

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ**  
Федеральное государственное образовательное бюджетное  
учреждение высшего профессионального образования  
**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ**  
**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ**  
**им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»**

---

**А.Н. Губин**

**ПРОЕКТНАЯ ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ**  
**ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ**

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

**СПбГУТ )))**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ**

**2017**

УДК 004.43

Рецензент

кандидат технических наук, доцент кафедры систем автоматического управления Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» *В.Е. Голик*

*Утверждено редакционно-издательским советом СПбГУТ  
в качестве учебного пособия*

**Губин, А.Н.**

Проектная оценка надежности информационных систем: учебное пособие /

А.Н. Губин - СПб.: Изд-во СПбГУТ, 2017. - 120 с.

Рассматриваются общие вопросы оценки надежности информационных систем на различных этапах разработки и эксплуатации технических систем. Кроме того рассматриваются методы обеспечения заданного уровня надежности проектируемых информационных систем.

Пособие предназначено для бакалавров и магистров специальностей 09.03.02 и 09.04.02 (информационные системы и технологии), а также аспирантов и специалистов в области информационных технологий.

**УДК 519.718**

© Губин А.Н., 2017

© Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций»

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	5
<b>1. Основные понятия</b> .....	6
1.1. Показатели надежности ИС.....	6
1.2. Основные показатели надежности невосстанавливаемых систем.	9
1.3. Основные показатели надежности восстанавливаемых систем ...	15
1.4. Выбор показателей надежности.....	19
<b>2. Основные законы распределения случайных величин, используемых в теории надежности</b> .....	21
2.1. Экспоненциальный закон распределения.....	21
2.2. Распределение Вейбула .....	22
2.3. Нормальное распределение .....	24
<b>3. Структурные схемы надежности</b> .....	26
3.1. Структурные схемы надежности с последовательным соединением элементов .....	26
3.2. Структурные схемы надежности с параллельным соединением элементов .....	28
3.3. Структурные схемы надежности с произвольным соединением элементов .....	29
<b>4. Расчет показателей надежности программного обеспечения информационных систем</b> .....	32
4.1. Простая интуитивная модель надежности программного обеспечения.....	33
4.2. Модель надежности программного обеспечения Милса .....	35
<b>5. Методы повышения надежности невосстанавливаемых систем</b> .....	38
5.1. Повышение надежности систем с использованием структурного резервирования.....	39
5.2. Повышение надежности систем с использованием нагруженного резервирования с дробной кратностью.....	41
5.3. Повышение надежности систем с использованием общего ненагруженного резервирования.....	43
5.4. Повышение надежности систем с использованием отдельного ненагруженного резервирования .....	45
5.5. Повышение надежности систем с использованием скользящего ненагруженного резервирования .....	47
5.6. Повышение надежности систем с использованием информационного резервирования .....	48

5.7. Повышение надежности систем с использованием временного резервирования .....	49
<b>6. Оценка надежности восстанавливаемых информационных систем .....</b>	<b>51</b>
<b>7. Проектная оценка надежности информационных систем .....</b>	<b>56</b>
7.1. Выбор и обоснование показателей надежности.....	57
7.2. Распределение значений показателей надежности по элементам	57
7.3. Обеспечение заданных значений показателей надежности для невосстанавливаемых систем.....	60
7.4. Обеспечение заданных значений показателей надежности для восстанавливаемых систем .....	64
<b>8. Оценка показателей надежности систем по статистическим данным об отказах .....</b>	<b>67</b>
8.1. Эксперимент и оценка показателей надежности систем .....	67
8.2. Оценка показателей надежности системы по статистической информации об отказах .....	70
8.3. Оценка показателей надежности элементов системы по статистической информации об отказах.....	73
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>78</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>	<b>79</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Любая система характеризуется совокупностью свойств, определяющих ее пригодность для эксплуатации в заданных условиях. Надежность является важнейшим техно-экономическим свойством технических систем определяющих способность систем безотказно работать с определенными техническими характеристиками в течение заданного промежутка времени при определенных условиях эксплуатации.

Проблема обеспечения требуемого уровня надежности информационных систем (ИС) связана со всеми этапами их создания и практического использования.

Надёжность ИС определяется надёжностью её элементов и аппаратуры, надёжностью программного обеспечения, а также использованием средств контроля и восстановления системы. Пользователей ИС интересует только получение корректных результатов работы ИС за заданное время. Для достижения этой цели необходимо, чтобы все составляющие ИС обладали необходимой надёжностью.

Для разработки эффективной системы мероприятий по обеспечению надёжности ИС необходимо ясное понимание идей, лежащих в основе различных методов оценки и обеспечения заданного уровня надёжности ИС, позволяющее правильно оценить возможности и особенности применения этих методов.

Основная цель учебного пособия предоставить студентам информацию об основных принципах оценки уровня надежности ИС и научить их использовать основные методы повышения надежности ИС на основных этапах создания этих систем.

Ограниченный объем пособия не позволяет достаточно подробно осветить все вопросы, касающиеся важнейших проблем проектной оценки надежности ИС, а также методам повышения показателей надежности ИС до требуемых уровней, поэтому для получения дополнительных сведений рекомендуется обратиться к соответствующим источникам, список которых включает десять наименований. При работе над пособием автор неоднократно осуществлял заимствование из этих источников определений, примеров и методов изложения.

В заключение автор благодарит рецензентов и редакторов за внимательное прочтение рукописи и замечания, способствовавшие улучшению качества предлагаемого пособия.

## 1. Основные понятия

### 1.1. Показатели надежности ИС

Теория надёжности информационных систем базируется на совокупности различных понятий, определений, терминов и показателей, которые строго регламентируются государственными стандартами (ГОСТ) Российской Федерации.

В основу положен ГОСТ 27.002–89 "Надёжность в технике. Основные понятия. Термины и определения" [1], определяющий применяемые термины и определения в области надёжности технических систем.

Основным понятием в теории надёжности является понятие системы. Под *системой* понимают совокупность элементов, взаимодействующих между собой в процессе выполнения заданных функций. Например, в качестве систем могут рассматриваться ИС, вычислительные комплексы, автоматические системы управления и др.

Объекты, образующие системы представляют собой элементы системы. *Элементом* системы называют часть системы, которая имеет самостоятельную характеристику надёжности, используемую при расчетах и выполняющую определенную функцию в составе системы. Примерами элементов для систем, перечисленных выше, могут служить соответственно рабочие станции, сервера, коммутаторы и т.д. Каждый из этих элементов можно рассматривать в качестве системы, состоящей из более мелких элементов.

Элементы и системы могут находиться в двух состояниях: работоспособном и неработоспособном.

*Работоспособным* называется такое состояние системы (элемента), при котором они способны выполнить заданные функции, сохраняя значения заданных параметров в пределах установленных нормативно-технической документацией (НТД).

*Неработоспособным* называется состояние системы, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не находится в пределах, установленных нормативно-технической документацией.

Событие, заключающееся в нарушении работоспособности системы, т.е. в переходе её из работоспособного состояния в неработоспособное, называется *отказом*.

Отказы объектов обычно классифицируются по различным признакам, например по характеру возникновения, внешним проявлениям, способам обнаружения. В таблице 1 приведена классификация отказов по основным признакам.

Таблица 1

## Классификация отказов по основным признакам

Классификационный признак	Значение классификационного признака	Вид отказа
Характер изменения параметров объекта до возникновения отказов	Скачкообразное изменение одного или нескольких параметров	Внезапный отказ
	Постепенное изменение одного или нескольких параметров	Постепенный отказ
Взаимосвязь отказов	Отказ элемента объекта не обусловлен отказами других элементов объекта	Независимый отказ элемента
	Отказ элемента объекта обусловлен отказами других элементов объекта	Зависимый отказ элемента
Происхождение отказов	Нарушение норм и методов конструирования	Конструкционный отказ
	Нарушение процесса изготовления, ремонта, технологии	Производственный отказ
	Нарушение условия эксплуатации объекта	Эксплуатационный отказ
Устойчивость неработоспособного состояния (характер воздействия отказа)	Неработоспособность сохраняется устойчиво	Устойчивый отказ
	Неработоспособность сохраняется кратковременно, затем восстанавливается	Самоустраняющийся отказ (сбой)
	Неработоспособность одного и того же характера возникает и самоустраняется многократно	Перебегающий отказ

При анализе надежности ИС классификация отказов системы позволяет выявить причины отказов и найти пути повышения надежности.

В общей массе отказов в ИС преобладают *сбои*, т.е. *самоустраняющиеся отказы*.

Отличительным признаком сбоя является то, что восстановление работоспособного состояния объекта может быть обеспечено без ремонта, например, путем воздействия оператора на органы управления, устранением обрыва нити, магнитной ленты и т.п.,

Характерным примером сбоя служит остановка ЭВМ, устраняемая повторным пуском программы с места останова или ее перезапуском сначала.

На основании использования понятий работоспособности и отказа сформулируем основные понятие надежность

*Надежность* это свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования.

Надежность является комплексным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения может включать безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость или определенные сочетания этих свойств.

*Безотказность* является свойством объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени (или наработки).

*Долговечность* это свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

*Ремонтпригодность* рассматривается как свойство объекта, заключающееся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем технического обслуживания и ремонта.

*Сохраняемость* является свойством объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способности объекта выполнять требуемые функции, в течение и после хранения и (или) транспортирования.

Все объекты делятся на ремонтируемые, неремонтируемые, восстанавливаемые и невосстанавливаемые.

*Ремонтируемый объект* — это объект, исправность и работоспособность которого в случае возникновения отказа или повреждения подлежит восстановлению.

*Неремонтируемый объект* — это объект, исправность и работоспособность которого в случае возникновения отказа или повреждения не подлежит восстановлению.

*Восстанавливаемый объект* — это объект, работоспособность которого в случае возникновения отказа подлежит восстановлению в рассматриваемой ситуации.

*Невосстанавливаемый объект* — это объект, работоспособность которого в случае возникновения отказа не подлежит восстановлению в рассматриваемой ситуации.

Термины "*восстанавливаемый*" и "*невосстанавливаемый*" объект не заменяют собой понятия "*ремонтируемый*" и "*неремонтируемый*" объект, так как первые характеризуют возможность восстановления объекта в конкретных условиях эксплуатации, а вторые — свойства объектов, т. е. возможность устранения повреждений и отказов путем ремонтов. Деление объектов на восстанавливаемые и невосстанавливаемые носит условный характер и может меняться в зависимости от конкретных условий.

Например, такие объекты, как прецизионные детали дизельной аппаратуры и гидросистем в условиях эксплуатации, следует считать невосстанавливаемыми, их необходимо заменять после отказа. Эти же объекты для ремонтно-механических заводов могут быть восстанавливаемыми, если имеется необходимое оборудование для восстановления этих деталей.

## 1.2. Основные показатели надежности невосстанавливаемых систем

Для невосстанавливаемых систем, чаще всего, используются следующие показатели надежности:

- вероятность безотказной работы -  $P(t)$ ;
- вероятность отказа -  $Q(t)$ ;
- плотность вероятности отказов (частота отказов) -  $f(t)$ ;
- частота отказов -  $a(t)$ ;
- интенсивность отказов -  $\lambda(t)$ ;
- среднее время безотказной работы (средняя наработка на отказ) -

$T_{ср}$ .

*Вероятность безотказной работы  $P(t)$*  есть вероятность того, что невосстанавливаемый объект не откажет к моменту времени  $t$ .

Показатель обладает следующими свойствами:

$P(0) = 1$ , то есть, предполагается, что до начала работы объект является безусловно работоспособным;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = 0,$$

в данном случае предполагается, что объект не может сохранять свою работоспособность неограниченно долго;

$dP(t)/dt \leq 0$  - предполагается, что объект не может после отказа спонтанно восстанавливаться (для объектов, восстанавливаемых обслуживающим персоналом, этот показатель не используется).

$t$  – время, в течение которого определяется вероятность безотказной работы.

Вероятность безотказной работы по статистическим данным об отказах оценивается выражением:

$$\hat{P}(t) = (N_0 - n(t)) / N_0,$$

где  $N_0$  – число объектов в начале испытания;

$n(t)$  – число отказавших объектов за время  $t$ ;

$\hat{P}(t)$  – статистическая оценка ВБР.

На практике достаточно удобной характеристикой является вероятность отказа  $Q(t)$ .

*Вероятность отказа  $Q(t)$*  – вероятность того, что время до наступления отказа ИС меньше заданного времени  $t$ .

Отказ и безотказная работа являются событиями несовместимыми и противоположными, поэтому

$$Q(t) = 1 - P(t),$$

а статистическая оценка вероятности отказа определяется как:

$$\hat{Q}(t) = n(t) / N_0$$

Функция  $Q(t)$  совпадает с функцией распределения времени до отказа  $F(t)$ :

$$Q(t) = F(t) = \int_0^t f_t(x) dx,$$

где  $f_t(x)$  – функция плотности распределения времени до отказа;

$x$  – переменная интегрирования.

Тогда показатель надежности [1]:

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - \int_0^t f_t(x) dx = \int_t^{\infty} f_t(x) dx$$

На практике, в качестве показателя надежности не очень удобно использовать функциональную зависимость, например,  $P(t)$ . Поэтому в технической документации обычно задают отдельные ординаты функции  $P(t)$  при значениях  $t$ , выбираемых из нормированного ряда  $t = 100; 500; 1000; 2000; 5000; 10000$  ч.

*Частота отказов* представляет собой плотность распределения времени безотказной работы или производную от вероятности безотказной работы, то есть

$$a(t) = Q'(t) = -P'(t).$$

Для определения величины  $a(t)$  используется следующая статистическая оценка:

$$\hat{a}(t) = n(\Delta t) / N_0 \cdot \Delta t,$$

где  $n(\Delta t)$  – число отказавших объектов в интервале времени от  $(t-\Delta t/2)$  до  $(t+\Delta t/2)$ ,  $N_0$  – число объектов в начале испытания.

Между частотой отказов, вероятностью безотказной работы и вероятностью появления отказа имеются следующие зависимости:

$$Q(t) = \int_0^t a(t) \cdot dt,$$

$$P(t) = 1 - \int_0^t a(t) \cdot dt.$$

*Интенсивность отказов*  $\lambda(t)$  выражает интенсивность процессов возникновения отказов. Вероятностная оценка этой характеристики находится из выражения

$$\lambda(t) = a(t) / P(t),$$

откуда следует, что

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = -\frac{dP(t) / dt}{P(t)}.$$

После интегрирования этого выражения при начальном условии  $P(0)=1$  получим следующее выражение для функции надежности

$$\int_0^t \lambda(t) \cdot dt = -\ln P(t)$$

и далее

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) \cdot dt} .$$

При  $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$  последняя формула существенно упрощается

$$P(t) = e^{-\lambda \cdot t} \text{ и } a(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} .$$

Эти выражения характеризуют экспоненциальное распределение безотказной работы ИС.

Для высоконадежных систем, если  $P(t) \geq 0,99$ , то  $a(t) \approx \lambda(t)$ .

Опыт эксплуатации ИС показывает, что интенсивность отказов  $\lambda(t)$  при функционировании системы изменяется в соответствии с графиком, указанным на рис. 1. На графике можно выделить три участка. На первом участке  $0 - t_1$  интенсивность отказов высока и уменьшается с течением времени. На этом участке выявляются грубые дефекты производства и сам участок I носит название *участка приработки*.

Для блоков ИС длительность этого участка составляет десятки, иногда сотни часов.

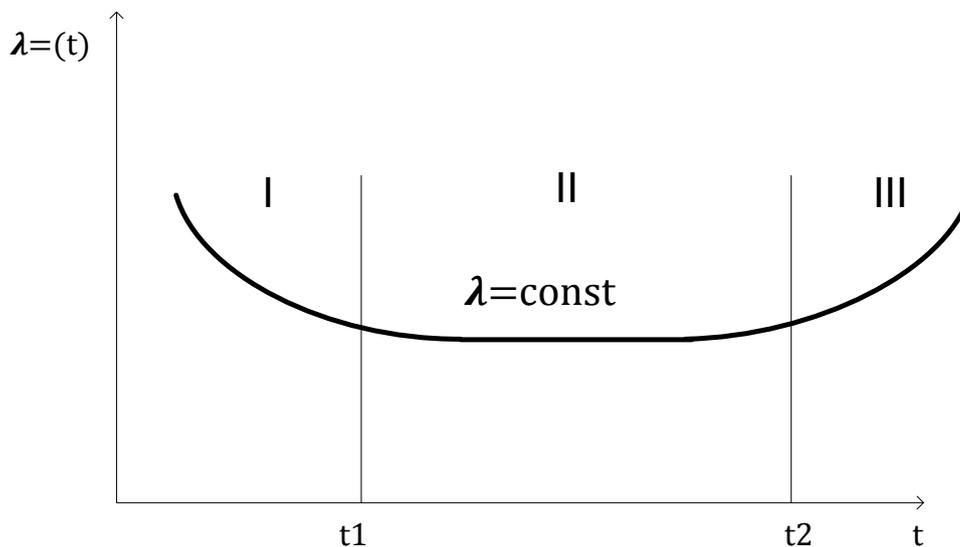


Рис. 1. Изменение интенсивности отказов  $\lambda(t)$  во времени

Второй (II) участок  $t_1-t_2$ , участок нормальной эксплуатации, характерен тем, что интенсивность отказов имеет постоянное значение, длительность участка составляет тысяча и десятки тысяч часов.

