

**Санкт-Петербургский государственный  
университет телекоммуникаций  
им. проф. М.А.Бонч-Бруевича**  
*Факультет Экономики и Управления*  
*Кафедра Управления и Моделирования*  
*в социально-экономических системах*

**АНАЛИЗ РИСКОВ ИНВЕСТИЦИОННЫХ  
ПРОЕКТОВ  
НА ОСНОВЕ ФУНКЦИЙ  
ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ  
И ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ**

# Содержание презентации

- Проблемы анализа влияния рисков на финансовые результаты инвестиционных проектов (ИП)
- Риски кредиторов
- Подход к анализу рисков с точки зрения функций чувствительности
- Теория нечетких множеств, как альтернатива вероятностному подходу

# Основные определения:

- **Бизнес-процесс** – последовательная смена состояний системы при взаимодействии ее с внешним окружением.
- **Владелец процесса** – лицо, контролирующее бизнес-процесс и/или управляющее им, а также получающее выгоды (убытки) от протекания процесса в благоприятном (неблагоприятном) направлении.
- **Выгода (ущерб)** – измеренное количественно или качественно позитивное (негативное) влияние, оказываемое со стороны процесса на своего владельца.
- **Благоприятное (неблагоприятное) развитие процесса** – такое, в результате которого данный владелец процесса получает выгоду (ущерб).
- **Возможность** – мера осуществимости, допустимости чего-либо. Областью значений возможности является единичный интервал  $[0,1]$ . Крайние точки: 0 – событие (ситуация) невозможна; 1 – событие (ситуация) неизбежна.
- **Риск** – это возможность неблагоприятного развития процесса для данного владельца.
- **Шанс** - это возможность благоприятного развития процесса для данного владельца.

# Проблемы современного риск-анализа

Результаты воздействия рисков всегда субъектно-ориентированы (инвесторы, кредиторы, менеджеры и персонал). Оценки рискованности и отношения к риску у всех субъектов различные.

В литературе и на практике существует множество качественных методов риск-анализа. В имеющихся количественных методах не вполне адекватно используется теория вероятности.

Существующий весьма скудный инструментарий количественного риск-анализа плохо приспособлен к практическим нуждам разработчиков и менеджеров.

# При анализе влияния рисков

следует различать:

**ИСТОЧНИКИ РИСКОВ**

И

**РИСКОВЫЕ СОБЫТИЯ**

Источники рисков могут порождать или не порождать те или иные рисковые события, влияющие на проект.

# Классификация источников риска

## **1. Внешние источники рисков (вне фирмы)**

- 1.1. **Политические** (изменение внутренней и внешней политики государства, колебания международных отношений, таможенные пошлины, эмбарго, квоты на ввоз и вывоз капитала, ограничения на торговлю, международные санкции, смена правительства)
- 1.2. **Макроэкономические** (рост инфляции, колебания курсов иностранной валюты и валютное регулирование, колебание мировых цен на сырье, энергоносители, состояние фондового и финансового рынков, высокая ставка рефинансирования ЦБ РФ, спад или подъем экономики в стране)
- 1.3. **Юридические** (изменения правовых норм в бизнесе, лицензирование, антимонопольное регулирование, нестабильность налогового законодательства, акцизы, штрафные санкции, правовая незащищенность бизнеса)
- 1.4. **Региональные** (экономическое положение региона, степень развитости инфраструктуры, особенности географического положения, климат, регион-донор или дотационный)
- 1.5. **Отраслевые** (экономическое положение и инвестиционная привлекательность отрасли, фирма производит конечный продукт или полуфабрикат)
- 1.6. **Рыночные** (колебания платежеспособного спроса потребителей, влияние конкурентной среды, неустойчивость рынка поставщиков сырья, энергоресурсов, комплектующих, колебания процентных и депозитных ставок коммерческих банков, рост тарифов естественных монополий)
- 1.7. **Форс-мажор** (непредвиденные ситуации, стихийные бедствия, ЧП)

# Классификация источников риска

## (продолжение)

### **2. Внутренние источники рисков (внутри фирмы)**

- 2.1. **Организационные** (неэффективность системы управления, недостаточный опыт и невысокое качество работы менеджеров)
- 2.2. **Технологические** (низкое качество технологических решений, недостатки в системе контроля технологических процессов и качества производимых товаров, физическая и моральная изношенность основных фондов)
- 2.3. **Проектные** (низкое качество проработки проекта, несогласованность проекта с внешней средой)
- 2.4. **Маркетинговые** (неадекватность оценки платежеспособного спроса, не гибкая ценовая политика, недооценка возможностей конкурентов)
- 2.5. **Финансовые** (недостаточность собственных финансовых ресурсов для инвестиций, ошибки в управлении финансами, недостаточность необходимых оборотных средств, неэффективное управление дебиторской и кредиторской задолженностью)
- 2.6. **Юридические** (ненадежность контрактов с поставщиками и потребителями, недостаточное правовое сопровождение бизнеса, действия менеджеров вне правового поля, арбитражные случаи)
- 2.7. **Персональные** (низкая квалификация и мотивация персонала, низкая приверженность персонала, низкая трудовая дисциплина)

# Методология риск-анализа

## ***На этапе проектирования:***

- Качественный анализ источников риска для конкретного бизнес-проекта с целью выявления возможных рисков событий и оценка их граничных значений (max-min).
- Выбор риск-параметров динамической модели Cash-Flow, для моделирования влияния рисков событий на финансовые результаты и показатели проекта.
- Прогнозный количественный риск-анализ проекта (оценка чувствительности и основных индикаторов риска).
- Разработка мероприятий по снижению влияния возможных рисков.

## ***На этапе реализации проекта:***

- Мониторинг технологических, инвестиционных, коммерческих и финансовых результатов проекта в каждом периоде планирования.
- Корректировка проекта на основе анализа расхождений прогноза и фактических результатов. Прогнозирование в режиме on-line. Динамика индикаторов риска.

# Показатели риска кредиторов

*Коэффициент текущей задолженности:*

$$КТЗ_t = \frac{ОНС_t}{СОФ_t + ЧП_t + А_t + НС_t} \times 100\%$$

**ОНС<sub>t</sub>** – остаток непогашенных ссуд (долг к моменту **t**)

**СОФ<sub>t</sub>** – стоимость основных фондов с учетом ликвидности

**ЧП<sub>t</sub>** – чистая прибыль

**А<sub>t</sub>** – амортизационные отчисления

**НС<sub>t</sub>** – накопленные денежные средства к началу периода **t**

# Требования к $КТЗ(t)$

- Если данный коэффициент меньше единицы во всех периодах горизонта планирования, то это означает, что для кредитора отсутствует риск понести убытки от фирмы, реализующей ИП в случае ее банкротства.
- По европейским нормам этот показатель не должен превышать **0,75**.
- Таким образом кредитор страхует себя от риска банкротства фирмы, реализующей проект.

# Снижение риска кредитора

- Для снижения  $КТЗ(t)$  до приемлемой величины можно уменьшить объем заемных средств за счет увеличения собственных вложений.
- При этом происходит перераспределение рисков: снижается риск кредитора и увеличивается риск собственников проекта.

# Показатели риска кредиторов

(продолжение)

**Коэффициент покрытия погашения ссуды и процентов**

$$КППСуП_t = \frac{НС_t + ЧП_t + П_t + А_t + ПЗС_t + ВУК_t - И_t}{П_t + ПС_t}$$

**$НС_t$**  – накопленные денежные средства к началу периода  $t$

**$ЧП_t$**  – чистая прибыль после уплаты процентов по кредитам

**$П_t$**  – проценты по кредиту

**$А_t$**  – амортизационные отчисления

**$ПЗС_t$**  – полученные заемные средства в данном периоде

**$ВУК_t$**  – вложения в уставной капитал

**$И_t$**  – инвестиции в данном периоде

**$ПС_t$**  – погашение ссуды (долга) в данном периоде

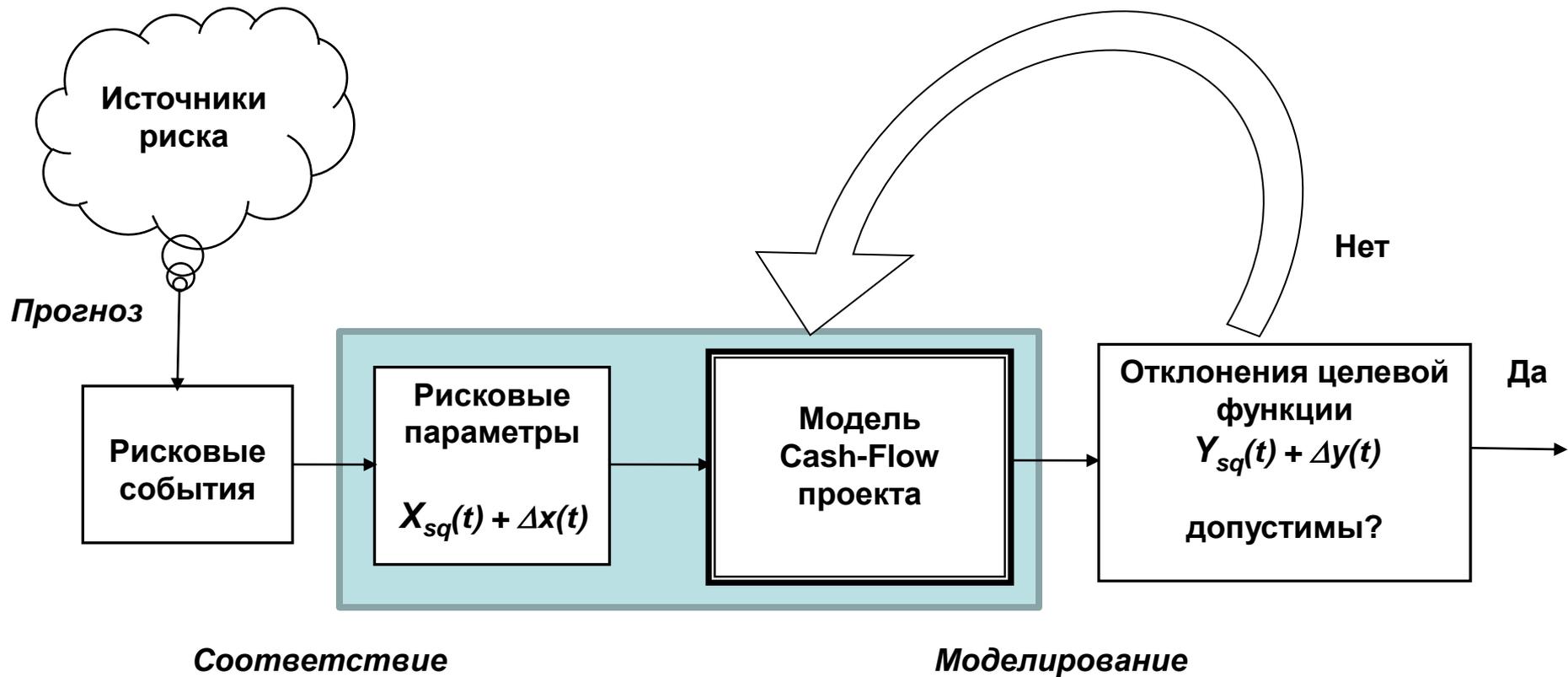
# Требования к $KППCuП(t)$

- В случае если  $KППCuП < 1$ , собственных средств для полного обслуживания задолженности не хватает и погашение взятых обязательств возможно лишь за счет привлечения в данном периоде новых кредитов.
- При значениях  $1 \leq KППCuП \leq 1.5$  можно говорить о существовании зоны риска по выполнению кредитного соглашения.
- Если значение данного показателя больше **1,5** – можно говорить о практическом отсутствии риска исполнения кредитного договора.

