировании

Варианты применения кодов с прямой коррекцией ошибок в системах сетевого кодирования изучаются многими исследователями. В частности, рассматривается применение сверточных кодов [13], кодов с низкой плотностью проверки на четность, так называемых LDPC-кодов [6], кодов Рида–Соломона [14, 15], ранговых кодов [16, 17].

При использовании для сетевого кодирования аппаратных кодеров и декодеров на логических элементах, работающих с битовым потоком данных, размерность используемого помехоустойчивого кода не имеет большого значения с точки зрения удобства работы. В случае реализации программных кодеков удобнее использовать коды, в которых размер кодового слова кратен одному байту (октет), а размер информационного слова кратен хотя бы полубайту (4 битам). Это позволяет использовать для работы с передаваемыми данными байтовые переменные и не перекодировать байтовый поток передаваемых данных в поток не кратных байту битовых блоков, что приводило к дополнительным задержкам при обработке данных на приеме и передаче, а также требовало дополнительных затрат памяти на хранение буферных переменных, используемых при перекодировании потока данных.

В современных системах передачи данных широко используются недвоичные коды Рида–Соломона над полем Галуа  $GF(2^8)$  [18, 19, 20]. Их кодовое слово состоит из 8-разрядных элементов, что позволяет использовать для его обработки массивы байтовых переменных. Хотя эти коды являются эффективными с точки зрения борьбы с ошибками, алгоритмы их программного кодирования и декодирования являются достаточно сложными, требуют значительных аппаратных ресурсов и вносят дополнительную задержку при обработке данных [21].

В статье [22] автором ранее были рассмотрены три однобайтовых помехоустойчивых кода с размерностью (8, 4) и скоростью кода  $R = 0,5$ :

1. Расширенный систематический код Хэмминга.
2. Укороченный систематический циклический код (код BCH над полем  $GF(2^4)$ ).
3. Укороченный несистематический код максимальной длины (КМД).

Каждый из этих кодов позволяет исправить любую однократную ошибку. За счет малого размера кодового слова эти коды имеют простые алгоритмы кодирования и декодирования, не приводящие к значительным задержкам.

### Расширенный систематический код Хэмминга (8, 4)

Расширенный систематический код Хэмминга (8, 4) формируется на основе классического кода Хэмминга (7, 4) добавлением дополнительного бита четности, который приводит к увеличению минимального кодового расстояния кода с 3 до 4, что позволяет использовать гибридный режим

декодирования с исправлением всех однократных ошибок и обнаружением части неисправляемых ошибок четной кратности [12, 23, 24].

Для удобства описания функции кодирования  $\text{Enc}(x)$  и функции декодирования  $\text{Dec}(x)$  помехоустойчивого кода (8, 4) введем следующие обозначения:

- $u = [u_0, u_1, u_2, u_3]$  — информационное 4-разрядное слово;
- $v = [v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7]$  — кодовое 8-разрядное слово;
- $r = [r_0, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7]$  — кодовое слово с ошибкой.

В случае расширенного систематического кода Хэмминга элементы его кодового слова  $v_{He}$  распределяются следующим образом [12, 23]:

- $v_0$  — бит четности, равный сумме разрядов  $[v_1, \dots, v_7]$  по модулю 2;
- $[v_1, v_2, v_3]$  — проверочные разряды классического кода Хэмминга;
- $[v_4, v_5, v_6, v_7] = [u_0, u_1, u_2, u_3]$  — информационные разряды.

Для формирования разрядов  $[v_1, \dots, v_7]$  удобно использовать метод умножения слова  $u$  на порождающую матрицу  $G_H$  классического кода Хэмминга, равную [12]

$$G_H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, разряды  $[v_1, \dots, v_7]$  можно представить как

$$[v_1, \dots, v_7] = [u_0 \oplus u_2 \oplus u_3, u_0 \oplus u_1 \oplus u_2, u_1 \oplus u_2 \oplus u_3, u_0, u_1, u_2, u_3].$$

Следовательно, разряд четности рассчитывается по формуле

$$v_0 = u_0 \oplus u_2 \oplus u_3 \oplus u_0 \oplus u_1 \oplus u_2 \oplus u_1 \oplus u_2 \oplus u_3 \oplus u_0 \oplus u_1 \oplus u_2 \oplus u_3 = u_0 \oplus u_1 \oplus u_3.$$

