

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

Задача 1.

Для заданных матриц A и B найти матрицу X, удовлетворяющую соотношению.

$$A^T * X * A^{-1} = B, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$$

Задача 2.

Написать разложение вектора x по базису {p, q}:

$$x = \{-5, -3\}, \quad p = \{-3, -3\}, \quad q = \{1, 3\}$$

Задача 3.

Найти угол между двумя плоскостями.

$$4x - 2y - 3z = 3, \quad -4x - 5y + 2z = -1.$$

Задача 4.

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.
2. По методу Крамера

$$x_1 + x_3 = 7$$

$$x_2 + 5x_3 = 22$$

$$3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 25$$

Задача 5.

Заданы вершины треугольника ABC.

Найти уравнение высоты, проведенной из угла B: A{0, -5}, B{0, -3}, C{3, 3}.

Задача 6.

задано действие линейного преобразования \mathcal{A} на двух векторах

$$\text{на первом векторе : } \mathcal{A}[4\vec{i} + 4\vec{j}] = 5\vec{i} + 2\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[4\vec{i} - 8\vec{j}] = 5\vec{i} + 4\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования \mathcal{A} в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } \mathcal{A}[2\vec{i} + 4\vec{j}]$$

Задача 7.

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы A.

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 8.

В трехмерном пространстве задана система из двух линейно независимых векторов $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$.

К этой системе добавляется третий вектор \vec{x}_3 , где

$$\vec{x}_3 = 4\vec{x}_1 + 3\vec{x}_2$$

Будет ли система $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\}$ линейно независимой или нет?

Ответ обосновать