2. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ОБНАРУЖЕНИЯ И РАЗЛИЧЕНИЯ СИГНАЛОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

2.1. Методы синтеза решающих правил в условиях неопределенности

Существующие методы синтеза алгоритмов используют различные подходы к преодолению априорной неопределенности. По типу используемых моделей выделяют *параметрический*, *непараметрический* и *робастный* подходы.

В рамках каждого из этих подходов используется в основном два способа действия:

- привлечение *дополнительной информации* (априорной либо извлекаемой из выборок);
- *ограничение класса* рассматриваемых алгоритмов.

Наиболее простой путь привлечения дополнительной информации относительно существенного параметра заключается в простом *переборе* значений параметра, представляющих интерес, или в создании *многоканальных* структур. Каждый канал настраивается на свое значение параметра. Так строятся, например, каналы дальности и частотные каналы в импульсно-доплеровских радиолокационных системах. Каналы одновременно решают задачу измерения неизвестного значения параметра. Эти методы неудобны, если мешающий параметр обладает большим диапазоном изменений, например, при неизвестной интенсивности помехи. Алгоритмические сложности растут при увеличении числа мешающих параметров.

С использованием дополнительной информации связано *расширение модели* (классов вероятностных распределений). Способом расширения модели является введение дополнительных параметров, т. е. построение «супермодели», более полно учитывающей реальность. Дополнительную информацию явно или неявно используют байесовский и минимаксный подходы, метод обобщенного отношения правдоподобия, эмпирический байесовский подход и различные методы адаптации.

Другой подход в борьбе с априорной неопределенностью предусматривает *ограничение класса* рассматриваемых алгоритмов, например, поиск *равномерно наиболее мощных* (РНМ) решающих правил в классе *инвариантных* или в классе *несмещенных* и *подобных*, использование непараметрических статистик.

Все методы синтеза решающих правил в условиях неопределенности включают изменение формулировки исходной задачи.

Рассмотрим разновидности *параметрического подхода* к задачам обнаружения и различения сигналов. Параметрическая априорная неопределенность заключается в незнании значений параметров заданной модели. Влияние некоторых параметров может быть уменьшено *выбором критерия* оптимальности. Например, байесовский критерий максимального правдоподобия не требует знания потерь от решений и априорных вероятностей событий. Критерий Неймана-Пирсона может сделать несущественными значения вероятностей появления сигналов. Однако подобные ситуации являются достаточно редкими.

Байесовский подход включает задание априорного распределения $\pi(\theta)$ для случайного параметра, т. е. привлечение дополнительной информации. В этом случае байесовский алгоритм строится с учетом вида этого распределения. По существу, байесовский подход предполагает случайный характер неизвестных параметров и сводится к переходу от исходной постановки задачи к другой постановке, связанной с заменой исходных плотностей распределения вероятностей $f_i(y,\theta)$ на другие плотности $\langle f_i(y)\rangle$, получаемые статистическим усреднением с учетом априорных распределений параметров.

Минимаксный подход ориентирован на *наименее благоприятные* ситуации и может включать:

1) Выбор наименее благоприятного значения $\theta_{\text{НБ}}$ для неизвестного неслучайного параметра θ.
2) Задание наименее благоприятного априорного распределения $\pi_{\text{НБР}}(\theta)$ для случайного параметра.

В байесовской постановке для выбранного алгоритма δ требуется найти наименее благоприятные априорные распределения (НБР) для каждой гипотезы. Эти распределения приводят к максимальному риску в данной ситуации $R_m(\delta) = \max\limits_{\pi(\theta)} R(\pi(\theta);\delta)$.

Рассматривая все возможные алгоритмы (или алгоритмы из некоторого класса), надо выбрать тот, который дает $\min\limits_{\delta} R_m(\delta)$.

В условно-экстремальной постановке задачи с этим подходом связано *максиминное* решение (максимум минимального выигрыша), которое использует наименее благоприятные значения неизвестных параметров, т. е. оптимальное решающее правило максимизирует $\min\limits_{\theta} D(\theta),\ \theta \in \Theta_1$ при условии $\max\limits_{\theta} F(\theta) \le \alpha,\ \ \theta \in \Theta_0$.

