

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

Задача 1.

Для заданных матриц A и B найти матрицу X , удовлетворяющую соотношению.

$$A^T * X * A^{-1} = B, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Задача 2.

Написать разложение вектора x по базису $\{p, q\}$:

$$x = \{9, -7\}, \quad p = \{1, -3\}, \quad q = \{3, 1\}$$

Задача 3.

Найти угол между двумя плоскостями.

$$4x + 2y + 2z = 1, \quad 5x - 4y - 3z = 1.$$

Задача 4.

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.

2. По методу Крамера

$$5x_1 + 2x_3 = 15$$

$$2x_2 + 2x_3 = 0$$

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 = 12$$

Задача 5.

Заданы вершины треугольника ABC .

Найти уравнение медианы, проведенной из угла C : $A\{-4, -5\}$, $B\{3, 1\}$, $C\{-1, 5\}$.

Задача 6.

задано действие линейного преобразования \mathcal{A} на двух векторах

$$\text{на первом векторе: } \mathcal{A}[6\vec{i} + 4\vec{j}] = 3\vec{i} + 5\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[6\vec{i} - 8\vec{j}] = 3\vec{i} + 10\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования \mathcal{A} в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } \mathcal{A}[6\vec{i} + 4\vec{j}]$$

Задача 7.

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы A .

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$$

Задача 8.

Задана система из двух линейно независимых векторов $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$.

Рассматриваются два новых вектора $\{\vec{y}_1, \vec{y}_2\}$, где

$$\vec{y}_1 = 2\vec{x}_1 + 2\vec{x}_2$$

$$\vec{y}_2 = 4\vec{x}_1 + 4\vec{x}_2$$

Будет ли система $\{\vec{y}_1, \vec{y}_2\}$ линейно независимой или нет?

Ответ обосновать