

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»**

А.Д. Андреев
Л.М. Черных

ФИЗИКА МАГНЕТИЗМ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ



**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2009**

УДК 532.6(075.8)
ББК В334я73
А 65

Рецензент
И.П. Арешев

*Рекомендован к печати редакционно-издательским советом
СПбГУТ им. проф. М.А. Бонч-Бруевича*

Андреев, А.Д.

А65 Физика. Магнетизм : конспект лекций / А.Д. Андреев, Л.М. Черных;
ГОУВПО СПбГУТ. – СПб., 2009. – 56 с.

Содержит теоретический материал по разделу «Магнетизм» дисциплины «Физика».

Предназначен для оказания помощи студентам технических специальностей всех форм обучения в самостоятельной работе, а также при подготовке к упражнениям, коллоквиумам и экзаменам.

УДК 537.6 (075.8)
ББК В334я73

© Андреев А.Д., Черных Л.М., 2009
© Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А.Бонч-Бруевича», 2009

ВВЕДЕНИЕ

В 1820 г. профессор университета в Копенгагене Ганс Христиан Эрстед читал лекции по электричеству, гальванизму и магнетизму. В то время электричеством называли электростатику, гальванизмом назывались явления, вызываемые постоянным током, получаемым от батарей, магнетизм был связан с известными свойствами железных руд, со стрелкой компаса, с магнитным полем Земли.

В поисках связи между гальванизмом и магнетизмом Эрстед проделал опыт с пропусканием тока через проволоку, подвешенную над стрелкой компаса. При включении тока стрелка отклонялась в сторону от меридионального направления. Если изменялось направление тока или стрелка помещалась над током, она отклонялась в другую сторону от меридиана.

Таким образом, опыт Эрстеда можно считать прямым доказательством существования магнитного поля в пространстве, где есть постоянный ток (упорядоченное движение носителей заряда).

Открытие Эрстеда явилось мощным стимулом для дальнейших исследований и открытий. Прошло немного времени и Ампер, Фарадей и другие провели полное и точное исследование магнитного действия электрических токов. Открытие Фарадеем явления электромагнитной индукции произошло через 12 лет после опыта Эрстеда. На основе этих экспериментальных открытий была построена классическая теория электромагнетизма. Максвелл придал ей окончательный вид и математическую форму, а Герц в 1888 г. блестяще подтвердил, экспериментально доказав существование электромагнитных волн [1].

1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

1.1. Взаимодействие токов. Магнитная индукция

Электрические токи взаимодействуют между собой. Как показывает

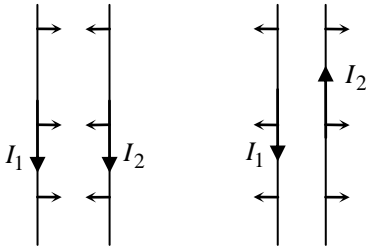


Рис. 1

опыт, два прямолинейных параллельных проводника, по которым текут токи, притягиваются, если токи в них имеют одинаковое направление, и отталкиваются, если токи противоположны по направлению (рис. 1). При этом сила их взаимодействия на единицу длины проводника прямо пропорциональна силе тока в каждом из проводников и обратно пропорциональна расстоянию между

ними. Закон взаимодействия токов был установлен Андре Мари Ампером в 1820 г. экспериментально.

В металлах суммарный заряд положительно заряженной ионной решетки и отрицательно заряженных свободных электронов равен нулю. Заряды распределены в проводнике равномерно. Таким образом, электрическое поле вокруг проводника отсутствует. Именно поэтому проводники при отсутствии тока не взаимодействуют друг с другом.

Однако при наличии тока (упорядоченного движения свободных носителей заряда) между проводниками возникает взаимодействие, которое принято называть магнитным.

В современной физике магнитное взаимодействие токов трактуется как релятивистский эффект, возникающий в системе отсчета, относительно которой имеет место упорядоченное движение зарядов [2]. В данном пособии будем использовать понятие магнитного поля как свойство пространства, окружающего электрический ток. Существование магнитного поля тока проявляется при взаимодействии с другими проводниками с током (закон Ампера), или при взаимодействии с движущейся заряженной частицей (сила Лоренца, подразд. 2.1), или при отклонении магнитной стрелки, помещенной вблизи проводника с током (опыт Эрстеда).

Для характеристики магнитного поля тока введем понятие вектора магнитной индукции. Для этого, аналогично тому как при определении характеристик электростатического поля использовалось понятие пробного точечного заряда [3], при введении вектора магнитной индукции будем использовать пробный контур с током. Пусть это будет плоский замкнутый

контур произвольной формы и малых размеров. Настолько малых, что в точках места его расположения магнитное поле можно считать одинаковым. Ориентацию контура в пространстве будем характеризовать вектором нормали к контуру, связанным с направлением тока в нем правилом правого винта (буравчика): при вращении ручки буравчика в направлении тока i (рис. 2) поступательное движение кончика буравчика определяет направление единичного вектора нормали \vec{n} к плоскости контура.

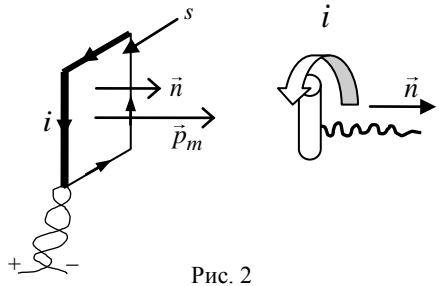


Рис. 2

Характеристикой пробного контура является его магнитный момент $\vec{p}_m = i \cdot s \cdot \vec{n}$, где s – площадь пробного контура.

Если поместить пробный контур с током в выбранную точку рядом с прямым током, то токи будут взаимодействовать. При этом на пробный контур с током будет действовать вращательный момент пары сил M (рис. 3). Величина этого момента, как показывает опыт, зависит от свойств поля в данной точке (контур мал по размеру) и от свойств контура (его магнитного момента).

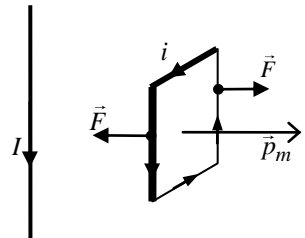


Рис. 3

На рис. 4, представляющем собой сечение рис. 3 горизонтальной плоскостью, показаны несколько положений пробного контура с током в магнитном поле прямого тока I . Точка в кружке обозначает направление тока к наблюдателю. Крест обозначает направление тока за рисунок. Положение 1 соответствует устойчивому равновесию контура ($M = 0$), когда силы растягивают его. Положение 2 соответствует неустойчивому равновесию ($M = 0$). В положении 3 на пробный контур с током действует максимальный вращающий момент сил. В

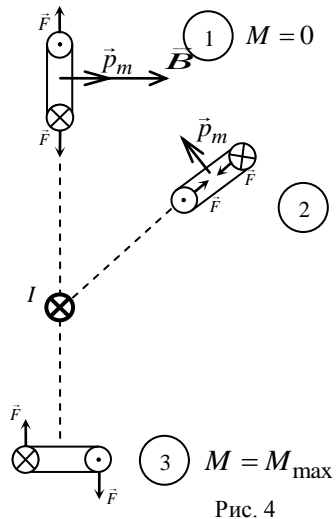


Рис. 4

зависимости от ориентации контура величина вращающего момента может принимать любые значения от нуля до максимального M_{\max} . Как показывает опыт, в любой точке $M_{\max} \sim i \cdot s$, т. е. максимальное значение механического момента пары сил зависит от величины магнитного момента пробного контура и не может служить характеристикой магнитного поля в исследуемой точке. Отношение максимального механического момента пары сил к магнитному моменту пробного контура не зависит от последнего и может служить характеристикой магнитного поля. Эта характеристика называется магнитной индукцией (индукцией магнитного поля)

$$B = \frac{M_{\max}}{i \cdot s}.$$

Введем ее как векторную величину. За направление вектора магнитной индукции \vec{B} будем принимать направление магнитного момента пробного контура с током, помещенного в исследуемую точку поля, в положении устойчивого равновесия (положение 1 на рис. 4). Это направление совпадает с направлением северного конца магнитной стрелки, помещенной в эту точку. Из сказанного следует, что \vec{B} характеризует силовое действие магнитного поля на ток и, следовательно, является аналогом напряженности поля в электростатике. Поле вектора \vec{B} можно представить при помощи линий магнитной индукции. В каждой точке линии вектор \vec{B} направлен по касательной к ней. Так как вектор магнитной индукции в любой точке поля имеет определенное направление, то и направление линии магнитной индукции – единственное в каждой точке поля. Следовательно, линии магнитной индукции, так

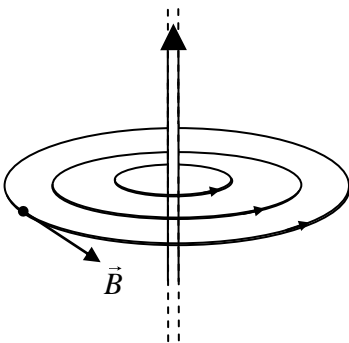


Рис. 5

же как и силовые линии электрического поля, не пересекаются. На рис. 5 представлено несколько линий индукции магнитного поля прямого тока, изображенных в плоскости, перпендикулярной току. Они имеют вид замкнутых окружностей с центрами на оси тока.

Следует отметить, что линии индукции магнитного поля всегда замкнуты. Это отличительная черта вихревого поля, в котором поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность равен нулю (теорема Гаусса в магнетизме).

1.2. Закон Био–Савара–Лапласа. Принцип суперпозиции в магнетизме

Био и Савар провели в 1820 г. исследование магнитных полей токов различной формы. Они установили, что магнитная индукция во всех случаях пропорциональна силе тока, создающего магнитное поле. Лаплас проанализировал экспериментальные данные, полученные Био и Саваром, и нашел, что магнитное поле тока I любой конфигурации может быть вычислено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока.

Длина dl каждого участка тока настолько мала, что его можно считать прямым отрезком, расстояние от которого до точки наблюдения много больше dl . Удобно ввести понятие элемента тока $I d\vec{l}$, где направление вектора $d\vec{l}$ совпадает с направлением тока I , а его модуль равен dl (рис. 6).

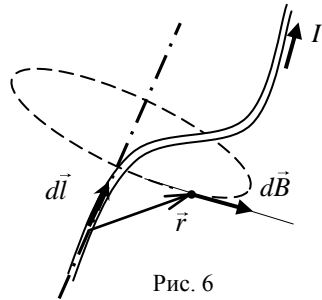


Рис. 6

Для индукции магнитного поля $d\vec{B}$, создаваемого элементом тока $I d\vec{l}$, в точке, находящейся на расстоянии r от него (рис. 6), Лаплас вывел формулу, справедливую для вакуума:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}. \quad (1.1)$$

Формула закона Био–Савара–Лапласа (1.1) написана в системе СИ, в которой постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м называется магнитной постоянной.

Уже отмечалось, что в магнетизме, как и в электричестве, имеет место принцип суперпозиции полей, т. е. **индукция магнитного поля, создаваемого системой токов, в данной точке пространства равна векторной сумме индукций магнитных полей, создаваемых в этой точке каждым из токов в отдельности:**

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i, \quad \vec{B} = \int d\vec{B}. \quad (1.2)$$

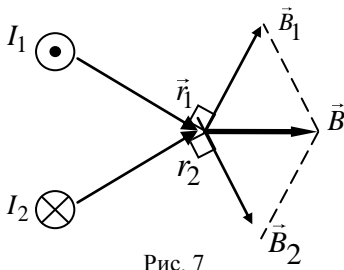


Рис. 7

На рис. 7 приведен пример построения вектора магнитной индукции \vec{B} в поле двух параллельных и противоположных по направлению токов I_1 и I_2 : $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

1.3. Применение закона Био–Савара–Лапласа. Магнитное поле прямого тока

Рассмотрим отрезок прямого тока. Элемент тока $I d\vec{l}$ создает магнитное поле, индукция которого в точке A (рис. 8) по закону Био–Савара–Лапласа находится по формуле:

$$dB = \frac{\mu_0 \cdot I d\vec{l} \cdot r}{4\pi r^3} \sin \alpha, \quad (1.3)$$

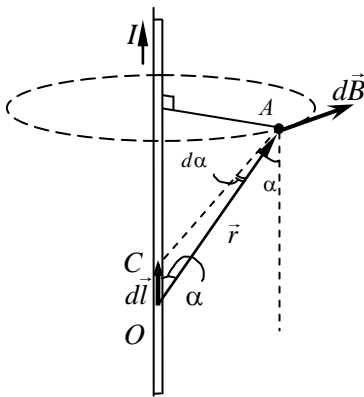


Рис. 8

где α – угол между направлением тока и вектором \vec{r} , характеризующим положение точки A относительно $d\vec{l}$.

На рис. 9 представлен фрагмент рис. 8. Опустив перпендикуляр из точки C на сторону OA , получим два прямоугольных треугольника. Из треугольника ODC следует, что $CD = dl \cdot \sin \alpha$, а из треугольника CDA следует, что $CD = (r + dr) \cdot \sin d\alpha$.

Учитывая, что dr и $d\alpha$ бесконечно

малые величины, получим

$$dl \cdot \sin \alpha = r \cdot d\alpha. \quad (1.4)$$

После подстановки (1.4) в (1.3) получим:

$$dB = \frac{\mu_0 I d\alpha}{4\pi r}.$$

Из рис. 8 следует, что $b = r \cdot \sin \alpha$, где b – расстояние от прямого тока до рассматриваемой точки A . Следовательно,

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \sin \alpha d\alpha .$$

По принципу суперпозиции $\vec{B} = \int d\vec{B}$. В точке A все $d\vec{B}$ от различных элементов отрезка прямого тока имеют одинаковое направление. Величина магнитной индукции в точке A равна алгебраической сумме dB от всех элементов прямого тока:

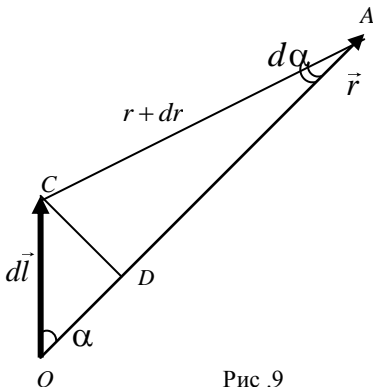


Рис. 9

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (-\cos \alpha) \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) .$$

Таким образом, для индукции магнитного поля отрезка прямого тока конечной длины (рис. 10) получаем формулу

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) . \quad (1.5)$$

В случае бесконечно длинного прямого проводника с током $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$. Следовательно, $\cos \alpha_1 = 1$, $\cos \alpha_2 = -1$, $\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 = 2$. Отсюда следует, что индукция магнитного поля бесконечно длинного прямого проводника с током находится по формуле

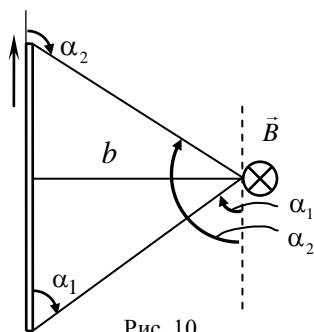


Рис. 10

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} . \quad (1.6)$$

1.4. Применение закона Био–Савара–Лапласа. Магнитное поле кругового тока

Рассмотрим проводник в форме окружности радиуса R , по которому протекает ток I (рис. 11). Разобьем круговой ток на элементы тока Idl , каждый из которых создает в центре кругового тока (точка O) магнитное поле $d\vec{B}$. По закону Био–Савара–Лапласа (1.1), с учетом, что $r = R$, магнитная индукция, создаваемая элементом тока в точке O , определяется формулой

$$dB = \frac{\mu_0 IdlR}{4\pi R^3} \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} dl .$$

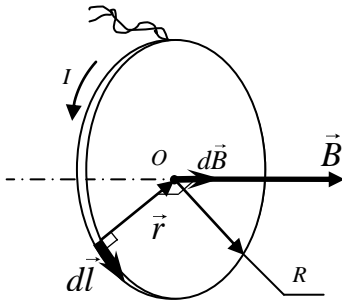


Рис. 11

По принципу суперпозиции $\vec{B} = \int d\vec{B}$. В точке O все $d\vec{B}$ от разных элементов кругового тока имеют одинаковое направление. Следовательно,

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

Таким образом, для индукции магнитного поля в центре кругового тока получаем

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (1.7)$$

Рассмотрим магнитное поле, создаваемое круговым током в других точках на оси z (рис. 12).

