

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

Задача 1.

Для заданных матриц A и B найти матрицу X , удовлетворяющую соотношению.

$$A^T * X * A^{-1} = B, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 2.

Написать разложение вектора x по базису $\{p, q\}$:

$$x = \{1, 11\}, \quad p = \{1, 1\}, \quad q = \{-2, 3\}$$

Задача 3.

Найти угол между двумя плоскостями.

$$4x - 5y = -3, \quad -x - 3y + 3z = 2.$$

Задача 4.

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.

2. По методу Крамера

$$3x_1 + x_3 = 6$$

$$4x_2 + 5x_3 = -20$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -8$$

Задача 5.

Заданы вершины треугольника ABC .

Найти уравнение высоты, проведенной из угла A : $A\{4, 0\}$, $B\{-2, -2\}$, $C\{-3, -3\}$.

Задача 6.

задано действие линейного преобразования \mathcal{A} на двух векторах

$$\text{на первом векторе: } \mathcal{A}[5\vec{i} + 2\vec{j}] = 4\vec{i} + 6\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[5\vec{i} - 4\vec{j}] = 4\vec{i} + 12\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования \mathcal{A} в стандартном базисе.

Вычислить значение $\mathcal{A}[5\vec{i} + 2\vec{j}]$

Задача 7.

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы A .

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$$

Задача 8.

Может ли быть так, что длина вектора \vec{x}_1 равна 5, длина вектора \vec{x}_2 равна 1 а скалярное произведение равно -10 ?

Ответ обосновать