На третьем участке (III)  $t_2-\infty$  из-за усиления процессов старения элементов интенсивность отказов начинает возрастать. Время  $t_2$  может служить временем, при достижении которого аппаратура должна сниматься с эксплуатации.

Для расчета величины  $\lambda(t)$  используется следующая статистическая оценка

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{ср.}} \cdot \Delta t},$$

где  $N_{\text{ср.}} = (N_i + N_{i+1})/2$  – среднее число исправно работающих объектов в интервале времени  $\Delta t$ .

*Средняя наработка до отказа* (среднее время безотказной работы)  $T_{\text{ср}}$  представляет собой математическое ожидание наработки системы до первого отказа, то есть,

$$T_{\text{ср.}} = \int_0^{\infty} P(t) \cdot dt$$

Для экспоненциального закона распределения времени безотказной работы получим

$$T_{\text{ср.}} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} \cdot dt = \frac{1}{\lambda}$$

Учитывая последнее выражение можно определить

$$P(t) = e^{-\lambda \cdot t} = e^{-t/T_{\text{ср.}}}$$

При  $t=T_{\text{ср.}}$  вероятность безотказной работы системы будет равна

$$P(t) = e^{-1} = 0,37$$

Полученный результат показывает, что для обеспечения высокого уровня надежности невосстанавливаемых ИС следует выбирать срок их

службы намного меньший, чем среднее время безотказной работы. Например, если выбрать время работы (срок службы) ИС в 10 раз меньше  $T_{cp}$ , то

$$P(t) = e^{-0.1} = 0,9,$$

то есть, сокращение срока службы ИС в 10 раз приводит к увеличению вероятности безотказной работы примерно в 2,4 раза.

Если срок службы ИС во много раз меньше среднего времени безотказной работы, то характеристики надежности системы допустимо рассчитывать по упрощенным формулам, которые можно получить, разлагая последнее выражение для  $P(t)$  в ряд и учитывая только первые члены ряда:

$$P(t) = 1 - T_{cp} = 1 - \lambda \cdot t$$

и далее

$$Q(t) = 1 - P(t) = \lambda \cdot t$$

Эти формулы дают хорошее приближение при  $\lambda t < 1$ .

Для расчета значений средней наработки до отказа используется следующая статистическая оценка:

$$\hat{T}_{cp} = \sum_{i=1}^{N_0} t_i / N_0,$$

где  $t_i$  – время безотказной работы  $i$ -го объекта;  
 $N_0$  – число испытываемых объектов.

Рассмотренные характеристики надежности ИС позволяют достаточно полно оценить надежность невосстанавливаемых систем. Наличие нескольких критериев вовсе не означает, что нужно оценивать надежность объекта по всем критериям.

Наиболее удобной характеристикой надежности простейших элементов является интенсивность отказов, так как она позволяет наиболее просто вычислить количественные характеристики надежности сложной системы.

Достаточно целесообразным является определение такого параметра надежности, каким является вероятность безотказной работы, это объясняется следующими особенностями вероятности безотказной работы:

- она входит в качестве сомножителя в другие, более общие характеристики системы, например, в эффективность и стоимость;
- характеризует изменение надежности во времени;
- может быть получена расчетным путем в процессе проектирования системы и оценена в процессе её испытания.

**Пример 1.1.** На испытания поставлено 1000 накопителей на магнитных дисках. За 3000 часов отказало 8 изделий, за следующий интервал времени 3000 – 4000 отказало еще 5 изделий.

Определить:

- вероятность безотказной работы в течение 3000 часов;
- вероятность отказа в течение 3000 часов;
- частоту и интенсивность отказов в промежутке времени 3000 – 4000 часов.

Решение.

$$\hat{P}(3000) = (N_0 - n(t)) / N_0 = (1000 - 8) / 1000 = 0,992 ,$$

$$\hat{Q}(3000) = n(t) / N_0 = 8 / 1000 = 0,008 ,$$

$$\hat{a}(t) = n(\Delta t) / N_0 \cdot \Delta t = 5 / 1000 \cdot 1000 = 5 \cdot 10^{-6} \quad 1/ч ,$$

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{ср}} \cdot \Delta t} = \frac{5}{1000(992 + 987)/2} = 2,52653 \cdot 10^{-6} \quad 1/ч .$$

### 1.3. Основные показатели надежности восстанавливаемых систем

К восстанавливаемым системам относятся такие ИС, ремонт которых в случае отказов или выработки ими предусмотренного срока эксплуатации производится в соответствии с заданной технологией и в необходимом объёме. После ремонта эксплуатация ИС возобновляется до его предельного состояния или следующего ремонта.

Как правило восстанавливаемые ИС представляют собой достаточно сложные системы, состоящие из высоконадёжных элементов, отказы которых являются независимыми. Для таких систем появление отказов на одном интервале наработки практически не влияет на вероятность появления какого-либо количества отказов на другом интервале, не пересекающемся с первым. В этом случае отказы можно считать независимыми, а время наработки между отказами распределённым по экспоненциальному закону.

При рассмотрении характеристик надёжности восстанавливаемых ИС считается, что восстановление полностью возвращает системе те же свойства, которыми она обладала до отказа так, что ее невозможно отличить от новой. При таком допущении продолжительность работы ИС с момента его восстановления до очередного отказа не зависит от того, сколько раз оно отказывало в прошлом.

Одной из основных характеристик восстанавливаемых ИС является *ремонтпригодность* или *восстанавливаемость*.

Численной мерой восстанавливаемости является вероятность восстановления, под которой понимается вероятность того, что за определённый интервал времени и в заданных условиях ремонта неисправная ИС будет восстановлена, то есть

$$P(t_B) = P(t_{\phi} < t_B)$$

где  $t_{\phi}$  – фактическое время восстановления,

$t_B$  – заданное время процесса восстановления ИС.

В общем случае, при функционировании ИС, может возникать некоторая последовательность событий, состоящая в возникновении отказов в случайные моменты времени. Эти отказы образуют поток отказов, характеристики которого обычно рассматриваются в качестве характеристик надёжности восстанавливаемых ИС.

К основным характеристикам потока отказов относят среднюю статистическую *плотность вероятности отказов* или параметр потока отказов и *суммарную статистическую плотность вероятности отказов*.

Средняя статистическая плотность вероятности отказов или параметр потока отказов  $\omega_1$  определяется как отношение количества отказавших систем  $\Delta n_i$  в интервале времени  $\Delta t_i$  к числу ИС  $N_{\Sigma}$ , находящихся в эксплуатации, при условии, что все отказавшие системы мгновенно восстанавливаются или заменяются исправными:

$$\omega_1 = \frac{\Delta n_i}{N_{\Sigma} \cdot \Delta t_i}$$

Суммарная статистическая плотность вероятности отказов выражается отношением полного числа отказов  $n(t)$  ко времени эксплуатации ИС -  $t$

$$\Omega = \frac{n(t)}{t}$$

Одним из важных показателей в теории восстановления является *среднее время наработки между двумя отказами* -  $t_{MO}$ . Оно определяется как отношение времени наработки  $t$  системы к полному числу отказов системы, возникших в нём за это время

$$t_{MO} = \frac{t}{n(t)} = \frac{1}{\Omega}$$

Известно [2], что для любого закона распределения времени безотказной работы системы значение средней плотности вероятности

отказов  $\omega(t)$  для восстанавливаемых устройств в установившемся режиме их работы, то есть при  $t \rightarrow \infty$  имеет следующий предел

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = 1/t_{\text{cp}} = \lambda = \text{const},$$

где  $t_{\text{cp}}$  – среднее время наработки на отказ.

Это время оценивается согласно следующему выражению

$$t_{\text{cp}} = \frac{\left( \sum_{i=1}^n t_i \right)}{n},$$

где  $t_i$  – время исправной работы изделия между  $(i-1)$ -м и  $i$ -м отказами;

$n$  – число отказов за оцениваемое время работы ИС.

Параметр потока отказов, наработка на отказ и другие рассмотренные выше показатели характеризуют надежность ремонтируемого изделия и не учитывают времени, необходимого на его восстановление. Поэтому они не характеризуют готовность изделия к выполнению своих функций в нужное время.

Для оценки этого параметра ИС вводятся такие критерии как коэффициент готовности, коэффициент вынужденного простоя и др.

*Коэффициент готовности*  $K_{\Gamma}$  используется в качестве показателя надежности, в том случае, если кроме факта отказа ИС необходимо учитывать время восстановления системы.

Коэффициент готовности определяется как вероятность того, что в произвольный заданный момент времени  $t$  система находится в состоянии работоспособности (кроме планируемых периодов, в течение которых применение системы по назначению не предусматривается)

$$K_{\Gamma} = \frac{t_{\text{cp}}}{t_{\text{cp}} + t_{\text{в}}},$$

где  $t_{\text{cp}}$  – наработка на отказ,  $t_{\text{в}}$  – среднее время восстановления.

Интенсивность восстановления ИС оценивается как

$$\mu = \frac{1}{t_{\text{в}}},$$

где  $t_{\text{в}}$  – время восстановления системы.

Для пользователей сложных информационных систем понятие их надежности в основном оценивается по коэффициенту готовности системы  $K_{Г}$ , то есть по отношению времени работоспособного состояния системы к времени её незапланированного простоя. Для типичного современного сервера  $K_{Г}=0,99$ , что означает примерно 3,5 суток простоя в год.

За рубежом часто используется классификация систем по уровню надежности, показанная в табл.2.

*Коэффициентом вынужденного простоя* называется отношение времени восстановления к сумме времен наработки на отказ и времени восстановления взятых за один и тот же календарный срок.

$$K_{\Pi} = \frac{t_{в}}{t_{сп} + t_{в}}$$

Коэффициент готовности и коэффициент вынужденного простоя связаны между собой зависимостью.

$$K_{\Pi} = 1 - K_{Г}$$

Таблица 2

Классификация систем по уровню надежности.

Коэффициент готовности, $K_{Г}$	Максимальное время простоя в год	Тип системы
0,99	3,5 сут	Обычная (Conventional)
0,999	8,5 ч	Высокой надежности (High availability)
0,9999	1 ч	Отказоустойчивая (Fault resilient)
0,99999	5 мин	Безотказная (Fault tolerant)

*Коэффициент оперативной готовности*  $K_{o.г.}$  – вероятность того, что система окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается, и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течение заданного интервала времени.

$$K_{o.г.} = \frac{T}{T + t_B} \cdot P(t_x, t),$$

где  $P(t_x, t)$  – условная вероятность безотказной работы системы на интервале  $(t_x, t_x + t)$  при условии, что в момент  $t_x$  система была работоспособна.

**Пример 1.2.** Известно, что интенсивность отказов системы равна

$$\lambda = 0,02 \frac{1}{ч},$$

среднее время восстановления определяется значением

$$t_B = 10ч$$

Вычислить коэффициент готовности системы.

Решение. Вычислим среднюю наработку системы до первого отказа

$$t_{cp} = 1/\lambda = 1/0,2 = 50ч.$$

Коэффициент готовности определится как

$$K_{Г} = \frac{t_{cp}}{t_{cp} + t_B} = \frac{50}{50 + 10} = 0,83.$$

#### 1.4. Выбор показателей надежности

Показатели надежности в каждом конкретном случае оценки надежности ИС необходимо выбирать так, чтобы они наилучшим образом характеризовали надежность системы по ее целевому назначению.

Существуют специальные методики по выбору показателей надежности [3], в данном учебном пособии приведены лишь некоторые краткие рекомендации.

1. Если невосстанавливаемая система работает однократно в течение небольшого заданного отрезка времени  $t_{\text{зад.}} \ll T_{\text{ср.}}$ , то в качестве показателя надежности целесообразно выбрать вероятность безотказной работы  $P(t_{\text{зад.}})$  за заданное время.

Этот же показатель используется в случае периодически обслуживаемых ИС и их подсистем, например на борту самолета, когда во время полета ремонт невозможен. В этом случае показатель характеризует отсутствие отказов во время полета.

2. Если отказ невосстанавливаемой системы не влечет за собой опасных последствий и система эксплуатируется до наступления отказа, тогда целесообразно характеризовать ее надежность через среднюю наработку до отказа  $T_{\text{ср.}}$ .

3. Если невосстанавливаемая система характеризуется постоянством интенсивности отказов, тогда в качестве надежности целесообразно использовать значение интенсивности отказов -  $\lambda$ . Этот показатель используется для оценки надежности невосстанавливаемых электронных узлов (ИС и БИС).

4. Если время восстановления для восстанавливаемой системы мало по сравнению со временем безотказной работы, то целесообразно использовать в качестве показателей надежности параметр потока отказов -  $\omega(t)$  и наработку на отказ -  $t_{\text{ср.}}$ .

Такие же показатели следует применять для ответственных управляющих технических систем, отказ которых влечет за собой тяжелые последствия, несмотря на скорость их восстановления.

5. Если существенное значение имеет полезное время работы восстанавливаемой системы, в качестве показателя надежности целесообразно использовать коэффициент готовности  $K_r$ .

Этот показатель применяется для универсальных ИС, где существенное значение имеют потери машинного времени.

6. Если важное значение имеет безотказная работа системы в периоды выполнения операции обработки данных, то для оценки надежности системы применяется коэффициент оперативной готовности.

### **Вопросы для самопроверки.**

1. В чем отличие конструкционного отказа от эксплуатационного?
2. Определите условия при которых объект получает характеристику "невосстанавливаемый".

3. Как определяется статистическая оценка вероятности отказа?
4. Почему для большинства систем на участке нормальной эксплуатации действует экспоненциальный закон распределения надежности?
5. Определите статистическую оценку средней наработки на отказ.
6. Как определяется коэффициент готовности системы?

## 2. Основные законы распределения случайных величин, используемых в теории надежности

Как следует из определений показателей надежности, для их расчета необходимо знание функции распределения времени безотказной работы системы, которая является случайной величиной. Функция распределения времени безотказной работы системы может быть определена по статистическим данным, полученным при испытаниях или при наблюдении за системой. Однако на стадии проектирования систем таких статистических данных нет, поэтому, обычно предлагается и обосновывается некоторая гипотеза о виде функции распределения времени безотказной работы системы.

Время между отказами элементов системы является непрерывной случайной величиной, которая характеризуется законом распределения.

В теории надежности наиболее часто используются следующие законы распределения времени безотказной работы элементов системы:

- экспоненциальный закон распределения;
- распределение Вейбула;
- нормальный закон распределения (распределение Гаусса).

### 2.1. Экспоненциальный закон распределения

Для экспоненциального закона распределения справедливы следующие зависимости [ 2 ].

$$P(t) = e^{-\lambda t}, \quad Q(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad a(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad T = \int_0^t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda},$$

где  $\lambda$  – параметр экспоненциального распределения (интенсивность отказов системы).

Дисперсия оценки времени безотказной работы определяется выражением

$$D = \int_0^{\infty} t^2 a(t) dt - T^2 = \int_0^{\infty} t^2 \lambda e^{-\lambda t} dt - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}.$$

При условии  $\lambda \cdot t \ll 1$ , справедливы следующие соотношения

$$Q(t) \approx \lambda t = \frac{t}{T}, P(t) = 1 - \lambda t.$$

Важнейшим свойством экспоненциального распределения является справедливость выражения в случае работы системы на интервале времени  $(0, t + \tau)$

$$P(t + \tau) = P(t)P(\tau),$$

где  $P(t + \tau)$  - вероятность безотказной работы системы или элемента за время  $(t + \tau)$ ,  $P(t)$  - вероятность безотказной работы системы или элемента за время  $t$ ,  $P(\tau)$  - вероятность безотказной работы системы или элемента за время  $\tau$ , при условии что система или элементы безотказно проработали время  $t$ .

То есть вероятность безотказной работы на интервале  $(t, t + \tau)$  не зависит от времени предшествующей работы  $t$ , а зависит только от длины интервала  $\tau$ .

Опыт эксплуатации современных информационных систем показывает, что достаточно часто их характеристики надежности соответствуют экспоненциальному закону. Это объясняется тем, что современные системы состоят из высоконадежных элементов, потоки отказов которых в основной период являются стационарными пуассоновскими потоками [2].

**Пример 2.1.** Нарботка ИС до отказа описывается экспоненциальным распределением с параметром  $\lambda = 0,0001$  1/ч. Определить  $p(t)$  и  $a(t)$  системы за время работы  $t = 20000$  ч, а также среднюю наработку  $T_{\text{cp}}$ .

Решение.

$$P(20000) = e^{-\lambda t} = e^{-10^{-4} \cdot 20000} = 0,819,$$

$$a(t) = \lambda e^{-\lambda t} = 10^{-4} \cdot e^{-10^{-4} \cdot 20000} = 8,19 \cdot 10^{-5},$$

$$T_{\text{cp}} = \frac{1}{\lambda} = 10000 \text{ ч},$$

## 2.2. Распределение Вейбула

Распределение Вейбула является двухпараметрическим распределением и часто используется для расчета оценок показателей надежности при постепенных отказах системы, вызываемых старением, износом, потерей прочности и другими подобными причинами.

Для этого распределения справедливы следующие выражения

$$P(t) = e^{-\lambda t^\alpha}, Q(t) = 1 - e^{-\lambda t^\alpha}, a(t) = \lambda \alpha t^{\alpha-1} e^{-\lambda t^\alpha},$$

где  $\lambda$  и  $\alpha$  – параметры распределения Вейбула.