# Снижение риска кредитора

Для увеличения  $KППCuП(t)$  в периоде  $t$  следует уменьшить долю погашения ссуды в этом периоде, отложив погашение на последующие периоды. Это ведет к увеличению срока кредитования и росту процентных платежей.

# Моделирование влияния рисковых событий на инвестиционный проект



# Варианты целевых функций:

- **$ASCF(T)$**  (Accumulated Saldo Cash-Flow) – накопленное сальдо денежных потоков (состояние расчетного счета проекта) к моменту  $T$
- **$NPV(T)$**  (Net Present Value) – чистая текущая стоимость проекта к моменту  $T$
- **$ADNCF(T)$**  (Accumulated Discount Net Cash-Flow) – накопленный чистый дисконтированный денежный поток генерируемый проектом к моменту  $T$
- **$ANCF(T)$**  (Accumulated Net Cash-Flow) – накопленный чистый денежный поток генерируемый проектом к моменту  $T$  (без дисконтирования)
- **$ANP(T)$**  (Accumulated Net Profit) – накопленная чистая прибыль генерируемая проектом к моменту  $T$

# Определение функции чувствительности проекта к рискам

- Целевая функция:  $Y(x, t)$
- Риск-параметры:  $x_i(t)$
- Относительная функция чувствительности:

$$S_{x_i}^Y(t) = \frac{\partial Y / Y}{\partial x_i / x_i} \approx \frac{\Delta Y / Y}{\Delta x_i / x_i}$$

# Экономический смысл

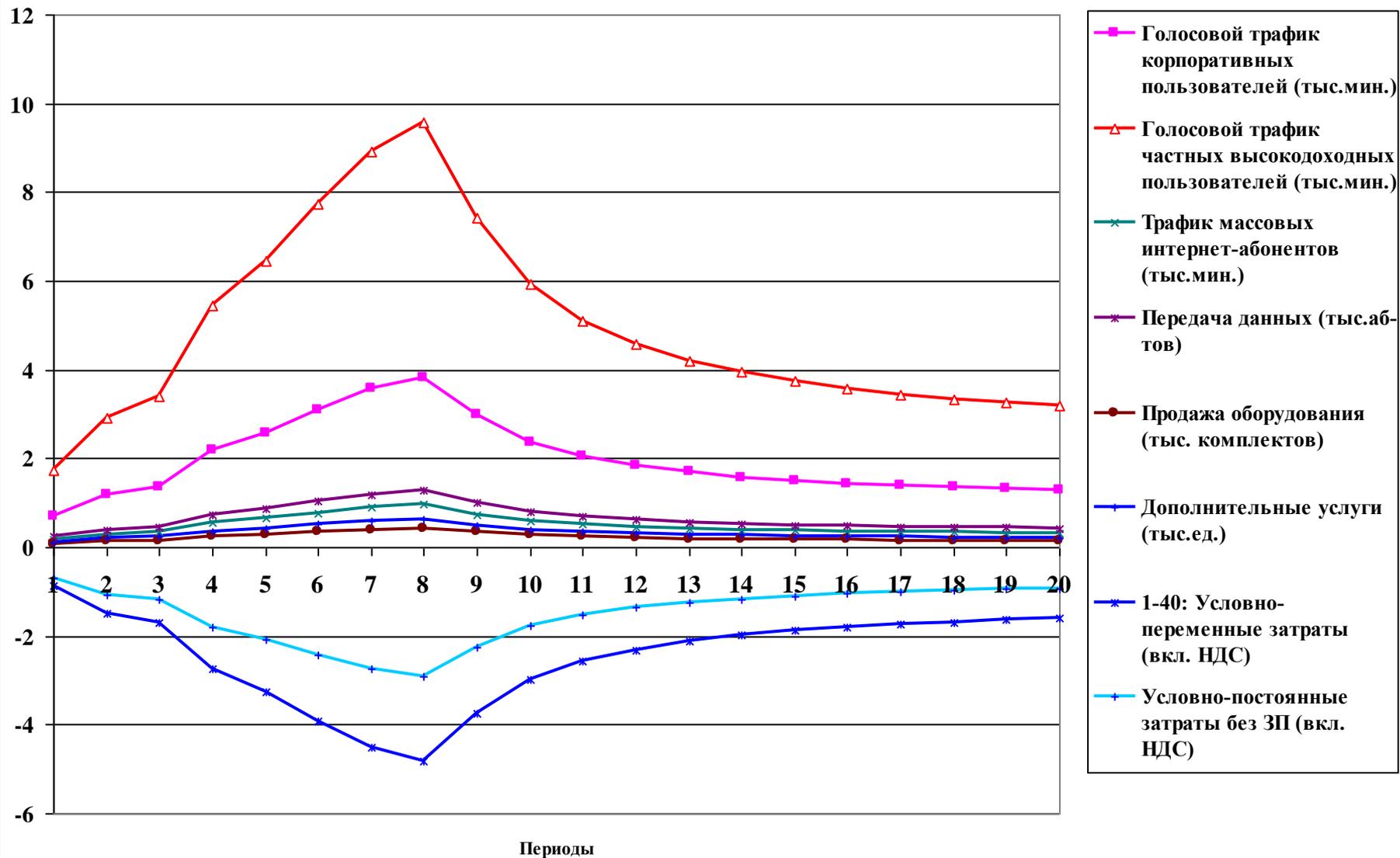
Функция чувствительности показывает на сколько процентов изменится целевая функция при изменении риск-параметра на один процент.

$$\frac{\Delta Y}{Y} = S_{x_i}^Y(t) \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

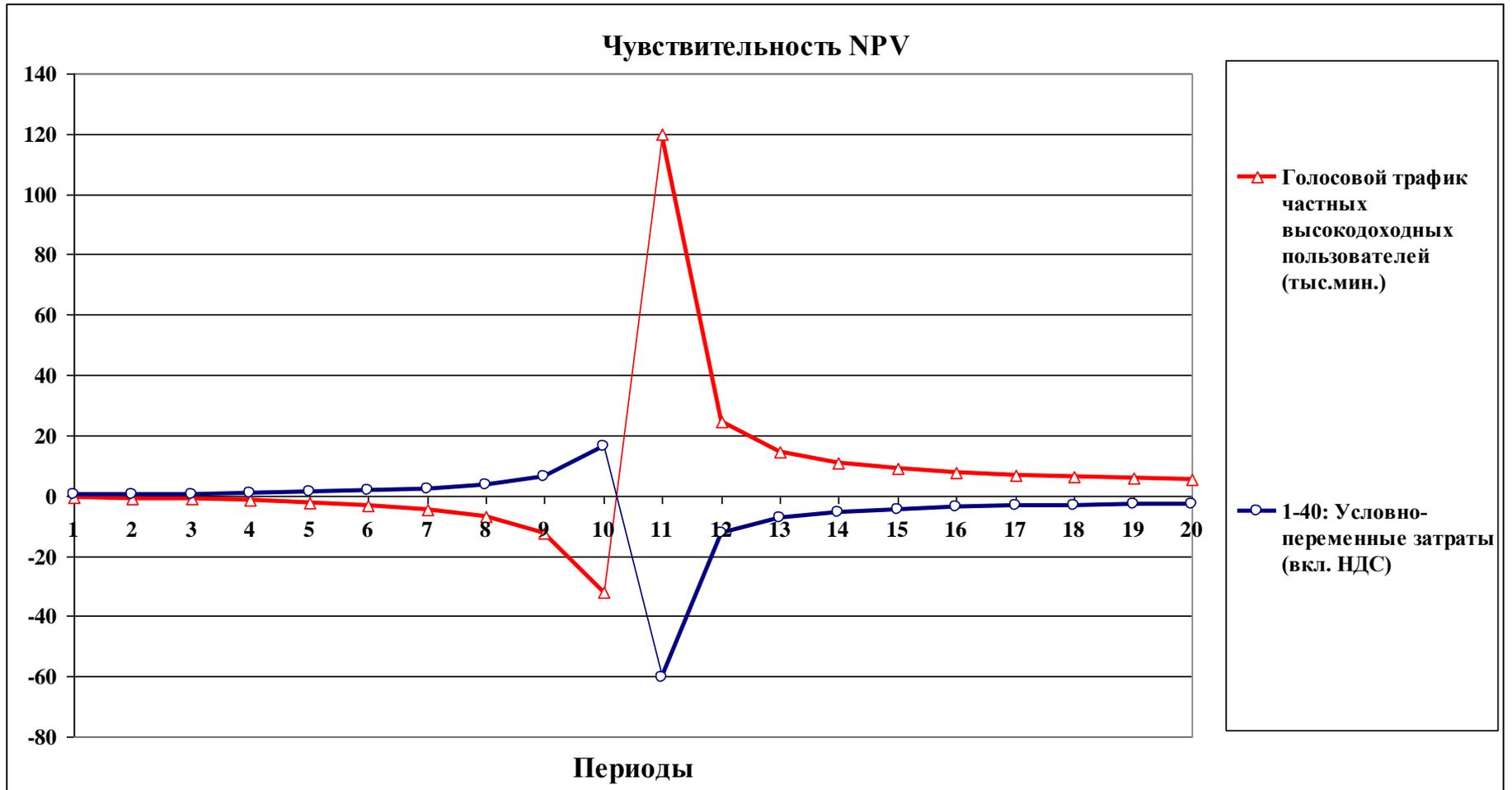
# Свойства функций чувствительности (для всех целевых функций, кроме NPV)

- $S(t) \geq 0$  для всех  $t$  по всем ценам и натуральным объемам продаж товаров, реализуемых в рамках инвестиционного проекта. Если для натурального объема продаж какого-то товара  $S(t) < 0$ , это значит, что данный товар продается ниже себестоимости.
- $S(t) \leq 0$  для всех  $t$  по всем статьям текущих расходов, а также по ставке процента коммерческих кредитов.

