

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
ИМ. ПРОФ. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»**

Кафедра Конструирования и производства радиоэлектронных средств_

**Утверждаю
Заведующий кафедрой
к.т.н., доцент**

«___» _____ 201 года

по дисциплине **ЛЕКЦИЯ**
**«Проектная графика в конструкциях электронных
средств»**

ТЕМА №2 **Введение в векторную графику**
Занятие № 3 **Двухмерные преобразования в проектной графике**

**Обсуждена на заседании кафедры
Протокол № ___ от
«___» _____ 201 года**

**Санкт-Петербург
2018**

I. Учебные цели

1. Изучить особенности векторной графики.
2. Рассмотреть виды изделий и конструкторских документов.
3. Изучить общие правила оформления чертежей и выполнения электрических схем с точки зрения проектной графики.

II. Воспитательные цели

1. Воспитание чувства ответственности за качественное освоение изучаемой дисциплины.
2. Поднять творческую составляющую обучения.

III. Расчет учебного времени

| Содержание и порядок проведения лекции | Время, мин |
|---|------------|
| Вступительная часть. Основная часть (текст лекции) Учебные вопросы: 1. Необходимость преобразований. 1.1. Сдвиг. 1.2. Поворот. 1.3. Масштабирование. 2. Матричное представление. 2.1. Матричные формулы преобразований. 2.2. Эффективность. Заключение. | 3 |
| Заключительная часть | 2 |

IV. Литература

1. У. Ньюмен, Р. Спрулл. Основы интерактивно машинной графики. М., «Мир», 1976.
2. Сторчак Н. А., Синьков А. В. Компьютерная графика: учебное пособие; ВПИ(филиал) ВолгГТУ.- Волгоград, 2009.с

V. Учебно-материальное обеспечение

Наглядные пособия (схемы):

1. Наглядные пособия: Слайды.
2. ТСО: ПЭВМ, мультимедиа-проектор

VI. Текст лекции

Введение

2D (two dimensions) – вид компьютерной графики широко применяемое при создании проектов. Такое изображение всегда будет выглядеть плоским, так как в нем используется только два измерения – ширина и высота. Используется для создания чертежей деталей, различных схем, карт, и т.д. Несмотря на то, что 2D графика выглядит как плоское изображение, за счет теней можно добиться эффекта объемных объектов (но не фотореалистичности).

Векторный метод – это метод представления изображения в виде совокупности отрезков и дуг и т. д. В данном случае вектор – это набор данных, характеризующих какой-либо объект.

В векторной графике 2D изображение представлено в виде геометрических форм, что дает максимальную точность построенного изображения. Такой формат картинки легко редактируется, масштабируется, поворачивается, деформируется, и позволяет имитировать трехмерность. Из недостатков вектора можно отметить отсутствие реалистичности и невозможность использования эффектов. Векторная графика подходит для рисования чертежей и схем, используется для масштабируемых шрифтов, деловой графики, а так же применяется в печати (обеспечивает высокое качество изображения).

1. Необходимость преобразований

Графическая система должна позволить проектировщику формировать изображения, допускающие различные преобразования. Например, он должен иметь возможность увеличивать масштаб изображения, чтобы лучше были видны детали, или уменьшать масштаб, чтобы рассмотреть более значительную часть изображения. Он должен также уметь производить преобразования частей изображения и символов. Удобно также масштабировать изображение и поворачивать его на некоторый угол.

Следует обратить внимание на *два аспекта формулирования преобразований*.

Во-первых, каждое преобразование представляет собой цельное математическое понятие и в качестве такого должно обозначаться собственным именем или символом.

Во-вторых, два преобразования можно комбинировать, или совмещать, в результате чего получается одно преобразование, т. е. то же самое, что и при последовательном выполнении двух исходных преобразований.

Положим, например, что A — *преобразование сдвига*, а B — *преобразование масштабирования*. Свойство *совмещения* позволяет определить преобразование $C=A*B$, обеспечивающее *сдвиг и последующее масштабирование*. Принципы совмещения преобразований и их обозначения используются в трехмерных и перспективных преобразованиях.