Далее можно вычислить среднее время наработки на отказ

$$T = \int_0^t e^{-\lambda t^\alpha} dt = \frac{\Gamma(\frac{1}{\alpha} + 1)}{\lambda^{\frac{1}{\alpha}}},$$

где  $\Gamma(x)$  – полная гамма-функция, определяемая по таблицам справочников [4].

При определении Гамма-функции

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt,$$

следует иметь в виду, что при больших значениях  $x$  искомое значение Гамма-функции можно вычислить, используя следующие выражения.

Для больших значениях  $x$ :

$$\Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1) = (x-1)(x-2)\Gamma(x-2) = \dots,$$

### Пример 2.2.

$$\Gamma(4,7) = 3,7 \cdot 2,7 \cdot 1,7 \cdot \Gamma(1,7) = 15,43075 ,$$

где  $\Gamma(1,7) = 0,9086$ .

Если  $x < 1$ , причем  $x \neq 0, -1, -2, \dots$

$$\Gamma(x) = \frac{\Gamma(x+1)}{x} = \frac{\Gamma(x+2)}{x \cdot (x+1)} = \dots,$$

### Пример 2.3.

$$\Gamma(0,7) = \frac{\Gamma(1,7)}{0,7} = 1,298 ,$$

где  $\Gamma(1,7) = 0,9086$ .

$$\Gamma(-3,2) = \frac{\Gamma(1,8)}{(-3,2) \cdot (-2,2) \cdot (-1,2) \cdot (-0,2) \cdot 0,8} = 0,689 ,$$

Определим интенсивность отказов для системы надежность которой подчиняется закону Вейбула

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{p(t)} = \frac{\lambda \cdot \alpha t^{\alpha-1} e^{-\lambda t^\alpha}}{e^{-\lambda t^\alpha}} = \lambda \alpha t^{\alpha-1}.$$

Таким образом, интенсивность отказов при значениях параметра  $\alpha < 1$  монотонно убывает, при  $\alpha > 1$  - монотонно возрастает, а при  $\alpha = 1$   $\lambda = const$  (закон распределения Вейбула вырождается в экспоненциальное распределение).

**Пример 2.4.** Определить среднюю наработку на отказ  $T$  и интенсивность отказов  $\lambda(t)$  для системы вероятность безотказной работы которой подчиняется закону Вейбула с параметрами  $\alpha = 1,5$  и  $\lambda = 10^{-4}$  1/ч за время работы  $t = 100$ ч.

Решение.

Используя полученные ранее выражения вычислим

$$T = \lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) = (10^{-4})^{-0,67} \cdot \Gamma(1,67) \approx 418 \text{ ч.}$$

$$\lambda(100) = \lambda \cdot \alpha (100)^{\alpha-1} = 1,5 \cdot (10^{-3}) \frac{1}{\text{ч}}.$$

### 2.3. Нормальное распределение

Нормальное распределение (распределение Гаусса) вероятности наработки до отказа используется для анализа систем в тех случаях, когда работа системы подвергается влиянию большого числа однородных по своему влиянию случайных факторов, причем влияние каждого из этих факторов по сравнению с совокупностью всех остальных – незначительно.

Нормальный закон распределения является двухпараметрическим законом с параметрами распределения:  $T$  – математическое ожидание и  $\sigma_T^2$  – дисперсии времени безотказной работы системы.

В случаях если  $\sigma \ll T$  (практически для  $T \geq 3\sigma$ ), что соблюдается для большинства используемых систем, справедливы следующие зависимости

$$Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_0^t e^{-\frac{(x-T)^2}{2\sigma^2}} dx,$$

$$P(t) = 1 - Q(t),$$

$$a(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}},$$

Для расчета  $Q(t)$  как правило используется табулированная функция Лапласа  $\Phi(u)$ , где

$$u = \frac{t-T}{\sigma}$$

определяется как квантиль нормального распределения.

При ( $\sigma \ll T$ )  $Q(t)$  и  $P(t)$  связаны с функцией  $\Phi(u)$  следующими соотношениями

$$\begin{aligned} Q(t) &= 0,5 + \Phi(u), \\ P(t) &= 0,5 - \Phi(u). \end{aligned}$$

В случае, если условие ( $\sigma \ll T$ ) не выполняется, для анализа показателей надежности систем следует использовать усеченное нормальное распределение [4].

### **Пример 2.5.**

Наработка объекта до отказа имеет нормальное распределение с математическим ожиданием  $T = 1000$  часов и стандартным отклонением  $\sigma = 200$ .

Определить вероятность безотказной работы объекта в течение 400 часов.

### Решение.

Вероятность безотказной работы вычислим используя функцию распределения

$$P(400) = 1 - Q(400) = 1 - \frac{1}{200\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{400} e^{-\frac{(x-1000)^2}{2 \cdot (200)^2}} dx,$$

Для расчета используем табулированное значение нормированного нормального распределения  $\Phi(u)$ .

Определим квантиль распределения

$$u = \frac{400 - 1000}{200} = -3.$$

Для отрицательного значения квантили

$$\Phi(-u) = 1 - \Phi(u).$$

Вероятность безотказной работы объекта в течение 400 часов составит

$$P(400) = 1 - Q(400) = 1 - \Phi(-u) = \Phi(3) = 0,99865.$$

### **Вопросы для самопроверки.**

1. Определите условия, при которых закон распределения надёжности системы можно считать экспоненциальным.
2. Сколько параметров имеет распределение Вейбула?
3. Когда наиболее целесообразно применять распределение Вейбула?
4. Какие параметры используются при описании нормального закона распределения случайных величин?
5. Как вычислить наработку на отказ при экспоненциальном законе распределения, если  $\lambda=0,0001$ ?
6. При каких условиях закон Вейбула вырождается в экспоненциальное распределение?

### **3. Структурные схемы надёжности**

Любая информационная система представляет собой совокупность элементов и связей между ними. Элементы, составляющие систему, могут быть соединены между собой различным образом. С точки зрения надёжности, такие соединения представляют собой некие структуры, каждая из которых имеет свой способ расчёта. Такой расчёт представляет собой расчёт надёжности. Сами структуры получили название структурных схем надёжности [4].

Структурные схемы надёжности нельзя путать с принципиальными, функциональными, структурными и другими схемами систем, хотя в частных случаях они могут совпадать. Соединение элементов в структурных схемах надёжности можно свести к нескольким видам, в частности:

- последовательному,
- параллельному,
- произвольному.

#### **3.1. Структурные схемы надёжности с последовательным соединением элементов**

Последовательное соединение в структурной схеме надёжности – это такое соединение, при котором отказ хотя бы одного элемента приводит к отказу всей системы в целом (рис. 2). Этот тип соединения в теории надёж-

ности ещё называют основным соединением (так как в технике встречается наиболее часто).

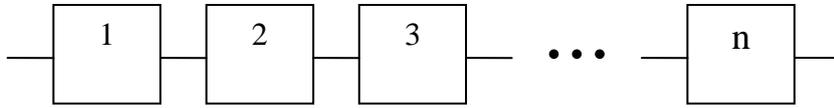


Рис.2 Структурная схема надёжности с последовательным соединением элементов

Если считать отказы элементов независимыми, то на основании теоремы умножения вероятностей вероятность безотказной работы ИС выражается следующим образом :

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t),$$

где  $P_i(t)$  – вероятность безотказной работы  $i$  - го элемента;  
 $P_c(t)$  – вероятность безотказной работы системы.

С учётом связи вероятности безотказной работы с интенсивностью отказов можно записать

$$\begin{aligned} P_c(t) &= \exp\left(-\int_0^t \lambda_1(t) dt\right) \exp\left(-\int_0^t \lambda_2(t) dt\right) \dots \exp\left(-\int_0^t \lambda_n(t) dt\right) = \\ &= \exp\left(-\sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(t) dt\right), \end{aligned}$$

Откуда следует, что суммарная интенсивность отказов  $n$  последовательно соединённых элементов определяется как сумма интенсивностей отказов отдельных элементов:

$$\lambda_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t)$$

Для случая  $\lambda = const$  вероятность безотказной работы и интенсивность отказов для ИС определяются как

$$P_c(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \lambda_i t\right),$$

$$\lambda_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \lambda_i.$$

Анализ полученных выражений показывает:

- вероятность безотказной работы будет тем ниже, чем больше элементов в него входит;
- вероятность безотказной работы последовательного соединения будет ниже, чем эта же вероятность у самого надёжного элемента системы.

### 3.2. Структурные схемы надёжности с параллельным соединением элементов

Параллельным соединением элементов в структурной схеме надёжности называется такое соединение, при котором система отказывает только при отказе всех  $n$  элементов, образующих эту схему (рис. 3).

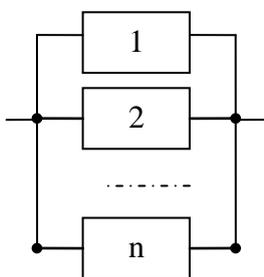


Рис.3. Структурная схема надёжности с параллельным соединением элементов

Согласно определению

$$Q_c(t) = q_1(t) \cdot q_2(t) \cdots q_n(t) = \prod_{i=1}^n q_i(t) = \prod_{i=1}^n (1 - p_i(t))$$

или

$$P_c(t) = 1 - Q_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i(t)).$$

С учетом зависимости вероятности безотказной работы от интенсивности отказов последнее выражение принимает следующий вид

$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \exp(-\int_0^t \lambda_i(t) dt)).$$

Для случая равнонадежных элементов системы

$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \exp(-\lambda_i(t)dt)),$$

а при  $\lambda_\Sigma = const$

$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \exp(-\lambda t)).$$

Если далее, для сокращения записей формул опустить аргумент  $t$ , показывающий зависимость показателей надежности от времени, то для данного вида соединений элементов получим

$$Q_c = q^n, P_c = 1 - (1 - p)^n.$$

Таким образом, при параллельном соединении элементов надежность системы повышается при увеличении числа элементов, соответственно средняя наработка системы оказывается больше средней наработки ее элементов.

### 3.3. Структурные схемы надежности с произвольным соединением элементов

При анализе информационных систем возможны случаи, когда при составлении структурных схем надёжности невозможно применить последовательную, параллельную или последовательно-параллельную схемы.

Одной из наиболее часто встречающихся схем такой структуры является мостиковая схема (рис. 4).

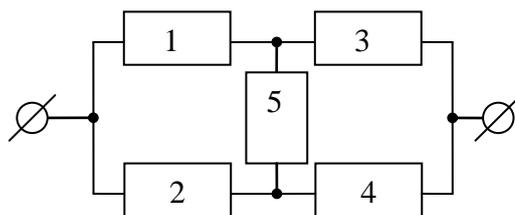


Рис.4 Мостиковая схема соединения элементов

Для анализа надежности таких структур используют метод минимальных путей и сечений, который относится к приближенным методам и позволяет определить граничные оценки надежности сверху и снизу [3].

Путем в такой структуре называется последовательность элементов, обеспечивающих функционирование (работоспособность) системы.

Сечением называется совокупность элементов, отказы которых приводят к отказу системы.

Вероятность безотказной работы последовательно включенных параллельных цепей дает верхнюю оценку надежности системы данной структуры. А вероятность безотказной работы параллельно включенных последовательных цепей из элементов путей дает нижнюю оценку надежности системы данной структуры. Фактическое же значение показателя надежности системы будет находиться между верхней и нижней оценками надежности мостиковой структуры.

Набор элементов системы образует минимальный путь, если исключение любого элемента из набора приводит к отказу пути. Из этого следует, что в пределах одного пути все элементы находятся в последовательном соединении, а сами пути включаются параллельно. Набор минимальных путей для мостиковой схемы представлен на рис. 5.

Минимальные пути образуют элементы (1, 3); (2, 4); (1, 5, 4); (2, 5, 3).

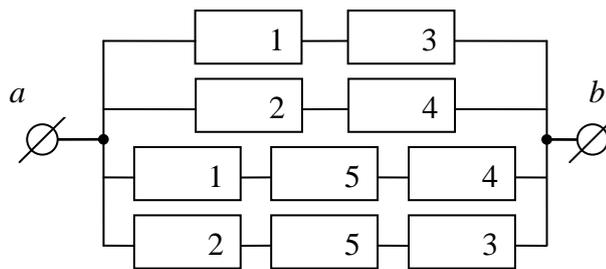


Рис.5. Набор минимальных путей

Для всех элементов схемы известны вероятности безотказной работы  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  и соответствующие им вероятности отказа типа «обрыв»  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5$  необходимо определить вероятность наличие цепи между точками  $a$  и  $b$ .

В результате расчета получается следующая оценка вероятности безопасной работы системы.

$$P_B = 1 - Q_{13} \cdot Q_{24} \cdot Q_{154} \cdot Q_{253} = 1 - (1 - P_1 P_3)(1 - P_2 P_4)(1 - P_1 P_5 P_4)(1 - P_2 P_5 P_3).$$

При определении минимальных сечений осуществляется подбор минимального числа элементов, перевод которых из работоспособного состояния в неработоспособное вызывает отказ системы.

При правильном подборе элементов сечения возвращение любого из элементов в работоспособное состояние восстанавливает работоспособное состояние системы.

Поскольку отказ каждого из сечений вызывает отказ системы, то эти сечения соединяются последовательно. В пределах каждого сечения элементы соединяются параллельно, так как для работы системы достаточно наличия работоспособного состояния любого из элементов сечения.

Схема минимальных сечений для мостиковой схемы приведена на рис. 6. Так как один и тот же элемент включается в два сечения, то полученная оценка является оценкой снизу.

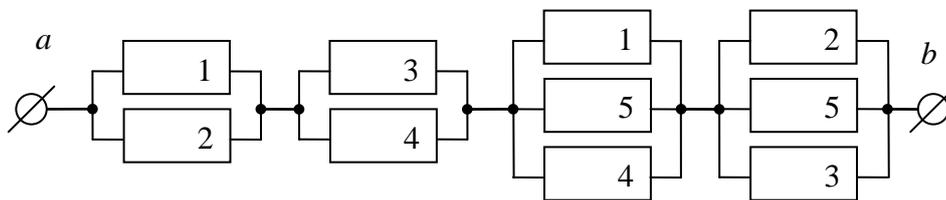


Рис.6. Набор минимальных сечений

$$P_n = P_{12} \cdot P_{34} \cdot P_{154} \cdot P_{253} = (1 - Q_1 Q_2) \cdot (1 - Q_3 Q_4) \cdot (1 - Q_1 Q_5 Q_4) \cdot (1 - Q_2 Q_5 Q_3).$$

Вероятность безотказной работы системы  $P_c$  оценивается согласно неравенству

$$P_n \leq P_c \leq P_v.$$

Таким образом, данный метод позволяет представить систему с произвольной структурой в виде совокупности параллельных и последовательных цепей.

**Пример 3.1.** Рассмотрим мостиковую схему, представленную на рис. 3. Пусть все элементы этой схемы характеризуются вероятностью безотказной работы

$$p(t) = e^{-\lambda t}$$

и интенсивностью отказов

$$\lambda = 0,01 \text{ ч}^{-1}.$$

Необходимо найти оценку вероятности безотказной работы системы для  $t_0=10$  ч и верхнюю оценку среднего времени наработки системы до отказа.

Решение. Для этой схемы минимальными путями являются комбинации элементов: (1, 3); (2, 4); (1, 5, 4); (2, 5, 3), а минимальными сечениями - (1, 2); (3, 4); (1, 5, 4); (2, 5, 3). Вычислим

$$p(t=10) = e^{-0,1} = 0,9 ,$$

Тогда  $q(t=10) = 1-0,9= 0,1$  и далее [4]

$$(1-q^2)^2(1-q^3)^2 \leq P \leq 1-(1-p^2)^2(1-p^3)^2,$$

$$0,978 \leq P \leq 0,9976 .$$

Для определения оценки среднего времени наработки системы до отказа необходимо вычислить

$$\lambda_{1,3} = 0,02 \text{ ч}^{-1}, \lambda_{2,4} = 0,02 \text{ ч}^{-1}, \lambda_{1,5,4} = 0,03 \text{ ч}^{-1}, \lambda_{2,5,3} = 0,03 \text{ ч}^{-1},$$

### **Вопросы для самопроверки.**

1. Чему равна вероятность безотказной работы системы, состоящей из трех элементов, соединенных по основной схеме (отказы элементов считаются независимыми)?
2. Как определяется суммарная интенсивность отказов системы, если известны значения интенсивности отказов элементов системы, которые соединены по общей схеме?
3. Какие элементы входят в состав минимального сечения структуры системы?
4. Какие элементы системы образуют минимальные пути по структуре системы?
5. Как определяется вероятность безотказной работы системы при параллельном соединении ее элементов?

#### **4. Расчет показателей надежности программного обеспечения информационных систем**

Надежность современных информационных систем определяется не только безотказной работой технических средств, но и надежностью программного обеспечения (программных средств).

Под надежностью программных средств обычно понимают совокупность свойств, характеризующих их способность сохранять заданный уровень пригодности в заданных условиях в течение заданного интервала времени [5].

Механизм возникновения отказа аппаратуры и отказа программного обеспечения существенно отличаются друг от друга. Отказ аппаратуры обусловлен разрушением каких-либо элементов аппаратуры. Отказ программы обусловлен несоответствием программного обеспечения поставленным требованиям и задачам.

Программное средство не подвержено износу или старению. Ограничения его уровня пригодности являются следствием дефектов, внесенных в содержание программного средства в процессе постановки и решения задачи его создания или модификации.