## Чувствительности накопленного сальдо финансовых потоков (ASCF)



# Чувствительность NPV



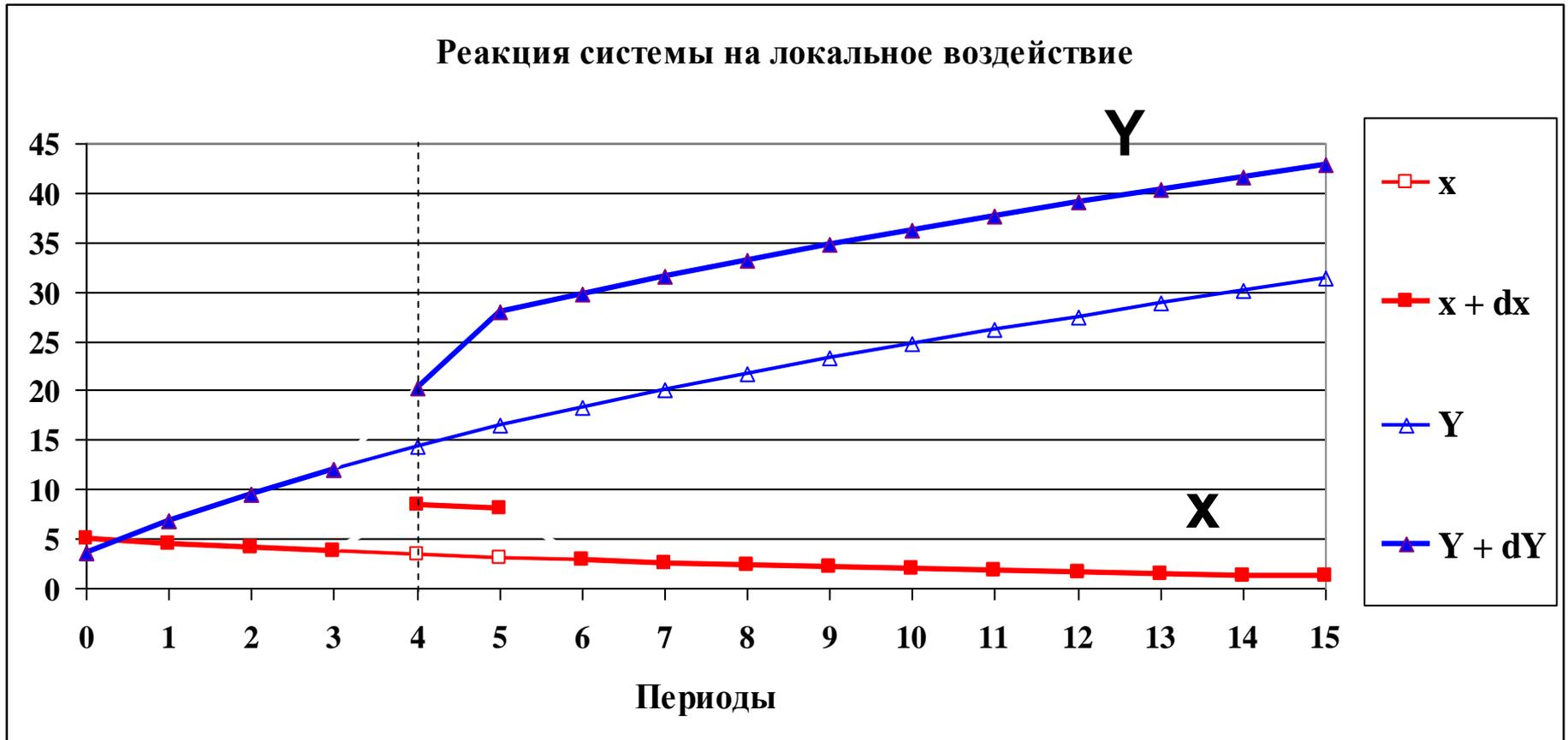
# Что дает знание функций чувствительности?

- Позволяет ранжировать риски, выделяя наиболее существенные.
- Позволяет определить наиболее «опасный» период жизни проекта.
- Позволяет количественно сравнивать степени рискованности сценариев или различных проектов между собой.
- Позволяет оценить влияние на проект совокупности рисков.

# Локальная чувствительность (LS) (определение)

- чувствительность при локальном (краткосрочном во времени) воздействии риск-параметра, т.е. когда его отклонение имеет место только в течение одного или нескольких периодов, существенно меньших общего горизонта планирования

# Реакция системы на локальное воздействие

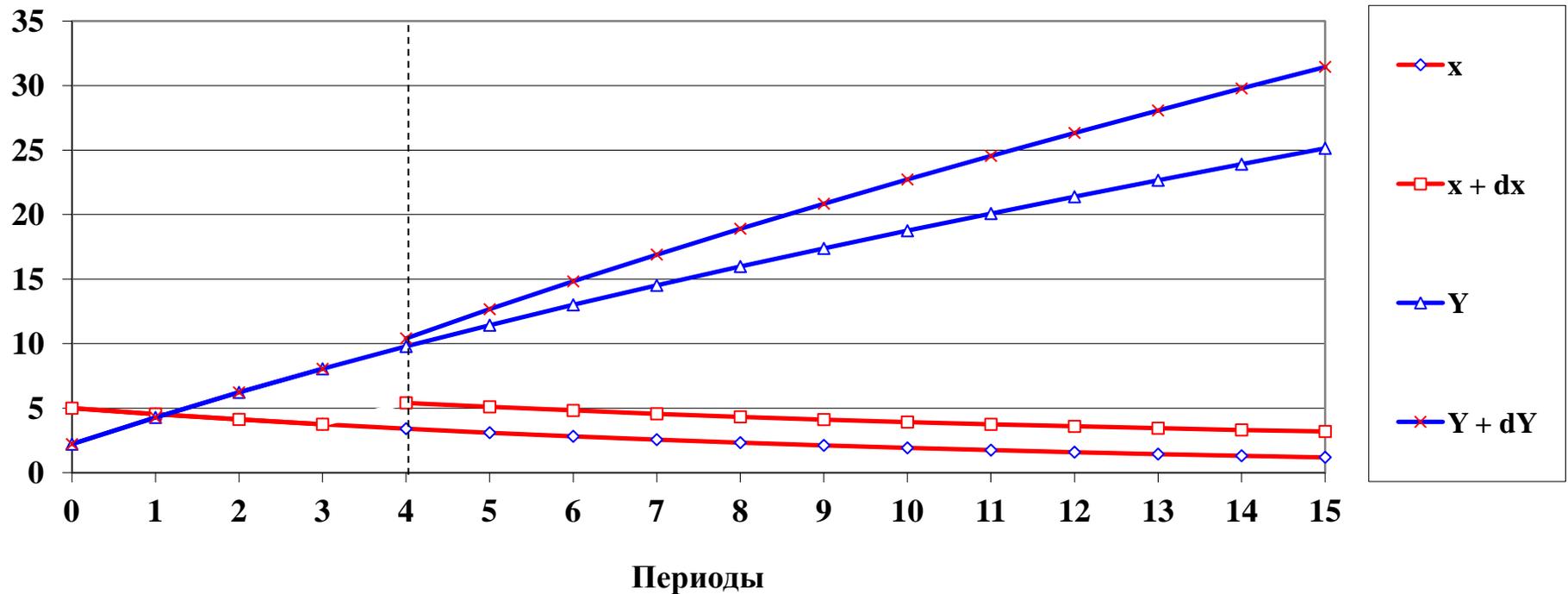


# Глобальная чувствительность (GS) (определение)

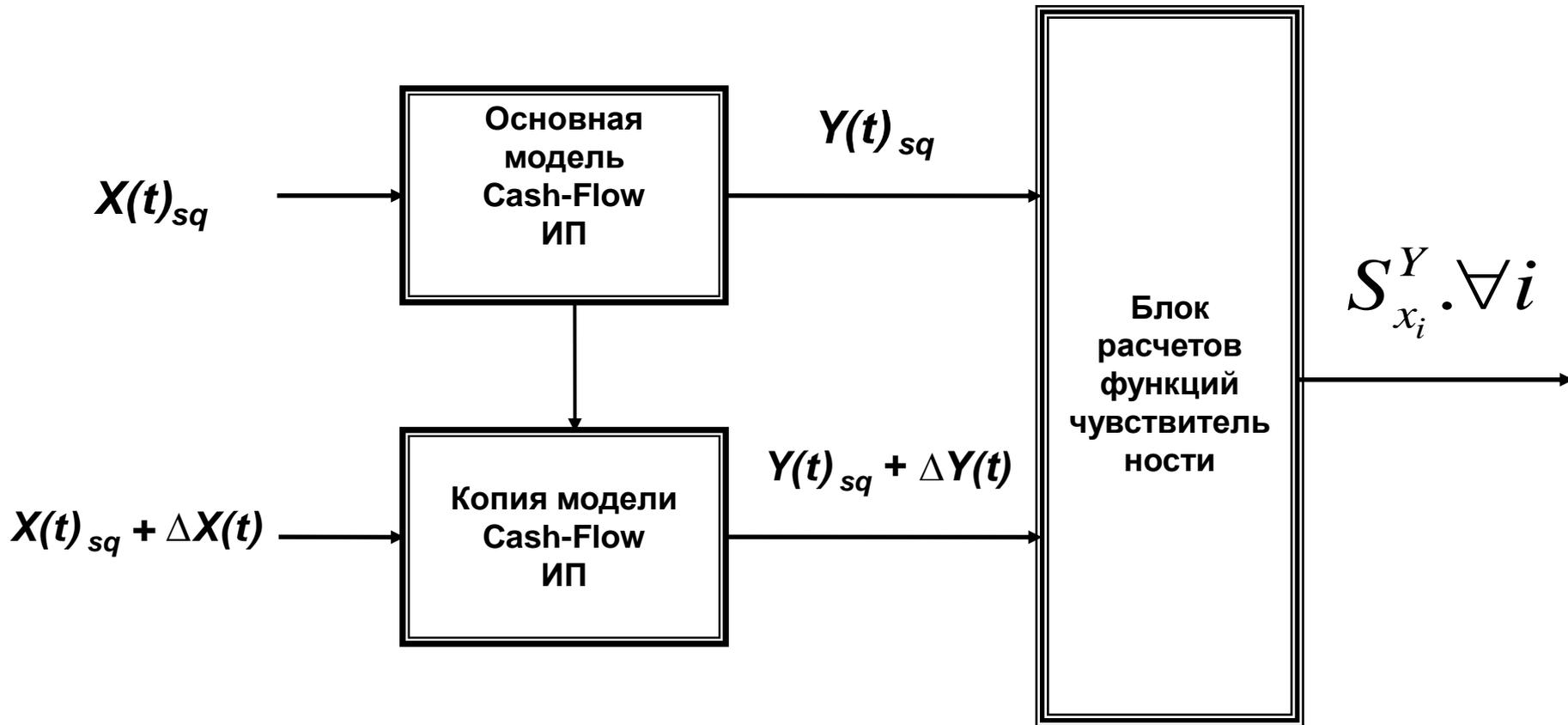
- чувствительность при глобальном (длительном по времени) воздействии риск-параметра, т.е. когда его отклонение, начиная с некоторого момента, может длиться вплоть до конца горизонта планирования

# Реакция системы на глобальное воздействие

Реакция системы на глобальное воздействие



# Модель расчета функций чувствительности



# Рисковые характеристики сценария реализации проекта

Функции чувствительности вместе с показателями эффективности являются важными характеристиками проекта.

Знание этих характеристик существенно расширяет представление о реализуемости ИП в условиях риска.

Принимая решение о выборе того или иного возможного варианта (сценария) финансового прогноза, при прочих равных условиях следует отдавать предпочтение варианту с наименьшей чувствительностью.

