Лабораторная работа №3
по дисциплине
СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА в Mathcad

Аннотация: Цель работы: знакомство с использованием функций в система Mathcad.

Ключевые слова: экспериментальные исследования, математическая модель математическое ожидание, дисперсия, доверительная вероятность, агрегация среднего значения, генератор случайных чисел, зависимость между признаками, оперативность, надежность, область определения, таблица, частотность, шкала, элементарные приемы работы.

Подготовка к работе

По указанной литературе изучить приёмы работы с формулами, функциями, *форматирование* и редактирование данных.

Контрольные вопросы

1. Что такое ранжированная переменная и для решения, каких задач она используется?
2. Какие категории функций имеются в системе MathCAD?
3. Дать понятие функции пользователя?
4. Назовите виды операторов системы MathCAD и поясните их назначение.
5. Как вывести результаты вычислений в виде таблиц?
6. Организация вложенных циклов.
7. Правила задания многомерных функций.

Задания на выполнение

Научиться использовать математические и статистические функции в системе MathCAD.

1. Линейная и сплайновая интерполяции.

Исходные данные для выполнения задания 1 в таблице 2.1.

Таблица 4.1.

варианты	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Исходные данные	$\begin{bmatrix}1&0\\2&3\\4&6\\8&5\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2&4\\5&8\\9&3\\1&4\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&5\\6&3\\2&4\\7&1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2&0\\3&5\\4&9\\8&1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&0\\3&5\\5&7\\7&9\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2&3\\4&6\\6&8\\9&0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1&2\\3&4\\5&6\\8&9\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}3&5\\4&7\\5&8\\6&9\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}3&5\\4&7\\5&8\\6&9\end{bmatrix}$

Рассмотрим линейную интерполяцию

Линейная интерполяция

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 3 & 5 \\ 4 & 1 \\ 5 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$ Векторы исходных данных X и Y

$$A := csort(A, 0) \qquad X := A^{\langle 0 \rangle} \qquad Y := A^{\langle 1 \rangle}$$

$$f(x) := linterp(X, Y, x) \qquad f(2) = 3 \qquad f(7) = 6$$

Сплайновая интерполяция

$$S := csplin\ (X, Y) \qquad fs(x) := interp(S, X, Y, x)$$
$$fs(2) = 3 \qquad fs(7) = -2.067$$

Как мы видим значения точек при линейной и сплайновой интерполяции различны.

Построим графики линейной и сплайновой интерполяций. Для этого задается количество точек и шаг.

$$i := 0..length(X) - 1 \qquad scale := 100 \qquad j := 0..scale$$
$$x_j = min(X) + j \cdot \frac{max(X) - min(X)}{scale}$$

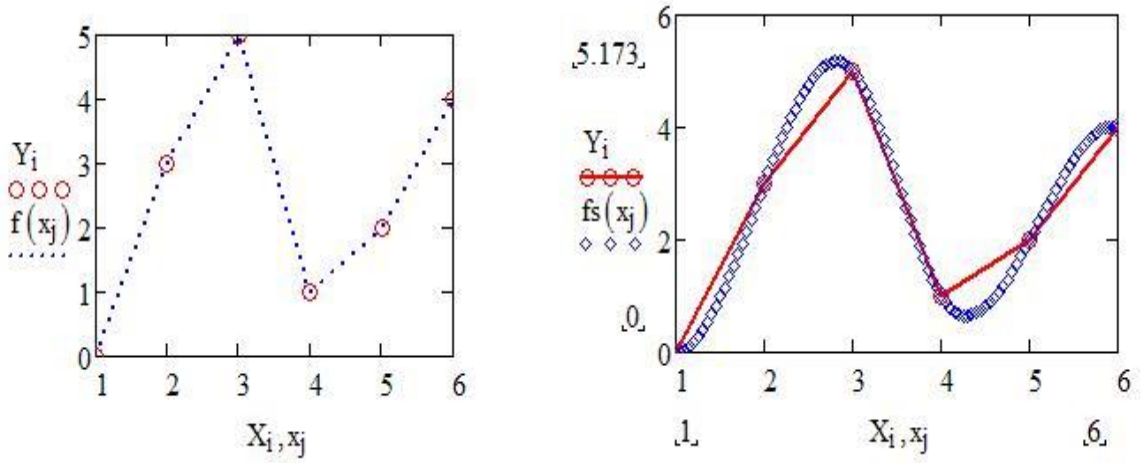

Рис. 4.1. Линейная и сплайновая интерполяции

2. Линейная регрессия.

Исходные данные для выполнения задания 2 в таблице 4.2.

Таблица 4.2.