Количество и характер отказов программного средства, являющихся следствием этих дефектов, зависят от способа применения программного средства и от выбираемых вариантов его функционирования, но не зависят от времени.

Для оценки показателей надежности программного обеспечения обычно используют различного рода модели надежности программ [7]. Модели надежности программного обеспечения дают возможность исследовать закономерности появления ошибок в программе, а также прогнозировать надежность программ при их разработке и эксплуатации.

Модели надежности программ строятся на предположении о том, что проявление ошибки является случайным событием и поэтому имеет вероятностный характер. Такие модели предназначены для оценки показателей надежности программ и программных комплексов в процессе тестирования.

Рассмотрим использование некоторых моделей надежности программного обеспечения.

##### **4.1. Простая интуитивная модель надежности программного обеспечения**

Использование этой модели предполагает проведение тестирования двумя группами программистов или двумя программистами (в зависимости

от величины программы). Тестирование производится независимо друг от друга, при тестировании используются независимые тестовые наборы. В процессе тестирования каждая из групп фиксируют все найденные ею ошибки.

Пусть первая группа обнаружила  $n_1$  ошибок, вторая -  $n_2$ ,  $n_{12}$  - это число ошибок, обнаруженных как первой, так и второй группой.

Обозначим через  $N$  неизвестное количество ошибок, присутствующих в программе до начала тестирования. Тогда можно эффективность тестирования каждой из групп определить как

$$E_1 = \frac{n_1}{N}, \quad E_2 = \frac{n_2}{N}.$$

В данном случае эффективность тестирования можно интерпретировать как вероятность того, что ошибка будет обнаружена. Таким образом, можно считать, что первая группа обнаруживает ошибку в программе с вероятностью

$$P_1 = \frac{n_1}{N},$$

а, вторая - с вероятностью

$$P_2 = \frac{n_2}{N}.$$

Тогда вероятность того, что ошибка будет обнаружена обеими группами, можно принять равной

$$P_{12} = \frac{n_{12}}{N}.$$

С другой стороны, так как группы действуют независимо друг от друга, то  $P_{12} = P_1 P_2$ .

В результате получаем:

$$\frac{n_{12}}{N} = \frac{n_1}{N} \cdot \frac{n_2}{N}.$$

Из последнего выражения можно получить оценку первоначального числа ошибок программы:

$$N = \frac{n_1 \cdot n_2}{n_{12}}.$$

#### **Пример 4.1.**

В процессе тестирования программы 1-я группа программистов локализовала 15 ошибок, 2-я группа определила 25 ошибок, количество общих ошибок равно 5.

Определить показатели надёжности тестируемой программы согласно простой интуитивной модели надёжности.

Решение. Общее количество ошибок в программе

$$N = \frac{n_1 \cdot n_2}{n_{12}} = \frac{15 \cdot 25}{5} = 75.$$

Количество невыявленных ошибок – 35.

Вероятность обнаружения ошибок при тестировании программы первой группой составляет

$$P_1 = \frac{n_1}{N} = \frac{15}{75} = 0,2.$$

Для второй группы

$$P = \frac{n_2}{N} = \frac{25}{75} = 0,3333.$$

#### 4.2. Модель надёжности программного обеспечения Милса

Модель Милса предусматривает внесение в исследуемую программу перед началом тестирования некоторого количества случайных (искусственных) ошибок. Тестирующей группе неизвестно ни количество, ни характер вносимых ошибок.

Предполагается, что все ошибки (внесенные и ранее существующие собственные ошибки) программы имеют равную вероятность быть обнаруженными в процессе тестирования.

Если после тестирования обнаружено  $n_c$  – собственных ошибок программы и  $n_n$  – искусственных внесенных ошибок, то первоначальное количество ошибок в программе  $E_0$  согласно модели Милса определится по формуле

$$E_0 = n_c \frac{E_n}{n_n},$$

где  $E_n$  - количество искусственно внесенных в программу ошибок.

Например, если в программу внесено 50 случайных ошибок и в процессе тестирования было выявлено 25 собственных и 5 внесенных ошибок, то модель Милса определяет общее количество собственных ошибок равное  $E_0=250$ .

Модель Милса также позволяет решать и задачу проверки гипотезы о первоначальном количестве собственных ошибок в программе.

Предположим, что программа в момент начала тестирования содержит  $K$  ошибок, то есть  $E_0=K$ . Введем в программу  $E_n$  искусственных оши-

бок и будем тестировать эту программу до тех пор, пока не обнаружим все искусственные ошибки.

Если при этом будут выявлены еще  $n_c$  собственных ошибок программы, то вероятность того, что первоначально в программе было  $K$  ошибок вычисляется согласно следующим выражениям

$$P(E_0 = K) = 0,$$

если  $n_c > K$  и

$$P(E_0 = K) = \frac{E_n}{E_n + K + 1},$$

если  $n_c \leq K$ .

#### **Пример 4.2.**

В тестируемую программу внесено 10 ошибок. В процессе тестирования все внесенные ошибки выявлены. Определить вероятность того, что тестируемая программа не имеет ни одной собственной ошибки.

Решение.

$$P(E_0 = 0) = \frac{E_n}{E_n + K + 1} = \frac{10}{10 + 0 + 1} = 0,91.$$

В случаях, когда в процессе тестирования выявляется лишь часть внесенных ошибок, для расчета вероятности используется следующее выражение

$$P(E_0 = K) = \frac{C_{E_n}^{n_c - 1}}{C_{E_n + K + 1}^{K + n_c}},$$

где

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Очевидно, что если  $n_c > K$ , то  $P(E_0 = K) = 0$ .

#### **Пример 4.3.**

В тестируемую программу внесено 10 ошибок. В процессе тестирования выявлены 5 внесенных ошибок. Определить вероятность того, что тестируемая программа не имеет ни одной собственной ошибки.

Решение.

$$P(E_0 = 0) = \frac{C_{E_n}^{n-1}}{C_{E_n+K+1}^{K+n}} = \frac{C_{10}^4}{C_{11}^5} = \frac{5}{11} = 0,45.$$

Если в процессе тестирования было выявлено 8 внесенных ошибок, то вероятность того, что программа не имеет ни одной собственной ошибки, составит

$$P(E_0 = 0) = \frac{C_{E_n}^{n-1}}{C_{E_n+K+1}^{K+n}} = \frac{C_{10}^7}{C_{11}^8} = \frac{8}{11} = 0,73.$$

К достоинствам рассмотренной модели следует отнести простоту и наглядность.

Недостатками модели является необходимость внесения в исследуемую программу искусственных ошибок. Этот процесс обычно плохо формализуем. Кроме того, определение величины  $K$ , основывается исключительно на опыте специалистов проводящих оценку показателей надежности программы.

### **Вопросы для самопроверки.**

1. Чем отличается отказ аппаратуры от отказа программного обеспечения?
2. Как организуется тестирование программного обеспечения при использовании простой интуитивной модели надежности программного обеспечения?
3. Для чего при исследовании программного обеспечения с использованием модели Милса в программы искусственно вносят ошибки?
4. Какие параметры надежности программного обеспечения можно определить при использовании модели Милса?
5. Какие показатели надежности программного обеспечения позво-

ляют определить исследования программного обеспечения с использованием простой интуитивной модели надежности?

## 5. Методы повышения надежности невосстанавливаемых систем

В настоящее время, можно выделить несколько основных направлений работ по повышению надежности информационных систем [2, 3,4, 7, 8].

1. В первую очередь надежность ИС достигается за счет использования в ней высоконадежных элементов. Это достигается применением в устройствах ИС элементов с высокой степенью надежности (интенсивность отказов  $10^{-6} \div 10^{-8}$  1/ч), использованием оптических элементов, а также внедрением новых типов элементов.

2. Вторым направлением повышения надежности являются обеспечение *наиболее рациональных режимов* работы элементов информационных систем. Большое значение при этом имеет выбор коэффициентов нагрузки по тепловому, механическому и радиационному режимов. Режимы работы элементов зависят от принятых технических решений, которые необходимо учитывать в процессе проектирования.

3. Достаточно эффективным методом повышения надежности информационных систем считается улучшение восстанавливаемости системы. В данном случае уменьшается время обнаружения, локализации и устранения отказов. Кроме того уменьшается время подготовки системы к включению после восстановления работоспособности. Использование автоматизации процессов обнаружения и локализации отказов и предпусковой подготовки системы позволяет существенно снизить время восстановления системы, оставляя за обслуживающим персоналом лишь операции устранения отказов и наладки.

4. Наиболее эффективным средством повышения надежности технических систем является использование резервирования. *Резервирование* – это применение дополнительных средств и возможностей с целью сохранения работоспособного состояния системы при отказе одного или нескольких его элементов.

В соответствии с ГОСТ 13377-75 различает три основных вида резервирования:

- структурное,
- информационное,
- временное.

5. Для повышения надежности ИС необходимо повышать надежность программного обеспечения компьютеров, входящих в состав ИС. Надежность программного обеспечения может быть увеличена за счет программ-

ного резервирования и использования средств автоматического контроля за правильностью выполнения вычислительного процесса.

### 5.1. Повышение надежности систем с использованием структурного резервирования

Структурное резервирование заключается в том, что в минимально необходимый вариант системы, элементы которой называются основными, вводятся дополнительные элементы и устройства, либо вместо одной системы предусматривается использование нескольких идентичных систем. При этом избыточные резервные структурные элементы берут на себя выполнение рабочих функций при отказе основных элементов [2, 3,4, 7, 8].

Структурное резервирование получило достаточно большое распространение.

По схеме включения резервных элементов различают постоянное, раздельное резервирование, резервирование с замещением и скользящее резервирование.

*Постоянное резервирование* – это такое резервирование, при котором резервные элементы участвуют в функционировании системы наравне с основными элементами.

Для постоянного резервирования в случае отказа основного элемента не требуется специальных устройств, вводящих в действие резервный элемент. Недостатком постоянного резервирования является перераспределение нагрузки между элементами системы при отказах системы, в силу чего надежность оставшихся работающих элементов может снизиться.

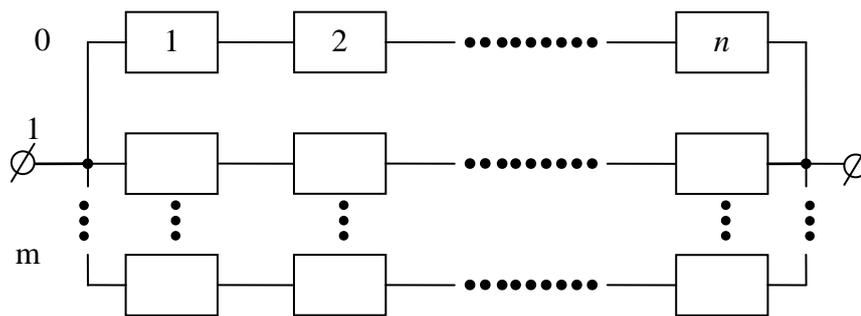


Рис.7. Общее резервирование с постоянно включенным резервом

Различают, общее резервирование (резервируется вся система, рис. 7) и раздельное резервирование (резервируются отдельные элементы системы, рис. 8).

Вероятность безотказной работы системы при общем резервировании определяется по формуле:

$$P_c(t) = 1 - [1 - \prod_{i=1}^n p_i(t)]^{m+1},$$

где  $p_i(t)$  – вероятность безотказной работы  $i$ -го элемента в течение времени  $t$ ;  $n$ - число элементов основной (или любой резервной) системы;  $m$  – число резервных систем (кратность резервирования).

При экспоненциальном законе надежности, когда

$$p_i(t) = e^{-\lambda_i t},$$

вероятность безотказной работы и среднее время безотказной работы определяются следующим образом:

$$P_c(t) = 1 - [1 - e^{-\lambda_0 t}]^{m+1},$$

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^m \frac{1}{i+1} = T_{cp0} \sum_{i=0}^m \frac{1}{i+1},$$

где:  $\lambda_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i$  – интенсивность отказов нерезервированной системы или любой из  $m$  резервных систем;  $T_{cp0}$  – среднее время безотказной работы нерезервированной системы или любой из  $m$  резервных систем.

При резервировании неравнонадежных изделий

$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=0}^m q_i(t) = [1 - \prod_{i=0}^m [1 - p_i(t)]],$$

где  $q_i(t)$ ,  $p_i(t)$  – вероятность отказов и вероятность безотказной работы в течение времени  $t$   $i$ -го элемента системы соответственно.

Для наиболее простого случая, когда  $m=1$ , получаем:

$$P_c(t) = 1 - [1 - P(t)]^2,$$

$$T_{cp} = 1,5 T_{cp0}$$

Таким образом, при дублировании (одна основная система резервируется одной резервной системой), средняя наработка на отказ увеличивается в 1,5 раза.

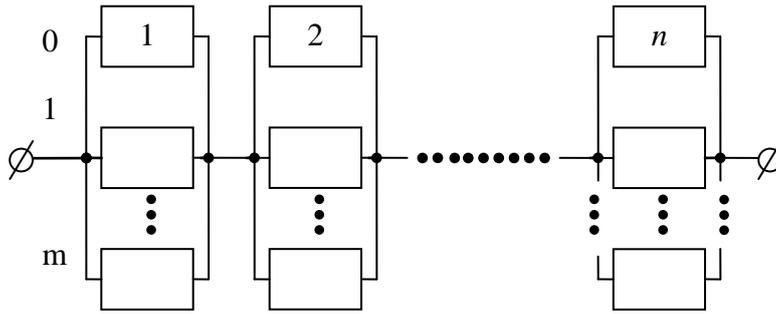


Рис. 8. Раздельное резервирование с постоянно включенным резервом

Вероятность безотказной работы системы при раздельном резервировании определяется по формуле[3]:

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^n [1 - (1 - p_i(t))^{m_i+1}] ,$$

где  $p_i(t)$  – вероятность безотказной работы  $i$ -го элемента;  $m_i$  – кратность резервирования  $i$ -го элемента;  $n$  – число элементов основной системы.

При экспоненциальном законе надежности,

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^n [1 - (1 - e^{-\lambda_i t})^{m_i+1}] .$$

При равнонадежных элементах и одинаковой кратности их резервирования

$$P_c(t) = [1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}]^n ,$$

$$T_{cp} = \frac{(n-1)}{\lambda(m+1)} \sum_{i=0}^m \frac{1}{u_i(u_i+1)\dots(u_i+n+1)} ,$$

где

$$u_i = (i+1)/(m+1).$$

## 5.2. Повышение надежности систем с использованием нагруженного резервирования с дробной кратностью

Рассмотрим случай резервирования системы с дробной кратностью и нагруженным резервом (рис. 9).

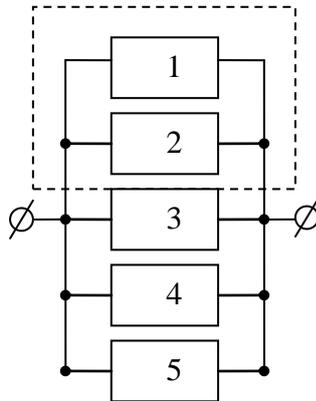


Рис. 9. Резервирование с постоянно включенным резервом дробной кратности (2 из 5)

Представленная схема работоспособна, если из пяти её элементов работают любые два, три, четыре или все пять (на схеме пунктиром обведены функционально необходимые два элемента, причем выделение элементов 1 и 2 произведено условно, в действительности все пять элементов равнозначны).

Кратность резервирования определяется соотношением

$$m = (z - n)/n ,$$

где  $z$  – общее число элементов резервированной системы;

$n$  – число элементов необходимое для нормальной работы системы;

$(z-n)$  – число резервных элементов.

При резервировании с целой кратностью величина  $m$  есть целое число, при резервировании с дробной кратностью  $m$  есть дробное несокращаемое число. Например, если  $m=4/2$ , то это означает наличие резервирования с дробной кратностью, при котором число резервных элементов равно 4, число основных 2, а общее число элементов равно 6. Сокращать дробь нельзя, так как если произвести сокращение  $m=4/2=2$ , то результат показывает, что имеет место резервирование с целой кратностью, при котором число резервных элементов равно 2, а общее число 3.

Рассмотрим резервированную систему, состоящую из  $n$  основных и  $k$  резервных элементов ( $n > k$ ). При отказе одного из основных элементов на его место без перерыва в работе включается один из резервных элементов. Резервные элементы также подвержены отказам. Очевидно, что таких за-

мещений, не нарушающих работу резервированной системы, может быть не более  $k$ .

Средняя наработка на отказ для такой системы в предположении наличия равнонадежных элементов определится как

$$T_{\text{cp}} = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{n+k} \right),$$

Вероятность безотказной работы рассматриваемой системы можно определить исходя из следующих соображений. Безотказная работа системы в течение времени  $t$  будет наблюдаться в следующих случаях:

- все элементы  $(n+k)$  системы исправны;
- один элемент отказал,  $(n+k-1)$  элементов системы исправны;
- $i$  – элементов отказали,  $(n+k-i)$  элементов системы исправны;
- $k$  – элементов системы отказали,  $n$  элементов системы исправны.

Количество вариантов отказа элементов, при которых система сохраняет работоспособность составит

$$C_{n+k}^i = \frac{(n+k)!}{i!(n+k-i)!},$$

Вероятность безотказной работы системы в этом случае определится как

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^k C_{n+k}^i (1-p(t))^i (p(t))^{n+k-i},$$

### **5.3. Повышение надежности систем с использованиемобщего ненагруженного резервирования**

При общем ненагруженном резервировании резервные системы начинают работать после отказа основной системы. До этого момента времени резервная система может быть отключена или находиться лишь под напряжением питания (рис. 10). При наступлении отказа основной системы последняя отключается, и на ее место включается одна из резервных систем.

