

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ  
ФГОБУВПО «САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ  
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»  
Кафедра Информационных управляющих систем

# «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЛОКАЛЬНОГО ИНТЕРФЕЙСА УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИИ FRAME RELAY»

Санкт-Петербург

# Frame Relay

## **Преимущества Frame Relay:**

- высокоскоростное соединение локальных сетей,
- снижение стоимости передачи информации из локальной сети в глобальную,
- уменьшение времени задержки при передаче информации через сеть.

## **Однако:**

- Frame Relay определяет лишь базовый механизм передачи данных;
- не предполагает никакого механизма локального управления и контроля за состоянием связи.

## **Стандарт ANSI T1.617 :**

- логические и процедурные характеристики LMI;
- диапазоны параметров для синхронизации процедур управления;
- не определяет качество.

# Локальный интерфейс управления LMI (Local Management Interface)

## **LMI:**

- применяется в оконечном аппаратно-программном обеспечении,
- выполняет последовательный опрос аппаратуры канала данных для подтверждения целостности соединения.

## **Необходимость:**

- оперативное получение информации о состоянии виртуальных соединений;
- своевременное управление сетью.

LMI проверяет целостность соединения с помощью сообщений двух типов:

- «Запрос состояния»,
- «Состояние».

# Локальный интерфейс управления LMI (Local Management Interface)

## Алгоритм:

1. Оконечное оборудование периодически запрашивает через интерфейс LMI состояние сети: через определенный временной интервал **T391** посылает в сеть сообщение «Запрос состояния».
2. Сеть отвечает сообщением «Состояние», содержащем информацию о целостности соединения.
3. Интерфейс LMI ведет подсчет числа опросов. По достижении какого-то числа переданных сообщений «Запрос состояния» **N391** оконечное оборудование запрашивает у сети информацию о полном состоянии, также используя сообщение «Запрос состояния».
4. Аппаратура отвечает сообщением «Состояние».

## Международные обозначения:

T391 – временной интервал опроса (отправки «Запроса состояния»).

N391 – количество отправленных сообщений «Запрос состояние», при достижении которого отправляется запрос о полном состоянии.

T392 – временной регламент отправки сообщения ( $T392 > T391$ ).

N392 – максимально допустимое число ошибок.

N393 – установленный период подсчета ошибок.

# Локальный интерфейс управления LMI (Local Management Interface)

## Ошибки, обнаруженные аппаратурой канала данных:

- прием кадра LMI, информирующего о целостности связи, с неправильным порядковым номером (не соответствующим порядковому номеру последнего переданного кадра);
- сообщение «Запрос состояния» не принято по истечении тайм-аута (этот интервал имеет международное обозначение **T392** и должен быть больше, чем **T391**).

## Ошибки, обнаруженные оконечным оборудованием:

- прием кадра LMI, информирующего о целостности соединения, с неправильным порядковым номером (не соответствующим порядковому номеру последнего переданного кадра);
- сообщение «Состояние» не принято по истечении временного интервала **T391** – после передачи сообщения «Запрос состояния».

Если для **N393** оправленных сообщений количество ошибок превышает заданный порог **N392**, определяется временная неготовность канала, передача данных прекращается.

# Локальный интерфейс управления LMI (Local Management Interface)

**Стратегия LMI** – обнаружение нарушений целостности виртуальных соединений.

→ Выбираемые показатели качества должны учитывать факт появления дефекта в процессе реализации контрольных процедур.

- $k_0$  – любой момент времени, в который состояние соединения может измениться.
- $k^*$  – момент времени, в которой принимается решение (при обнаружении нарушения целостности соединения).
- $p_{k^*/k_0}$  – вероятность принятия решений относительно момента времени  $k_0$ .

**Принимается решение о появлении дефекта:**

- $k^* < k_0$  – ложная тревога (ложное обнаружение);
- $k^* > k_0$  – нарушение целостности соединения обнаружено с запаздыванием ( $k^* - k_0$ ).

