Макаров Л.М.

Моделирование многофакторных производственных систем

Практикум

СОДЕРЖАНИЕ

1. Теоретическая часть

Всесторонний анализ внутреннего строения организации обеспечивается с помощью системного подхода. Система – *это набор взаимосвязанных и взаимозависимых частей*, *составленных в таком порядке, который позволяет воспроизвести целое*. Уникальной характеристикой при рассмотрении систем являются внутренние отношения частей. Каждая- система характеризуется как дифференциацией, так и интеграцией. В системе используются разнообразные специализированные функции. Каждая часть организации выполняет свои определенные функции. Для того чтобы поддерживать отдельные части в одном организме и формировать завершенное целое, в каждой системе осуществляется интеграция. Для этого используются такие средства, как координация уровней иерархии управления, прямое наблюдение, правила, процедуры, курс действий.

Хотя организации распадаются на отдельные части или составные элементы, они сами являются подсистемами в рамках более крупной системы. Существуют не только системы и подсистемы, но и сверхсистемы. Классификация этих понятий зависит от особенностей предмета анализа. При этом целое не является простой суммой частей. поскольку систему следует рассматривать как их единство.

Различают системы открытые и закрытые. Понятие *закрытой системы* возникло в физике. Это система, являющаяся самосдерживаемой. Ее главная характеристика заключается в том, что она существенно игнорирует эффект внешнего воздействия. Совершенной системой закрытого типа была бы та, которая не принимает энергии от внешних источников и не дает энергию внешней среде. Закрытая организационная система имеет малую применяемость.

Открытая система предполагает динамическое взаимодействие с окружающим миром. Организации получают сырье и людские ресурсы из внешней среды. Они зависят от внешних клиентов и заказчиков, потребляющих их продукцию. Банки, активно взаимодействующие с внешней средой, открывают депозиты, обращают их в кредиты и инвестиции, используют полученную прибыль для поддержание развития, выплаты дивидендов и уплаты налогов. На рис. 1 представлена промышленная организация как открытая система. На входе системы - поступление материалов, рабочей силы, капитала. Технологический процесс организуется для переработки сырья в конечный продукт Конечный продукт, в свою очередь, продается заказчику. Финансовые учреждения, рабочая сила, поставщики и заказчики, правительство - все являются частью внешней среды

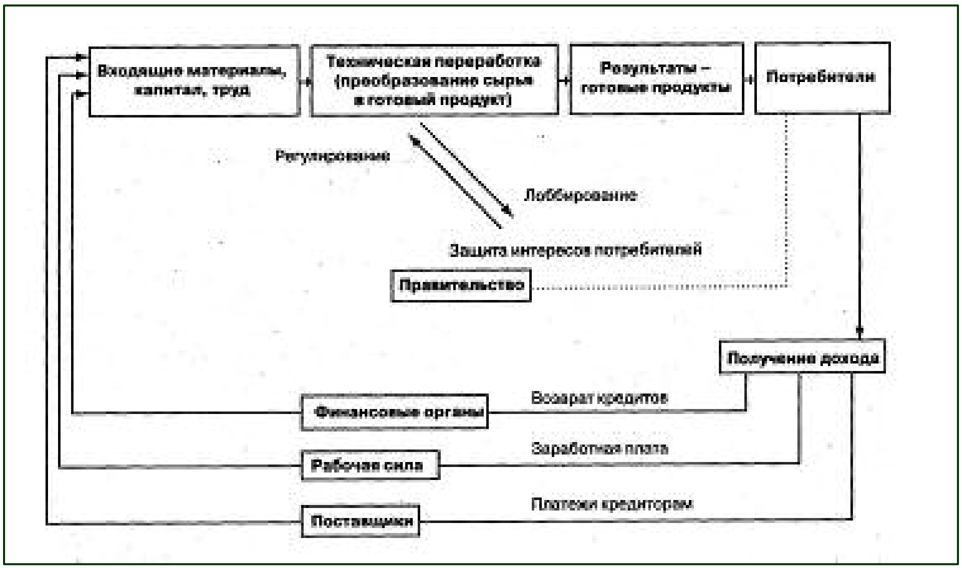


Рисунок 1 Схема открытой системы

Разграничение систем на открытые или закрытые не является жестким, раз навсегда установленным. Открытая система может стать закрытой, если контакты с окружением сокращаются со временем. В принципе возможна и обратная ситуация. Открытые системы тяготеют к усложнению структуры и дифференциации. Иными словами рост открытой системы сопровождается повышением уровня специализации ее элементов и усложнением структуры, нередким расширением границ системы или созданием новой сверхсистемы. Если деловое предприятие растет, то наблюдается значительная его дифференциация и усложнение его структуры. Создаются новые специализированные отделы, приобретаются новые виды сырья и материалов, расширяется ассортимент выпускаемой продукции, организуются новые сбытовые конторы.

Все системы имеют вход, трансформационный процесс и выход. Они получают сырье, энергию, информацию, другие ресурсы и преобразуют их в товары и услуги, прибыль, отходы и т. п. Открытые системы имеют, однако, некоторые специфические черты. Одна из таких черт - это признание взаимозависимости между системой и внешней средой. Существует граница, которая отделяет систему от ее окружения. Изменения во внешней среде влияют на один или несколько атрибутов системы, и наоборот, изменения в системе воздействуют на окружение.

Организация (предприятие) должна отражать состояние внешней среды. В основе ее построения лежат предпосылки экономического, научно-технического, политического, социального или этического характера. Организация должна создаваться так, чтобы она нормально функционировала. Должен обеспечиваться вклад каждого ее члена в общую работу и эффективная помощь работникам в достижении поставленных целей. В этом смысле действенная организация не может быть статичной. Она должна оперативно отслеживать все изменения внешней среды, оценивать их и выбирать наилучшую ответную реакцию, способствующую достижению ее целей. Она должна эффективно реагировать на воздействия внешней среды.

Принципиальное значение для функционирования организаций имеет обратная связь. Открытые системы постоянно получают информацию из внешней среды. Это помогает приспособиться и позволяет предпринимать корректировочные действия по исправлению нежелательных отклонений параметров системы. Здесь под обратной связью понимается процесс, позволяющий получать приток в систему информации или денег для модифицирования производства выпускаемой продукции или налаживания выпуска новой продукции.

Нужно учитывать и то, что организации укомплектовываются людьми. Очевидно, что при группировке видов деятельности и распределении полномочий внутри любой организационной системы необходимо учитывать недостатки и привычки людей. Это не означает, что организация должна создаваться применительно к людям, а не на основе целей и сопутствующих их достижению видов деятельности.

Для организации характерен циклический характер функционирования. Выходная продукция системы обеспечивает средства для нового инвестирования, что позволяет повторять производственный цикл. Доходы, полученные промышленными организациями, должны быть достаточно адекватными для оплаты кредитов, труда рабочих и погашения займов, если цикличность деятельности устойчива и обеспечивает жизнеспособность организации.

Отметим, что организационные системы предрасположены к сокращению или распадению на части. Поскольку закрытая система не получает ресурсы из внешней среды, она может со временем сокращаться. В отличие от нее открытая система характеризуется негативной энтропией, т. е. она может реконструировать себя, поддерживать свою структуру, избежать ликвидации и даже вырасти, потому что приток ресурсов извне превышает их отток из системы. Приток ресурсов для предотвращения энтропии поддерживает некоторое постоянство обмена ресурсами, в результате чего достигается относительно стабильное положение. Даже несмотря на то, что существует постоянный приток новых ресурсов в систему и их постоянный отток, обеспечивается определенная сбалансированность системы. Когда открытая система активно перерабатывает ресурсы в выходную продукцию, она оказывается тем не менее способной поддерживать себя в течение определенного времени. Исследования показывают, что большие и сложные организационные системы имеют тенденцию к дальнейшему росту и расширению. Они получают определенный запас прочности, выходящий за пределы обеспечения только выживаемости. Многие подсистемы в рамках системы имеют возможность получать ресурсов больше, чем требуется для производства продукции.