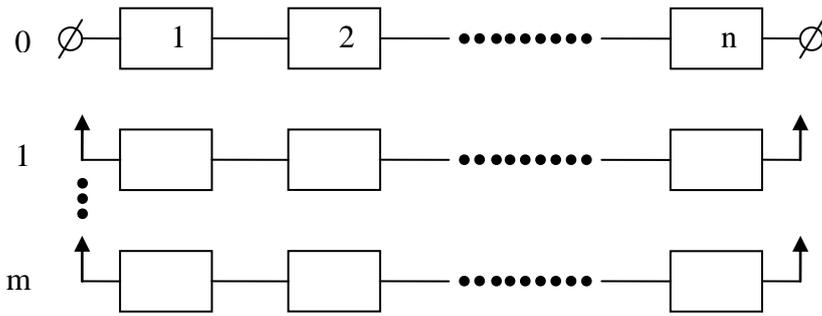


Рис.10. Общее резервирование с ненагруженным резервом

К особенностям такого резервирования относится следующее:

- надежность резервных систем практически сохраняется до их включения в работу, так как до момента включения имеет место лишь их старение;
- режим работы основной и резервной соединений в рабочем состоянии одинаковый и не изменяется при переключениях резервных соединений в работу.

Для реализации ненагруженного резерва необходимы высоконадежные переключающие устройства, число которых при отдельном резервировании может быть очень большим. Потому ненагруженный резерв применяется в основном для замещения или всего объекта, или отдельных наиболее ответственных его элементов.

Определим выражение для вероятности безотказной работы системы с ненагруженным резервом при следующих допущениях:

- переключатели идеальны по надежности;
- все рассматриваемые системы равно надежны;
- процесс восстановления отказавших систем отсутствует.

Рассмотрим случай, когда резервированная система состоит из основной и одной резервной систем и функционирует в интервале времени  $[0, t]$ .

При этих допущениях резервированная система остается работоспособной при следующих условиях:

- 1) основная система не отказала в течение времени  $[0, t]$ ;
- 2) основная система отказала в момент  $\tau < t$ , а резервная после включения безотказно работала в интервале  $[\tau, t]$ .

$$P_{m+1}(t) = P_m(t) + \int_0^t P(t - \tau) \cdot a_m(\tau) d\tau$$

где  $P_{m+1}(t)$ ,  $P_m(t)$  – вероятность безотказной работы резервированной системы кратностью  $m$  и  $m+1$  соответственно;

$P(t-\tau)$  – вероятность безотказной работы основной системы в течение времени  $(t-\tau)$ ;

$a_m(\tau)$  – частота отказов резервированной системы кратности  $m$  в момент времени  $\tau$ .

Как правило, в условиях нормальной эксплуатации и экспоненциальном законе надежности при простейшем потоке отказов, вероятность безотказной работы резервированной системы и время наработки до первого отказа определяются как

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \cdot \sum_{i=0}^m [\lambda_0 \cdot t]^i / i! ,$$

$$T_{\text{ср.с.}} = T_{\text{ср.0}} \cdot (m+1) ,$$

где

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i ,$$

$T_{\text{ср.0}}$  – интенсивность отказа и средняя наработка до первого отказа основной (нерезервированной) системы;

$m$  – число резервных систем (кратность резерва).

#### **5.4. Повышение надежности систем с использованием отдельного ненагруженного резервирования**

В общем случае, отдельное резервирование предусматривает замену любого отказавшего элемента основной системы дополнительными элементами резерва, способными выполнять функции отказавших элементов основной системы. Каждый из  $n$  элементов основного соединения в случае отказа переключается на один из  $m$  резервных элементов (рис. 11).

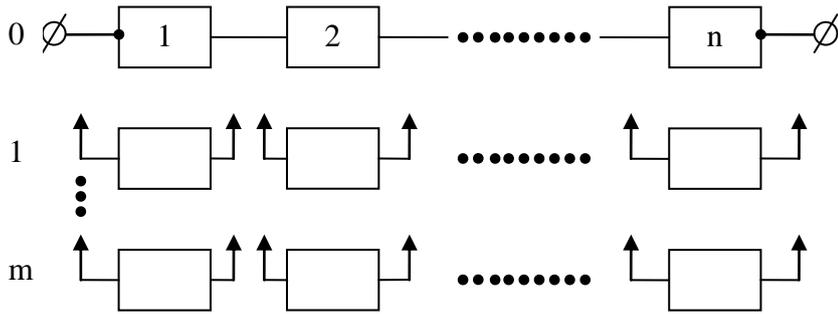


Рис.11. Раздельное резервирование с ненагруженным резервом

Для реализации такого резервирования требуется  $(m+1) \cdot n$  переключателей. Резервированная система будет безотказно работать, если будут безотказны все  $n$  резервированных соединений. Следовательно, вероятность безотказной работы системы определится произведением вероятностей безотказной работы  $n$  резервированных соединений:

$$P_c(t) = \prod_{k=1}^n (e^{-\lambda_k t} \cdot \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_k t)^i}{i!}) = e^{\lambda_0 t} \prod_{k=1}^n \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_k t)^i}{i!}$$

где  $\lambda_0 = \sum_{k=1}^n \lambda_k$ , — интенсивность отказов основной (нерезервированной) системы.

Наработка на отказ  $k$ -го резервированного соединения ( $k=1, \dots, n$ ):

$$T_{k.c.} = \frac{m+1}{\lambda_k}$$

Наработка на отказ резервированной системы:

$$T_c = \frac{t}{\Omega(t)}.$$

Величина  $\Omega(t)$  определяется суммой математических ожиданий числа отказов всех резервированных элементов.

Раздельный ненагруженный резерв применяют для наиболее ответственных систем с автоматическим переключением на резерв, если допустима остановка работы соединения на время переключения.

В случае отдельного резерва отказ резервированной системы наступит при отказе  $(m+1)$  элементов, но одинаковых (основного и всех  $m$  его резервирующих). Вероятность возникновения  $(m+1)$  одинаковых отказов меньше вероятности возникновения  $(m+1)$  любых отказов. Поэтому отдельное резервирование принципиально более надежно общего резервирования.

### 5.5. Повышение надежности систем с использованием скользящего ненагруженного резервирования

*Скользящее резервирование* – это резервирование замещением, при котором группа основных элементов системы резервируется одним или несколькими резервными, каждый из которых может заменить любой отказавший элемент в данной группе.

Скользящее резервирование всегда является активным, всегда имеется переключающее устройство, определяющее наличие отказа и включающее резервный элемент (рис. 12).

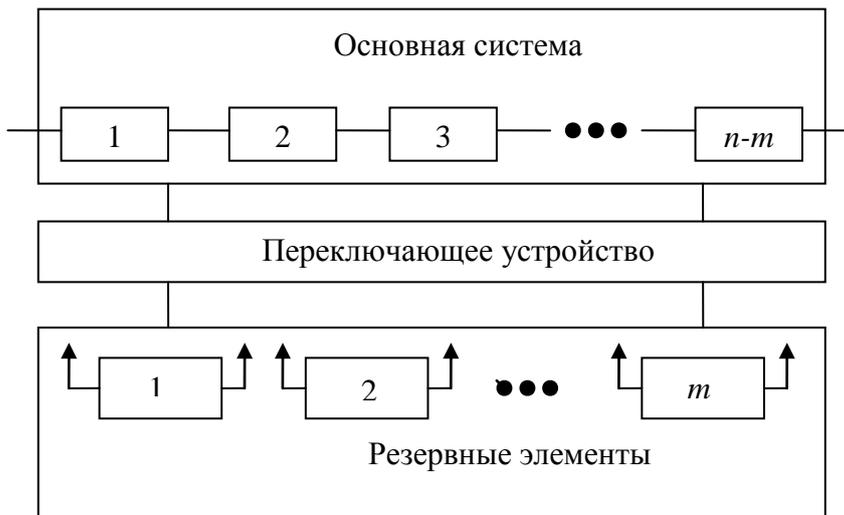


Рис.12. Отдельное резервирование с ненагруженным резервом (где  $n$  - общее количество элементов в системе – резервные плюс резервируемые)

Если все элементы системы имеют экспоненциальное распределение вероятности времени до отказа с интенсивностью отказов  $\lambda$ , то вероятность безотказной работы системы составит

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^m \frac{((n-m)\lambda t)^i}{i!} e^{-(n-m)\lambda t}.$$

Среднее время безотказной работы системы составит

$$T_c = \frac{m+1}{n-m} T_1,$$

где  $T_1$ - среднее время безотказной работы нерезервированной системы.

### **5.6. Повышение надежности систем с использованием информационного резервирования**

В устройствах современных информационных систем в настоящее время широко используются так называемые самокорректирующиеся коды, которые позволяют автоматически обнаруживать и исправлять ошибки при искажениях данных, появляющихся в результате отказов элементов системы.

При этом такие отказы (или сбои) не нарушают нормального функционирования ИС. Очевидно, что устройства, защищенные самокорректирующимися кодами, обладают информационной избыточностью.

Анализ надежности таких устройств с информационной избыточностью обычно проводится двумя путями: приближенным и уточненным.

В дальнейшем рассмотрим приближенный анализ надежности ИС с информационной избыточностью

При этом структура информационной системы разделяется на две части: защищенную кодом от отказов и сбоев и незащищенную.

Незащищенная самокорректирующим кодом часть информационной системы – это совокупность элементов, для которых появление хотя бы одного отказа или сбоя приводит к искажению информации на выходе всей системы в целом.

Для защищенной части системы в зависимости от применяемого самокорректирующегося кода определяется допустимое число  $k$  одновременно исправляемых ошибок [5].

Пусть суммарная интенсивность отказов и сбоев незащищенной части системы равна  $\lambda_1$ , а защищенной –  $\lambda_2$  (рис. 13).

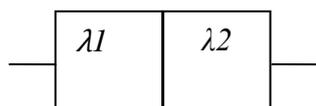


Рис.13. Структура информационной системы с информационной избыточностью

Определим условие безотказной работы информационной системы в течение времени  $t$ :

- в незащищенной части системы за время  $t$  не должно произойти ни одного отказа или сбоя;
- в защищенной части системы за то же время может произойти не более  $k$  отказов и сбоев.

Вероятность выполнения этих условий и определяет вероятность безотказной работы ИС с информационной избыточностью за время  $t$ :

$$P_c(t) = e^{-\lambda_1 t} \sum_{i=0}^k \frac{(\lambda_2 \cdot t)^i}{i!} e^{-\lambda_2 t}.$$

Из анализа выражения для вычисления вероятности безотказной работы системы следует, что ИС, защищенная самокорректирующимся кодом, по надежности эквивалентна последовательному соединению незащищенной части системы с  $k$ -кратно резервированной (ненагруженный резерв) защищенной частью системы с идеально надежным переключателем.

## 5.7. Повышение надежности систем с использованием временного резервирования

Использование временной избыточности наряду с уже рассмотренными ранее структурной и информационной является одним из эффективных способов повышения надежности информационных систем.

При наличии временной избыточности на выполнение системой какого-либо объема работы отводится время, заведомо большее, чем минимально необходимое. В этом случае возможны два варианта использования аппаратуры:

- когда выполненный объем работы при наступлении отказа системы обесценивается;

- когда может происходить накопление работы, то есть выполненный объем работы при наступлении отказа не обесценивается.

Рассмотрим более подробно первый вариант. Пусть отказ системы обесценивает работу, выполненную ею до момента наступления отказа. В этом случае работа будет все-таки выполнена в полном объеме, если после отказа произойдет восстановление аппаратуры и оставшегося времени будет достаточно чтобы, начав выполнение работы с самого начала, завершить ее в установленное время.

При этом, естественно, возможно появление нескольких отказов, после каждого из которых система восстанавливается, и каждый раз работа начинается с начала, и так до тех пор, пока работа не будет выполнена в полном объеме либо будет исчерпан ресурс времени.

В качестве характеристик надежности системы с временной избыточностью целесообразно выбрать следующие:

- вероятность  $P(t, V)$  выполнения за заданное время  $t$  работы объемом  $V$  (при чем объем работы измеряется минимально необходимой продолжительностью ее выполнения при условии отсутствия отказов системы, а поскольку имеет место временная избыточность, то  $V < t$ );

- среднее время  $T(t, V)$ , затрачиваемое на выполнение работы объемом  $V$  на заданном промежутке времени  $t$ .

Для лучшего понимания изложенного рассмотрим определение указанных характеристик на следующем примере. Пусть работа, которая должна быть выполнена на аппаратуре, имеет объем (продолжительность)  $V$ . При этом интервал  $V$  укладывается в промежуток  $t$  целое число раз:

$$n = \frac{V}{t}.$$

Проверка исправности системы происходит в конце промежутка времени  $V$ . Если первая проверка установит отсутствие отказа, то работа считается успешно завершённой. В противном случае система восстанавливается (для простоты будем считать, что мгновенно и с вероятностью  $P(0)=1$ ), и работа начинает выполняться с начала, после чего следует вторая проверка и так далее.

В соответствии с таким режимом работы может быть построен следующий ряд распределения вероятности безотказной работы (табл.3) [5].

Таблица 3

Распределение вероятности безотказной работы системы с временным резервированием

$t_i$	$V$	$2V$	...	$nV$
$P_i$	$p$	$(1-p)p$	...	$(1-p)^{n-1}p$

где  $t_i$  – возможные значения времени выполнения работы ( $i=1,2,\dots,n$ );

$P_i$  – вероятность выполнения работы за время  $t_i$  ;

$P=P(V)$  – вероятность безотказной работы системы в течение промежутка времени  $V$ .

Поскольку работа может быть выполнена за время  $V$ , либо за время  $2V$  и так далее, причем события  $t_p = t_i$  ( $t_p$  – случайное время выполнения работы) являются событиями несовместимыми, то, согласно теореме сложения вероятностей, получим:

$$P(t,V) = p + (1-p)p + \dots + (1-p)^{n-1} p$$

и далее

$$P(t,V) = 1 - (1-p)^n.$$

Здесь следует подчеркнуть, что полученный результат совпадает с формулой для нагруженного  $(n-1)$ -кратного резерва. Однако в данном случае необходимая надежность обеспечивается не дополнительным включением резервных элементов, а за счет выделения дополнительно времени на выполнение работы одной системой.

Среднее время, затрачиваемое на выполнение работы объемом  $V$  на заданном промежутке времени  $t$  легко может быть определено, как математическое ожидание случайной величины  $t_p$  – случайного времени выполнения работы – и в окончательном виде равно:

$$T_{t,v} = V \frac{1 - (1-p)^n (1+np)}{p}.$$

### **Вопросы для самопроверки.**

1. Перечислите основные направления работ по повышению надежности информационных систем?
2. Какие виды резервирования используются при повышении надежности систем?
3. Как подключаются резервные элементы при общем структурном резервировании?
4. Как используются резервные элементы при общем ненагруженном резервировании?
5. Каким образом реализуется информационное резервирование сис-

тем?

6. Каким образом организуется восстановление функционирования систем при временном резервировании?

## **6. Оценка надежности восстанавливаемых информационных систем**

Для восстанавливаемых систем характерно чередование времени исправной работы и времени восстановления (ремонта). Система проработав случайное время  $T_{p1}$  выходит из строя. После отказа происходит восстановление отказавшего элемента и система снова работает некоторое время  $T_{p2}$  до следующего отказа. Такой процесс повторяется в течение всего времени функционирования информационной системы.

При расчете показателей надежности восстанавливаемых систем обычно используются следующие допущения:

1. Время наработки системы между отказами  $T_p$  подчиняется экспоненциальному распределению.

2. Время восстановления системы  $T_b$  подчиняется экспоненциальному распределению.

Допущение в большинстве случаев справедливо, так как именно экспоненциальное распределение описывает функционирование системы на участке нормальной эксплуатации. Как известно, экспоненциальное распределение описывает функционирование системы без "предыстории". Последнее обстоятельство позволяет описывать функционирование систем с использованием марковских процессов.

Кроме того, при расчетах будем считать, что поток отказов в системе является простейшим, то есть удовлетворяет требованиям ординарности, стационарности и отсутствия последствий ( $w = \lambda = const$ ).

Поток восстановления системы также будем считать простейшим, то есть

$$\mu = \frac{1}{T_b} = const.$$

Восстановление происходит путем ремонта или замены элемента с последующей настройкой и проверкой работоспособности системы (все это осуществляется за время  $T_b$ ).

С учетом принятых допущений, вероятность того, что за промежуток времени  $t$  в системе произойдет  $n$  отказов можно определить согласно формуле Пуассона

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} \cdot e^{-\lambda t}, \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots$$

Для восстанавливаемых систем на практике удобно использовать такой показатель надежности как среднее время работы системы между двумя соседними отказами  $T_c$ .

Значение этого параметра определяют по результатам обработки статистического материала, полученного в ходе эксплуатации или при проведении экспериментов. Если система проработала суммарное время  $T_{po}$  и имело при этом  $n$  отказов в работе, то среднее время наработки на отказ составит

$$T_c = \frac{T_{po}}{n}.$$

Если испытывать  $N$  однотипных систем, то необходимо просуммировать время функционирования между отказами для всех систем и разделить его на общее число отказов

$$T_c = \frac{\sum_{i=1}^N T_{pi}}{\sum_{i=1}^N n_i}.$$

Восстановление отказавшего элемента системы требует определенных затрат времени. Эти затраты времени оцениваются как математическое ожидание продолжительности восстановления системы после отказа

$$T_b = \int_0^{\infty} t \cdot p_b dt,$$

где  $p_b$  – плотность вероятности времени восстановления системы.