# Объединение вероятностей

—  
 $\bar{t}_L$  – среднее время до первой ложной тревоги;

—  
 $\bar{t}_Z$  – среднее время запаздывания в обнаружении нарушения целостности соединения;

## Дискретное время наблюдения:

$\bar{N}_L$  – среднее число шагов (временных тактов) до первого объявления ложной тревоги;

$\bar{N}_Z$  – среднее число шагов запаздывания в обнаружении нарушения целостности соединения.

$\tau$  – постоянный квант времени для каждого цикла опроса состояния.

$$\bar{t}_L = \bar{N}_L \tau, \bar{t}_Z = \bar{N}_Z \tau$$



# Обнаружение нарушений целостности соединений

Контрольные процедуры LMI – накопление бинарных результатов прохождения последовательности пронумерованных кадров.

Традиционный вариант – выборочное накопление бинарных результатов прохождения последовательности пронумерованных кадров с детерминированным периодом обнуления.

## **1 уровень:**

- обнаружение ошибки;
- формирование бинарного результата (1 в случае обнаружения ошибки, 0 – в альтернативном случае).

## **2 уровень:**

- накопление бинарных результатов;
- проверка принадлежности накопленной суммы задаваемой области допустимых значений.



# Решающая функция второго уровня в дискретный момент времени

$$R_{II}(j) = \begin{cases} R_{II}(j-1)+1, & \text{если } Frame(j) \neq correct \\ & \text{или } t \geq T392; \\ R_{II}(j-1), & \text{если } Frame(j) = correct \\ & \text{или } t < T392; \end{cases} \quad (1)$$

$R_{II}(0) = 0,$

где  $j = 0, 1, 2, \dots$  – дискретные моменты времени;

$Frame(j)$  – очередной принятый кадр о целостности соединения;

$R_{II}(j)$  – значение решающей функции второго уровня в дискретный момент времени;

$Frame(j) \neq correct$  – ситуация, когда происходит прием кадра LMI, информирующего о целостности виртуального соединения, с неправильным порядковым номером или прием кадра LMI с ошибкой в его поле проверочной последовательности.

$t \geq T392$  – сообщение «Запрос состояния» не принято по истечении временного интервала T392.

# Решающая функция второго уровня в дискретный момент времени

Результирующие решения обновляются в моменты времени  $N393, 2N393, \dots, iN393, \dots$  после сравнения решающей функции второго уровня с порогом  $N392$ , где

$$i = \left[ \frac{j}{N393} \right] \text{ и } i \neq 0,$$

$$\left[ \frac{j}{N393} \right] - \text{целая часть отношения } \frac{j}{N393}$$

- $R_{II}(j = iN393) \geq N392$  – обнаружение дефекта.
- $R_{II}(j = iN393) < N392$  – дефект отсутствует, значение решающей функции второго уровня обнуляется .

$$R_{II}(j = iN393) = 0.$$

# Модель определения средних времен до принятия решений

$$P_L = \sum_{k=N392}^{N393} C_{N393}^k p_1^k (1-p_1)^{N393-k} = 1 - P(N393, N392-1, p_1) \quad (2)$$

$P_L$  – вероятность ложного обнаружения;

$p_1$  – вероятность приема некорректного кадра или его отсутствие по истечении временного интервала тайм-аута T392 при отсутствии дефектов;

$P(N393, N392-1, p_1)$  – наступления не более  $(N392-1)$  успехов среди  $N393$  испытаний, когда каждый успех может происходить с вероятностью  $p_1$ .