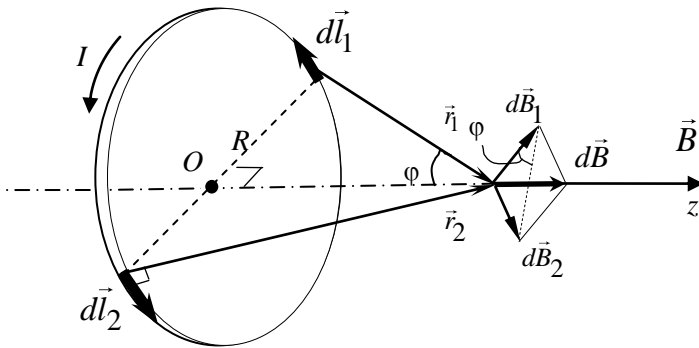


Рис. 12

Любая пара равных по величине элементов тока ($I \cdot |d\vec{l}_1| = I \cdot |d\vec{l}_2|$), расположенная симметрично относительно оси z , создает в точках на оси магнитное поле: $d\vec{B} = d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2$ ($|d\vec{B}_1| = |d\vec{B}_2|$). Вектор $d\vec{B}_1$ в соответствии с законом Био–Савара–Лапласа направлен перпендикулярно плоскости, содержащей вектора $d\vec{l}_1$ и \vec{r}_1 . Вектор $d\vec{B}_2$ направлен перпендикулярно плоскости, содержащей вектора $d\vec{l}_2$ и \vec{r}_2 . Вектора $d\vec{B}_1$ и $d\vec{B}_2$ образуют ромб, диагональ которого представляет вектор $d\vec{B}$, направленный вдоль оси Oz .

Как следует из рис. 12,

$$dB = 2 \cdot dB_1 \cdot \sin \varphi.$$

Учитывая, что $\sin \varphi = R/r_1$, по закону Био–Савара–Лапласа

$$dB = 2 \frac{\mu_0 I dl \sin 90^\circ}{4\pi r_1^2} \cdot \frac{R}{r_1}.$$

Так как $r_1 = \sqrt{R^2 + z^2}$, $r_1^3 = (R^2 + z^2)^{3/2}$, получаем

$$dB = \frac{\mu_0 IR dl}{2\pi (R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

По принципу суперпозиции результирующий вектор $\vec{B} = \int d\vec{B}$ также направлен вдоль оси z , поэтому

$$B = \frac{\mu_0 IR}{2\pi (R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{\pi R} dl.$$

Окончательное выражение для индукции в точках на оси кругового тока имеет вид

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

1.5. Магнитное поле, создаваемое движущейся заряженной частицей

Как было отмечено в подразд. 1.2, элемент тока $I d\vec{l}$ создает магнитное поле. Но такой элемент тока представляет собой совокупность упорядоченно движущихся заряженных частиц. Логично предположить, что в основе появления магнитного поля лежит движение отдельно взятой заряженной частицы, а упорядоченное движение множества таких частиц (носителей тока) приводит к пропорциональному увеличению значения магнитной индукции. Такое предположение подтверждается тем, что пучки движущихся заряженных частиц, например электронов в электронно-лучевой трубке, создают магнитное поле [4].

Вычислим значение индукции магнитного поля \vec{B}_q , создаваемого отдельной движущейся заряженной частицей, исходя из закона Био–Савара–Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{[d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}.$$

Для простоты предположим, что все носители тока в элементе тока $I d\vec{l}$ имеют одинаковый заряд q и одинаковую скорость упорядоченного движения \vec{v} . Пусть концентрация заряженных частиц, т. е. их число в единице объема, равна n , а площадь поперечного сечения элемента тока равна S . Тогда, в предположении равномерного распределения тока по сечению проводника, сила тока $I = jS$. Плотность тока $\vec{j} = qn\vec{v}$ [5]. Выражение для элемента тока можно преобразовать следующим образом:

$$I d\vec{l} = qn\vec{v} \cdot S \cdot d\vec{l} = qn \cdot S \cdot d\vec{l} \cdot \vec{v},$$

где учтено, что векторы $d\vec{l}$ и $q\vec{v}$ имеют одинаковое направление. Так как $S d\vec{l} = dV$ – объем элемента тока, то $n \cdot S d\vec{l} = dN$ – число носителей тока в этом элементе. Тогда $I d\vec{l} = q \cdot \vec{v} \cdot dN$. Умножим обе части равенства векторно на \vec{r} : $I [d\vec{l} \times \vec{r}] = q [\vec{v} \times \vec{r}] dN$ – и подставим в (1.1). В результате получим

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot q \cdot \frac{[\vec{v} \times \vec{r}]}{r^3} dN.$$

Последнее равенство перепишем в виде

$$\frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot q \cdot \frac{[\vec{v} \times \vec{r}]}{r^3},$$

где $d\vec{B}$ – индукция магнитного поля, создаваемого совокупностью движущихся заряженных частиц (dN – число частиц). Отсюда индукция магнитного поля \vec{B}_q в точке A от одной заряженной частицы, находящейся на расстоянии r от точки A (рис. 13), будет равна

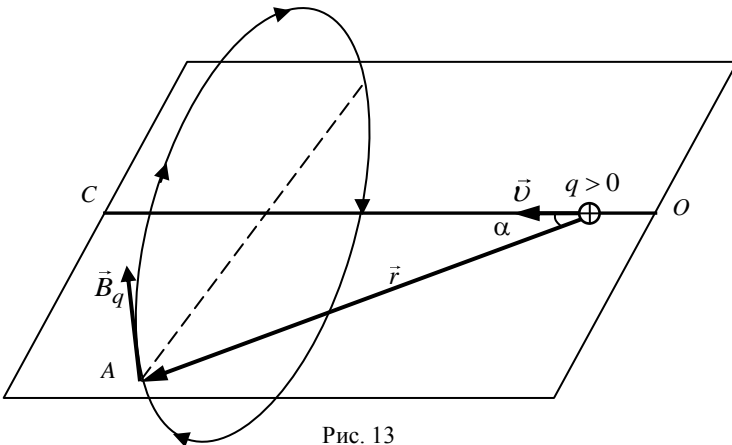


Рис. 13

$$\vec{B}_q = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot q \cdot \frac{[\vec{v} \times \vec{r}]}{r^3}. \quad (1.8)$$

Модуль магнитной индукции

$$B_q = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot |q| \cdot \frac{v}{r^2} \cdot \sin \alpha. \quad (1.9)$$

Из (1.8) и (1.9) следует: неподвижная ($v = 0$) заряженная частица не создает магнитного поля ($B_q = 0$); индукция магнитного поля обратно пропорциональна квадрату расстояния от заряженной частицы до рассматриваемой точки; индукция магнитного поля равна нулю на прямой, совпадающей с направлением скорости частицы ($\alpha = 0$); максимальное значение магнитной индукции имеет место в направлениях, ортогональных вектору ее скорости ($\alpha = \pi/2$).

Из выражения (1.8) следует, что вектор \vec{B}_q ортогонален плоскости, в которой находятся вектора \vec{v} и \vec{r} (рис. 13). Для частицы с положительным зарядом q направление вектора \vec{B}_q удобно определять по правилу правого винта: при ввинчивании буравчика в направлении скорости \vec{v} конец ручки буравчика вращается в направлении линий магнитной индукции. При этом линии магнитной индукции представляют собой окружности, центры которых находятся на прямой OC (рис. 13). Плоскости, в которых лежат линии магнитной индукции, перпендикулярны OC . Одна из линий магнитной индукции показана на рис. 13. Если $q < 0$, то линии индукции имеют направление, противоположное указанному.

При применении формулы (1.8) предполагается, что всякое изменение положения частицы в пространстве, а также величины и направления ее скорости \vec{v} , мгновенно скажется на величине и направлении индукции \vec{B}_q . В действительности это не так. Если частица изменила свое положение или скорость, то только через время $\tau = r/c$ (τ – время запаздывания, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света) сигнал об этом дойдет до точки наблюдения. По этой причине (1.9) можно применять, если $v/c \ll 1$.

1.6. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции (закон полного тока)

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции в вакууме: **циркуляция вектора магнитной индукции \vec{B} по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром, умноженной на μ_0** . Иначе говоря,

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i,$$

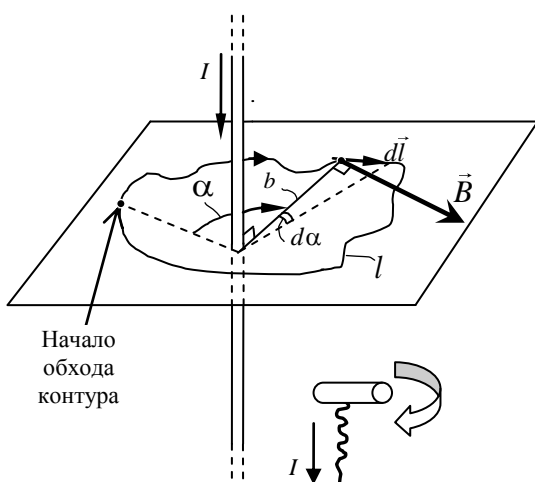


Рис. 14

где $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$ – индукция магнитного поля прямого тока; $(d\vec{l})_{\vec{B}}$ – проекция вектора элементарного перемещения $d\vec{l}$ на направление вектора \vec{B} .

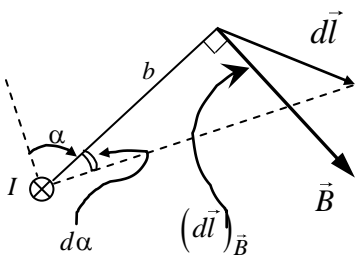


Рис. 15

где $d\vec{l}$ – элементарное перемещение вдоль замкнутого контура l .

Докажем теорему для случая, когда ток I течет по прямому бесконечно длинному проводнику, а замкнутый контур l расположен в плоскости, перпендикулярной току (рис. 14).

Циркуляция вектора магнитной индукции \vec{B} может быть записана в виде

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B (d\vec{l})_{\vec{B}},$$

Из рис. 15 видно, что $(d\vec{l})_{\vec{B}} = b \cdot d\alpha$ с хорошей степенью точности. Таким образом,

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \cdot b d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha = \mu_0 I. \quad (1.10)$$

Если изменить направление тока на рис. 14 на противоположное, то изменится направление вектора \vec{B} на противополож-

ное в каждой точке пространства. Противоположной по знаку станет циркуляция вектора \vec{B} для выбранного направления обхода контура. При этом в равенстве (1.10) ток следует считать отрицательным и подставлять его значение в формулу (1.10) со знаком минус. Таким образом, ток следует считать положительным, если направление обхода контура связано с направлением тока правилом правого винта. В противном случае ток надо считать отрицательным.

Если контур l не охватывает ток (рис. 16), то

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = + \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_1^2 d\alpha + \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_2^1 d\alpha = 0.$$

В случае контура произвольной формы (рис. 17) элементарное перемещение $d\vec{l}$ разложим на две составляющие, перпендикулярную ($d\vec{l}_\perp$) и параллельную ($d\vec{l}_\parallel$) вектору магнитной индукции:

$$\int_l \vec{B} d\vec{l} = \int_l \vec{B} (d\vec{l}_\perp + d\vec{l}_\parallel) = \int_l \vec{B} d\vec{l}_\perp + \int_l \vec{B} d\vec{l}_\parallel = 0 + \int_l \vec{B} d\vec{l}_\parallel.$$

Так как $\vec{B} d\vec{l}_\parallel = B (d\vec{l})_{\vec{B}}$, доказательство теоремы для случая контура произвольной формы сводится к рассмотренному выше случаю.

Можно показать, что теорема о циркуляции \vec{B} (или закон полного тока) справедлива в общем случае для системы токов произвольной формы и произвольного замкнутого контура:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i, \quad (1.11)$$

где I_i – токи, охватываемые контуром, причем I_i берется с плюсом, если направление I_i и направление обхода контура связаны правилом правого винта, и с минусом в противном случае.

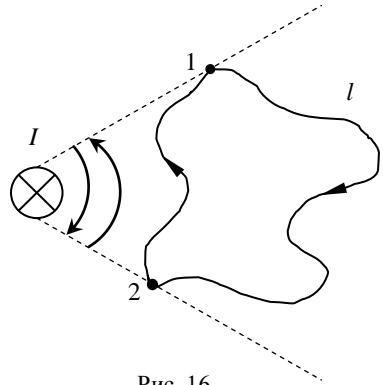


Рис. 16

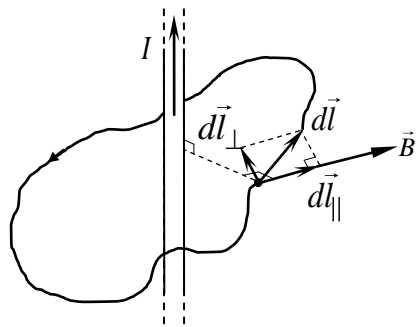


Рис. 17

Если контур находится в проводящей среде, в которой существует упорядоченное движение зарядов, теорему (1.11) удобно представить в виде

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S j_n dS,$$

где S – любая поверхность, ограниченная контуром l ; j_n – проекция плотности тока на нормаль к элементу поверхности dS .