**Как же сравнивать сценарии и различные проекты между собой по степени их рискованности?**

# Влияние совокупности рисков

Если определены чувствительности независимо по всем  $N$  риск-параметрам, то можно выразить полное относительное отклонение целевой функции через относительные отклонения аргументов в следующем виде:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sum_{i=1}^N S_{x_i}^Y \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

# Минимизация чувствительности при выборе сценария

Выбираем тот вариант сценария, у которого:

$$\sum_{i=1}^N \text{MAX} \left| S_{x_i}^Y(t) \right|_{\forall t} \Rightarrow \text{MIN}$$

Для большей информативности можно разбить все риск-параметры на следующие группы:

- ***Натуральные объемы продаж***
- ***Статьи текущих условно-постоянных и условно-переменных затрат***
- ***Инвестиционные затраты***

# Индекс максимальной чувствительности к объемам продаж

- $X_q$  – вектор натуральных объемов продаж по всем позициям ассортимента из  $M$  товаров
- $M$  – количество реализуемых товаров в ассортименте

$$\sum_{i=1}^M \max \left| S_{x_{qi}}^Y(t) \right|_{\forall t \in T} = IMSQ$$

# Индекс максимальной чувствительности к текущим издержкам

$X_c$  – вектор из  $L$  статей текущих издержек

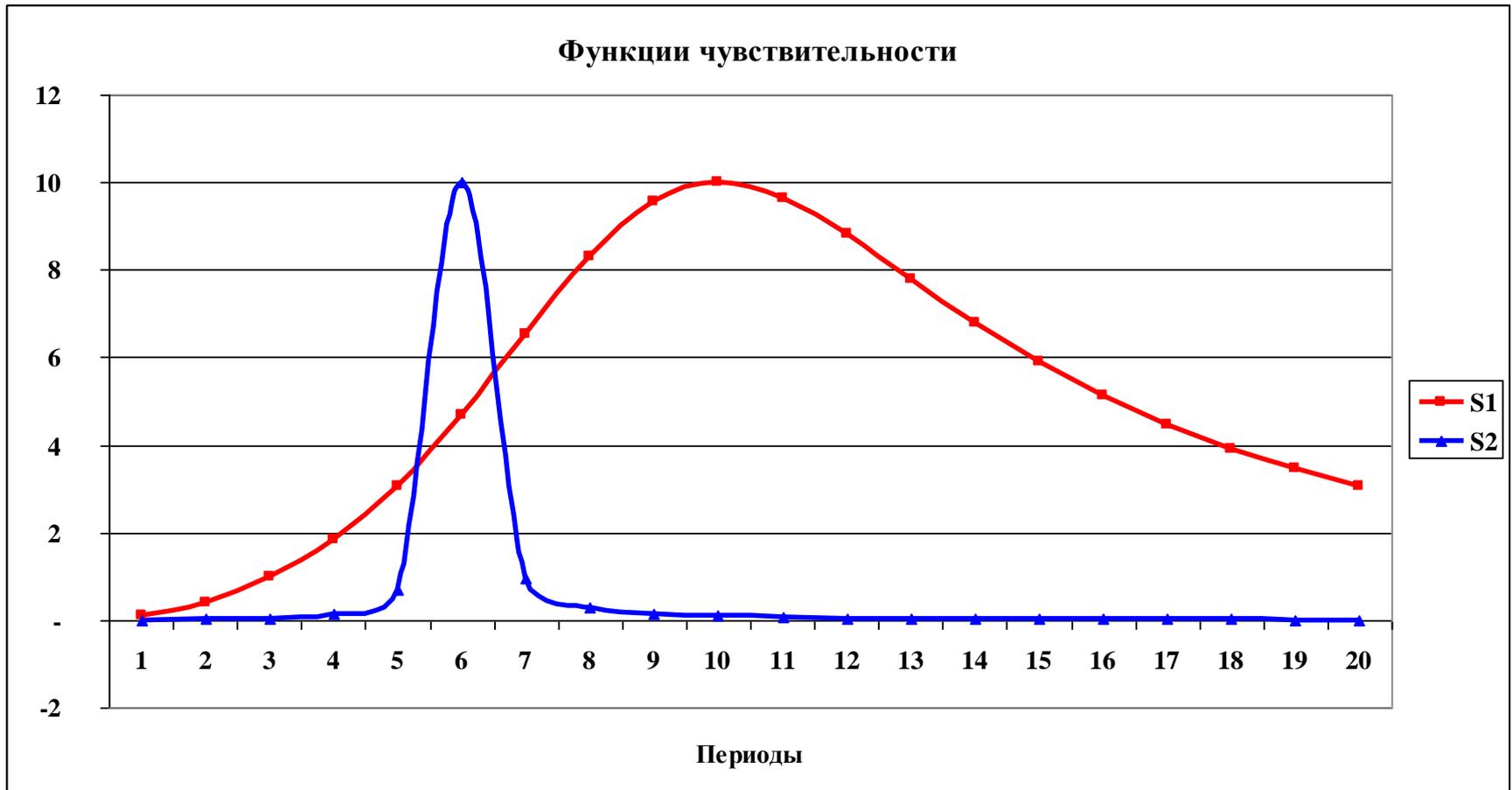
$$\sum_{i=1}^L \max \left| S_{x_{ci}}^Y(t) \right|_{\forall t \in T} = IMSC$$

# Индекс максимальной чувствительности к инвестиционным затратам

$X_{In}$  – вектор из  $K$  статей инвестиционных затрат

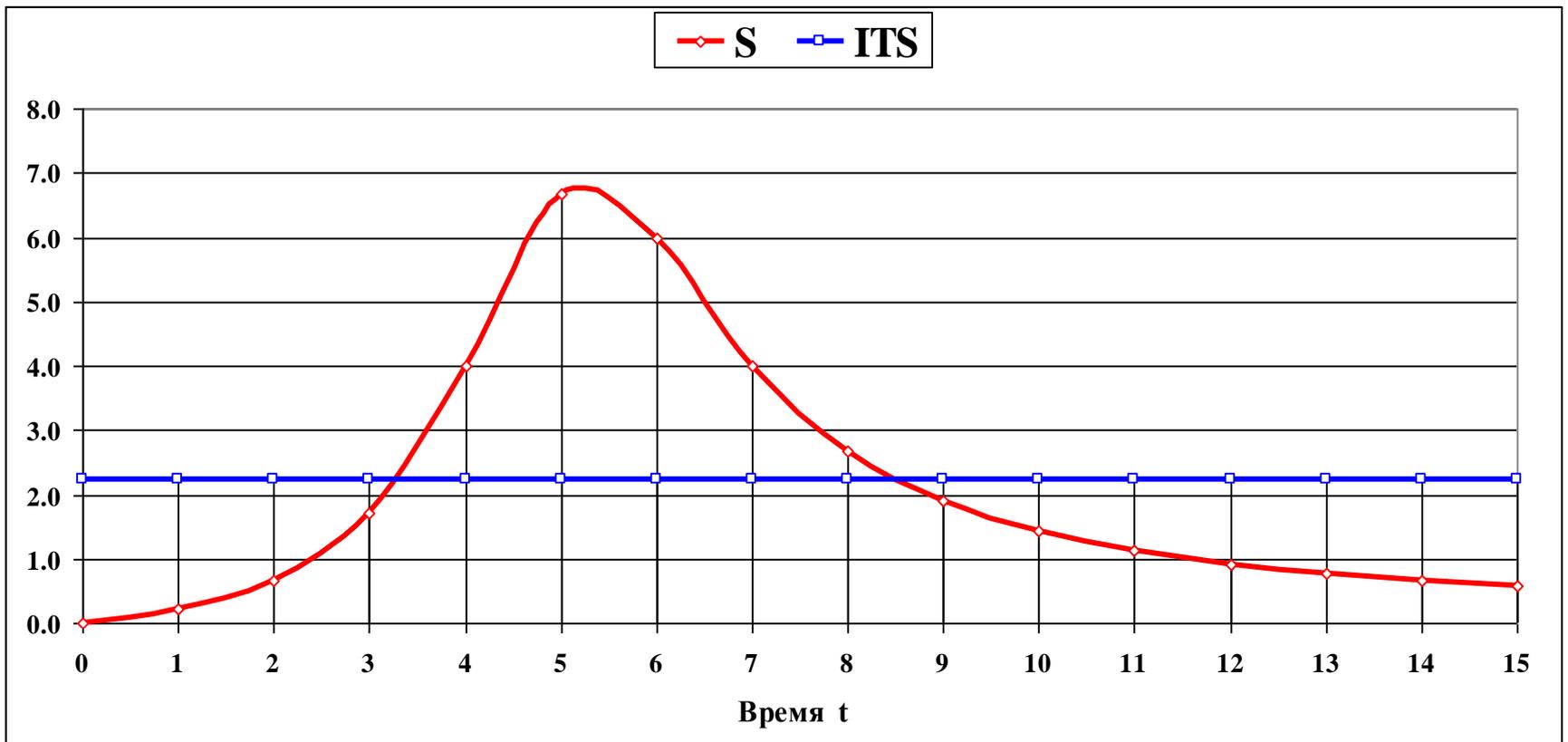
$$\sum_{i=1}^K \max \left| S_{x_{In\ i}}^Y(t) \right|_{\forall t \in T} = IMSI$$

# Случай, когда экстремальные значения не вполне информативны



# Индекс полной чувствительности

$$ITS = \frac{1}{T} \int_0^T S(t) dt$$



# Индекс полной чувствительности к натуральным объемам продаж при прямоугольной аппроксимации

- $Xq$  – вектор натуральных объемов продаж по всем позициям ассортимента из  $M$  товаров
- $T$  – горизонт планирования

$$\frac{1}{T} \sum_{i=1}^M \sum_{t=1}^T \left| S_{x_{qi}}^Y(t) \right| = ITSQ$$

# Индекс полной чувствительности к натуральным объемам продаж при трапецеидальной аппроксимации

$$\frac{1}{2T} \sum_{i=1}^M \sum_{t=0}^{T-1} \left( \left| S_{x_{qi}}^Y(t) \right| + \left| S_{x_{qi}}^Y(t+1) \right| \right) = ITSQ$$

# Индекс полной чувствительности к текущим издержкам при прямоугольной аппроксимации

$X_c$  – вектор из  $L$  статей текущих издержек

$$\frac{1}{T} \sum_{i=1}^L \sum_{t=1}^T \left| S_{x_{ci}}^Y(t) \right| = ITSC$$

# Индекс полной чувствительности к текущим издержкам при трапецеидальной аппроксимации

$$\frac{1}{2T} \sum_{i=1}^M \sum_{t=0}^{T-1} \left( \left| S_{x_{ci}}^Y(t) \right| + \left| S_{x_{ci}}^Y(t+1) \right| \right) = ITSC$$

# Индекс полной чувствительности к инвестиционным затратам при прямоугольной аппроксимации

$X_{In}$  – вектор из  $K$  статей инвестиционных затрат

$$\frac{1}{T} \sum_{i=1}^K \sum_{t=1}^T \left| S_{x_{In} i}^Y(t) \right| = ITSI$$

# Индекс полной чувствительности к инвестиционным затратам при трапецеидальной аппроксимации

$$\frac{1}{2T} \sum_{i=1}^M \sum_{t=0}^{T-1} \left( \left| S_{x_{In\ i}}^Y(t) \right| + \left| S_{x_{In\ i}}^Y(t+1) \right| \right) = ITSI$$

# При сравнении проектов по степени рискованности

- Рассчитываются функции чувствительности для всех инвестиционных проектов (ИП)
- Рассчитываются индексы максимальной и полной чувствительности для всех ИП
- Проводится сравнительный риск-анализ проектов по полученным индексам

# Общее определение линейности системы

Система (в том числе экономическая)  
линейна, если выполняются условия  
***аддитивности*** и ***гомогенности***.

Необходимо проверить выполнение этих  
условий для выбранной целевой  
функции по всем риск-параметрам.

# Условие аддитивности

Целевая функция аддитивна, если реакция экономической системы на совокупность воздействий (рисков) равна сумме ее реакций на каждое воздействие (риск) в отдельности.

Это известный принцип суперпозиции, который можно выразить в следующей форме:

$$Y\left(\sum_{i=1}^N x_i\right) = \sum_{i=1}^N Y(x_i)$$

# Условие гомогенности

Строго говоря, необходимо проверить выполнение для системы условия гомогенности (пропорциональности), а именно:

$$Y(ax) = aY(x),$$

где **a** – некоторая произвольная константа.

# Для линейности достаточно выполнения условия аддитивности

Можно доказать, что если,  $a$  рациональное число, то из аддитивности следует выполнение условия гомогенности.