Все эти преобразования используются для вычисления координат новой точки (x', y') по координатам точки (x, y) в исходном описании изображения. Если в этом описании имеется отрезок прямой, то достаточно применить преобразование к концам отрезка прямой и провести прямую линию между двумя преобразованными точками.

1.1. Сдвиг

Преобразование сдвига выражается в следующей форме:

$$x' = x + T_x \tag{1.1}$$

$$y' = y + T_y,$$

где T_x и T_y — величина сдвига соответствующей координаты.

Пусть имеется треугольник, заданный тремя вершинами $(20, 0)$, $(60, 0)$, $(40, 100)$.

Этот треугольник необходимо сдвинуть (рис. 1) на 40 единиц вправо и на 20 единиц вверх ($T_x = 40$, $T_y = 20$).

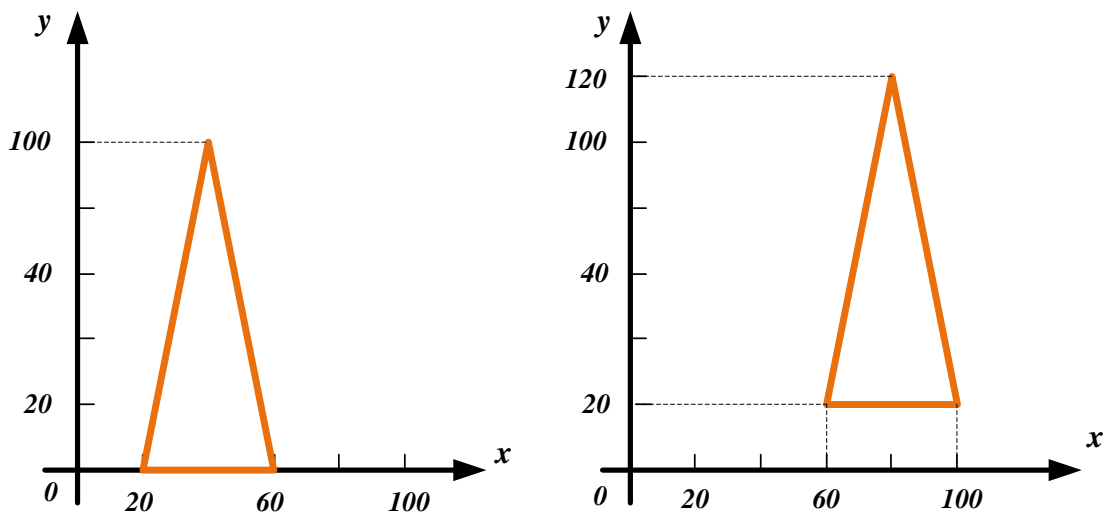


Рис 1. Преобразование методом сдвига.

Новые вершины будут иметь координаты (60, 20), (100, 20) и (80, 120).

1.2. Поворот

Для поворота радиуса - вектора точки (x, y) на угол α по часовой стрелке относительно начала системы координат следует написать:

$$x' = x \times \cos \alpha + y \times \sin \alpha, \quad (1.2)$$

$$y' = -x \times \sin \alpha + y \times \cos \alpha$$

Треугольник с координатами вершин (20, 0), (60, 0), (40, 100) после поворота на 45° по часовой стрелке относительно начала координат будет иметь новые значения координат вершин $(20\sqrt{2}, -10\sqrt{2})$, $(30\sqrt{2}, -30\sqrt{2})$, $(70\sqrt{2}, 30\sqrt{2})$ (рис. 2).

