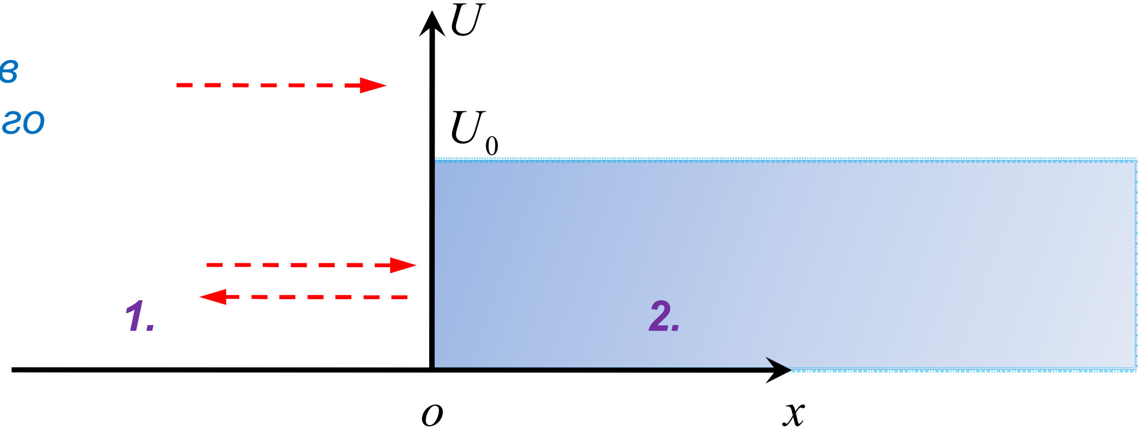
7.Взаимодействие частицы с потенциальным барьером конечной высоты. Туннельный эффект.

1 Случай бесконечно широкого потенциального барьера

Пусть частица с массой **m** и с энергией **E** движется вдоль оси OX в направлении бесконечно протяженного потенциального барьера:

1-ая область: $x < 0 \rightarrow U = 0$

2-ая область: $x \geq 0 \rightarrow U = U_0$



Классическая физика:

$E > U_0 \Rightarrow \ldots$

$E < U_0 \Rightarrow \ldots$

Квантовая механика:

1. $\psi_1'' + \dfrac{2mE}{\hbar^2}\psi_1 = 0$

$$k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}$$

$$\psi_1'' + k_1^2\psi_1 = 0$$

$$\lambda^2 + k_1^2 = 0$$

$$\lambda = \pm ik_1$$

$$\boxed{\psi_1 = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}}$$

$$\psi = e^{\lambda x}$$

2. $\psi_2'' + \dfrac{2m(E - U_0)}{\hbar^2}\psi_2 = 0$

$$k_2 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E - U_0)}$$

$$\psi_2'' + k_2^2\psi_2 = 0$$

$$\lambda^2 + k_2^2 = 0$$

$$\lambda = \pm ik_2$$

$$\psi_2 = A_2 e^{ik_2 x} + B_2 e^{-ik_2 x}$$

$$\boxed{\psi_2 = A_2 e^{ik_2 x} + 0}$$

$$\psi_1 = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}$$

$$\psi_2 = A_2 e^{ik_2 x} + 0$$

Граничные условия: $\Rightarrow$ $\psi_1(0) = \psi_2(0)$, $\psi_1'(0) = \psi_2'(0)$ $\Rightarrow$

$$A_1 + B_1 = A_2$$

$$A_1 - B_1 = \frac{k_2}{k_1} A_2$$

$\Rightarrow$

$$A_2 = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} A_1 \; ; \; B_1 = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} A_1$$

$$k_1 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE} \qquad k_2 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E - U_0)}$$

$$U_0 = 0 \quad k_1 = k_2 \Rightarrow A_2 = A_1 \; ; \; B_1 = 0 \Rightarrow \boxed{\psi_1 = \psi_2 = Ae^{ikx}}$$

Волновая функция свободной частицы

$$E > U_0$$

$$\boxed{R \neq 0}$$

$$R = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2} = \frac{B_1^2}{A_1^2} = \frac{(k_1 - k_2)^2}{(k_1 + k_2)^2} = \frac{(\sqrt{E} - \sqrt{E - U_0})^2}{(\sqrt{E} + \sqrt{E - U_0})^2} \neq 0$$

