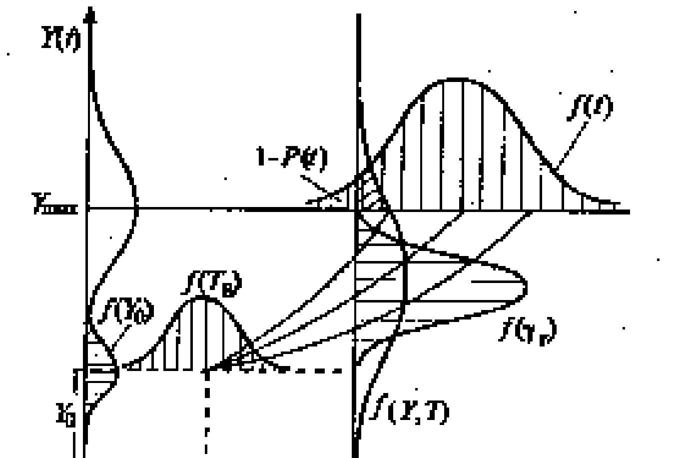
Н.И.Ткаченко
С.Е.Башняк

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ТЕХНОГЕННЫЙ РИСК

Учебное пособие



пос. Персиановский 2015

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Департамент научно-технологической политики и образования
ФГБОУ ВПО Донской государственный аграрный университет

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ТЕХНОГЕННЫЙ РИСК

Учебное пособие

Для бакалавров, обучающихся по направлению подготовки 280700.62 - «Техносферная безопасность», профиль «Безопасность технологических процессов и производств»

пос. Персиановский 2015

УДК 658.562(075.8)
ББК 30.82я73
Т-48

Авторы: кандидат технических наук, доцент Ткаченко Н.И
Кандидат технических наук, доцент Башняк С.Е.

Ткаченко Н.И., Башняк С.Е.
Т48 Надежность технических систем и техногенный риск: учебное пособие/ Н.И.Ткаченко, С.Е.Башняк. - пос. Персиановский: Донской ГАУ, 2015. - 60 с.

В учебном пособии основные положения теории надежности дополняются примерами решения задач, что позволяет укрепить необходимые знания в процессе изучения дисциплины «Надежность технических систем и техногенный риск».

Учебное пособие предназначено для бакалавров, обучающихся по направлению подготовки 280700.62 - «Техносферная безопасность», профиль «Безопасность технологических процессов и производств»

УДК 658.562(075.8)
ББК 30.82я73

Рис. – 13
Библ. – 4

Рецензент: Шаршак В.К., доктор технических наук, профессор кафедры «Безопасность жизнедеятельности, механизация и автоматизация технологических процессов и производств» ДонГАУ

Михеев А.В., канд. техн. наук, профессор кафедры «Машины природообустройства» НИМИ ДГАУ.

Одобрено методической комиссией факультета ТСХП
Протокол № 9 от 24 апреля 2015 года.

Рекомендовано методическим Советом ДонГАУ в качестве учебного пособия
Протокол № 6 от 28 мая 2015 года.

Введение

В соответствии с учебным планом подготовки бакалавров по направлению 280700.62_«Техносферная безопасность» (профиль «Безопасность технологических процессов и производств») дисциплина Б3.Б.9 «Надежность технически систем и техногенный риск», относится к базовой части профессионального цикла.

Цель преподавания дисциплины: дать студентам знания по вопросам теории и практики оценки надежности и работоспособности технологического оборудования, методологии оценки риска аварий, катастроф и чрезвычайных ситуаций

Задачи изучения дисциплины: освоить методы

- расчета показателей надежности машин и оборудования;
- испытания технических систем на надежность;
- повышения надежности технических систем;
- оценки техногенного риска.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих *общекультурных* компетенций:

ОК-3 - гражданственности (знание и соблюдение прав и обязанностей гражданина; свободы и ответственности);

ОК-6 - способности организовать свою работу ради достижения поставленных целей; готовность к использованию инновационных идей;

ОК-7 - владения культурой безопасности и риск-ориентированным мышлением, при котором вопросы безопасности и сохранения окружающей среды рассматриваются в качестве важнейших приоритетов в жизни и деятельности;

ОК-8 - способности работать самостоятельно;

ОК-9 - способности принимать решения в пределах своих полномочий;

ОК-10 - способности к познавательной деятельности;

ОК-15 - способности использовать организационно-управленческие навыки в профессиональной и социальной деятельности.

Изучение дисциплины направлено на формирование *профессиональных* компетенций:

ПК-1 - способности ориентироваться в перспективах развития техники и технологии защиты человека и природной среды от опасностей техногенного и природного характера;

ПК-2 - способности разрабатывать и использовать графическую документацию;

ПК-3 - способности принимать участие в инженерных разработках среднего уровня сложности в составе коллектива;

ПК-4 - способности оценивать риск и определять меры по обеспечению безопасности разрабатываемой техники;

ПК-5 - способности использовать методы расчетов элементов технологического оборудования по критериям работоспособности и надежности;

ПК-8 - способности ориентироваться в основных методах и системах обеспечения техносферной безопасности, обоснованно выбирать известные устройства, системы и методы защиты человека и природной среды от опасностей;
ПК-9 - способности ориентироваться в основных нормативно-правовых актах в области обеспечения безопасности;
ПК-10 - готовности к выполнению профессиональных функций при работе в коллективе;
ПК-11 - способности пропагандировать цели и задачи обеспечения безопасности человека и природной среды в техносфере;
ПК-12 - готовности использовать знания по организации охраны труда, охраны окружающей среды и безопасности в чрезвычайных ситуациях на объектах экономики;
ПК-13 - способности использовать знание организационных основ безопасности различных производственных процессов в чрезвычайных ситуациях;
ПК-14 - способности использовать методы определения нормативных уровней допустимых негативных воздействий на человека и природную среду;
ПК-15 - способностью проводить измерения уровней опасностей в среде обитания, обрабатывать полученные результаты, составлять прогнозы возможного развития ситуации;
ПК-16 - способности анализировать механизмы воздействия опасностей на человека, определять характер взаимодействия организма человека с опасностями среды обитания с учетом специфики механизма токсического действия вредных веществ, энергетического воздействия и комбинированного действия вредных факторов;
ПК-17 - способности определять опасные, чрезвычайно опасные зоны, зоны приемлемого риска;
ПК-18 - способности контролировать состояние используемых средств защиты, принимать решения по замене (регенерации) средства защиты;
ПК-19 - способности ориентироваться в основных проблемах техносферной безопасности;
ПК-20 - способности принимать участие в научно-исследовательских разработках по профилю подготовки: систематизировать информацию по теме исследований, принимать участие в экспериментах, обрабатывать полученные данные;
ПК-21 - способности решать задачи профессиональной деятельности в составе научно-исследовательского коллектива.

В результате изучения дисциплины студент должен:
- **знать** основные положения теории надежности технических систем, ее понятийный и исследовательский аппарат, методологию определения источников опасностей и возможных последствий, ранжирование рисков;
- уметь выполнять расчеты показателей надежности по данным опытов; проводить испытания техники на надежность; оценивать возникающие риски;
- владеть методами расчета надежности и оценки риска с применением современных средств вычислительной техники.

1. Вычисление показателей надежности невосстанавливаемых изделий

Вероятность безотказной работы. Под вероятностью безотказной работы (ВБР) объекта понимается вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет. ВБР является основной количественной характеристикой безотказности объекта на заданном временном интервале. Статистически (по результатам наблюдений) ВБР определяется

$$P(t) = \lim_{\substack{\Delta t \to 0 \\ N_0 \to \infty}} \frac{N_0 - \sum_{i=1}^{t/\Delta t} n_i}{N_0} \approx \frac{N(t)}{N_0}, \tag{1.1}$$

где N_0 — число объектов в начале испытаний; n_i — число отказавших объектов в интервале времени Δt_i; t — время, для которого определяется ВБР; $N(t)$ — число объектов, исправно работающих на интервале $[0,t]$.

Статистически вероятность отказа вычисляется как

$$Q(t) = \lim_{\substack{\Delta t \to 0 \\ N_0 \to \infty}} \frac{\sum_{i=1}^{t/\Delta t} n_i}{N_0}, \tag{1.2}$$

где N_0, n_i, t и Δt_i имеют те же значения, что и в выражении (1.1).

Плотность вероятности $f(t)$ (частота отказов) статистически определяется по формуле

$$f(\Delta t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N_0 \Delta t}, \tag{1.3}$$

где $\Delta n(\Delta t)$— число отказов за интервал времени Δt.

Средняя наработка до отказа – это математическое ожидание наработки до первого отказа $m_1(T.)$ Обозначают T_{cp} и называют иногда средним временем безотказной работы

Статистическая средняя наработка до отказа однотипных объектов равна

$$T_{cp} = \frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^{N_0} t_j, \tag{1.4}$$

где t_j — время исправной работы j-го объекта.

Интенсивность отказов — это отношение числа отказавших объектов в единицу времени к среднему числу объектов, продолжающих исправно работать в данный интервал времени

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N(t)\Delta t}, \tag{1.5}$$

где $\Delta n(\Delta t)$ - число отказов объекта за промежуток времени Δt

$$N(t) = \frac{N_{i-1} + N_i}{2}$$

N_{i-1} — число исправно работающих объектов в начале интервала времени Δt;
N_i — число исправно работающих объектов в конце интервала времени Δt.

Интенсивность отказов часто называют λ-характеристикой, она показывает, какая часть объектов выходит из строя в единицу времени по отношению к среднему числу исправно работающих объектов.

Примеры решения задач

Задача 1.1. На испытание было поставлено 500 однотипных изделий. За первые 3000 ч отказало 40 изделий, а за интервал времени 3000 … 4000 ч отказало еще 25 изделий. Требуется определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа за 3000 и 4000 ч работы. Вычислить плотность и интенсивность отказов изделий в промежутке времени 3000…4000 ч.

Решение.

Вероятность безотказной работы

$$P(3000) = \frac{N(3000)}{N_0} = \frac{460}{500} = 0{,}92,$$

где $N(3000) = N_0 - \sum n_i = 500 - 40 = 460$.

$$P(4000) = \frac{N(4000)}{N_0} = \frac{435}{500} = 0{,}87,$$

где $N(4000) = N_0 - \sum n_i = 500 - (40 + 25) = 435$.

Вероятность отказа

$$Q(3000) = \frac{\sum n_i}{N_0} = \frac{40}{500} = 0{,}08,$$

$$Q(4000) = \frac{40 + 25}{500} = \frac{65}{500} = 0{,}13.$$

Плотность вероятности отказов в интервале 3000 … 4000 ч

$$f(\Delta t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N_0 \Delta t} = \frac{25}{500 * 1000} = 0{,}00005\,(1/ч)$$

Интенсивность отказов в интервале 3000 … 4000 ч

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N(t)\Delta t} = \frac{25}{447{,}5 * 1000} = 0{,}000056\,(1/ч)$$

где $N(t) = \dfrac{N_{i-1} + N_i}{2} = \dfrac{460 + 435}{2} = 447{,}5$.

Задача 1.2. На испытание поставлено 400 изделий. За 3000 часов отказало 200 изделий, за следующие 100 часов отказало еще 100 изделий. Определить P(3000), P(3100), P(3050), f(3050), λ(3050)

Решение.

Вероятность безотказной работы в течение 3000, 3100 и 3050 ч

$$P(3000) = \frac{N(3000)}{N_0} = \frac{200}{400} = 0{,}5,$$

где $N(3000) = N_0 - \sum n_i = 400 - 200 = 200$.

$$P(3100) = \frac{N(3100)}{N_0} = \frac{100}{4000} = 0{,}25,$$

где $N(3100) = N_0 - \sum n_i = 400 - (200 + 100) = 100.$

$$P(3050) = \frac{N(3050)}{N_0} = \frac{150}{400} = 0{,}375,$$

где $N(3050) = N_0 - \sum n_i = 400 - (200 + 50) = 150.$

Принимая среднюю частоту отказов 1 отказ в час (100/100), за 50 часов имеем 50 отказов.

Плотность вероятности отказов в течение 3050 ч

$$f(3050) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N_0 \Delta t} = \frac{250}{400 * 3050} = 0{,}0002.$$

Интенсивность отказов в промежуток времени от 0 до 3050 ч

$$\lambda(3050) = \frac{\Delta n(\Delta t)}{N(t)\Delta t} = \frac{250}{275 * 3050}$$

где $N(t) = \dfrac{N_{i-1} + N_i}{2} = \dfrac{400 + 150}{2} = 275$.

Задача 1.3. Допустим, что на испытание поставлено 1 000 однотипных электронных ламп типа 6Ж4. За первые 3 000 час отказало 80 ламп. За интервал времени 3000—4 000 час отказало еще 50 ламп. Требуется определить частоту и интенсивность отказов ламп в промежутке времени 3 000—4 000 час.
Ответ: $f(3500) = 5•10^{-3}$ 1/час; $\lambda(3500) = 5{,}6•10^{-5}$ 1/час.

Задача 1.4. Используя данные задачи 1.1, определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа электронных ламп за первые 3 000 час.
Ответ: P(3000) = 0,92; Q(3000) = 0,08.

Задача 1.5. Используя данные задачи 1.1, найти вероятность безотказной работы и вероятность отказа электронных ламп за время 4 000 час.
Ответ: P(4000) = 0,87; Q (4000) = 0,13.

Задача 1.6. На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4 000 час отказало 50 изделий. За интервал времени 4000—4100 час отказало еще 20 изделий. Требуется определить частоту и интенсивность отказов изделий в промежутке времени 4 000—4 100 час.
Ответ: $f(4050) = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/час; λ (4050) $= 5 \cdot 10^{-3}$ 1/час

Задача 1.7. Используя данные задачи 1.6, определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа изделий за первые 4 000 час.
Ответ: P(4 000) = 0,5; Q(4000) = 0,5.

Задача 1.8. Используя данные задачи 1.6, вычислить вероятность безотказной работы и вероятность отказа изделий за время 4100 час.
О т в е т: P(4100) = 0,3; Q(4 100) = 0,7.

Задача 1.9. В течение 1000 час из 10 гироскопов отказало 2. За интервал времени 1000—1100 час отказал еще один гироскоп. Требуется найти частоту и интенсивность отказов гироскопов в промежутке времени 1000—1100 час.
Ответ: $f(1050) = 10^{-3}$ 1/час; λ (l 050) $= 1{,}3 \cdot 10^{-3}$ 1/час.

Задача 1.10. На испытание поставлено 400 резисторов. За время наработки 10000 час отказало 4 резистора. За последующие 1000 час отказал еще 1 резистор. Определить частоту и интенсивность отказов резисторов в промежутке времени 10000—11000 час.
Ответ: $f(10500) = 0{,}25 \cdot 10^{-5}$ 1/час; λ (10500) $= 0{,}253 \cdot 10^{-5}$ 1/час.

Задача 1.11. Используя данные задачи 1.10, найти вероятность безотказной работы и вероятность отказа резисторов за время 10 000 час.
Ответ: P(10000) = 0,99; Q(10000) = 0,01.

Задача 1.12. На испытание поставлено N_0 изделий. За время t час вышло из строя n(t) штук изделий. За последующий интервал времени Δt вышло из строя $n(\Delta t)$ изделий. Необходимо вычислить вероятность безотказной работы за время t и $t+\Delta t$, частоту отказов и интенсивность отказов на интервале Δt. Исходные данные для решения задачи и ответы приведены в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные к задаче 1.12

№№ п/п	N_0	t	Δt	n(t)	$n(\Delta t)$
1	400	3000	100	200	100
2	1000	3000	1000	80	50
3	100	8 000	100	50	10
4	10	1 000	100	3	2

5	10	1000	100	3	1
6	I 000	0	1000	0	20
7	1000	1000	1000	20	25
8	1000	2 000	1000	45.	35
9	1000	0	100	0	50
10	45	75	5	44	1

Задача 1.13. На испытание поставлено 5 невосстанавливаемых изделий. Первое проработало 215 час., второе – 250 час, третье – 280 час, четвертое – 230 час, пятое – 202 час. Определить среднюю наработку до отказа.

Задача 1.14. Определить среднее время безотказной работы 10 осветительных ламп, если время непрерывной работы каждой из них составило

Таблица 2

Данные к задаче 1.14

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
980	1050	1028	1012	995	986	1020	990	1018	1005

2. Определение показателей надежности восстанавливаемых изделий

Средняя наработка на отказ – наработка восстанавливаемого элемента, приходящаяся в среднем на один отказ в рассматриваемом интервале суммарной наработки или определённой продолжительности эксплуатации:

$$\mathrm{T}_0 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} t_i, \tag{2.1}$$

где t_i – наработка элемента до i-го отказа; m – число отказов в рассматриваемом интервале суммарной наработки.

Среднее время восстановления одного отказа в рассматриваемом интервале суммарной наработки или определённой продолжительности эксплуатации

$$\mathrm{T}_{\text{в}} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} t_{\text{в}i}, \tag{2.2}$$

$t_{\text{в}i}$ – время восстановления i-го отказа; m – число отказов в рассматриваемом интервале суммарной наработки.

Коэффициент готовности $\mathrm{К}_{\text{г}}$ представляет собой вероятность того, что изделие будет работоспособно в произвольный момент времени, кроме периодов выполнения планового технического обслуживания, когда применение изделия по назначению исключено

В стационарном (установившемся) режиме эксплуатации и при любом виде закона распределения времени работы между отказами и времени восстановления коэффициент готовности определяют по формуле

$$\mathrm{К}_{\text{г}} = \frac{\mathrm{T}_0}{\mathrm{T}_0 + \mathrm{T}_{\text{в}}}, \tag{2.3}$$

где $Т_0$ – средняя наработка на отказ; $Т_в$ – среднее время восстановления одного отказа.