С ростом организации ее высшие руководители вынуждены все в большей мере передавать полномочия по выработке решений нижестоящим звеньям. Однако поскольку руководители высшего уровня отвечают за все решения, их роль в организации изменяется: от выработки решений руководители высшего уровня переходят к управлению процессами выработки решения. В результате увеличение размеров организаций приводит к необходимости разделения труда в сфере управления. Одна группа – руководители высшего уровня – обладает первичными полномочиями и несет ответственность за определение характера системы управления организацией, т. е. процесса, с помощью которого должны разрешаться проблемы организации. Другая группа руководителей подчиняется руководству высшего уровня, ее основная обязанность состоит в выработке решений.

Открытые системы добиваются согласования двух, часто конфликтных стратегий. Действия по поддержанию сбалансированности системы обеспечивают взаимодействие с внешней средой, что, в свою очередь, предотвращает резкие изменения, которые могут разбалансировать систему. Напротив, действия по приспособляемости системы к различным изменениям позволяют адаптироваться к динамике внутреннего и внешнего спроса. Одна стратегия, например, ориентирована на обеспечение стабильности системы путем покупки, технического обслуживания и ремонта оборудования, набора и обучения работников, использования правил и процедур. Другая стратегия сосредоточивается на изменении системы посредством планирования, изучения рынка, развития производства новой продукции и т. п. И то, и другое необходимо в интересах выживания организации. Стабильные организации, которые не способны адаптироваться к изменению условий, долго просуществовать не смогут. То же самое можно сказать о приспособляемых к изменениям, но нестабильных, т. е. неэффективных, организациях.

Организационная система может достичь своих целей, используя различные комбинации ресурсов и стратегий. Вот почему необходимо рассматривать разнообразные формы и способы решения возникающих проблем, а не искать какой-либо один «оптимальный» выход, приводящий к быстрым результатам.

1.1 Полный факторный эксперимент типа 2к

Распространенность сложных систем, в частности производственных систем, в которых необходимо учитывать множество факторов, определяющих успешность исполнения целевой задачи, позволяет использовать известные математические методы. Первый этап планирования создания производственного процесса начинается с модели. Для такой модели, с формальной точки зрения, характерно отсутствие четкого выделения элементов структуры, наличие общих представлений о исполнении конкретной целевой функции. Наряду с этим могут быть указаны факторы, влияющие на исполнение целевой функции и число проявлений рабочих циклов производственной системы. Принцип построения линейной модели основан на варьировании факторов на двух уровнях. В этом случае, если число факторов известно, можно сразу найти число опытов (наблюдений за работой производственной системы), необходимое для реализации всех возможных сочетаний уровней факторов. Используя принятые термины в этой области математики будем говорить о эксперименте, в котором зафиксированы проявления производственной системы, а также о количестве учитываемых факторов.

Простая формула, которая для этого используется, $N = 2^к$, где N – число опытов, к – число факторов, 2 – число уровней. В общем случае *эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называется полным факторным экспериментом*.

В таком понимании факторный эксперимент позиционируется математической моделью. Если выбранная модель включает только линейные члены полинома и их произведения, то для оценки всех параметров модели используется план эксперимента с варьированием всех факторов на двух уровнях. Такие планы принято называть планами типа 2^n, где $2^n=N$ – число всех возможных опытов, n – количество варьируемых факторов.

Полный факторный эксперимент может быть предложен исследователю как один из способов построения математической модели (идентификации) недетерминированного объекта. Этот способ оказывается наиболее предпочтительным в тех случаях, когда отсутствует априорная информация для обоснования структуры модели и процессов, происходящих в объекте, отсутствует количественная оценка степени влияния изучаемых факторов на выходную переменную объекта, его выходной показатель.

Нетрудно написать все сочетания уровней в эксперименте с двумя факторами. Напомним, что в планировании эксперимента используются кодированные значения факторов: +1 и –1 (часто для простоты записи единицы опускают). Условия эксперимента можно записать в виде таблицы, где строки соответствуют различным опытам, а столбцы – значениям факторов. Будем называть такие таблицы матрицами (репликами) планирования эксперимента.

Матрица планирования 2^2 для двух факторов показана в табл. 1

Номер опыта	Матрица планирования		Выход y
	x_1	x_2	
1	–1	–1	y_1
2	+1	–1	y_2
3	–1	+1	y_3
4	+1	+ 1	y_4

Каждый столбец в матрице планирования называют вектор-столбцом, а каждую строку – вектор-строкой.

Таким образом, мы имеем два вектора-столбца независимых переменных и один вектор-столбец параметра оптимизаций. То, что записано в этой таблице в алгебраической форме, можно изобразить геометрически. Найдем в области определения факторов точку, соответствующую основному уровню, и проведем через нее новые оси координат, параллельные осям натуральных значений факторов. Далее, выберем масштабы по новым осям так, чтобы интервал варьирования для каждого фактора равнялся единице. Тогда условия проведения опытов будут соответствовать вершинам квадрата, центром которого является основной уровень, а каждая сторона параллельна одной из осей координат и равна двум интервалам (рис.). Номера вершин квадрата соответствуют номерам опытов в матрице планирования. Площадь, ограниченная квадратом, называется областью эксперимента. Иногда удобнее считать областью эксперимента площадь, ограниченную окружностью, описывающей квадрат. В задачах интерполяции область эксперимента есть область предсказываемых значений у.

На рис.1.1 показан в факторном пространстве симметричный двухуровневый план для двухфакторной функции отклика y=f(x1x2) при нейтральном (рис.1.1,а) и нормированном (рис.1.1 б) представлении уровней факторов. Здесь $\tilde{x}_{10}$, $\tilde{x}_{20}$ – искомые натуральные уровни факторов, $\tilde{x}_{1н}, \tilde{x}_{2н}(-1,+1)$ – нижние, $\tilde{x}_{1в}, \tilde{x}_{2в}(-1,+1)$ – верхние уровни, $\Delta\tilde{x}_1$, Δx_2 – интервалы варьирования.

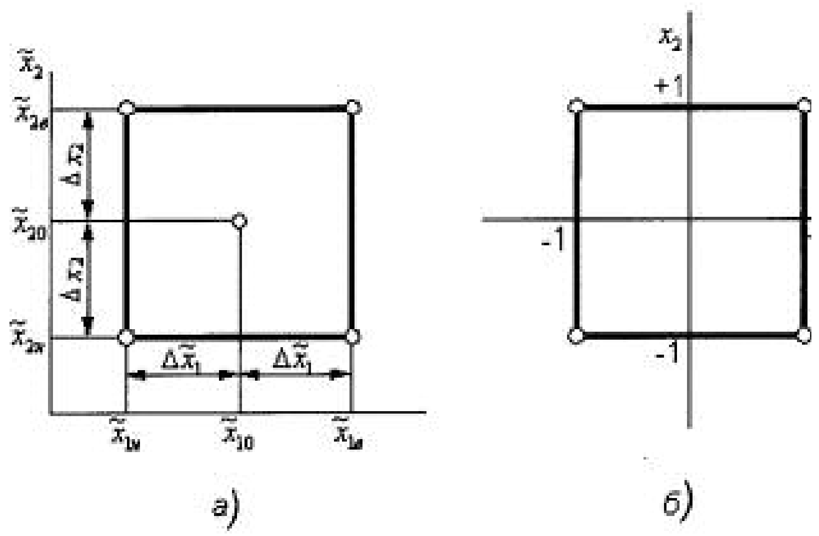


Рисунок 1.1 Матрица планирования

Запись матрицы планирования, особенно для многих факторов, громоздка. Для ее сокращения удобно ввести условные буквенные обозначения строк.

