

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

Задача 1.

Для заданных матриц A и B найти матрицу X , удовлетворяющую соотношению.

$$A^{-1} * X * A^T = B, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Задача 2.

Написать разложение вектора x по базису $\{p, q\}$:

$$x = \{5, -10\}, \quad p = \{3, -1\}, \quad q = \{2, 1\}$$

Задача 3.

Найти угол между двумя плоскостями.

$$2x - 2y - 4z = 2, \quad 4x - 3y + 4z = 2.$$

Задача 4.

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.
2. По методу Крамера

$$2x_1 + 2x_3 = -8$$

$$4x_2 + 5x_3 = -8$$

$$3x_1 + 4x_2 + x_3 = 8$$

Задача 5.

Заданы вершины треугольника ABC .

Найти уравнение медианы, проведенной из угла C : $A\{-1, 0\}$, $B\{-2, -1\}$, $C\{2, 1\}$.

Задача 6.

задано действие линейного преобразования \mathcal{A} на двух векторах

$$\text{на первом векторе : } \mathcal{A}[5\vec{i} + 4\vec{j}] = 3\vec{i} + 5\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[5\vec{i} - 8\vec{j}] = 3\vec{i} + 10\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования \mathcal{A} в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } \mathcal{A}[2\vec{i} + 3\vec{j}]$$

Задача 7.

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы A .

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

Задача 8.

В трехмерном пространстве задана система из двух линейно независимых векторов $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$.

К этой системе добавляется третий вектор \vec{x}_3 , ортогональный вектору \vec{x}_2 .

Что можно сказать о линейной зависимости или независимости системы $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\}$.

Ответ обосновать