Коэффициент технического использования учитывает затраты времени на плановые и неплановые ремонты, а также регламенты, и определяется по формуле

$$К_{т.и.} = \frac{t_н}{t_н + t_в + t_p + t_0}, \qquad (2.4)$$

где $t_н$ – суммарная наработка изделия в рассматриваемый промежуток времени; $t_в$, $t_р$ и t_0 – соответственно суммарное время, затраченное на восстановление, ремонт и техническое обслуживание изделия за тот же период времени.

Примеры решения задач

Задача 2.1. В течение некоторого периода времени производилось наблюдение за работой технологической линии по выработке сливочного масла. За весь период наблюдений было зарегистрировано 15 отказов. До начала наблюдений линия проработала 258 ч, к концу наблюдения наработка линии составила 1233 ч. Требуется определить среднюю наработку на отказ $Т_0$.

Решение.

Наработку на отказ определяем по зависимости

$$T_0 \approx \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_{cpi} = \frac{1233 - 258}{15} = 65\,(ч).$$

Задача 2.2. Производилось наблюдение за работой трех экземпляров однотипной аппаратуры. За период наблюдений было зафиксировано по первому экземпляру аппаратуры 6 отказов, по второму и по третьему – 11 и 8 отказов соответственно. Наработка первого экземпляра составила 181 ч, второго – 329 ч, третьего – 245 ч. Требуется определить наработку аппаратуры на отказ.

Решение.

Наработка на отказ первого экземпляра

$$T_{01} = \frac{1}{n_1}\sum t_{cp1} = \frac{181}{6} = 30{,}17\ (ч);$$

Наработка на отказ второго экземпляра

$$T_{02} = \frac{1}{n_2}\sum t_{cp2} = \frac{329}{11} = 29{,}91(ч);$$

Наработка на отказ третьего экземпляра

$$T_{03} = \frac{1}{n_3}\sum t_{cp3} = \frac{245}{8} = 30{,}62\ (ч).$$

Средняя наработка аппаратуры на отказ

$$T_0 = \frac{T_{01} + T_{02} + T_{03}}{3} = \frac{30{,}17 + 29{,}91 + 30{,}62}{3} = 30{,}23 \text{ (ч)}$$

Или

$$t_{cp} = \frac{t_{cp1} + t_{cp2} + t_{cp3}}{3} = \frac{181 + 329 + 245}{3} = 251{,}67 \text{ (ч)};$$

$$n = \frac{n_1 + n_2 + n_3}{3} = \frac{6 + 11 + 8}{3} = 8{,}33;$$

$$T_0 = \frac{1}{n}\sum t_{cpi} = \frac{251{,}67}{8{,}33} = 30{,}21 \text{ (ч)}$$

Задача 2.3. За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 8 отказов. Время восстановления составило:

t_1 = 12 мин	t_2 = 23 мин	t_3 = 15 мин	t_4 = 9 мин
t_5 = 17 мин	t_6 = 28 мин	t_7 = 25 мин	t_8 = 31 мин

Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры.

Решение.

Среднее время восстановления равно

$$T_в = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} T_{вi} = \frac{12 + 23 + 15 + 9 + 17 + 28 + 25 + 31}{8} = 20 \text{ (мин)}.$$

Задача 2.4. В течение времени Δt производилось наблюдение за восстанавливаемым изделием и было зафиксировано $n(\Delta t)$ отказов. До начала наблюдения изделие проработало t_1 [час], общее время наработки к концу наблюдения составило t_2 [час]. Найти наработку на отказ. Исходные данные для решения в табл. 3.

Таблица 3

Исходные данные к задаче 2.4

№№ п/п	t_1	t_2	$n(\Delta t)$
1	350	1280	15
2	400	1600	3
3	I 000	6 400	9
4	770	4 800	7
5	I 200	5 558	2
6	300	540	12
7	540	1 200	5
8	300	3 200	8
9	12	184	16
10	570	2 000	27

Задача 2.5. В течение некоторого времени проводилось наблюдение за работой N_o экземпляров восстанавливаемых изделий. Каждый из образцов проработал t_i [час] и имел n_i отказов. Требуется определить наработку на отказ по данным наблюдения за работой всех изделий.

Таблица 4

Исходные данные к задаче 2.5

№№ п/п	n_1	t_1	n_2	t_2	n_3	t_3	n_4	t_4
1	1	300	3	600	2	400	—	—
2	3	90	6	270	4	140	5	230
3	12	960	15	1 112	8	808	7	1490
4	6	144	5	125	3	80	8	176
5	8	176	5	150	4	112	8	216
6	6	144	5	125	3	80	—	—
7	10	1020	18	2 700	26	3 120	32	4000
8	32	4 000	24	3 480	16	2 080	—	—
9	10	1020	26	3 120	24	3 480	18	2700
10	18	2 700	32	4000	24	3 480	16	2080
11	3	720	4	1 040	2	500	6	1800
12	1	300	3	600	6	2 300	7	2450
13	5	1500	8	1920	3	180	4	680
14	3	1650	2	1 200	4	2 300	—	
15	5	72	4	60	7	92	8	96

Задача 2.6. В период наблюдения за работой устройства имели место 5 отказов. Время работы до 1-го отказа составили 250 час, между первым и вторым – 220 час, между 2-м и 3-м – 215 час, между 3-м и 4-м – 205 час, между 4-м и 5-м – 195 час. Время восстановления после каждого отказа составило соответственно 2; 1,6; 1,2; 1,8 и 1,5 час. Определить коэффициент готовности устройства за период наблюдения.

Задача 2.7. Определить коэффициент технического использования устройства, если за рассматриваемый период суммарная наработка изделия составила 2560 час, суммарное время, затраченное на восстановление – 210 час, на ремонт – 120 час и техническое обслуживание – 40 час.

Задача 2.8. За весь период наблюдений работы устройства было зарегистрировано 24 отказа. До начала наблюдений устройство проработала 120 ч, к концу наблюдения наработка составила 2540 ч. Суммарное время восстановления работоспособности устройства после отказов составило 1260 час. Определить коэффициент готовности устройства.

Задача 2.9. Определить коэффициент технического использования устройства, если до начала наблюдений устройство проработала 310 час, к концу наблюдения наработка составила 3810 ч., суммарное время, затраченное на восстановление – 330 час, на ремонт – 215 час и техническое обслуживание – 70 час.

Задача 2.10. Суммарная наработка изделия составила за период наблюдений 580 час, суммарное время восстановления после 5 отказов - 20 час, время, затраченное на ремонт – 15 час, на техобслуживание – 8 час. Определить коэффициенты готовности и технического использования.

3. Экспоненциальный закон распределения отказов

Экспоненциальный (показательный) закон распределения времени безотказной работы технического устройства в общем случае записывается так:

$$P(t) = \exp(-\lambda t), \tag{3.1}$$

где λ - интенсивность отказов объекта для экспоненциального распределения (она постоянна), т.е. λ = const.

Вероятность отказа за время t

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - \exp(-\lambda t). \tag{3.2}$$

Частота отказов

$$f(t) = \partial Q/\partial t = \lambda \exp(-\lambda t). \tag{3.3}$$

Интенсивность отказов

$$\lambda = \frac{f(t)}{P(t)}. \tag{3.4}$$

Среднее время работы до возникновения отказа

$$T_1 = \int_0^\infty t f(t) dt = \int_0^\infty P(t) dt = 1/\lambda. \tag{3.5}$$

Задача 3.1. Интенсивность отказов изделия $\lambda = 0{,}82\text{-}10^{-3}$ 1/час = const. Необходимо найти вероятность безотказной работы в течение 6 час работы P(6), частоту отказов f(100) при t = 100 час и среднюю наработку до первого отказа $T_{ср}$.

Решение

Вероятность безотказной работы в течение 6 час работы P(6)

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-0{,}00082\cdot 6} = 0{,}995$$

Частота отказов при t = 100 час.

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} = 0{,}00082e^{-0{,}00082\cdot 100} = 0{,}75\cdot 10^{-3} \text{ (1/час)}$$

Средняя наработка до отказа

$$T_{ср} = 1/\lambda = 1/0{,}00082 = 1219,5 \text{ (час)}$$

Задача 3.2. Вероятность безотказной работы автоматической линии изготовления цилиндров автомобильного двигателя в течение 120 час равна 0,9.

Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется рассчитать интенсивность отказов и частоту отказов линии для момента времени 120 час.

Решение

Интенсивность отказов определим, исходя из вероятности безотказной работы

$$P(t) = e^{-\lambda t} \rightarrow ln[P(t)] = -\lambda t, \text{ а}$$

$$\lambda = -ln[P(t)]/t = -ln(0,9)/120 = 0,88 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)}$$

Частота отказов

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} = 0,88 \cdot 10^{-3} e^{-0,00088 \cdot 120} = 0,79 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)}$$

Задача 3.3. Средняя наработка до первого отказа автоматической системы управления равна 640 час. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности. Необходимо определить вероятность безотказной работы в течение 120 час, частоту отказов для момента времени 120 час и интенсивность отказов.

Решение

Интенсивность отказов

$$\lambda = 1/T_{ср} = 1/640 = 1,56 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)}$$

Вероятность безотказной работы в течение 120 час

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-0,00156 \cdot 120} = 0,83$$

Частота отказов в течение 120 час

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} = 0,00156 \cdot e^{-0,00156 \cdot 120} = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)}$$

Задача 3.4. Определить какова должна быть средняя наработка до отказа изделия, имеющего экспоненциальное распределение наработки до отказа, чтобы вероятность безотказной работы была не менее 0,99 в течении наработки t = 300 час.

Задача 3.5. Какова будет интенсивность, частота отказов и вероятность безотказной работы за время работы изделия 200 час, если при экспоненциальном законе распределения отказов его средняя наработка до отказа составила 1000 час.

Задача 3.6. Вероятность безотказной работы изделия в течении 300 час равна 0,98. Определить интенсивность отказов, частоту отказов и среднюю наработку до отказа, если закон надежности - экспоненциальный.

Задача 3.7. Вероятность отказа изделия за время работы 150 час равна 0,1. Определить интенсивность и частоту отказов, а также среднее время работы изделия до отказа при экспоненциальном законе надежности.

Задача 3.8. Определить время работы изделия, если при вероятности отказа 0,02, интенсивность отказов постоянна и составляет 0,0015 1/час. Определить частоту отказов и наработку изделия до отказа.

Задача 3.9. Чему будет равно время работы изделия при экспоненциальном законе распределения отказов, если при интенсивности отказов 0,002 1/час, частота отказов составляет 0,0019 1/час.

Задача 3.10. Среднее время работы изделия составляет 1500 час. Определить вероятность безотказной работы изделия в течение 1000 час. Какова будет частота отказов за время работы 500 час. Закон распределения экспоненциальный

Задача 3.11. Пусть время работы элемента до отказа подчинено экспоненциальному закону распределения с параметром $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ 1/час. Требуется вычислить количественные характеристики надежности элемента P(t), f(t), $T_{ср}$, если t = 500, 1000, 2000 час.

Задача 3.12. Чему равна λ-характеристика экспоненциального закона распределения, если при работе изделия в течении t = 500 час., его вероятность отказа составили 0,05.

Задача 3.13. Определить время работы изделия, если при вероятности отказа 0,12, интенсивность отказов постоянна и составляет 0,0011 1/час. Определить частоту отказов и наработку изделия до отказа.

Задача 3.14. Вероятность отказа изделия за время работы 450 час равна 0,15. Определить интенсивность и частоту отказов, а также среднее время работы изделия до отказа при экспоненциальном законе надежности.

4. Распределение Вейбулла и нормальный закон распределения

Распределение Вейбулла применяют для случая, когда поток отказов не стационарный, т.е. плотность потока изменяется с течением времени. Характеристики надежности в этом случае определяются по формулам.

Плотность вероятности отказов этого распределения:

$$f(t) = \lambda_0 \alpha t^{\alpha-1} \exp(-\lambda_0 t^{\alpha}). \tag{4.1}$$

Вероятность отсутствия отказа за время t

$$P(t) = \exp(-\lambda_0 t^{\alpha}). \tag{4.2}$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \alpha \lambda_0 t^{\alpha-1} \text{ или } \lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}. \tag{4.3}$$

Средняя наработка до первого отказа определится из следующего выражения:

$$T_{ср} = \frac{\Gamma(1/\alpha + 1)}{\lambda_0^{1/\alpha}}. \qquad (4.4)$$

Значения Г (гамма-функции) табулированы (табл. П.1).

Нормальное распределение. Плотность вероятности (частота) отказов

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-(t-T)^2/2\sigma^2], \qquad (4.5)$$

где T - средняя наработка до отказа; σ - среднее квадратическое (стандартное) отклонение времени безотказной работы.

Вероятность отказа за время t

$$F(t)= \int_{-\infty}^{0} f(t)dt = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} \exp[-(t-T)^2/2\sigma^2]. \qquad (4.6)$$

Значение функции распределения (вероятность отказа) определяется формулой

$$F(t) = 0,5 + \Phi(u) = Q(t);\ u = (t-T) / \sigma. \qquad (4.7)$$

Функция F(t) табулирована, значения функции приведены в табл. П.2.

Вероятность отсутствия отказа за время t

$$P(t) = 1- Q(t) = 1- [0,5+\Phi(u)] = 0,5 - \Phi(u). \qquad (4.8)$$

Примеры решения задач

Задача 4.1. Время безотказной работы устройства подчиняется закону Вейбулла с параметрами $\alpha = 1,5$, $\lambda_o = 10^{-4}$ 1/час, а время его работы t = 100 час. Требуется вычислить количественные характеристики надежности такого устройства.

Решение

Вероятность безотказной работы устройства

$$P(t) = \exp(-\lambda_0 t^{\alpha}) = \exp(-10^{-4}\cdot 100^{1,5}) = 0,9;$$

Частота отказов

$$f(t) = \lambda\alpha t^{\alpha-1}\exp(-\lambda_0 t^{\alpha}) = 10^{-4}\cdot 1,5\cdot 100^{1,5-1}\cdot 0,9 = 1,35\cdot 10^{-3} \text{ (1/час)};$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{1,35\cdot 10^{-3}}{0,9} = 1,5 \text{ (1/час)};$$

Среднее время безотказной работы

$$T_{ср} = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)}{\lambda_0^{\frac{1}{\alpha}}} = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{1,5}+1\right)}{(10^{-4})^{\frac{1}{1,5}}} = \frac{\Gamma(1,67)}{0,00215} = \frac{0,90330}{0,00215} = 420 \text{ (час)}.$$

Значение гамма-функции Г(1,67) = 0,90330 определяем по табл. П.1

Задача 4.2. Вероятность безотказной работы гироскопа в течение t =150 час равна 0,9. Время исправной работы подчинено закону Вейбулла с параметром α = 2,6. Необходимо определить интенсивность отказов, частоту отказов гироскопов для t =150 час и среднюю наработку до первого отказа.

Решение

Определим параметр λ_o закона Вейбулла

$$P(t) = \exp(-\lambda_0 t^{\alpha}) \rightarrow \lambda_0 = -\frac{\ln[P(t)]}{t^{\alpha}} = -\frac{\ln(0{,}9)}{150^{2{,}6}} = 0{,}23 \cdot 10^{-6} \text{ (1/час)}$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \alpha\lambda_0 t^{\alpha-1} = 2{,}6 \cdot 0{,}23 \cdot 10^{-6} \cdot 150^{2{,}6-1} = 1{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)};$$

Частота отказов

$$f(t) = \lambda_0 \alpha t^{\alpha-1} \exp(-\lambda_0 t^{\alpha}) = \lambda(t)\, P(t) = 1{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}9 = 1{,}62 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)};$$

Среднее время безотказной работы

$$T_{ср} = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)}{\lambda_0^{\frac{1}{\alpha}}} = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2{,}6}+1\right)}{(0{,}23 \cdot 10^{-6})^{\frac{1}{2{,}6}}} = \frac{\Gamma(1{,}38)}{0{,}0028} = \frac{0{,}88854}{0{,}00215} = 316{,}6 \text{ (час)}.$$

Значение гамма-функции Г(1,38) = 0,88854 определяем по табл. П.1

Задача 4.3. Время исправной работы скоростных шарикоподшипников подчинено закону Вейбулла с параметрами α = 2,6, $\lambda_o = 1{,}65\text{-}10^{-7}$ 1/час. Необходимо найти вероятность безотказной работы, частоту отказов, интенсивность отказов шарикоподшипника в течение 150 час. Вычислить среднюю наработку до первого отказа шарикоподшипников

Задача 4.4. Наработка до отказа вилки выключения сцепления имеет распределение Вейбулла с параметром α = 1,5. Вероятность безотказной работы вилки в течение наработки 200 часов равна 0,95. Определить интенсивность отказов и среднюю наработку до отказа.

Задача 4.5. Наработка до отказа партии подшипников имеет распределение Вейбулла с параметром α = 1,8. Вероятность безотказной работы партии подшипников в течение наработки t = 100 часов равна 0,95. Определить интенсивность отказов в период времени 100 часов и среднюю наработку до первого отказа.

Задача 4.6. Определить вероятность безотказной работы, частоту отказов и интенсивность отказов изделия за 200 часов работы, если его надежность подчиняется нормальному закону распределения с параметрами $T_{ср}$ = 1600 час, σ = 1000 час.

Решение

Определяем величину

$$u = \frac{t - T_{cp}}{\sigma} = \frac{200-1600}{1000} = -1{,}4;$$

По табл. П2 определяем F(t) = Q(t) = 0,08, P(t) = 0,92.