Тогда порождающая матрица  $G_{He}$  расширенного кода Хэмминга имеет вид

$$G_{He} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

а его функция кодирования равна:

$$v_{He} = \text{Enc}_{He}(u) = u \cdot G_{He}.$$

Функция декодирования  $\text{Dec}_{\text{He}}(x)$  расширенного кода Хэмминга основана на синдромном алгоритме на основе проверочной матрицы  $H_{\text{He}}$  [12]:

$$H_{\text{He}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Декодер, получив из канала кодовое слово  $r_{\text{He}}$ , которое может содержать ошибку, вычисляет синдром  $s_{\text{He}} = [s_0, s_1, s_2, s_3]$ , умножая слово  $r_{\text{He}}$  на транспонированную матрицу  $H_{\text{He}}$  [12]:

$$s_{\text{He}} = \text{Dec}_{\text{He}}(r_{\text{He}}) = r_{\text{He}} \cdot H_{\text{He}}^T.$$

Результат декодирования зависит от полученного синдрома [12]:

1. Если  $s_i = 0$ , где  $0 \leq i \leq 3$ , то ошибок в кодовом слове нет или ошибка является необнаружимой, то есть переданное кодовое слово  $v_{\text{He}}$  преобразовалось в другое, не равное ему кодовое слово.
2. Если  $s_0 = 1$ , то произошла однократная ошибка в позиции, соответствующей строке матрицы  $H_{\text{He}}^T$ , равной  $s$ .
3. Если  $s_0 = 0$  и  $[s_1, s_2, s_3] \neq 0$ , то декодер фиксирует неисправляемую ошибку четной кратности.

### Укороченный систематический циклический код БЧХ (8, 4)

Укороченный код БЧХ (8, 4) формируется из примитивного кода БЧХ (15, 11) над полем Галуа  $\text{GF}(2^4)$  уменьшением числа информационных разрядов. Фактически код БЧХ (15, 11) соответствует коду Хэмминга. Образующий полином выбранного кода БЧХ равен образующему полиному поля Галуа  $g(x) = x^4 + x + 1$ . Код имеет минимальное кодовое расстояние  $d_{\min} = 3$  и исправляет все однократные ошибки [12].

Для рассмотрения функции кодирования кода БЧХ ранее введенные слова  $u$ ,  $v$  и  $r$  удобно представить в виде соответствующих полиномов:

- $u \leftrightarrow u(x) = u_0 + u_1x + u_2x^2 + u_3x^3$ ;
- $v \leftrightarrow v(x) = v_0 + v_1x + v_2x^2 + \dots + v_7x^7$ ;
- $r \leftrightarrow r(x) = r_0 + r_1x + r_2x^2 + \dots + r_7x^7$ .

Функция кодирования кода БЧХ (8, 4) является классической для систематических циклических кодов и выражается формулой [12, 25, 26]

$$v(x) = \text{Enc}_{\text{BCH}_8}(u(x)) = u(x)x^4 + (u(x)x^4 \bmod g(x)).$$

Декодирование выбранного кода БЧХ удобно производить посредством алгебраического метода декодирования на основе прямого

решения ключевого уравнения по методу Питерсона–Горенштейна–Цирлера и вычисления позиции ошибки по методу Ченя [12, 26].

Алгебраический метод основан на использовании элементов  $\varepsilon^i$  поля Галуа (локаторов позиций) для нумерации разрядов принятого кодового слова  $r(x)$ . Для используемого укороченного кода соответствие будет следующим [12, 26]:

$$\begin{aligned} r_0 &\leftrightarrow \varepsilon^0, & r_1 &\leftrightarrow \varepsilon^1, & r_2 &\leftrightarrow \varepsilon^2, & r_3 &\leftrightarrow \varepsilon^3, \\ r_4 &\leftrightarrow \varepsilon^4, & r_5 &\leftrightarrow \varepsilon^5, & r_6 &\leftrightarrow \varepsilon^6, & r_7 &\leftrightarrow \varepsilon^7. \end{aligned}$$

Поскольку рассматривается код БЧХ, гарантированно исправляющий только однократные ошибки, его функция декодирования сводится к вычислению синдрома

$$s_{BCHs} = \text{Dec}_{BCHs}(r(x)) = r(\varepsilon),$$

который показывает позицию ошибки согласно вышеприведенным соответствиям [12, 26]. Если полученный синдром  $s_{BCHs}$  не входит в диапазон элементов  $\varepsilon^0 \dots \varepsilon^7$ , то это указывает на неисправляемую ошибку.