В случае если,  $a$  иррациональное число, то оно может быть аппроксимировано соответствующим рациональным числом с любой наперед заданной точностью.

Это означает, что ***выполнение условия аддитивности (принцип суперпозиции) практически гарантирует линейность экономической системы.***

# Нелинейная модель чувствительности

- До сих пор мы полагали, что целевая функция (ЦФ) линейно зависит от каждого риск-параметра.
- Для ЦФ, измеряемых в денежных единицах в большинстве случаев это верно.
- В начальных стадиях ИП возможно нарушение линейности, например из-за перехода от убытков к прибыли (ЦФ становится кусочно-линейной).
- Возможна взаимная зависимость отдельных риск-параметров (например: объем продаж и условно-переменные затраты).
- В этих случаях нужна нелинейная модель второго порядка.

**Ряд Тейлора для отклонения целевой функции (линейная и квадратичная составляющие):**

$$\Delta Y = \sum_i \frac{\partial Y}{\partial x_i} \Delta x_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{\partial^2 Y}{\partial x_i \partial x_j} \Delta x_i \Delta x_j \dots \forall i, j$$

# Общая нелинейная модель второго порядка

Если имеется зависимость  $X_i$  от  $X_j$ , и/или нелинейность ЦФ, то в общем случае из разложения относительного отклонения ЦФ в ряд Тейлора следует:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sum_i S_{x_i}^Y \frac{\Delta x_i}{x_i} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j S_{x_i x_j}^Y \frac{\Delta x_i \Delta x_j}{x_i x_j}$$

где:

$$S_{x_i x_j}^Y = \frac{x_i x_j}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial x_i \partial x_j} \dots \forall i, j$$

**Функции чувствительности второго порядка.**

**Если  $i = j$ , то получим собственную чувствительность второго порядка.**

**Если  $i \neq j$ , то получим взаимную чувствительность второго порядка.**

# Нелинейная модель для одного риск-параметра

$$\frac{\Delta Y}{Y} = S_x^Y \frac{\Delta x}{x} + \frac{1}{2} S_{xx}^Y \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 \quad S_x^Y = \frac{x}{Y} \frac{\partial Y}{\partial x} \quad S_{xx}^Y = \frac{x^2}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}$$

$$\frac{\Delta Y}{Y} - S_x^Y \frac{\Delta x}{x} = \frac{1}{2} S_{xx}^Y \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 \quad \frac{\Delta Y}{Y} / \frac{\Delta x}{x} = S_x^Y + \frac{1}{2} S_{xx}^Y \frac{\Delta x}{x} = S_x^{Ynl}$$

$$S_{xx}^Y = 2(S_x^{Ynl} - S_x^Y) / \left(\frac{\Delta x}{x}\right)$$

*Собственная чувствительность второго порядка численно равна удвоенному отклонению нелинейной чувствительности от линейной при изменении риск-параметра на один процент*

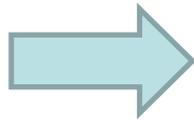
# Метод двух экспериментов для определения чувствительностей

*Проводим два эксперимента при различных относительных отклонениях:*

*$x, y$  - относительные отклонения,*

*$S_1, S_2$  - чувствительности первого и второго порядка, соответственно.*

$$\begin{cases} y_1 = S_1 x_1 + \frac{1}{2} S_2 x_1^2 \\ y_2 = S_1 x_2 + \frac{1}{2} S_2 x_2^2 \end{cases}$$



$$S_1 = \frac{y_1 x_2^2 - y_2 x_1^2}{x_1 x_2^2 - x_2 x_1^2} = \frac{y_1 x_2^2 - y_2 x_1^2}{x_1 x_2 (x_2 - x_1)}$$

$$S_2 = 2 \frac{y_2 x_1 - y_1 x_2}{x_1 x_2^2 - x_2 x_1^2} = 2 \frac{y_2 x_1 - y_1 x_2}{x_1 x_2 (x_2 - x_1)}$$

# Нелинейная модель для двух риск-параметров

$$\frac{\Delta Y}{Y} = S_{x_1}^Y \frac{\Delta x_1}{x_1} + S_{x_2}^Y \frac{\Delta x_2}{x_2} + \frac{1}{2} S_{x_1 x_1}^Y \left(\frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \frac{1}{2} S_{x_2 x_2}^Y \left(\frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2 + S_{x_1 x_2}^Y \left(\frac{\Delta x_1 \Delta x_2}{x_1 x_2}\right)$$

Алгоритм расчета функций чувствительности при  $S_{12} = S_{21}$  :

1. Для  $Y$  выбираем  $X_1$  и  $X_2$  в исходном режиме SQ
2. При двух различных значениях  $\Delta x/x$  поочередно находим чувствительности первого порядка и собственные:  $S_1'$  и  $S_2'$  при  $\Delta x_2 = 0$  и  $S_1''$  и  $S_2''$  при  $\Delta x_1 = 0$
3. При выбранных значениях  $\Delta x/x$  и одновременно действующих обоих рисках находим:  $S_{12}$  при  $\Delta x_1 \neq 0$  и при  $\Delta x_2 \neq 0$ . Если  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x$ , то получим:

$$\frac{\Delta Y}{Y} / \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 - [S_{x_1}^Y + S_{x_2}^Y] / \frac{\Delta x}{x} - \frac{1}{2} [S_{x_1 x_1}^Y + S_{x_2 x_2}^Y] = S_{x_1 x_2}^Y$$

# Неопределенность

**Неопределенность** – это неустранимое свойство рыночной среды, связанное с тем, что на рынке одновременно действует множество факторов различной природы и направленности, корректная совокупная оценка которых практически невозможна.

**Рыночная неопределенность *не обладает статистической природой***, т.к. окружающая фирму бизнес-среда постоянно меняется под воздействием различных факторов, включая человеческий фактор. ***«Нельзя дважды войти в одну и ту же реку».***

# Вероятность и возможность

При анализе процессов, подчиняющихся статистическим законам, можно использовать **теорию вероятности**.

Вероятность это предел, к которому стремится частота повторяющихся **однородных** событий, происходящих в **одинаковых** условиях.

Для бизнес процессов и систем с интеллектком, т.е там где люди принимают решения, не существует надежной статистики. Невозможно обеспечить однородность и одинаковость условий эксперимента для расчета вероятности. Классическая теория вероятности здесь не работает.

При анализе таких систем необходимо использовать **теорию возможностей**, в основе которой лежит **теория нечетких множеств**.

# Нечеткие множества

## *(этапы развития теории)*

В 1965 году Лотфи.А.Заде (Lotfi A. Zadeh), профессор информатики университета в Беркли (Калифорния), ввел в науку понятие **нечетких множеств** (fuzzy sets или fuzzy logic), давшее название одноименной теории.

В 1971 году Л.Заде выступил с докладом по ТНМ в СССР, в Москве на международном математическом конгрессе.

С 1975 года начался бурный рост прикладных работ в различных отраслях.

Интеграция ТНМ с классической теорией вероятности привела к появлению теории возможности (**эвентология**).

# Четкие и нечеткие множества

- Для ЧМ элемент либо принадлежит этому множеству, либо нет – третьего не дано.
- Для НМ элемент может не вполне принадлежать этому множеству.
- Степень принадлежности определяется соответствующей функцией принадлежности  $0 \leq \mu(x) \leq 1$

# Основные определения

- **Носитель  $U$**  – это универсальное множество, к которому относятся все результаты наблюдений  $x$  в рамках оцениваемой квазистатистики.
- **Нечеткое множество** – это множество значений носителя, такое, что каждому значению носителя  $x \in U$  сопоставлена степень принадлежности  $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$  этого значения множеству  $A$ .

