

# **Высоконадежные сети с ультра малыми задержками**

## **Лекция**

### **Обобщенная модель сигнального процесса Haptic-кодека**

*Владимиров С.А., Владимиров С.С.*

В структуре Тактильного Интернета (ТИ) Haptic-кодек является системой, предназначенной для формирования, обработки и представления в необходимом формате динамически изменяющихся сигналов дистанционного управления и положения объекта, связанных с сигналами тактильности на сторонах оператора и объекта [1, 2, 3, 4, 5]. Одной из важных задач, возникших при постановке задачи проектирования тактильного Haptic-кодека, стала задача разработки универсального самообучающего механизма, который должен по известным начальным или определенным в заданном диапазоне входным и выходным значениям, заранее или в ходе работы, вычислить передаточную функцию системы для используемых сигналов или параметров. В дальнейшем вычисленная передаточная функция будет использоваться для аппроксимации и определения значений уровня сигналов в целях компенсации значимых для тактильности задержек [3], обеспечения плавности регулировок и других рассмотренных и рассматриваемых в будущем задач в рамках ТИ [3, 4, 5, 6, 7].

Предлагаемая модель сигнального процесса рассматривается в рамках нормальной эксплуатации системы управления, не затрагивая вопросы внесения преднамеренной помехи. Отметим сразу, что вопросы синхронизации, как и некоторые другие достаточно важные и необходимые для обеспечения работы кодека функции, выходят за рамки предлагаемой модели и будут рассматриваться в ходе проработки отдельно в рамках полного аналитического и практического исследования.

## Нaptic-кодек, как параметрическая система регулирования

Выполним общую постановку задачи Нaptic-кодека как взаимосвязанной системы. Представим Нaptic-кодек в виде параметрической системы регулирования, в которой множество воздействий на систему и соответствующих откликов на эти воздействия рассматриваются как общий набор параметров. Функционально параметрическая система, в соответствии с общей структурой системы ТИ [1, 2, 3, 4, 5], разбивается на 2 части — объект и оператор. Следовательно, в общем наборе параметров, с учетом их дополнительного разделения на входные, с точки зрения системы, воздействия  $X$  и выходные воздействия  $Y$  и  $A$ , можно выделить три основные подгруппы параметров:

1. Параметры  $X$  воздействия от оператора.
2. Параметры  $A$  воздействия на оператора.
3. Параметры  $Y$  воздействия от объекта.

Эти подгруппы образуются сигналами, для которых введем следующие обозначения:

- $x_i(t)$  — сигналы и изменение входных параметров множества  $X$  со стороны оператора;
- $x_j(t)$  — дополнительные сигналы множества  $X$  со стороны оператора;
- $y_i(t), y_j(t)$  — сигналы и изменение выходных и дополнительных параметров множества  $Y$  со стороны объекта;
- $\alpha_i(t)$  — сигналы тактильности и изменение выходных параметров множества  $A$  на стороне оператора;

и условными, подлежащими аппроксимации функциями:

- $F_i$  — функции, формирующие выходные параметры сигналов  $y_i(t)$  со стороны объекта;
- $\xi_i$  — функции, формирующие выходные параметры и сигналы  $\alpha_i(t)$  на стороне оператора, как зависимости от изменения выходных  $y_i(t)$  и дополнительных  $y_j(t)$  параметров сигналов со стороны объекта;

- $\Phi_i$  — функции, формирующие выходные параметры и сигналы на стороне оператора  $\dot{a}_i(t)$ , как зависимости от изменения входных  $x_i(t)$  и дополнительных  $x_j(t)$  параметров сигналов со стороны оператора.

Упорядочим выражения

- $y_i(t) = F_i[x_i(t)]$  — выходные сигналы со стороны объекта, как реакция воздействия на объект;
- $a_i(t) = \xi_{i,j}[y_{i,j}(t)] = \xi_{i,j}[y_j(t); F_i[x_i(t)]]$  — сигналы тактильности, как реакция на изменения объектовых сигналов;
- $\dot{a}_i(t) = \Phi_{i,j}[x_i(t); x_j(t)]$  — сигналы тактильности, как реакция на изменение входных сигналов.

На рис. 1 представлены введенные обозначения сигналов и функций с учетом их места в системе ТИ при работе Haptic-кодека.