Это делается следующим образом. Порядковый номер фактора ставится в соответствие строчной букве латинского алфавита: x_1 – a, x_2 – b, ... и т.д. Если теперь для строки матрицы планирования выписать латинские буквы только для факторов, находящихся на верхних уровнях, то условия опыта будут заданы однозначно. Опыт со всеми факторами на нижних уровнях условимся обозначать (1). Матрица планирования вместе с принятыми буквенными обозначениями приведена в табл. 2.

Таблица 2

Номер опыта	Матрица планирования		Буквенные обозначения строк	Выход y
	x_1	x_2		
1	–1	–1	(1)	y_1
2	+1	–1	a	y_2

3	–1	+1	b	y_3
4	+1	+ 1	ab	y_4

Теперь вместо полной записи матрицы планирования можно пользоваться только буквенными обозначениями, Ниже приведена буквенная запись еще одного плана: с, b, a, abc, (1), bc, ac, ab. Матрица планирования приведена в табл. 3.

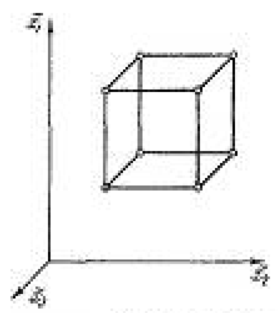
Таблица 3

Номер опыта	x_1	x_2	x_3	Буквенные обозначения строк	y
1	–1	–1	+1	*c*	y_1
2	–1	+1	–1	*b*	y_2
3	+1	–1	–1	*a*	y_3
4	+1	+1	+1	*abc*	y_4
5	–1	–1	–1	*(1)*	y_5
6	–1	+1	+1	*bc*	y_6
7	+1	–1	+1	*ac*	y_7
8	+1	+1	–1	*ab*	y_8

Таким образом вы построили полный факторный эксперимент 2^3. Он имеет восемь опытов и включает все возможные комбинации уровней трех факторов.

Если для двух факторов все возможные комбинации уровней легко найти прямым перебором (или просто запомнить), то с ростом числа факторов возникает необходимость в некотором приеме построения матриц. Из многих возможных обычно используется три приема, основанных на переходе от матриц меньшей размерности к матрицам большей размерности. Рассмотрим первый. При добавлении нового фактора каждая комбинация уровней исходного плана встречается дважды: в сочетании с нижним и верхним уровнями нового фактора. Отсюда естественно появляется прием: записать исходный план для одного уровня нового фактора, а затем повторить его для другого уровня. Вот как это выглядит при переходе от эксперимента. Этот прием распространяется на построение матриц любой размерности.

Рассмотрим второй прием. Для этого введем правило перемножения столбцов матрицы. При построчном перемножении двух столбцов матрицы произведение единиц с одноименными знаками дает +1, а с разноименными –1. Воспользовавшись этим правилом, получим для случая, который мы рассматриваем, вектор-столбец произведения x_1x_2 в исходном плане. Далее повторим еще раз исходный план, а у столбца произведений знаки поменяем на обратные Этот прием тоже можно перенести на построение матриц любой размерности, однако он сложнее, чем первый.



Геометрическая интерпретация полного факторного эксперимента 2^3

Третий прием основан на правиле чередования знаков. В первом столбце знаки меняются поочередно, во втором столбце они чередуются через два, в третьем – через 4, в четвертом – через 8 и т.д. по степеням двойки.

По аналогии с полным факторным экспериментом 2^2 можно дать геометрическую интерпретацию полного факторного эксперимента 2^3. Геометрической интерпретацией полного факторного эксперимента 2^3 служит куб, координаты вершин которого задают условия опытов.

Если поместить центр куба в точку основного уровня факторов, а масштабы по осям выбрать так, чтобы интервал варьирования равнялся единице, то получится куб, изображенный на рис. Куб задает область эксперимента, а центр куба является ее центром.

Фигура, задающая область эксперимента в многомерном пространстве, является некоторым аналогом куба. Будем называть эту фигуру гиперкубом.

1.2 Свойства полного факторного эксперимента типа 2^k

Мы научились строить матрицы планирования полных факторных экспериментов с факторами на двух уровнях. Теперь выясним, какими общими свойствами эти матрицы обладают независимо от числа факторов. Говоря о свойствах матриц, мы имеем в виду те из них, которые определяют качество модели. Ведь эксперимент и планируется для того, чтобы получить модель, обладающую некоторыми оптимальными свойствами. Это значит, что оценки коэффициентов модели должны быть наилучшими и что точность предсказания параметра оптимизации не должна зависеть от направления в факторном пространстве, ибо заранее неясно, куда предстоит двигаться в поисках оптимума.

Два свойства следуют непосредственно из построения матрицы. Первое из них – симметричность относительно центра эксперимента – формулируется следующим, образом: алгебраическая сумма элементов вектор-столбца каждого фактора равна нулю, или $\sum_{i=1}^{N} x_{ij} = 0$, где j – номер фактора, i – номер опыта, N – число опытов.

<u>Второе свойство</u> – так называемое условие нормировки – формулируется следующим образом: сумма квадратов элементов каждого столбца равна числу опытов, или $\sum_{i=1}^{N} x_{ij}^2 = N$. Это следствие того, что значения факторов в матрице задаются +1 и –1.

Мы рассмотрели свойства отдельных столбцов матрицы планирования. Теперь остановимся на свойстве совокупности столбцов.

<u>Третье свойство.</u> Сумма почленных произведений любых двух вектор-столбцов матрицы равна нулю, или . $\sum_{i=1}^{N} x_{ij} x_{ni} = 0$, $j \neq n$.

Это важное свойство называется ортогональностью матрицы планирования.

Последнее, четвертое свойство называется ротатабельностью, т.е. точки в матрице планирования подбираются так, что точность предсказания значений параметра оптимизации одинакова на равных расстояниях от центра эксперимента и не зависит от направления.

Даны две матрицы планирования:

<u>Матрица а)</u> <u>Матрица б)</u>

Матрица а) x_1	Матрица а) x_2	Матрица б) x_1	Матрица б) x_2
–	–	–	+
+	–	+	–
–	+	–	+
+	+	+	–

Давайте проверим, как выполняются все три свойства для каждой из матриц. Первое свойство выполняется для всех столбцов обеих матриц. Действительно, для первого столбца матрицы а) имеем

(– 1) + (+1) + (- 1) + (+ 1) = 0.

Аналогичный результат получается для всех других столбцов.

Второе свойство– также выполняется для обеих матриц.

С третьим свойством, однако, дело обстоит иначе. Если для матрицы а) формула ортогональности выполняется, то в случае матрицы б) это не так. Действительно (–1) (+ 1) + (+ 1) (– 1) + (– 1) (+ 1) + (+1)(–1) = –4 $\neq 0$.

1.3 Полный факторный эксперимент и математическая модель

Обратимся к матрице 2^3.

В практической деятельности часто требуется оценить параметры производственной системы, например, некоторого производства. Другими словами построить математическую модель развития событий на производстве. В таком случае следует провести наблюдения за производственным процессом, подверженным воздействию многочисленных факторов, собрать реальный материал (данные) о фактических значениях избранных показателей. С у четом того, что имеются случайные факторы воздействия на производственные процессы, получают вариативный ряд значений показателей. Такие показатели постоянно меняются по причине наличия случайных факторов. Найти численные значения модели отвечающие определенным требованиям, например, оптимальному режиму работ, позволяют организовать производственный процесс на стадии наладки производства используя принципы моделирования. В качестве исходных данных для построения модели служат результаты эксперимента, который представляет собой совокупность нескольких измерений, выполненных по определённому плану.