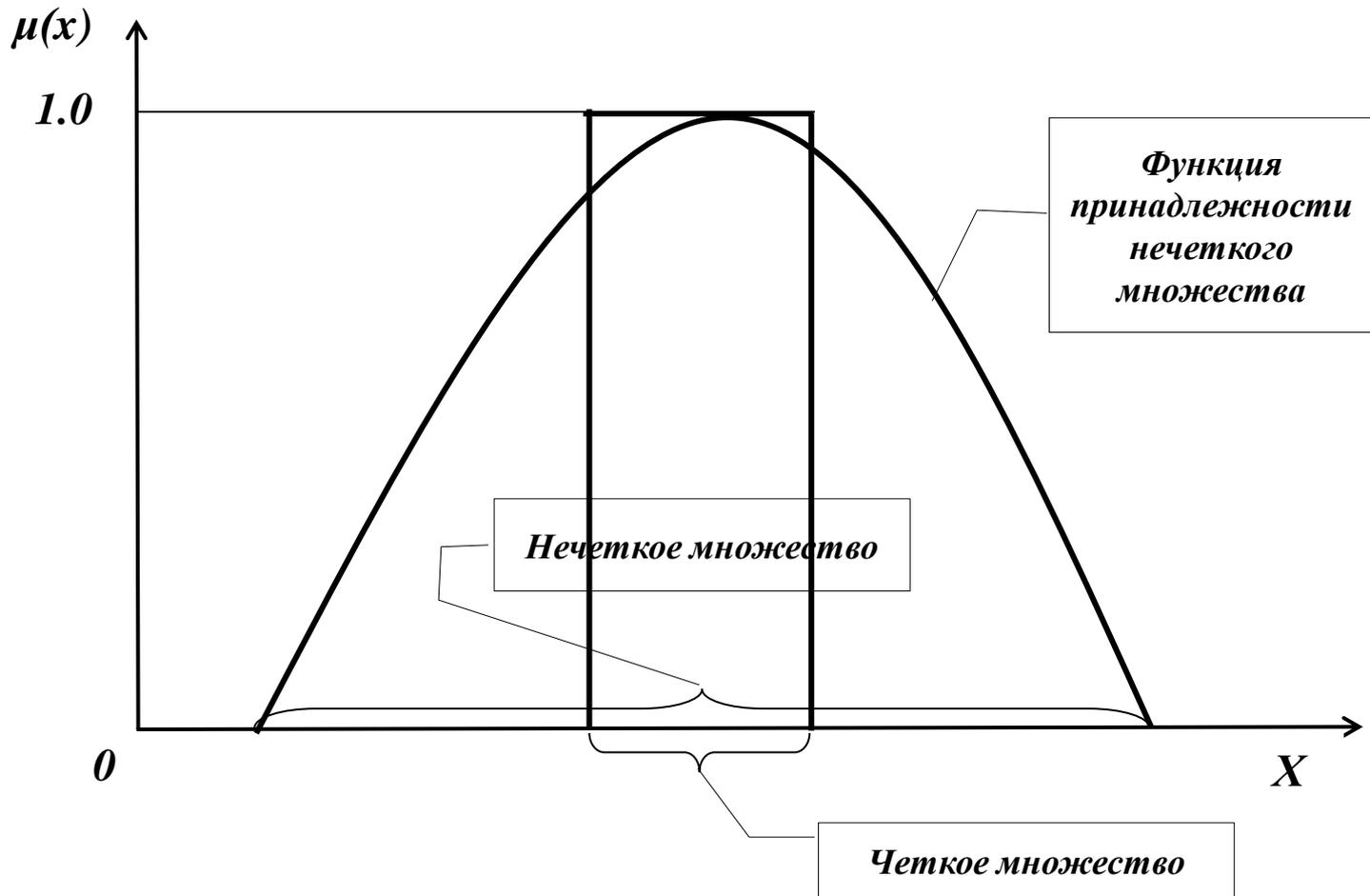
# Основные определения

## (продолжение)

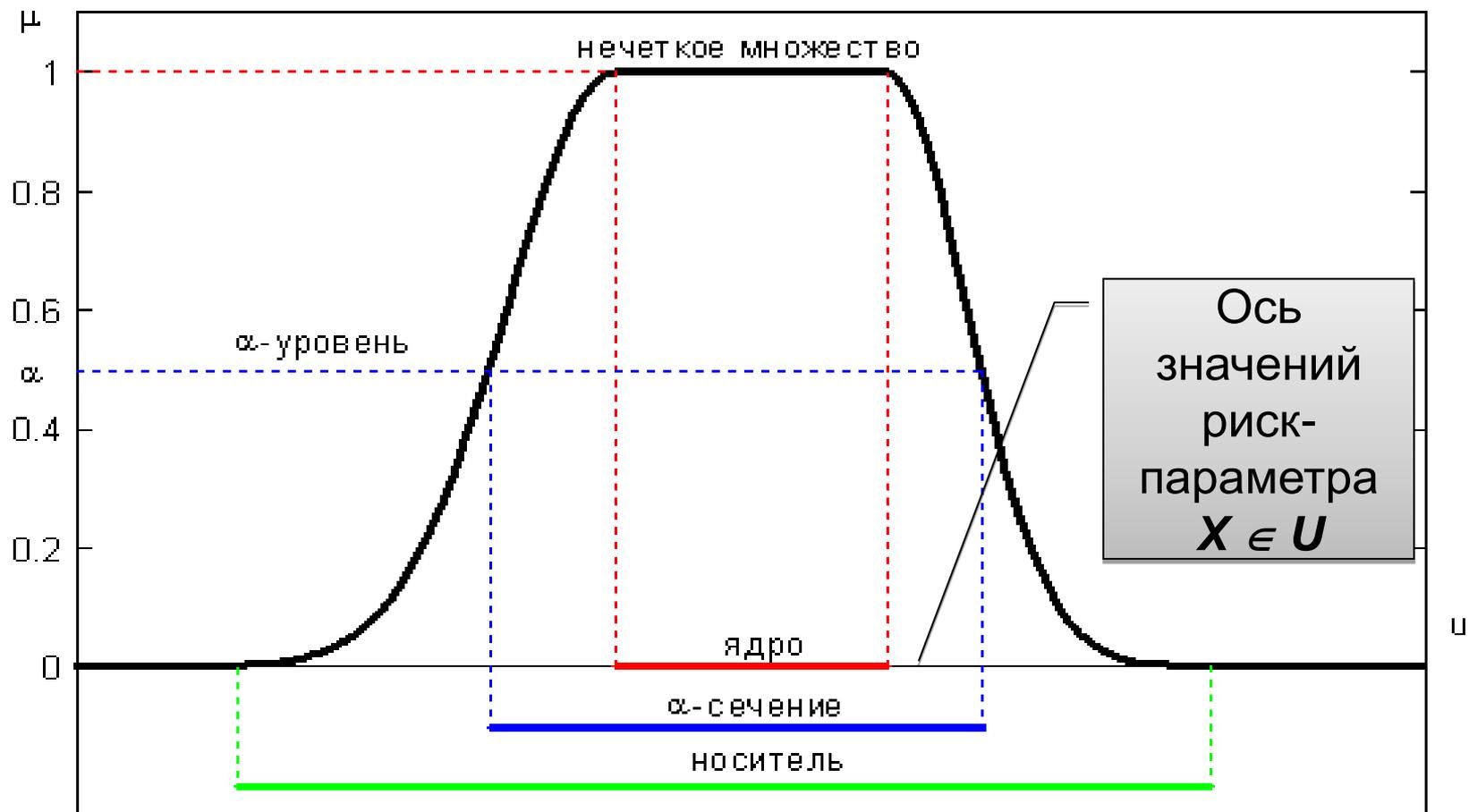
- **Функция принадлежности  $\mu_A(x)$**  – это функция, областью определения которой является носитель  $U$ ,  $x \in U$ , а областью значений – единичный интервал  $[0, 1]$ .

Чем больше  $\mu_A(x)$ , тем выше оценивается степень принадлежности элемента носителя  $x$  нечеткому множеству  $A$ .

# Четкое и нечеткое множества



# Пример функции принадлежности

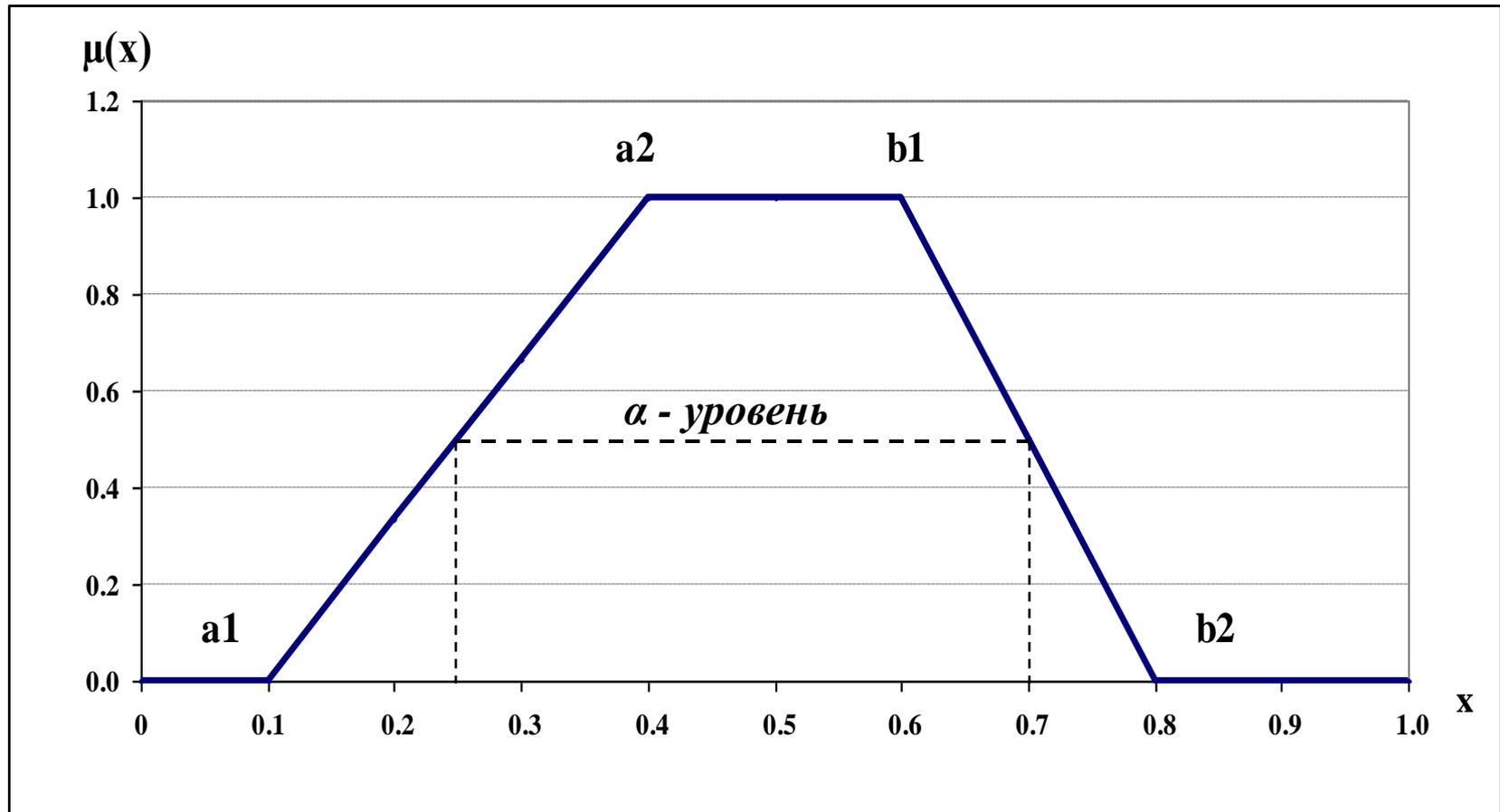


# Нечеткие числа и операции над ними

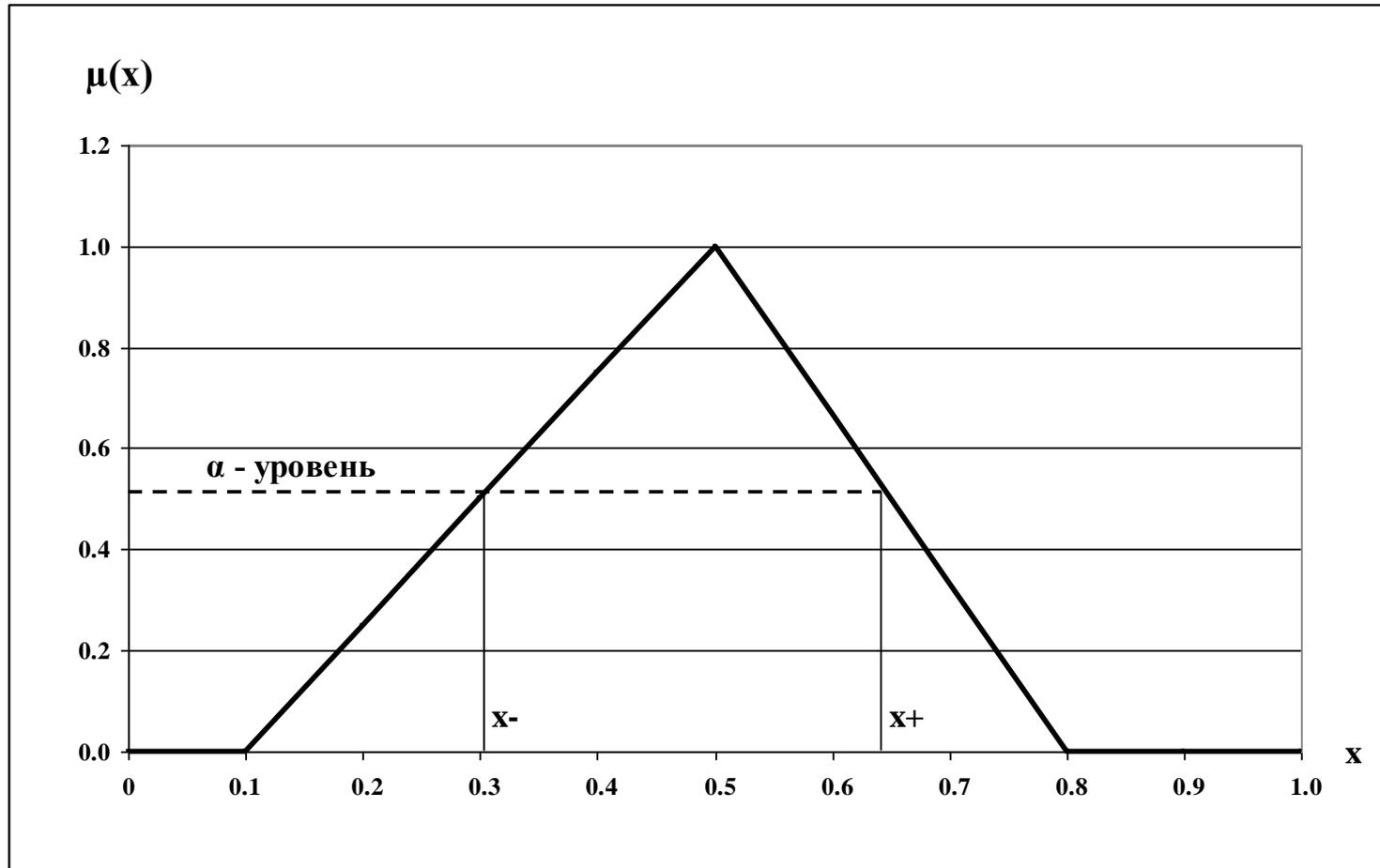
**Нечеткое число** – это нечеткое подмножество множества действительных чисел (носителя), имеющее **нормальную** и **выпуклую** функцию принадлежности, то есть такую, что:

- а) существует значение носителя, в котором функция принадлежности равна единице (**условие нормальности**),
- б) при отступлении от своего максимума влево или вправо функция принадлежности убывает (**условие выпуклости**).