### Укороченный несистематический КМД (8, 4)

Укороченный несистематический КМД (8, 4) формируется из эквидистантного циклического КМД (15, 4) над полем  $\text{GF}(2^4)$  с образующим полиномом  $p(x) = x^4 + x + 1$  посредством уменьшения числа проверочных символов. Минимальное кодовое расстояние полученного кода  $d_{\min} = 3$ . Код гарантированно исправляет любую однократную ошибку [27].

Функция кодирования укороченного КМД реализуется через вычисление функции-след  $T(x)$  элемента поля Галуа  $\text{GF}(2^4)$  по формуле [27, 28, 29]

$$v = \text{Enc}_{MLCs}(u) = [T(u), T(u\varepsilon), \dots, T(u\varepsilon^7)].$$

Функция декодирования укороченного КМД основана на мажоритарном методе, при котором информационное слово  $u$  рассчитывается по  $k$ -элементным линейно-независимым комбинациям  $s$  элементов кодового слова  $r$  через обратную матрицу [27, 28, 29, 30]:

$$u = \text{Dec}_{\text{MLCS}} = (\Theta^{-1} s^T)^T = \left( \left[ \begin{array}{c} (F^{i_1} \theta_0)^T \\ (F^{i_2} \theta_0)^T \\ (F^{i_3} \theta_0)^T \\ (F^{i_4} \theta_0)^T \end{array} \right]^{-1} \cdot s^T \right)^T, \quad (3)$$

где  $s = [s_{i_1}, s_{i_2}, s_{i_3}, s_{i_4}]$  — 4-элементная линейно-независимая комбинация элементов кодового слова;  $\Theta^{-1}$  — обратная матрица, соответствующая  $s$ ;  $F^{i_j}$  — сопровождающая матрица  $4 \times 4$  элемента поля  $\varepsilon^{i_j}$ , соответствующего элементу  $s_{i_j}$  линейно-независимой комбинации  $s$ ;  $\theta_0$  — первый столбец матрицы, равной сумме единичной матрицы  $E$  и матриц возведения в степень 2, 4 и 8 [27, 28, 29, 30].

Таблица всех комбинаций  $s$  и соответствующих им обратных матриц  $\Theta^{-1}$  формируется заранее и записывается в память декодера. Для рассмотренного укороченного кода (8, 4) существует 45 4-элементных линейно-независимых комбинаций  $s$  [27]. Перебор всех этих комбинаций и вычисление по каждой из них вектора  $u$  позволяет организовать мажоритарное декодирование [27, 28, 29]. Если в кодовом слове  $r$  есть ошибки, то комбинации  $s$ , попавшие на ошибочный разряд, дадут при расчете значение, отличное от  $u$ . Следовательно, после перебора всех комбинаций  $s$  будет получен набор слов  $u_i$ , каждому из которых будет соответствовать некоторое количество комбинаций  $s$  — вес вектора. Правильным результатом считается слово  $u_i$ , которое имеет наибольший вес [28, 29, 30]. Если при декодировании получено два или более слова  $u_i$  с одинаковым весом, то такая ситуация рассматривается как неисправляемая ошибка, поскольку определить какой из результатов верен невозможно [28, 30].

Рассмотрим вероятностные характеристики этих кодов при их использовании в сетевом кодировании в сети «бабочка» и радиосети с центральным узлом. Компьютерное моделирование предлагаемых кодов проведено с использованием системы компьютерной алгебры GNU/Octave.

### **Моделирование прямой коррекции ошибок в сети «бабочка»**

Поскольку сеть «бабочка» (рис. 1) имеет симметричную структуру, при моделировании будем рассматривать получение данных узлом-приемником  $R_1$ , считая, что на узле  $R_2$  ситуация аналогична. Соответственно, моделирование сети производится по упрощенной схеме (рис. 3).



