

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 18

**Задача 1.**

Для заданных матриц  $A$  и  $B$  найти матрицу  $X$ , удовлетворяющую соотношению.

$$A^T * X * A^{-1} = B, \quad A = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

**Задача 2.**

Написать разложение вектора  $x$  по базису  $\{p, q\}$ :

$$x = \{5, -7\}, \quad p = \{-1, -3\}, \quad q = \{3, -2\}$$

**Задача 3.**

Найти угол между двумя плоскостями.

$$4x - 2y - 2z = -1, \quad -3x + 3y + 2z = 1.$$

**Задача 4.**

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.
2. По методу Крамера

$$4x_1 + 4x_3 = 32$$

$$2x_2 + x_3 = 0$$

$$5x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 36$$

**Задача 5.**

Заданы вершины треугольника  $ABC$ .

Найти уравнение высоты, проведенной из угла  $A$ :  $A\{-4, 2\}$ ,  $B\{-2, -3\}$ ,  $C\{-5, -4\}$ .

**Задача 6.**

задано действие линейного преобразования  $\mathcal{A}$  на двух векторах

$$\text{на первом векторе: } \mathcal{A}[5\vec{i} + 6\vec{j}] = 2\vec{i} + 4\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[5\vec{i} - 12\vec{j}] = 2\vec{i} + 8\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования  $\mathcal{A}$  в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } \mathcal{A}[6\vec{i} + 6\vec{j}]$$

**Задача 7.**

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы  $A$ .

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$$

**Задача 8.**

В трехмерном пространстве задана система из двух линейно независимых векторов  $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$ .

К этой системе добавляется третий вектор  $\vec{x}_3$ , ортогональный вектору  $\vec{x}_2$ .

Что можно сказать о линейной зависимости или независимости системы  $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\}$ .

Ответ обосновать