№	Заданные вектора	№	Заданные вектора
1	VX=[3, 2, 4, 5] VY=[7, 8, 9, 5]	4	VX=[7, 18, 3, 11] VY=[1, 5, 3, 9]
2	VX=[12, 14, 7, 11] VY=[6, 8, 10, 15]	5	VX=[24, 9, 12, 27] VY=[9, 3, 17, 11]

3 VX=[3, 9, 12, 14] 6 VX=[4, 15, 2, 19]
VY=[7, 9, 11, 13] VY=[11, 17, 1, 13]

$$VX := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad VY := \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 15 \\ 21 \\ 28 \end{pmatrix} \qquad \text{Исходные данные}$$

$$ORIGN := 1$$

Вычислим коэффициенты a и b линейной регрессии

$$a := intercept(VX, VY) \qquad b := slope(VX, VY)$$

$$i := 1..6 \qquad f(x) := a + b \cdot x$$

$$1 = -1.6 \qquad b = 5.8 \qquad corr(VX, VY) = 0,996$$

$$f(3) = 15,8 \qquad linterp(VX, VY, 3) = 15$$

По этим данным строим график линейной регрессии

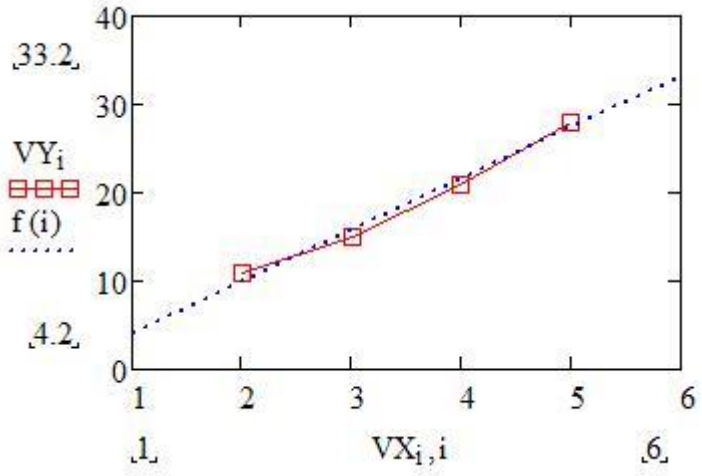

Рис. 4.2. Линейная регрессия

3. Линейная регрессия общего вида.

Исходные данные для выполнения задания 3 в таблице 4.2.

$$VX := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad VY := \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 15 \\ 21 \\ 28 \end{pmatrix} \qquad F(x) := \begin{pmatrix} \frac{1}{x} \\ x^2 \\ x \\ 2 \cdot x \\ exp(x) \end{pmatrix}$$

Функции F(x) подбираются так, чтобы коэффициент детерминации стремился к единице.

$$K := linfit(VX, VY, F) \qquad g(t) := F(t) \cdot K$$

$$R^2 = \frac{\sum \overrightarrow{(g(VX) - mean(VY))^2}}{\sum \overrightarrow{(VY) - mean(VY))^2}} = 0.999 \qquad \text{коэффициент детерминации}$$

$$i := 0..4 \qquad r := 1, 1.25..5 \qquad K := \begin{pmatrix} -5.242 \\ -0.918 \\ 1.613 \\ 3.226 \\ 0.079 \end{pmatrix}$$

g(t) – это функция регрессии

K – коэффициент функции регрессии

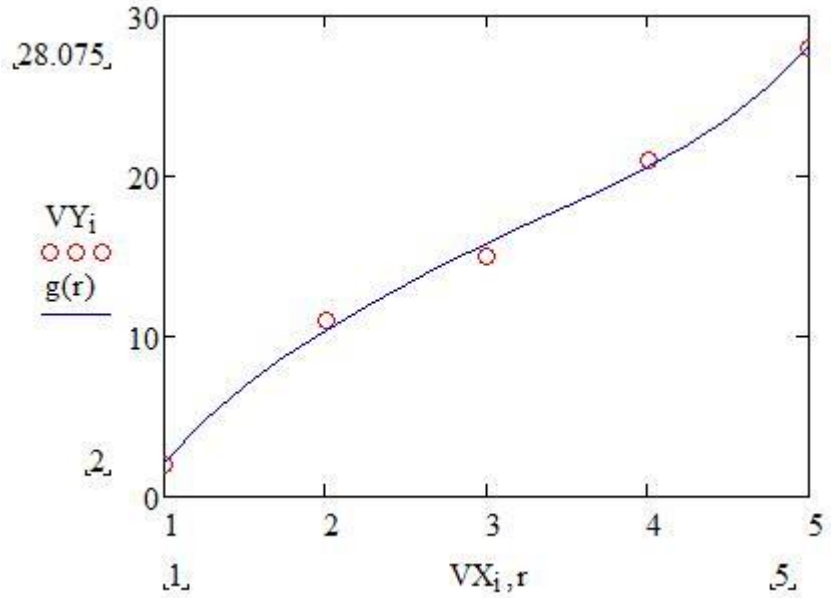

Рис. 4.3. Линейная регрессия общего вида

4. Полиномиальная регрессия

Исходные данные для выполнения задания 4 в таблице 4.2.

$$VX := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad VY := \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 15 \\ 21 \\ 28 \end{pmatrix} \qquad k := 3 \qquad \text{Исходные данные}$$

k – степень полинома, от него зависит насколько точно будет построена функция.

$$z := regress(VX, VY, K)$$

$$F(x) := interp(z, VX, VY, x)$$

$$Coeffs := submatrix(z, 3, length(z)-1, 0, 0)$$

$$Coeffs^T = (-6.2 \quad 12.81 \quad -2.857 \quad 0.333)$$

F(x) - выдаёт интерполированное значение в x от коэффициентов вектора напротив, и оригинальных данных в VX и VY.