1.7. Применение теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции. Магнитное поле внутри прямого проводника с током

В качестве примера применения теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции для расчета индукции магнитного поля рассмотрим магнитное поле постоянного тока, текущего в бесконечно длинном прямом проводнике цилиндрической формы радиуса R . Замкнутый контур выберем в виде окружности радиуса r , лежащей в плоскости, перпендикулярной оси проводника, и с центром на этой оси (рис. 18).

Пусть направление обхода контура связано с направлением тока правилом правого винта. Из осевой симметрии следует, что во всех точках, равноудаленных от оси проводника с током, индукция магнитного поля одинакова. Проекция вектора магнитной индукции на направление элементарного перемещения совпадает по величине с магнитной индукцией во всех точках замкнутого контура.

Таким образом, для циркуляции вектора магнитной индукции получаем

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B_l dl = B \oint_l dl = B \cdot 2\pi r, \quad (1.12)$$

где B_l – проекция вектора магнитной индукции на направление элементарного перемещения $d\vec{l}$.

Если $r > R$, то по закону полного тока:

$$\oint_l B_l dl = \mu_0 I. \quad (1.13)$$

Из сравнения (1.12) и (1.13) следует

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

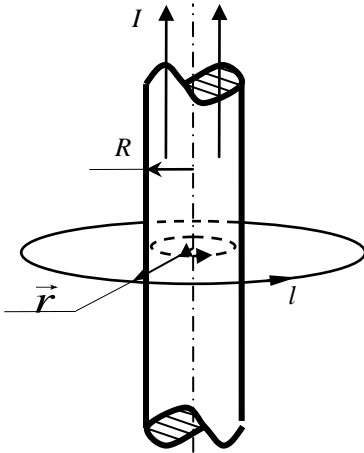


Рис. 18

что совпадает с ранее полученной формулой (1.6).

Если $r < R$, в предположении равномерного распределения тока по сечению проводника, по закону полного тока

$$\oint_l B_l dl = \mu_0 j S_l = \mu_0 \frac{I}{\pi R^2} \pi r^2 = \mu_0 \frac{I}{R^2} r^2, \quad (1.14)$$

где S_l – площадь, охватываемая контуром l ; j – плотность тока. Из сравнения (1.12) и (1.14) следует

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r. \quad (1.15)$$

На графике (рис. 19) показана зависимость индукции магнитного поля от расстояния до оси прямого проводника с током.

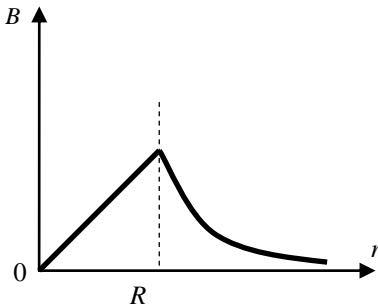


Рис. 19

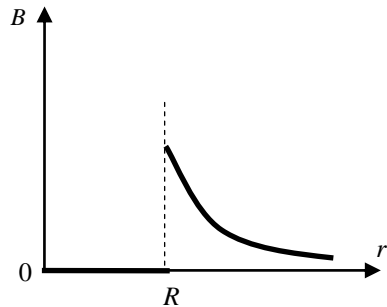


Рис. 20

Рассмотрим полый проводник цилиндрической формы в виде трубы, вдоль стенки которой течет постоянный ток. Пусть R – радиус трубы. Замкнутый контур выберем также в форме окружности радиуса r с центром на оси проводника. Пусть $r < R$. В этом случае контур не охватывает ток и

$$\oint_l B_r dr = 0. \quad (1.16)$$

Из сравнения (1.12) и (1.16) следует, что магнитное поле внутри полого проводника с током отсутствует. На рис. 20 представлена зависимость величины индукции магнитного поля в некоторой точке от ее расстояния до оси прямого полого проводника с током.

1.8. Магнитное поле соленоида

Соленоид представляет собой тонкий провод, навитый плотно (виток к витку) на цилиндрический каркас. На рис. 21 представлено схематическое

изображение бесконечно длинного соленоида диаметром D . Будем считать, что намотка выполнена плотно, соседние витки прилегают друг к другу и по

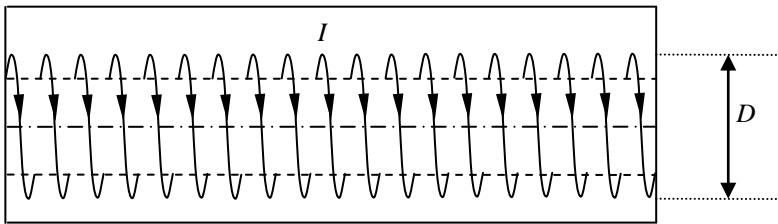


Рис. 21

соленоиду течет ток силой I .

Выясним, как направлен вектор \vec{B} в различных точках магнитного поля соленоида. Для этого рассмотрим два любых элемента тока $Id\vec{l}_1$ и $Id\vec{l}_2$, равных по величине и расположенных симметрично относительно плоскости сечения AA , перпендикулярной к оси соленоида (рис. 22). Элементы dl_1 и dl_2 перпендикулярны плоскости рисунка.

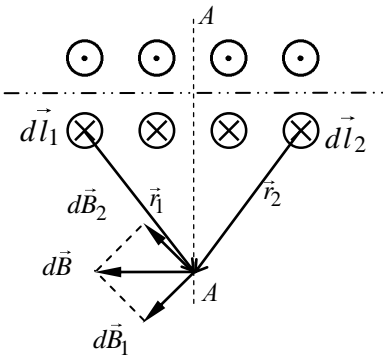


Рис. 22

По закону Био–Савара–Лапласа рассматриваемые элементы тока создадут в каждой точке сечения AA магнитные поля, индукции которых $d\vec{B}_1$ и $d\vec{B}_2$ равны по величине, а их результирующий вектор $d\vec{B}$ параллелен оси соленоида.

Этот вывод справедлив для любой пары одинаковых элементов тока соленоида, расположенных симметрично относительно плоскости сечения AA . Из принципа суперпозиции следует, что линии индукции магнитного поля беско-

нечно длинного соленоида, если оно отлично от нуля, должны быть параллельны оси соленоида как внутри, так и вне соленоида.

Теперь докажем, что в точках, находящихся на расстоянии, много большем диаметра соленоида с плотной намоткой витков, магнитное поле равно нулю. Для этого рассмотрим два равных по модулю элемента тока $Id\vec{l}_1$ и $Id\vec{l}_2$, расположенных симметрично относительно оси соленоида (рис. 23).

В точках, достаточно удаленных от соленоида, для которых $r_1 \approx r_2 \gg D$, по закону Био-Савара-Лапласа магнитные индукции $d\vec{B}_1$ и $d\vec{B}_2$ будут равны и противоположны по направлению с хорошей степенью точности. Этот вывод справедлив для любой пары одинаковых элементов тока соленоида, расположенных симметрично относительно оси соленоида. Из принципа суперпозиции следует, что в достаточно удаленных от соленоида точках магнитное поле отсутствует.

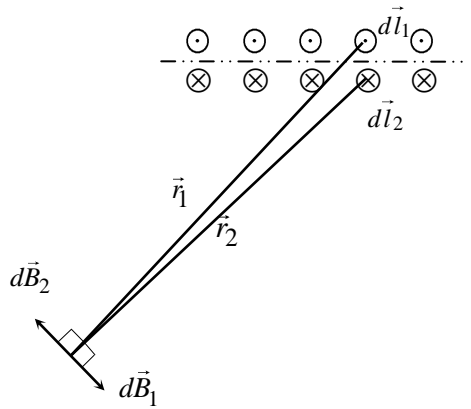


Рис. 23

Для вычисления величины индукции магнитного поля соленоида применим теорему о циркуляции вектора \vec{B} по замкнутому контуру. Выберем контур прямоугольной формы, две стороны которого параллельны, а другие две стороны перпендикулярны оси соленоида (рис. 24, а, б).

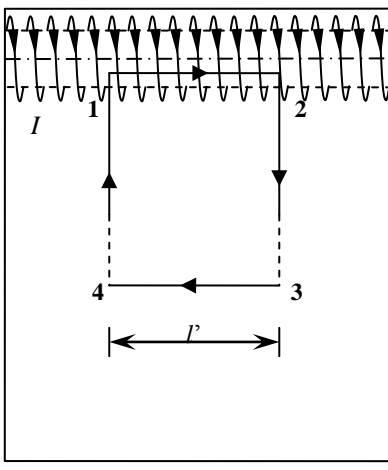


Рис. 24, а

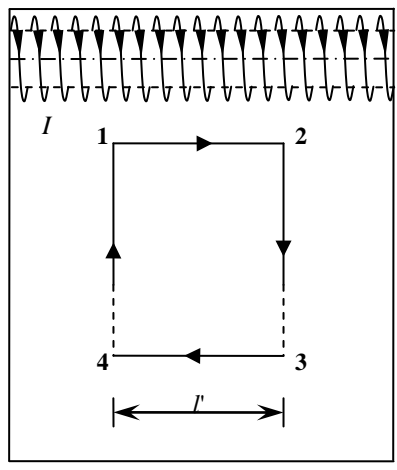


Рис. 24, б

Пусть участок контура $3 \rightarrow 4$ находится от соленоида на расстоянии, много большем его диаметра, а участок $1 \rightarrow 2$, параллельный оси соленоида,

расположен в первом случае внутри соленоида (рис. 24, а) и во втором случае вне соленоида (рис. 24, б).

Циркуляция вектора \vec{B} на контуре 1–2–3–4 равна сумме линейных интегралов:

$$\oint_l B_l dl = \int_1^2 B_l dl + \int_2^3 B_l dl + \int_3^4 B_l dl + \int_4^1 B_l dl .$$

Из соображений симметрии и так как линии магнитной индукции должны быть параллельны оси соленоида, как было показано выше, $B_l = B = \text{const}$ во всех точках участка $1 \rightarrow 2$. На участках контура $2 \rightarrow 3$ и $4 \rightarrow 1$ \vec{B} перпендикулярен элементарному перемещению. Следовательно, $B_l = 0$ во всех точках участков $2 \rightarrow 3$ и $4 \rightarrow 1$. Точки участка $3 \rightarrow 4$ находятся на расстоянии, много большем диаметра соленоида, и в них, как отмечалось ранее, можно считать $B = 0$ с хорошей степенью точности.

Таким образом,

$$\oint_l B_l dl = \int_1^2 B_l dl = B \int_1^2 dl = B \cdot l' , \quad (1.17)$$

где l' – длина участка $1 \rightarrow 2$.

Согласно теореме о циркуляции в случае, когда контур охватывает ток (рис. 24, а),

$$\oint_l B_l dl = \mu_0 n l' \cdot I , \quad (1.18)$$

где n – плотность намотки (число витков на единицу длины соленоида), а $n l'$ – число витков на длине l' . Если контур не охватывает ток (рис. 24, б), то

$$\oint_l B_l dl = 0 . \quad (1.19)$$

Из сравнения (1.17) с (1.18) и (1.19) следует, что магнитное поле внутри бесконечно длинного соленоида однородно. Магнитная индукция поля равна

$$B = \mu_0 n I . \quad (1.20)$$

Поле вне соленоида отсутствует.

1.9. Магнитное поле тороида

Тороид – устройство, выполненное в виде провода, намотанного плотно виток к витку на каркас, имеющий форму тора (рис. 25). Окружность ра-

диуса R , проходящая через центры витков, называется осью тороида. Пусть I – сила тока, текущего по виткам тороида. Из симметрии рассматриваемого поля следует, что линии магнитной индукции представляют собой окружности с центрами на оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рис. 25. Возьмем одну из таких окружностей радиуса r в качестве замкнутого контура и применим теорему о циркуляции \vec{B} . Так как в каждой точке рассматриваемой окружности величина B должна быть одинакова,

$$\oint_l B_l dl = B \cdot 2\pi r. \quad (1.21)$$

Если контур проходит внутри тороида, то он охватывает ток $N \cdot I$, где N – число витков тороида. По теореме о циркуляции

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 N \cdot I,$$

откуда получаем

$$B = \frac{\mu_0 N \cdot I}{2\pi r}. \quad (1.22)$$

Контур, проходящий вне тороида, не охватывает ток, поэтому для него $B \cdot 2\pi r = 0$. Следовательно, вне тороида магнитная индукция равна нулю.

Для тороида, радиус витка которого много меньше расстояния r от внутренних точек тороида до точки O оси (рис. 25), можно ввести понятие плотности намотки тороида n :

$$N = 2\pi R \cdot n.$$

Тогда (1.22) примет вид

$$B = \mu_0 n I \frac{R}{r}. \quad (1.23)$$

Так как в этом случае R/r мало отличается от единицы, то из (1.23) получается формула, совпадающая с формулой (1.20) для бесконечно длинного соленоида, т. е. величину B можно считать одинаковой во всех точках внутри тороида.

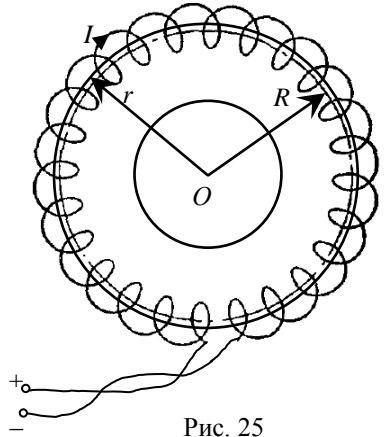


Рис. 25

2. ДЕЙСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ЗАРЯДЫ И ТОКИ

2.1. Сила Лоренца

На частицу с зарядом q , движущуюся со скоростью \vec{v} в магнитном поле, индукция которого равна \vec{B} , действует сила

$$\vec{F}_{\text{Л}} = q[\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (2.1)$$

Эта сила называется силой Лоренца. Модуль силы Лоренца равен:

$$F_{\text{Л}} = |q|vB \sin \alpha, \quad (2.2)$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} . Направление силы Лоренца зависит от знака заряда и всегда перпендикулярно плоскости, содержащей вектора \vec{v} и \vec{B} .

Так как $\vec{F}_{\text{Л}} \perp \vec{v}$, работа силы Лоренца, равная скалярному произведению силы на элементарное перемещение, равна нулю [6]. Следовательно, кинетическая энергия и скорость частицы при ее движении в магнитном поле остаются постоянными по своей величине. Таким образом, сила Лоренца изменяет вектор скорости только по направлению, поэтому тангенциальное ускорение частицы [6]

$$\vec{a}_{\tau} = \frac{dv}{dt} \vec{\tau} = 0.$$

Полное ускорение частицы равно нормальному ускорению \vec{a}_n , тогда по второму закону Ньютона

$$\vec{a} = \vec{a}_n = \frac{\vec{F}_{\text{Л}}}{m}, \quad (2.3)$$

где m – масса движущейся частицы.

На характер движения частицы значительно влияет угол α между ее скоростью и магнитной индукцией.

Рассмотрим частный случай однородного магнитного поля.

1. Если заряженная частица влетает в однородное магнитное поле параллельно линиям магнитной индукции, т. е. $\alpha = 0$, то $F_{\text{Л}} = 0$. В этом случае частица не отклоняется от направления своего движения, двигаясь вдоль линий индукции магнитного поля.