# Вероятность ложного обнаружения

При  $p_1 < \frac{N392}{N393}, N393 \gg 1, N392 \gg 1$

$$P(N393, N392 - 1, p_1) \approx 1 - \frac{(1 - p_1) \cdot \frac{N392}{N393}}{\frac{N392}{N393} - p_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot N392 \cdot (1 - \frac{N392}{N393})}} \cdot e^{-N393 \cdot D(p_1, \frac{N392}{N393})} \quad (3)$$

$$D(p_1, \frac{N392}{N393}) = \frac{N392}{N393} \cdot \ln\left(\frac{p_1 \cdot N393}{N392}\right) - \left(1 - \frac{N392}{N393}\right) \cdot \ln\left(\frac{1 - p_1}{1 - \frac{N392}{N393}}\right)$$

$$P_L \approx \frac{(1 - p_1) \cdot \frac{N392}{N393}}{\frac{N392}{N393} - p_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot N392 \cdot (1 - \frac{N392}{N393})}} \cdot e^{-N393 \cdot D(p_1, \frac{N392}{N393})} \quad (4)$$

# Вероятность ложного обнаружения

Для определения тенденций влияния существенных параметров решающей процедуры  $N392$  и  $N393$  на вероятность ложного обнаружения в области малых ее значений целесообразно проанализировать зависимость  $\ln(P_L)$  от  $\frac{N392}{N393}$ .

При учете (4) и пренебрежении коэффициентами при экспоненте получается приближение:

$$\ln P_L \approx -N393 \cdot D(p_1, N392, N393) \quad (5)$$

При независимых событиях среднее число шагов до первого ложного обнаружения нарушения целостности соединения:

$$\bar{N}_L = \frac{N393}{\tilde{p}^{(1)}} \quad (6)$$

# Вероятность ложного обнаружения

$$\bar{p}^{(1)} = \sum_{k=N392}^{N393} C_{N393}^k p_1^k (1-p_1)^{N393-k} \quad (7)$$

$\bar{p}^{(1)}$  – вероятность ложного обнаружения в очередном цикле накопления.

Сопоставление (2) и (7):  $\bar{p}^{(1)} = P_L$ , то есть  $\bar{N}_L = \frac{N393}{P_L}$

Увеличение отношения  $\frac{N392}{N393}$  приводит к возрастанию длительности интервала времени до первого объявления ложной тревоги.

Уменьшение вероятности  $p_1$  вызывает увеличение  $\bar{N}_L$ .

При использовании приближенных формул для построения зависимостей  $lg(\bar{N}_L) = f\left(\frac{N392}{N393}\right)$  погрешность оценивания не превышает 14%.

Значения  $lg(\bar{N}_L)$  при  $\frac{N392}{N393} = 0.1$  практически совпадают со значениями  $lg(\bar{N}_L)$  при одноуровневой системе принятия решений.