Достоинство минимаксного (или максиминного) подхода заключается в том, что оптимальные минимаксные правила всегда

существуют, поскольку являются частными случаями байесовских решений.

Расчет на наименее благоприятную ситуацию в общем случае представляется чересчур осторожным, поскольку такая ситуация может встречаться относительно редко. В остальных же случаях будут достаточно ощутимые потери качества обнаружения. В частности, алгоритм может обеспечивать заданную вероятность ложной тревоги для значения $\theta_{НБ}$ за счет повышения порога для решающей статистики, однако вероятность правильного обнаружения вследствие этого существенно снизится.

Целесообразность применения минимаксных алгоритмов можно обосновать, если ввести частоту (или вероятность наступления) наименее благоприятных ситуаций.

Методы адаптации алгоритмов в условиях неизвестных параметров модели могут использоваться как в связи с решением основной задачи обнаружения (различения), так и независимо. Оптимальные алгоритмы *адаптивного обнаружения* (различения) для параметрических задач с неизвестными параметрами основаны на решении задачи *совместного обнаружения-оценивания*, которая является задачей существенно более высокого уровня, чем задача обнаружения или задача оценивания. При этом используется *единый* критерий качества, но возникает взаимное влияние не только оценок мешающих параметров на принимаемые решения, но и решений на оценки. Это приводит к тому, что разделить в структуре обработки *основной блок* и *блок адаптации* бывает затруднительно. В целях целью упрощения адаптивных алгоритмов эти блоки часто разделяются и синтезируются *раздельно*, каждый по своему критерию.

В этом случае выделяют критерий качества оценивания неизвестных параметров в блоке адаптации как *критерий адаптации*, и он оказывает влияние на качество решения основной задачи обнаружения или различения.

Теория адаптации характеризуется следующими специфическими чертами [31]:

- расширением числа параметров модели;
- применением эмпирических оценок для неизвестных параметров;
- использованием многошаговых, рекурсивных и последовательных процедур.

Важным критерием качества адаптивного алгоритма является его *сходимость* при увеличении размера выборки к оптимальному алгоритму, соответствующему условиям полной априорной информации [14]. Это означает, что выбранные (случайные) ха-

рактеристики адаптивного алгоритма сходятся к характеристикам оптимального алгоритма.

В случае сходимости алгоритма *по вероятности* (или в среднеквадратическом) адаптивный алгоритм будет *состоятельным*. Сходимость по *вероятности* последовательности случайных величин к некоторой другой случайной или неслучайной величине $x_n \to x$ означает сходимость при $n \to \infty$ последовательности вероятностей $P\{|x_n - x| < \varepsilon\}$ к нулю для малых $\varepsilon > 0$. Сходимость в *среднеквадратическом* означает сходимость к нулю математического ожидания квадрата отклонения $M\{|x_n - x|^2\}$.

Практическое значение имеет *скорость сходимости* или *время адаптации*.

Широкий класс методов адаптации основан на *обучении* устройства по *эмпирическим* данным (обучающим выборкам). Наряду с *рабочим режимом* для адаптивных обучающихся устройств выделяют *режим обучения*. Его сущность заключается в использовании *обучающей выборки* для извлечения недостающей априорной информации. Характерной особенностью *методов обучения* является то, что принадлежность каждого сигнала сообщается устройству различения (в той или иной форме) вместе с самим наблюдением (обучение с учителем) [13]. Таким образом, при *обучении с учителем* обучающие выборки *классифицируются* (идеальным учителем).

Методы самообучения или *обучения без учителя* используются в ситуациях, когда обучающая выборка не является классифицированной. В этих случаях можно говорить о *классификации с ошибкой* или о *реальном учителе*, способном ошибаться.

