

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 16

Задача 1.

Для заданных матриц A и B найти матрицу X , удовлетворяющую соотношению.

$$A^T * X * A^{-1} = B, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Задача 2.

Написать разложение вектора x по базису $\{p, q\}$:

$$x = \{-6, -21\}, \quad p = \{2, -3\}, \quad q = \{-2, -3\}$$

Задача 3.

Найти угол между двумя плоскостями.

$$3x + 2y + 5z = 1, \quad -5x + y + 4z = 2.$$

Задача 4.

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.
2. По методу Крамера

$$5x_1 + 4x_3 = -25$$

$$x_2 + 5x_3 = -28$$

$$5x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -35$$

Задача 5.

Заданы вершины треугольника ABC .

Найти уравнение высоты, проведенной из угла B : $A\{1, -2\}$, $B\{-2, -2\}$, $C\{3, 0\}$.

Задача 6.

задано действие линейного преобразования \mathcal{A} на двух векторах

$$\text{на первом векторе: } \mathcal{A}[5\vec{i} + 6\vec{j}] = 2\vec{i} + 6\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[5\vec{i} - 12\vec{j}] = 2\vec{i} + 12\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования \mathcal{A} в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } \mathcal{A}[3\vec{i} + 4\vec{j}]$$

Задача 7.

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы A .

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Задача 8.

В трехмерном пространстве задана система из двух линейно независимых векторов $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$.

К этой системе добавляется третий вектор \vec{x}_3 , где

$$\vec{x}_3 = 3\vec{x}_1 + 4\vec{x}_2$$

Будет ли система $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\}$ линейно независимой или нет?

Ответ обосновать