Для движения к точке оптимума нам нужна линейная модель

$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$.

Наша цель – найти по результатам эксперимента значения неизвестных коэффициентов модели. До сих пор, говоря о линейной модели, мы не останавливались на важном вопросе о статистической оценке ее коэффициентов. Теперь необходимо сделать ряд замечаний по этому поводу. Можно утверждать, что эксперимент проводится для проверки гипотезы о том, что линейная модель $\eta = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2$ адекватна. Греческие буквы использованы для обозначения «истинных» генеральных значений соответствующих неизвестных. Эксперимент, содержащий конечное число опытов, позволяет только получить выборочные оценки для коэффициентов уравнения $y = b_0 + b_1x_1 + \ldots + b_kx_k$. Их точность и надежность зависят от свойств выборки и нуждаются в статистической проверке.

После проведения опытов во всех точках факторного пространства необходимо найти коэффициенты уравнения регрессии. Для этого воспользуемся методом наименьших квадратов.

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i - Y_i)^2 \to \min;$$

$$\hat{Y}_i = \varphi(X_1,\ldots,X_k,b_0,\ldots,b_k)$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n}(\varphi(X_1,\ldots,X_k,b_0,\ldots,b_k) - Y_i)^2, \text{ поскольку } \begin{cases} \dfrac{\partial\Phi}{\partial b_0} = 0 \\ \ldots \\ \dfrac{\partial\Phi}{\partial b_k} = 0 \end{cases},$$

то после дифференцирования получим

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\Phi}{\partial b_0} = 2\sum_{i=1}^{n}(\varphi(X_1,\ldots,X_k,b_0,\ldots,b_k) - Y_i)\dfrac{\partial\varphi}{\partial b_0} = 0, \\ \ldots \\ \dfrac{\partial\Phi}{\partial b_k} = 2\sum_{i=1}^{n}(\varphi(X_1,\ldots,X_k,b_0,\ldots,b_k) - Y_i)\dfrac{\partial\varphi}{\partial b_k} = 0. \end{cases}$$

Для линейной регрессии при k=2:

$Y_i = \varphi(X_{1i}, X_{2i}, b_0, b_1, b_2)$, $Y_i = b_0 + b_1X_{1i} + b_2X_{2i}$.;

продифференцировав по коэффициентам, получим:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial b_0} = 1, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial b_1} = X_{1i}, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial b_2} = X_{2i}.$$

Запишем уравнения в полной форме:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n}(b_0 + b_1X_{1i} + b_2X_{2i} - Y_i) * 1 = 0, \\ \sum\limits_{i=1}^{n}(b_0 + b_1X_{1i} + b_2X_{2i} - Y_i) * X_{1i} = 0, \\ \sum\limits_{i=1}^{n}(b_0 + b_1X_{1i} + b_2X_{2i} - Y_i) * X_{2i} = 0. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (\sum\limits_{i=1}^{n}1)b_0 + (\sum\limits_{i=1}^{n}X_{1i})b_1 + (\sum\limits_{i=1}^{n}X_{2i})b_2 = \sum\limits_{i=1}^{n}Y_i, \\ (\sum\limits_{i=1}^{n}X_{1i})b_0 + (\sum\limits_{i=1}^{n}X_{1i}{}^2)b_1 + (\sum\limits_{i=1}^{n}X_{2i}X_{1i})b_2 = \sum\limits_{i=1}^{n}X_{1i}Y_i, \\ (\sum\limits_{i=1}^{n}X_{2i})b_0 + (\sum\limits_{i=1}^{n}X_{1i}X_{2i})b_1 + (\sum\limits_{i=1}^{n}X_{2i}{}^2)b_2 = \sum\limits_{i=1}^{n}X_{2i}Y_i. \end{cases}$$

$\sum\limits_{i=1}^{n}1 = n$, разделим каждое уравнение на n

$$\begin{cases} b_0 + (\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_{1i})b_1 + (\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_{2i})b_2 = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}Y_i, \\ (\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_{1i})b_0 + (\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_{1i}{}^2)b_1 + (\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_{2i}X_{1i})b_2 = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_{1i}Y_i, \\ (\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_{2i})b_0 + (\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_{1i}X_{2i})b_1 + (\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_{2i}{}^2)b_2 = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_{2i}Y_i. \end{cases}$$

Отсюда, принимая в расчет свойства матрицы планирования, получим следующие формулы для вычисления коэффициентов

$$b_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Y_i,$$

$$b_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{1i}Y_i,$$

$$b_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{2i}Y_i.$$

или в общем виде $$b_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{ji}Y_i,\ j = \overline{0,k}.$$

Благодаря кодированию факторов расчет коэффициентов превратился в простую арифметическую процедуру, которую можно посредством макросов записать в вычислительной среде, например, EXCEL.

Для подсчета коэффициента b_1 используется вектор-столбец x_1 а для b_2 – столбец x_2. Для нахождения коэффициента b_0 применяют специальную схему расчета. Если наше уравнение $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$ справедливо, то оно верно и для средних арифметических значений переменных: $\bar{y} = b_0 + b_1\bar{x}_1 + b_2\bar{x}_2$. Но в силу свойства симметрии $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 0$. Следовательно, $\bar{y} = b_0$.

Мы показали, что b_0 есть среднее арифметическое значение параметра оптимизации. Чтобы его получить, необходимо сложить все y и разделить на число опытов. Чтобы привести эту процедуру в соответствие с формулой для вычисления коэффициентов, в матрицу планирования удобно ввести вектор-столбец фиктивной переменной x_0, которая принимает во всех опытах значение +1. Это было уже учтено в записи формулы, где j принимало значения от 0 до к.

Теперь у нас есть все необходимое, чтобы найти неизвестные коэффициенты линейной модели

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$$

Коэффициенты при независимых переменных указывают на силу влияния факторов. Чем больше численная величина коэффициента, тем большее влияние оказывает фактор. Если коэффициент имеет знак плюс, то с увеличением значения фактора параметр оптимизации увеличивается, а если минус, то уменьшается. Величина коэффициента соответствует вкладу данного фактора в величину параметра оптимизации при переходе фактора с нулевого уровня на верхний или нижний.

Иногда удобно оценивать вклад фактора при переходе от нижнего к верхнему уровню. Вклад, определенный таким образом, называется эффектом фактора (иногда его называют основным или главным эффектом). Он численно равен удвоенному коэффициенту. Для качественных факторов, варьируемых на двух уровнях, основной уровень не имеет физического смысла. Поэтому понятие «эффект фактора» является здесь естественным.

Планируя эксперимент, на первом этапе мы стремимся получить линейную модель. Однако у нас нет гарантии, что в выбранных интервалах варьирования процесс описывается линейной моделью. Существуют способы проверки пригодности линейной модели. А если модель нелинейна, как количественно оценить нелинейность, пользуясь полным факторным экспериментом?

Один из часто встречающихся видов нелинейности связан с тем, что эффект одного фактора зависит от уровня, на котором находится другой фактор. В этом случае говорят, что имеет место эффект взаимодействия двух факторов. Полный факторный эксперимент позволяет количественно оценивать эффекты взаимодействия. Для этого надо, пользуясь правилом перемножения столбцов, получить столбец произведения двух факторов. При вычислении коэффициента, соответствующего эффекту взаимодействия, с новым вектор-столбцом можно обращаться так же, как с вектор-столбцом любого фактора. Для полного факторного эксперимента 2^2 матрица планирования с учетом эффекта взаимодействия представлена в таблице 4 Очень важно, что при добавлении столбцов эффектов взаимодействий все рассмотренные свойства матриц планирования сохраняются.