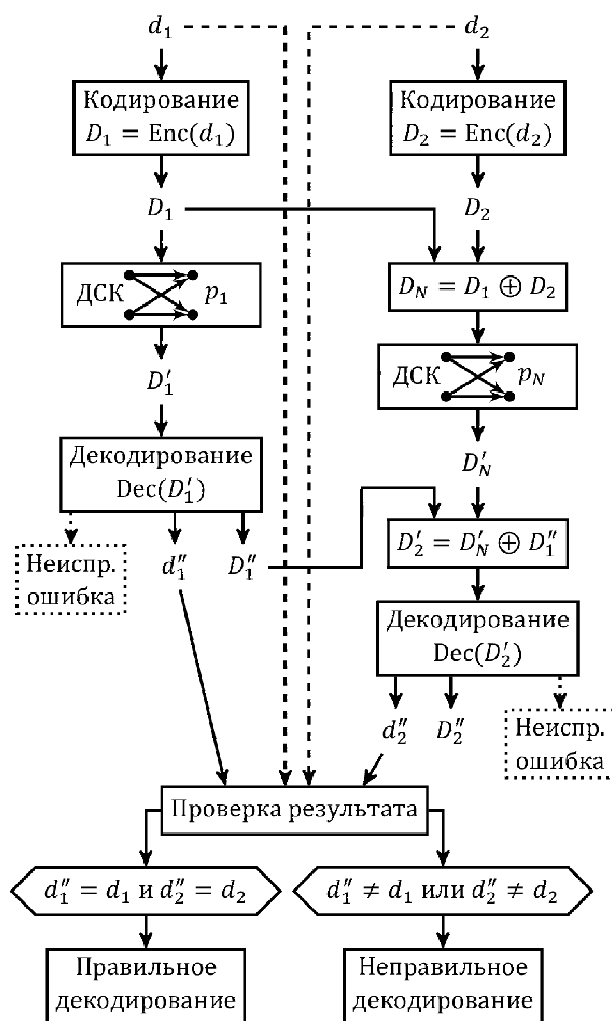


Рис. 3. Схема моделирования сети «бабочка» для определения вероятностных характеристик помехоустойчивых кодов

При моделировании случайным образом генерируются 4-битовые блоки данных  $d_1$  и  $d_2$ . Для их формирования используется генератор случайных чисел с равномерным распределением. Далее они кодируются одним помехоустойчивым кодом. В результате этого получают пакеты  $D_1 = \text{Enc}(d_1)$  и  $D_2 = \text{Enc}(d_2)$ . Формируется пакет  $D_N = (D_1 \oplus D_2)$ , который соответствует сетевому кодированию на узле  $C$  (рис. 1). Далее пакеты  $D_1$  и  $D_N$  передаются через модель двоично-симметричного канала (ДСК) с вероятностью битовой ошибки  $p_1$  и  $p_N$ , соответственно. В результате на узел  $R_1$  приходят пакеты  $D'_1$  и  $D'_N$ , которые содержат некоторую ошибку. Для восстановления исходных блоков данных узел  $R_1$  декодирует пакет  $D'_1$ , получая декодированный пакет  $D''_1$  и блок данных  $d''_1$ , которые потенциально не содержат ошибки. Далее  $R_1$  выделяет  $D'_2 = D'_N \oplus D'_1$  и декодирует его, получая  $D''_2$  и  $d''_2$ . Далее выполняется анализ результатов декодирования. Если декодирование прошло успешно, т.е.  $d''_1 = d_1$  и  $d''_2 = d_2$ , то отмечается ситуация «правильное декодирование». Если  $d''_1 \neq d_1$  или  $d''_2 \neq d_2$ , то это ситуация «неправильного декодирования». Если в процессе декодирования  $D'_1$  или  $D'_2$ , алгоритм декодирования помехоустойчивого кода определяет наличие в пакете неисправляемой

ошибки, то такая ситуация считается «отказом от декодирования». На рис. 4 приведены вероятностные характеристики возникновения данных ситуаций при использовании выбранных помехоустойчивых кодов. Для определения вероятностных характеристик промоделирована передача 100000 кодовых комбинаций для каждого рассматриваемого кода и каждой пары вероятностей битовой ошибки  $p_1$  и  $p_N$ .