# Нечеткий риск-параметр (трапецевидное число)



# Нечеткий риск-параметр (треугольное число)



# Свойства треугольных и трапециевидных чисел

- действительное число есть частный случай треугольного нечеткого числа;
- сумма треугольных чисел есть треугольное число;
- треугольное (трапециевидное) число, умноженное на действительное число, есть треугольное (трапециевидное) число;
- сумма трапециевидных чисел есть трапециевидное число;
- сумма треугольного и трапециевидного чисел есть трапециевидное число.

# Нечеткие функции

- ***Поле нечетких чисел*** – это несчетное множество нечетких чисел.
- ***Нечеткая функция*** – это взаимно однозначное соответствие двух полей нечетких чисел: аргумента и функции.
- Вид нечеткой функции определяется видом чисел области ее определения (треугольные, трапециевидные и др.)

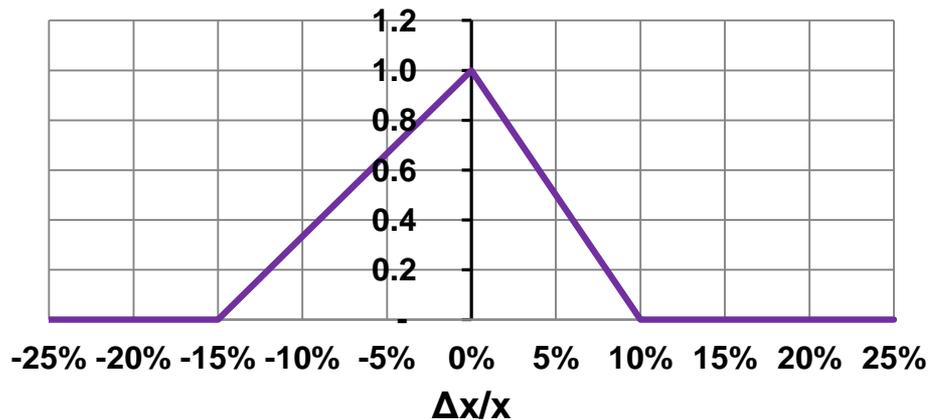
# Свойства нечетких функций

- **сложение:** сумма (разность) треугольных функций есть треугольная функция;
- **умножение на число** переводит треугольную функцию в треугольную функцию;
- **дифференцирование (интегрирование)** треугольной нечеткой функции проводится по правилам вещественного дифференцирования (интегрирования):

# Нечеткие аргумент и функция треугольного вида

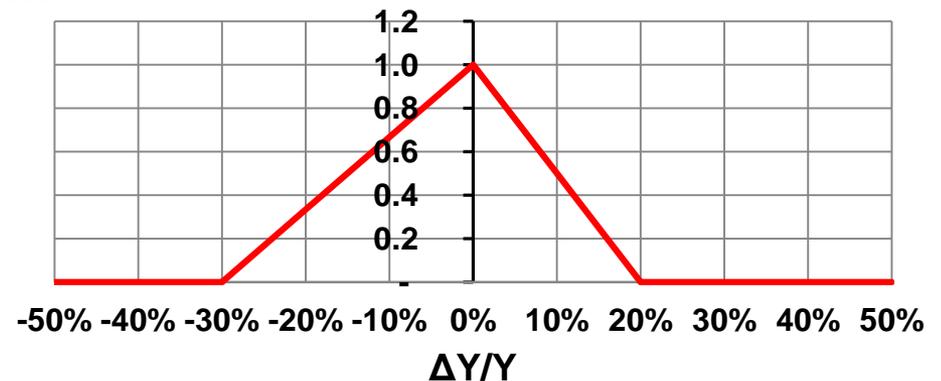
Функция принадлежности  
отклонения риск-параметра

$\mu(\Delta x/x)$

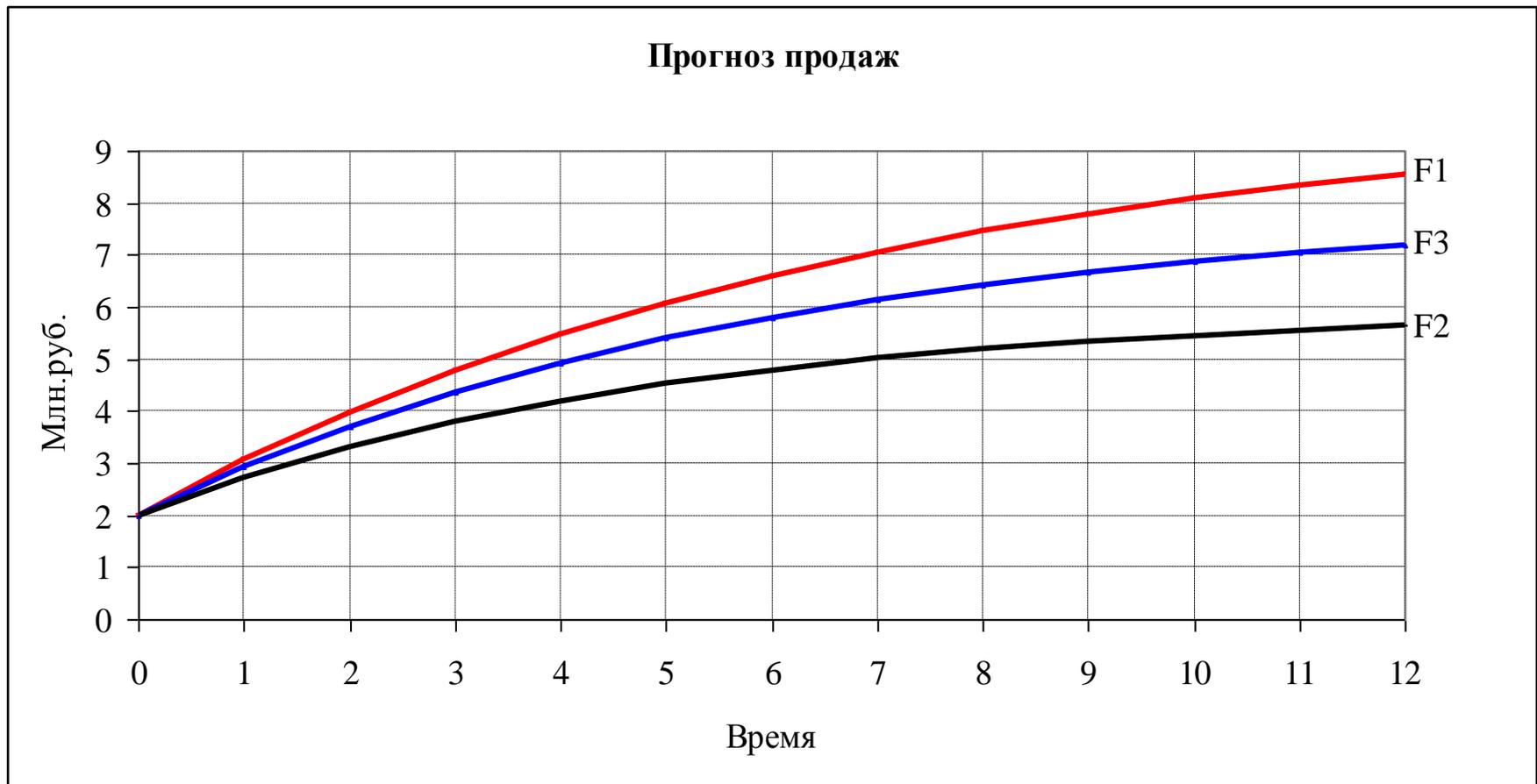


Функция принадлежности  
отклонения целевой функции

$\mu(\Delta Y/Y)$



Функция: «Прогноз продаж за период  $t$ »  
есть треугольное число  $[F_2(t), F_3(t), F_1(t)]$



# Оценка одновременного влияния совокупности рисков

Полное относительное отклонение целевой функции при воздействии  $N$  рисков:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sum_{i=1}^N S_{x_i}^Y \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

Для каждого из  $N$  нечетких относительных отклонений риск-параметров  $x_i$  определим максимальные границы интервалов достоверности (треугольные числа):

$$\frac{\Delta x_i}{x_i} \in [a_i^-, a_i^+], \forall i$$

# Нечеткое относительное отклонение целевой функции

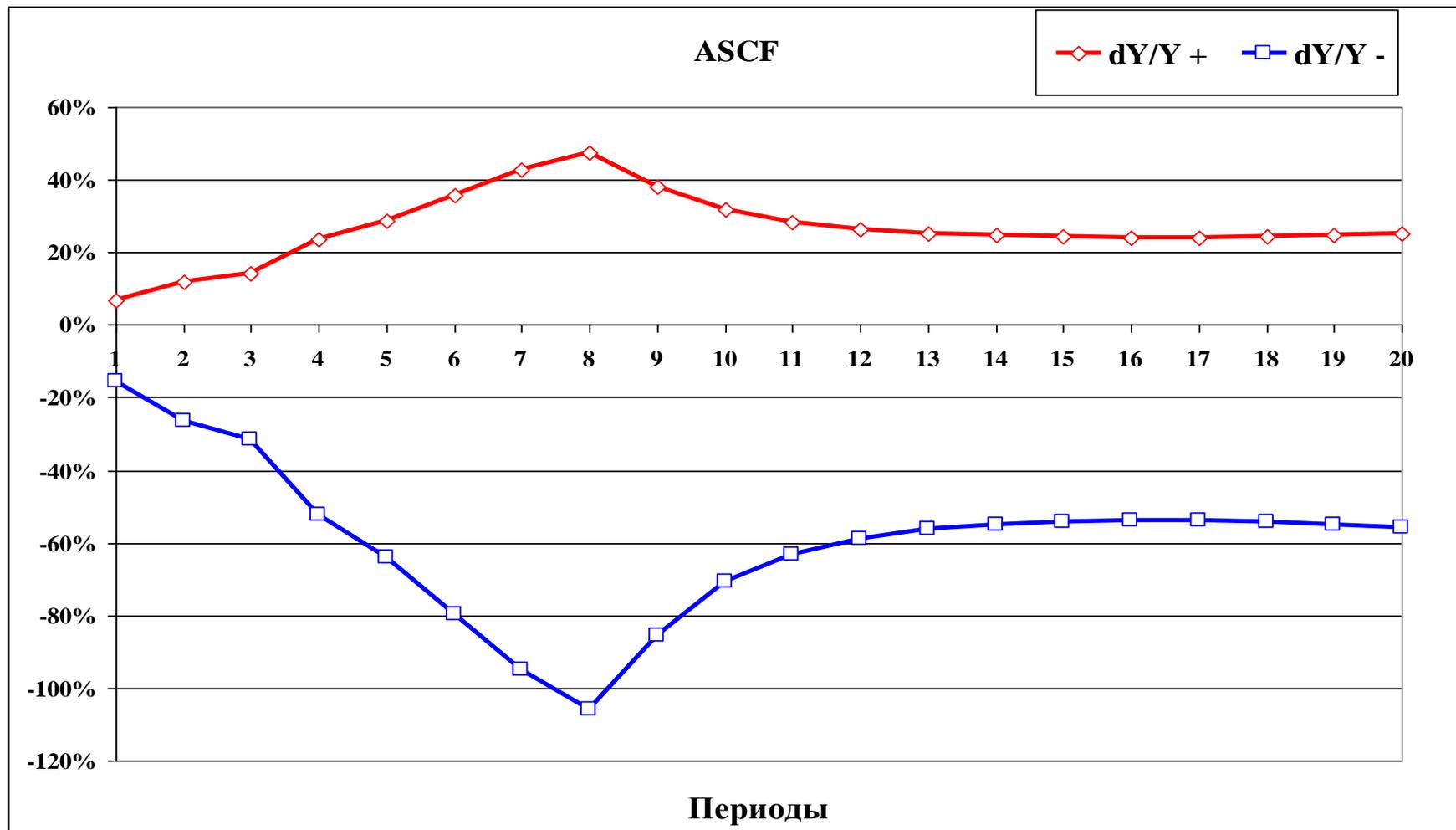
$$\frac{\Delta Y}{Y} \in [b^-, b^+], \forall i$$