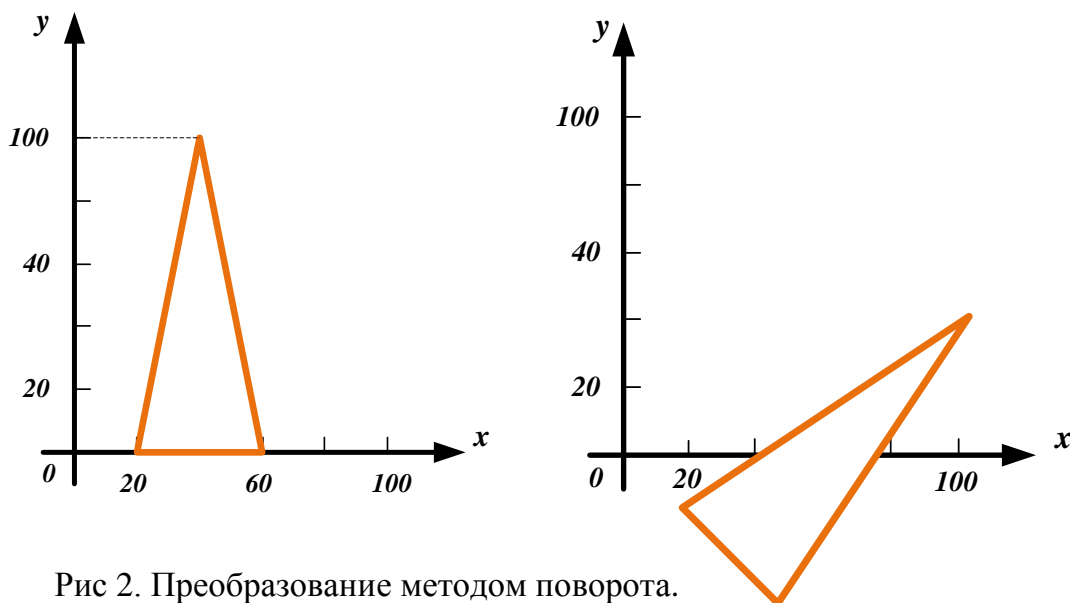


Рис 2. Преобразование методом поворота.

Эти уравнения можно использовать только при повороте относительно начала системы координат.

1.3. Масштабирование.

Преобразования масштабирования производятся согласно выражений (1.3):

$$x' = x \times S_x, \quad (1.3)$$

$$y' = y \times S_y,$$

где S_x и S_y – коэффициент масштабирования по соответствующей координате.

Данные атематические выражения можно использовать для различных целей. Если изображение необходимо увеличить в полтора раза относительно начального размера, то следует принять $S_x = S_y = 1,5$. Здесь также следует отметить, что *увеличение производится относительно начала системы координат*. Треугольник $(20,0), (60, 0), (40, 100)$ приобретает вид $(30, 0), (90, 0), (60, 150)$, как показано на рис. 3.