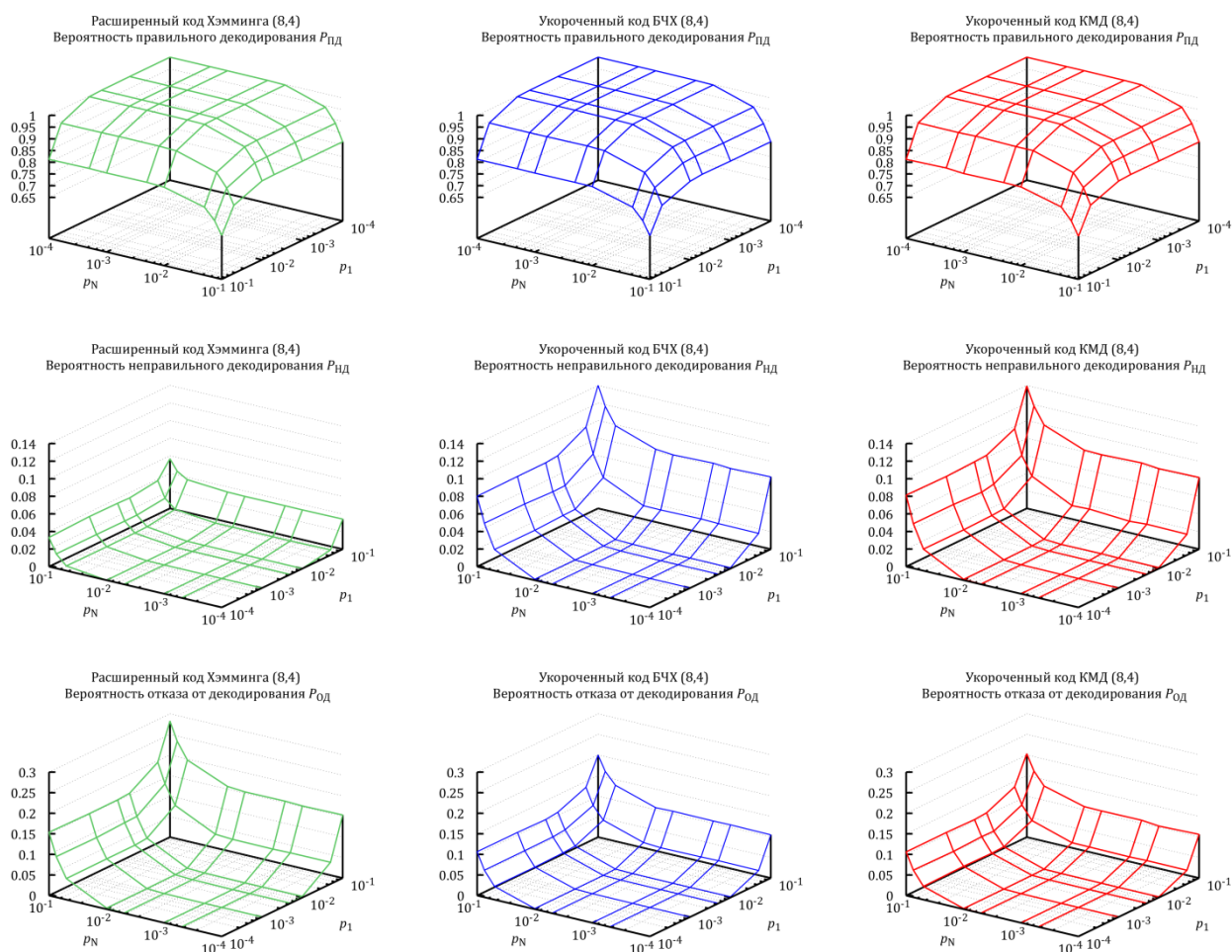


Рис. 4. Вероятностные характеристики выбранных кодов при сетевом кодировании в сети «бабочка»

Из графиков на рис. 4 видно, что все три кода имеют одинаковую вероятность правильного декодирования кодовой комбинации на всем рассмотренном диапазоне вероятностей битовой ошибки в моделях ДСК (рис. 3). При этом код Хэмминга обеспечивает меньшую вероятность неправильного декодирования кодовой комбинации.

### Моделирование прямой коррекции ошибок в радиосети «звезда» с сетевым кодированием

При моделировании радиосети с топологией «звезда» (рис. 2) будем считать, что передача данных по каналу связи представляется моделью ДСК с вероятностью битовой ошибки  $p_0$ . Поскольку радиосеть является

симметричной, будем рассматривать получение данных узлом А (рис. 2), как показано на схеме моделирования (рис. 5).