где границы интервалов достоверности являются треугольным числом:

$$b^- = \sum_i \min(S_{x_i}^Y a_i^-, S_{x_i}^Y a_i^+)$$

$$b^+ = \sum_i \max(S_{x_i}^Y a_i^-, S_{x_i}^Y a_i^+)$$

# Границы относительных отклонений накопленного сальдо денежных потоков (наихудший случай)



# Оценка вероятности одновременного воздействия $k$ рисков событий из $N$

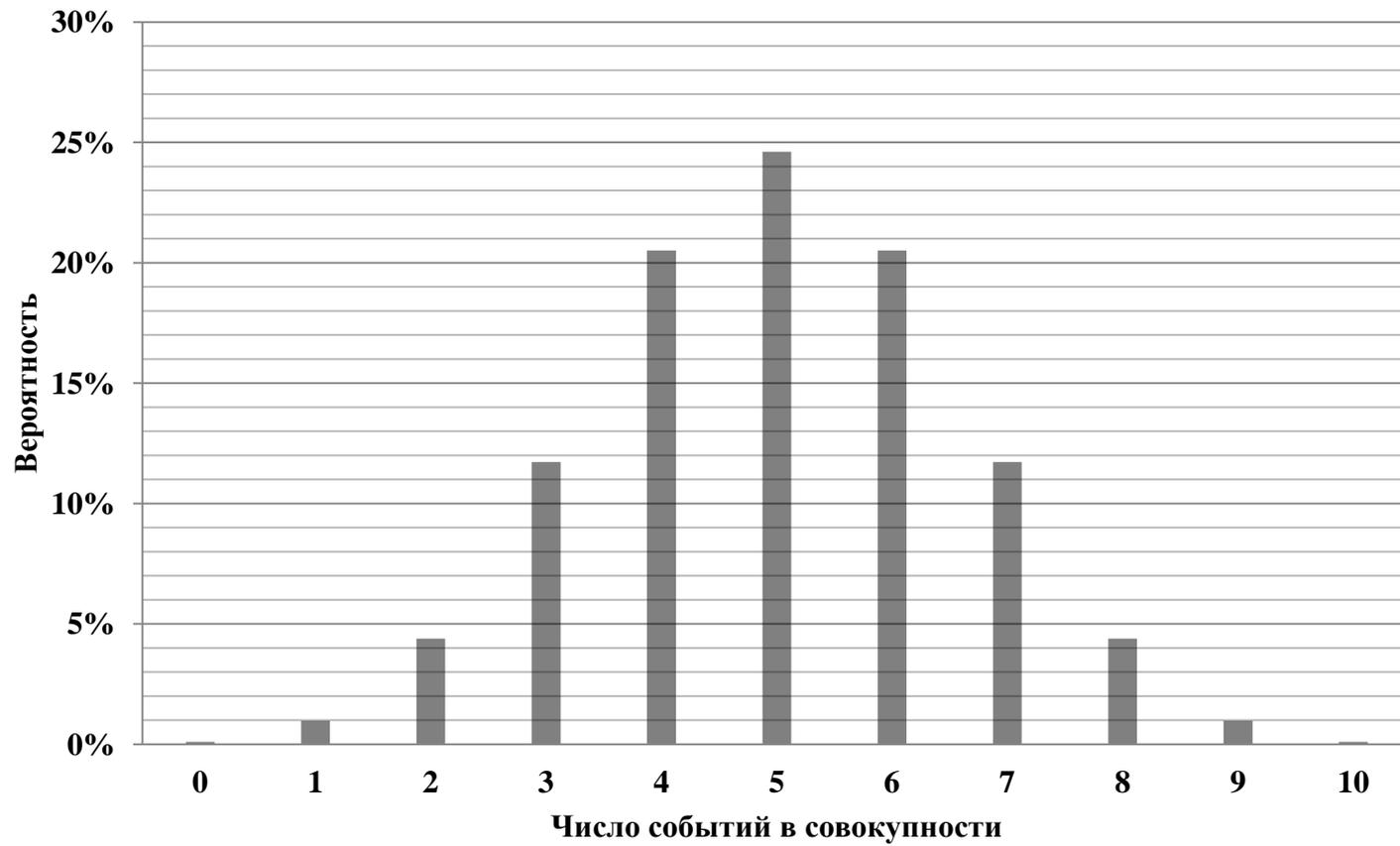
Число комбинаций из  $N$  событий по  $k$ :

$$C_N^k = \frac{N!}{k!(N-k)!}$$

Вероятность появления случайной совокупности, состоящей из  $k$  событий:

$$P_k = \frac{C_N^k}{\sum_{i=0}^N C_N^i}$$

# Вероятности одновременного действия различных совокупностей из 10 рисковых событий



## Нечеткая оценка математического ожидания границ отклонения целевой функции при одновременном воздействии совокупности рисков

**Теорема:** при воздействии на экономическую систему (фирма, инвестиционный проект и др.) одновременно любой случайной  $k$ -совокупности из множества независимых  $N$  рисков событий, математическое ожидание относительного отклонения целевой функции системы (с учетом ее чувствительности к этим рискам) будет вдвое меньше, чем в предположении, что все  $N$  рисков будут действовать одновременно (наихудший случай).

$$MO\left\{\sum_{i=1}^{N_k} \frac{\Delta Y_{ik}}{Y} \mid \forall k\right\} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{\Delta Y_i}{Y}$$

# Оценка рисковой составляющей в ставке дисконта

**Ставка дисконта:**  $1 + d = (1 + a)(1 + i)(1 + R)$

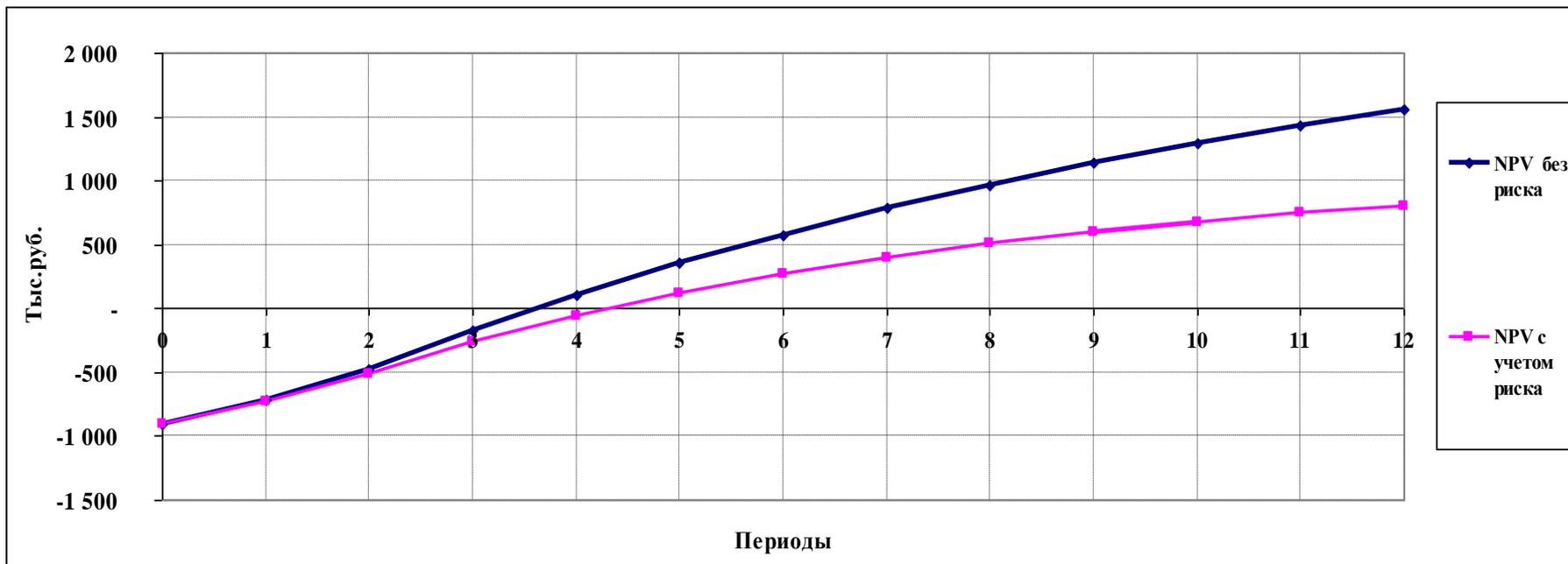
1. Вычисляем  $NPV_{бр}(T)$  при безрисковой ставке дисконта:  $1 + d_0 = (1 + a)(1 + i)$ .
2. Для выбранных возможных отклонений риск-параметров с помощью нечеткой модели находим относительное уменьшение  $\delta NPV_{бр}(T)$  при воздействии совокупности рисков.
3. Вычисляем в конце горизонта планирования предельное значение:

$$NPV_{пред}(T) = NPV_{бр}(T) / [1 + \delta NPV_{бр}(T)]$$

# Оценка рисковой составляющей в ставке дисконта (продолжение)

- Возвращаемся к исходной модели и с помощью опции «Подбор параметра» в EXCEL находим то значение ставки дисконта  $d$ , при которой  $NPV(T) = NPV_{пред}(T)$ . Эта ставка  $d$  будет искомой ставкой дисконта с учетом всех рисков.
- Далее вычисляем рисковую составляющую  $1+R$  ставки дисконта, а именно:

$$1+R = (1+d) / (1+d_0)$$



$$NPV(T) = \sum_{t=0}^T \frac{NCF(t)}{(1+d)^t} - \sum_{t=0}^T \frac{I(t)}{(1+d)^t}$$

***Ставка дисконтирования с учетом риска:***

$$1 + d = (1 + a)(1 + i)(1 + R)$$

# Расчет рисковой поправки:

*Ставка дисконтирования без учета риска:*

$$1 + d_0 = (1 + a)(1 + i)$$

*при этом: NPV = 1561, когда T = 12*

*При воздействии совокупности рисков:*

$$NPV = 800, \text{ когда } T = 12$$

$$R = (1 + d) / (1 + d_0) - 1$$

**6.98%**

**Благодарю за внимание!**

**Есть ли вопросы?**