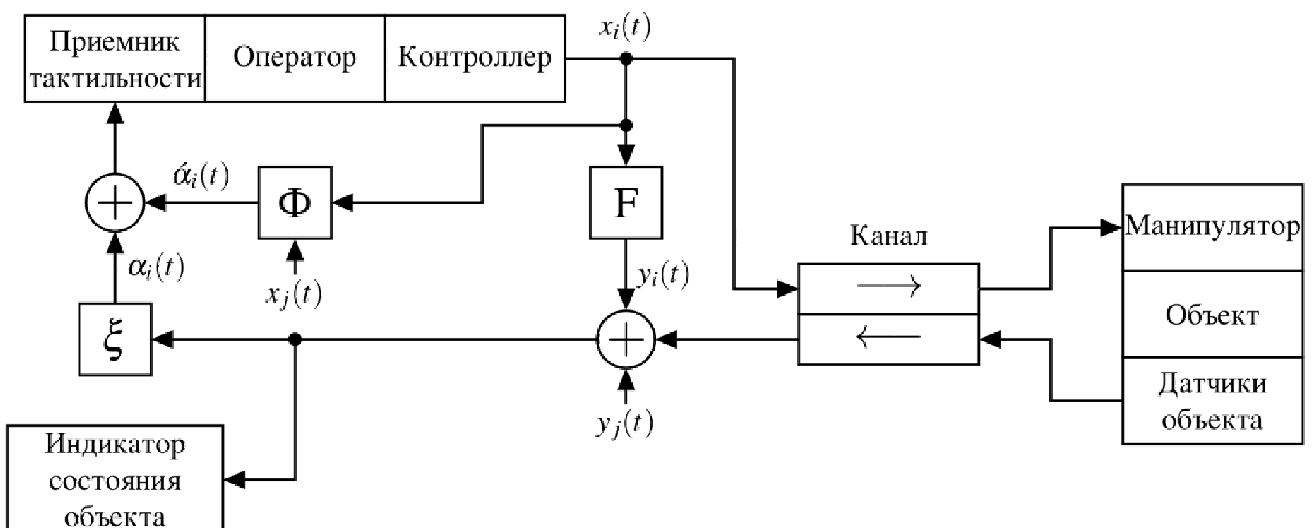


Рисунок 1. Обобщенная модель Haptic-кодека как параметрической системы регулирования

Полная система элементов управления для кодека формально представлена тремя подсистемами:

1. Подсистема формирования выходных параметров дистанционного управления  $Y$ .
2. Подсистема формирования выходных параметров тактильности  $A$  от выходных параметров объекта  $Y$ .

3. Подсистема формирования выходных параметров тактильности  $A$  от входных параметров оператора  $X$

**Подсистема формирования выходных сигналов объекта дистанционного управления** представляет собой реакцию на входные воздействия сигналов операторской подсистемы и рассматривается как временная функция  $y_i(t) = F_i[x_i(t)]$ , где  $F_i$  определена как передаточная функция изменения входных параметров  $x_i(t)$ .

Запишем параметрическую передаточную функцию для  $i$  параметра непрерывного сигнала, используя преобразование Лапласа [8, 9]

$$F_i(p) = \frac{Y_i(p)}{X_i(p)},$$

где  $X_i(p)$  и  $Y_i(p)$  — изображения Лапласа для непрерывных входного и выходного сигналов, вычисляемые по формулам

$$X_i(p) = L[X_i(t)] = \int_0^{\infty} x_i(t) e^{-pt} dt,$$

$$Y_i(p) = L[Y_i(t)] = \int_0^{\infty} y_i(t) e^{-pt} dt.$$

Передаточная функция дискретной системы и переходная функция непрерывной системы связаны соотношением  $F(z) = \frac{z-1}{z} Z[F(t)]$ , или через передаточную функцию непрерывной системы в области изображений Лапласа  $F(z) = \frac{z-1}{z} Z\left[\frac{F(p)}{p}\right]$  [9, 10]. Рассматривая в дальнейшем предлагаемую модель, воспользуемся этими соотношениями при переходе из непрерывной области в область дискретных систем с использованием  $\delta$ -функции.