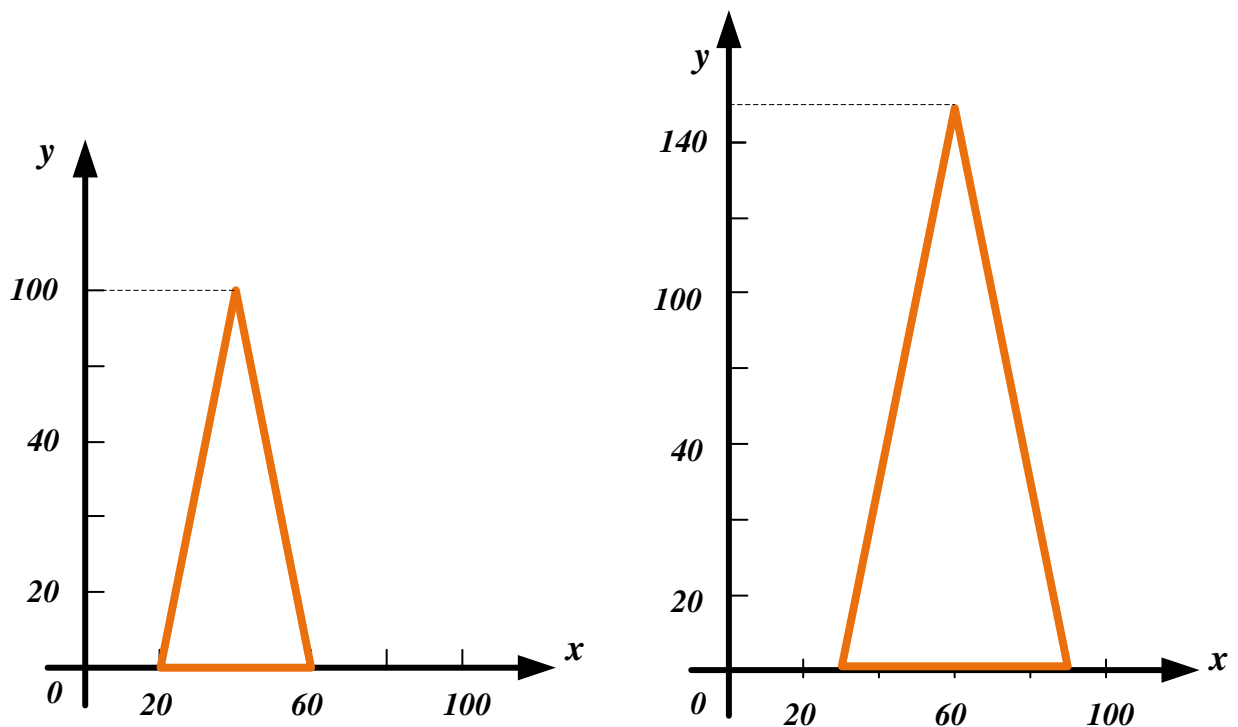


Рис 3. Преобразование методом масштабирования при $S_x = S_y = 1,5$.

Если S_x и S_y не равны между собой, то это приводит к искажению изображений за счет неодинакового изменения размеров по направлениям, параллельным коор-

динатным осям. Например, рис. 4, *a* может быть искажен так, как показано на рис. 4б и 4в.

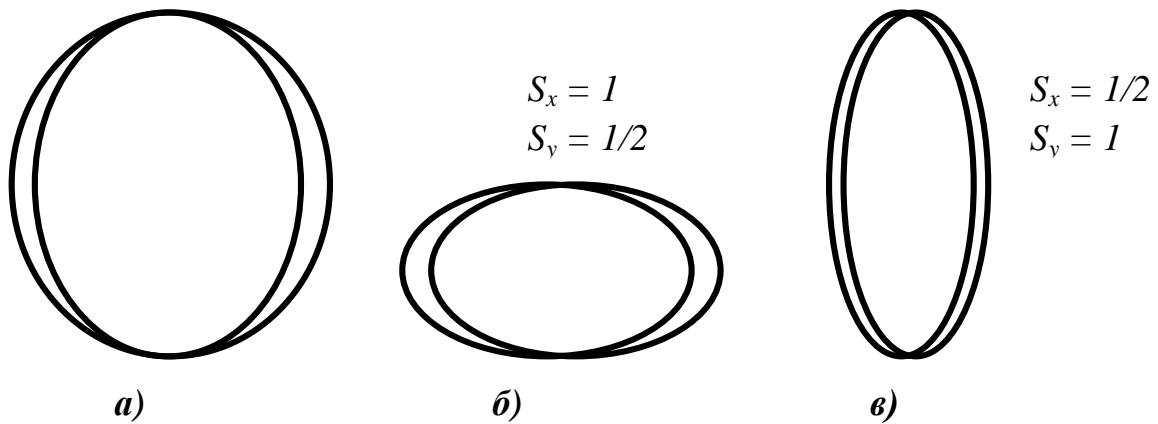


Рис. 4. Примеры искажения изображений.

Зеркальные изображения объекта можно получить, если задавать отрицательные значения S_x и S_y . Зеркальные изображения на рис. 5, *a* могут принимать вид, показанный на рис. 5, б, 5, в и 5, г.

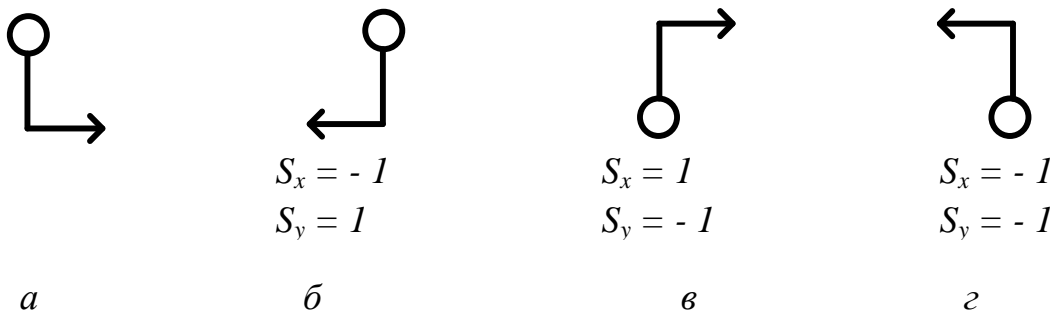


Рис. 5. Примеры зеркальных изображений.