Основной характеристикой восстанавливаемой системы является коэффициент готовности. Для установившегося режима эксплуатации системы этот коэффициент определяется как вероятность того, что система будет исправна в произвольно выбранный момент времени в промежутках между плановыми периодами технического обслуживания.

$$K_r = \frac{T_c}{T_c + T_b}.$$

Достаточно часто, для оценки эффективности эксплуатации технических систем используют такой показатель, как коэффициент технического использования, который представляет собой отношение времени пребывания системы в работоспособном состоянии к сумме времени пребывания системы в работоспособном состоянии, времени простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтами элементов системы.

$$K_{\text{ТИ}} = \frac{T_c}{T_c + T_b + T_{\text{то}}}.$$

**Пример 6.1.** В результате наблюдения за работой информационной системы было зарегистрировано 15 отказов. До начала наблюдения система проработала 258 часов. К концу времени наблюдения наработка системы составила 1233 часа. Требуется определить среднюю наработку на отказ для информационной системы.

Решение. Нарботка системы за наблюдаемый период равна

$$T_n = T_2 - T_1 = 1233 - 258 = 975 \text{ ч.}$$

Очевидно, что это время есть сумма наработок системы между отказами, то есть

$$\sum_{i=1}^{15} T_i = 975 \text{ ч.}$$

Откуда

$$T_c = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} T_i = \frac{1}{15} \cdot 975 = 65 \text{ ч.}$$

**Пример 6.2.** Рассматривается восстанавливаемая система, у которой параметр потока отказов и средняя интенсивность восстановления определяются как

$$\lambda = 10^{-5} \frac{1}{\text{ч}} = \text{const}, \quad \mu = \frac{1}{T_b} = 10^{-2} \frac{1}{\text{ч}} = \text{const}.$$

Определить, как изменится коэффициент надежности системы, если интенсивность восстановления увеличилась вдвое (то есть вдвое сократилось время восстановления).

Решение. Коэффициент готовности исходной системы вычисляется согласно следующему выражению

$$K_{гн} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{10^{-2}}{10^{-5} + 10^{-2}} = 0,999.$$

После модернизации ремонтной службы

$$K_{гн} = \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{10^{-5} + 2 \cdot 10^{-2}} = 0,9995.$$

Анализ значений экономических затрат на модернизацию ремонтной службы и экономического эффекта от повышения надежности системы позволит сделать вывод о целесообразности проводимых мероприятий по повышению надежности системы.

**Пример 6.3.** Восстанавливаемая информационная система состоит из трех последовательно включенных подсистем со следующими значениями коэффициентов готовности

$$K_{г1} = 0,6, K_{г2} = 0,8, K_{г3} = 0,7.$$

Известно, что  $\lambda_i = const$  и  $\mu_i = const$ . Определить коэффициент готовности информационной системы.

Решение. Коэффициент готовности для системы с последовательно соединенными элементами вычисляется как

$$K_{г} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{K_{гi}} - 1\right)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{0,6} - 1\right) + \left(\frac{1}{0,8} - 1\right) + \left(\frac{1}{0,7} - 1\right)} = 0,4.$$

**Пример 6.4.** При эксплуатации восстанавливаемой информационной системы в течении года ее суммарная наработка на отказ составила  $T_o=7400$  часов, суммарное время ремонтов системы оказалось равным  $T_b=480$  часов, а суммарное время технического обслуживания равно  $T_{то}=880$  часов. Определить коэффициент технического использования информационной системы

Решение.

$$K_{\text{ги}} = \frac{T_o}{T_o + T_b + T_{\text{то}}} = \frac{7400}{7400 + 480 + 880} = 0,844749.$$

### **Вопросы для самопроверки.**

1. Как определяется величина потока восстановления системы?
2. Каков состав восстановительных работ?
3. Чему равен коэффициент готовности системы?
4. Чем отличается коэффициент готовности системы от ее коэффициента технического использования?
5. Как определяется среднее время работы системы между отказами, если система проработала время  $T_{\text{ро}}$ , при этом наблюдалось  $n$  отказов?

## **7. Проектная оценка надежности информационных систем**

Проектная оценка надежности информационных систем, как правило, проводится на этапе технического проектирования, после разработки структуры и выбора элементов системы. Расчет надежности заключается в определении количественных характеристик надежности, таких как вероятность безотказной работы системы и других параметров, указанных в технических требованиях к информационной системе.

Расчетные характеристики сопоставляются с требуемыми значениями, в случае их несоответствия необходимо выбрать способы повышения надежности системы, обосновать этот выбор и произвести расчеты, подтверждающие обоснованность выбора. В связи с этим расчет надежности обычно проводят в два этапа.

Сначала производится расчет показателей надежности исходной системы. Этот расчет производится при определенных допущениях на значения параметров надежности элементов и структуры проектируемой системы. После оценки полученных результатов, при необходимости, определяются мероприятия по повышению надежности проектируемой системы и рассчитываются показатели надежности для модернизированной системы.

## 7.1. Выбор и обоснование показателей надежности

При сравнении систем по надежности функционирования оказывается, что показатели надежности неравнозначны. Существующие методики выбора показателей надежности [6] ориентированы на выбор показателей для изолированных изделий и плохо учитывают необходимость обеспечения высокого качества функционирования систем более высокого уровня.

Поэтому в настоящее время, как правило, используется общая методика выбора показателей надежности [7] согласно которой задача выбора показателей надежности решается следующим образом:

- для неремонтируемых систем в качестве показателей надежности используется вероятность безотказной работы -  $P(t)$ , интенсивность отказов -  $\lambda(t)$  или плотность распределения наработки до отказа  $\omega(t)$ ;

- для ремонтируемых систем невосстанавливаемых в процессе применения вычисляются либо вероятность безотказной работы -  $P(t_1, t_2)$  на интервале времени  $(t_1, t_2)$ , либо параметр потоков отказов  $\Omega(t)$ ;

- для ремонтируемых восстанавливаемых в процессе применения систем в случаях, когда допускаются перерывы в работе системы вычисляются среднее время наработки на отказ -  $T_{cp}$ , среднее время восстановления -  $T_v$  или коэффициент готовности -  $K_T$ . Если перерывы в работе системы недопустимы, то в качестве показателя надежности используется вероятность безотказной работы системы на заданном интервале времени.

## 7.2. Распределение значений показателей надежности по элементам

При расчете надежности информационных на первых этапах проектирования (этап эскизного проектирования) необходимо определить значение показателей надежности блоков и узлов системы с учетом заданного в техническом задании значению показателя надежности на всю систему в целом.

При этом выбор того или иного способа распределения значений показателей надежности по блокам, функциональным узлам и элементам системы во многом зависят от имеющейся у проектировщиков информации о системе.

Существует четыре основных приема распределения норм надежности:

1. По принципу равнонадежности элементов.
2. С учетом существующего соотношения показателей надежности элементов.
3. С учетом перспектив совершенствования элементов.

4. С учетом стоимости проектирования, производства и эксплуатации элементов.

Рассмотрим использование этих способов на примерах.

**Пример 7.1.** Проектируется система, состоящая из трех равнонадежных последовательных подсистем.

Задана вероятность безотказной работы проектируемой системы  $P(t)=0,98$  для  $t=2000$  ч.

Определить значение интенсивности отказов  $\lambda$  для каждой из подсистем.

Решение.

Считаем, что надежность системы и подсистем согласуется с экспоненциальной моделью. Тогда

$$P_c(t) = (P_{\text{подс}}(t))^3, \lambda_c = 3 \cdot \lambda_{\text{подс}}, T_c = \frac{1}{3} \cdot T_{\text{подс}},$$

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t} \approx 1 - \lambda_c t = 0,98.$$

Отсюда получаем

$$\lambda_c = \frac{1 - 0,98}{2000} = 10^{-5} \frac{1}{\text{ч}}, \lambda_{\text{подс}} = \frac{10^{-5}}{3} = 3,3 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{ч}}.$$

**Пример 7.2.** Проектируется система, состоящая из трех последовательных подсистем  $A1, B1$  и  $C1$ .

Задана вероятность безотказной работы проектируемой системы  $P_c(t)=0,97$  для  $t=100$  ч.

Имеется прототип системы, состоящий из подсистем  $A2, B2$  и  $C2$ , каждая из которых характеризуется соответствующим значением интенсивности отказов

$$\lambda_{A2} = 10^{-4} \frac{1}{\text{ч}}, \lambda_{B2} = 8 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{ч}}, \lambda_{C2} = 3 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{ч}},$$

Определить нормы надежности в виде значений интенсивности отказов  $\lambda$  для каждой из проектируемых подсистем  $A1, B1$ , и  $C1$ .

Решение.

Определим значения коэффициентов, учитывающих долю отказов соответствующих подсистем в общем потоке отказов для прототипа

$$K_A = \frac{\lambda_{A2}}{\lambda_{A2} + \lambda_{B2} + \lambda_{C2}} = \frac{10^{-4}}{(1 + 8 + 3) \cdot 10^{-4}} = \frac{1}{12},$$

$$K_B = \frac{\lambda_{B2}}{\lambda_{A2} + \lambda_{B2} + \lambda_{C2}} = \frac{8 \cdot 10^{-4}}{(1 + 8 + 3) \cdot 10^{-4}} = \frac{2}{3},$$

$$K_C = \frac{\lambda_{C2}}{\lambda_{A2} + \lambda_{B2} + \lambda_{C2}} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{(1 + 8 + 3) \cdot 10^{-4}} = \frac{1}{4}.$$

Вычислим значение интенсивности отказов для проектируемой информационной системы.

$$P_c(t) = 1 - \lambda_c \cdot t, \lambda_c(t) = \frac{1 - P_c(t)}{t},$$

для заданных значений  $t$  и  $P_c$

$$\lambda_c = \frac{1 - 0,97}{100} = 3 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{ч}}.$$

Далее можно определить значения интенсивности отказов для каждой из подсистем проектируемой системы.

$$\lambda_{A1} = K_A \cdot \lambda_c = \frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 2,5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{ч}}.$$

$$\lambda_{B1} = K_B \cdot \lambda_c = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{ч}}.$$

$$\lambda_{C1} = K_C \cdot \lambda_c = \frac{1}{4} \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 7,5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{ч}}.$$

**Пример 7.3.** Проектируемая система состоит из двух подсистем  $A1$ ,  $B1$  и должна обладать вероятностью безотказной работы  $P(t)=0,98$  для  $t=100$  ч. Дата выпуска проектируемой системы – 2017 г.

Изменение значений интенсивности отказов по результатам анализа за 2002- 2012 годы для подсистем  $A0$ ,  $B0$ , которые являются прототипами подсистем  $A1$  и  $B1$  достаточно хорошо аппроксимируется выражением

$$\lambda = \lambda_{2002} \cdot e^{-V(L-2002)} \frac{1}{\text{ч}},$$

где  $\lambda_{2002}$  – интенсивность отказов изделия, выпущенного в 2002 году,  $V$  – коэффициент аппроксимации.

Для подсистемы  $A0$  значения параметров  $\lambda$  и  $V$  имеют следующие значения

$$\lambda_{A02002} = 1,4 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{ч}}, V_{A02002} = 0,034 \frac{1}{\text{год}}.$$

Для подсистемы  $B0$  -

$$\lambda_{B02002} = 28 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{ч}}, V_{B02002} = 0,14 \frac{1}{\text{год}}.$$

Определить нормы надежности для подсистем в проектируемой системе.

Решение.

Для определения интенсивности отказов подсистем прототипа  $A_0$  и  $B_0$  для 2017 года воспользуемся формулой аппроксимации.

$$\lambda_{A_0 2016} = 1,4 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-0,034(2017-2002))} = 8,4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{ч}},$$

$$\lambda_{B_0 2016} = 28 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-0,14(2017-2002))} = 34 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{ч}}.$$

Далее вычислим коэффициенты учитывающих долю отказов соответствующих подсистем в общем потоке отказов для системы прототипа

$$K_A = \frac{\lambda_{A_0}}{\lambda_{A_0} + \lambda_{B_0}} = \frac{8,4 \cdot 10^{-5}}{(8,4 + 34) \cdot 10^{-5}} = 0,2,$$

$$K_B = \frac{\lambda_{B_0}}{\lambda_{A_0} + \lambda_{B_0}} = \frac{34 \cdot 10^{-5}}{(8,4 + 34) \cdot 10^{-5}} = 0,8.$$

Значение интенсивности отказов для проектируемой системы определим с использованием значения  $P_c(t)$

$$\lambda_c(t) = \frac{1 - P_c(t)}{t} = \frac{1 - 0,98}{100} = 2 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{ч}}.$$

Нормы распределения интенсивности отказов по подсистемам вычислим с использованием долевых коэффициентов

$$\lambda_{A_1} = K_A \cdot \lambda_c = 0,2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 0,4 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{ч}}.$$

$$\lambda_{B_1} = K_B \cdot \lambda_c = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 1,6 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{ч}}.$$

### 7.3. Обеспечение заданных значений показателей надежности для невозстанавливаемых систем

Рассмотрим особенности обеспечения заданных показателей надежности в процессе проектирования на примере решения конкретной задачи.

Пусть проектируемая система является невозстанавливаемой и состоит из  $n=1350$  равнонадежных элементов, средняя интенсивность отказов для которых  $\lambda=0,0000012$  1/ч.

Требованием для надежности системы является выполнение следующего условия для значения вероятности безотказной работы –  $P_c(250) \geq 0,97$ .

Проектирование системы осуществляется в предположении, что время наработки до отказа подчиняется экспоненциальному закону распределения.

В этом случае вероятность безотказной работы системы определяется следующим выражением.

$$P(250) = e^{-n\lambda t} = e^{-13501,2 \cdot 10^{-6} \cdot 250} = e^{-0,405} = 0,667.$$

Полученная оценка значения вероятности безотказной работы не удовлетворяет заданным требованиям.

Рассмотрим существующие подходы для повышения надежности проектируемой системы.

Определим условия, при которых будет выполняться неравенство

$$P_c(250) = e^{-n\lambda t} \geq 0,97.$$

После логарифмирования обеих частей неравенства можно определить, что

$$n \cdot \lambda \cdot t \leq \ln 0,97 = 0,03046.$$

Обеспечить выполнение заданного требования по значению надежности возможно, если переменные  $n$ ,  $\lambda$ ,  $t$  при прочих равных условиях будут принимать следующие значения:

$$n \leq \frac{0,03046}{\lambda \cdot t} = \frac{0,03046}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 250} \approx 102;$$

$$\lambda \leq \frac{0,03046}{n \cdot t} = \frac{0,03046}{1350 \cdot 250} \approx 9,02 \cdot 10^{-8} \frac{1}{\text{ч}};$$

$$t \leq \frac{0,03046}{\lambda \cdot n} = \frac{0,03046}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 1350} \approx 18,8 \text{ ч.}$$

Полученные результаты показывают, что для того, чтобы удовлетворить требованиям по вероятности безотказной работы проектируемой системы необходимо:

- при заданных значениях  $\lambda$  и  $t$  построить систему не более, чем из 102 элементов;

- при заданных значениях  $n$  и  $t$  построить систему, используя элементы, для которых значение интенсивности отказов не превышает значения  $9,02 \cdot 10^{-8}$ ;

- при заданных значениях  $\lambda$  и  $n$  обеспечить функционирование системы не более 18,8 часов.

То есть, для достижения заданных параметров проектируемой системы, в данном случае, можно использовать следующие способы.

1. Уменьшение времени наработки на отказ.
2. Снижение интенсивности отказов для элементов системы.
3. Уменьшение количества элементов, из которых построена система (имеется в виду, элементы, отказ которых приводит к отказу всей системы).
4. Использование одного из видов резервирования системы.

Сначала рассмотрим решение задачи повышения надежности системы с использованием структурного резервирования системы с постоянным включением резерва.

В этом случае

$$P_c(t) = 1 - (1 - P)^{m+1},$$

где  $P_c(250)=0,97$  – вероятность безотказной работы зарезервированной системы,

$P(250)=0,667$  – вероятность безотказной работы исходной системы,

$m$  – искомое значение кратности резервирования системы.

Решая уравнение относительно  $m$ , получим

$$\ln(0,03) = (m + 1) \cdot \ln(0,333),$$

$$m = \frac{\ln(0,03)}{\ln(0,333)} - 1 = 2,19.$$

Для проверки полученного результата рассчитаем вероятность безотказной работы системы для различных вариантов резервирования.

При однократном резервировании

$$P_c(250) = 1 - (1 - 0,667)^2 = 0,889.$$

При двукратном резервировании

$$P_c(250) = 1 - (1 - 0,667)^3 = 0,889.$$

При трехкратном резервировании

$$P_c(250) = 1 - (1 - 0,667)^4 = 0,9877.$$

Последний результат, удовлетворяет поставленным требованиям, однако такое увеличение надежности системы стоит очень дорого. К основной системе необходимо добавить три резервных, при этом стоимость, вес, габариты системы увеличиваются в четыре раза.

Эффективность мероприятий по повышению надежности проектируемых систем можно существенно повысить, если использовать комплексный подход.