# Вероятность ложного обнаружения

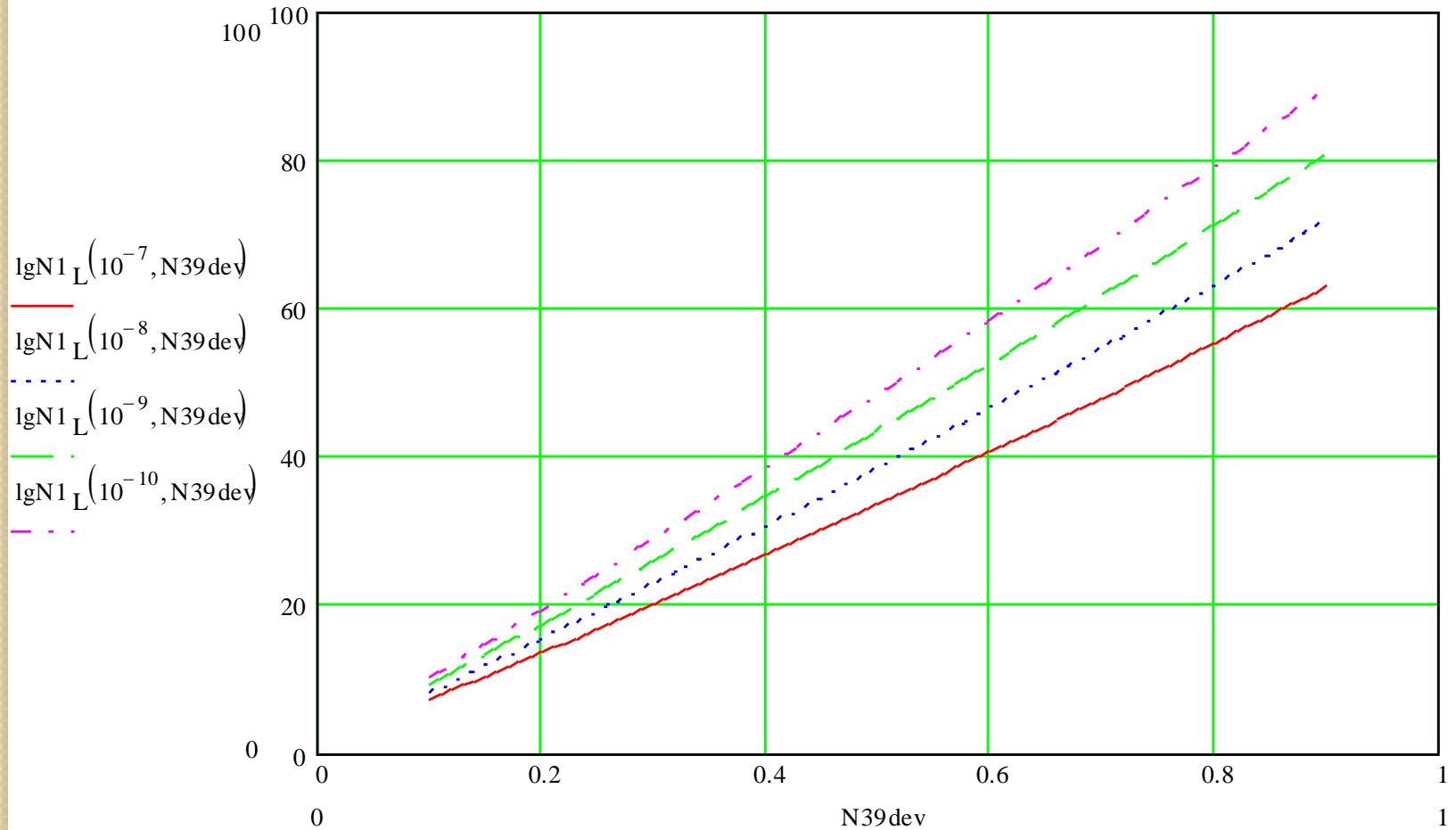


Рисунок 1. Зависимости  $\lg(\overline{N}_L)$  от  $\frac{N_{392}}{N_{393}}$  при  $p_1 = \text{const}$



# Определение среднего числа шагов запаздывания в обнаружении нарушения целостности соединения $\bar{N}_z$

При появлении дефекта в произвольный момент времени  $i$  на текущем цикле накопления отслеживаются случайные величины с разными плотностями распределения  $\varpi_l(Frame)$ ,  $l=1,2$ , а на последующих циклах все значения решающей функции первого уровня описываются плотностью распределения  $\varpi_2(Frame)$ .

В связи с этим в выражении для  $\bar{N}_z$  выделяются две группы случайных значений времени запаздывания, взвешенные с соответствующими вероятностями:

- 1) случайные значения, принадлежащие текущему циклу накопления, в котором появился дефект;
- 2) случайные значения, относящиеся к последующим циклам накопления.

(7)

# Определение среднего числа шагов запаздывания в обнаружении нарушения целостности соединения $\bar{N}_z$

Среднее число шагов запаздывания при равномерном распределении момента времени появления дефекта в пределах цикла накопления:

$$\bar{N}_z = \frac{1}{N393} \left\{ \sum_{i=1}^{N393} \left[ p_i'' (N393 - i) + (1 - p_i'') \sum_{k=1}^{\infty} ((k+1)N393 - i) (1 - \tilde{p}^{(2)})^{k-1} \tilde{p}^{(2)} \right] \right\} \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{N393} \frac{1}{N393} p_i'' = \sum_{i=1}^{N393} p_i' = P_0 \quad (9)$$

$$\tilde{p}^{(2)} = \sum_{i=N392}^{N393} C_{N393}^i p_1^i (1 - p_1)^{N393-i} \quad (10)$$

$p_i'$  – вероятность, что  $N_z = N393 - i$  в случае, когда дефект обнаруживается в том цикле накопления, в котором он появился;

$P_0$  – вероятность обнаружения нарушения целостности соединения в текущем цикле накопления, которому принадлежит момент времени его появления;

$\tilde{p}^{(2)}$  – вероятность обнаружения нарушения целостности соединения в любом очередном цикле накопления, отличном от текущего цикла;

$p_1$  – вероятность получения некорректного кадра.