2. Если заряженная частица влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции (поперечное магнитное поле) (рис. 26), т. е.

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \text{ то из (2.2) и (2.3) следует, что } a = a_n = \frac{|q|}{m} vB = \text{const.}$$

Таким образом, в однородном поперечном магнитном поле заряженная частица будет двигаться равномерно по окружности в плоскости, перпендикулярной вектору магнитной индукции (рис. 26). Радиус окружности R определяется из соотношения для центростремительного ускорения:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{|q|}{m} vB,$$

откуда следует, что

$$R = \frac{mv}{|q|B}. \quad (2.4)$$

3. Выясним характер движения заряженной частицы в случае, когда угол α отличен от 0 и $\frac{\pi}{2}$. Разложим вектор \vec{v} на две составляющие: v_{\perp} — перпендикулярную \vec{B} и v_{\parallel} — параллельную \vec{B} (рис. 27). Выражения для составляющих скоростей следующие:

$$v_{\parallel} = v \cos \alpha, \quad v_{\perp} = v \sin \alpha.$$

Из (2.1) и (2.2) следует, что сила Лоренца

$$F_{\perp} = |q| vB \sin \alpha = |q| v_{\perp} B$$

и лежит в плоскости, перпендикулярной к вектору магнитной индукции \vec{B} . Связанный с силой Лоренца вектор нормаль-

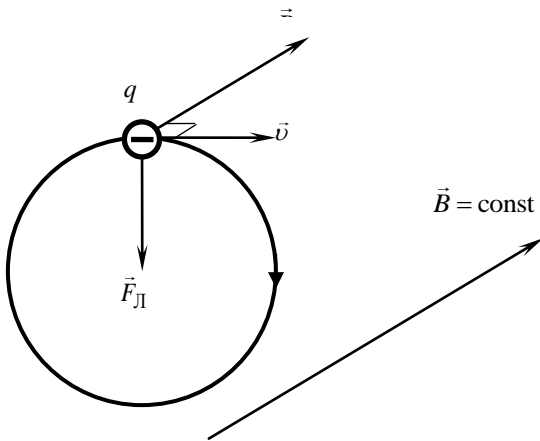


Рис. 26

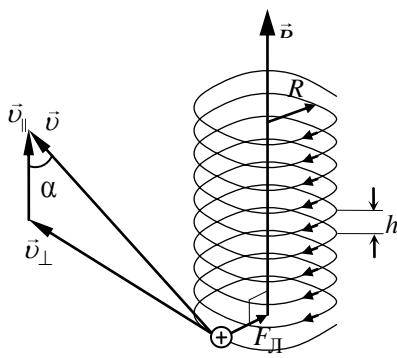


Рис. 27

ного ускорения \vec{a}_n также находится в этой плоскости.

Таким образом, движение частицы можно представить как суперпозицию двух движений: перемещение вдоль направления \vec{B} с постоянной скоростью $v_{\parallel} = v \cos \alpha$ и равномерное движение по окружности со скоростью v_{\perp} в плоскости, перпендикулярной к вектору \vec{B} (рис. 27). Радиус окружности, по которой происходит движение, определяется выражением (2.4) с заменой v на $v_{\perp} = v \sin \alpha$:

$$R = \frac{mv}{|q|B} \sin \alpha. \quad (2.5)$$

Время T , которое частица затрачивает на один оборот, найдем, разделив длину окружности $2\pi R$ на скорость частицы v_{\perp} :

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = 2\pi \frac{mv \sin \alpha}{|q|Bv \sin \alpha} = 2\pi \frac{m}{|q|B}. \quad (2.6)$$

Результирующее движение происходит по винтовой траектории, ось которой совпадает с направлением \vec{B} (рис. 27). Шаг винтовой траектории h равен произведению v_{\parallel} на время одного оборота:

$$h = v_{\parallel} T = 2\pi \frac{m}{|q|B} v \cos \alpha. \quad (2.7)$$

Направление закручивания винтовой траектории зависит от знака заряда частицы (рис. 26 и 27).

2.2. Эффект Холла

Пусть по проводнику прямоугольного поперечного сечения (b – ширина, a – толщина образца) течет постоянный электрический ток, I – сила тока. Если образец поместить в однородное магнитное поле, перпендикулярное двум его граням (на рис. 28 это передняя и задняя грани), то между двумя другими гранями возникает разность потенциалов. Это явление было обнаружено Холлом и называется эффектом Холла. Разность потенциалов между гранями называется эдс Холла U_X .

Эффект Холла объясняется следующим образом. В отсутствие магнитного поля в проводнике существует лишь продольное электрическое поле \vec{E} , обуславливающее ток. Эквипотенциальные поверхности этого поля перпен-

дикулярны вектору \vec{E} . Разность потенциалов между симметрично расположенными точками на верхней и нижней гранях равна нулю.

В случае металлической пластинки носителями тока являются электроны (рис. 28). При включении магнитного поля на каждый носитель тока действует сила Лоренца $F_{\text{Л}}$, направленная перпендикулярно вектору магнитной индукции и току, модуль которой $F_{\text{Л}} = |q|vB$.

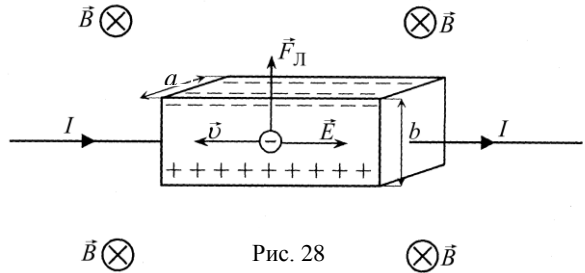


Рис. 28

В результате действия этой силы носители тока смещаются в поперечном направлении. На одной грани пластинки образуется избыток отрицательных зарядов, а на другой соответственно избыток положительных.

Таким образом, появляется дополнительное поперечное электрическое поле, напряженность \vec{E}_X которого в итоге достигает такого значения, что электрическая сила, равная $q\vec{E}_X$, уравновешивает силу Лоренца $\vec{F}_{\text{Л}}$. В результате устанавливается равновесие, при котором

$$|q|vB = |q|E_X. \quad (2.8)$$

Отсюда

$$vB = E_X = \frac{U_X}{b}, \quad (2.9)$$

где U_X – эдс Холла.

Сила тока I связана со скоростью упорядоченного движения электронов соотношением [5]:

$$I = jS = jba = |q|nva, \quad (2.10)$$

где S – площадь прямоугольного поперечного сечения образца шириной b и толщиной a ; j – плотность тока; n – концентрация носителей тока.

Таким образом, из (2.9) и (2.10) получаем значение эдс Холла

$$U_X = \frac{IB}{|q|na}. \quad (2.11)$$

В заключение заметим, что эффект Холла дает достаточно простой способ экспериментального определения концентрации носителей тока, а в

случае полупроводников – типа их проводимости (по знаку эдс Холла). Если же концентрация носителей заряда известна, эффект Холла может быть использован для измерения магнитной индукции (датчики Холла).

2.3. Сила Ампера. Взаимодействие проводников с током

Силой Ампера называется сила, действующая на проводник с током в магнитном поле.

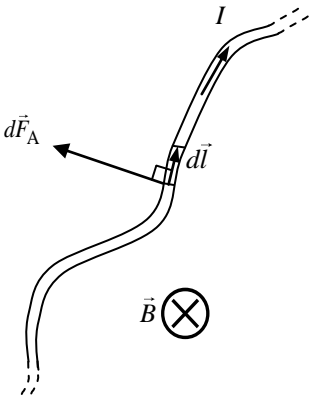


Рис. 29

Если проводник, по которому течет ток I , находится в поле, магнитная индукция которого равна \vec{B} , то на каждый из носителей тока в проводнике действует сила Лоренца. Сила Ампера является результирующей всех сил Лоренца.

Найдем величину силы Ампера $d\vec{F}_A$, действующей на элемент тока $Id\vec{l}$, малый настолько, что поле вблизи него можно считать однородным (рис. 29). Пусть в элементе тока $Id\vec{l}$ содержится N носителей тока, на каждый из которых действует сила Лоренца \vec{F}_L (рис. 30).

Величина силы Ампера равна сумме сил Лоренца, поэтому

$$dF_A = NF_L. \quad (2.12)$$

Число носителей тока выразим через их концентрацию n :

$$N = ndlS,$$

где dl – длина; S – площадь поперечного сечения элемента с током.

Формула для силы Лоренца имеет вид

$$F_L = |q|vB \sin \alpha.$$

Подстановка двух последних формул в (2.12) дает

$$dF_A = ndlS |q|vB \sin \alpha.$$

Заметим, что $|q|nv = j$ – плотность тока, а $|q|nvS = I$ – сила тока в проводнике. Тогда

$$dF_A = IBdl \sin \alpha.$$

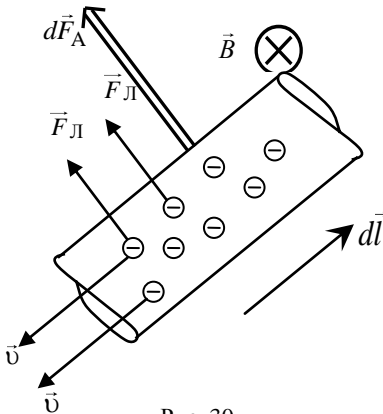


Рис. 30

Принимая во внимание, что α – угол между $d\vec{l}$ и \vec{B} , сила Ампера может быть записана в векторном виде следующим образом:

$$d\vec{F}_A = I \left[d\vec{l} \times \vec{B} \right]. \quad (2.13)$$

Вычислим силу взаимодействия двух параллельных бесконечно длинных прямых проводников с током в вакууме (рис. 31).

На элемент тока $I_1 d\vec{l}_1$, находящийся в магнитном поле тока I_2 , действует сила Ампера

$$d\vec{F}_{1,2} = I_1 \left[d\vec{l}_1 \times \vec{B}_2 \right]. \quad (2.14)$$

Ток I_2 в месте нахождения элемента $I_1 d\vec{l}_1$ (подразд. 1.3) создает магнитное поле, индукция которого

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi b}, \quad (2.15)$$

где b – расстояние между проводниками.

На элемент тока $I_2 d\vec{l}_2$, находящийся в магнитном поле тока I_1 действует сила Ампера

$$d\vec{F}_{2,1} = I_2 \left[d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1 \right]. \quad (2.16)$$

Формула для индукции \vec{B}_1 магнитного поля тока I_1 в месте нахождения элемента тока $I_2 d\vec{l}_2$ (подразд. 1.3) имеет вид

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b}. \quad (2.17)$$

Из (2.14), (2.15), а также (2.16), (2.17) следует:

$$dF_{12} = I_1 dl_1 B_2 \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{b} dl_1;$$

$$dF_{21} = I_2 dl_2 B_1 \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{b} dl_2.$$

Таким образом, сила взаимодействия на единицу длины проводника пропорциональна произведению сил токов и обратно пропорциональна расстоянию b между проводниками:

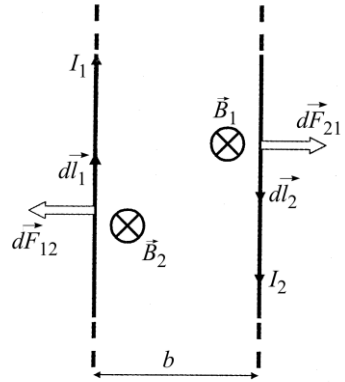


Рис. 31

$$\frac{dF_{12}}{dl_1} = \frac{dF_{21}}{dl_2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{b}$$

Полученные результаты находятся в полном согласии с экспериментальным законом Ампера (подразд. 1.1). На рис. 31 видно, что токи противоположного направления отталкиваются. В случае токов одного направления должно наблюдаться, как следует из формул (2.14) и (2.16), взаимное притяжение проводников.

2.4. Прямоугольный контур с током в однородном магнитном поле

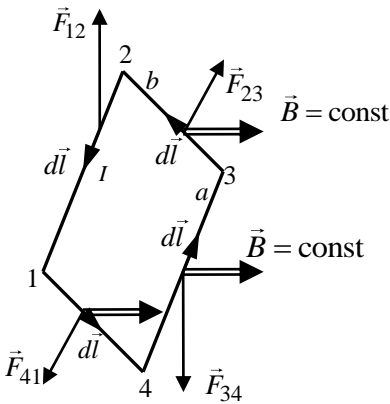


Рис. 32

Рассмотрим прямоугольную плоскую рамку с током, помещенную в однородное магнитное поле (рис. 32) так, чтобы линии магнитной индукции были перпендикулярны участкам 1–2 и 3–4 рамки. Для упрощения рисунка провода, подводящие ток к рамке, не показаны. Сдвоенные стрелки представляют вектор магнитной индукции.

Рассматриваемая модель является фундаментальной для понимания работы электродвигателя постоянного тока, представляющего

собой совокупность таких рамок с током.

Итак, пусть I – сила тока, текущего по рамке прямоугольной формы со сторонами a и b , $\vec{F}_{12}, \vec{F}_{23}, \vec{F}_{34}, \vec{F}_{41}$ – силы Ампера, приложенные к соответствующим сторонам рамки (рис. 32). Из (2.13) следует, что силы \vec{F}_{23} и \vec{F}_{41} равны по величине и противоположны по направлению. При заданном направлении \vec{B} силы \vec{F}_{23} и \vec{F}_{41} приводят только к деформации рамки: в зависимости от направления тока они сжимают или растягивают ее.

Докажем, что силы \vec{F}_{12} и \vec{F}_{34} образуют пару сил, приводя рамку во вращение. На рис. 33 дано изображение сечения рамки, показанной на рис. 32, плоскостью, перпендикулярной сторонам 1–2 и 3–4. На этом рисунке \vec{p}_m – магнитный момент прямоугольного контура с током. Направление \vec{p}_m связано с направлением тока в контуре правилом правого винта (рис. 2):

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где $S = ab$ – площадь прямоугольного контура; \vec{n} – единичный вектор нормали к плоскости рамки. На стороны рамки 1–2 и 3–4 действуют силы Ампера \vec{F}_{12} и \vec{F}_{34} (рис. 33), противоположные по направлению и равные по величине:

$$F_{12} = \int_1^2 dF_A = \int_1^2 IdlB \sin \frac{\pi}{2} = IB \int_1^2 dl = IBa;$$

$$F_{34} = \int_3^4 dF_A = \int_3^4 IdlB \sin \frac{\pi}{2} = IB \int_3^4 dl = IBa.$$

Таким образом, действительно \vec{F}_{12} и \vec{F}_{34} образуют пару сил, приводя рамку во вращение. Механический момент M пары сил, расстояние между линиями действия которых равно c (рис. 33), определяется формулой

$$M = F_{12}c = F_{12}b \sin \alpha = IBab \sin \alpha = ISB \sin \alpha.$$

Так как $IS = p_m$, получаем

$$M = p_m B \sin \alpha. \quad (2.18)$$

Или в векторном виде

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]. \quad (2.19)$$

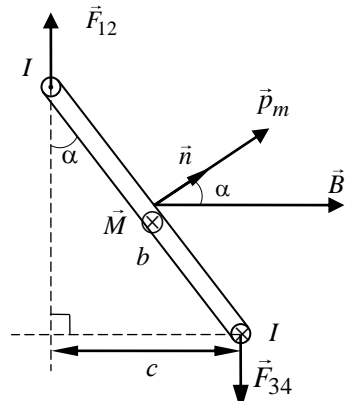


Рис. 33

Вывод. В однородном магнитном поле на прямоугольный контур с током действует пара сил, приводящая его к вращению в направлении положения устойчивого равновесия. При этом ось вращения перпендикулярна вектору магнитной индукции и магнитному моменту контура.