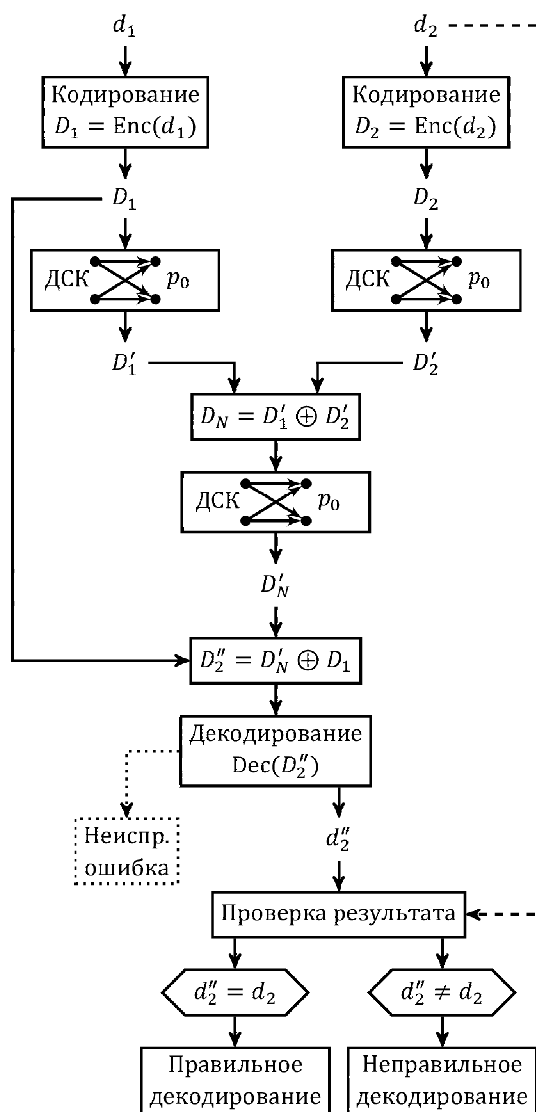


Рис. 5. Схема моделирования радиосети «звезда»

При моделировании передачи данных на узлах А и В случайным образом генерируются 4-битовые блоки данных  $d_1$  и  $d_2$ . После кодирования помехоустойчивым кодом  $C$  они преобразуются в 8-битовые кодовые слова  $D_1 = \text{Enc}(d_1)$  и  $D_2 = \text{Enc}(d_2)$ , которые передаются через модель ДССК с вероятностью ошибки  $p_0$  на центральный узел R. Полученные в результате узлом R слова  $D'_1$  и  $D'_2$  поэлементно складываются по модулю 2, формируя слово  $D_N = D'_1 \oplus D'_2$ . Далее это слово передается на узел А через модель ДССК. В результате узел А принимает слово  $D'_N$ . Для восстановления блока данных  $d_2$  узел А складывает исходное безошибочное слово  $D_1$  с принятым словом  $D'_N$ , выделяя слово  $D''_2$ , и производит его декодирование. Затем производится проверка полученного блока данных  $d''_2$  по аналогии с предыдущим разделом статьи. Если  $d''_2 = d_2$ , то декодирование выполнено успешно и отмечается

ситуация «правильное декодирование». Если  $d_2'' \neq d_2$ , то это ситуация «неправильного декодирования». Если при декодировании  $D_2''$  алгоритм декодирования помехоустойчивого кода определяет наличие в пакете неисправляемой ошибки, то такая ситуация считается «отказом от декодирования». На рис. 4 представлены вероятностные характеристики возникновения данных ситуаций при использовании выбранных помехоустойчивых кодов. Для определения вероятностных характеристик промоделирована передача 100000 кодовых комбинаций для каждого рассматриваемого кода и каждой вероятности битовой ошибки  $p_0$ .

