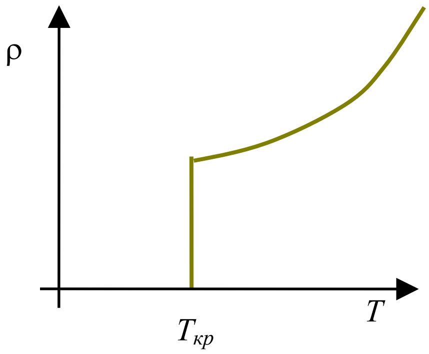
3.16. Сверхпроводимость.

3.16.1. Основные особенности сверхпроводящего состояния.

Явление открыто в 1911г. Камерлингом-Оннесом (Гейке Камерлинг-Оннес, голландский физик, 1853–1926, Нобелевская премия в 1913г.). При температуре несколько Кельвинов (температура жидкого He $T = 4.12$ К) сопротивление ряда металлов и сплавов скачком обращается в нуль - критическая температура $T_{кр}$, ниже которой наблюдается сверхпроводящее состояние. Примеры температур перехода в сверхпроводящее состояние:



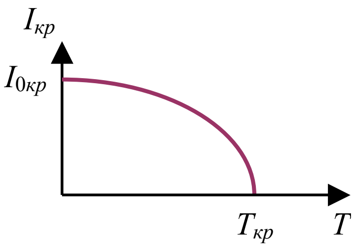
Элемент	$T_{кр}$, $К$
Ti	0.49
Sn	3.7
Pb	7.2

До 1985 г. – максимальная критическая температура $T_{кр}$ ~20° $К$ у сплава Nb_3Ge.

Экспериментально сверхпроводимость можно наблюдать следующими способами.

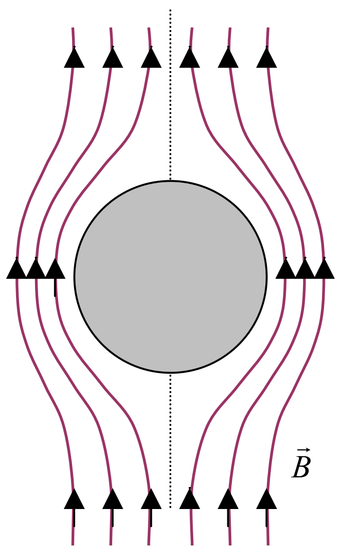
А) В общей электрической схеме включено звено из сверхпроводника и при T ~ $T_{кр}$ наблюдается падение напряжения на нем равное нулю $\Delta U = 0$. Сопротивление уменьшается не менее чем в 10^{14} раз.

Б) Кольцо из сверхпроводника находится в поперечном магнитном поле, в кольце индуцировался ток при $T < T_{кр}$ путем включения магнитного поля. Экспериментально проверялось, что ток практически не затухал в течение 2.5 лет. В то время как для нормального состояния время затухания тока мало (менее 1 $сек$). Удельное сопротивление $\rho_{сверхпр} < 4\cdot 10^{-23}$ $Ом\cdot см$ (в 10^{17} раз меньше, чем у меди Cu).

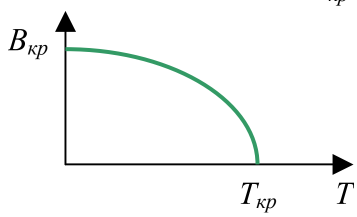


Основные экспериментальные факты.

1) Нет сопротивления току при температуре меньше $T_{кр}$,.
2) *Критический ток*. При увеличении тока через сверхпроводник сверхпроводящее состояние нарушается при некотором значении тока $I_{кр}$. Критический ток $I_{кр}$ зависит от температуры.
3) В магнитном поле – *эффект Мейсснера* (1933 г., совместно с Оксенфельдом) (Вальтер Фриц Мейсснер, немецкий физик, 1882–1974). В сверхпроводящем состоянии магнитное поле сверхпроводника равно нулю ($\vec{B} = \vec{H} = 0$). То есть при $T < T_{кр}$ магнитное поле вытесняется из сверхпроводника. Наблюдается интересный эффект, состоящий в том, что сверхпроводник зависает над постоянным магнитным полем ничем не поддерживаемый ("гроб Магомета"). Это происходит за счет сильного магнитного взаимодействия магнитных моментов со внешним полем. Полный эффект Мейсснера наблюдается у чистых металлов (за исключением Nb, V и Tc). Это *сверхпроводники 1-го рода*. Частичный эффект Мейсснера – когда нет полного выталкивания магнитного поля (наблюдается у сплавов). Это *сверхпроводники 2-го рода*. Итак, сверхпроводник 1-го рода – идеальный диамагнетик ($\mu = 0$). У них нет объемного тока, весь ток течет по поверхности (в некотором узком, но конечном по толщине слое).