Таблица 4 Матрица планирования эксперимента с учетом взаимодействия факторов

Номер опыта	x0	x1	x2	x1x2	y
1	+1	–1	–1	+1	y1
2	+1	+1	–1	–1	y2
3	+1	–1	+1	–1	y3
4	+1	+1	+1	+1	y4

Теперь модель выглядит следующим образом:

$$y= b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2.$$

Коэффициент b_{12} вычисляется обычным путем. (см. таблицу 4)

Столбцы x_1 и x_2 задают планирование – по ним непосредственно определяются условия опытов, а столбцы x_0 и x_1x_2 служат только для расчета.

Обращаем ваше внимание на то, что при оптимизации мы стремимся сделать эффекты взаимодействия возможно меньшими.

В задачах интерполяции, напротив, их выявление часто важно и интересно.

Покажем на примере еще один способ расчета коэффициентов, известный под названием метода Йетса. Все операции по расчету приведены в таблице 5

1	2	3
y1	y1 + y2	y1 + y2 + y3 + y4
y2	y3 + y4	y2 – y1 + y4 – y3
y3	y2 – y1	y3 + y4 – y1 – y2
y4	y4 – y3	y4 – y3 –y2 + y1

Слева в этой таблице выписан вектор-столбец значений параметра оптимизации. Первая операция (2-й столбец) состоит в попарном сложении и вычитании этих значений, причем верхнее число вычитается из нижнего. Вторая операция (3-й столбец) состоит в том же действии, но уже с числами второго столбца.

Если теперь числа, оказавшиеся в третьем столбце, разделить на число опытов, то получим значения коэффициентов. Операции сложения и вычитания повторяются столько раз, сколько имеется факторов.

2. Практическая часть

Рассматривается случай соединения оптического кабеля методом ультразвуковой сварки. Параметром оптимизации взята прочность на сдвиг сварного шва. Полученная прочность сравнивалась с прочностью механического клеевого соединения. Процесс ультразвуковой сварки (УЗС) характеризуется следующими параметрами: амплитудой колебаний рабочего торца инструмента, частотой колебаний, длительностью ультразвукового (УЗ) импульса, статическим давлением инструмента на свариваемые материалы, видом опоры колебательной системы, шириной сварного шва, физико- механическими характеристиками свариваемых материалов.

2.1 Построение модели

Из анализа литературных источников и по результатам однофакторных экспериментов выделены для дальнейшего исследования следующие факторы: X1 -амплитуда колебаний – А; X2 -статическое давление – Р; X3 - длительность ультразвукового импульса (время сварки) – t.

Остальные факторы зафиксированы: частота колебаний – f = 21,8 кГц; ширина шва – h = 5 мм; опора – полуволновая активная; материал –опто волокно, условно принимается с одинаковой структурой и толщиной. Значения уровней и интервалов варьирования факторов приведены в таблице .1.

Таблица 1 Исходные значения параметров

Наименование и обозначение факторов	**Уровни варьирования**		
Амплитуда колебаний – x_1, мкм	-1	0	+1
Статическое давление – x_2, 10^5 Па	65	70	75
Время сварки – x_3, сек	5,5	7	8,5

Изменение амплитуды колебаний обеспечивалось путем замены инструментов- волноводов. Статическое давление создавалось пневмоцилиндром. Время сварки регулировалось электрическим секундомером соединенным с высокочастотным генератором.

2.2 Полный факторный эксперимент

В эксперименте использовались образцы стандартного размера 40х50 мм, принятые в отрасли связи. Размер соединенных образцов составлял 40х90 мм, ширина шва – 5 мм.

Ширина сварного шва обеспечивалась шириной рабочего торца инструмента. Для уменьшения влияния случайных ошибок работа выполнялась в одно время суток и одним исследователем. Проверка прочности сварного шва производилась на разрывной машине РТ-250. Число повторных опытов – 5.

Проводится исследование некоторой производственной системы, где число факторов k=3, число уровней p=2 (верхний и нижний уровень возможных значений контролируемых параметров), число экспериментов N=8, число повторных опытов в каждом эксперименте n=5. Матрица планирования приведена в таблица 2.

Например, в таблице 2 приведена матрица планирования ПФЭ 2^{3} для трех факторов: x1, x2, x3. Знак «+» говорит о том, что во время опыта (эксперимента - наблюдения) значение фактора устанавливают на верхнем уровне, а знак «–» показывает, что значение фактора устанавливают на нижнем уровне.

Таблица 2 Исходная матрица планирования

№	Исследуемые факторы			Результаты опытов				
	X1	X2	X3	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
1.	+	+	+	7,8	8,5	7,7	7,6	8
2.	-	+	+	4,8	4,5	4,2	4,8	4,6
3.	+	-	+	4,3	4,7	4,2	4,8	4,2
4.	-	-	+	3,3	3,2	3,5	3,9	3,6
5.	+	+	-	9,7	10,4	10,4	10,5	10,2
6.	-	+	-	4,2	4,4	4,5	4	3,8
7.	+	-	-	3,7	3,4	4	3,6	4,1
8.	-	-	-	4,1	4,1	4,2	4,1	4,5

Физика процесса

Ультразвуковая сварка — это способ создания неразъёмных соединений с помощью энергии, выделяющейся в зоне контакта свариваемых деталей. При ультразвуковой сварки (УЗС) электрические колебания ультразвуковой частоты 20-50 кГц, вырабатываемые генератором, преобразуются в механические колебания сварочного инструмента.

Особенностью ультразвуковой сварки материалов является локальная направленность теплового воздействия. При УЗС происходит нагрев только контактирующих поверхностей, образование соединений возможно без проплавления всего объема материала. С помощью ультразвука можно сваривать однородные и разнородные материалы различной толщины без подготовки поверхности. Ультразвуковая сварка получает все большее применение при решении проблем соединения отдельных узлов и элементов в производстве изделий из полимерных термопластичных материалов. Ультразвуковая сварка тем более ценна, что для ряда полимеров она является единственно возможным надежным способом соединения. Оптимальное время сварки для каждого вида изделия определяется при отработке технологических режимов. Время ультразвукового воздействия от долей секунды до нескольких секунд.

Как известно, популярность применения волоконно-оптических технологий при построении телекоммуникационных сетей связана с их высокой пропускной способностью. Тем более, что технический прогресс в этой сфере заставляет цены на оптическое оборудование передачи данных уменьшатся. Поэтому все больше телекоммуникационных компаний и операторов местного значения имеют возможность применять в своих сетях решения на основе волоконной оптики.

Одним из основных компонентов волоконно-оптической сети является оптический кабель – связующее звено между станционным и абонентским оборудованием. Однако надёжность волоконно-оптической линии в значительной степени зависит от операций прокладки и монтажа кабеля. Тем более, что стоимость строительно-монтажных работ сейчас явно преобладает над стоимостью самого кабеля.

В связи с этим становится все более актуальным вопрос выбора недорогих и качественных технологий сращивания оптических волокон и самого оптического кабеля. Соединение волокон, как правило, производится либо с помощью механических соединителей (типа Fibrlok, CoreLink и др.), либо ультразвуковой сваркой. Первый способ чаще используется для временного восстановления линий или там, где нужно произвести буквально несколько соединений. При этом, по сравнению со сваркой, возникают явно большие потери в соединении (Insertion Loss) и потери на отражение (Reflection Loss), а соединение волокон различных типов может вообще превратиться в большую проблему.

Аппаратура

Восстановитель защитного покрытия FujikuraFSR-02обеспечивает восстановление цветного или бесцветного защитного покрытия оптического волокна до исходного диаметра после выполнения сварки.

Программируемая длина восстановленного покрытия от 4 до 50 мм. Программируемое усилие при тестировании сварного соединения на прочность от 0,4 до 20 кгс. Для сварного соединения, не прошедшего тест на прочность, фиксируется усилие в момент разрыва.