Очень редко случаи, когда необходимо выполнить лишь простое преобразование, например поворот относительно начала отсчета или масштабирование относительно начала отсчета. В общем случае приходится выполнять более сложные преобразования, например повороты относительно произвольных точек. Поворот относительно произвольной точки можно выполнить как *последовательность трех простых преобразований: сдвига, последующего поворота и еще одного обратного сдвига*.

При совмещении не должен быть нарушен порядок выполнения преобразований. Рассмотрим следующую последовательность: повернуть исходный треугольник на 90° , затем сдвинуть его на $T_x = -80$, $T_y = 0$. В результате получается треугольник, показанный на рис. 6.

Если же выполнить преобразования в обратном порядке, то получим другое изображение (рис. 7).

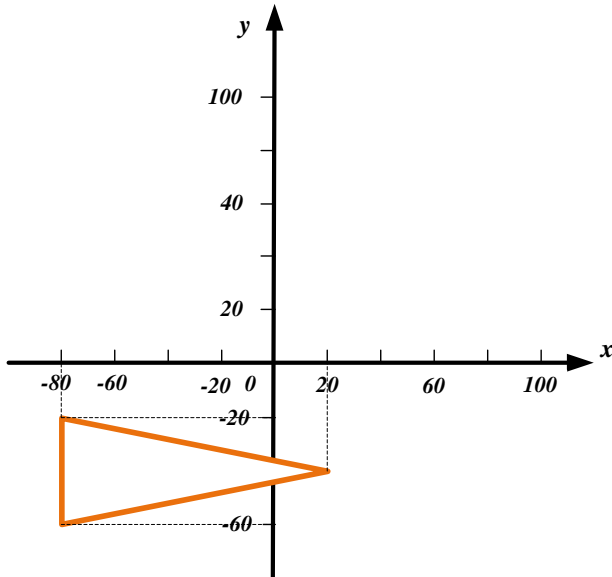


Рис. 6. Последовательность
«поворот 90° - сдвиг $T_x = -80, T_y = 0$ ».

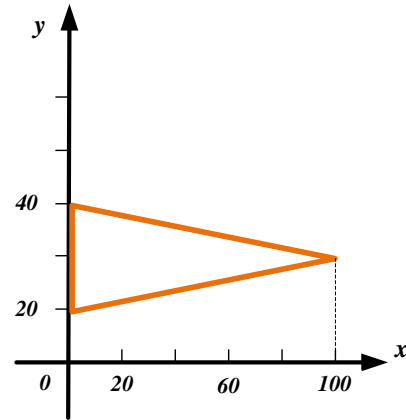


Рис. 7. Последовательность
«сдвиг $T_x = -80, T_y = 0$ - поворот 90° ».

Основная цель совмещения состоит в том, чтобы *представить последовательность преобразований как одно преобразование*. Приведенная выше последовательность состоит из преобразования:

$$\begin{aligned} x' &= y, \\ y' &= -x. \end{aligned} \quad (1.4)$$

За которым следует:

$$\begin{aligned} x'' &= x' - 80, \\ y'' &= y'. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Совмещенное же преобразование принимает вид:

$$\begin{aligned} x'' &= y - 80, \\ y'' &= -x. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Применение совмещенного преобразования имеет *ряд преимуществ*. Его можно представлять *более компактно*, чем последовательность нескольких преобразований, причем обычно вычисления для совмещенного преобразования можно выполнить при меньшем числе арифметических операций, чем для последовательного выполнения отдельных преобразований. Однако *правила составления уравнений для совмещенных преобразований достаточно сложны*. Они значительно упрощаются, если для описания преобразований применять матрицы.

2. Матричное представление

Двумерные преобразования можно представить в однородном виде с помощью матрицы 3×3 . Преобразование точки (x, y) в новую точку $(x' y')$ как последовательность сдвигов, поворотов и масштабирований в этом случае представляется в виде:

$$[x' y' I] = [x y I] \begin{bmatrix} a & d & 0 \\ b & e & 0 \\ c & f & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.7)$$

где матрица 3×3 полностью определяет необходимое преобразование.