Можно показать, что формула (2.19) справедлива и для плоского контура произвольной формы [2].

Случай, когда $\alpha = 0$, т. е. вектор магнитного момента контура и вектор магнитной индукции имеют одинаковое направление, соответствует положению устойчивого равновесия контура ($M = 0$). При этом силы, действующие на отдельные участки, стремятся растянуть контур в его плоскости.

Случай, когда $\alpha = \pi$, т. е. вектор магнитного момента контура противоположно направлен вектору магнитной индукции, соответствует положе-

нию неустойчивого равновесия. При этом силы, действующие на отдельные участки контура, будут сжимать его.

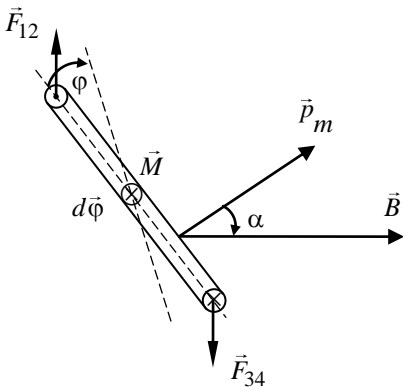


Рис. 34

При $\alpha = \frac{\pi}{2}$ механический момент пары сил максимален (подразд. 1.1).

Вычислим работу сил Ампера по повороту контура (рис. 34). Пусть α_1 и α_2 характеризуют начальное и соответственно конечное положение контура в магнитном поле.

Из механики известно [6], что элементарная работа при вращательном движении

$$\delta A = \vec{M} d\vec{\phi},$$

где \vec{M} – вращательный момент, а $d\vec{\phi}$ – элементарный угол поворота контура. Из рис. 34 видно, что увеличению ϕ соответствует уменьшение α . Следовательно, $d\phi = -d\alpha$ и элементарная работа по повороту контура

$$\delta A = -M d\alpha = -p_m B \sin \alpha d\alpha.$$

При изменении α от значения α_1 до значения α_2 формула для работы сил Ампера по повороту контура в однородном магнитном поле имеет вид

$$A = - \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} p_m B \sin \alpha d\alpha = p_m B (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) = (-p_m B \cos \alpha_1) - (-p_m B \cos \alpha_2). \quad (2.20)$$

Полученное выражение для работы сил Ампера позволяет ввести понятие энергии контура с током в магнитном поле. Из (2.20) видно, что энергия контура с током в магнитном поле определяется с точностью до некоторой постоянной:

$$W_m = -p_m B \cos \alpha + \text{const.}$$

Эту постоянную удобно взять равной нулю. Тогда

$$W_m = -p_m B \cos \alpha. \quad (2.21)$$

Устойчивому положению контура ($\alpha = 0$) соответствует минимум энергии:

$$W_m = -p_m B.$$

Неустойчивому положению контура ($\alpha = \pi$) соответствует максимум энергии:

$$W_m = p_m B.$$

Как следует из (2.20) и (2.21), работа сил Ампера

$$A = W_{m1} - W_{m2} = -\Delta W_m, \quad (2.22)$$

где W_{m1} и W_{m2} – энергия контура в начальном и конечном положениях, соответственно. Элементарная работа связана с изменением энергии контура следующим соотношением:

$$\delta A = -dW_m. \quad (2.23)$$

2.5. Контур с током в неоднородном магнитном поле

Рассмотрим плоский контур с током в неоднородном магнитном поле (рис. 35). Пусть (для простоты) контур имеет форму окружности. Предположим также, что магнитная индукция увеличивается в положительном направлении оси x , совпадающем с направлением вектора магнитной индукции \vec{B} . Сила Ампера $d\vec{F}$, действующая на элемент контура $d\vec{l}$, перпендикулярна к вектору \vec{B} (рис. 35, а). Так что силы, приложенные к различным элементам контура, образуют симметричный конический «веер» (рис. 35, б, в).

Если магнитный момент контура \vec{p}_m ориентирован по полю ($\alpha = 0$) (рис. 35, б), то результирующая всех сил \vec{F} направлена в сторону увеличения густоты линий магнитной индукции, т. е. контур будет втягиваться в область более сильного поля. Втягивание будет тем сильнее, чем больше модуль градиента поля $\frac{dB}{dx}$. Докажем это утверждение.

С учетом (2.23) элементарная работа сил поля

$$\delta A = F dx = -dW_m.$$

Следовательно,

$$F = -\frac{dW_m}{dx}. \quad (2.24)$$

Для контура малых размеров, когда магнитную индукцию в точках плоскости, ограниченной контуром, можно считать одинаковой, согласно (2.21) в случае $\alpha = 0$ имеем выражение

$$W_m = -p_m B,$$

после подстановки его в (2.24) получаем

$$F = p_m \frac{dB}{dx},$$

что и требовалось доказать: сила пропорциональна градиенту магнитной индукции.

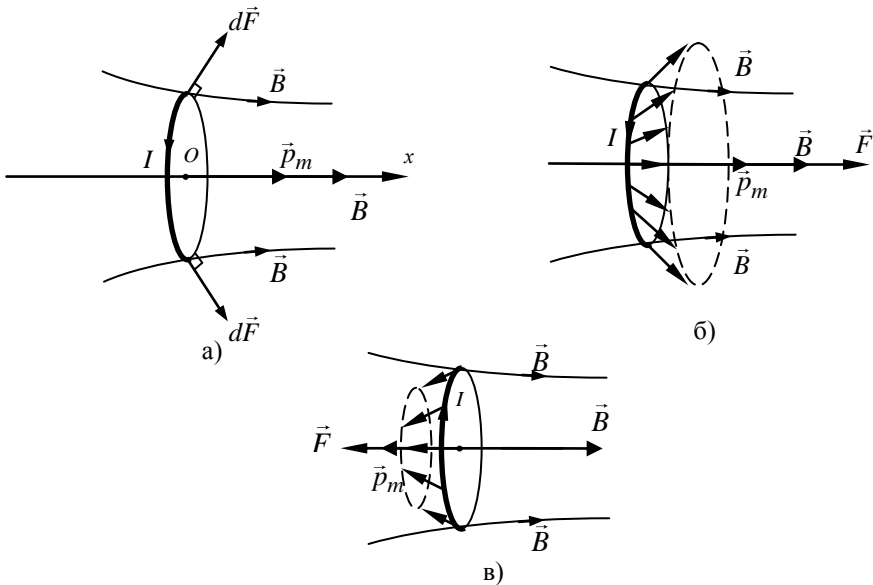


Рис. 35

В случае, когда магнитный момент контура \vec{p}_m ориентирован в направлении, противоположном полю ($\alpha = \pi$) (рис. 34, в), контур будет выталкиваться в область более слабого поля.

В общем случае неоднородного поля, когда \vec{B} не перпендикулярен плоскости контура ($\alpha \neq 0, \alpha \neq \pi$), на контур с током будут действовать пара сил, стремящихся повернуть контур, и сила, приводящая к его поступательному движению. Величина последней будет зависеть не только от градиента поля, но и от ориентации контура в пространстве.

Когда \vec{B} зависит только от одной координаты, подстановка (2.21) в (2.24) дает величину силы, обуславливающей поступательное перемещение контура:

$$F = p_m \frac{dB}{dx} \cos \alpha. \quad (2.25)$$

В общем случае неоднородного поля, когда \vec{B} есть функция всех координат, сила, действующая на контур с током, определяется выражением

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial W_m}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial W_m}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial W_m}{\partial z} \vec{k}\right) = -\text{grad}W_m. \quad (2.26)$$

Подставив выражение (2.21) в (2.26), получаем выражение для силы, действующей на малый по размерам контур с током:

$$\vec{F} = -\text{grad}(-p_m B \cos \alpha) = \text{grad}(\vec{p}_m \vec{B}). \quad (2.27)$$

Соотношение (2.27) показывает, что действие магнитного поля на контур с током зависит от магнитной индукции, от свойств контура (\vec{p}_m) и от его ориентации в пространстве (α).

2.6. Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле. Магнитный поток

Рассмотрим простейшую замкнутую цепь, изображенную на рис. 36, в которой наряду с источником постоянного тока имеется прямолинейный проводник, который может свободно перемещаться в горизонтальной плоскости. Проводник находится в хорошем электрическом контакте с другими проводниками цепи. Пусть I – сила тока в цепи, магнитное поле однородно, а вектор магнитной индукции \vec{B} перпендикулярен к плоскости проводящего

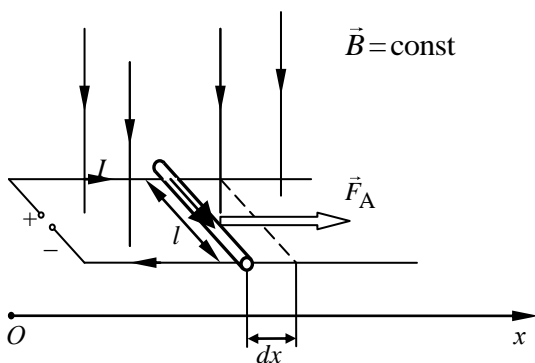


Рис. 36

контура. Для указанных на рисунке направлений тока и поля на подвижный проводник длиной l будет действовать сила Ампера \vec{F}_A , направленная вправо вдоль оси Ox . Согласно (2.13)

$$F_A = IB \sin \frac{\pi}{2} = IB.$$

Для элементарной работы силы Ампера δA справедливо выражение

$$\delta A = F_A dx = IB dx = IB dS, \quad (2.28)$$

где dx – элементарное перемещение подвижного проводника вдоль оси OX , а $dS = l dx$ – площадь, пересекаемая проводником с током при его движении.

Полученный результат (2.28) легко обобщить на случай неоднородного поля и проводника произвольной формы. Для этого нужно разбить проводник на отдельные участки $d\vec{l}$ и сложить элементарные работы, совершаемые при перемещении каждого из них (рис. 37). В пределах малой площадки dS магнитную индукцию B можно считать постоянной. Найдем работу, совершаемую при произвольном бесконечно малом перемещении элемента тока $I d\vec{l}$ вдоль оси OX (рис. 37). Пусть элемент тока переместился на $dx \vec{i}$, где \vec{i} – единичный вектор направления OX . При этом сила Ампера совершит работу:

$$\delta A = d\vec{F}_A dx\vec{i} = I \left[d\vec{l} \times \vec{B} \right] dx\vec{i}. \quad (2.29)$$

Осуществив в (2.29) циклическую перестановку сомножителей, получим

$$\delta A = I \vec{B} \left[dx\vec{i} \times d\vec{l} \right]. \quad (2.30)$$

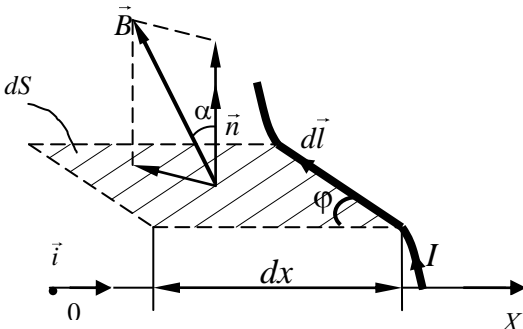


Рис. 37

Векторное произведение $\left[dx\vec{i} \times d\vec{l} \right]$ равно по модулю площади параллелограмма, построенного на векторах $dx\vec{i}$ и $d\vec{l}$:

$$\left| \left[dx\vec{i} \times d\vec{l} \right] \right| = dx dl \sin \varphi = dS,$$

т. е. площади, пересекаемой элементом тока при его перемещении. Направление

векторного произведения по правилу правого винта совпадает с направлением нормали к площадке dS (рис. 37). Таким образом, (2.30) можно записать в виде

$$\delta A = IB dS \cos \alpha = IB_n dS, \quad (2.31)$$

где α – угол между вектором магнитной индукции \vec{B} и вектором нормали \vec{n} к поверхности dS ; B_n – проекция вектора магнитной индукции на направление нормали к поверхности dS .

Полученный результат (2.31) можно представить в более удобном виде, если ввести понятие потока вектора магнитной индукции (магнитного потока) аналогично тому, как вводилось понятие потока вектора напряженности в электростатике [3]. В общем случае неоднородного магнитного поля произвольную поверхность S можно разбить на бесконечно малые элементы dS (рис. 38). Каждый элемент поверхности можно рассматривать как плоскую площадку, а поле в пределах ее – как однородное. Пусть \vec{n} – единичный вектор нормали к площадке dS . Для потока вектора магнитной индукции через элемент поверхности dS справедливо выражение

$$d\Phi = B \cos \alpha dS = B_n dS ,$$

а для потока через всю рассматриваемую поверхность –

$$\Phi = \int_S B_n dS .$$

Заметим, что поток вектора \vec{B} – величина алгебраическая, знак которой зависит от знака проекции B_n , который, в свою очередь, зависит от выбора направления нормали \vec{n} . Принято связывать направление нормали с направлением тока в проводящем контуре правилом правого винта (подразд. 1.1).

Введение понятия потока позволяет переписать выражение (2.31) для элементарной работы в виде

$$\delta A = I d\Phi . \tag{2.32}$$

Если контур с постоянным током совершает конечное перемещение, то

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) , \tag{2.33}$$

где Φ_1 и Φ_2 – потоки магнитной индукции, сцепленные с контуром в начале и в конце его перемещения соответственно.

Если контур состоит из N последовательно соединенных одинаковых витков, то вводится величина

$$\Psi = N\Phi ,$$

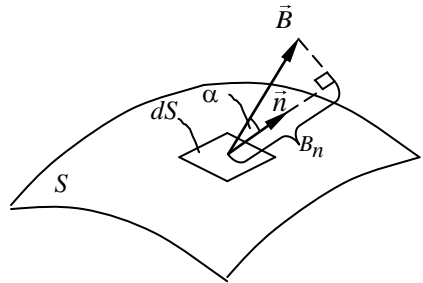


Рис. 38

которая называется потокоцеплением или полным потоком магнитной индукции. В этом случае выражение (2.33) для работы, совершаемой силами магнитного поля по перемещению контура с током, имеет вид

$$A = I(\Psi_2 - \Psi_1). \quad (2.34)$$

В заключение отметим, что работа силы Ампера во всех рассмотренных выше случаях совершается не за счет энергии магнитного поля, а за счет энергии источника, поддерживающего ток в контуре постоянным. Далее в курсе общей физики будет показано, что любое изменение магнитного потока, сцепленного с проводящим контуром, сопровождается возникновением в нем эдс индукции:

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

При этом источник совершает дополнительную работу против эдс индукции, определяемую выражением

$$A = -\int_{t_1}^{t_2} E_i I dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\Phi}{dt} I dt = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} I d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

что совпадает с (2.33).