Таблица 3

№	Матрица планирования							Рабочая матрица			Результат эксперимента Y кгс/см	Среднее значение Y кгс/см
	X1	X2	X3	X1X2	X2X3	X2X3	X1X2X3	Амплитуда колебаний мкм	Статическое давление Па $*10^5$	Длительность УЗ [с]		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.
1.	+	+	+	+	+	+	+	75	8,5	0,4	7,8 8,5 7,7 7,6 8	7,92
2.	-	+	+	-	-	+	-	65	8,5	0,4	4,8 4,5 4,2 4,8 4,6	4,58
3.	+	-	+	-	+	-	-	75	5,5	0,4	4,3 4,7 4,2 4,8 4,2	4,44
4.	-	-	+	+	-	-	+	65	5,5	0,4	3,3 3,2 3,5 3,9 3,6	3,5

5.	+	+	-	+	-	-	-	75	8,5	0,5	9,7 10,4 10,4 10,5 10,2	10,24
6.	-	+	-	-	+	-	+	65	8,5	0,5	4,2 4,4 4,5 4 3,8	4,18
7.	+	-	-	-	-	+	+	75	5,5	0,5	3,7 3,4 4 3,6 4,1	3,76
8.	-	-	-	+	+	+	-	65	5,5	0,5	4,1 4,1 4,2 4,1 4,5	4,2

После проведения опытов выполнена статистическая обработка результатов. Сначала определяли ошибки повторных (параллельных) опытов. Среднеквадратичное отклонение определяем по выражению

$$S_i^2 = \frac{\sum_1^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1},$$

где y - среднее арифметическое значение параметра оптимизации из пяти повторных опытов (значения приведены в таблице.2). Данные расчетов сведены в таблицу 4.

Таблица 4 Среднее квадратичное отклонение

Номер опыта	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Si^2	0,127	0,062	0,083	0,075	0,103	0,082	0,083	0,03
Si	0,356	0,249	0,288	0,274	0,321	0,286	0,288	0,173

Дисперсию воспроизводимости, с учетом данных таблицы 4, рассчитываем по выражению:

$$s^2_{\{y\}} = \frac{\sum_1^N \sum_1^n (y_i - \bar{y})^2}{N(n-1)} = \frac{\sum_1^N S_i^2}{N}.$$

Из расчета получаем $S^2_{\{y\}} = 0,081$. Проверку однородности дисперсий выполним по критерию Фишера. Вычислим расчетный показатель F по выражению:

$$F_{расч} = \frac{S^2_{\max}}{S^2_{\min}} = \frac{S_5{}^2_{\max}}{S_6{}^2_{\min}} = \frac{0,127}{0,03} = 4,233$$

При числах степеней свободы $f_5 = f_7 = n - 1 = 5-1=4$.

Определяем - $F_{табл.} = 6,4$ (см. Приложение 2).

Проводим сравнение с вычисленным значением : Fрасч. < Fтабл. - Констатируем условие выполнено - дисперсии однородны.

Уравнение математической модели с учетом парных взаимодействий имеет вид:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3 \qquad (1)$$

Коэффициенты регрессии при полном факторном эксперименте определяют по выражениям:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^N y_{ср}}{N}$$

$$b_1 = \frac{1}{N}\sum(y^1{}_{ср} - y^2{}_{ср} + y^3{}_{ср} - y^4{}_{ср} + y^5{}_{ср} - y^6{}_{ср} + y^7{}_{ср} - y^8{}_{ср})$$

$$b_2 = \frac{1}{N}\sum(y^1{}_{ср} + y^2{}_{ср} - y^3{}_{ср} - y^4{}_{ср} + y^5{}_{ср} + y^6{}_{ср} - y^7{}_{ср} - y^8{}_{ср})$$

$$b_3 = \frac{1}{N}\sum(y^1{}_{cp} + y^2{}_{cp} + y^3{}_{cp} + y^4{}_{cp} - y^5{}_{cp} - y^6{}_{cp} - y^7{}_{cp} - y^8{}_{cp})$$

$$b_{12} = \frac{1}{N}\sum(y^1{}_{cp} - y^2{}_{cp} - y^3{}_{cp} + y^4{}_{cp} + y^5{}_{cp} - y^6{}_{cp} - y^7{}_{cp} + y^8{}_{cp})$$

$$b_{13} = \frac{1}{N}\sum(y^1{}_{cp} - y^2{}_{cp} + y^3{}_{cp} - y^4{}_{cp} - y^5{}_{cp} + y^6{}_{cp} - y^7{}_{cp} + y^8{}_{cp})$$

$$b_{23} = \frac{1}{N}\sum(y^1{}_{cp} + y^2{}_{cp} - y^3{}_{cp} - y^4{}_{cp} - y^5{}_{cp} - y^6{}_{cp} + y^7{}_{cp} + y^8{}_{cp})$$

$$b_{123} = \frac{1}{N}\sum(y^1{}_{cp} - y^2{}_{cp} - y^3{}_{cp} + y^4{}_{cp} - y^5{}_{cp} + y^6{}_{cp} + y^7{}_{cp} - y^8{}_{cp})$$

Таблица 6

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
b_0	b_1	b_2	b_3	b_{12}	b_{13}	b_{23}	b_{123}
5,3525	1,238	1,378	-0,243	1,113	-0,168	-0,238	-0,513

С учетом значения дисперсии вопроизводимости $S_{\{y\}} = 0,284$ с доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$ находим границы доверительных интервалов для коэффициентов регрессии:

$$\Delta b_i = \pm\frac{t*S_y}{\sqrt{N}} = \pm\frac{2.78*0,284}{\sqrt{8}} = \pm 0,279$$

Полученное значение Δb_i сравнимо с значениями при коэффициентах, что позволяет :
$b_3 = b_{13} = b_{23} = 0$

Из таблиц распределения Стьюдента по числу степеней свободы n(m-1)=8(5-1)=8*4 =32 при уровне значимости $\alpha = 0,95$ находим tкр.=~ 2,0. Следовательно,

$$t_{критический} * \Delta b_i = 2,0*0,279 = 0,558$$

Получили параметр отбора коэффициентов регрессии

Сравнивая полученное значение $t_{крит.} = 0,558$ с коэффициентами уравнения регрессии, представленными в таблице 6, видим, что коэффициенты b_1, $b_{1,2}$ и $b_{2\,3}$ больше $t_{крит.} = 0,558$ по абсолютной величине. Следовательно, все коэффициенты кроме указанных - значимы. Указанные коэффициенты приравняем нулю = $b_3 = b_{13} = b_{23} = b_{123} = 0$

Уравнение математической модели имеет вид:

5,3525	1,238	1,378	-0,243	1,113	-0,168	-0,238	-0,513

$Y=5,3525+1,238X_1+1,378X_2-0,243X_3+1,113X_{12}-0,168X_{13}-0,238X_{23}-0,513X_{123}$

С учетом сделанных замечаний

$Y=5,3525+1,238X_1+1,378X_2+1,113X_{12}$

Создадим табличные формы - используя ранее введенные форматы

Таблица 7 Коэффициенты в уравнении регрессии

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
b_0	b_1	b_2	b_3	b_{12}	b_{13}	b_{23}	b_{123}
5,3525	**1,238**	**1,378**	**-0,243**	**1,113**	**-0,168**	**-0,238**	**-0,513**

С учетом сделанных замечаний имеем

Таблица 7а

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
b_0	b_1	b_2	b_3	b_{12}	b_{13}	b_{23}	b_{123}
5,3525	**1,238**	**1,378**	**0**	**1,113**	**0**	**0**	**0**