Матрица, представляющая преобразование, является отдельным объектом. Этой матрице можно присвоить имя, что позволяет обозначать одним именем целое преобразование.

Добавление третьего, единичного, элемента к вектору (x, y) позволяет преобразовывать этот вектор с помощью матрицы 3×3 . Для задания всех простых преобразований и последовательностей простых преобразований в одной системе обозначений вектор точки и матрица должны иметь приведенную выше форму.

2.1. Матричные формулы преобразования

Параметры матриц преобразований 3×3 можно подобрать так, чтобы матрица представляла простейшие преобразования сдвига, поворота и масштабирования.

Сдвиг:

$$[x' y' I] = [x y I] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.8)$$

где T_x и T_y — величина сдвига соответствующей координаты.

Поворот:

$$[x' y' I] = [x y I] \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.9)$$

Масштабирование

$$[x' y' I] = [x y I] \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.10)$$

Легко убедиться в том, что эти формулы эквивалентны уравнениям (1.1)-(1.3). Преимущество матричных формул состоит в том, что совмещение последовательных преобразований при этом особенно упрощается.

2.2. Эффективность

При генерировании изображения для дисплея может понадобиться производить преобразования для большого числа точек. Этот процесс следует выполнять по возможности наиболее эффективно. На первый взгляд вычисление:

$$[x \ y \ 1] \begin{bmatrix} a & d & 0 \\ b & e & 0 \\ c & f & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.11)$$

требует выполнения *девяти умножений и шести сложений*. Однако в полученном выше выражении третий столбец матрицы 3x3 всегда имеет вид:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

даже если матрица является результатом многочисленных совмещений. Поэтому вычисления для x' и y' *сокращаются* и имеют вид:

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c \\ y' &= dx + ey + f. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Это требует меньшего количества арифметических операций (четыре умножения и четыре сложения), чем при умножении полного вектора. Такое сокращенное вычисление в матричных обозначениях приобретает вид:

$$[x' \ y'] = [x \ y \ 1] \begin{bmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{bmatrix}. \quad (1.14)$$

Теперь матрица преобразования имеет размер 3 x 2. В системах преобразования матрицы 3 x 2 использованы для задания двумерных преобразований. Следует, однако, иметь в виду, что нельзя выполнить совмещение преобразований, представленных матрицами 3 x 2, путем перемножения этих матриц: *до перемножения следует вновь перевести их в вид 3 x 3, для чего нужно добавить третий столбец*.

Задание для самостоятельной работы

1. Проверьте следующее утверждение: *преобразование отрезка прямой, проведенного из точки A в точку B , эквивалентно отрезку прямой между преобразованными точками A и B* . Рассмотрите только преобразования сдвига, поворота и масштабирования.

2. Использование матричных формул позволяет выполнить и другие преобразования, которые не рассматривались, например:

$$x' = x + ay$$

$$y' = y$$

Можете ли вы охарактеризовать эти преобразования?

3. Положим, что известна точка (x', y') и что она получена преобразованием неизвестной точки (x, y) по известной матрице Q . Опишите механизм отыскания исходной точки (x, y) . Как можно использовать этот механизм в машинной графике?

Заключение

Системы двумерного моделирования распознают геометрические формы, определяемые точками, прямыми или кривыми только на плоскости.

Каждый вид некоторого объекта (главный вид, вид сверху и т.д.) может быть выполнен лишь как отдельная фигура, которая рассматривается системой вне связи с любыми другими видами.

Системы проекционного моделирования более примитивны, чем трехмерные, однако они довольно широко распространены, а их сравнительно малая стоимость является существенным фактором при выборе такой системы. С помощью двумерных систем создается большинство конструкторских документов.

Все команды любой двумерной системы (или графического редактора) можно разделить на три вида:

- *Команды черчения;*
- *Команды редактирования;*
- *Команды нанесения размеров, условных обозначений и текста (оформления чертежа).*

Разработал:
доцент кафедры, к.п.н.

В. Мордовин

« ____ » _____ 201 ____ года

Рецензировал:

« ____ » _____ 201 ____ года