

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

**Задача 1.**

Для заданных матриц A и B найти матрицу X, удовлетворяющую соотношению.

$$A^T * X * A^{-1} = B, \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

**Задача 2.**

Написать разложение вектора x по базису {p, q}:

$$x = \{19, -18\}, \quad p = \{1, -2\}, \quad q = \{3, -2\}$$

**Задача 3.**

Найти угол между двумя плоскостями.

$$3x - 5y = 2, \quad -x + 4y - 2z = -3.$$

**Задача 4.**

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.
2. По методу Крамера

$$3x_1 + 5x_3 = -24$$

$$x_2 + 2x_3 = -3$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -6$$

**Задача 5.**

Заданы вершины треугольника ABC.

Найти уравнение медианы, проведенной из угла B: A{-5, 1}, B{-1, 0}, C{-1, 3}.

**Задача 6.**

задано действие линейного преобразования  $\mathcal{A}$  на двух векторах

$$\text{на первом векторе : } \mathcal{A}[4\vec{i} + 4\vec{j}] = 4\vec{i} + 2\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[4\vec{i} - 8\vec{j}] = 4\vec{i} + 4\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования  $\mathcal{A}$  в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } \mathcal{A}[5\vec{i} + 6\vec{j}]$$

**Задача 7.**

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы A.

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

**Задача 8.**

В трехмерном пространстве задана система из двух линейно независимых векторов  $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$ .

К этой системе добавляется третий вектор  $\vec{x}_3$ , где

$$\vec{x}_3 = 4\vec{x}_1 + 5\vec{x}_2$$

Будет ли система  $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\}$  линейно независимой или нет?

Ответ обосновать