Если режим обучения полностью аналогичен рабочему режиму, т. е. в процессе обучения принимаются такие же решения (производится обнаружение и различение сигналов), как и в рабочем режиме, то обучение называют «рабочеподобным». Если же процесс обучения не сопровождается принятием основных решений, то обучение называют «простым».

Метод обобщенного отношения правдоподобия сводится к использованию оценок максимального правдоподобия неизвестных параметров. Эти оценки участвуют в формировании отношения правдоподобия. Таким образом, дополнительная информация извлекается из наблюдений. Этот метод фактически представляет собой вариант адаптации, однако, каналы адаптации в явном виде могут и не существовать.

Отношение правдоподобия, в котором использованы оценки максимального правдоподобия для соответствующих гипотез, называется *обобщенным отношением правдоподобия* [3]:

$$\Lambda_G(y) = \max_{\theta_1} f_1(y,\theta_1) / \max_{\theta_0} f_0(y,\theta_0).$$

Значения $\max_{\theta_1} f_1(y,\theta_1)$ и $\max_{\theta_0} f_0(y,\theta_0)$ вычисляются путем подстановки в функции правдоподобия вместо неизвестных параметров соответствующих оценок максимального правдоподобия θ_1^* и θ_0^*. Таким образом, обобщенное отношение правдоподобия равно $\Lambda_G(y) = f_1(y,\theta_1^*) / f_0(y,\theta_0^*)$, где оценки сами зависят от наблюдений и, следовательно, являются случайными величинами. Метод не вытекает из единого критерия оптимальности и поэтому не дает строго оптимального решения.

Адаптивный байесовский подход основан на выборе решения по минимуму ожидаемых потерь и в этом смысле не отличается от обычного байесовского подхода. Он предусматривает при поиске оптимального алгоритма минимизацию не самого среднего риска, который зависит от неизвестного параметра и не может быть вычислен, а *оценки* этого риска, получаемой с привлечением наблюдений. Фактически при адаптивном байесовском подходе точная мера ожидаемых потерь – апостериорный риск – заменяется его состоятельной оценкой по имеющимся наблюдениям [8].

Возникает целый ряд вопросов, связанных с определением качества оценки среднего риска. Этот подход расширяет круг используемых оценок неизвестных параметров по сравнению с методом обобщенного правдоподобия.

Эмпирические подходы в задачах с априорной неопределенностью связаны с *обучением* по *дополнительным обучающим* выборкам, а также с *самообучением*. Фактически они представляют конкретные методы адаптации с обучением. Если имеется обучающая выборка $x_{об}$, то с ее помощью можно построить апостериорную плотность $w(\theta \mid x_{об})$ для неизвестного параметра θ. Эта плотность заменяет априорное распределение $\pi(\theta)$ для случайного параметра θ распределения $f(y,\theta)$.

Эмпирический байесовский подход [8] также имеет целью избавить общий байесовский подход от влияния априорных предположений путем привлечения обучающих выборок.

Обычно этот термин используется для варианта Роббинса [8], который в случае неизвестного априорного распределения $\pi(\theta)$ параметра использует безусловное (маргинальное) распределение наблюдений $f(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y,\theta)\pi(\theta)\mathrm{d}\theta$ и эмпирическую оценку этого распределения по обучающей выборке.

Асимптотические методы построения алгоритмов основаны на сходимости большинства оценок неизвестных параметров, а также используют предельные формы для распределений, входящих в отношение правдоподобия. Полученные с их помощью *асимптотически оптимальные* алгоритмы могут неплохо работать и в случае конечных выборок.

Принципы *подобия* и *инвариантности* используют ограничения классов решающих правил и позволяют синтезировать алгоритмы для параметрических задач при конечных выборках.

Подобные решающие правила обладают свойством стабилизации вероятности ложной тревоги при возможных изменениях мешающего параметра, т. е. $F(\theta) = \alpha$ при $\theta \in \Theta_0$ или $\int_{Y_1} f_0(y, \theta)\mathrm{d}y = \alpha$, где α представляет заданный размер критической области Y_1, которая соответствует гипотезе H_1. Поскольку для всего выборочного пространства Y выполняется условие нормировки $\int_{Y} f_0(y, \theta)\mathrm{d}y = 1$,то говорят, что критическая область Y_1 *подобна* всему выборочному пространству Y, а соответствующее решающее правило $\delta_{\Pi}(y)$ называется *подобным* [5, 6, 8].