Тогда, частота отказов

$$f(200) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-(t-T)^2/2\sigma^2] = \frac{1}{1000\sqrt{2\times 3{,}14}} e^{-\frac{(200-1600)^2}{2\times 1000^2}} = 1{,}5\cdot 10^{-4} \text{ (1/час)}.$$

Интенсивность отказов

$$\lambda = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{1{,}5\times 10^{-4}}{0{,}92} = 1{,}63\times 10^{-4} \text{ (1/час)}.$$

Задача 4.7. Время безотказной работы гальванической батареи постоянного тока имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $T_{ср}$ = 30 час и среднеквадратическим отклонением σ = 4 час. Определить какова вероятность безотказной работы батареи в течение 25 часов. Когда необходимо заменить батарею, чтобы гарантировать, что вероятность появления отказа до момента замены не превысит 5%.

Решение

Определяем величину

$$u = \frac{t - T_{cp}}{\sigma} = \frac{25-30}{4} = -1{,}25$$

По табл. П2 F(t) = Q(t) = 0,106, а P(t) = 0,894;

При вероятности отказа Q(t) = 0,05 находим по табл. П2 u = -1,65

Тогда время работы батареи до ее замены с вероятностью отказа < 5%

$$t = T_{ср} + \sigma u = 30 + 4\cdot(-1{,}65) = 23{,}4 \text{ (часа)}$$

Задача 4.8. Два блока предохранителей с нормальным распределением наработки до отказа имеют значения средней наработки $T_{ср1}$ = 600 час. и $T_{ср2}$ = 1200 час, среднеквадратические отклонения σ_1 = 50 час и σ_2 = 250 час. Сравнить надежность изделий по показателям вероятности безотказной работы и средней наработки до отказа в течение 600 час.

Решение

$u_1 = \frac{t - T_{cp1}}{\sigma_1} = \frac{600-600}{50} = 0$; По табл. П2 F(t) = Q(t) = 0,5; P(t) = 0,5.

$u_2 = \frac{t - T_{cp2}}{\sigma_2} = \frac{600-1200}{250} = -2{,}4$; По табл. П2 F(t) = Q(t) = 0,008; P(t) = 0,992

Задача 4.9. Подшипники коробки переключения передач автомобиля имеют нормальное распределение наработки до отказа с параметрами $T_{ср}$ = 1200 час, σ = 250 час. В течение какой наработки подшипник будет функционировать с надежностью P(t) = 0,95.

Решение

F(t) = Q(t) =0,05; По табл. П2 находим u = -1,65

$$t = T_{ср} + \sigma u = 1200 + 250\cdot(-1{,}65) = 787{,}5 \text{ (часа)}$$

Задача 4.10. Определить интенсивность отказов изделия в момент времени t = 500 час, если оно имеет нормальный закон распределения наработки до отказа с параметрами $T_{ср}$ = 1000 час, σ = 250 час.

Решение

$u = \frac{t - T_{cp}}{\sigma} = \frac{500-1000}{250} = -2$; По табл. П2 F(t) = Q(t) = 0,023; P(t) = 0,977;

$$f(500) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-(t-T_{ср})^2/2\sigma^2] = \frac{1}{250\sqrt{2\times 3,14}} e^{-\frac{(500-1000)^2}{2\times 250^2}} = 2,16 \cdot 10^{-4} \text{ (1/час)}.$$

$$\lambda = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{2,16\times 10^{-4}}{0,977} = 2,21 \times 10^{-4} \text{(1/час)}$$

5. Надежность сложных систем с последовательным соединением элементов

Пусть система состоит из n последовательно соединенных элементов, вероятности безотказной работы которых обозначим через $p_1(t)$, p_2 (t), …, $p_n(t)$. Так как элементы, входящие в состав системы, являются независимыми, то вероятность безотказной работы системы определяется как произведение вероятностей составляющих её элементов

$$P(t) = p_1(t)p_2(t)\dots p_n(t). \tag{5.1}$$

Если вероятности $p_1(t)$, $p_2(t)$, …., $p_n(t)$ близки к 1, то для вычисления $p_c(t)$ удобно применять приближенную формулу

$$p_c(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^{n} q_i(t), \tag{5.2}$$

где $q_i(t) = 1 - p_i(t)$.

Если элементы равнонадежны, т.е. $p_1(t) = p_2(t) = \ldots = p_n(t) = p(t)$, то

$$P(t) = [p(t)]^n, \tag{5.3}$$

где n – число элементов.

Интенсивность отказов системы равна сумме интенсивностей отказов ее элементов

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \ldots + \lambda_n. \tag{5.4}$$

В частном случае, когда функции надёжности составляющих элементов имеют экспоненциальное распределение с постоянными интенсивностями отказов, функция надёжности системы определяется по формуле

$$P(t) = e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\dots+\lambda_n)t} = e^{-\sum_{i=1}^{n}\lambda_i t}. \tag{5.5}$$

Одной из важнейших характеристик безотказности системы является среднее время жизни. Для случая экспоненциального распределения среднее время жизни системы равно

$$T_c = 1/(\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n). \qquad (5.6)$$

Частота отказов системы с последовательным соединением элементов

$$f(t)_c = \lambda_c P(t). \qquad (5.7)$$

Примеры решения задач

Задача 5.1. Система состоит из пяти блоков. Отказ одного из них ведет к отказу системы. Надежность блоков характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t, которая равна $p_1(t) = 0,98$; $p_2(t) = 0,99$; $p_3(t) = 0,97$; $p_4(t) = 0,985$; $p_5(t) = 0,975$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы.

Решение

Вероятности p_1, p_2, …., p_5 близки к 1, поэтому вычислить $p_c(t)$ удобно применив приближенную формулу (5.2)

$$p_c(t) = \prod_{i=1}^{5} p_i(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^{5} q_i(t)$$

Вычислим предварительно q_i: $q_1 = 0,02$; $q_2 = 0,01$; $q_3 = 0,03$; $q_4 = 0,015$; $q_5 = 0,025$

$$p_c(t) = 1 - (0,02 + 0,01 + 0,03 + 0,015 + 0,025) = 0,9$$

Задача 5.2. Система состоит из 12600 элементов, отказ каждого из которых ведет к отказу системы. Средняя интенсивность отказов элементов равна $0,32 \cdot 10^{-6}$ 1/ч. Необходимо определить среднюю наработку до отказа, частоту отказов и вероятность безотказной работы системы в течение 50 ч.

Решение

Интенсивность отказов системы вычисляем следующим образом

$$\lambda_c = N\lambda_{ср} = 12600 * 0,32 \cdot 10^{-6} = 4,032 \cdot 10^{-6} \text{ (1/час)},$$

тогда

$$P(50) = e^{-\lambda_c t} = e^{-4,032 \cdot 10^{-6} \bullet 50} \approx 0,82.$$

$$T_c = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{4,032 \cdot 10^{-6}} = 250 \text{ (час)}.$$

$$f(t) = 4,032 \cdot 10^{-6} \cdot 0,82 = 3,3 \cdot 10^{-6} \text{ (1/час)}.$$

Задача 5.3. Система состоит из трех устройств. Интенсивность отказов первого устройства равна $\lambda_1 = 0,16 \cdot 10^{-3}$ 1/ч = const. Интенсивности отказов двух других устройств линейно зависят от времени и определяются следующими формулами

$$\lambda_2 = 0,23 \cdot 10^{-4} t \text{ 1/ч}; \quad \lambda_3 = 0,06 \cdot 10^{-6} t \text{ 1/ч}.$$

Необходимо рассчитать вероятность безотказной работы системы в течение 100 часов.

Решение.

Определяем интенсивность отказов системы

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0{,}16\cdot10^{-3} + 0{,}23\cdot10^{-4}\cdot100 + 0{,}06\cdot10^{-6}\cdot100 =$$
$$= 0{,}00016 + 0{,}0023 + 0{,}000006 = 0{,}2466\cdot10^{-2} \text{ (1/час)}.$$

Вероятность безотказной работы в течение 100 часов

$$P(100) = e^{-\lambda_c t} = e^{-0.2466\cdot10^{-2}\cdot100} = 0{,}78.$$

Задача 5.4. Система состоит из двух устройств. Вероятности безотказной работы каждого из устройств в течение 100 часов равны $p_1 = 0{,}95$; $p_2 = 0{,}97$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа системы.

Решение.

Определяем вероятность безотказной работы системы

$$P_c(100) = 0{,}95*0{,}97 = 0{,}92.$$

Определим интенсивность отказов системы

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t};$$

$$-\lambda_c t = \ln[P(t)] \rightarrow \lambda_c = -\frac{\ln[P(t)]}{t} = -\frac{\ln(0.92)}{100} = 0.834\cdot10^{-3} \text{ (1/час)};$$

Наработка системы до отказа

$$T_c = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0{,}834\cdot10^{-3}} = 1200 \text{ (час)}.$$

Задача 5.5. Вероятность безотказной работы одного элемента в течение времени t равна p(t) = 0,9997. Требуется определить вероятность безотказной работы системы, состоящей из 100 таких элементов.

Решение.

Вероятность безотказной работы системы

$$p_c(t) = \prod_{i=1}^{100} p_i(t) = p_i(t)^{100} = 0{,}9997^{100} = 0{,}97.$$

Задача 5.6. Вероятность безотказной работы системы в течение времени t равна 0,95. Система состоит из 120 равнонадежных элементов. Необходимо найти вероятность безотказной работы элемента.

Решение

Вероятность безотказной работы элемента

$$p_i(t) = p_c(t)^{\frac{1}{t}} = 0{,}95^{1/120} = 0{,}9996$$

Задача 5.7. При проектировании системы предполагается, что сложность ее не должна превышать N_c = 2500 элементов. Необходимо при обсуждении проекта технического задания определить, может ли быть спроектирована система, к которой предъявлено требование $T_{ср.с}$ = 120 ч.

Решение

Определим интенсивность отказов системы

$$\lambda_c = \frac{1}{T_{ср.с}} = \frac{1}{120} = 0{,}0083 \text{ (1/час)}$$

Определим интенсивность отказов одного элемента

$$\lambda_i = \frac{\lambda_c}{N_c} = \frac{0{,}0083}{2500} = 3{,}33 \cdot 10^{-6} \text{ (1/час)}$$

Определим вероятность безотказной работы одного элемента в течение 120 часов

$$p_i(120) = e^{-\lambda_i t} = e^{-3{,}33 \cdot 10^{-6} \cdot 120} = 0{,}9996.$$

Обеспечить такую высокую вероятность безотказной работы элемента весьма затруднительно. Поэтому следует либо уменьшить количество элементов системы, либо среднюю наработку до отказа.

Задача 5.8. В системе 2500 элементов и вероятность безотказной работы ее в течение 1 ч составляет 98%. Предполагается, что все элементы равнонадежные. Требуется вычислить среднюю наработку до первого отказа системы интенсивность отказов элементов и частоту отказов.

Решение

Определим интенсивность отказов системы

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t};$$

$$-\lambda_c t = \ln[P(t)] \rightarrow \lambda_c = -\frac{\ln[P(t)]}{t} = -\frac{\ln(0.98)}{1} = 0{,}02 \text{ (1/час)};$$

$$T_c = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0{,}02} = 50 \text{ ч};$$

$$\lambda_i = \frac{\lambda_c}{N_c} = \frac{0{,}02}{2500} = 0{,}00039 \text{(1/час)};$$

$$f(t) = 0{,}00039 * 0{,}98 = 0{,}00038 \text{ (1/час)}$$

Задача 5.9. Система состоит из 6200 элементов, отказ каждого из которых ведет к отказу системы. Средняя интенсивность отказов элементов равна $0{,}14\cdot 10^{-4}$ 1/ч. Необходимо определить среднюю наработку до отказа, частоту отказов и вероятность безотказной работы системы в течение 120 ч.

Задача 5.10. Система состоит из четырех устройств. Вероятности безотказной работы каждого из устройств в течение 120 часов равны $p_1 = 0{,}95$; $p_2 = 0{,}97$; $p_3 = 0{,}90$; $p_4 = 0{,}87$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа системы.

6. Надежность систем с параллельным соединением элементов

На рис. 1 представлено параллельное соединение элементов 1, 2, 3. Это означает, что устройство, состоящее из этих элементов, переходит в состояние отказа после отказа всех элементов при условии, что все элементы системы находятся под нагрузкой, а отказы элементов статистически независимы.

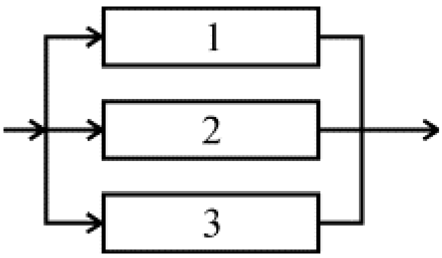


Рис. 1. Блок-схема системы с параллельным соединением элементов

Применительно к проблемам надежности, по правилу умножения вероятностей независимых (в совокупности) событий, надежность устройства из n элементов вычисляется по формуле

$$P = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1-p_i), \tag{6.1}$$

т.е. при параллельном соединении независимых (в смысле надежности) элементов их ненадежности $(1 - p_i = q_i)$ перемножаются.

В частном случае, когда надежности всех элементов одинаковы, формула (6.1) принимает вид

$$P = 1 - (1-p)^n. \tag{6.2}$$

Интенсивность отказов устройства состоящего из n параллельно соединенных элементов, обладающих постоянной интенсивностью отказов λ_0, определяется как

$$\lambda = \frac{dQ(t)dt}{P(t)} = \frac{d(1-\exp(-\lambda_0 t))^n / dt}{1-(1-\exp(-\lambda_0 t))^n} = \frac{n\lambda_0 (1-\exp(-\lambda_0 t))^{n-1}}{1-(1-\exp(-\lambda_0 t))^n}. \tag{6.3}$$

Из (6.3) видно, что интенсивность отказов устройства при n > 1 зависит от t: при t = 0 она равна нулю, при увеличении t, монотонно возрастает до λ_0.

Если интенсивности отказов элементов постоянны и подчинены показательному закону распределения, то выражение (6.1) можно записать

$$P(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}\left(1 - \exp(-\lambda_i t)\right). \qquad (6.4)$$

Частота отказов $f(t) = \lambda(t)\, P(t)$

Среднее время безотказной работы системы T_c находим по зависимости,

$$T_c = (1/\lambda_1 + 1/\lambda_2 + \ldots + 1/\lambda_n) - (1/(\lambda_1+\lambda_2) + 1/(\lambda_1+\lambda_3) + \ldots) +$$
$$+ (1/(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3) + 1/(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4) + \ldots) + (-1)^{n+1} \times 1 \Big/ \sum_{i=1}^{n} \lambda_i . \qquad (6.5)$$

В случае, когда интенсивности отказов всех элементов одинаковы среднее время безотказной работы системы T_c определяется из выражения

$$T_c = 1 \Big/ \lambda \sum_{i=1}^{n} 1/i . \qquad (6.6)$$

Примеры решения задач

Задача 6.1. Устройство состоит из 3-х параллельно соединенных элементов вероятности безотказной работы которых равны $p_1 = 0{,}90$, $p_2 = 0{,}92$, $p_3 = 0{,}89$. Определить вероятность безотказной работы устройства, при условии, что отказы элементов статистически независимы

Решение.

$$P = 1 - (1 - 0{,}9)(1 - 0{,}92)(1 - 0{,}89) = 0{,}999$$

Задача 6.2. Предохранительное устройство, обеспечивающее безопасность работы системы под давлением, состоит из трех дублирующих друг друга клапанов. Надежность каждого из них p = 0,9. Клапаны независимы в смысле надежности. Найти надежность устройства.

Решение.

По формуле $P=1-(1-0{,}9)^3=0{,}999$.

Задача 6.3. Два одинаковых вентилятора в системе очистки отходящих газов работают параллельно, причем если один из них выходит из строя, то другой способен работать при полной системной нагрузке без изменения своих надежностных характеристик. Требуется найти безотказность системы в течение 400 ч при условии, что интенсивности отказов двигателей вентиляторов постоянны и равны $\lambda = 0{,}0005$ ч$^{-1}$, отказы двигателей статистически независимы и оба вентилятора начинают работать в момент времени t = 0. Определить интенсивность отказов системы, частоту отказов и среднюю наработку до отказа.

Решение.

Вероятность безотказной работы системы

$$P(t)=1-\prod_{i=1}^{n}\left(1-\exp(-\lambda_i t)\right) = 1-(1-e^{-0.0005*400})^2 = 0,967.$$

Интенсивность отказов системы

$$\lambda = \frac{n\lambda_0\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^{n-1}}{1-\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^{n}} = \frac{2\cdot 0,0005\left(1-e^{-0.0005400}\right)}{1-\left(1-e^{-0,0005400}\right)^{2}} = 1,87\cdot 10^{-4} \text{ 1/час.}$$

Частота отказов

$$f(t) = 0,967\cdot 1,87\cdot 10^{-4} = 1,81\cdot 10^{-4} \text{ 1/час.}$$

Средняя наработка на отказ системы

$$T_c = 1/\lambda(1/1 + 1/2) = 1/\lambda\times 3/2 = 1,5/0,0005 = 3000 \text{ ч.}$$

Задача 6.4. Устройство состоит из 5 параллельно соединенных элементов, обладающих интенсивностью отказов $\lambda_0 = 0,001$ 1/ч. Определить интенсивность отказов устройства в течение 1000 часов, среднее время безотказной работы, вероятность безотказной работы и частоту отказов.

Решение.

Интенсивность отказов системы из 5 параллельно работающих элементов

$$\lambda = \frac{n\lambda_0\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^{n-1}}{1-\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^{n}} = \frac{5\cdot 0,001\left(1-e^{-0.001\cdot 1000}\right)^{4}}{1-\left(1-e^{-0,001\cdot 1000}\right)^{5}} = 9,42\cdot 10^{-4} \text{ (1/ч).}$$

Среднее время безотказной работы

$$T_c = 1/\lambda_0(1/1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5) = 1/0,001(1+0,5 +0,33 +0,25 + 0,2) = = 2280(\text{ч})$$

Вероятность безотказной работы

$$P(t) = 1-(1 - e^{-0,001\ 1000})^5 = 0,899.$$

Частота отказов $f(t) = 9,42\ 10^{-4}\ 0,899 = 8,46\ 10^{-4}$ (1/час).