В нашем случае, с учетом применения цифровых систем передачи, переведем выражение передаточной функции для  $i$  сигнального параметра дистанционного управления в область дискретных сигналов используя  $Z$ -преобразования:

$$F_i(z) = \frac{Z[y_i(n)]}{Z[x_i(n)]} = \frac{Y_i(z)}{X_i(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} y_i(k) z^{-k}}{\sum_{k=0}^{\infty} x_i(k) z^{-k}}$$

**Подсистема формирования выходных сигналов тактильности** от выходных сигналов объекта является **реакцией** на изменения **выходных** и

дополнительных параметров **сигналов** со стороны подсистемы объекта и рассматривается как временная функция  $\alpha_i(t) = \xi_{i,j}[y_j(t); y_i(t)]$ , где  $\xi_i$  определена как передаточная функция изменения выходных параметров  $y_i(t)$  и дополнительных параметров  $y_j(t)$ . По аналогии с предыдущей подсистемой для простого случая функциональной зависимости от одного параметра  $\alpha_i(t) = \xi_i[y_i(t)]$  используются следующие формулы:

$$\begin{aligned}\xi_i(p) &= \frac{A_i(p)}{Y_i(p)} \\ Y_i(p) &= L[Y_i(t)] = \int_0^{\infty} y_i(t) e^{-pt} dt \\ A_i(p) &= L[A_i(t)] = \int_0^{\infty} \alpha_i(t) e^{-pt} dt \\ \xi_i(z) &= \frac{Z[\alpha_i(n)]}{Z[y_i(n)]} = \frac{A_i(z)}{Y_i(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \alpha_i(k) z^{-k}}{\sum_{k=0}^{\infty} y_i(k) z^{-k}}\end{aligned}$$

Далее в области  $Z$ -преобразования рассмотрим воздействие дополнительных параметров или сигналов  $y_j(t)$  на сигнал тактильности  $\alpha_i(t)$ . В случае если сигнал  $y_j(t)$  влияет на  $\alpha_i(t)$ , как дополнительное возмущение или помеха сигналу  $y_i(t)$ , его действие приложено не ко входу  $y_i(t)$  и оказывает мультипликативное воздействие, то в этом случае его влияние рассматривается как последовательное звено в обработке  $y_i(t)$  и передаточная функция для сигнального параметра кодека представляется в виде

$$\xi_{i,J}(z) = \frac{Z[\alpha_i(n)]}{Z[y_i(n)]Z[y_j(n)]} = \frac{A_i(z)}{Y_i(z)Y_j(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \alpha_i(k) z^{-k}}{\sum_{k=0}^{\infty} \prod_{j=0}^{\infty} y_j(k) y_i(k) z^{-k}},$$

с условным пересчетом  $y_j(t)$  для входа параметрической системы вычисления  $\alpha_i(t)$ , как функции  $y_i(t)$ .

**Подсистема формирования выходных сигналов тактильности** от входных сигналов оператора представляет собой **реакцию** на изменения **входных** и дополнительных параметров **сигналов** со стороны подсистемы оператора и рассматривается как временная функция  $\alpha_i(t) = \Phi_i[x_j(t); x_i(t)]$ , где  $\Phi_i$  определена как

передаточная функция изменения входных параметров  $x_i(t)$  и дополнительных параметров  $x_j(t)$ . Запишем функции этой подсистемы для случая  $\dot{x}_i(t) = \Phi_i[x_i(t)]$ :

$$\begin{aligned}\Phi_i(p) &= \frac{A_i(p)}{X_i(p)} \\ X_i(p) &= L[X_i(t)] = \int_0^\infty x_i(t) e^{-pt} dt \\ A_i(p) &= L[A_i(t)] = \int_0^\infty \alpha_i(t) e^{-pt} dt\end{aligned}$$

$$\Phi_i(z) = \frac{Z[\alpha_i(n)]}{Z[x_i(n)]} = \frac{A_i(z)}{X_i(z)} = \frac{\sum_{k=0}^\infty \alpha_i(k) z^{-k}}{\sum_{k=0}^\infty x_i(k) z^{-k}}$$

Для случая  $\dot{x}_i(t) = \Phi_i[x_j(t); x_i(t)]$  передаточная функция равняется

$$\Phi_{i,j}(z) = \frac{Z[\alpha_i(n)]}{Z[x_i(n)]Z[x_j(n)]} = \frac{A_i(z)}{X_i(z)X_j(z)} = \frac{\sum_{k=0}^\infty \alpha_i(k) z^{-k}}{\sum_{k=0}^\infty \prod_{k=0}^\infty x_j(k) x_i(k) z^{-k}}$$