3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

3.1. Классификация магнетиков. Магнитные свойства атомов

Магнетики – так называются вещества в магнетизме. Это связано с тем, что все без исключения вещества в той или иной степени влияют на магнитное поле, ослабляя или усиливая его.

На рис. 39 представлена схема опыта по изучению действия магнитного поля на различные вещества [7]. Сравнение показаний динамометра до и после включения постоянного тока в соленоиде указывает на три возможных типа взаимодействия.

Первый тип взаимодействия: относительно слабое вытягивание магнетика в область более сильного поля. Такие вещества называются парамагнетиками. К парамагнетикам относятся, например, алюминий, платина, натрий, хлористая медь, жидкий кислород и др.

Второй тип взаимодействия: относительно слабое выталкивание магнетика в область менее интенсивного поля. Эти вещества называются диамагнетиками. К ним относятся медь, серебро, висмут, углерод, вода, жидкий азот и др.

Третий тип взаимодействия: для веществ этого класса наблюдалось вытягивание в область более сильного поля, и их можно было бы, формально, отнести к первому типу взаимодействия. Однако эффект в тысячи, десятки тысяч раз превосходит силы, наблюдавшиеся для парамагнетиков и диамагнетиков. Эти вещества называются ферромагнетиками. К ним относятся, например, железо, кобальт, никель и др.

Почему же вещества по-разному взаимодействуют с магнитным полем? Естественно предположить, что то или иное взаимодействие магнетиков с магнитным полем обусловлено магнитными свойствами атомов. Еще в начале XIX столетия Ампер выдвинул гипотезу молекулярных токов, согласно которой каждому атому (молекуле) можно сопоставить некоторый круговой ток с соответствующим магнитным моментом. В современной физике маг-

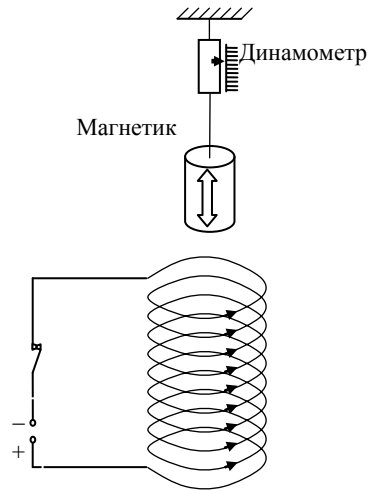


Рис. 39

нитный момент атома рассматривается как суммарный магнитный момент, связанный с орбитальным движением электронов вокруг ядра, собственным магнитным моментом электронов и с магнитным моментом ядра:

$$\vec{p}_m = \sum_{i=1}^Z (\vec{p}_{oi} + \vec{p}_{si}) + \vec{p}_я, \quad (3.1)$$

где Z – число электронов в атоме; \vec{p}_m – суммарный магнитный момент атома; \vec{p}_{oi} – орбитальный магнитный момент i -го электрона, обусловленный движением электрона вокруг ядра; \vec{p}_{si} – собственный магнитный момент i -го электрона; $\vec{p}_я$ – суммарный магнитный момент ядра, обусловленный магнитными моментами входящих в состав ядра протонов и нейтронов.

Как показывает опыт, магнитный момент ядра мал по своей величине, и им можно пренебречь по сравнению с магнитными моментами электронов, считая, что магнитный момент атома равен векторной сумме орбитальных и собственных магнитных моментов электронов.

Рассмотрим движение электрона по круговой орбите радиуса r вокруг ядра как круговой контур с током (рис. 40). Если электрон за одну секунду делает ν оборотов, то сила тока в таком контуре

$$I = e\nu = e \frac{\omega}{2\pi},$$

где e – модуль заряда электрона; ω – циклическая частота. Тогда для орбитального магнитного момента такого контура площадью $S = \pi r^2$ получаем

$$p_o = IS = \frac{1}{2} e\omega r^2. \quad (3.2)$$

Направление тока I противоположно скорости электрона \vec{v} , так как заряд электрона – отрицательный (рис. 40).

Здесь уместно ввести понятие гиромангнитного отношения γ – отношения орбитального магнитного момента электрона \vec{p}_o к его орбитальному моменту импульса \vec{L}_o :

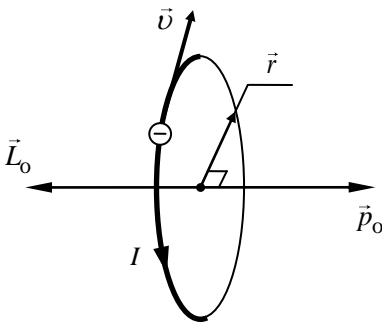


Рис. 40

$$\gamma = \frac{\vec{p}_0}{\vec{L}_0}. \quad (3.3)$$

Момент импульса (момент количества движения) был определен в разделе «Механика» [6]:

$$L_0 = mvr = m\omega r^2, \quad (3.4)$$

где m – масса электрона. Вектор \vec{L}_0 направлен противоположно вектору \vec{p}_0 (рис. 40).

Как видно из (3.2)–(3.4), связь между векторами \vec{p}_0 и \vec{L}_0 можно выразить в виде

$$\vec{p}_0 = \gamma \vec{L}_0, \quad (3.5)$$

где гиромагнитное отношение для орбитального движения электрона

$$\gamma = -\frac{e}{2m}. \quad (3.6)$$

Из (3.6) следует, что гиромагнитное отношение не зависит от параметров орбитального движения электрона и для всех электронов одинаково.

Электрон обладает также собственным магнитным моментом \vec{p}_S и собственным моментом импульса \vec{L}_S . Последний называют также спином. Соответственно собственный магнитный момент называют спиновым магнитным моментом. Собственные моменты электрона имеют квантовую природу и являются такими же неотъемлемыми его характеристиками, как масса и заряд. Опыт показывает, что собственный магнитный и механический моменты электрона связаны соотношением

$$\vec{p}_S = \gamma_S \vec{L}_S, \quad (3.7)$$

где $\gamma_S = -\frac{e}{m}$ – гиромагнитное отношение для этих моментов. Рассмотренные ранее орбитальные моменты могут различаться для разных электронов атома. В отличие от них величины собственных магнитных моментов \vec{p}_S одинаковы у всех электронов, это же справедливо и для собственных механических моментов \vec{L}_S . Например, они одинаковы у свободного и у связанного в атоме электронов.

В атоме (молекуле) векторная сумма орбитальных и собственных магнитных моментов электронов равна полному магнитному моменту атома (молекулы). Вследствие этого атомы (молекулы) можно рассматривать как

микроскопические круговые контура с током, получившие в физике название молекулярных токов Ампера.

Как показывает опыт, для парамагнетиков и ферромагнетиков суммарный магнитный момент атомов (молекул) отличен от нуля. Для диамагнетиков при отсутствии магнитного поля он равен нулю. Явления парамагнетизма, диамагнетизма и ферромагнетизма будут рассмотрены соответственно в подразд. 3.2, 3.3 и 3.5.

3.2. Парамагнетики

Итак, магнитные моменты атомов парамагнетика не равны нулю. В отсутствие магнитного поля тепловое движение атомов магнетика приводит к тому, что ориентация их магнитных моментов носит случайный характер.

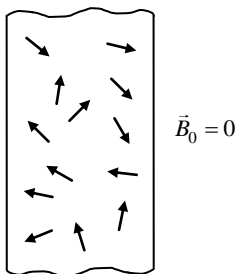


Рис. 41, а

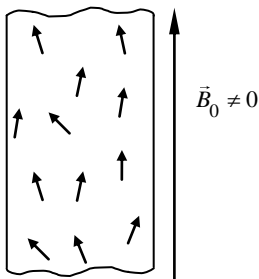


Рис. 41, б

Если парамагнетик поместить в магнитное поле с индукцией \vec{B}_0 , то на каждый атом парамагнетика, как на рамку с током в магнитном поле (подразд. 2.4), будет действовать момент сил, стремящийся повернуть частицу так, чтобы ее магнитный момент \vec{p}_m был направлен вдоль линий магнитной индукции. Совместное действие поля и теплового движения атомов приведет к появлению преимущественной ориентации магнитных моментов атомов вдоль линий магнитной индукции. Для наглядности на рис. 41 маленькие стрелки представляют ориентацию магнитных моментов атомов парамагнетика при выключенном (рис. 41, а) и включенном (рис. 41, б) магнитном поле. Для характеристики влияния магнитного поля на магнетик вводится вектор намагничивания (намагниченность) \vec{J} , равный магнитному моменту единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \frac{1}{V} \sum_{j=1}^N \vec{p}_{mj}, \quad (3.8)$$

где $\sum_{j=1}^N \vec{p}_{mj}$ – векторная сумма магнитных моментов атомов в физически малом объеме V с числом атомов N . Напомним, что под физически малым

объемом понимается объем, с одной стороны, содержащий достаточно большое количество молекул, чтобы можно было проводить статистическое усреднение. С другой стороны, объем настолько мал, что концентрацию молекул в его пределах можно считать одинаковой, а магнитное поле – однородным.

Докажем, что парамагнетики усиливают магнитное поле. Рассмотрим некоторый парамагнетик, имеющий форму цилиндра и помещенный в однородное магнитное поле параллельно линиям магнитной индукции. На рис. 42 схематично показаны молекулярные токи Ампера в одном из сечений намагниченного парамагнетика. Токи Ампера в объеме парамагнетика компенсируются противоположно направленными соседними токами Ампера. Поэтому эти токи не создают макроскопического поля вне или внутри магнетика. Не компенсируются только молекулярные токи, выходящие на внешнюю поверхность магнетика. Таким образом, в результате намагничивания парамагнетика можно говорить о некотором поверхностном токе и характеризовать его поверхностной плотностью тока I' (сила тока на единицу длины магнетика). Поверхностный ток создает собственное магнитное поле парамагнетика \vec{B}' , направление которого совпадает с направлением внешнего магнитного поля \vec{B}_0 . По принципу суперпозиции результирующее поле в парамагнетике

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \quad (3.9)$$

В скалярной форме для однородно намагниченного парамагнетика

$$B = B_0 + B' \quad (3.10)$$

Из (3.10) следует, что $B > B_0$, т. е. магнитное поле в парамагнетике больше внешнего поля.

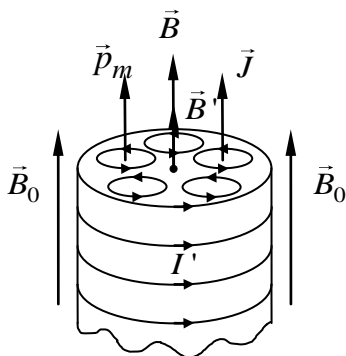


Рис. 42

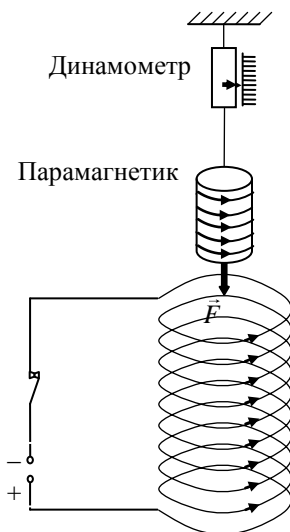


Рис. 43

На рис. 43, который является копией рис. 39 для случая парамагнетика, видно, что направление тока I' по поверхности совпадает с направлением тока в соленоиде, создающем внешнее поле. Токи одинакового направления притягиваются (подразд. 1.1 и 2.3). Таким образом, наличие у атомов парамагнетиков магнитных моментов, отличных от нуля, обуславливает их притяжение к обмотке соленоида, т. е. в область более сильного поля.

3.3. Диамагнетики

В отличие от атома парамагнетика суммарный магнитный момент атома диамагнетика равен нулю. Однако это не означает, что диамагнетики не влияют на магнитное поле. В этом подразделе будет показано, как у диамагнетиков, помещенных в магнитное поле, появляется так называемое индуцированное намагничивание, ослабляющее внешнее магнитное поле.

Рассмотрим движение электрона по круговой орбите радиуса r в атоме, помещенном в магнитное поле с индукцией \vec{B}_0 (рис. 44, а). Пусть \vec{p}_0 – орбитальный магнитный момент электрона, \vec{L}_0 – момент импульса электрона. Орбитальное движение электрона можно рассматривать как элементарный контур с током, на который со стороны магнитного поля действует вращательный момент пары сил (2.19):

$$\vec{M} = [\vec{p}_0 \times \vec{B}_0].$$

С учетом (3.5), получаем

$$\vec{M} = \gamma[\vec{L}_0 \times \vec{B}_0]. \quad (3.11)$$

Согласно закону изменения момента импульса [6]

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{M}. \quad (3.12)$$

Из (3.11) и (3.12) следует

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \gamma[\vec{L}_0 \times \vec{B}_0]. \quad (3.13)$$

Так как сила Лоренца, действующая на движущийся электрон, работу не совершает (подразд. 2.1), скорость и момент импульса электрона не меняются

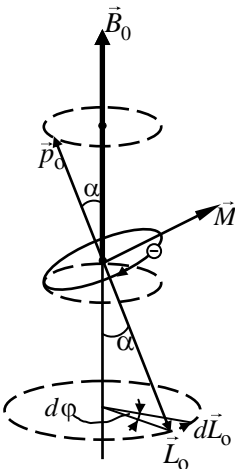


Рис. 44, а

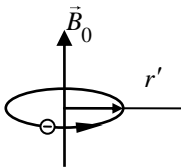
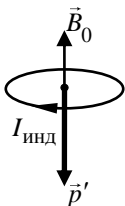


Рис. 44, б



по величине и магнитное поле приводит только к изменению направления вектора момента импульса. Из (3.13) следует, что вектор $d\vec{L}_0$ перпендикулярен плоскости, содержащей \vec{L}_0 и \vec{B}_0 . Следовательно, конец вектора \vec{L}_0 движется по окружности, лежащей в плоскости, перпендикулярной \vec{B}_0 (рис. 44, а), и за время dt перемещается на угол $d\varphi$, который определяется выражением

$$d\varphi = \frac{dL_0}{L_0 \sin \alpha} = \frac{|\gamma| L_0 B_0 \sin \alpha dt}{L_0 \sin \alpha} = |\gamma| B_0 dt.$$

Отсюда находим угловую скорость ω_L движения по окружности конца вектора \vec{L}_0

$$\omega_L = \frac{d\varphi}{dt} = |\gamma| B_0. \quad (3.14)$$

Конец вектора \vec{p}_0 , противоположного по направлению вектору \vec{L}_0 , также движется по окружности с угловой скоростью ω_L . Такому движению векторов \vec{p}_0 и \vec{L}_0 соответствует сложное движение электрона: его орбита как бы «катается» по плоскости, перпендикулярной направлению вектора магнитной индукции (рис. 44, а). Это явление в физике получило название *прецессия орбиты электрона*. Частота прецессии орбиты электрона называется частотой Лармора. Заметим, что частота Лармора не зависит от параметров орбиты или скорости электрона. Она одинакова для всех электронов атома и определяется только величиной магнитной индукции (формула (3.14)).