Задача 6.5. Система состоит из 3-х параллельно соединенных элементов с интенсивностями отказов равными $\lambda_1 = 0,001$, $\lambda_2 = 0,005$, $\lambda_3 = 0,003$ 1/ч. Определить вероятность безотказной работы системы в течение 500 ч и среднее время работы до отказа.

$$P(t)=1-\prod_{i=1}^{n}\left(1-\exp(-\lambda_i t)\right) =$$

$$= 1-[(1-e^{-0.001*500})(1-e^{-0.005*500})(1-e^{-0.003*500})] = 0,71$$

$$T_0 =(1/\lambda_1+1/\lambda_2+\ldots+1/\lambda_n)-(1/(\lambda_1+\lambda_2)+ 1/(\lambda_1+\lambda_3)+\ldots)+$$
$$+(1/(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)+1/(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4)+\ldots)+(-1)^{n+1}\times 1\Big/\sum_{i=1}^{n}\lambda_i$$

$$T_0 = (1/0.001+1/0.005+1/0.003) – [1/(0.001+0.005) + 1/(0.001+0.003) +$$
$$+1/(0.005+0.003)] + 1/(0.001 + 0.005 +0.003) = 1102{,}8 \text{ (ч)}$$

Задача 6.6. Система состоит из 4-х параллельно соединенных элементов обладающих интенсивностью отказов λ_0 = 0,002 1/час. Определить интенсивность отказов устройства в течение 5000 часов, вероятность безотказной работы, частоту отказов и среднее время безотказной работы.

Задача 6.7. Система состоит из 3-х параллельно соединенных элементов, вероятности безотказной работы которых в течение 500 часов 0,95; 0,92; 0,88. Справедлив экспоненциальный закон распределения отказов. Определить вероятность безотказной работы системы, интенсивности отказов элементов и среднюю наработку системы до отказа

Задача 6.8. Устройство состоит из 3 параллельно соединенных элементов, обладающих интенсивностью отказов λ_0 = 0,0017 1/ч. Определить интенсивность отказов устройства в течение 500 часов, среднее время безотказной работы, вероятность безотказной работы и частоту отказов.

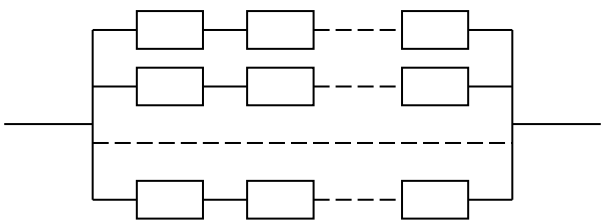
Задача 6.9. Система состоит из 4-х параллельно соединенных элементов с интенсивностями отказов равными λ_1 = 0,002, λ_2 = 0,003, λ_3 = 0,0035, λ_4 = 0,0015 1/ч. Определить вероятность безотказной работы системы в течение 800 ч и среднее время работы до отказа.

Задача 6.10. Техническое устройство состоит из пяти дублирующих друг друга блоков. Надежность каждого из них р = 0,95. Блоки независимы в смысле надежности. Найти надежность устройства.

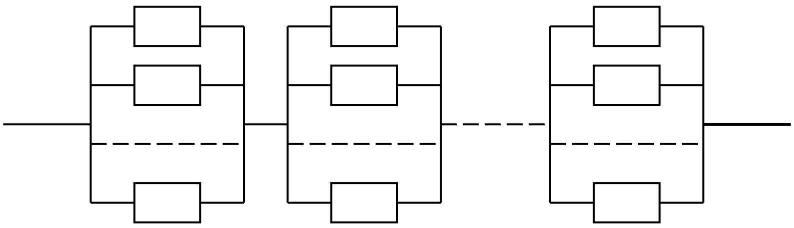
7. Расчет показателей надежности резервированных изделий

Резервированным соединением изделий называется такое соединение, при котором отказ наступает только после отказа основного изделия и всех резервных изделий. На практике применяются следующие способы резервирования: общее, раздельное, с целой кратностью, с дробной кратностью, постоянное, замещением, с нагруженным, облегченным или ненагруженным резервом.

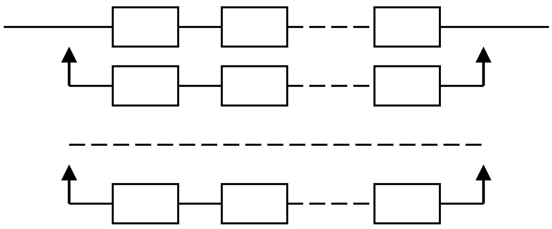
а)



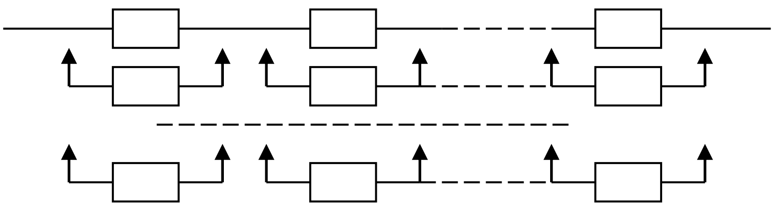
б)



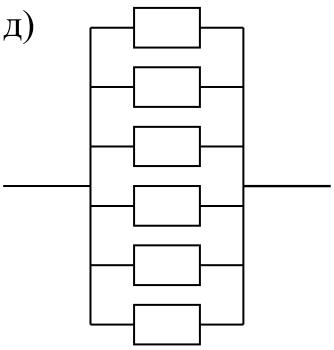
в)



г)

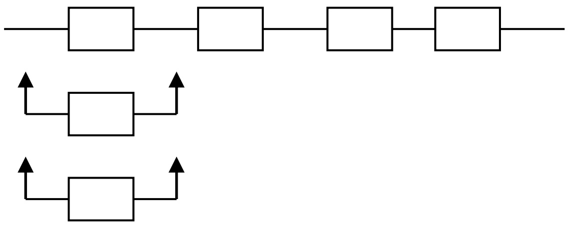


д)



m = 4/2

е)



m = 2/4

Рис 2. Схемные обозначения различных способов резервирования:
а - общее постоянное с целой кратностью; б - раздельное постоянное с целой кратностью; в - общее замещением с целой кратностью; г - раздельное замещением с целой кратностью; д - общее постоянное с дробной кратностью:
е - раздельное замещением с дробной кратностью.

Общим резервированием называется метод повышения надежности, при котором резервируется изделие в целом (Рис. 2, а).

Раздельным резервированием называется метод повышения надежности, при котором резервируются отдельные части изделия (рис. 2, б).

Основным параметром резервирования является его кратность. Под кратностью резервирования понимается отношение числа резервных изделий к числу резервируемых (основных). Различают резервирование с целой и дробной кратностью. Схемные обозначения обоих видов резервирования при постоянном включении резерва одинаковы. Для их различия на схеме указывается кратность резервирования m.

При резервировании с целой кратностью величина m есть целое число, при резервировании с дробной кратностью величина m есть дробное несокращаемое число. Например, $m = 4/2$ означает наличие резервирования с дробной кратностью, при котором число резервных элементов равно четырем, число основных — двум, а общее число элементов равно шести. Сокращать дробь нельзя, так как если сократить, то $m = 4/2 = 2$ будет означать, что имеет место резервирование с целой кратностью, при котором число резервных элементов равно двум, а общее число элементов равно трем.

По способу включения резервирование разделяется на постоянное и резервирование замещением.

Постоянное резервирование — резервирование, при .котором резервные изделия подключены к основным в течение всего времени работы и находятся в одинаковом с ними режиме. Резервирование замещением — резервирование, при котором резервные изделия замещают основные после их отказа.

При включении резерва по способу замещения резервные элементы до момента включения в работу могут находиться в трех состояниях: нагруженном резерве; облегченном резерве; ненагруженном резерве.

Надежность системы для указанных выше видов резервирования определяется по следующим формулам.

1. Общее резервирование с постоянно включенным резервом и с целой кратностью (рис. 2, а):

$$P_c(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{n} p_i(t)\right]^{m+1}, \qquad (7.1)$$

где $p_i(t)$ — вероятность безотказной работы i-го элемента в течение времени t; n — число элементов основной или любой резервной цепи; m — число резервных цепей (кратность резервирования).

При равнонадежных элементах

$$P_c(t) = 1 - [1 - p_i^n(t)]^{m_i+1}. \qquad (7.2)$$

2. Раздельное резервирование с постоянно включенным резервом и с целой кратностью (рис. 2, б):

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} \{1 - [1 - p_i(t)]^{m_i+1}\} \qquad (7.3)$$

где $p_i(t)$ — вероятность безотказной работы i-го элемента; m_i — кратность резервирования i-го элемента; n — число элементов основной системы.

При равнонадежных элементах

$$P_c(t) = \{1 - [1 - p_i(t)]^{m_i+1}\}^n. \qquad (7.4)$$

3. Общее резервирование замещением с целой кратностью (рис. 2, в).

При экспоненциальном законе надежности и ненагруженном состоянии резерва

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}, \qquad (7.5)$$

где λ_0 - интенсивность отказов основного (нерезервированного) устройства.

При нагруженном состоянии резерва формула для $P_c(t)$ совпадает с формулой (7.1).

4. Раздельное резервирование замещением с целой кратностью (рис. 2, г):

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t), \qquad (7.6)$$

где $p_i(t)$ — вероятность безотказной работы системы из-за отказов элементов i-го типа, резервированных по способу замещения. Вычисляется $p_i(t)$ по формулам общего резервирования замещением (см. п. 3)

5. Общее резервирование с дробной кратностью и постоянно включенным резервом (рис. 2, д).

Если в системе n основных и m резервных одинаковых элементов, причем все элементы постоянно включены, работают параллельно и вероятность их безотказной работы p подчиняется экспоненциальному закону, то вероятность безотказной работы системы можно определить по формулам, приведенным в табл. 5.

Таблица 5

Формулы для определения надежности в случае общего резервирования с дробной кратностью и постоянно включенным резервом

n	$n+m$				
	1	2	3	4	5
1	p	$2p - p^2$	-	-	-
2	-	p^2	$3p^2 - 2p^3$	$6p^2 - 8p^3 + 3p^4$	$10p - 20p^3 + 15p^4 - 4p^3$
3	-	-	p^3	$4p^3 - 3p^4$	$10p^3 - 15p^4 + 6p^5$
4	-	-	-	p^4	$5p^4 - 4p^5$

6. Скользящее резервирование.

При экспоненциальном законе надежности

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=0}^{m_0}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}, \qquad (7.7)$$

где $\lambda_0 = n\lambda$ — интенсивность отказов нерезервированной системы; λ— интенсивность отказов элемента; n — число элементов основной системы; m_0 — число резервных элементов.

Примеры решения задач

Задача 7.1. Дана система, схема расчета которой приведена на рис. 3. Необходимо найти вероятность безотказной работы системы при известных вероятностях безотказной работы ее элементов (значения вероятностей указаны на рис. 2)

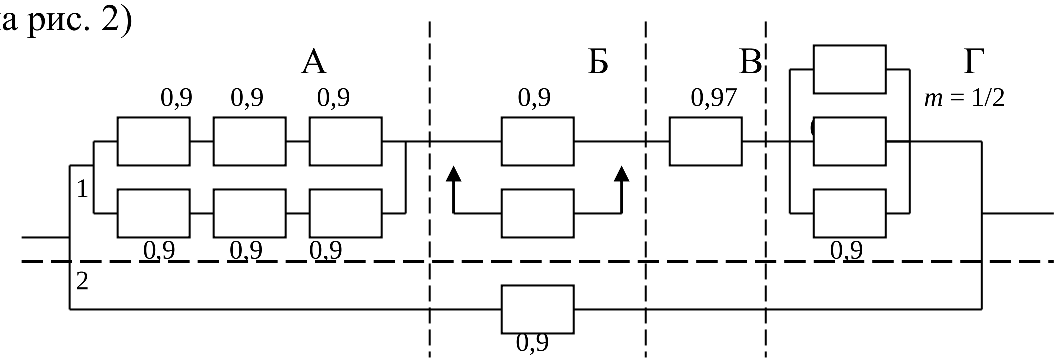


Рис.3. Структурная схема надежности резервированной системы

Решение.

Из рис.3 видно, что система состоит из двух неравнонадежных устройств – 1 и 2. Устройство 1 состоит из 4-х узлов:

А – дублированный узел с постоянно включенным резервом, причем каждая часть узла состоит из трех последовательно соединенных элементов;

Б – дублированный узел по способу замещения;

В – узел с одним нерезервированным элементом;

Г – резервированный узел с кратностью $m = 1/2$.

Устройство 2 представляет собой нерезервированное устройство, надежность которого равна 0,9. Так как устройства неравнонадежны, то вероятность безотказной работы всей системы

$$P_c(t) = 1 - [1 - P_1(t)][1 - P_2(t)].$$

Вероятность безотказной работы устройства 1 равна произведению вероятностей безотказной работы всех его узлов, т.к. они соединены последовательно

$$P_1(t) = P_А P_Б P_В P_Г.$$

В узле А используется общее резервирование с кратностью $m = 1$. При этом число элементов основной и резервной цепей $n = 3$. Следовательно

$$P_А = 1 - [1 - p^3_i(t)]^2 = 1 - [1 - 0{,}9^3]^2 = 0{,}927.$$

В узле Б кратность резервирования замещением $m = 1$, тогда вероятность безотказной работы узла Б определяется как

$$P_Б = e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t}\left[\frac{(\lambda_0 t)^0}{0!} + \frac{(\lambda_0 t)^1}{1!}\right] = e^{-\lambda_0 t}(1 + \lambda_0 t) =$$

$= 0{,}9(1 + 0{,}105) = 0{,}994,$

где $e^{-\lambda o t} = p_i(t) = 0{,}9$; $\lambda_0 t = -ln[p_i(t)] = 0{,}105$.

В узле Г применено резервирование с дробной кратностью, когда число основных систем $n = 2$, а общее число основных и резервных систем $n + m = 3$, тогда вероятность безотказной работы этого узла определяем по табл.1

$$P_Г = 3p^2_i(t) - 2p^3_i(t) = 3(0{,}9)^2 - 2(0{,}9)^3 = 2{,}43 - 1{,}458 = 0{,}972.$$

Теперь вычисляем вероятность безотказной работы устройства 1

$$P_1(t) = P_А P_Б P_В P_Г = 0{,}927 \cdot 0{,}994 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}972 = 0{,}869.$$

Вероятность безотказной работы всей резервированной системы

$$P_c(t) = 1 - [1 - P_1(t)][1 - P_2(t)] = 1 - (1 - 0{,}869)(1 - 0{,}9) = 0{,}987.$$

Задача 7.2. Система электроснабжения состоит из четырех генераторов, номинальная мощность каждого из которых W=18 КВт. Безаварийная работа еще возможна, если система электроснабжения может обеспечить потребителя мощностью 30 КВт. Необходимо определить вероятность безотказной работы системы электроснабжения в течение времени t = 600 час, если интенсивность отказов каждого из генераторов $\lambda = 0{,}15 \cdot 10^{-3}$ 1/час.

Решение.

Мощности двух генераторов достаточно для питания потребителей, так как их суммарная мощность составляет 36 КВт, а по условию задачи достаточно лишь 30 КВт. Это значит, что отказ системы электроснабжения еще не наступит, если откажут один или два любых генератора. Здесь имеет место случай резервирования с дробной кратностью, когда общее число устройств $n + m = 4$, число устройств, необходимых для нормальной работы (основных) $n = 2$, а кратность резервирования 2/2.

По табл. 1 определяем

$$P_c(t) = 6p^2 - 8p^3 + 3p^4 = 6e^{-2\lambda t} - 8e^{-3\lambda t} + 3e^{-4\lambda t} =$$
$$= 6e^{-2*0{,}00015*600} - 8e^{-3*0{,}00015*600} + 3e^{-4*0{,}00015*600} = 5{,}012 - 6{,}107 + 2{,}093 = 0{,}998$$

Задача 7.3. Схема расчета надежности приведена на рис. 4. Необходимо найти вероятность безотказной работы изделия, если известны вероятности отказов элементов.

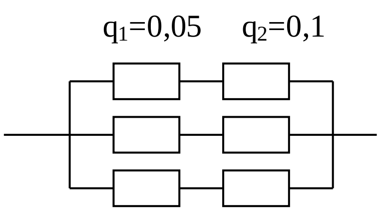


Рис. 4. Схема надежности к зад. 7.3

Ответ: $P_c = 1 - [1 - (1 - q_1)(1 - q_2)]^3 = 0{,}997$.

Задача 7.4. Схема расчета надежности показана на рис. 5, где приведены данные о вероятностях безотказной работы элементов. Требуется определить вероятность безотказной работы P_c и вероятность отказа Q_c изделия.

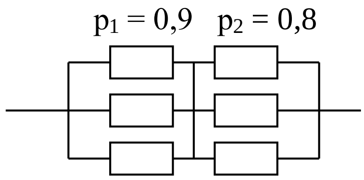


Рис. 5. Схема надежности к зад. 7.4

Ответ: $P_c = [1 - (1- p_1)^3][1 - (1- p_2)^3] = 0.991$; $Q_c = 1 - P_c = 0,009$.

Задача 7.5. Схема расчета надежности показана на рис. 6, на котором приведены вероятности безотказной работы элементов. Требуется вычислить вероятность безотказной работы изделия.