Коэффициент отражения

$\boxed{E < U_0}$

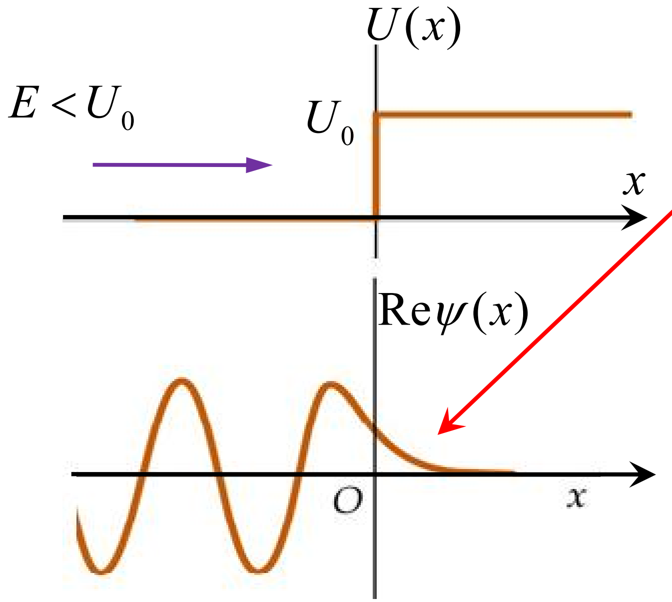
Докажем, что вероятность обнаружить частицу в области потенциального барьера отлична от нуля.

$$k_1 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE} \qquad k_2 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E-U_0)} = \frac{i}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)} = i\mu_2$$

k_1 μ_2 - вещественные числа

$$\psi_2 = A_2 e^{ik_2 x} = \frac{2k_1}{k_1+k_2}A_1 e^{ik_2 x} = \frac{2k_1}{k_1+i\mu_2}A_1 e^{-\mu_2 x} = \frac{2k_1(k_1-i\mu_2)}{k_1^2+\mu_2^2}A_1 e^{-\mu_2 x}$$

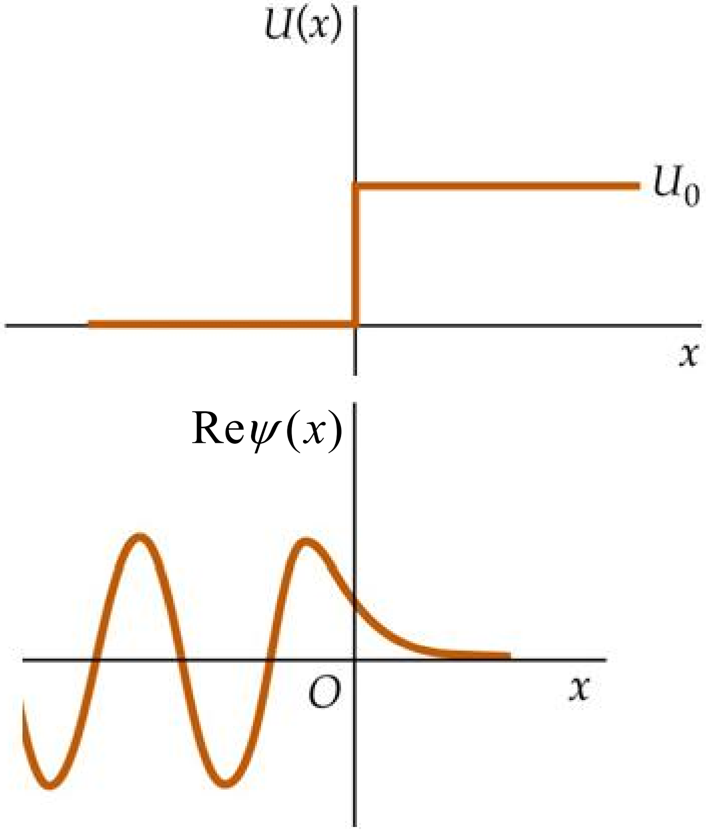
$$\psi_2\psi_2^* = \frac{4k_1^2(k_1^2+\mu_2^2)}{(k_1^2+\mu_2^2)^2}A_1^2 e^{-2\mu_2 x}$$



$$\boxed{\left|\psi_2\right|^2 = C\cdot e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}\,x}}$$