Сложное движение электрона можно рассматривать как суперпозицию двух движений: по круговой орбите радиуса r вокруг ядра и по окружности радиуса r' в плоскости, перпендикулярной линиям магнитной индукции (рис. 44, б). Второе движение можно трактовать как индуцированный (наведенный) ток. При этом направление индуцированного тока $I_{\text{инд}}$ противоположно направлению движения электрона (рис. 44, в). Соответствующий магнитный момент индуцированного тока \vec{p}' направлен противоположно индукции магнитного поля \vec{B}_0 (рис. 44, в). Для магнитного момента индуцированного тока справедливо выражение, аналогичное выражению (3.2):

$$p' = \frac{1}{2} e \omega_L (r')^2 = \frac{e |\gamma| (r')^2}{2} B_0. \quad (3.15)$$

Соотношение (3.15) написано для одного электрона в атоме.

Если диамагнетик находится в магнитном поле, то можно говорить о суммарном индуцированном магнитном моменте атома \vec{p}'_m , связанном со всеми электронами и направленном противоположно вектору магнитной индукции: $\vec{p}'_m = \sum_{i=1}^Z \vec{p}'_i$, где \vec{p}'_i – индуцированный магнитный момент i -го электрона в атоме, Z – число электронов в атоме. Пренебрегая магнитным моментом ядра, соотношение (3.1) для магнитного момента атома в магнитном поле можно написать в виде

$$\vec{p}_m = \sum_{i=1}^Z (\vec{p}_{Oi} + \vec{p}_{Si}) + \vec{p}'_m. \quad (3.16)$$

Для диамагнетиков первое слагаемое $\sum_{i=1}^Z (\vec{p}_{Oi} + \vec{p}_{Si})$ равно нулю, поэтому магнитный момент атома определяется только величиной индуцированного магнитного момента \vec{p}'_m , имеющего направление, противоположное направлению вектора магнитной индукции. В этом состоит диамагнитный эффект. Характеристикой намагничивания диамагнетика является вектор намагничивания (подразд. 3.2, формула (3.8)):

$$\vec{J}' = \frac{1}{V} \sum_{j=1}^N \vec{p}'_{mj}.$$

Для диамагнетика направление вектора намагничивания противоположно направлению магнитной индукции.

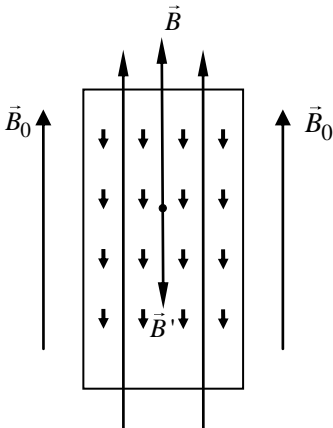


Рис. 45

Рассмотрим диамагнетик в форме прямого цилиндра в однородном магнитном поле, расположенный параллельно линиям магнитной индукции. Тогда можно говорить, как и в случае с парамагнетиками (подразд. 3.2), о некотором поверхностном токе и характеризовать его поверхностной плотностью тока I' . Этот ток создает собственное магнитное поле диамагнетика \vec{B}' , направление которого противоположно направлению внешнего магнитного поля \vec{B}_0 (рис. 45). По принципу

суперпозиции для результирующего поля в диамагнетике получаем

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' . \quad (3.17)$$

В скалярной форме для однородно намагниченного диамагнетика

$$B = B_0 - B' . \quad (3.18)$$

Из (3.18) следует, что $B < B_0$, т. е. магнитное поле в диамагнетике меньше внешнего.

На рис. 46, который является копией рис. 39 для случая диамагнетика, видно, что ток I' по поверхности магнетика и ток в соленоиде противоположны по направлению. А токи противоположного направления отталкиваются (подразд. 1.1 и 2.3). Таким образом, диамагнетик выталкивается в область менее интенсивного поля.

Диамагнитный эффект имеет место у всех веществ. Формула (3.16) справедлива и для парамагнетиков. Однако у парамагнетиков диамагнитный эффект играет второстепенную роль, так как индуцированные магнитные моменты оказываются меньше магнитных моментов атомов парамагнетика:

$$|\vec{p}'_m| < \left| \sum_{i=1}^Z (\vec{p}_{oi} + \vec{p}_{si}) \right| \neq 0 .$$

По этой причине диамагнитным эффектом в парамагнетиках можно пренебречь по сравнению с парамагнитным.

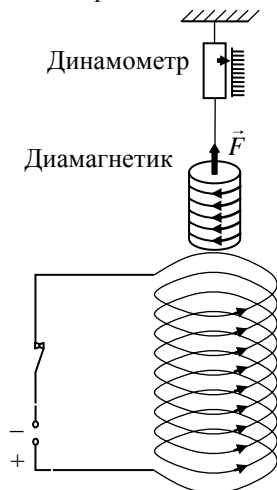


Рис. 46

3.4. Характеристики магнитного поля в магнетиках

Магнитное поле в магнетиках \vec{B} является результатом суперпозиции внешнего поля \vec{B}_0 и собственного магнитного поля магнетика \vec{B}' :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' .$$

В общем случае для произвольного замкнутого контура l в магнетике по теореме о циркуляции вектора магнитной индукции (подразд. 1.6) имеем

$$\oint_l B_l dl = \mu_0 (I + I_m) . \quad (3.19)$$

Ток, охватываемый контуром l , представлен как алгебраическая сумма токов проводимости I и алгебраическая сумма молекулярных токов Ампера I_m , проходящих через поверхность S , ограниченную контуром l (рис. 47).

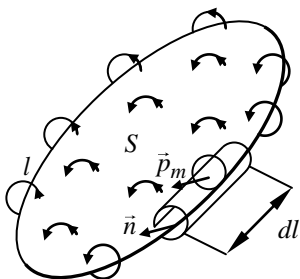


Рис. 47

Найдем вклад dI_m токов, которые охватывают малый элемент dl контура. Построим косоугольный цилиндр, ось которого совпадает с dl , основания параллельны плоскостям круговых молекулярных токов (рис. 48).

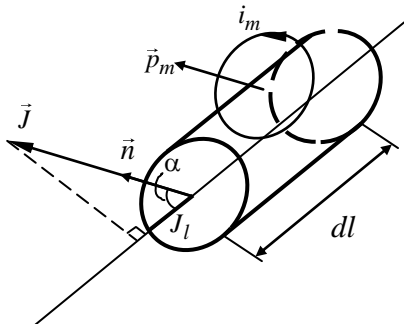


Рис. 48

Молекулярные токи, не охватывающие контур, дважды пересекают эту поверхность: один раз в одном направлении, другой раз – в противоположном. Вклад таких токов в суммарный ток I_m равен нулю. Молекулярные токи, охватывающие контур l , пересекают поверхность S один раз и должны быть учтены в сумме токов Ампера I_m .

Площадь основания косоугольного цилиндра равна площади S_m , ограниченной молекулярным током. Как видно из рис. 48, элемент контура dl , образующий с направлением вектора намагничивания \vec{J} угол α , охватывается теми молекулярными токами, центры которых попадают внутрь косоугольного цилиндра объемом dV , который определяется формулой

$$dV = S_m dl \cos \alpha.$$

Если n – число атомов (молекул) в единице объема магнетика, то для суммарного тока, охватывающего элемент dl , получаем

$$dI_m = i_m n S_m \cos \alpha dl,$$

где i_m – сила молекулярного тока, магнитный момент которого

$$p_m = i_m S_m.$$

Следовательно, выражение $i_m n S_m$ представляет собой магнитный момент единицы объема, т. е. модуль вектора \vec{J} , а $i_m n S_m \cos \alpha = J_l$, где J_l –

проекция вектора \vec{J} на направление элемента $d\vec{l}$. Таким образом, для суммарного молекулярного тока, охватывающего элемент $d\vec{l}$, получаем

$$dI_m = J_l dl. \quad (3.20)$$

Полную сумму молекулярных токов получим, проинтегрировав (3.20) по замкнутому контуру l :

$$\oint_l J_l dl = I_m. \quad (3.21)$$

Иными словами, циркуляция вектора намагничивания по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме молекулярных токов, проходящих через поверхность S , ограниченную этим контуром.

Подстановка (3.21) в (3.19) приводит к выражению

$$\oint_l \frac{B_l}{\mu_0} dl = I + \oint_l J_l dl,$$

откуда

$$\oint_l \left(\frac{B_l}{\mu_0} - J_l \right) dl = I. \quad (3.22)$$

Введем вектор напряженности магнитного поля

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \quad (3.23)$$

Равенство (3.23) является определением напряженности магнитного поля. Тогда для проекции напряженности магнитного поля на направление элементарного перемещения получаем

$$H_l = \frac{B_l}{\mu_0} - J_l. \quad (3.24)$$

Подстановка (3.24) в (3.22) приводит к теореме о циркуляции напряженности магнитного поля:

$$\oint_l H_l dl = I. \quad (3.25)$$

Таким образом, циркуляция напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром. Если контур проведен внутри проводящей среды, в которой текут токи проводимости, то (3.25) удобно представить в виде

$$\oint_l H_l dl = \int_S j_n dS, \quad (3.26)$$

где j_n – проекция вектора плотности тока проводимости на направление нормали к элементу поверхности dS .

Из (3.23) следует

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}). \quad (3.27)$$

Как показывает опыт, намагниченность \vec{J} для пара- и диамагнетиков пропорциональна напряженности магнитного поля:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}. \quad (3.28)$$

Коэффициент пропорциональности χ называется магнитной восприимчивостью.

Подстановка (3.28) в (3.27) дает связь между напряженностью и магнитной индукцией:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

где $\mu = 1 + \chi$ называется магнитной проницаемостью вещества. Магнитная восприимчивость χ и магнитная проницаемость μ – величины, характеризующие магнитные свойства диамагнетиков и парамагнетиков.

У диамагнетиков магнитные моменты атомов (молекул) и вектор намагниченности \vec{J} направлены противоположно вектору магнитной индукции и напряженности магнитного поля. Для диамагнетиков $\chi = -(10^{-6} \dots 10^{-5}) < 0$, $\mu < 1$.

У парамагнетиков магнитные моменты атомов (молекул), вектор намагниченности \vec{J} , вектор магнитной индукции и напряженность магнитного поля направлены в одну сторону. Для парамагнетиков при комнатных температурах $\chi = (10^{-5} \dots 10^{-3}) > 0$, $\mu > 1$. С ростом температуры магнитная восприимчивость уменьшается ($\chi \sim \frac{1}{T}$ – закон Кюри).

3.5. Ферромагнетики

Ферромагнетики имеют ряд особенностей, существенно отличающих их от других магнетиков. Для парамагнетиков и диамагнетиков зависимость намагниченности J от напряженности магнитного поля H носит линейный

характер (3.28), где магнитная восприимчивость χ – постоянная величина, не зависящая от H . На рис. 49 представлена зависимость $J(H)$ для ферромагнетика. В этом случае увеличение напряженности магнитного поля от нуля сопровождается нелинейным ростом величины намагниченности ферромагнетика до некоторого предельного значения, по достижении которого намагниченность не меняется. Предельное намагничивание характеризуется величиной $J_{\text{нас}}$ и называется насыщением намагничивания.

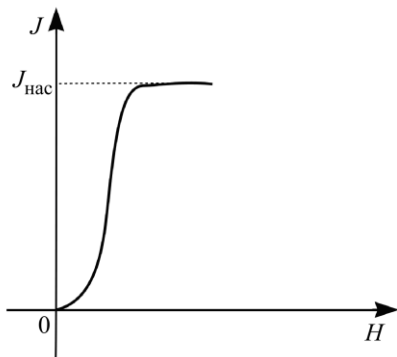


Рис. 49

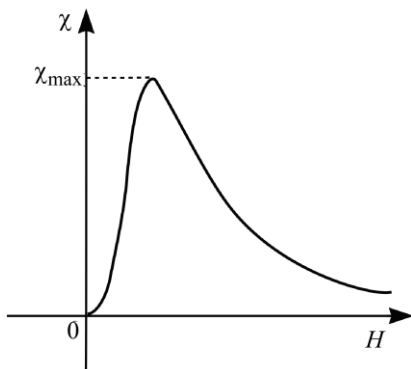


Рис. 50

Нелинейный характер зависимости $J(H)$ для ферромагнетиков означает, что магнитная восприимчивость, если ее вводить согласно формуле (3.28), принимает разные значения в зависимости от напряженности магнитного поля, т. е. является функцией H (рис. 50). В некоторой точке кривой $J(H)$ магнитная восприимчивость $\chi = J/H$ достигает максимального значения $10^3 - 10^6$ (сравните с диамагнетиками и парамагнетиками).

На рис. 49 приведена кривая намагничивания ферромагнетика, первоначальный магнитный момент которого равен нулю. Эта кривая называется основной или нулевой кривой намагничивания. Если после достижения насыщения уменьшать напряженность магнитного поля, то уменьшение намагниченности следует не по первоначальной кривой, а выше нее (рис. 51).

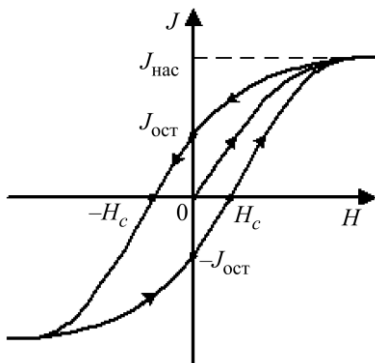


Рис. 51

Когда напряженность внешнего поля станет равной нулю, намагниченность оказывается отличной от нуля. Соответствующая величина $J_{\text{ост}}$ называется остаточной намагниченностью.

Намагниченность становится равной нулю (рис. 51) только под действием поля H_c , имеющего направление, противоположное полю, вызвавшему первоначальное намагничивание. Напряженность H_c называется коэрцитивной силой (coercive force).

Дальнейшее изменение напряженности магнитного поля приводит к изображенной на рис. 51 зависимости $J(H)$, которая носит название петли гистерезиса, или просто гистерезиса.

Зависимость магнитной индукции $B = \mu_0 H + \mu_0 J$ от напряженности поля H в общем случае также имеет вид гистерезиса (рис. 52). Стрелки и буквы $O-A-C-D-F-G-K$ указывают последовательность изменения состояния намагничивания ферромагнетика.