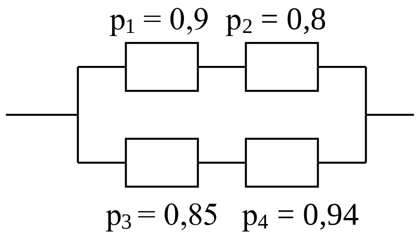


Рис. 6. Схема надежности к зад. 7.5

Ответ: $P_c = 1 – (1 – p_1p_2)(1 – p_3p_4) = 0,944$

Задача 7.6. Схема расчета надежности показана на рис. 7. Необходимо найти по известным вероятностям отказов элементов q_1 и q_2 вероятность безотказной работы изделия.

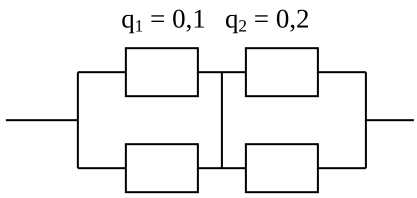


Рис. 7. Схема надежности к зад 7.6

Ответ: $P_c = (1 – q^2_1)(1 – q^2_2) = 0,95$

8. Способы преобразования сложных структур

Самыми распространенными в инженерной практике являются расчеты, основанные на использовании параллельно-последовательных структур. Однако не всегда условие работоспособности можно непосредственно представить параллельно-последовательной структурой. В этом случае можно сложную структуру заменить ее эквивалентной параллельно-последовательной структурой. К таким преобразованиям относится:

- преобразование с эквивалентной заменой треугольника на звезду и обратно;
- разложение сложной структуры по базовому элементу.

Существо способа преобразования с помощью эквивалентной замены треугольника на звезду и обратно заключается в том, что узел сложной конфигурации заменяется на узел другой, более простой конфигурации, но при этом подбираются такие характеристики нового узла, чтобы надежности преобразуемой цепи сохранялись прежними.

Пусть, например, требуется заменить треугольник (рис. 8, а) звездой (рис. 8, б) при условии, что вероятность отказа элемента *a* равна q_{13}, элемента *b* равна q_{12}, элемента *c* - q_{23}. Переход к соединению звездой не должен изменить надежность цепей 1-2, 1-3, 2-3. Поэтому значение вероятностей отказов элементов звезды q_1, q_2, q_3 должны удовлетворять следующим равенствам:

$$\left.\begin{aligned} q_1 + q_2 - q_1 q_2 &= q_{12}(q_{23}+q_{31} - q_{23}q_{31}); \\ q_2 + q_3 - q_2 q_3 &= q_{23}(q_{31}+q_{12} - q_{31}q_{12}); \\ q_3 + q_1 - q_3 q_1 &= q_{31}(q_{12}+q_{23} - q_{12}q_{23}). \end{aligned}\right\} \qquad (8.1)$$

Если пренебречь произведениями вида $q_i q_j$; $q_i q_j q_k$, то в результате решения системы уравнения (8.1) можно записать:

$$q_1 = q_{12}q_{31};\ q_2 = q_{23}q_{12};\ q_3 = q_{31}q_{23}. \qquad (8.2)$$

Для обратного преобразования звезды в треугольник

$$q_{12} = \sqrt{q_1 q_2 / q_3}\ ;\ q_{23} = \sqrt{q_2 q_3 / q_1}\ ;\ q_{31} = \sqrt{q_1 q_3 / q_2}\ . \qquad (8.3)$$

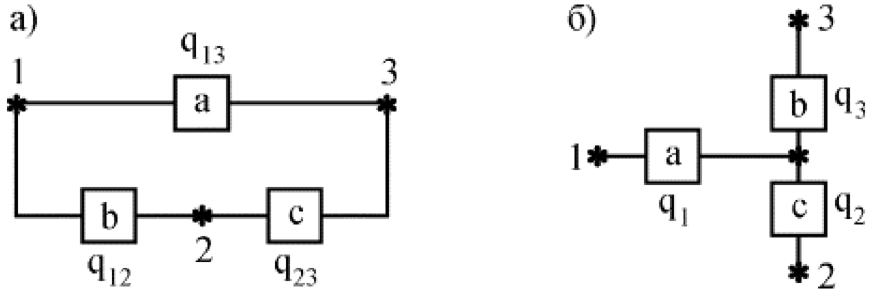


Рис. 8. Преобразование "треугольник - звезда"

Задача 8.1. Определить вероятность безотказной работы устройства, структурная схема которого изображена на рис. 9, если известно, что вероятности безотказной работы каждого из элементов схемы равны 0,9, а вероятности отказов равны 0,1.

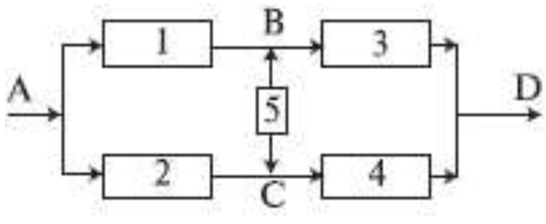


Рис.9. Мостиковая схема надежности

Решение.

1. Преобразуем соединение элементов 1,2,5 в треугольник (рис. 10, а), в звезду (рис. 10, б).

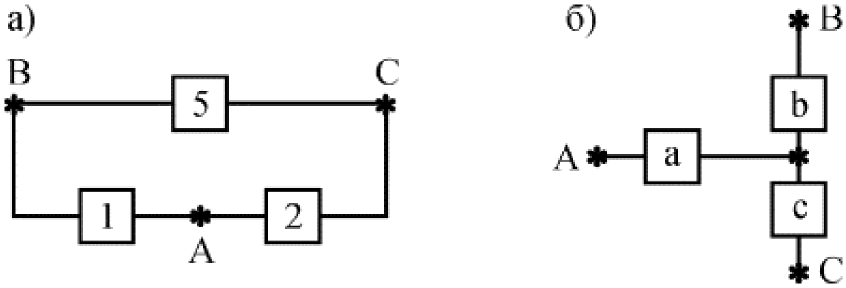


Рис. 10. К примеру преобразования структуры

2. Определим эквивалентные значения вероятности отказов для новых элементов *a, b, c*

$$q_a=q_1q_2=0,1\times0,1 = 0,01;$$
$$q_b=q_1q_5=0,1\times0,1 = 0,01;$$
$$q_c=q_2q_5=0,1\times0,1 = 0,01.$$

3. Определим значения вероятности безотказного состояния элементов эквивалентной схемы (рис. 10,б)

$$p_a = p_b = p_c = 0,99.$$

4. Определим вероятность безотказной работы эквивалентного устройства (рис. 11):

$$P = p_a(p_bp_3 + p_cp_4 - p_bp_3p_cp_4) =$$
$$= 0,99(0,99\times0,9+0,99\times0,9 - 0,99\times0,9\times0,99\times0,9) = 0,978.$$

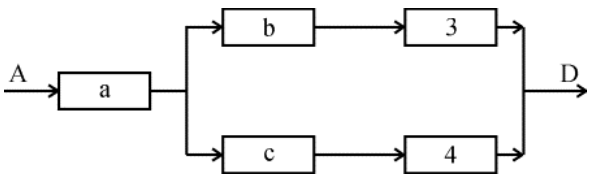


Рис. 11. Преобразованная структура

Способ преобразования с помощью разложения сложной структуры по некоторому базовому элементу основан на использовании теоремы о сумме вероятностей несовместных событий. В сложной структуре выбирают базовый элемент (или группу базовых элементов) и делаются следующие допущения:

- базовый элемент находится в работоспособном состоянии;
- базовый элемент находится в отказавшем состоянии.

Для этих случаев, представляющих собой два несовместных события, исходная структура преобразовывается в две новые схемы. В первой из них вместо базового элемента ставится "короткое замыкание" цепи, а во второй - разрыв. Вероятности безотказной работы каждой из полученных простых структур вычисляются и умножаются: первая - на вероятность безотказного состояния базового элемента, вторая - на вероятность отказа базового элемента. Полученные произведения складываются. Сумма равна искомой вероятности безотказной работы сложной структуры.

Задача 8.2. Решить предыдущую задачу методом разложения сложной структуры.

Решение.

1. В качестве базового элемента примем элемент 5 (рис. 9).
2. Закоротим базовый элемент, т.е. сделаем допущение об абсолютной его проводимости. Присоединим к полученной структуре последовательно базовый элемент с характеристикой его надежности p_5. В результате вместо исходной структуры получим новую структуру (рис. 12, а).

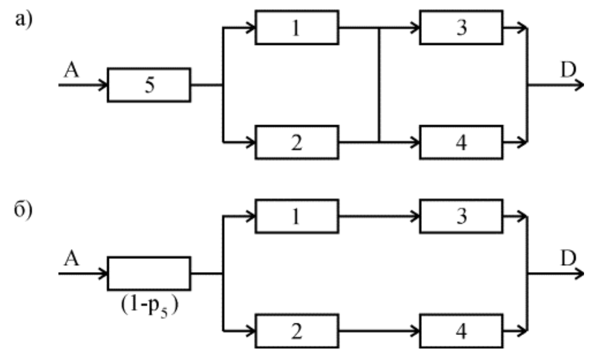


Рис. 12. Пример разложения мостиковой структуры по базовому элементу

3. Произведем обрыв базового элемента, т.е. сделаем предположение об его абсолютной ненадежности (непроводимости). К полученной структуре присоединим последовательно базовый элемент с характеристикой его ненадежности ($1-p_5$). В результате получим структуру (рис. 12, б).

4. Искомая вероятность равна сумме вероятностей структур (рис. 12, а, б), каждая из которых параллельно-последовательная. Поэтому

$$P = p_5[(p_1+p_2-p_1p_2)(p_3+p_4-p_3p_4)] + (1-p_5)[p_1p_3+p_2p_4-p_1p_3p_2p_4]=$$
$$= 0{,}9[(0{,}9+0{,}9 - 0{,}9\times0{,}9) \times (0{,}9+0{,}9 - 0{,}9\times0{,}9)] +$$
$$+ (1-0{,}9) \times [0{,}9\times0{,}9 + 0{,}9\times0{,}9 - 0{,}9\times0{,}9\times0{,}9\times0{,}9]\approx0{,}978.$$

Вероятность безотказной работы мостиковой схемы, состоящей из пяти неодинаковых и независимых элементов, можно определить по формуле:

$$P=2p_1p_2p_3p_4p_5-p_2p_3p_4p_5-p_1p_3p_4p_5-p_1p_2p_4p_5-p_1p_2p_3p_5-$$
$$-p_1p_2p_3p_4+p_1p_3p_5+p_2p_3p_4+p_1p_4+p_2p_5. \qquad (8.4)$$

В случае идентичных элементов эта формула принимает вид

$$P = 2p^5-5p^4+2p^3+2p^2. \qquad (8.5)$$

Подставляя соотношение (3.1) в формулу (8.5), получаем, что в случае использования элементов с постоянной интенсивностью отказов (экспоненциальном законе распределения отказов)

$$P(t) = 2\exp(-5\lambda t)-5\exp(-4\lambda t)+2\exp(-3\lambda t)+2\exp(-2\lambda t). \qquad (8.6)$$

Среднее время безотказной работы системы T_0 находим, путем интегрирования уравнения (8.6) в интервале $[0,\infty]$:

$$T_0 = \int_0^{\infty} 2\exp(-5\lambda t) - 5\exp(-4\lambda t) + 2\exp(-3\lambda t) + 2\exp(-2\lambda t)dt =$$

$$= (49/60)\times(1/\lambda). \qquad (8.7)$$

Задача 8.3. Определить вероятность безотказной работы устройства, структурная схема которого изображена на рис. 9, если известно, что вероятности безотказной работы каждого из элементов схемы равны 0,9.

Решение.

Так как все элементы идентичны, воспользуемся формулой (8.5), с ее помощью получаем:

$$P = 2\times0{,}9^5 - 5\times0{,}9^4+2\times0{,}9^3 + 2\times0{,}9^2\approx0{,}978.$$

Задача 8.4. Требуется определить вероятность безотказной работы и среднюю наработку до отказа системы, состоящей из пяти независимых и одинаковых элементов, соединенных по мостиковой схеме (рис. 9); считается, что $\lambda = 0{,}0005$ час$^{-1}$, $t = 100$ час и все элементы начинают работать в момент времени $t = 0$.

Решение.

1. С помощью формулы (8.6) получаем

$$P(100) = 2e^{-0,25}-5e^{-0,2}+2e^{-0,15}+2e^{-0,1} = 0{,}9999.$$

2. Подставляя полученное значение вероятности безотказной работы в формулу (8.7), находим среднюю наработку до отказа

$$T_0 = 49/(60\times0{,}0005) = 1633{,}4 \text{ ч.}$$

9. Статистический выборочный контроль надежности

Контроль надежности имеет своей целью проверить гипотезу о том, что надежность не ниже установленного уровня. При этом конечным результатом, как правило, является одно из двух решений: принять партию, считая надежность изделий удовлетворительной, или забраковать контролируемую партию изделий как ненадежную. Так как контроль надежности производится на основе испытаний выборки, то при принятии решений возможны два вида ошибок: а) ошибка первого рода — когда хорошая партия бракуется; б) ошибка второго рода — когда плохая партия принимается.

Вероятность ошибки первого рода называется риском поставщика и обозначается буквой α. Вероятность ошибки второго рода называется риском заказчика и обозначается буквой β.

Существуют три основных статистических метода контроля надежности:
- метод однократной выборки (одиночный контроль) ,
- метод двукратной выборки (двойной контроль),
- последовательный метод.

Каждый из этих методов имеет свои достоинства и недостатки и может быть оптимальным в том или ином конкретном случае.

В практике контроля надежности пользуются главным образом одиночным и последовательным методами.

Метод однократной выборки заключается в том, что из контролируемой партии объема N изделий берется одна случайная выборка, объема n экземпляров. Исходя из N, n и α или β устанавливаются оценочные нормативы A_o и A_l, если выборочное значение контролируемого параметра меньше или равно A_o, то партия признается надежной; если больше или равно A_l, то партия бракуется.

Если контролируется число дефектных изделий (вероятность отказа) в партии объема N изделий и при наличии в ней D_o дефектных изделий ($q_0 = D_o/N$), надежность партии считается высокой, а при наличии D_1 дефектных изделий ($q_1 = D_1/N$) — низкой, то при заданных α и β оценочные нормативы A_o и A_l устанавливаются из соотношений

$$\alpha' = 1 - \sum_{d=0}^{A_0} \frac{C_{D_0}^{d} C_{N-D_0}^{n-d}}{C_N^n}, \qquad (9.1)$$

$$\beta' = \sum_{d=0}^{A_1-1} \frac{C_{D_1}^{d} C_{N-D_1}^{n-d}}{C_N^n}, \qquad (9.2)$$

где d — число дефектных изделий в выборке; α' — риск поставщика, близкий к заданному α; β' —риск заказчика, близкий к заданному β.

В общем случае α' ≠ α и β' ≠ β из-за дискретности гипергеометрического распределения, используемого в формулах (9.1) и (9.2).

Величины сочетаний, применяемые в формулах (9.1), (9.2), можно определить из соотношений

$C_{D_0}^{d} = \dfrac{D_0!}{d!(D_0-d)!}$ - число сочетаний из D_0 элементов по d;

$C_N^n = \dfrac{N!}{n!(N-n)!}$ - число сочетаний из N элементов по n;

$C_{N-D_0}^{n-d} = \dfrac{(N-D_0)!}{(n-d)!\left[(N-D_0)-(n-d)\right]!}$ - число сочетаний из $N - D_0$ элементов по $n - d$.

Сочетаниями из N элементов по n называют всевозможные группировки из данных N элементов по n в каждой, отличающиеся друг от друга хотя бы одним элементом.

Некоторые свойства сочетаний $C_n^1 = n$; $C_n^0 = C_n^n = 1$

Факториалом целого положительного числа n называют произведение $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. По определению $0! = 1$

Практическое использование формул (9.1) и (9.2) при $n > 100$ уже затруднительно.

При $q_0 < 0{,}1$ и $q_1 < 0{,}1$ хорошее приближение к (9.1) и (9.2) дают формулы f-биноминального распределения

$$\alpha' = 1 - \sum_{d=0}^{A_0} C_{D_0}^{d} f^d (1-f)^{D_0-d}, \qquad (9.3)$$

$$\beta' = \sum_{d=0}^{A_1-1} C_{D_1}^{d} f^{d}(1-f)^{D_1-d}, \qquad (9.4)$$

где $f = n/N$. Соотношения (9.3) и (9.4) целесообразно использовать для партий объемом $N \le 500$.

Когда объем партии $N > 500$, а также при испытаниях восстанавливаемых изделий или когда $n \le 0{,}1N$, можно пользоваться биномиальным законом распределения, в соответствии с которым

$$\alpha' = 1 - \sum_{d=0}^{A_0} C_n^d\, q_0^d (1-q_0)^{n-d}, \qquad (9.5)$$

$$\beta' = \sum_{d=0}^{A_1-1} C_n^d\, q_1^d (1-q_1)^{n-d}. \qquad (9.4)$$

Последовательный метод контроля не предусматривает предварительного определения объема выборки. Информация о надежности испытываемых устройств накапливается при последовательно возрастающем объеме испытаний (m). На каждом этапе испытаний отношение правдоподобия l_m сравнивается с заранее определенными оценочными нормативами

$$A = (1 - \beta)/\alpha,$$

$$B = \beta/(1 - \alpha).$$

При этом «могут быть приняты три решения:

если $l_m \le B$ — партия принимается;

если $l_m \ge A$ — партия бракуется:

если $B < l_m < A$ — испытания продолжаются.

При последовательном методе контроля возможны два способа контроля — контроль числа дефектных изделий и контроль по наработке.

Примеры решения задач

Задача 9.1. Партия изделий, надежность которой нужно проконтролировать, состоит из 50 экземпляров. Партия считается хорошей, если в ней содержится не более 10% дефектных изделий, и плохой — при содержании 20% дефектных изделий. Риск поставщика и риск заказчика приняты равными и составляют $\alpha = \beta = 0{,}10$. Определить приемное (A_o) и браковочное (A_1) числа дефектных изделий в выборке объемом $n = 20$ экземпляров.