# Определение среднего числа шагов запаздывания в обнаружении нарушения целостности соединения $\bar{N}_z$

После сборки слагаемых получается более компактная запись выражения (8):

$$\bar{N}_z = \frac{N393-1}{2} - \frac{(1-P_0)N393}{\tilde{p}^{(2)}} \quad (11)$$

$$p_i' = \frac{1}{N393} \sum_{j=0}^{i-1} C_{i-1}^j p_1^j (1-p_1)^{i-1-j} \sum_{k=N392-j}^{N393-i+1} C_{N393-i+1}^k p_2^k (1-p_2)^{N393-i+1-k} \quad (12)$$

При  $i \in [1, N393-N392+1]$ , если  $N392 \geq \frac{N393}{2} + 1$

или при  $i \in [1, N392]$ , если  $N392 < \frac{N393}{2} + 1$

# Определение среднего числа шагов запаздывания в обнаружении нарушения целостности соединения $\bar{N}_z$

$$p_i' = \frac{1}{N393} \left[ \sum_{j=0}^{N392-1} C_{i-1}^j p_1^j (1-p_1)^{i-1-j} \sum_{k=N392-j}^{N393-i+1} C_{N393-i+1}^k p_2^k (1-p_2)^{N393-i+1-k} + \right. \quad (13)$$

$$\left. + \sum_{j=N392}^{i-1} C_{i-1}^j p_1^j (1-p_1)^{i-1-j} \right]$$

при  $i \in [N392+1, N393-N392+1]$ , если  $N392 < \frac{N393}{2} + 1$

$$p_i' = \frac{1}{N393} \sum_{j=N392-N393+i-1}^{i-1} C_{i-1}^j p_1^j (1-p_1)^{i-1-j} \sum_{k=N392-j}^{N393-i+1} C_{N393-i+1}^k p_2^k (1-p_2)^{N393-i+1-k} \quad (14)$$

при  $i \in [N393-N392+2, N392]$ , если  $N392 \geq \frac{N393}{2} + 1$

# Определение среднего числа шагов запаздывания в обнаружении нарушения целостности соединения $\bar{N}_z$

$$p_i' = \frac{1}{N393} \left[ \sum_{j=N392-N393+i-1}^{N392-1} C_{i-1}^j p_1^j (1-p_1)^{i-1-j} \sum_{k=N392-j}^{N393-i+1} C_{N393-i+1}^k p_2^k (1-p_2)^{N393-i+1-k} + \sum_{j=N392}^{i-1} C_{i-1}^j p_1^j (1-p_1)^{i-1-j} \right] \quad (15)$$

при  $i \in [N392+1, N393]$ , если  $N392 \geq \frac{N393}{2} + 1$

или при  $i \in [N393-N392+2, N393]$ , если  $N392 < \frac{N393}{2} + 1$

Предполагается равномерное распределение момента времени появления дефекта в пределах цикла накопления и учитывается выражение для бинома Ньютона:

$$\sum_{k=0}^{N393-i+1} C_{N393-i+1}^k p_2^k (1-p_2)^{N393-i+1-k} = 1$$

# Определение среднего числа шагов запаздывания в обнаружении нарушения целостности соединения $\bar{N}_z$

С учетом бинома Ньютона внутренние суммы в выражениях (12) – (15) могут представляться в виде:

$$\sum_{k=N392-j}^{N393-i+1} C_{N393-i+1}^k p_2^k (1-p_2)^{N393-i+1-k} = 1 - P(N393-i+1, N392-j-1; p_2) \quad (16)$$