4) *Критическое поле*. При некотором значении магнитного поля $B_{кр}$ сверхпроводимость разрушается. Значение критического поля $B_{кр}$ зависит от материала и температуры.



3.16.2. Уравнение Лондонов.

В 1935 г. Ф. и Г. Лондоны (Фриц Лондон, английский физик-теоретик, 1900–1954; Гейнц Лондон, английский физик, 1907–1970) осуществили попытку построить электродинамику сверхпроводников. Цель попытки: не вникая в механизм образования сверхпроводимости, оформить в математическом виде основные экспериментальные факты, а именно отсутствие сопротивления, эффект Мейсснера.

Движение электрона без трения описывается

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E}\,. \tag{3.16.1}$$

Поскольку плотность тока: $\vec{j} = en_s\vec{v}$, где n_s концентрация электронов в сверхпроводнике, уравнение движения можно переписать:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{j}}{e^2 n_s}\right) = \vec{E} \tag{3.16.2}$$

Вводя обозначение:

$$\Lambda \equiv \frac{m}{e^2 n_s} \tag{3.16.3}$$

получаем уравнение движения в виде:

$$\frac{d}{dt}\left(\Lambda\vec{j}\right) = \vec{E}\,. \tag{3.16.4}$$

Так как движение электронов в металле происходит с малой скоростью, то полная производная по времени примерно равна частной производной $\frac{d}{dt} \approx \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}\nabla$. Полная производная означает изменение по времени в данном элементе объема, движущимся вместе с электронами, а частная означает изменение в данной части пространства. Заменим полную производную на частную и тогда имеем:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\Lambda\vec{j}\right) = \vec{E} \tag{3.16.5}$$

Подействовав оператором rot на обе части уравнения и вспоминая уравнение Максвелла $rot\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$, получаем:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[rot\left(\Lambda\vec{j}\right) + \frac{1}{c}\vec{B}\right] = 0 \tag{3.16.6}$$

Т.е. величина в скобках сохраняется, этот вывод следует из уравнения Максвелла. Однако согласно этому уравнению при охлаждении сверхпроводника в магнитном поле в сверхпроводнике должно замораживаться при прохождении $T_{кр}$, что противоречит эффекту Мейснера. Следовательно, необходимо, чтобы выражение в квадратных скобках равнялось 0.

$$rot\left(\Lambda\vec{j}\right) + \frac{B}{c} = 0 \tag{3.16.7}$$

Уравнения (3.16.4) и (3.16.7) составляют основу теории Лондонов.

Рассмотрим массивный полубесконечный сверхпроводник во внешнем магнитном поле, параллельным его поверхности. Согласно уравнению Максвелла для статического поля имеем:

$$rot\vec{B} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}$$

Подействуем оператором ротора:

$$rot\,rot\vec{B} = grad\,div\vec{B} - \Delta\vec{B} = \frac{4\pi}{c}rot\vec{j}$$

Поскольку $div\vec{B} = 0$, то получаем:

$$\Delta\vec{B} + \frac{4\pi}{c}rot\vec{j} = 0 \tag{3.16.8}$$

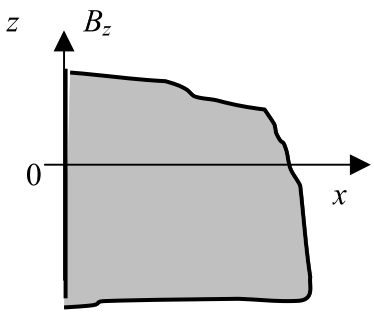
Из (3.16.7) выражаем $rot\vec{j} = -\frac{\vec{B}}{c\Lambda}$ и получаем далее: $\Delta\vec{B} - \frac{4\pi}{c^2\Lambda}\vec{B} = 0$

$$\Delta\vec{B} - \frac{\vec{B}}{\delta^2} = 0 \qquad (3.16.9)$$

где ввели величину

$$\delta = \left(\frac{c^2\Lambda}{4\pi}\right)^{1/2} = \left(\frac{mc^2}{4\pi e^2 n_s}\right)^{1/2} \qquad (3.16.10)$$

Параметр δ имеет размерность длины и называется *Лондоновской глубиной проникновения*.