Решение.

Так как партия малая ($N < 100$), а относительный объем выборки велик ($n/N = 20/50 = 0{,}4$), то контроль нужно осуществлять, исходя из гипергеометрического распределения.

1. Число дефектных изделий при 10% дефектных изделий в партии составляет $D_o = Nq_o = 50 \cdot 0{,}1 = 5$; при 20% дефектных изделий $D_1 = Nq_1 = 50 \cdot 0{,}20 = 10$.

2. Для определения приемочного числа дефектных изделий воспользуемся формулой (9.1), суммирование вероятностей гипергеометрического распределения производим до тех пор, пока накопленная вероятность не приблизится к $1 - \alpha$, т. е.

$$R(d \le A_o) \approx 1 - \alpha = 1 - 0{,}10 = 0{,}90.$$

Таким образом,

$$R(d=0)=\frac{C_5^0 C_{50-5}^{20-0}}{C_{50}^{20}}=\frac{1\cdot 45!\cdot 20!\cdot 30!}{20!\cdot 25!\cdot 50!}=0{,}067;$$

$$R(d=1)=\frac{C_5^1 C_{50-5}^{20-1}}{C_{50}^{20}}=\frac{5\cdot 45!\cdot 20!\cdot 30!}{19!\cdot 26!\cdot 50!}=0{,}258;$$

$$R(d=2)=\frac{C_5^2 C_{50-5}^{20-2}}{C_{50}^{20}}=\frac{5!\cdot 45!\cdot 20!\cdot 30!}{2!3!18!\cdot 27!\cdot 50!}=0{,}364;$$

$$R(d=3)=\frac{C_5^3 C_{50-5}^{20-3}}{C_{50}^{20}}=\frac{5!\cdot 45!\cdot 20!\cdot 30!}{3!2!17!\cdot 28!\cdot 50!}=0{,}234,$$

$$R(d\leq 3)=0{,}067+0{,}258+0{,}364+0{,}234=0{,}923.$$

Полученная величина близка к $1-\alpha = 0{,}90$, т. е. фактический риск поставщика близок к принятому: $\alpha' = 1 - 0{,}923 = 0{,}077$. Поэтому приемочное число можно взять равным трем ($A_о$=3). Если принять $A_о = 2$, то риск поставщика стал бы неприемлемо велик: $\alpha' = 1 - (0{,}067+0{,}258 +0{,}364) = 1- 0{,}689 = 0{,}311$.

3. Аналогичным образом может быть рассчитано браковочное число A_1. Для этого по формуле (9.2) накапливаем вероятности R до тех пор, пока выполняется условие $\beta' = R(d < A_1) \approx \beta$

$$R(d=0)=\frac{C_{10}^0 C_{50-10}^{20-0}}{C_{50}^{20}}=\frac{1\cdot 40!\cdot 20!\cdot 30!}{20!\cdot 20!\cdot 50!}=0{,}003,$$

$$R(d=1)=\frac{C_{10}^1 C_{50-10}^{20-1}}{C_{50}^{20}}=\frac{10\cdot 40!\cdot 20!\cdot 30!}{19!\cdot 21!\cdot 50!}=0{,}028,$$

$$R(d=2)=\frac{C_{10}^2 C_{50-10}^{20-2}}{C_{50}^{20}}=\frac{10!\cdot 40!\cdot 20!\cdot 30!}{2!8!18!\cdot 22!\cdot 50!}=0{,}108$$

$$R(d\leq 2)=0{,}003+0{,}028+0{,}108=0{,}139.$$

Следовательно, с риском $\beta' = 0{,}139$, близким к первоначально установленному ($\beta = 0{,}10$), при $d_1 = 2$ дефектным изделиям в выборке партию можно принять, а при $d_1 = 3$ дефектным изделиям — нужно браковать.

Задача 9.2. Контролю надежности подлежит партия из $N = 200$ изделий. Необходимо определить приемочное (A_0) и браковочное (A_1) числа дефектных изделий в выборке из $n = 40$ изделий. Партия считается хорошей, если в ней содержится 5%, и плохой — если 10% дефектных изделий. Риск поставщика принят равным 0,20, а риск заказчика — 0,10.

Решение.

Учитывая относительно большой объем контролируемой партии и небольшие значения доли дефектных изделий, целесообразно производить решение, исходя из f-биномиального распределения, в соответствии с формулами (9.3) и (9.4).

1. Рассчитываем величины f, $D_о$ и D_1:

$f = n/N = 40/200 = 0{,}2$; $D_0 = Nq_0 = 200 \cdot 0{,}05 = 10$; $D_1 = Nq_1 = 200 \cdot 0{,}1 = 20$

2. Приемочное число A_0 определяется суммированием вероятностей f-биномиального распределения [формула (9.3)] до величины α' близкой к α:

$$R(d \le A_о)) = 1 - \alpha = 1 - 0{,}20 = 0{,}80.$$

Вычисляем вероятности R(d) и суммируем их:

$$R(d = 0) = C_{10}^{0} f^{0}(1 - f)^{10-0} = 1 \cdot 0{,}2^{0}(1 - 0{,}2)^{10} = 0{,}107,$$

$$R(d = 1) = C_{10}^{1} f^{1}(1 - f)^{10-1} = 10 \cdot 0{,}2^{1}(1 - 0{,}2)^{9} = 0{,}268,$$

$$R(d = 2) = C_{10}^{2} f^{2}(1 - f)^{10-2} = \frac{10!}{2!8!} \cdot 0{,}2^{2}(1 - 0{,}2)^{8} = 0{,}302,$$

$$R(d = 3) = C_{10}^{3} f^{3}(1 - f)^{10-3} = \frac{10!}{3!\,7!} \cdot 0{,}2^{3}(1 - 0{,}2)^{7} = 0{,}201.$$

$$R(d \le\ 2) = 0{,}107 + 0{,}268 + 0{,}302 = 0{,}677,$$

$$R(d \le\ 3) = 0{,}107 + 0{,}268 + 0{,}302 + 0{,}201 = 0{,}878$$

Таким образом, можно принять приемочное число $A_о = 2$ с риском поставщика α' = 1 - 0,677 = 0,323 или $A_о = 3$ с риском поставщика α' = 1 - 0,878 = 0,122.

Если требуется фактический риск приблизить к заданному, то это можно сделать при постоянных объеме партии и доле дефектных изделий в ней, варьируя объемами выборки и приемочными числами.

3. Браковочное число A_1 определяется аналогично приемочному числу, с той лишь разницей, что в данном случае нужно руководствоваться формулой (9.4) и суммировать вероятности f-биномиального распределения до величины β' ≈ 0,10.

Итак,

$$R(d = 0) = C_{20}^{0} f^{0}(1 - f)^{20-0} = 1 \cdot 0{,}2^{0}(1 - 0{,}2)^{20} = 0{,}011,$$

$$R(d = 1) = C_{20}^{1} f^{1}(1 - f)^{20-1} = 20 \cdot 0{,}2^{1}(1 - 0{,}2)^{19} = 0{,}058,$$

$$R(d = 2) = C_{20}^{2} f^{2}(1 - f)^{20-2} = \frac{20!}{2!18!} \cdot 0{,}2^{2}(1 - 0{,}2)^{18} = 0{,}137,$$

Так как

$$R(d \le\ 1) = 0{,}011 + 0{,}058 = 0{,}069,$$

$$R(d \le\ 2) = 0{,}011 + 0{,}058 + 0{,}137 = 0{,}206,$$

то, очевидно, целесообразно считать браковочным числом $A_1 = 2$, тогда риск заказчика будет более близким к установленному.

10. Оценка надежности технических устройств по результатам их испытаний

Испытания технических устройств на надежность производятся с целью определения реального уровня их надежности. Естественно, что испытаниям подвергается выборка из генеральной совокупности. По результатам испытаний выборки судят о надежности всей генеральной совокупности.

Исчерпывающей характеристикой надежности устройств с непрерывным характером работы служит закон распределения времени безотказной работы. Если известен вид закона и его параметры, то легко определить любую, интересующую нас характеристику надежности.

В ряде случаев вид закона распределения времени безотказной работы бывает известен. В таком случае опытным путем находятся оценки параметров закона и затем необходимые характеристики надежности,

В результате испытаний можно получить точечные значения оценки параметра и интервальные оценки. При интервальных оценках определяется, какой интервал оценок с заданной доверительной вероятностью α накрывает математическое ожидание оцениваемого параметра. Границы такого интервала называются доверительными границами.

Вероятность того, что значение параметра выйдет из доверительного интервала, называют уровнем значимости p.

Наиболее часто значения доверительных вероятностей принимают равными 0,90; 0,95; 0,99 или уровни значимости соответственно 0,10; 0,05; 0,01.

Доверительная вероятность α характеризует степень достоверности результатов двусторонней (т. е. с определением двух границ) оценки. Но часто в практических целях достаточно установить одну из границ интервала, нижнюю или верхнюю, отвечающих доверительным вероятностям α_1, или α_2.

При выявлении закона распределения целесообразно соблюдать следующий порядок:

— подготовка опытных данных;

— построение гистограммы какой-либо количественной характеристики надежности;

— проверка допустимости предполагаемого закона распределения отказов, используя определенные критерии согласия (например, Пирсона).

Подготовка опытных данных включает выборку исходных результатов из отчетных документов, составление вариационного ряда, определение количественных характеристик надежности.

Пример выполнения расчета

Пример. В результате опыта получен следующий вариационный ряд (табл. 6) времен безотказной работы двигателя марки СМД в мото-часах (доремонтный ресурс). Определить количественные характеристики надежности, подобрать закон распределения показателя надежности (времени безотказной работы), найти доверительные интервалы показателя надежности.

Таблица 6

Результаты испытания на надежность двигателя СМД

№ двигат.	Ресурс	№ двигат.	Ресурс	№ двигат.	Ресурс
1	3790	11	4130	21	4420
2	3810	12	4180	22	4470
3	3900	13	4210	23	4470
4	3920	14	4230	24	4490
5	3940	15	4260	25	4490
6	3970	16	4300	26	4570
7	4000	17	4300	27	4600
8	4000	18	4350	28	4710
9	4100	19	4370	29	4730
10	4130	20	4380	30	4820

1. Если исходные данные не упорядочены, то составляется сводная таблица исходной информации в порядке возрастания показателя надежности.

2. В том случае, когда повторность информации N > 25, для упрощения дальнейших расчетов рекомендуется составить статистический ряд. При N < 25 статистический ряд не составляется.

Составляем статистический ряд, т.к. N = 30 > 25. Число интервалов статистического ряда определяем как

$$n = \sqrt{N} \pm 1 = \sqrt{30} \pm 1 = 5\,.$$

3. Длина интервала

$$A = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{n} = \frac{4{,}82 - 3{,}79}{5} = 0{,}206 \quad \text{(тыс. мото-ч.)}$$

4. Статистический ряд представляем в следующем виде

Таблица 7

Составление статистического ряда

Интервал, тыс. мото-ч.	3,79 - 3,996	3,996 - 4,202	4,202-4,408	4,408-4,614	4,614- 4,82
Опытная частота, m_i	6	6	8	7	3
Опытная вероятн., p_i	0,2	0,2	0,27	0,23	0,1
Накопленная опытная вероятность $\sum_{i=1}^{n} p_i$	0,2	0,4	0,67	0,9	1,0

5. Определяем среднее значение показателя надежности

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^{n} t_{ci}\, p_i = 3{,}893 \cdot 0{,}2 + 4{,}099 \cdot 0{,}2 + 4{,}305 \cdot 0{,}27 + 4{,}511 \cdot 0{,}23 +$$

$$+ 4{,}717 \cdot 0{,}1 = 4{,}27\ (\textit{тыс. мото} - \textit{ч})$$

где n – число интервалов в статистическом ряду; t_{ci} – значение середины i-го интервала; p_i – опытная вероятность i-го интервала.

6. Вычисляем среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_{ci} - \bar{t})^2 p_i} = \sqrt{(3{,}893 - 4{,}27)^2 \cdot 0.2 + (4{,}099 - 4{,}27)^2 0{,}2 + (4{,}305 - 4{,}27)^2 \cdot 0{,}27 +}$$

$$\sqrt{+ (4{,}511 - 4{,}27)^2 \cdot 0{,}23 + (4{,}717 - 4{,}27)^2 \cdot 0{,}1} = 0.26\,(\textit{тыс. мото} - \textit{ч.})$$

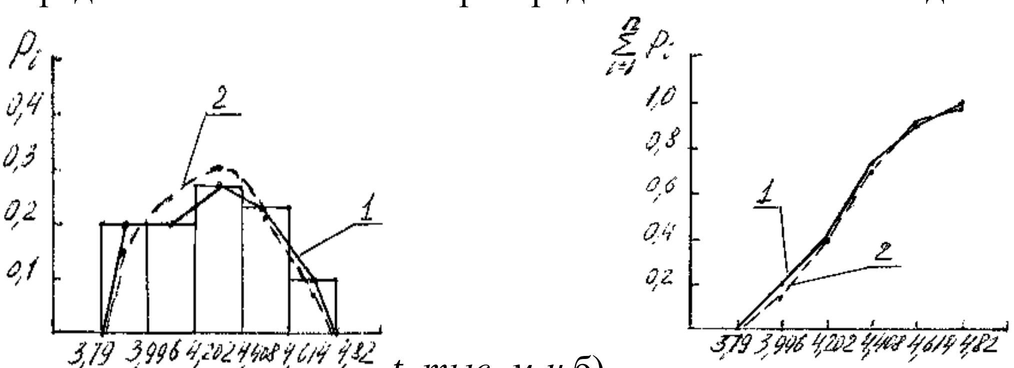
7. Проверяем информацию на выпадающие точки. Если крайние точки информации не выходят за пределы $\bar{t} \pm 3\sigma$, то все точки информации считаются действительными.

$$\bar{t} + 3\sigma = 4{,}27 + 3 \cdot 0{,}26 = 5{,}05\,;$$

$$\bar{t} - 3\sigma = 4{,}27 - 3 \cdot 0{,}26 = 3{,}49\,.$$

$t_{min} = 3{,}79 > 3{,}49$, $t_{max} = 4{,}82 < 5{,}05$, следовательно, крайние точки не выпадают.

6. По данным статистического ряда строим гистограмму, полигон и кривую накопленных опытных вероятностей (рис. 13), которые дают наглядное представление об опытном распределении показателя надежности.



а) *t, тыс. м-ч* б) *t, тыс. м-ч*

Рис. 13. Графики распределения опытных и теоретических вероятностей: а) гистограмма, полигон распределения опытных вероятностей (1) и график дифференциальной функции (2); б) кривая накопленных опытных вероятностей (1) и график интегральной функции (2)

7. Определяем коэффициент вариации, который представляет собой относительную безразмерную величину, характеризующую рассеивание показателя надежности

$$v = \frac{\sigma}{(\bar{t} - C)} = \frac{0{,}26}{4{,}27 - 3{,}69} = 0{,}45\,,$$

где C – смещение рассеивания показателя надежности – расстояние от начала координат до начала рассеивания случайной величины.

При наличии статистического ряда C определяется как

$$C = t_{н1} - 0{,}5A = 3{,}79 - 0{,}5 \cdot 0{,}206 = 3{,}69\,(\text{тыс. мото-ч.})$$

8. Выбираем теоретический закон распределения для выравнивания опытной информации.

Для выравнивания распределения показателей надежности сельскохозяйственной техники и ее элементов наиболее широко используют закон нормального распределения (ЗНР) и закон распределения Вейбулла (ЗРВ).

В первом приближении теоретический закон распределения выбирают по коэффициенту вариации. При $v < 0{,}3$ выбирают ЗНР, при $v > 0{,}5$ – ЗРВ. Если значение коэффициента вариации $0{,}3 < v < 0{,}5$, то выбирают тот закон распределения (ЗНР или ЗРВ), который лучше совпадает с распределением опытных данных.

Т.к. значение коэффициента вариации $v = 0{,}45$ находится в интервале 0,3…0,5, то проверяем и закон нормального распределения и закон распределения Вейбулла. Выбираем тот закон, который лучше совпадает с распределением опытных данных.

Закон нормального распределения характеризуется дифференциальной и интегральной функциями.

Дифференциальная функция ЗНР описывается уравнением

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\bar{t})^2}{2\sigma^2}}$$

где σ – среднее квадратическое отклонение; е – основание натурального логарифма (е ≈ 2,718); t – показатель надежности; $\bar{t}$ – среднее значение показателя надежности.

При $\bar{t} = 0$ и $\sigma = 1$ имеем центрированную нормированную дифференциальную функцию

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}.$$

Дифференциальная функция определяется через центрированную нормированную функцию с помощью уравнения

$$f(t) = \frac{A}{\sigma} f_0\left(\frac{t_{ci} - \bar{t}}{\sigma}\right),$$

где A – длина i-го интервала; t_{ci} – середина i-го интервала.

Кроме того, используется уравнение

$$f_0(-t) = f_0(+t).$$

Значения центрированной нормированной функции определяем по приложению (табл. П.3).

Интегральная функция или функция распределения ЗНР имеет вид

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{(t-\bar{t})^2}{2\sigma^2}} dt.$$

При условии $\bar{t}$ = 0 и σ = 1 получим центрированную нормированную интегральную функцию $F_0(t)$.

Для определения интегральной функции *F(t)* через центрированную нормированную интегральную функцию $F_0(t)$ применяется уравнение

$$F(t) = F_0\left(\frac{t_{кi} - \bar{t}}{\sigma}\right),$$

где $t_{кi}$ – значение конца *i*-го интервала.

При этом используем также уравнение

$$F_0(-t) = 1 - F_0(+t).$$

Значения центрированной нормированной интегральной функции ЗНР определяем по приложению (табл. П.4).

Рассчитанные значения дифференциальной и интегральной функций сводим в таблицу 8.