При  $\frac{N392-j}{N393-i+1} < p_2$ ,  $(N392-j) \gg 1$ ,  $(N393-i+1) \gg 1$  для вычисления

значений  $P(N393-i+1, N392-j-1; p_2)$  можно воспользоваться асимптотической формулой:

$$P(N393-i+1, N392-j-1, p_2) \approx \frac{(1-p_2) \cdot \frac{N392-j}{N393-i+1}}{p_2 - \frac{N392-j}{N393-i+1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot (N392-j) \cdot (1 - \frac{N392-j}{N393-i+1})}} \cdot e^{-\frac{(N393-i+1) \cdot D(p_2, \frac{N392-j}{N393-i+1})^2}{2 \cdot (N392-j) \cdot (1 - \frac{N392-j}{N393-i+1})}} \quad (17)$$

# Определение среднего числа шагов запаздывания в обнаружении нарушения целостности соединения $\bar{N}_z$

$$D\left(p_2, \frac{N392-j}{N393-i+1}\right) = -\frac{N392-j}{N393-i+1} \ln \frac{p_2}{\frac{N392-j}{N393-i+1}} - \left(1 - \frac{N392-j}{N393-i+1}\right) \ln \frac{1-p_2}{1 - \frac{N392-j}{N393-i+1}} \quad (18)$$

Когда  $p_2 < \frac{N392-j}{N393-i+1}$ ,  $(N392-j) \gg 1$ ,  $(N393-i+1) \gg 1$

$$P(N393-i+1, N392-j-1, p_2) \approx 1 - \frac{(1-p_2) \frac{N392-j}{N393-i+1}}{\frac{N392-j}{N393-i+1} - p_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi (N392-j) \left(1 - \frac{N392-j}{N393-i+1}\right)}} \cdot e^{-\frac{(N393-i+1) \cdot D\left(p_2, \frac{N392-j}{N393-i+1}\right)}{2}} \quad (19)$$

При  $\frac{N392-j}{N393-i+1} = p_2$ ,  $P(N393-i+1, N392-j-1; p_2) \approx 0.5$



# Определение среднего числа шагов запаздывания в обнаружении нарушения целостности соединения $\bar{N}_z$

При малых значениях  $P_0$ ,  $\tilde{p}^{(2)}$  получается приближение:  $\bar{N}_z = \frac{N393}{\tilde{p}^{(2)}} \quad (20)$

где  $\tilde{p}^{(2)} = \sum_{i=N392}^{N393} C_{N393}^i p_2^i (1-p_2)^{N393-i} = 1 - P(N393, N392-1; p_2) \quad (21)$

При  $p_2 < \frac{N392}{N393}$

$$P(N393, N392-1, p_2) \approx 1 - \frac{(1-p_2) \cdot \frac{N392}{N393}}{\frac{N392}{N393} - p_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot N392 \cdot (1 - \frac{N392}{N393})}} \cdot e^{-N393 \cdot D(p_2, \frac{N392}{N393})} \quad (22)$$

При  $\frac{N392}{N393} < p_2$

$$P(N393, N392-1, p_2) \approx \frac{(1-p_2) \cdot \frac{N392}{N393}}{p_2 - \frac{N392}{N393}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot N392 \cdot (1 - \frac{N392}{N393})}} \cdot e^{-N393 \cdot D(p_2, \frac{N392}{N393})} \quad (23)$$