При проектировании системы можно выбрать более быстродействующие элементы и более высокопроизводительные устройства. Если увеличение быстродействия и производительности не приводит к увеличению интенсивности отказов, то показатели надежности системы будут улучшены. Так, если длительность работы системы удастся уменьшить на 10%, то

$$P(225) = e^{-n\lambda t} = e^{-13501,2 \cdot 10^{-6} \cdot 225} = e^{-0,3645} = 0,6945.$$

Уменьшить интенсивность отказов элементов системы в рассматриваемом примере можно за счет комплектации системы элементами повышенной надежности. Использование этого способа основано на том, что промышленность выпускает элементы одинакового назначения, но разной надежности. Статистические данные показывают, что интенсивность отказов элементов одинакового назначения, изготовленных по разным технологиям, может изменяться на один-три порядка.

Допустим, что проведена замена элементов системы на более надежные, то есть интенсивность отказов элементов уменьшилась в пять раз в этом случае

$$P(225) = e^{-n\lambda t} = e^{-13502,4 \cdot 10^{-7} \cdot 225} = e^{-0,0729} = 0,9297.$$

Кроме того, надежность системы можно повысить за счет использования менее нагруженных элементов системы. Как правило, такие мероприятия позволяют уменьшить интенсивность отказов на 35-40%. В этом случае вероятность безотказной работы системы определится как

$$P(225) = e^{-n(1-0,35)\lambda t} = e^{-13501,56 \cdot 10^{-7} \cdot 225} = e^{-0,047385} = 0,9537.$$

Далее используем структурное резервирование системы с постоянным включением резерва

$$P_c(250) = 1 - (1 - 0,9537)^2 = 0,998.$$

Это значение удовлетворяет заданным требованиям и достигается при гораздо меньших затратах на реализацию системы.

#### **7.4. Обеспечение заданных значений показателей надежности для восстанавливаемых систем**

Рассмотрим особенности обеспечения заданных показателей надежности для восстанавливаемых систем в процессе проектирования конкретной системы.

Пусть проектируемая система является восстанавливаемой со средним временем восстановления  $T_b=50$  часов и состоит из  $n=1350$  равнонадежных элементов, средняя интенсивность отказов для которых  $\lambda=0,0000012$  1/ч. Система предназначена для длительной эксплуатации. Требованием для ее надежности является выполнение следующего условия для значения коэффициента готовности системы –  $K_r \geq 0,97$ .

Проектирование системы осуществляется в предположении, что распределение времени отказов и времени восстановления системы подчиняются экспоненциальному закону распределения.

Для систем с экспоненциальным распределением среднее время безотказной работы и время наработки на отказ совпадают, следовательно

$$T_c = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{1350 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6}} = 617 \text{ч.}$$

Вычислим коэффициент готовности проектируемой системы

$$K_r = \frac{T_c}{T_c + T_b} = \frac{617}{617 + 50} = 0,92.$$

Полученное значение коэффициента готовности поставленным требованиям не удовлетворяет. Следовательно, необходимо предпринять дополнительные действия по изменению параметров и структуры системы, чтобы в результате проектирования получить систему, удовлетворяющую поставленным требованиям по надежности.

Анализ зависимости значений коэффициента готовности от параметров системы, показывает, что существует два способа повышения значений этого коэффициента: во-первых, это увеличение значения среднего време-

нии наработки на отказ; во-вторых, увеличение ремонтнопригодности системы, то есть уменьшение времени восстановления системы.

Рассмотрим первый способ. Для обеспечения равенства  $K_r=0,97$  необходимо увеличить  $T_c$  до следующей величины.

$$T_c = \frac{K_r}{1 - K_r} \cdot T_b = \frac{0,97}{1 - 0,97} \cdot 50 = 1617 \text{ ч.}$$

Анализ условий, определяющих возможность построения системы с заданными характеристиками надежности, показывает, что для обеспечения вычисленного значения  $T_c$ , необходимо, чтобы средняя интенсивность отказов для каждого элемента системы не превышала значения

$$\lambda = \frac{1}{n \cdot T_c} = \frac{1}{1350 \cdot 1617} = 4,58 \cdot 10^{-7}.$$

То есть, среднюю интенсивность отказов элементов такой системы требуется уменьшить в 2,6 раза. Для сложной системы в условиях длительной эксплуатации это оказывается не всегда возможным.

При использовании второго способа для увеличения значения коэффициента готовности системы требуется повысить ремонтнопригодность проектируемой системы. Для того, чтобы значение коэффициента готовности было бы не менее 0,97 необходимо, чтобы при  $T_c=617$  ч среднее время восстановления системы не должно превышать значения

$$T_b = \frac{1 - K_r}{K_r} \cdot T_c = \frac{1 - 0,97}{0,97} \cdot 617 = 19 \text{ ч.}$$

Это почти в три раза больше, чем заданное значение времени восстановления. Для обеспечения такого значения  $T_b$  необходимо менять технологию восстановления (использовать более совершенные стенды для контроля и ремонта, увеличивать количество персонала и др.), что не всегда реализуемо для заказчика.

Рассмотрим возможность увеличения значения коэффициента готовности с использованием структурного резервирования. Будем использовать постоянно включенный резерв и учитывать наличие одной ремонтной бригады. Для этих условий значение коэффициента готовности определяется следующим выражением [8]

$$K_r = \frac{\gamma + \frac{1}{2} \cdot \gamma^2}{1 + \gamma + \frac{1}{2} \gamma^2},$$

где

$$\gamma = \frac{T_c}{T_b} = \frac{617}{50} = 12,34.$$

Если для повышения надежности системы использовать структурное резервирование системы с постоянным включением резерва, то в этом случае

$$K_r = \frac{12,34 + \frac{1}{2} \cdot 152,28}{1 + 12,34 + \frac{1}{2} \cdot 152,28} = 0,988824.$$

Таким образом, проблема обеспечения готовности системы низкой надежности и ремонтнопригодности успешно решена путем дублирования системы без увеличения количества ремонтных бригад и использования новых, более надежных элементов для построения проектируемой системы.

### **Вопросы для самопроверки.**

1. Какие показатели надежности рассматривают при исследовании неремонтируемых систем?
2. Назовите основные принципы распределения норм надежности по элементам системы.
3. Какие показатели надежности рассматривают при исследовании ремонтируемых восстанавливаемых систем?
4. Каким образом можно обеспечить требуемый уровень вероятности безотказной работы для невосстанавливаемых систем?
5. Какие показатели надежности восстанавливаемых систем влияют на величину коэффициента готовности системы?
6. Как влияет количество ремонтных бригад на величину коэффициента готовности системы?

## 8. Оценка показателей надежности систем по статистическим данным об отказах

Показатели надежности информационных систем определяются в результате специальных испытаний систем или по данным их практической эксплуатации. Результаты таких испытаний (эксплуатации) рассматриваются как статистические данные, представляющие собой выборки случайной величины. Анализ полученных данных позволяет определить закон распределения случайной величины и найти требуемые показатели надежности систем.

### 8.1. Эксперимент и оценка показателей надежности систем

Единственным источником объективной информации о надежности информационных систем является эксперимент.

Различают: первичный эксперимент, который позволяет получить показатели надежности элементов необходимые для теоретического расчета надежности информационных систем и вторичный эксперимент, который проводится с опытными образцами систем или их макетами с целью подтверждения прогнозируемых теоретическим расчетом показателей надежности систем.

В современных высоконадежных системах, с применением структурного резервирования, для получения хороших оценок надежности необходимо длительное наблюдение. Часто не удается собрать статистику об отказах малосерийных и уникальных систем в течение всего их жизненного цикла до морального устаревания. Однако наличие достоверной информации о надежности элементов системы и использование адекватных математических моделей надежности системы позволяют повысить точность оценки надежности исследуемых систем. При этом достаточно часто, по мере усложнения моделей систем для оценки их показателей надежности возникает необходимость в применении методов статистического моделирования.

Статистические данные об отказах элементов и систем обычно формируют в результате наблюдений за ними в процессе *нормальной эксплуатации*, при проведении *опытной эксплуатации* и на *стендовых испытаниях* [9].

Наблюдения за системой в процессе *нормальной эксплуатации* является самым дешевым способом получения экспериментальных данных о надежности системы. Сведения об отказах (времени, месте, причине отказа, времени устранения, наработке между отказами, условиях эксплуатации и пр.) оформляются на местах эксплуатации ремонтным персоналом в до-

кументах стандартной формы, которые собираются и обрабатываются в центре сбора и обработки данных.

К недостаткам этого способа следует отнести:

- запаздывание данных, которое затрудняет их использование при проведении работ по повышению надежности систем;
- ограниченные возможности активного эксперимента, так как система находится в нормальной эксплуатации;
- влияние субъективного фактора, так как в сборе сведений на местах участвуют не представители служб надежности, а оперативно - ремонтный персонал, часто не имеющий достаточной специальной подготовки в области экспериментальной оценки надежности.

При проведении *опытной эксплуатации* систем наблюдения за работоспособностью проводятся с участием представителей служб надежности, имеющих специальную подготовку, что позволяет проводить эксперименты по единой методике, в том числе и некоторые активные эксперименты в специальных режимах эксплуатации (повышенный уровень помех, введение искусственных отказов и пр.). При этом снижается роль субъективного фактора. Однако, как и в первом случае, возможности активного планирования испытаний ограничены. Кроме того, для сбора сведений необходимо в течение длительного времени задействовать на местах эксплуатации довольно большой штат сотрудников служб надежности.

*Стендовые испытания* являются централизованными и проводятся либо на заводах - изготовителях, либо на предприятиях разработчиках систем. Это весьма дорогостоящий вид испытаний, осуществляемый в имитируемых условиях эксплуатации. В течение периода испытаний, как правило, не удается использовать системы по назначению. Однако стендовые испытания — это единственная возможность своевременно получить информацию о недостатках схемных решений, конструкции и технологии и применить её для совершенствования технической документации системы и повышения ее надежности. Стендовые испытания позволяют проводить активные эксперименты (в режимах, допускающих выявление слабых мест системы, в «пиковых» режимах, редких или недопустимых при нормальной эксплуатации и пр.) и ускоренные испытания.

По назначению испытания разделяют на определительные и контрольные.

Определительные испытания предназначены для выявления фактического уровня показателей надежности системы.

Контрольные испытания предназначены для того, чтобы установить соответствие фактических характеристик надежности конкретной системы заданным требованиям. При этом фактический уровень надежности коли-

чественно не определяется, и результаты контрольных испытаний имеют значение лишь для испытываемой системы.

При планировании экспериментов определяют основные параметры испытаний систем, к которым относятся:

- признаки отказов системы;
- показатель надежности, который является главным для испытываемой системы. В зависимости от назначения системы и требований к надежности таким показателем может быть вероятность отказа или вероятность безотказной работы, интенсивность отказов, наработка на отказ, коэффициент готовности и др.;
- условия испытаний (электрические режимы, климатические условия, механические нагрузки, последовательность и длительность решения информационных, информационно - расчетных и расчетных задач);
- способ контроля работоспособности. Контроль может быть либо только внутренний, то есть с помощью средств, предусмотренных для нормальной эксплуатации, либо внешний, с помощью средств, предназначенных специально для испытаний, или комбинированный (внутренний и внешний). По времени работы системы контроля различают контроль непрерывный и периодический с заданным периодом включения;
- способ замены отказавших изделий. Здесь возможны следующие стратегии: отказавшие изделия не заменяются до конца испытаний (план типа Б), отказавшие изделия заменяются немедленно после отказа (план типа В), отказавшие изделия заменяются группой после того, как количество отказавших изделий достигнет заданного уровня (план Б, В), и т. д.;
- количество испытываемых изделий  $N$ ;
- правило окончания испытаний. Здесь возможны следующие варианты планирования: испытания заканчиваются по истечении заданного времени  $T$ , после  $r$  - го отказа, после отказа всех изделий, в момент времени  $T_{и} = \min (T, T_r)$ , где —  $T_r$  - момент  $r$  - го отказа.

Для обозначения планов испытаний применяют символику с тремя позициями:

[<количество испытываемых изделий>, <способ замены отказавших изделий>, <правило окончания испытаний>].

Чаще всего применяются следующие четыре типа плана:

- план  $[N, B, T]$ . Испытываются  $N$  элементов, каждый отказавший элемент заменяется новым, испытания проводятся в течение фиксированного времени  $T$ .

- план  $[N, B, T]$ . Испытываются  $N$  элементов, отказавший элемент выводится из наблюдения, испытания проводятся в течение фиксированного времени  $T$ .
- план  $[N, B, r]$ . Испытываются  $N$  элементов, каждый отказавший элемент заменяется новым, испытания проводятся до получения  $r$ -ого отказа.
- план  $[N, B, r]$ . Испытываются  $N$  элементов, отказавший элемент выводится из наблюдения, испытания проводятся до получения  $r$ -го отказа.

## 8.2. Оценка показателей надежности системы по статистической информации об отказах

Рассмотрим задачу определения основных показателей надежности системы по статистической информации об отказах системы при ее эксплуатации. В частности, определим закон распределения вероятности безотказной работы системы, по параметрам которого легко рассчитать любую характеристику надёжности системы.

**Пример 8.1.** В результате эксплуатации системы получен следующий вариационный ряд времени исправной работы системы в часах (табл. 4), где  $t$  – текущее значение времени работы системы,  $n_i$  – номер отказа.

Таблица 4

Вариационный ряд времени исправной работы системы в часах

$n_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$t$	2	3	3	5	6	7	8	8	9	9	13	15	16	17
$n_i$	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
$t$	18	20	21	25	28	35	37	53	56	69	77	86	98	119

Требуется определить закон распределения вероятности безотказной работы информационной системы.

Решение. Общее число отказов составляет

$$N_0 = \sum n_i = 28.$$

Статистические данные об отказах представим в виде следующей таблицы (табл. 5), где  $H_i$  обозначает текущую сумму отказов системы для данного момента времени.

График статистических данных, отражающих значения вероятности

безотказной работы системы, представлен на рис. 14.

Предположим, что вероятность безотказной работы системы подчиняется экспоненциальному закону распределения.

Для проверки допустимости использования принятого закона распределения воспользуемся одним из наиболее употребительных критериев согласия – критерием Колмгоров [10]. В соответствие с этим критерием экспериментальное распределение согласуется с выбранным теоретическим, если выполняется условие

$$D \cdot \sqrt{k} \leq 1,$$

где  $D$  – наибольшее отклонение теоретической кривой распределения от экспериментальной, а  $k$  – общее количество экспериментальных точек.

Для удобства решения задачи аппроксимации экспериментальных данных теоретической кривой, построим график вероятности безотказной работы в логарифмическом масштабе (рис. 15).

Нанесем на указанный график прямую линию таким образом, чтобы отклонения экспериментальных точек от прямой были минимальными. Находим наибольшее отклонение, в нашем случае  $D=0,09$ .