Coeffs - выдаёт субматрицу массива состоящую из элементов в строках ir через jr и столбцах ic через jc из z.

Coeffs^T - преобразует коэффициент в горизонтальную запись

$$R^2 = \frac{\sum \overrightarrow{(F(VX)-mean(VY))^2}}{\sum \overrightarrow{(VY)-mean(VY))^2}} = 0.998 \qquad \text{коэффициент детерминации}$$

$$i := 0..6 \qquad j := 0..4 \qquad tx_j := min(VX)+j\frac{(max(VX)-min(VX))}{50}$$

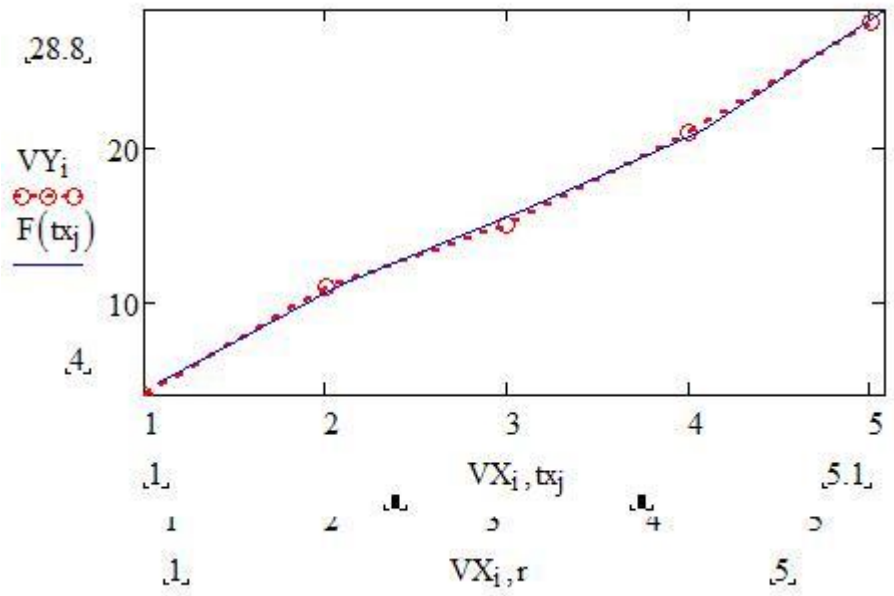

Рис. 4.4. Полиноминальная регрессия

5. Нелинейная регрессия общего вида.

Исходные данные для выполнения задания 5 в таблице 4.2

$$F(x,a,b) := a \cdot exp(-b \cdot x) + a \cdot b$$

$$ORIGIN := 1$$

$$VX := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad VY := \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 15 \\ 21 \\ 28 \end{pmatrix} \qquad VS := \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$F1(x,k) := \begin{pmatrix} k_1 exp(-k_2 x + k_1 k_2 \\ exp(-k_2 x) + k_2 \\ -k_1 x \cdot exp(-k_2 x) + k_1 \end{pmatrix}$$

$$P := genfit(VX, VY, VS, F1) \qquad G(x) := F1(x, P)_1 \qquad x := 0, 0.1..4$$

$$P = \begin{pmatrix} 0.762 \\ 20.722 \end{pmatrix}$$

Вектор P возращает значения $a = k1$ и $b = k2$ для наилучшего среднеквадратического приближения $F(x,a,b)$

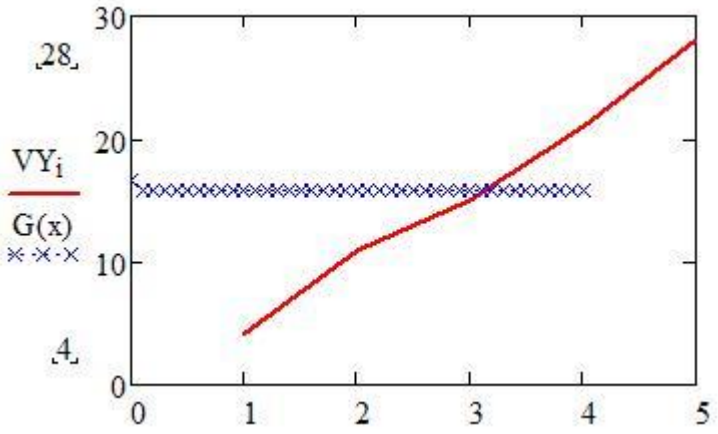

Рис. 4.5. Нелинейная регрессия общего вида

В заключение работы, следует сделать *вывод* о целесообразности применения той или иной регрессии, чем они друг от друга отличаются.