Для того, чтобы получить общее выражение передаточной функции в полиномиальном виде рассмотрим разностное уравнение для простого случая зависимости от одного параметра для всех трех подсистем. Выходной сигнал  $i$  параметра в общем виде для дискретных значений параметров равняется

$$y_i(n) = -\sum_{\nu=1}^N b_\nu y_i(n-\nu) + \sum_{\mu=0}^M a_\mu x_i(n-\mu). \quad (1)$$

При рассмотрении этой модели представления сигналов учтем физическую реализуемость системы, что соответствует равенству нулю переходной импульсной характеристики ( $h(t) = 0$ ), при значениях  $t < 0$ . Следовательно, для общего случая при  $t > 0$  с учетом начальных значений перепишем формулу (1) в виде

$$\begin{aligned}b_0 y_i(0) + b_1 y_i(1) + \dots + b_{N-1} y_i(N-1) + b_N y_i(N) &= a_0 x_i(0) + a_1 x_i(1) + \dots + a_{M-1} x_i(M-1) + \\ &+ a_M x_i(M).\end{aligned}$$

После Z-преобразования получим:

$$(b_0 + b_1 z + \dots + b_{N-1} z^{N-1} + b_N z^N) Y_i(z) = (a_0 + a_1 z + \dots + a_{M-1} z^{M-1} + a_M z^M) X_i(z).$$

Отсюда, передаточная функция равняется:

$$F_i(z) = \frac{Y_i(z)}{X_i(z)} = \frac{(a_0 + a_1 z + \dots + a_{M-1} z^{M-1} + a_M z^M)}{(b_0 + b_1 z + \dots + b_{N-1} z^{N-1} + b_N z^N)} = \frac{\sum_{m=0}^M a_m z^m}{\sum_{n=0}^N b_n z^n}.$$

Введем дополнительное условие для предварительного рассмотрения предлагаемой модели кодека. Она представляется в обобщенном виде с учетом

всех его управляющих блоков, узлов и элементов канала, включая и систему передачи. Любые задержки, включая канальные, как более, так и менее одной миллисекунды игнорируются.

### **Аппроксимация при решении функциональных задач Haptic-кодека**

При решении функциональных задач Haptic-кодека аппроксимационный механизм может быть использован в следующих случаях:

1. При формировании прямого канала цифровых систем дистанционного управления, когда известны входные и выходные параметры регулирования и диапазоны их изменения, но передаточная функция не задана или не определена для всех участков диапазона управления или регулирования.
2. В обратных каналах систем дистанционного управления при исследовании тактильных откликов в реальных системах по значениям параметров, снимаемых с объектов манипулирования и входному диапазону используемых приемников и манипуляторов тактильных сигналов, а также для определения тактильных передаточных функций.
3. Для компенсации значимых задержек путем вычисления промежуточного значения управляющего сигнала по передаточной функции в прямых каналах систем ДУ в случае медленных каналов связи, каналов с замираниями и при потере части пакетов. Фактически в этом случае производится аппроксимация значений сигналов дистанционного управления при заданных предельных значениях параметров или задание шага управляющих воздействий чаще, чем позволяет передавать реальный канал.
4. Для компенсации значимых задержек путем вычисления промежуточного значения тактильного или следящего сигнала по передаточной функции в обратных каналах систем ДУ при ограничении и нехватке скорости передачи или полосы пропускания. Таким образом, предлагается реализовать плавную аппроксимацию выходных параметров, включая

сигналы тактильности, позиционирования или параметрического слежения при ограничениях и нехватке скорости передачи или полосы пропускания.

Исходя из перечисленных пунктов, для Haptic-кодека формулируется задача аппроксимации передаточной функции цифровой управляющей системы по нескольким известным точкам — отдельным отсчетам  $\delta$ -функций с известными абсолютными значениями входного и выходного параметра — с целью дальнейшего вычисления выходного сигнала по известному или предполагаемому значению входного сигнала в прямом или обратном канале. При этом следует учитывать, что количество значений для расчета сигнала или параметра может быть минимальным, а требования к скорости расчета высоки, а, следовательно, алгоритм не должен быть громоздким. Оптимальным при этом представляется алгоритм с использованием быстросходимых функций, полиномов или рядов. Следующим требованием для кодека является возможность аппроксимировать функции произвольной формы с учетом реализуемости физических систем.