Таблица 5

Результаты обработки данных эксперимента

$t$	2	3	5	6	7	8	9	13	15	16	17
$n_i$	1	2	1	1	1	2	2	1	1	1	1
$H_i$	1	3	4	5	6	8	10	11	12	13	14
$\frac{H_i}{N_0}$	0,04	0,11	0,14	0,18	0,21	0,29	0,36	0,39	0,43	0,47	0,50
$1 - \frac{H_i}{N_0}$	0,96	0,89	0,86	0,82	0,79	0,71	0,64	0,61	0,57	0,53	0,50
$t$	18	20	21	25	28	35	37	53	56	69	77
$n_i$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$H_i$	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$\frac{H_i}{N_0}$	0,54	0,57	0,61	0,64	0,68	0,72	0,75	0,79	0,82	0,86	0,89

$1 - \frac{H_i}{N_0}$	0,46	0,43	0,41	0,36	0,32	0,28	0,25	0,21	0,18	0,14	0,11
$t$	86	98	119								
$n_i$	1	1	1								
$H_i$	26	27	28								
$\frac{H_i}{N_0}$	0,93	0,96	1,00								
$1 - \frac{H_i}{N_0}$	0,07	0,04	0								

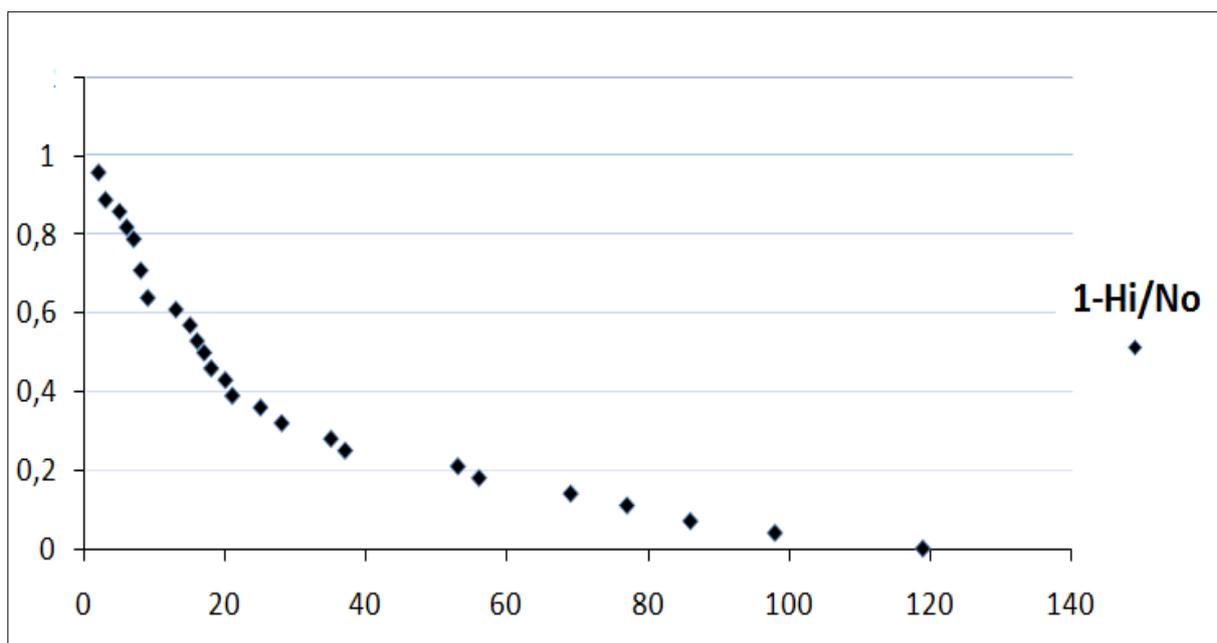


Рис. 14. Экспериментальные данные, отражающие вероятность безотказной работы системы

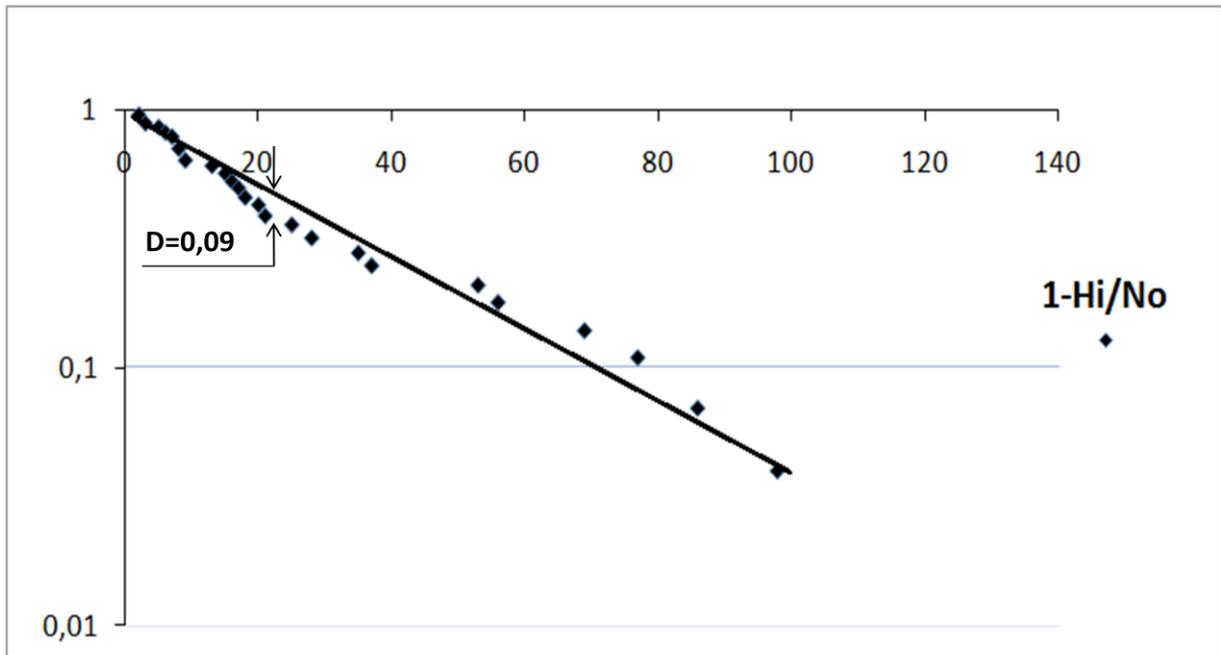


Рис. 15. График вероятности безотказной работы системы в логарифмическом масштабе.

Вычислим значение критерия согласия Колмогорова

$$D \cdot \sqrt{k} = 0,09 \cdot \sqrt{28} = 0,48 \leq 1.$$

В соответствие с полученным результатом считаем, что закон распределения вероятности безотказной работы исследуемой системы не противоречит экспоненциальному закону.

### 8.3. Оценка показателей надежности элементов системы по статистической информации об отказах

Достаточно часто, производят испытания элементов, которые входят в состав проектируемых информационных систем. Испытания проводятся с целью определения значений показателей надежности элементов, используемых затем при расчетах надежности всей системы.

При таких испытаниях обычно используются интервальные оценки показателей надежности. В этом случае определяется, какой интервал значений показателей надежности с заданной *доверительной вероятностью  $\alpha$*  включает в себя математическое ожидание оцениваемого параметра. Границы такого интервала называются *доверительными границами*. То есть

$$\alpha = P(\theta_n \leq \theta \leq \theta_b),$$

где  $P$ - вероятность,  $\theta_n, \theta_b$  – нижняя и верхняя доверительные границы параметра  $\theta$ .

Вероятность того, что значение параметра  $\theta$  выйдет за пределы интервала  $[\theta_n, \theta_b]$  называется *уровнем значимости*  $\beta$ . То есть

$$\beta = P(\theta_n > \theta > \theta_b) = 1 - \alpha.$$

Обычно значения доверительной вероятности принимаются равными 0,90; 0,95; 0,99, а уровни значимости соответственно 0,10; 0,05; 0,01.

Доверительная вероятность  $\alpha$  характеризует степень достоверности результатов двухсторонней оценки параметра. Но на практике часто достаточно установить одну из границ интервала, нижнюю или верхнюю, отвечающих доверительным вероятностям  $\alpha_1$  или  $\alpha_2$  соответственно. В этом случае

$$\alpha_1 = P(\theta \geq \theta_n),$$

$$\alpha_2 = P(\theta \leq \theta_b).$$

Значения доверительных вероятностей связаны между собой следующей зависимостью

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 - 1.$$

Рассмотрим пример проведения испытаний элементов системы с целью определения требуемых показателей надежности.

**Пример 8.2.** При испытании  $N=10$  элементов, надежность которых подчиняется экспоненциальному закону, по плану  $[N, Б, M]$ , до выхода их из строя получены следующие значения наработки на отказ в часах:  $t_1=30, t_2=35, t_3=50, t_4=85, t_5=100, t_6=150, t_7=250, t_8=300, t_9=400, t_{10}=600$ .

Требуется определить.

1. Среднюю оценку  $\lambda_{\text{ср}}$  интенсивности отказов  $\lambda$ .
2. Верхнюю границу  $\lambda_b$  с доверительной вероятностью  $\alpha_2=0,90$ .
3. Двухсторонний доверительный интервал для  $\lambda$  при  $\alpha=0,90$  и  $\beta_1=\beta_2=0,05$ .
4. Оценку средней наработки на отказ  $T_{\text{ср}}$  и его нижнюю границу с доверительной вероятностью 0,90.

Решение.

$$t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{10} t_i = 2000 \text{ ч.}$$

Средняя оценка интенсивности отказов определяется как [10]

$$\lambda_{\text{ср.}} = \frac{N}{t_{\Sigma}} = \frac{10}{2000} = 5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{ч}}.$$

Для определения верхней границы интенсивности отказов воспользуемся критерием хи-квадрат.

$$\lambda_{\text{в.}} = \frac{\chi^2_{(0,9)(20)}}{2 \cdot t_{\Sigma}}.$$

Значение квантиля  $\chi^2$  определяем из таблицы, фрагмент которой приведен ниже (табл. 6) по доверительной вероятности 0,90 и числу степеней свободы 20. В результате вычислений получим

$$\lambda_{\text{в.}} = \frac{28,4}{2 \cdot 2000} = 7,1 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{ч}}.$$

Параметры двухстороннего доверительного интервала для значений интенсивности отказов при заданных доверительных вероятностей определяется как

$$\lambda_{\text{в.}} = \frac{\chi^2_{(0,95)(20)}}{2 \cdot t_{\Sigma}},$$

$$\lambda_{\text{н.}} = \frac{\chi^2_{(0,05)(20)}}{2 \cdot t_{\Sigma}}.$$

После вычислений

$$\lambda_{\text{в.}} = \frac{31,4}{4000} = 7,85 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{ч}},$$

$$\lambda_{\text{н.}} = \frac{10,9}{4000} = 2,72 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{ч}}.$$

Для определения среднего времени наработки и его нижней границы воспользуемся зависимостями

$$T_{\text{cp}} = \frac{1}{\lambda_{\text{cp}}} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} = 200 \text{ч},$$

$$T_{\text{н}} = \frac{1}{\lambda_{\text{в}}} = \frac{1}{7,1 \cdot 10^{-3}} = 141 \text{ч}.$$

Таблица 6

Значения квантилей распределения хи-квадрат

Число степеней свободы	Вероятность Р						
	0,025	0,05	0,1	...	0,80	0,90	0,95
15	6,23	7,26	8,55	...	19,3	22,3	25,0
16	6,91	7,96	9,31	...	20,5	23,5	26,3
18	8,23	9,39	10,9	...	22,8	26,0	28,9
20	9,54	10,9	12,4	...	25,0	28,4	31,4
22	11,0	12,3	14,0	...	27,3	30,8	33,9
24	12,4	13,8	15,7	...	29,6	33,2	36,4
26	13,0	15,4	17,3	...	31,8	35,0	38,9

**Пример 8.3.** При испытаниях  $n=25$  элементов определено, что среднее время наработки на отказ элемента составляет  $T_{\text{cp}}=368$  ч. Случайная величина подчиняется нормальному закону. Предполагается, что стандартное отклонение времени наработки на отказ составляет  $\sigma=15$  ч. Выборочное стандартное отклонение определено как  $S=17,7$  ч.

Необходимо проанализировать гипотезы  $H_0: \sigma=15$  ч. и  $H_1: \sigma \neq 15$  ч. Уровень значимости принять равным  $\beta=0,05$ .

Решение. Поскольку случайная переменная имеет нормальное распределение, для ответа на вопрос, равны ли дисперсия или стандартное отклонение заданной величине, можно применить тестовую  $\chi^2$ -статистику:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}.$$

Чтобы определить критические значения  $\chi^2$ -распределения рассмотрим график функции (рис.16), где 0,025 – половина уровня значимости  $\beta$ ,  $(n-1)=24$  – число степеней свободы.

Таким образом, для  $\chi^2$ -распределения с 24 степенями свободы, доля площади под всей кривой равная 0,025, отсекается  $\chi_U^2=39,36$ . В то же время доля площади, равная 0,975 отсекается  $\chi_L^2=12,40$ .

Следовательно, для 24 степеней свободы вероятность того, что тестовая  $\chi^2$ -статистика будет равна критическому значению 12,401 или превысит его, равна 0,975. В то же время, вероятность того, что тестовая  $\chi^2$ -статистика будет равна критическому значению 39,36 или превысит его, равна 0,025. Таким образом, вероятность того, что тестовая  $\chi^2$ -статистика лежит между критическими значениями 12,40 и 39,36, равна 0,95.

Для рассматриваемого примера нулевая гипотеза отклоняется, если тестовая  $\chi^2$ -статистика попадает в область отклонения гипотезы, ограниченную левым или правым хвостами кривой распределения  $\chi^2$  с 24 степенями свободы. Следовательно, решающее правило формулируется следующим образом.

Гипотеза  $H_0$  отклоняется, если  $\chi^2 > \chi_U^2 = 39,364$  или  $\chi^2 < \chi_L^2 = 12,401$ , в противном случае гипотеза принимается.

Выборочное стандартное отклонение  $S$ , вычисленное для выборки равно 17,7. Для того чтобы проверить нулевую гипотезу при уровне значимости, равном 0,05, вычислим

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{(25-1) \cdot (17,7)^2}{(15)^2} = 33,42.$$

Так как вычисленное значение тестовой  $\chi^2$ -статистики — лежит в интервале, ограниченном нижним и верхним критическими значениями, т.е. 12,40 и 39,36. То есть, гипотезу  $H_0$  следует принять. То есть, с доверительной вероятностью 0,95 можно считать, что стандартное отклонение генеральной совокупности равно 15 ч.

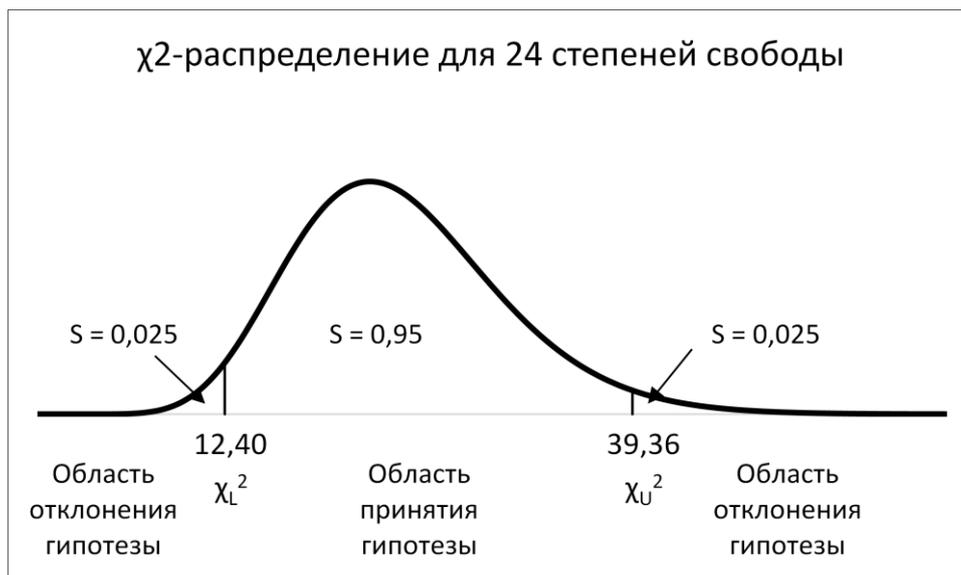


Рис.16. Определение нижнего и верхнего критических значений распределения  $\chi^2$  с 24 степенями свободы, соответствующего уровню значимости, равному  $\beta=0,05$ .

### **Вопросы для самопроверки.**

1. Как поступают с отказавшим элементом при испытаниях согласно плану [10, В, 100]?
2. Сколько элементов подвергается испытаниям при испытаниях согласно плану [10, В, 100]?
3. Как долго проводятся испытания при их проведении согласно плану [10, В, 100]?
4. Как поступают с отказавшим элементом при испытаниях согласно плану [10, Б, 100]?
5. Как связаны между собой доверительная вероятность и доверительные границы?
6. Чему равно значение уровня значимости  $\beta$ , если значение доверительной вероятности равно  $\alpha=0,95$ ?

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В учебном пособии представлена лишь небольшая часть задач, которые должны решаться при проектировании современных информационных систем. Ограниченный объем пособия не позволил включить в его состав справочные данные, а также выводы некоторых расчетных формул, используемые для расчета показателей надежности систем.

Одной из основных проблем при проектировании информационных систем является получение информации о показателях надежности первичных элементов, которые используются при построении информационных систем. Это объясняется тем, что представленная в справочниках информация о надежности элементов является существенно устаревшей и не охватывает современную элементную базу информационных систем. Для получения необходимой для расчетов информации можно рекомендовать обра-

щаться к разработчикам и производителям современной элементной базы информационных систем.

Предложенные методы расчета показателей надежности и модели информационных систем можно рекомендовать для оценки надежности информационных систем на этапе их проектирования.

Следует отметить, что создание надежных информационных систем в значительной степени определяется опытом работы проектных организаций, заводов, эксплуатирующих организаций, их кооперацией и взаимодействием.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 27.002-89 Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.
2. Громов Ю.Ю. Надёжность информационных систем: учебное пособие / Ю.Ю. Громов, О.Г. Иванова, Н.Г. Мосягина, К.А. Набатов. – Тамбов : Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2010. – 160 с. – 100 экз. – ISBN978-5-8265-0911-1.
3. Ибүду К.А. Надежность, контроль и диагностика вычислительных машин и систем. М: Высшая школа, 1989-216с.
4. Каштанов, В.А. Теория надежности сложных систем / В.А. Каштанов, А.И. Медведев. – М.: Изд-во "Европейский центр по качеству", 2002. – 469 с.
5. ГОСТ 28806-90. Качество программных средств. Термины и определения.
6. «Методика выбора показателей для оценки надежности сложных технических систем», М.: Стандарты, 1972.
7. Матвеевский В.Р. Надежность технических систем: учебное пособие. – Московский государственный институт электроники и математики. М., 2002 г. – 112 с.
8. Ефремов И.В. Надежность технических систем и техногенный риск: учебное пособие / И.В. Ефремов, Н.Н. Рахимова; Оренбургский гос. ун-т.-Оренбург: ОГУ, 2013, 163 с.
9. ГОСТ 16504-81. Испытания и контроль качества продукции. Основные термины и определения.
10. Сборник задач по теории надежности. Под ред. А. М. Половко и И. М. Маликова / А. М. Половко, И. М. Маликов, А. Н. Жигарев, В. И. Зарудный. М., Изд-во "Советское радио", 1972, 428 с.

**Губин Александр Николаевич**

**ПРОЕКТНАЯ ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ  
ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ**

**Учебное пособие**

Редактор

План 2016 г.,п.

---

—  
Подписано к печати

Объем усл.-печ. л. Тираж экз. Заказ

---

—  
Издательство СПбГУТ. 191186 СПб., наб. р. Мойки, 61

Отпечатано в