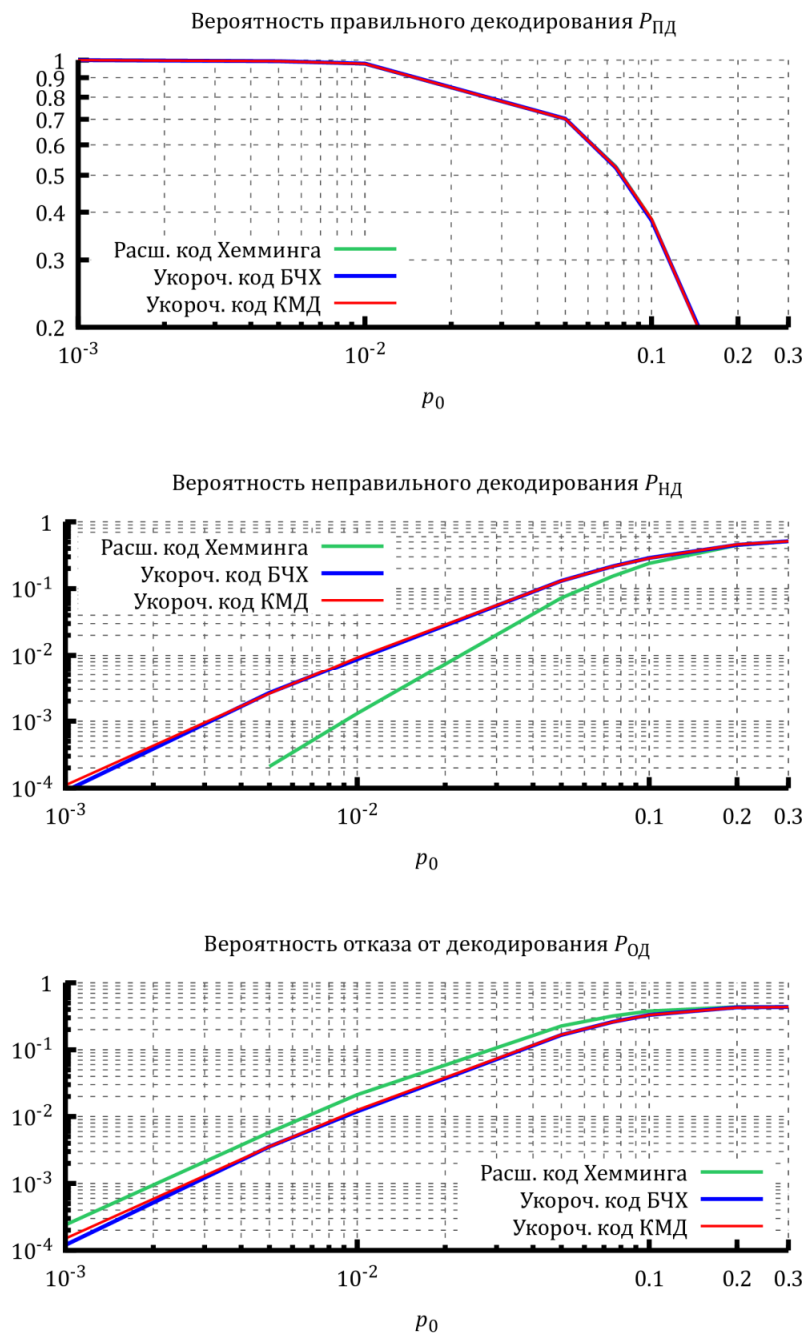


Рис. 6. Вероятностные характеристики рассматриваемых кодов при сетевом кодировании в радиосети «звезда»

Из графиков на рис. 6 видно, что, как и в сети «бабочка», вероятность правильного декодирования кодовой комбинации одинакова для всех рассмотренных кодов во всем рассмотренном диапазоне вероятности битовой ошибки модели ДСК. Расширенный код Хэмминга обеспечивает меньшую вероятность неправильного декодирования кодовой комбинации.

### Литература

1. Yastrebova A., Kirichek R., Koucheryavy Ye., Borodin A., Koucheryavy A. Future Networks 2030: Architecture & Requirement // 2018 10th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). 2018. P. 1–8. DOI: 10.1109/ICUMT.2018.8631208.
2. Кучерявый А.Е., Бородин А.С., Киричек Р.В. Сети связи 2030 // Электросвязь. 2018. № 11. С. 52–56.
3. Атея А.А.А., Мутханна А.С.А., Кучерявый А.Е. Тактильный интернет как телекоммуникационные системы будущего // Информационные технологии и телекоммуникации. 2018. Т. 6. № 4. С. 1–9.
4. Ahlswede R., Cai N., Li S.-Y.R., Yeung R.W. Network information flow // IEEE Transactions on Information Theory. 2000. Vol. 46. P. 1204–1216.
5. Fragouli C., Soljanin E. Network Coding Fundamentals // Foundations and Trends in Networking. 2007. Vol. 2. No. 1. P. 1–133. DOI: 10.1561/1300000003.
6. Габидулин Э.М., Пилипчук Н.И., Колыбельников А.И., Уривский А.В., Владимиров С.М., Григорьев А.А. Сетевое кодирование // Труды МФТИ. 2009. Том 1. № 2. С. 3–28.
7. Al-Awami L. Network Coding: A Brief Tutorial. 2007. [Cited 26.09.2019]; Available from: <https://www.researchgate.net/publication/255505013>
8. Migabo M.E., Djouani K., Olwal T.O., Kurien A.M. A Survey on Energy Efficient Network Coding for Multi-hop Routing in Wireless Sensor Networks // Procedia Computer Science. 2016. Vol. 94. P. 288–294.
9. Halloush R., Liu H., Dong L., Wu M., Radha H. Hop-by-hop Content Distribution with Network Coding in Multihop Wireless Networks // Digital Communications and Networks. 2017. Vol. 3. Iss. 1. P. 47–54.
10. Amanowicz M., Krygier J. On Applicability of Network Coding Technique for 6LoWPAN-based Sensor Networks // Sensors. 2018. Vol. 18(6). P. 1–20. DOI:10.3390/s18061718.
11. Cai N., Yeung R.W. Network coding and error correction // Proceedings of the IEEE Information Theory Workshop. Bangalore, India: IEEE, 2002. P. 119–122. DOI: 10.1109/ITW.2002.1115432.
12. Вернер М. Основы кодирования. Учебник для ВУЗов. М. : Техносфера, 2004. 288 с. ISBN: 5-94836-019-9.
13. Angelopoulos G., Paidimarri A., Chandrakasan A.P., Medard M. Experimental study of the interplay of channel and network coding in low power sensor applications // 2013 IEEE International Conference on Communications (ICC). Budapest: IEEE, 2013. P. 5126–5130. DOI: 10.1109/ICC.2013.6655396.
14. Biczok G., Chen Y., Kravlevska K., Overby H. Combining forward error correction and network coding in bufferless networks: A case study for optical packet switching //