# Зависимость $\lg(\bar{N}_z)$ от $\frac{N_{392}}{N_{393}}$

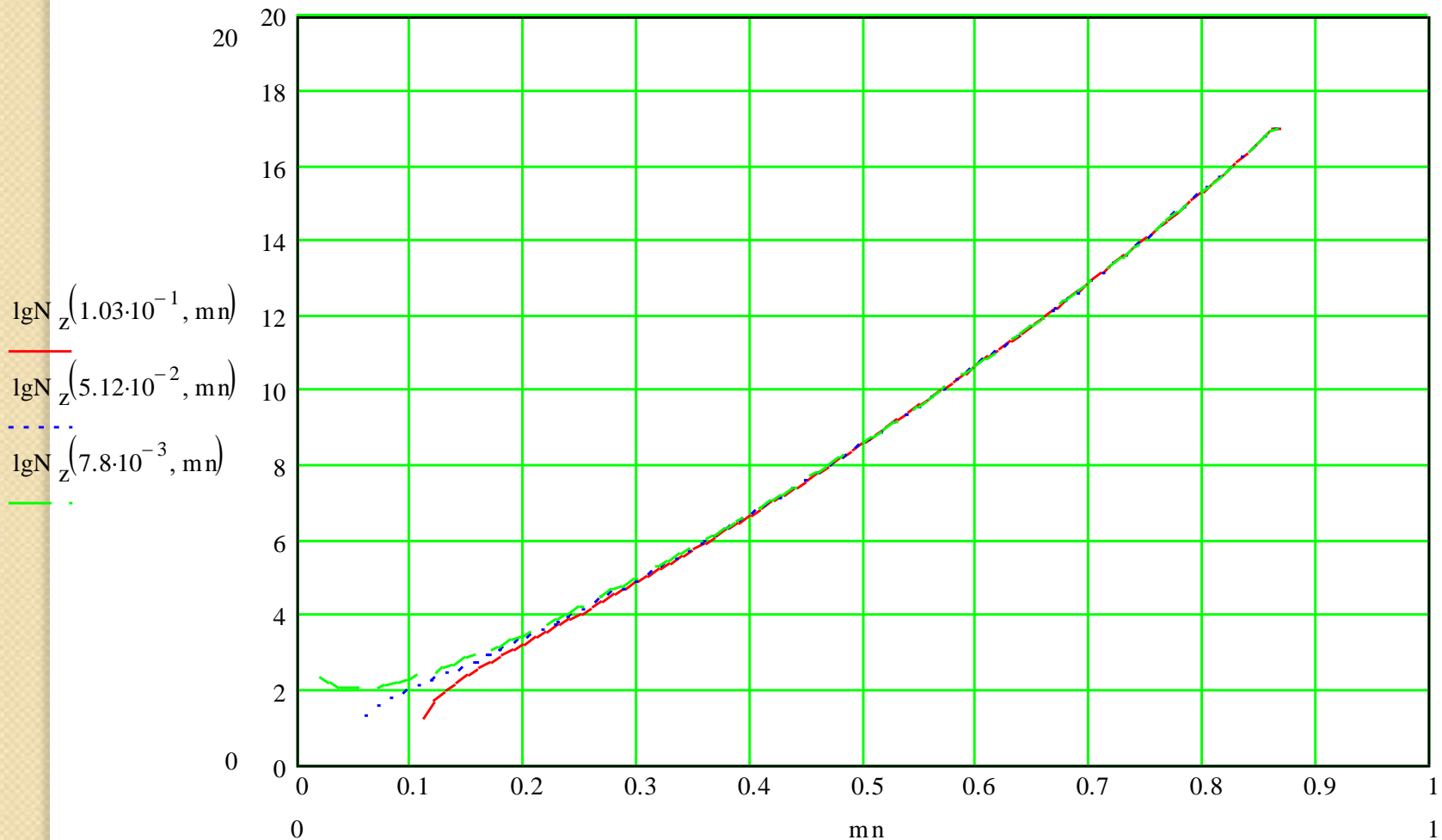


Рисунок 2. Зависимости  $\lg \bar{N}_z = f\left(\frac{N_{392}}{N_{393}}\right)$  при  $p_1 = \text{const}$