Таблица 8 Номенклатура факторов

	Факторы				Факторы взаимного действия			
	b0	x1	x2	x3	x12	x13	x23	x123
1.	+	+	+	+	+	+	+	+
2.	+	-	+	+	-	-	+	-
3.	+	+	-	+	-	+	-	-
4.	+	-	-	+	+	-	-	+
5.	+	+	+	-	+	-	-	-
6.	+	-	+	-	-	+	-	+
7.	+	+	-	-	-	-	+	+
8.	+	-	-	-	+	+	+	-

Заменяя знак + на 1 и знак минус на -1 произведем перемножение табличных элементов. Получим

Таблица 9 Значения коэффициентов модели

№	b0	x1	x2	x3	x12	x13	x23	x123	СУММА
1	5,35	1,24	1,38	0,00	1,11	0,00	0,00	0,00	9,080
2	5,35	-1,24	1,38	0,00	-1,11	0,00	0,00	0,00	4,380
3	5,35	1,24	-1,38	0,00	-1,11	0,00	0,00	0,00	4,100
4	5,35	-1,24	-1,38	0,00	1,11	0,00	0,00	0,00	3,850
5	5,35	1,24	1,38	0,00	1,11	0,00	0,00	0,00	9,080
6	5,35	-1,24	1,38	0,00	-1,11	0,00	0,00	0,00	4,380
7	5,35	1,24	-1,38	0,00	-1,11	0,00	0,00	0,00	4,100
8	5,35	-1,24	-1,38	0,00	1,11	0,00	0,00	0,00	3,850
									43,420

Рассчитаем дисперсию адекватности модели

$$S^2_{адекват} = \frac{\sum_{1}^{N} \Delta y_i^{\ 2}}{f}$$ где $f = N - (k+1) = 4$ число степеней свободы

где

$$\Delta y_i^{\ 2} = (y_{i\,ср} - y_i)^2$$

Таблица 10 Оценка

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Y i мод. [1]	9,080	4,380	4,100	3,850	9,080	4,380	4,100	3,850	Сумма
Y i [2]ср.	7,92	4,58	4,44	3,5	10,24	4,18	3,76	4,2	.
Δ y^2	1,35	0,04	0,12	0,12	1,35	0,04	0,12	0,12	3,25

$$S^2_{адекват} = \frac{\sum_{1}^{N} \Delta y_i^{\ 2}}{f} = \frac{3,25}{4} = 0,812$$

Адекватность математической модели определяем по критерию Фишера Приложение 2

$$F_{расчет} = \frac{S_{адекват}^{\ 2}}{S_{\{Y\}}} = \frac{0,812}{0,284} = 2,86$$

$$F_{табл} = 6,4$$

Fрасчет $\leq$ F табл. , следовательно модель адекватна.

[1] Таблица 9 Значения коэффициентов модели

[2] Таблица 3 Среднее значение

Поясним физический смысл полученной математической модели. Полученное соотношение показывает взаимосвязь прочности соединения оптического волокна с такими факторами, как амплитуда колебаний инструмента, статическое давление и их совместное проявление в формировании оптического соединения. На параметр оптимизации перечисленные факторы влияют пропорционально, на что указывают линейные эффекты.

Факторы: X1 -амплитуда колебаний – A; X2 -статическое давление – P; X3 - длительность ультразвукового импульса (время сварки) – t.

$$Y=5,3525+1,238X_1+1,378X_2+1,113X_{12}$$

С увеличением значений факторов прочность соединения должна увеличиваться. Наибольшее влияние оказывает амплитуда колебаний и парное взаимодействие амплитуды колебаний и статического давления.

Максимальное значение прочности достигнуто при амплитуде колебаний 75 мкм, статическом давлении $8,5.10^5$ Па и времени сварки 0,5с и равно 10,46 кг/см.

3. Индивидуальные задания

Задание 3.1

Провести построение факторной модели создания производства.

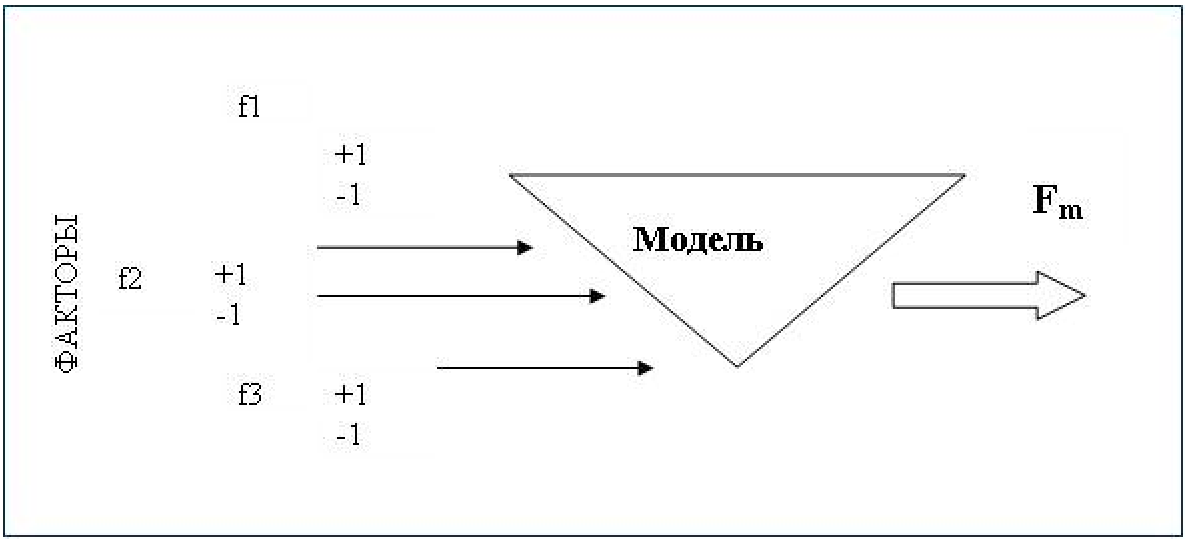


Таблица 3.1.1 Исходные значения параметров

Наименование и обозначение факторов	**Уровни варьирования**		
Инвестиции /млн. руб./ x1	45	60	75
Техническая документация /Мб/ x2	3000	5000	7000
Профессиональные кадры /человек / x3	10	12	14

Матрица планирования приведена в таблица 3.1.2.

Например, в таблице 2 приведена матрица планирования ПФЭ 2^3 для трех факторов: x1, x2, x3. Знак «+» говорит о том, что во время опыта (эксперимента - наблюдения) значение фактора устанавливают на верхнем уровне, а знак «–» показывает, что значение фактора устанавливают на нижнем уровне.

Имеется производство. Запуск производственного процесса осуществлялся с участием трех факторов: инвестиций, технической документации и профессиональных кадров - специалистов. По прошествии некоторого времени проводится оценка деятельности предприятия с целью установления важности факторов, используемых при запуске производства, а также установления показателей оптимальности использования ресурсов.

Подготовку результатов оценки деятельности предприятия проводят по факторной модели, а выходные показатели, характеризующие всю деятельность предприятия, оценивают по величине валовой прибыли.

Прибыль является конечным результатом деятельности предприятия. Валовая прибыль – это общая прибыль, полученная до совершения всех вычетов и отчислений. То есть ее можно определить, как показатель превышения доходов над всеми текущими затратами. В состав валовой прибыли включает амортизацию основного капитала и доходы, полученные от собственности. Прибыль является конечным результатом деятельности предприятия.