Нахождение *подобной критической области* облегчается, если для параметра θ имеется достаточная статистика при гипотезе H_0. При выполнении важного требования к распределению этой статистики (ограниченной полноты распределения) подобные области находятся как области постоянства этой статистики. В результате сложная гипотеза H_0 сводится к простой гипотезе и решающее правило находится классическим методом.

Если существует равномерно наиболее мощный (РНМ) подобный алгоритм с непрерывной по θ функцией мощности, то достаточно убедиться, что он *несмещен*, чтобы сделать вывод об оптимальности его в более узком классе Δ_{H} всех несмещенных алгоритмов [6].

Принцип инвариантности решающего правила относительно группы преобразований исходной выборки позволяет в некоторых случаях уменьшить ее мерность, а также сократить мерность параметрического пространства (число мешающих параметров). Инвариантные алгоритмы включают такие преобразования исходной выборки, что свойства инвариантной статистики не зависят от мешающего параметра или фактора. Инвариантные статистики иногда называют *инвариантами*.

Если ограничиться классом правил инвариантных относительно заданной группы преобразований, то задача синтеза опти-

мального правила состоит в определении *РНМ инвариантного* правила или *РНМ несмещенного инвариантного* правила.

В общем случае рассматривается некоторая группа G преобразований исходной выборки $y=(y_1, y_2, ..., y_N)$. В результате преобразования g из этой группы получается статистика $z=g(y)$, где $z=(z_1, z_2, ..., z_K)$. Параметрическое семейство распределений $f(y,\theta), \theta \in \Theta$ является *инвариантным* относительно группы преобразований G, если каждому преобразованию g соответствует преобразование $\bar{g} \in \bar{G}$ параметрического множества Θ на себя взаимно однозначно [14]. Тогда распределение величины z будет $f(z, \bar{g}(\theta)),\ \bar{g}(\theta) \in \Theta$.

Говорят, что *задача* проверки гипотезы $H_0 : \theta \in \Theta_0$ против альтернативы $H_1 : \theta \in \Theta_1$ остается *инвариантной относительно преобразования* $g \in G$, если соответствующее преобразование $\bar{g}$ сохраняет пространства Θ_0 и Θ_1, т. е. $\bar{g}(\Theta_0) \in \Theta_0$ и $\bar{g}(\Theta_1) \in \Theta_1$. *Инвариантная* решающая функция $\delta_И(y)$ удовлетворяет соотношению $\delta_И(g(y)) = \delta_И(y)$.

Если алгоритм обеспечивает инвариантность для вероятности ложной тревоги, то он попадает в класс подобных алгоритмов, где такие алгоритмы образуют подкласс.

Непараметрический подход использует *непараметрические модели* для описания свойств событий и наблюдений. Непараметрические модели задают свойства выборок, которые не описываются конечным набором параметров. Основным инструментом является использование *порядковых* статистик, в частности, *знаковых* и *ранговых*, которые являются инвариантами к мешающим факторам.

Основные типы непараметрических задач известны из статистики [14]:

- обнаружение сдвига распределения,
- обнаружение изменения масштаба распределения,
- обнаружение зависимости выборочных значений,
- проверка симметрии распределения,
- проверка согласия выборочного и эталонного распределений,
- проверка однородности выборки.

Робастный подход предусматривает использование непараметрических окрестностей для заданных параметрических моделей.

Принятая параметрическая модель может в большинстве случаев рассматриваться лишь как средство приближенного описания действительности. Отклонения от модели обычно приводят к существенной потере качества алгоритмов. Робастные модели вводят контролируемые отклонения от заданных моделей.

Иногда непараметрические и робастные методы объединяются в методы, *свободные от распределения* (distribution-free) [17].