# Характеристики обнаружения

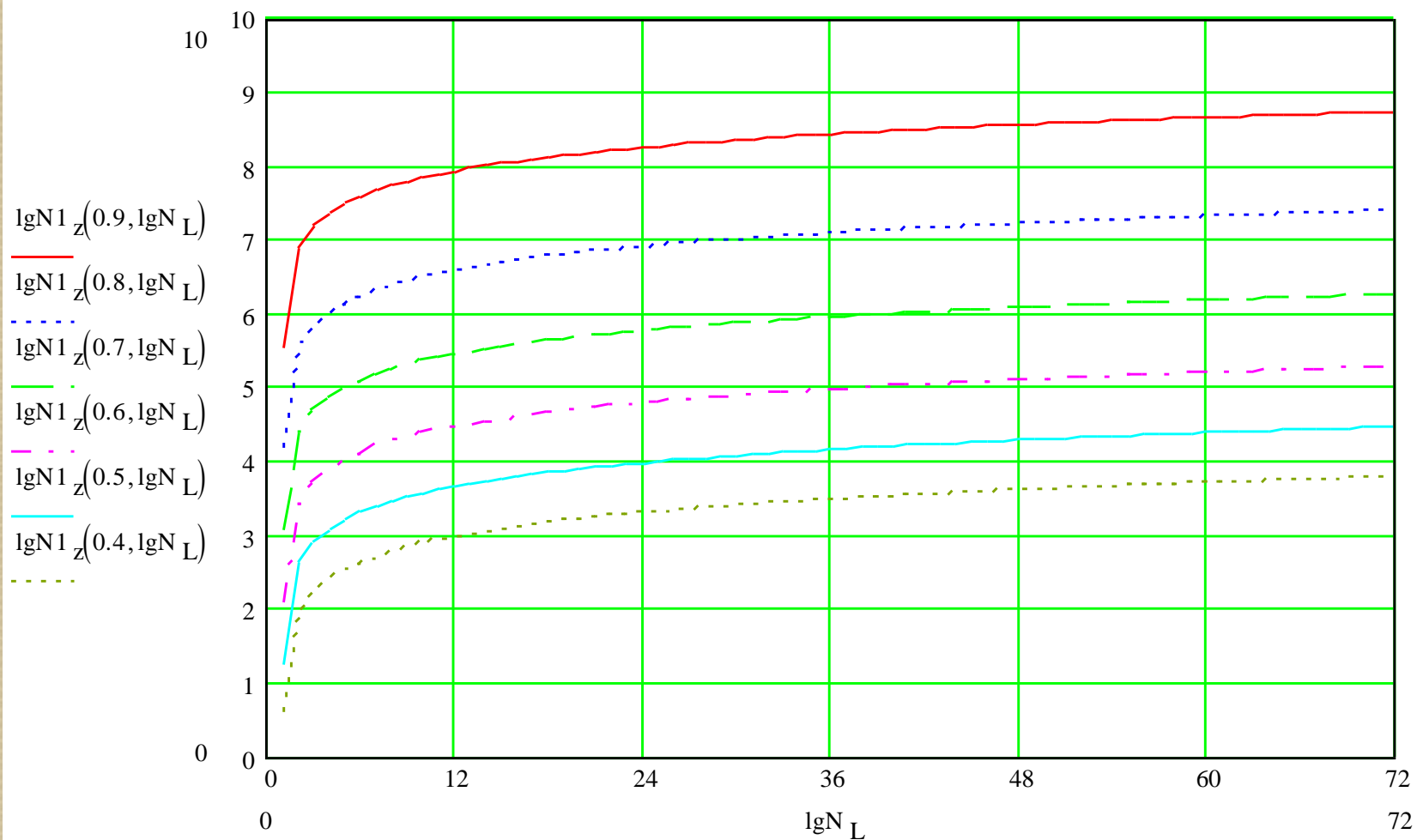


Рисунок 3. Характеристики обнаружения

# Вывод

**Выведенная система аналитических соотношений позволяет:**

- определить средние времена до принятия решений о нарушении целостности соединений;
- выявляет их зависимость от параметров, используемых для синхронизации процедур управления LMI, при выборочном накоплении результатов анализа процессов прохождения контрольных кадров в случае детерминированного периода обнуления решающей функции второго уровня.