- 2016 IEEE 17th International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR). Yokohama: IEEE, 2016. P. 61–68. DOI: 10.1109/HPSR.2016.7525640.
15. Martinez-Penas U., Kschischang F.R. Reliable and Secure Multishot Network Coding using Linearized Reed-Solomon Codes // 2018 56th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton). Monticello, IL, USA: IEEE, 2018. P. 702–709. DOI: 10.1109/ALLERTON.2018.8635644.
  16. Габидулин Э.М., Пилипчук Н.И., Боссерт М. Декодирование случайных сетевых кодов // Проблемы передачи информации. 2010. Том 46, вып. 4. С. 33–55.
  17. Габидулин Э.М., Пилипчук Н.И. Ранговые подкоды в многокомпонентном сетевом кодировании // Проблемы передачи информации. 2013. Том 49, вып. 1. С. 46–60.
  18. Назиров Р. Р. Эффективное недвоичное многопороговое декодирование помехоустойчивых кодов для систем дистанционного зондирования земли / Р. Р. Назиров, В. В. Золотарёв, Г. В. Овечкин, П. В. Овечкин, И. В. Чулков // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2010. Т. 7. №2. С. 269–274. ISSN: 2411-0280.
  19. ITU-T G.975. Forward error correction for submarine systems. Geneva: ITU, 2000. 21 p.
  20. Samanta, J. RS (255, 249) Codec Based on All Primitive Polynomials Over  $GF(2^8)$  / J. Samanta, J. Bhaumik, S. Barman, G. Hossain, M. Sahu, S. Dutta // Lecture Notes in Electrical Engineering. 2017. Vol. 470. P. 69–81. ISSN: 1876-1100.
  21. Babaie S. HCAP: Hamming Code with Additional Parity Method for Error Control in Wireless Sensor Networks / S. Babaie, A. Khosrohosseini, B. Ghasemkhani, A. Ghaffari // 2010 International Conference on Intelligent Network and Computing (ICINC 2010). 2010. P. 410–415.
  22. Владимиров С. С. Сравнение вероятностных характеристик 8-разрядных кодов с прямой коррекцией ошибок // Информационные технологии и телекоммуникации. 2019. Том 7. No 1. С. 21–30. DOI 10.31854/2307-1303-2019-7-1-21-30.
  23. Берлекемр Э. Алгебраическая теория кодирования. М. : Мир, 1972. 480 с.
  24. Hillier C. Error Detection and Correction On-Board Nanosatellites Using Hamming Codes / C. Hillier, V. Balyan // Journal of Electrical and Computer Engineering. 2019. 2019. P. 1–15.
  25. Кларк Д.К., Кейн Д.Б. Кодирование и исправление ошибок в системах цифровой связи. Статистическая теория связи. М. : Радио и Связь, 1987. 392 с.
  26. Morelos-Zaragoza R. H. The Art of Error Correcting Coding. Chichester: «John Wiley & Sons, Ltd», 2002. 232 p. ISBN 0471-49581-6.
  27. Владимиров С.С. О мажоритарном декодировании укороченного кода максимальной длины по  $k$  линейно-независимым элементам / С. С. Владимиров // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании. Сборник научных статей V международной научно-технической и научно-методической конференции. 2016. С. 276-281.
  28. Когновицкий О.С. Двойственный базис и его применение в телекоммуникациях. СПб.: Линк, 2009. 423 с.
  29. Владимиров С.С. Моделирование процессов мажоритарного декодирования комбинации эквидистантного кода по  $K$  линейно-независимым элементам // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2010. Т. 3. № 101. С. 149–156. ISSN: 2304-9766.
  30. Владимиров С. С. Эффективность мажоритарного декодирования кода максимальной длины по  $k$ -элементным линейно-независимым комбинациям в двоичном симметричном канале / С. С. Владимиров // Информационные технологии и телекоммуникации. 2015. № 4 (12). С. 108–119.