Однако, можно показать:

$$\boxed{R = \frac{\left|B_1\right|^2}{\left|A_1\right|^2} = 1}$$



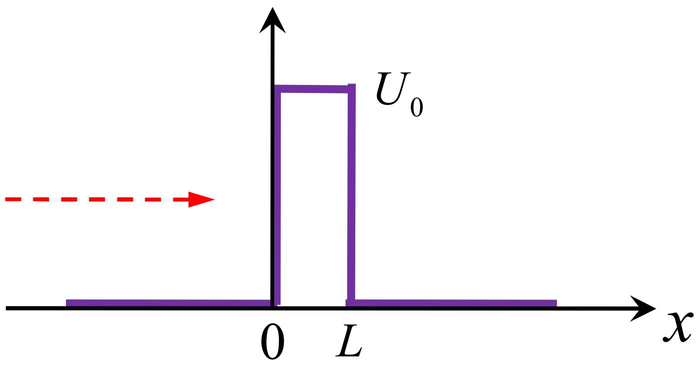
$$B_1 = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} A_1 = \frac{k_1 - i\mu_2}{k_1 + i\mu_2} A_1 = \frac{(k_1 - i\mu_2)^2}{k_1^2 + \mu_2^2} A_1$$

$$\left|B_1\right|^2 = B_1 \cdot B_1^* = \frac{(k_1 - i\mu_2)^2}{k_1^2 + \mu_2^2} \frac{(k_1 + i\mu_2)^2}{k_1^2 + \mu_2^2} A_1^2$$

$$R = \frac{\left|B_1\right|^2}{\left|A_1\right|^2} = \frac{(k_1 - i\mu_2)^2}{k_1^2 + \mu_2^2} \frac{(k_1 + i\mu_2)^2}{k_1^2 + \mu_2^2} = 1$$

② Случай потенциального барьера конечной ширины

Пусть частица с массой **m** и с энергией **E** меньшей высоты потенциального барьера движется в положительном направлении оси ОХ :



1-ая область:	$x < 0$	$\rightarrow \quad U = 0$
2-ая область:	$0 \le x \le L$	$\rightarrow U = U_0$
3 - я область:	$x > L$	$\rightarrow \quad U = 0$

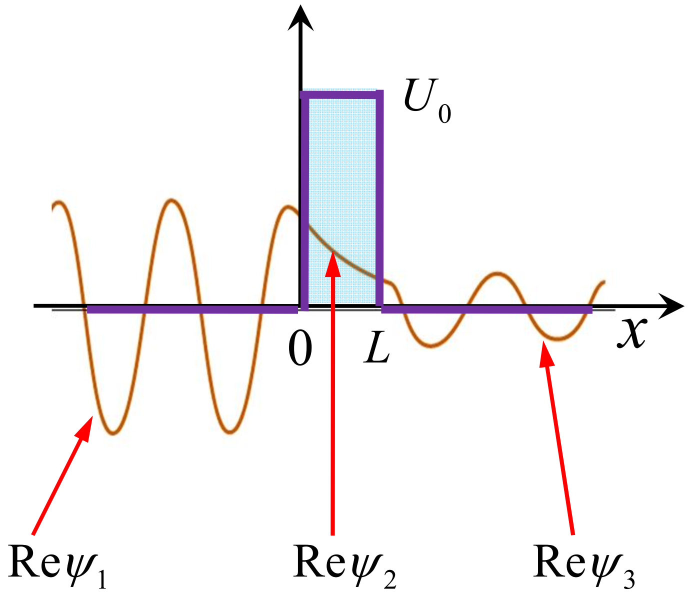
1. $\psi_1'' + \dfrac{2mE}{\hbar^2}\psi_1 = 0$ **2.** $\psi_2'' + \dfrac{2m(E-U_0)}{\hbar^2}\psi_2 = 0$ **3.** $\psi_3'' + \dfrac{2mE}{\hbar^2}\psi_3 = 0$

$\psi_1 = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}$ $\psi_2 = A_2 e^{ik_2 x} + B_2 e^{-ik_2 x}$ $\psi_3 = A_3 e^{ik_1 x} + 0$

Граничные условия: $\Rightarrow$

$$\psi_1(0) = \psi_2(0) \qquad \psi_2(L) = \psi_3(L)$$
$$\psi_1'(0) = \psi_2'(0) \qquad \psi_2'(L) = \psi_3'(L)$$

$\Downarrow$



Коэффициент прозрачности:

$$S = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = C \cdot e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E)}\cdot L}$$

Отражает вероятность прохождения частицы сквозь потенциальный барьер….

ТУННЕЛЬНЫЙ эффект…

1.Автоэлектронная эмиссия…

2.Эффект Джозефсона – протекание тока через тонкий слой диэлектрика, разделяющий 2 сверхпроводника (1962 г.)