Если сверхпроводник занимает полупространство $x > 0$ и поле имеет только компоненту B_z, то из уравнения (3.16.10) получаем решение:

$$B = B_0\, exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \qquad (3.16.11)$$

Можно оценить величину δ при $n_s = n_e$, т.е. полной концентрации электронов. Это, очевидно, будет справедливо при $T \to 0$, поскольку n_s зависит от температуры. Лондоновская глубина проникновения имеет величину порядка $10^{-5} \div 10^{-6}$ *см*. Таким образом, из Лондоновской электродинамики следует, что магнитное поле проникает в сверхпроводник только на малую глубину δ.

Согласно (3.16.7) токи также проникают примерно на ту же глубину:

$$-\frac{\partial j_x}{\partial y} + \frac{\partial j_y}{\partial x} = -c^{-1}\Lambda^{-1}B_z \qquad (3.16.12)$$

$$j_y = -(c\Lambda)^{-1}\int B_z dx \qquad (3.16.13)$$

Учитывая (3.16.11) и вычисляя интеграл, получаем

$$j_y = (c\Lambda\delta)^{-1} B_0\, exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \qquad (3.16.14)$$

Уравнения Лондонов можно выразить через векторный потенциал. Подставляя $\vec{B} = rot\vec{A}$ и $\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$ в уравнение (3.16.4), получаем:

$$rot\left(\Lambda\vec{j} + \frac{\vec{A}}{c}\right) = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial t}\left(\Lambda\vec{j} + \frac{\vec{A}}{c}\right) = 0 \qquad (3.16.15)$$

Откуда имеем:

$$\vec{j} = -(c\Lambda)^{-1}\vec{A} = -\left(\frac{n_s e^2}{mc}\right)\vec{A} \qquad (3.16.16)$$

при дополнительном условии – условие Лоренца: $div\vec{A} = 0$, т.е. имеем снова 2 уравнения. Поскольку векторный потенциал определен с точностью до градиента скалярной функции, то в более общей форме уравнение (3.16.16) можно переписать:

$$\vec{j} = -n_s\left(\frac{e^2}{mc}\right)\left(\vec{A} + gradf\right) \qquad (3.16.17)$$

3.16.3. Объяснение сверхпроводимости.

В 1957 г. появилась микроскопическая теория сверхпроводимости Бардина, Купера, Шриффера (теория БКШ) (Джон Бардин, американский физик, 1908; Леон Купер, американский физик, 1930; Джон Роберт Шриффер, американский физик, 1931; Нобелевская премия 1972 г.). Теория на основе квантовой физики и достаточно сложна для воспроизведения в общем курсе физики. Здесь обсудим основные идеи теории.

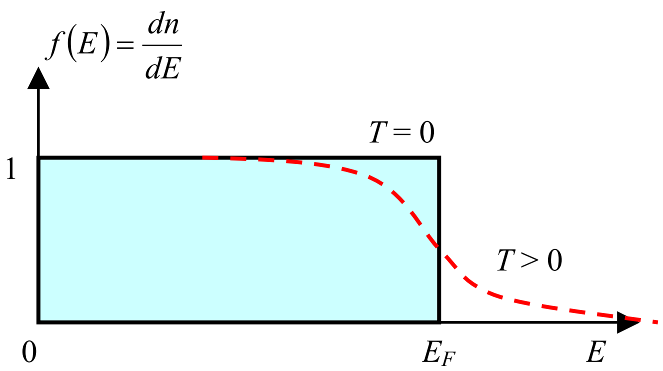
Как известно, в микромире имеется 2 статистики, определяющие поведение частиц: *статистика Ферми-Дирака* и *статистика Бозе-Эйнштейна* (Энрико Ферми, итальянский физик, 1901–1954; Поль Морис Дирак, английский физик, 1902; Альберт Эйнштейн, немецкий физик, 1879–1955; Шатьендранат

Бозе, индийский физик, 1894–1974). Частицы, подчиняющиеся статистике Ферми-Дирака, называются *фермионами* и имеют полуцелый спин. Частицы, подчиняющиеся статистике Бозе-Эйнштейна, называются *бозонами* и имеют целочисленный спин.

Фермионы.