### **Процедура аппроксимационной обработки сигналов для Haptic-кодека**

С учетом поставленных задач сформулируем для Haptic-кодека общую идею процедуры аппроксимационной обработки сигналов для одного  $i$ -го параметра.

1. Исходными значениями для процедуры являются входные значения управляющих воздействий от оператора и выходные значения сигналов для манипулятора в виде отдельных отсчетов  $\delta$ -функций цифровой системы.
2. Вычисляем значения коэффициентов аппроксимирующего полинома, рассмотрев задачу по предложенной модели.
3. Определяем передаточную функцию и вычисляем значения выходного сигнала (параметра), используя предложенную модель с занесением результатов в буферную память и использованием их по мере востребования для вышеперечисленных задач.

Запишем передаточную функцию (2) в области изображений для блока замещения для реализуемых физических систем, где  $N \geq M$ .

$$F_i(p) = \frac{Y_i(p)}{X_i(p)} = \frac{\sum_{m=0}^M a_m p^m}{\sum_{n=0}^N b_n p^n} = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_1 p + b_0}. \quad (2)$$

В зависимости от длины и нагруженности каналов и от стадии работы системы возможны три случая:

1.  $N > M$  — типичный случай для достаточно удаленных от оператора объектов, когда применение аппроксимации востребовано на обеих концах канала для всех четырех типов функциональных задач, перечисленных выше, в том числе для следующих задач: сопряжение оконечного оборудования, работающего с разной частотой дискретизации; считывание отсчетов управления через выходной буфер сопряжения.
2.  $N = M$  — идеальный случай для работы на коротких расстояниях с мало нагруженными каналами достаточной ширины. При этом функционал работы кодека не ограничивает классы и типы задач, поэтому подстраховка данных с буферизацией не исключает применение аппроксимации, особенно при случайной потере пакета со следующим переходом в режим работы первого случая.
3. Случай  $b_1 = b_2 = \dots = b_{n-1} = 0; b_0 = 1$  — случай начала работы, определяющий получение первого отсчета, включая различные варианты необходимости аппроксимации сигналов и параметров для работы на разных каналах и дистанциях.

Для рассмотренных случаев предполагается использовать быстросходящиеся степенные разложения на базе полиномов Эрмита, Лагерра, Лежандра и, возможно, других типов ортогональных полиномов, которые в сравнении между собой или в комбинациях дадут необходимую точность аппроксимации при использовании классического подхода ее оценки [8, 10, 11].

## Заключение

Представление обобщенной модели Нaptic-кодека в виде параметрической системы регулирования позволило определить следующее:

1. Полная система элементов управления Haptic-кодека представляется в виде трех сигнальных подсистем, каждая из которых характеризуется соответствующей передаточной функцией.
2. В зависимости от состояния системы и особенностей каналов передачи работа Haptic-кодека рассматривается как три различных случая, в каждом из которых требуемый механизм аппроксимации реализуется при помощи быстросходимых полиномиальных функций.

#### **Список использованных источников**

1. Кучеряый А.Е., Маколкина М.А., Киричек Р.В. Тактильный Интернет. Сети связи со сверхмалыми задержками // Электросвязь. – 2016. – № 1. – С. 44–46.
2. The Tactile Internet. Technology Watch report. Geneva : ITU-T, 2014. 24 p.
3. Владимиров С.С., Кучеряый А.Е. Механизм компенсации задержек для приложений Тактильного Интернета // Электросвязь. – 2018. – № 3. – С. 62–67.
4. Владимиров С.С. Передача данных в тактильном интернете // Электросвязь. – 2018. – № 5. – С. 44–48.
5. **Владимиров С.С., Владимиров С.А. Haptic-кодек в структуре тактильного интернета // Информация и космос. – 2018. – № 2. – С. 30–36.**
6. Maier M., Chowdhury M., Rimal B.P., Van D.P. The Tactile Internet: Vision, Recent Progress, and Open Challenges // IEEE Communications Magazine. – May 2016. – Vol. 54, Iss. 5. – P. 138–145.
7. Маколкина М.А. Развитие услуг дополненной реальности в рамках концепции тактильного интернета // Электросвязь. – 2017. – № 2. – С. 36–40.
8. Смирнов В.И. Курс высшей математики, Том 3. Часть 2. – М.: Изд-во "Наука", 1974.
9. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 768 с.
10. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. Справочное руководство. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. – 524 с.
11. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике: Учебное пособие. – М.: Изд-во МГУ, 1993. – 352 с.