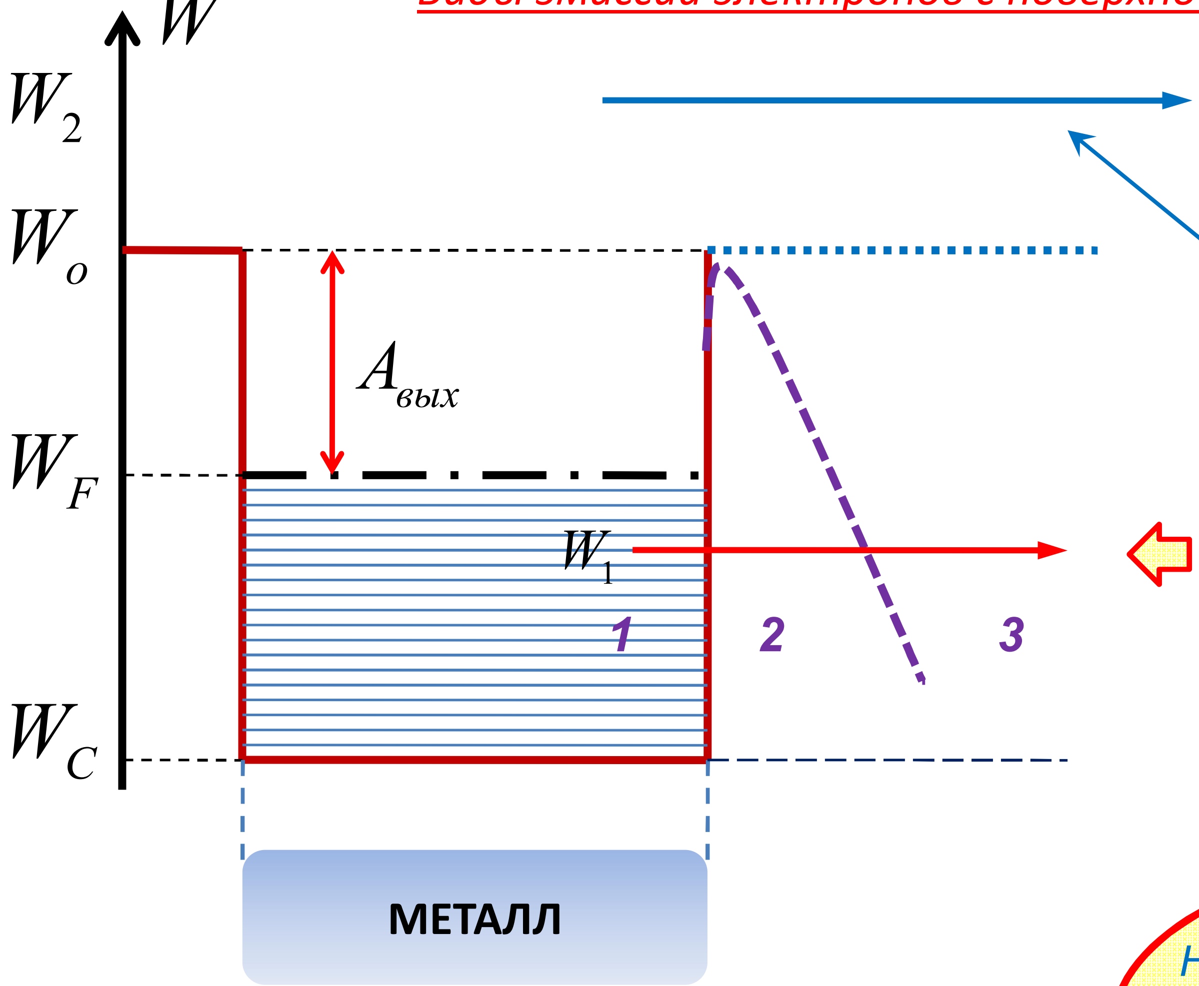
10 Å

Случай одномерного барьера произвольной формы:

⇩

$$S = C \cdot e^{-\frac{2}{\hbar}\int_0^L \sqrt{2m(U_0 - E)}\cdot dx}$$

Виды эмиссии электронов с поверхности металлов



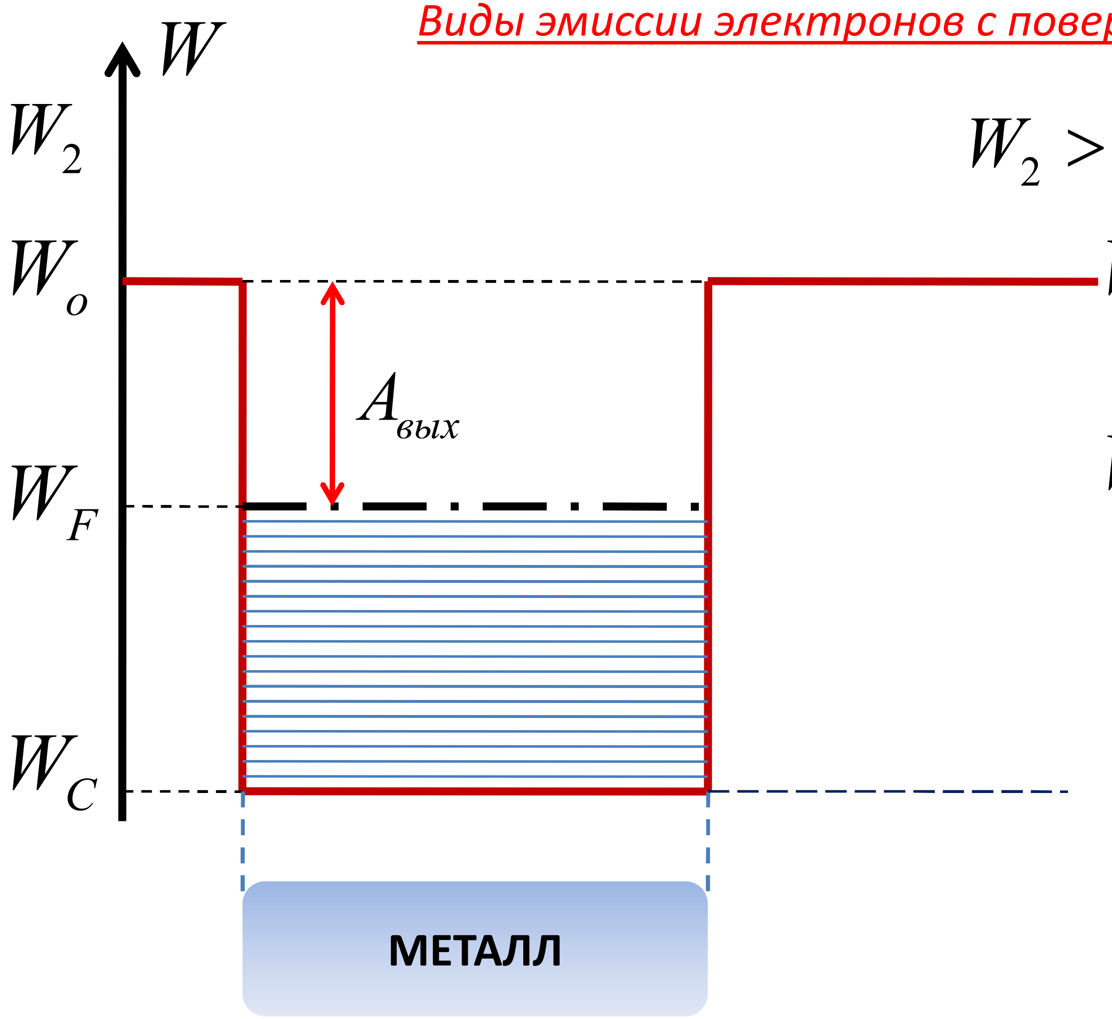
$$W_2 - W_1 > A_{вых}$$

Термоэлектронная эмиссия

Автоэлектронная (холодная) эмиссия

Наблюдается в сильных электрических полях на металлических «острийных» катодах

Виды эмиссии электронов с поверхности металлов



$W_2 > W_o$ ⇦ Энергия свободного эл-на вне металла

W_o ⇦ Энергия покоящегося эл-на вне металла

W_F ⇦ Энергия Ферми

W_1 ⇦ Энергия свободного эл-на в металле

W_C ⇦ Дно зоны проводимости

Необходимое условие эмиссии эл-ов с пов-ти металла ⇨ Энергия внешнего воздействия

$$W_2 - W_1 > A_{вых}$$

⇨

Виды эмиссии

- Вторичная эл.эмиссия
- Фотоэмиссия
- Термоэл-ная эмиссия
- Автоэмиссия