

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 19

**Задача 1.**

Для заданных матриц  $A$  и  $B$  найти матрицу  $X$ , удовлетворяющую соотношению.

$$A^T * X * A^{-1} = B, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

**Задача 2.**

Написать разложение вектора  $x$  по базису  $\{p, q\}$ :

$$x = \{6, 12\}, \quad p = \{3, 3\}, \quad q = \{3, -3\}$$

**Задача 3.**

Найти угол между двумя плоскостями.

$$-5x - 4y + z = 1, \quad -x + 2y + 2z = -3.$$

**Задача 4.**

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.

2. По методу Крамера

$$5x_1 + 5x_3 = -15$$

$$2x_2 + 2x_3 = -16$$

$$4x_1 + x_2 + x_3 = -4$$

**Задача 5.**

Заданы вершины треугольника  $ABC$ .

Найти уравнение медианы, проведенной из угла  $C$ :  $A\{-1, 5\}$ ,  $B\{2, 1\}$ ,  $C\{-4, -2\}$ .

**Задача 6.**

задано действие линейного преобразования  $\mathcal{A}$  на двух векторах

$$\text{на первом векторе: } \mathcal{A}[5\vec{i} + 4\vec{j}] = 2\vec{i} + 2\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[5\vec{i} - 8\vec{j}] = 2\vec{i} + 4\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования  $\mathcal{A}$  в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } \mathcal{A}[2\vec{i} + 2\vec{j}]$$

**Задача 7.**

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы  $A$ .

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$

**Задача 8.**

Может ли быть так, что длина вектора  $\vec{x}_1$  равна 1, длина вектора  $\vec{x}_2$  равна 2 а скалярное произведение равно  $-1$ ?

Ответ обосновать