Таблица 8

Расчет значений дифференциальной и интегральной функций ЗНР

Интервал, тыс. мото-ч.	3,79 – 3,996	3,996 – 4,202	4,202 – 4,408	4,408 – 4,614	4,614 – 4,82
f(t)	0.11	0.25	0.32	0.24	0.07
F(t)	0.15	0.4	0.7	0.91	0.98

Дифференциальная функция или функция плотности вероятностей при ЗРВ определяется по уравнению

$$f(t) = \frac{b}{a}\left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b},$$

где *a* и *b* – параметры распределения Вейбулла; е – основание натурального логарифма; *t* – показатель надежности.

Параметр *b* определяем по табл. П.5. По коэффициенту вариации выписываем из таблицы значение параметра *b* и коэффициенты $K_в$ и $C_в$. При v = 0,45 находим *b* = 2.35; $K_в$ = 0,89; $C_в$ =0,4.

Параметр *a* рассчитываем как

$$a = \frac{\sigma}{C_в} = \frac{0{,}260}{0{,}4} = 0{,}65.$$

Дифференциальную функцию закона распределения Вейбулла определяем по табл. П.6. При этом используем уравнение

$$f(t) = \frac{A}{a} f\left(\frac{t_{ci} - c}{a}\right),$$

где *A* – длина интервала статистического ряда; t_{ci} – середина интервала статистического ряда; *C* – смещение.

Интегральная функция или функция распределения закона Вейбулла описывается уравнением

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b}$$

Интегральную функцию закона Вейбулла определяем по табл. П.7. При этом используем уравнение

$$F(t) = F\left(\frac{t_{кi} - C}{a}\right),$$

где $t_{кi}$ – значение конца i-го интервала.

Рассчитанные значения дифференциальной и интегральной функций закона Вейбулла сводим в таблицу 9.

Таблица 9

Расчет значений дифференциальной и интегральной функций ЗРВ

Интервал, тыс. мото-ч.	3,79 – 3,996	3,996 – 4,202	4,202 – 4,408	4,408 – 4,614	4,614 – 4,82
f(t)	0,14	0,26	0,24	0,19	0,08
F(t)	0,15	0,41	0,71	0,9	0,97

9. Оцениваем совпадение опытного и теоретического законов распределения показателей надежности по критерию согласия.

В процессе оценки совпадения определяется степень совпадения или расхождения опытной вероятности и дифференциальной функции или же накопленной опытной вероятности и интегральной функции в интервалах статистического ряда. Наиболее удачно критерий согласия используется при выборе одного теоретического закона из нескольких. В этом случае выбирается тот закон распределения, у которого будет наименьшее расхождение с опытным распределением. При обработке опытных данных по показателям надежности сельскохозяйственной техники часто применяется критерий согласия Пирсона χ^2, который определяется по уравнению

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n_y} \frac{m_i - m_{mi}}{m_{mi}},$$

где n_y – число интервалов укрупненного статистического ряда; m_i – опытная частота в i-м интервале статистического ряда; m_{mi} – теоретическая частота в i-м интервале.

Теоретическую частоту определяем как

$$m_{mi} = N\left[F(t_i - F(t_{i-1})\right].$$

Для определения χ^2 строится укрупненный статистический ряд, при соблюдении условий: $n_y > 4$, $m_i \geq 5$. При этом соседние интервалы, в которых m_i < 5 объединяются в один интервал.

Расчет теоретических частот сводим в таблицу 10.

Таблица 10

Расчет теоретических частот при ЗНР и ЗРВ

Интервал, тыс. мото-ч.	3,79 – 3,996	3,996 – 4,202	4,202-4,408	4,408-4,614	4,614 -4,82
m_i	6	6	8	7	3
При ЗНР					
$F(t)$	0.15	0.4	0.7	0.91	0.98
m_{mi}	4.5	7.5	9.0	6.3	2.1
При ЗРВ					
$F(t)$	0,15	0,44	0,71	0,9	0,97
m_{mi}	4,5	8,7	8,1	5,7	2,1

Критерий согласия Пирсона при законе нормального распределения

$$\chi^2 = \frac{(6-4,5)^2}{4,5} + \frac{(6-7,5)^2}{7,5} + \frac{(8-9)^2}{9} + \frac{(7-6,3)^2}{6,3} + \frac{(3-2,1)^2}{2,1} = 1,37,$$

при законе распределения Вейбулла

$$\chi^2 = \frac{(6-4,5)^2}{4,5} + \frac{(6-8,7)^2}{8,7} + \frac{(8-8,1)^2}{8,1} + \frac{(7-5,7)^2}{5,7} + \frac{(3-2,1)^2}{2,1} = 2,02.$$

Для дальнейших расчетов выбираем закон нормального распределения, т.к. критерий Пирсона χ^2 у этого закона меньше.

Пользуясь критерием χ^2 определяем вероятность совпадения опытных и теоретических распределений по табл. П.8.

Для входа в таблицу определяем номер строки

$$N = n_y - K,$$

где n_y – число интервалов в укрупненном статистическом ряду; K – число обязательных связей.

Для законов нормального распределения и Вейбулла число обязательных связей $K = 3$.

$$N = 5 - 3 = 2.$$

Вероятность совпадения ЗНР составляет 50%, а ЗРВ – около 30%.

Строим графики (рис. 13) дифференциальной и интегральной функций нормального закона распределения.

10. Определяем доверительные границы рассеивания одиночного и среднего значений показателя надежности.

Определение доверительных границ рассеивания при ЗНР.

По табл. П.9 при $\beta = 0,9$ и N = 30 определяем коэффициент Стьюдента $t_\beta = 1.7$.

Абсолютная ошибка

$$e_\beta = t_\beta \sigma = 1,7 \cdot 0,26 = 0,442 \ (тыс. мото-ч).$$

Нижняя доверительная граница

$$t_\beta^н = \bar{t} - t_\beta \sigma = 4,27 - 1,7 \cdot 0,26 = 3,828 \ (тыс. мото-ч).$$

Верхняя доверительная граница

$$t_\beta^в = \bar{t} + t_\beta \sigma = 4{,}27 + 1{,}7 \cdot 0{,}26 = 4{,}712\ (тыс.мото-ч).$$

Доверительный интервал

$$I_\beta = t_\beta^в - t_\beta^н = 4{,}712 - 3{,}828 = 0{,}884\ (тыс.мото-ч).$$

Среднее квадратическое отклонение рассеивания среднего значения показателя надежности

$$\sigma_{\bar{t}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{0{,}260}{\sqrt{30}} = 0{,}047\ (тыс.мото-ч.)\ .$$

Нижняя доверительная граница среднего значения показателя надежности

$$\bar{t}_\beta^н = \bar{t} - t_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 4{,}270 - 1{,}7 \cdot 0{,}047 = 4{,}19\ (тыс.мото-ч).$$

Верхняя доверительная граница среднего значения показателя надежности

$$\bar{t}_\beta^в = \bar{t} + t_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 4{,}27 + 1{,}7 \cdot 0{,}047 = 4{,}35\ (тыс.мото-ч).$$

Доверительный интервал среднего значения показателя надежности

$$\bar{I}_\beta = \bar{t}_\beta^в - \bar{t}_\beta^н = 4{,}35 - 4{,}19 = 0{,}16\ (тыс.мото-ч)\ .$$

Относительная предельная ошибка

$$\delta_\beta = \frac{t_\beta^в - \bar{t}}{\bar{t}} 100\% = \frac{4{,}35 - 4{,}27}{4{,}27} 100\% = 1{,}9\%\ .$$

Определение доверительных границ при ЗРВ.

Если в качестве теоретического закона распределения показателя надежности выбран закон распределения Вейбулла, то доверительные границы рассеивания одиночного значения показателя надежности определяют по уравнениям

$$t_\beta^н = H_к^в \left(\frac{1-\beta}{2} \right) a + C\ ;$$

$$t_\beta^в = H_к^в \left(\frac{1+\beta}{2} \right) a + C\ ,$$

$H_k^в$ - квантиль закона распределения Вейбулла (табл. П.11); a – параметр закона Вейбулла; C – смещение начала рассеивания.

Доверительный интервал вычисляется как

$$I_\beta = t_\beta^в - t_\beta^н\ .$$

Доверительные границы рассеивания среднего значения показателя надежности при ЗРВ определяют по уравнениям

$$\bar{t}_\beta^{\,н} = (\bar{t} - C)\sqrt[b]{r_3} + C\,;$$

$$\bar{t}_\beta^{\,в} = (\bar{t} - C)\sqrt[b]{r_1} + C\,,$$

где r_1 и r_3 – коэффициенты распределения Вейбулла (см. табл. П.5); b – параметр распределения Вейбулла.

Доверительный интервал среднего значения показателя надежности

$$\bar{I}_\beta = \bar{t}_\beta^{\,в} - \bar{t}_\beta^{\,н}\,.$$

Литература

1. Надежность и ремонт машин / В.В.Курчаткин, Н.Ф.Тельнов, К.А.Ачкасов и др.; Под ред. В.В.Курчаткина. – М.: Колос, 2000. – 776 с.
2. Острейковский В.А. Теория надежности.– М.: Высш. шк., 2003. – 463 с.
3. Синопальников В.А., Григорьев С.Н. Надежность и диагностика технологических систем. – М.: Высш. шк., 2005. – 343 с.
4. Шишмарев В.Ю. Надежность технических систем. – М.: Издательский центр «Академия», 2010. – 304 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица П.1

Значения гамма-функции

x	Г(x)	x	Г(x)	x	Г(x)	x	Г(x)
1,00	1,00000	1,25	0,90640	1,50	0,88623	1,75	0,91906
1,01	0,99433	1.26	0,90440	1,51	0,88659	1.76	0,92137
1,02	0,98884	1.27	0,90250	1,52	0.88704	1.77	0,92376
1,03	0,98355	1.28	0.90072	1,53	0.88757	1.78	0,92623
1,04	0.97844	1.29	0,89904	1,54	0,88818	1.79	0,92877
1,05	0,97350	1,30	0,89747	1,55	0,88887	1,80	0,93138
1,06	0,96874	1,31	0,89600	1,56	0,88964	1,81	0,93408
1,07	0,96415	1,32	0,89464	1,57	0,89049	1,82	0,93685
1,08	0,95973	1,33	0,89338	1,58	0,89142	1,83	0,93369
1,09	0,95546	1,34	0,89222	1,59	0.89243	1,84	0,94261
1.10	0,95135	1,35	0.89115	1.60	0.89352	1.85	0.94561
1.11	0.94740	1,36	0.89018	1.61	0,89468	1,86	0,94869
1.12	0,94359	1,37	0.88931	1.62	0,89592	1,87	0.95184
1.13	0,93993	1,38	0,88854	1.63	0,89724	1,88	0.95507
1.14	0,93642	1,39	0.88785	1.64	0.89864	1,89	0,95838
1.15	0,93304	1.40	0,88726	1.65	0,90012	1.90	0.96177
1.16	0,92980	1.41	0.88676	1.66	0.90167	1.91	0,96523
1.17	0.92670	1.42	0,88036	1.67	0,90330	1.92	0.96877
1.18	0.92373	1.43	0,88604	1.68	0.90500	1.93	0,97240
1.19	0.02089	1.44	0,88581	1.69	0.90678	1.94	0,97610
1.20	0.91817	1.45	0,88566	1.70	0.90864	1.95	0,97988
1.21	0.91558	1.46	0.88560	1.71	0,91057	1.96	0,98374
1.22	0,91311	1.47	0,88563	1.72	0,91268	1.97	0.98768
1.23	0.91075	1.48	0,88575	1.73	0.91467	1.98	0,99171
1.24	0.90852	1.49	0.88595	1.74	0,91683	1.99	0,99581
						2,00	1,00000

Таблица П.2

Значения нормальной функции распределения
$F(t) = 0{,}5 + \Phi(u)$

u	$F(t)$	u	$F(t)$	u	$F(t)$
−0,00	0,500	−1,60	0,055	0,80	0,788
−0,10	0,460	−1,70	0,044	0,90	0,816
−0,20	0,420	−1,80	0,036	1,00	0,841
−0,30	0,382	−2,00	0,023	1,20	0,885
−0,40	0,344	−2,20	0,014	1,30	0,903
−0,50	0,308	−2,40	0,008	1,40	0,919
−0,60	0,274	−2,60	0,005	1,50	0,933
−0,70	0,242	−2,80	0,003	1,60	0,945
−0,80	0,212	−3,00	0,001	1,70	0,955
−0,90	0,184	0,10	0,540	1,80	0,964
−1,00	0,159	0,20	0,579	2,00	0,977
−1,10	0,136	0,30	0,618	2,20	0,986
−1,20	0,115	0,40	0,655	2,40	0,992
−1,30	0,097	0,50	0,691	2,60	0,995
−1,40	0,080	0,60	0,726	2,80	0,997
−1,50	0,067	0,70	0,758	3,00	0,999

Таблица П.3

Дифференциальная функция (функция плотности вероятности) закона нормального распределения $f_0\left(\frac{t_{ci}-\bar{t}}{\sigma}\right)$

$\frac{t_{ci}-\bar{t}}{\sigma}$	Сотые доли									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
0,1	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,39	0,39	0,39	0,39
0,2	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39	0,38	0,38
0,3	0,38	0,38	0,38	0,38	0,38	0,38	0,37	0,37	0,37	0,37
0,4	0,37	0,37	0,37	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,35
0,5	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,34	0,34	0,34	0,34	0,34
0,6	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33	0,32	0,32	0,32	0,32	0,31
0,7	0,31	0,31	0,31	0,31	0,30	0,30	0,30	0,30	0,29	0,29
0,8	0,29	0,29	0,29	0,28	0,28	0,28	0,28	0,27	0,27	0,27
0,9	0,27	0,26	0,26	0,26	0,26	0,25	0,25	0,25	0,25	0,24
1,0	0,24	0,24	0,24	0,24	0,23	0,23	0,23	0,23	0,22	0,22
1,1	0,22	0,22	0,21	0,21	0,21	0,21	0,20	0,20	0,20	0,20
1,2	0,19	0,19	0,19	0,19	0,19	0,18	0,18	0,18	0,18	0,17
1,3	0,17	0,17	0,17	0,17	0,16	0,16	0,16	0,16	0,15	0,15
1,4	0,15	0,15	0,15	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,13	0,13
1,5	0,13	0,13	0,13	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11
1,6	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
1,7	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08	0,08	0,08
1,8	0,08	0,08	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
1,9	0,07	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
2,0	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
2,1	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
2,2	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
2,3	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02
2,4	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
2,5	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01
2,6	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
2,8	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
3,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Таблица П.4

Интегральная функция (функция распределения) закона нормального распределения $F_0\left(\dfrac{t_{ri}-\bar{t}}{\sigma}\right)$

$\dfrac{t_{кi}-\bar{t}}{\sigma}$	Сотые доли									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,50	0,50	0,51	0,51	0,52	0,52	0,52	0,53	0,53	0,54
0,1	0,54	0,54	0,55	0,55	0,56	0,56	0,56	0,57	0,57	0,58
0,2	0,58	0,58	0,59	0,59	0,60	0,60	0,60	0,61	0,61	0,61
0,3	0,62	0,62	0,63	0,63	0,63	0,64	0,64	0,64	0,65	0,65
0,4	0,66	0,66	0,66	0,67	0,67	0,67	0,68	0,68	0,68	0,69
0,5	0,69	0,70	0,70	0,70	0,71	0,71	0,71	0,72	0,72	0,72
0,6	0,73	0,73	0,73	0,74	0,74	0,74	0,75	0,75	0,75	0,76
0,7	0,76	0,76	0,76	0,77	0,77	0,77	0,78	0,78	0,78	0,79
0,8	0,79	0,79	0,79	0,80	0,80	0,80	0,81	0,81	0,81	0,81
0,9	0,82	0,82	0,82	0,82	0,83	0,83	0,83	0,83	0,84	0,84
1,0	0,84	0,84	0,85	0,85	0,85	0,85	0,86	0,86	0,86	0,86
1,1	0,86	0,87	0,87	0,87	0,87	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88
1,2	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89	0,90	0,90	0,90	0,90
1,3	0,90	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,92	0,92	0,92
1,4	0,92	0,92	0,92	0,92	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93
1,5	0,93	0,93	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94
1,6	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,96
1,7	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
1,8	0,96	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97
1,9	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,98	0,98	0,98	0,98
2,0	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
2,1	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99
2,2	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
2,3	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
2,4	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
2,5	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Таблица П.5

Параметры и коэффициенты закона распределения Вейбулла

v	b	$K_в$	$C_в$	v	b	$K_в$	$C_в$	v	b	$K_в$	$C_в$
1,26	0,80	1,13	1,43	0,55	1,90	0,89	0,49	0,36	3,00	0,89	0,33
1,11	0,90	1,07	1,20	0,52	2,00	0,89	0,46	0,35	3,10	0,89	0,32
1,00	1,00	1,00	1,00	0,50	2,10	0,89	0,44	0,34	3,20	0,90	0,31
0,91	1,10	0,97	0,88	0,48	2,20	0,89	0,43	0,33	3,30	0,90	0,30
0,84	1,20	0,94	0,79	0,46	2,30	0,89	0,41	0,33	3,40	0,90	0,29
0,78	1,30	0,92	0,72	0,44	2,40	0,89	0,39	0,32	3,50	0,90	0,29
0,72	1,40	0,91	0,66	0,43	2,50	0,89	0,38	0,31	3,60	0,90	0,28
0,68	1,50	0,90	0,61	0,41	2,60	0,89	0,37	0,30	3,70	0,90	0,27
0,64	1,60	0,90	0,57	0,40	2,70	0,89	0,35	0,29	3,80	0,90	0,27
0,61	1,70	0,89	0,54	0,39	2,80	0,89	0,34	0,29	3,90	0,91	0,26
0,58	1,80	0,89	0,51	0,38	2,90	0,89	0,34	0,28	4,00	0,91	0,25