Таблица 3.1.2 Исходная матрица планирования

№	Исследуемые факторы			Результаты опытов. Условный показатель валовой прибыли				
	X1	X2	X3	F1	F2	F3	F4	F5
1.	+	+	+	102	119	114	115	117
2.	-	+	+	78	81	82	82	80
3.	+	-	+	58	62	65	59	64
4.	-	-	+	112	110	111	114	109
5.	+	+	-	185	179	172	175	184
6.	-	+	-	152	159	157	154	154
7.	+	-	-	45	42	41	45	43
8.	-	-	-	95	94	97	100	98

Задание 3.2

Провести построение факторной модели подготовки технического проекта

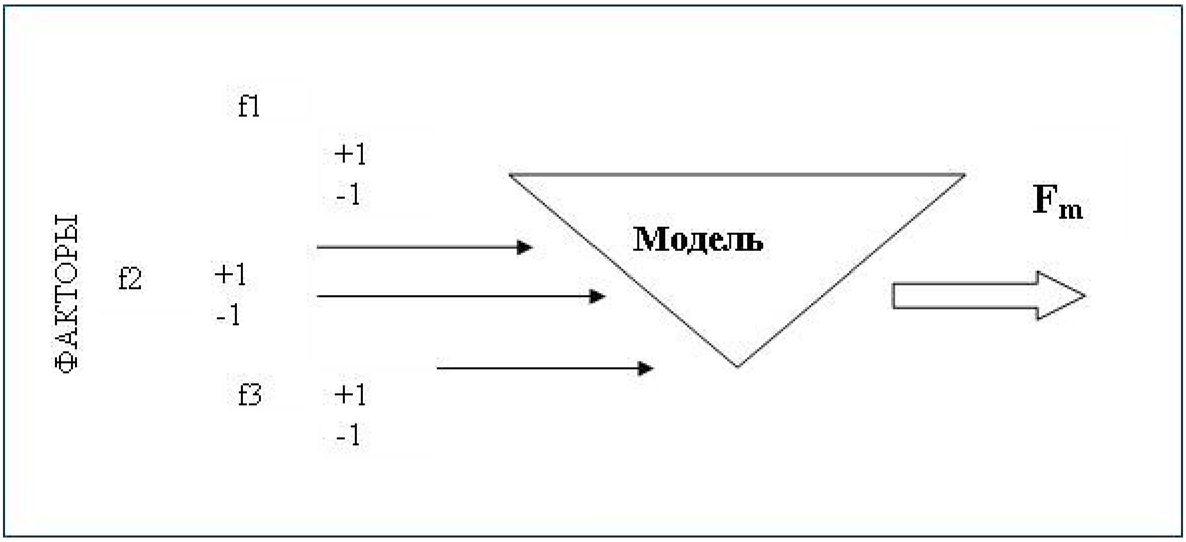


Таблица 3.2.1 Исходные значения параметров

Наименование и обозначение факторов	Уровни варьирования		
Ресурс /млн. руб./ x1	25	30	35
Материальная часть (оборудование) / млн. руб. / x2	200	250	300
Профессиональные кадры /человек / x3	8	10	12

Матрица планирования приведена в таблица 3.2. 2

Например, в таблице 2 приведена матрица планирования ПФЭ 2^3 для трех факторов: x1, x2, x3. Знак «+» говорит о том, что во время опыта (эксперимента - наблюдения) значение фактора устанавливают на верхнем уровне, а знак «–» показывает, что значение фактора устанавливают на нижнем уровне.

Таблица 3.2.2 Исходная матрица планирования

№	Исследуемые факторы			Результаты опытов. Условный показатель валовой прибыли				
	X1	X2	X3	F1	F2	F3	F4	F5
9.	+	+	+	4	6	9	5	6
10.	-	+	+	7	8	5	4	8
11.	+	-	+	7	9	8	7	7
12.	-	-	+	4	3	5	5	5
13.	+	+	-	8	9	7	10	10
14.	-	+	-	10	8	7	9	8
15.	+	-	-	9	8	6	7	8
16.	-	-	-	9	10	8	7	9

Имеется производство. На производстве осуществляются работы по созданию пакета конструкторской документации по реализации проекта. По прошествии некоторого времени проводят анализ результатов работы с материально техническим комплексом созданным по программе проекта. Оценивают эффективность работы материально технического комплекса по 10 бальной шкале.

Приложение 1

ЗНАЧЕНИЯ КРИТЕРИЯ СТЬЮДЕНТА (t-КРИТЕРИЯ) ПРИ РАЗЛИЧНОЙ ДОВЕРИТЕЛЬНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ (*a*) ДЛЯ РАЗНОГО ЧИСЛА ИЗМЕРЕНИЙ (*u*)

u	*a*								
	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99	0,999
2	2,00	1,38	2,0	3,1	6,31	12,71	31,8	63,7	637
3	0,82	1,06	1,3	1,9	2,92	4,30	6,96	9,92	31,6
4	0,77	0,98	1,25	1,6	2,35	3,18	4,54	5,84	12,9
5	0,74	0,94	1,2	1,5	2,13	2,78	3,75	4,60	8,6
6	0,73	0,92	1,2	1,5	2,02	2,57	3,36	4,03	6,9
7	0,72	0,90	1,1	1,4	1,94	2,45	3,14	3,71	6,0
8	0,71	0,90	1,1	1,4	1,90	2,37	3,00	3,50	5,4
9	0,71	0,89	1,1	1,4	1,86	2,31	2,90	3,36	5,0
10	0,70	0,88	1,1	1,4	1,83	2,26	2,82	3,25	4,8
11	0,70	0,88	1,1	1,4	1,81	2,23	2,76	3,17	4,6
12	0,70	0,87	1,1	1,4	1,80	2,20	2,72	3,10	4,5
13	0,70	0,87	1,1	1,4	1,78	2,18	2,68	3,05	4,3
14	0,69	0,87	1,1	1,4	1,77	2,16	2,65	3,30	4,2
15	0,69	0,87	1,1	1,3	1,76	2,15	2,62	2,98	4,1
16	0,69	0,87	1,1	1,3	1,75	2,13	2,60	2,95	4,0
17	0,69	0,86	1,1	1,3	1,75	2,12	2,58	2,92	4,0
18	0,69	0,86	1,1	1,3	1,74	2,11	2,56	2,90	4,0
19	0,69	0,86	1,1	1,3	1,73	2,10	2,55	2,88	3,9
20	0,69	0,86	1,1	1,3	1,73	2,09	2,54	2,85	3,9
30	0,68	0,85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,5	2,8	3,7
40	0,68	0,85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,4	2,7	3,6
60	0,68	0,85	1,0	1,3	1,7	2,0	2,4	2,7	3,5
120	0,68	0,85	1,0	1,3	1,7	2,0	2,4	2,6	3,4
∞	0,67	0,84	1,0	1,3	1,6	2,0	2,3	2,6	3,3

Приложение 2

ЗНАЧЕНИЯ КРИТЕРИЯ ФИШЕРА (F-КРИТЕРИЯ) ПРИ ДОВЕРИТЕЛЬНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ 0,95

Число степеней свободы дисперсии / Число степеней свободы для меньшей дисперсии	1	2	3	4	5	6	8	12	16	24	50	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	238,9	243,9	246,5	249,0	251,8	254,3
2	19,51	19,0	19,6	19,24	19,30	19,33	19,37	19,41	19,43	19,45	19,47	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,69	8,64	8,58	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,84	5,77	5,70	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,60	4,53	4,44	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,92	3,84	3,75	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,49	3,41	3,32	3,28
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,20	3,12	3,03	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,98	2,90	2,80	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,82	2,74	2,64	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,70	2,61	2,50	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,60	2,50	2,40	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,51	2,42	2,32	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,44	2,35	2,24	2,18
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,39	2,29	2,18	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,33	2,24	2,13	2,01
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,18	2,08	1,96	1,84
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,99	1,89	1,76	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,90	1,79	1,66	1.51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,85	1,74	1,60	1.44
100	3,94	3,09	2,60	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,75	1,63	1,48	1.28
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,64	1,52	1,35	1.00