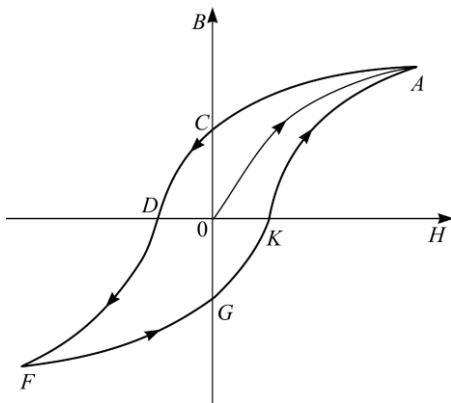


Рис. 52

Можно показать, что при обходе по петле гистерезиса совершается работа, идущая, в частности, на нагревание ферромагнетика и пропорциональная площади петли гистерезиса $\oint HdB$.

Ферромагнетики с большой остаточной намагниченностью, большой остаточной индукцией ($B_{\text{ост}} \sim 1\text{Тл}$) и большой коэрцитивной силой ($H_c \sim 10^4 - 10^5 \text{ А/м}$)

называются жесткими ферромагнетиками. Для них характерна широкая петля гистерезиса, и они применяются для создания постоянных магнитов.

Ферромагнетики с малой коэрцитивной силой ($H_c \sim 1 - 10 \text{ А/м}$), т. е. с узкой петлей гистерезиса, называются мягкими. Они имеют малые потери на нагревание и применяются в электротехнике, например, для изготовления сердечников трансформаторов.

При нагреве ферромагнетик теряет свои характерные свойства и становится парамагнетиком. Температура, при которой это происходит, называется точкой Кюри T_K . Для железа $T_K \cong 1040 \text{ К}$.

Теория ферромагнетизма была создана Френкелем и Гейзенбергом в 1928 г. В основе теории лежит представление о том, что за магнитные свойства ферромагнетиков ответственны собственные (спиновые) магнитные моменты электронов. При определенных условиях в кристаллах могут возникать силы (в квантовой механике эти силы называются обменными), которые приводят к выстраиванию магнитных моментов электронов параллельно друг другу. В результате возникают области спонтанного (самопроизвольного) намагничивания – домены. Линейные размеры доменов составляют 1–100 мкм.

Если ферромагнетик первоначально не намагничен, то магнитные моменты отдельных доменов ориентированы произвольно, и намагниченность \vec{J} ферромагнетика в целом оказывается равной нулю.

Действие внешнего магнитного поля на ферромагнетик оказывается различно в зависимости от напряженности поля. Так, в слабых магнитных полях наблюдается смещение границ доменов (короткие стрелки на рис. 53): происходит увеличение размеров доменов, результирующий магнитный момент которых (длинные стрелки на рис. 53) составляет острый угол с \vec{H} , за счет уменьшения размеров соседних доменов, у которых угол между магнитным моментом и \vec{H} тупой. С ростом \vec{H} домены, ориентация магнитных моментов которых сильно отличается от направления \vec{H} , продолжают уменьшаться и наконец исчезают совсем. При дальнейшем увеличении \vec{H} , т. е. в сильном магнитном поле, происходит поворот магнитных моментов доменов в направлении внешнего магнитного поля. В результате магнитные моменты всех доменов ориентируются в направлении внешнего магнитного поля. Наступает насыщение, и дальнейшее увеличение напряженности поля не изменяет намагниченности ферромагнетика.

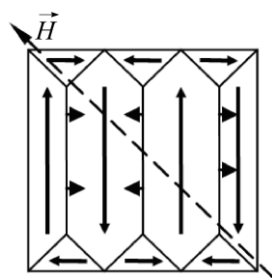


Рис. 53

Процессы изменения доменной структуры ферромагнетика носят необратимый характер. Это лежит в основе объяснения наблюдаемой петли гистерезиса.

Нагревание ферромагнетика приводит к тепловому разрушению его доменной структуры, при этом ферромагнетик превращается в парамагнетик.

В заключение отметим, что рост одних доменов и уменьшение других не означает перемещение атомов, т. е. перенос вещества в ферромагнетике.

Происходит только изменение ориентации собственных магнитных моментов электронов домена на границе с соседним доменом.

Имеются вещества, в которых магнитные свойства также обусловлены обменными силами, характеризующими взаимодействие спиновых магнитных моментов электронов в атомах, но которые существенно отличаются от ферромагнетиков. Существуют материалы, у которых спиновые магнитные моменты электронов у соседних атомов выстраиваются антипараллельно друг другу, поскольку это соответствует состоянию с наименьшей энергией. Если при этом магнитные моменты соседних атомов одинаковы по величине, то они компенсируют друг друга и результирующий магнитный момент магнетика в отсутствие внешнего поля становится равным нулю. Такие вещества называются антиферромагнетиками (примером являются марганец, хром и некоторые другие металлы, некоторые окислы металлов). Кристаллическую решетку антиферромагнетика можно представить как совокупность двух

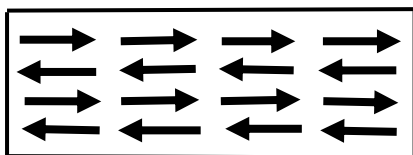


Рис. 54

встроенных друг в друга подрешеток.

У каждой из подрешеток магнитные моменты атомов ориентированы параллельно друг другу, но противоположно магнитным моментам атомов другой подрешетки (рис. 54). Магнитная восприимчивость антиферромагнетиков очень мала.

У некоторых материалов, однако, намагниченности подрешеток не-

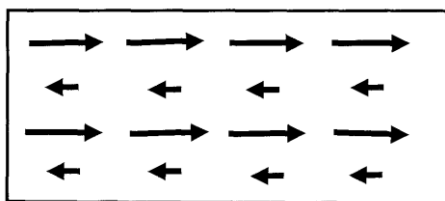


Рис. 55

одинаковы (например, из-за разной структуры соседних атомов) (рис. 55). Вследствие этого появляется результирующая намагниченность. Такие материалы называются ферримагнетиками. Магнитные свойства ферримагнетиков похожи на свойства ферромагнетиков (у

них, например, большая магнитная восприимчивость, имеет место явление гистерезиса), но проявляются слабее. Многие ферримагнетики являются полупроводниками и обладают малой электропроводностью. Такие ферримагнетики называются ферритами. Являясь достаточно сильными магнетиками, они имеют малые тепловые потери при работе на высоких частотах.

Как и у ферромагнетиков, у антиферромагнетиков и ферримагнетиков при нагреве выше определенной температуры (у антиферромагнетиков она называется температурой Нееля) нарушается упорядоченность структуры расположения магнитных моментов атомов и они превращаются в парамагнетики.

3.6. Сверхпроводники в магнитном поле

Как ранее отмечалось [5], при некоторой критической температуре T_k происходит переход многих проводников в сверхпроводящее состояние. Пусть такой проводник цилиндрической формы помещен во внешнее магнитное поле, линии напряженности \vec{H} которого параллельны оси образца (рис. 56). Как показывает опыт, критическая температура тем ниже, чем больше напряженность этого поля. На рис. 57 показана зависимость величины критической напряженности магнитного поля H_k , при которой происходит переход образца из нормального в сверхпроводящее состояние, от критической температуры T_k .

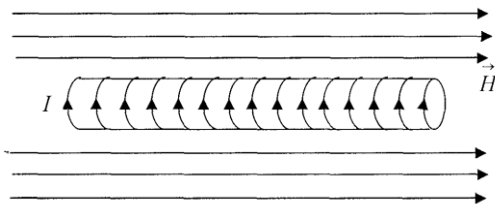


Рис. 56

Как видно из рисунка, при $H > H_k$ и $T > T_k$ образец находится в нормальном состоянии, а при $H < H_k$ и $T < T_k$ — в сверхпроводящем. Представленная зависимость хорошо описывается формулой

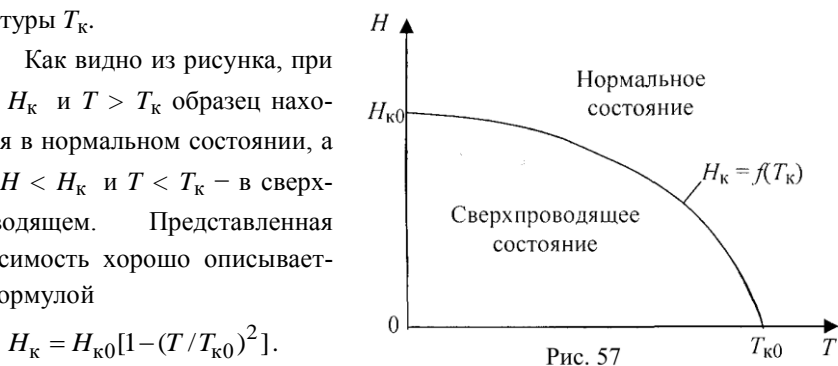


Рис. 57

$$H_k = H_{k0} [1 - (T/T_{k0})^2].$$

При переходе образца, находящегося во внешнем магнитном поле, в сверхпроводящее состояние, либо при помещении во внешнее магнитное поле образца, уже находящегося в этом состоянии, происходит вытеснение магнитного поля из образца. Вытеснение магнитного поля из образца, находящегося в сверхпроводящем состоянии, называется эффектом Мейснера. Причина этого явления состоит в том,

что на поверхности образца возникают токи, магнитное поле которых компенсирует внешнее магнитное поле внутри образца. Эти токи текут в тонком поверхностном слое сверхпроводника. Толщина этого слоя составляет $10^{-8} - 10^{-7}$ м. На такую же глубину проникает в сверхпроводник и магнитное поле. На рис. 56 показаны такие токи, текущие по поверхности цилиндрического образца. Применяя выражение (3.27), получаем, что в сверхпроводнике

$$B = \mu_0(J + H) = 0,$$

т. е. $J = -H$. Следовательно, магнитная восприимчивость сверхпроводника $\chi = J/H = -1$, а его магнитная проницаемость $\mu = 0$. С формальной точки зрения сверхпроводник можно рассматривать как идеальный диамагнетик.

Существуют сверхпроводники первого рода и сверхпроводники второго рода. У сверхпроводников первого рода переход цилиндрического образца, находящегося в продольном магнитном поле (рис. 56), в сверхпроводящее состояние происходит сразу во всем объеме. Именно таким сверхпроводникам соответствует рис. 57. У

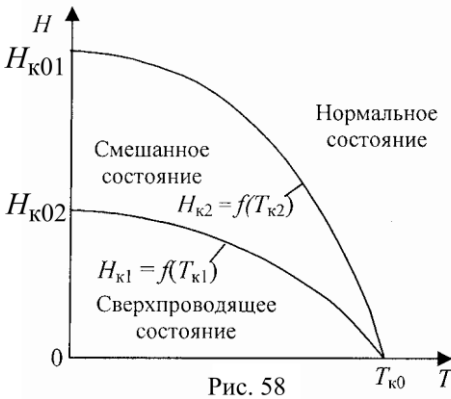


Рис. 58

сверхпроводников второго рода кроме сверхпроводящего и нормального состояний существует еще смешанное состояние (рис. 58). В этом состоянии объем образца состоит из сверхпроводящих областей и областей, имеющих обычную проводимость. Из областей с обычной проводимостью магнитное поле не вытесняется. Пусть цилиндрический

образец, являющийся сверхпроводником второго рода, помещен в продольное внешнее магнитное поле (рис. 56). В этом случае области нормальной проводимости представляют собой трубки, вдоль которых проходят линии магнитного поля, параллельные линиям внешнего магнитного поля. Толщина трубок имеет порядок 10^{-7} м. Внутри трубок циркулируют круговые токи, охватывающие сердцевину трубки.

Объяснение свойств сверхпроводников может быть дано в рамках квантовой физики.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ильин, В.А.* История физики. – М. : Издательский центр «Академия», 2003.
2. *Савельев, И.В.* Курс общей физики : Кн.2. Электричество и магнетизм. – М. : Наука. Физматлит, 1998 (и более поздние издания).
3. *Андреев, А.Д.* Физика. Электростатика : конспект лекций / А.Д. Андреев, Л.М. Черных; СПбГУТ. – СПб., 2004.
4. *Детлаф, А.А.* Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М. : Высшая школа, 1989 (и более поздние издания).
5. *Андреев, А.Д.* Физика. Электрический ток : конспект лекций / А.Д. Андреев, Л.М. Черных; СПбГУТ. – СПб., 2005.
6. *Андреев, А.Д.* Физика. Механика : конспект лекций / А.Д. Андреев, Л.М. Черных; СПбГУТ. – СПб., 2004.
7. *Парселл, Э.* Электричество и магнетизм. Т. 2. – М. : Наука, 1975.

Выражаем глубокую признательность нашим коллегам по кафедре физики, особенно доценту И.Я. Котляр, за ценные замечания, высказанные ими в ходе разработки настоящего методического пособия.

Выражаем также благодарность студенту факультета СС, СК и ВТ Д.С. Соседову за техническую помощь в создании иллюстративного материала для конспекта лекций в электронном виде.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
1. Магнитное поле в вакууме	6
1.1. Взаимодействие токов. Магнитная индукция.....	6
1.2. Закон Био–Савара–Лапласа. Принцип суперпозиции в магнетизме.....	9
1.3. Применение закона Био–Савара–Лапласа. Магнитное поле прямого тока	10
1.4. Применение закона Био–Савара–Лапласа. Магнитное поле кругового тока.....	11
1.5. Магнитное поле, создаваемое движущейся заряженной частицей	13
1.6. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции (закон полного тока).....	16
1.7. Применение теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции. Магнитное поле внутри прямого проводника с током.....	18
1.8. Магнитное поле соленоида.....	19
1.9. Магнитное поле тороида.....	22
2. Действие магнитного поля на заряды и токи.....	24
2.1. Сила Лоренца	24
2.2. Эффект Холла	26
2.3. Сила Ампера. Взаимодействие проводников с током.....	28
2.4. Прямоугольный контур с током в однородном магнитном поле	30
2.5. Контур с током в неоднородном магнитном поле.....	33
2.6. Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле. Магнитный поток	35
3. Магнитное поле в веществе.....	39
3.1. Классификация магнетиков. Магнитные свойства атомов.....	39
3.2. Парамагнетики.....	42
3.3. Диамагнетики.....	44
3.4. Характеристики магнитного поля в магнетиках.....	47
3.5. Ферромагнетики	50
3.6. Сверхпроводники в магнитном поле	55
Литература	57

Александр Давидович Андреев
Леонид Михайлович Черных

ФИЗИКА
МАГНЕТИЗМ
Конспект лекций

Редактор *И.И. Щенсяк*
Набор *М.Ю. Кусовой*

План 2009 г., п. 50

Подписано к печати 29.05.2009
Объем 3,5 усл.-печ. л. Тираж 100 экз. Зак. 54

РИО СПбГУТ. 191186 СПб, наб. р. Мойки, 61
Типография СПбГУТ