Таблица П.6

Дифференциальная функция (функция плотности вероятности) закона распределения Вейбулла $af\left(\dfrac{t_{ci}-C}{a}\right)$

$\dfrac{t_{ci}-C}{a}$	*b*						
	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	3,0
0,1	0,91	0,71	0,54	0,39	0,28	0,20	0,03
0,2	0,82	0,75	0,66	0,57	0,47	0,38	0,12
0,3	0,74	0,75	0,72	0,67	0,61	0,55	0,26
0,4	0,67	0,72	0,74	0,73	0,71	0,68	0,45
0,5	0,61	0,68	0,73	0,76	0,78	0,78	0,66
0,6	0,55	0,63	0,70	0,76	0,80	0,84	0,87
0,7	0,50	0,58	0,66	0,73	0,80	0,86	1,04
0,8	0,45	0,53	0,62	0,70	0,77	0,84	1,15
0,9	0,41	0,49	0,57	0,65	0,72	0,80	1,17
1,0	0,37	0,44	0,52	0,59	0,66	0,74	1,10
1,1	0,33	0,40	0,46	0,53	0,59	0,66	0,96
1,2	0,30	0,36	0,41	0,47	0,52	0,57	0,77
1,3	0,27	0,32	0,37	0,41	0,45	0,48	0,56
1,4	0,25	0,29	0,32	0,35	0,38	0,39	0,38
1,5	0,22	0,26	0,28	0,30	0,31	0,32	0,23
1,6	0,20	0,23	0,25	0,25	0,26	0,25	0,13
1,7	0,18	0,20	0,21	0,21	0,21	0,19	0,06
1,8	0,17	0,18	0,18	0,16	0,16	0,14	0,03
1,9	0,15	0,16	0,16	0,14	0,13	0,10	0,01
2,0	0,14	0,14	0,13	0,12	0,10	0,07	0,00
2,1	0,12	0,12	0,11	0,09	0,07	0,05	0,00
2,2	0,11	0,11	0,09	0,08	0,05	0,04	—
2,3	0,10	0,09	0,08	0,06	0,04	0,02	—
2,4	0,09	0,08	0,07	0,05	0,03	0,02	—
2,5	0,08	0,07	0,06	0,04	0,02	0,01	—

Таблица П.7

Интегральная функция (функция распределения) закона Вейбулла $F\left(\dfrac{t_{ri}-C}{a}\right)$

$\dfrac{t_{кi}-C}{a}$	*b*										
	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
0,1	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,01
0,2	0,21	0,18	0,16	0,14	0,12	0,10	0,09	0,07	0,06	0,05	0,05
0,3	0,29	0,26	0,23	0,21	0,19	0,17	0,15	0,14	0,12	0,11	0,10
0,4	0,35	0,33	0,31	0,28	0,26	0,24	0,22	0,21	0,19	0,18	0,16
0,5	0,41	0,39	0,37	0,35	0,33	0,32	0,30	0,28	0,27	0,25	0,24
0,6	0,47	0,45	0,43	0,42	0,40	0,39	0,37	0,36	0,34	0,33	0,32
0,7	0,52	0,50	0,49	0,48	0,47	0,46	0,44	0,43	0,43	0,41	0,40
0,8	0,56	0,55	0,54	0,54	0,53	0,52	0,51	0,50	0,50	0,49	0,48
0,9	0,60	0,59	0,59	0,59	0,58	0,58	0,57	0,57	0,57	0,56	0,56
1,0	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63
1,1	0,66	0,67	0,67	0,67	0,68	0,68	0,68	0,69	0,69	0,70	0,70
1,2	0,69	0,70	0,71	0,71	0,72	0,73	0,73	0,74	0,74	0,75	0,76

Продолжение

$t_{кi}$ – C / a	b 0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
1,3	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,76	0,77	0,78	0,79	0,80	0,81
1,4	0,74	0,75	0,77	0,78	0,79	0,80	0,81	0,82	0,83	0,84	0,85
1,5	0,76	0,78	0,79	0,80	0,82	0,83	0,84	0,85	0,86	0,87	0,89
1,6	0,78	0,80	0,81	0,83	0,84	0,86	0,87	0,88	0,89	0,90	0,91
1,7	0,80	0,82	0,83	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,92	0,93	0,94
1,8	0,82	0,84	0,85	0,87	0,88	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95
1,9	0,83	0,85	0,87	0,89	0,90	0,91	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97
2,0	0,85	0,87	0,88	0,90	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98
2,1	0,86	0,88	0,90	0,91	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,98
2,2	0,87	0,89	0,91	0,92	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,98	0,99
2,3	0,88	0,90	0,92	0,93	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99
2,4	0,89	0,91	0,93	0,94	0,96	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99	1,00
2,5	0,90	0,92	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00
2,6	0,91	0,93	0,94	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00
2,7	0,91	0,93	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00
2,8	0,92	0,94	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00
2,9	0,93	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00
3,0	0,93	0,95	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00
3,5	0,95	0,96	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
4,0	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Продолжение по горизонтали

$t_{кi}$ – C / a	b 2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
0,1	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,2	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01
0,3	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03
0,4	0,15	0,14	0,12	0,11	0,10	0,10	0,09	0,08	0,07	0,07
0,5	0,22	0,21	0,20	0,18	0,17	0,16	0,15	0,14	0,13	0,13
0,6	0,30	0,29	0,28	0,27	0,25	0,24	0,23	0,22	0,21	0,20
0,7	0,39	0,38	0,37	0,36	0,35	0,34	0,33	0,32	0,31	0,30
0,8	0,47	0,47	0,46	0,45	0,44	0,44	0,43	0,42	0,41	0,41
0,9	0,56	0,55	0,55	0,54	0,54	0,54	0,53	0,53	0,53	0,52
1,0	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63
1,1	0,70	0,71	0,71	0,71	0,72	0,72	0,72	0,73	0,73	0,73
1,2	0,76	0,77	0,78	0,78	0,79	0,79	0,80	0,81	0,81	0,82
1,3	0,82	0,82	0,83	0,84	0,85	0,85	0,86	0,87	0,88	0,88
1,4	0,86	0,87	0,88	0,89	0,89	0,90	0,91	0,92	0,92	0,93
1,5	0,90	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94	0,94	0,95	0,96	0,96
1,6	0,92	0,93	0,94	0,95	0,95	0,96	0,97	0,97	0,98	0,98
1,7	0,94	0,95	0,96	0,97	0,97	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99
1,8	0,96	0,97	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00
1,9	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00
2,0	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2,1	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2,2	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2,3	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2,4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Продолжение по горизонтали

$\frac{t_{ki}-C}{a}$	b										
	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4,0
0,1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,2	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,3	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01
0,4	0,06	0,06	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03
0,5	0,12	0,11	0,10	0,10	0,09	0,09	0,08	0,07	0,07	0,06	0,06
0,6	0,19	0,19	0,18	0,17	0,16	0,15	0,15	0,14	0,13	0,13	0,12
0,7	0,29	0,28	0,27	0,27	0,26	0,25	0,24	0,23	0,23	0,22	0,21
0,8	0,40	0,39	0,39	0,38	0,37	0,37	0,36	0,35	0,35	0,34	0,34
0,9	0,52	0,51	0,51	0,51	0,50	0,50	0,50	0,49	0,49	0,48	0,48
1,0	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63
1,1	0,74	0,74	0,74	0,75	0,75	0,75	0,76	0,76	0,76	0,77	0,77
1,2	0,82	0,83	0,83	0,84	0,84	0,85	0,85	0,86	0,86	0,87	0,87
1,3	0,89	0,90	0,90	0,91	0,91	0,92	0,92	0,93	0,93	0,94	0,94
1,4	0,94	0,94	0,95	0,95	0,96	0,96	0,97	0,97	0,97	0,98	0,98
1,5	0,97	0,97	0,97	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
1,6	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,7	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2,0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Таблица П.8

Вероятность совпадения Р % по критерию согласия χ^2

№	Р%							
	95	90	80	70	50	30	20	10
1	0,00	0,02	0,06	0,15	0,45	1,07	1,64	2,71
2	0,10	0,21	0,45	0,71	1,39	2,41	3,22	4,60
3	0,35	0,58	1,00	1,42	2,37	3,66	4,64	6,25
4	0,71	1,06	1,65	2,20	3,36	4,88	5,99	7,78
5	1,14	1,61	2,34	3,00	4,35	6,06	7,29	9,24
6	1,64	2,20	3,07	3,83	5,35	7,23	8,56	10,6
7	2,17	2,83	3,82	4,67	6,34	8,38	9,80	12,0
8	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,52	11,0	13,4
9	3,32	4,17	5,38	6,39	8,34	10,7	12,2	14,7
10	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,8	13,4	16,0

Таблица П.9

Коэффициенты t_β, r_1 и r_3 для двусторонних доверительных границ

β	0,80			0,90			0,95		
N	t_β	r_1	r_3	t_β	r_1	r_3	t_β	r_1	r_3
3	1,89	2,73	0,57	2,92	3,66	0,48	4,30	4,85	0,42
4	1,64	2,29	0,60	2,35	2,93	0,52	3,18	3,67	0,46
5	1,53	2,05	0,62	2,13	2,54	0,55	2,78	3,07	0,49
6	1,48	1,90	0,65	2,02	2,29	0,57	2,57	2,72	0,51
7	1,44	1,80	0,67	1,94	2,13	0,59	2,45	2,48	0,54
8	1,42	1,72	0,68	1,90	2,01	0,61	2,37	2,32	0,56
9	1,40	1,66	0,69	1,86	1,91	0,63	2,31	2,18	0,57

Продолжение

β	0,80			0,90			0,95		
N	t_β	r_1	r_3	t_β	r_1	r_3	t_β	r_1	r_3
10	1,38	1,61	0,70	1,83	1,83	0,64	2,26	2,09	0,59
11	1,37	1,57	0,70	1,81	1,78	0,64	2,23	2,00	0,60
12	1,36	1,53	0,71	1,80	1,73	0,65	2,20	1,94	0,61
13	1,36	1,50	0,73	1,78	1,69	0,66	2,18	1,88	0,62
14	1,35	1,48	0,74	1,77	1,65	0,67	2,16	1,83	0,63
15	1,35	1,46	0,74	1,76	1,62	0,68	2,15	1,79	0,64
20	1,33	1,37	0,77	1,73	1,51	0,72	2,09	1,64	0,67
25	1,32	1,33	0,79	1,71	1,44	0,74	2,06	1,55	0,70
30	1,31	1,29	0,80	1,70	1,39	0,76	2,04	1,48	0,72
40	1,30	1,24	0,83	1,68	1,32	0,78	2,02	1,40	0,75
50	1,30	1,21	0,84	1,68	1,28	0,80	2,01	1,35	0,77
60	1,30	1,19	0,86	1,67	1,25	0,82	2,00	1,31	0,79
80	1,29	1,16	0,87	1,66	1,21	0,84	1,99	1,27	0,81
100	1,29	1,14	0,88	1,66	1,19	0,86	1,98	1,23	0,83

Таблица П.10

Квантили закона нормального распределения $H_к$

$F(t)$; Σp_i	Сотые доли									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,5	0,000	0,025	0,050	0,075	0,100	0,126	0,151	0,176	0,202	0,227
0,6	0,253	0,279	0,305	0,332	0,358	0,385	0,412	0,440	0,468	0,496
0,7	0,524	0,553	0,583	0,613	0,643	0,675	0,706	0,739	0,772	0,806
0,8	0,842	0,878	0,915	0,954	0,994	1,036	1,080	1,126	1,175	1,227
0,9	1,282	1,341	1,405	1,476	1,555	1,645	1,751	1,881	2,054	2,326

Таблица П.11

Квантили закона распределения Вейбулла $H_к^в$

$F(t);\Sigma p_i$	*b*							
	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
0,03	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,08	0,10	0,11
0,05	0,04	0,05	0,07	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16
0,07	0,05	0,07	0,09	0,11	0,13	0,15	0,17	0,19
0,10	0,08	0,11	0,13	0,15	0,18	0,20	0,22	0,25
0,15	0,14	0,17	0,19	0,23	0,25	0,29	0,30	0,33
0,20	0,19	0,22	0,26	0,29	0,32	0,34	0,37	0,39
0,25	0,25	0,29	0,33	0,36	0,39	0,41	0,44	0,46
0,30	0,32	0,36	0,39	0,42	0,45	0,48	0,50	0,53
0,35	0,40	0,44	0,47	0,50	0,53	0,55	0,57	0,59
0,40	0,47	0,51	0,54	0,57	0,60	0,62	0,64	0,66
0,45	0,57	0,60	0,63	0,66	0,68	0,69	0,71	0,73
0,50	0,67	0,69	0,72	0,74	0,75	0,77	0,78	0,80
0,55	0,79	0,81	0,82	0,84	0,85	0,85	0,86	0,87
0,60	0,91	0,92	0,92	0,93	0,94	0,94	0,94	0,95
0,65	1,07	1,06	1,05	1,05	1,04	1,04	1,03	1,03
0,70	1,23	1,20	1,18	1,17	1,15	1,14	1,13	1,12
0,75	1,45	1,40	1,36	1,33	1,30	1,27	1,25	1,23
0,80	1,70	1,61	1,54	1,49	1,44	1,41	1,37	1,35

Продолжение

$F(t);\Sigma p_i$	b							
	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
0,85	2,11	1,96	1,84	1,74	1,67	1,61	1,55	1,51
0,90	2,53	2,30	2,13	2,00	1,90	1,81	1,74	1,68
0,93	2,96	2,66	2,43	2,26	2,12	2,01	1,92	1,84
0,95	3,38	3,00	2,71	2,49	2,33	2,19	2,08	1,99
0,97	4,03	3,51	3,13	2,84	2,63	2,45	2,31	2,19
0,99	5,46	4,60	4,01	3,57	3,24	2,98	2,77	2,60

Продолжение по горизонтали

$F(t);\Sigma p_i$	b							
	1,7	1,8	1,9	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
0,01	0,07	0,08	0,09	0,10	0,16	0,22	0,27	0,31
0,03	0,13	0,14	0,16	0,18	0,25	0,31	0,37	0,42
0,05	0,17	0,19	0,21	0,23	0,31	0,37	0,43	0,48
0,07	0,21	0,23	0,25	0,27	0,35	0,42	0,47	0,52
0,10	0,27	0,29	0,31	0,33	0,41	0,47	0,53	0,57
0,15	0,35	0,38	0,40	0,42	0,50	0,56	0,60	0,63
0,20	0,41	0,44	0,45	0,47	0,55	0,61	0,65	0,69
0,25	0,48	0,50	0,52	0,54	0,61	0,66	0,70	0,73
0,30	0,55	0,56	0,58	0,60	0,66	0,71	0,75	0,77
0,35	0,61	0,62	0,64	0,66	0,71	0,75	0,79	0,81
0,40	0,67	0,69	0,70	0,72	0,76	0,80	0,83	0,85
0,45	0,74	0,75	0,76	0,76	0,81	0,84	0,86	0,88
0,50	0,81	0,82	0,83	0,83	0,86	0,89	0,90	0,91
0,55	0,88	0,89	0,90	0,90	0,91	0,93	0,94	0,95
0,60	0,95	0,95	0,96	0,96	0,97	0,97	0,98	0,98
0,65	1,03	1,03	1,03	1,03	1,02	1,02	1,02	1,02
0,70	1,12	1,11	1,10	1,10	1,08	1,06	1,05	1,05
0,75	1,22	1,21	1,20	1,18	1,14	1,11	1,10	1,09
0,80	1,32	1,30	1,29	1,27	1,21	1,17	1,15	1,13
0,85	1,47	1,45	1,32	1,39	1,31	1,25	1,21	1,18
0,90	1,63	1,59	1,55	1,52	1,40	1,32	1,27	1,23
0,93	1,78	1,72	1,67	1,63	1,48	1,39	1,32	1,28
0,95	1,91	1,84	1,78	1,73	1,55	1,44	1,37	1,32
0,97	2,09	2,01	1,94	1,87	1,65	1,52	1,43	1,37
0,99	2,46	2,34	2,23	2,15	1,84	1,66	1,55	1,46

СОДЕРЖАНИЕ

Введение……………………………………………………………………..3
1. Вычисление показателей надежности невосстанавливаемых изделий……..5
2. Определение показателей надежности восстанавливаемых изделий………9
3. Экспоненциальный закон распределения отказов…………………………13
4. Распределение Вейбулла и нормальный закон распределения……………15
5. Надежность сложных систем с последовательным соединением элементов……………………………………………………………………...19
6. Надежность систем с параллельным соединением элементов…………….23
7. Расчет показателей надежности резервированных изделий……………….26
8. Способы преобразования сложных структур……………………………….32
9. Статистический выборочный контроль надежности……………………….36
10. Оценка надежности технических устройств по результатам их испытаний……………………………………………………………………...41
Литература…………………………………………………………………….49
Приложения……………………………………………………………………..50

Николай Иванович Ткаченко
Сергей Ефимович Башняк

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ТЕХНОГЕННЫЙ РИСК

Учебное пособие

Для бакалавров, обучающихся по направлению подготовки 280700.62 - «Техносферная безопасность», профиль «Безопасность технологических процессов и производств»

Редакция в авторском исполнении
Компьютерная верстка Н.И.Ткаченко

Донской государственный аграрный университет
346493, пос. Персиановский, Октябрьский район, Ростовская область

Подписано в печать 28.05.2015 г. тираж 50 экз.
Объем - 1,2 уч. изд. л Заказ № 199/2 Формат 60x84 1/16

Лицензия на полиграфическую деятельность
ЛР №131864 от 12.01.1998
Типография НГМА, г. Новочеркасск, ул. Пушкинская, 111