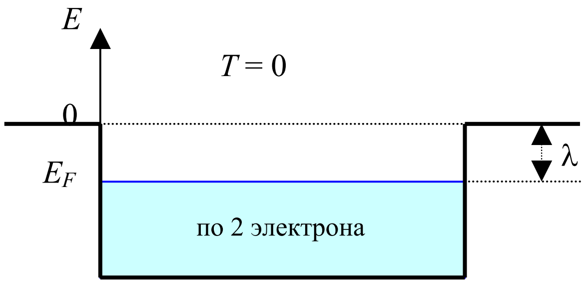
1) Спин частиц $\Rightarrow S = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \ldots$ Примеры: электроны (e), протоны (p), нейтроны (n), гипероны и др.
2) Выполняется принцип Паули.
3) Распределение Ферми-Дирака по энергиям

$$f(E) = \frac{1}{exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1}$$



где E_F - энергия Ферми. Распределение изображено справа на рисунке.

4) Пример: электронный газ в металле. При температуре абсолютного нуля $T = 0$ электроны занимают низшие уровни энергии до максимального, называемого уровнем Ферми E_F. Энергия Ферми для бесконечной системы совпадает с работой выхода λ. На каждом уровне находится по 2 электрона, которые отличаются спинами. Если энергия зависит от спина, то на каждом уровне энергии находится по одному электрону из-за принципа Паули. Электроны, как и все фермионы – индивидуалисты. При температуре, отличной от нуля, часть электронов переходит на более высокие уровни.



Для бесконечной системы фермионов между основным и возбужденными состояниями нет энергетической щели. Поэтому даже при очень маленькой температуре (отличной от нуля) энергии тепловых колебаний достаточно для возбуждения и девозбуждения электронов у поверхности Ферми. Они участвуют в проводимости, обмениваются энергией с решеткой и возникает сопротивление.

Бозоны.

1) Спин частиц $\Rightarrow S = 0, 1, 2, \ldots$ Примеры: фотоны, фононы, π-мезоны, глюоны, гравитоны и др.
2) Нет принципа Паули, бозоны: частицы – коллективисты.
3) Распределение Бозе-Эйнштейна по энергиям

$$f(E) = \frac{1}{exp\left(\frac{E - \mu}{kT}\right) - 1}$$

4) При температуре абсолютного нуля $T = 0$ все частицы находятся на одном низшем уровне энергии – уровне Бозе. При этом возникает Бозе-конденсация. При этом для бозонов имеется энергетическая щель между основным состоянием и первым возбужденным состоянием. Движение на низшем уровне может сохраняться без изменения, если сил взаимодействия не хватает для возбуждения.

Последнее утверждение оказывается очень важным для объяснения сверхпроводимости, поскольку именно наличие энергетической щели могло бы привести к току без сопротивления – сверхпроводимости и сверхтекучести, когда температурных колебаний недостаточно для возбуждения носителей тока (для проявления сопротивления). Отдельные электроны, как фермионы, не конденсируются и не могут организовать сверхтекучую жидкость.

Электроны проводимости в металлах объединяются в пары, - так называемые, *куперовские пары*. Пару образуют 2 электрона с противоположными спинами, так что образуют составную частицу с зарядом “2e”, являющуюся бозоном, т.к. ее спин равен 0.

Примечание 1. Еще в 1941-44 годах эксперименты И.К. Кикоина (Исаак Константинович Кикоин, советский физик, 1908, окончил Политехнический институт в 1930, работал в ФТИ 1927–1936) показали, что носители заряда в сверхпроводниках не имеют собственного магнитного момента, т.е. не обладают спином.

Куперовские пары образуются за счет взаимодействия через решетку. Электрон движется в металле и поляризует решетку из положительных ионов и этот конгламерат (фактически возбуждение фонона – кванта колебаний решетки) притягивает второй электрон. К притяжению приводит обмен фононами между электронами, при низких температурах оно превышает кулоновское отталкивание. Это взаимодействие наиболее сильное для электронов с противоположными спинами и импульсами (наглядно это достаточно трудно представить). Электроны не слипаются, а находятся на значительном расстоянии друг от друга – на 4 порядка выше межатомного расстояния в кристаллической решетке $\sim 10^{-4}$ *см*.

При температуре $T < T_{кр}$ не все электроны образуются в куперовские пары: часть образует и они составляют "сверхпроводящую жидкость", другая часть электронов – нормальную жидкость.

Примечание 2. Высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП). Найдены в 80-е годы керамические соединения висмута Bi и таллия Tl с достаточно высокими критическими температурами. Основные звенья ВТСП - CuO. Например,

$$Tl_2Ca_{n-1}Ba_2Cu_nO_{2n+4} \quad - \quad T_{кр} = 123\ K.$$
$$Bi_2Ca_{n-1}Sr_2Cu_nO_{2n+4} \quad - \quad T_{кр} = 110\ K.$$
