

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12

Задача 1.

Для заданных матриц A и B найти матрицу X , удовлетворяющую соотношению.

$$A^T * X * A^{-1} = B, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 2.

Написать разложение вектора x по базису $\{p, q\}$:

$$x = \{11, -12\}, \quad p = \{1, -3\}, \quad q = \{-2, -1\}$$

Задача 3.

Найти угол между двумя плоскостями.

$$-5x - y - 3z = -1, \quad -4x + 3y + 3z = 0.$$

Задача 4.

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.
2. По методу Крамера

$$4x_1 + 2x_3 = -24$$

$$2x_2 + x_3 = -4$$

$$4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -24$$

Задача 5.

Заданы вершины треугольника ABC .

Найти уравнение медианы, проведенной из угла A : $A\{2, 2\}$, $B\{-2, 1\}$, $C\{5, -2\}$.

Задача 6.

задано действие линейного преобразования \mathcal{A} на двух векторах

$$\text{на первом векторе: } \mathcal{A}[3\vec{i} + 5\vec{j}] = 3\vec{i} + 3\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[3\vec{i} - 10\vec{j}] = 3\vec{i} + 6\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования \mathcal{A} в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } \mathcal{A}[3\vec{i} + 2\vec{j}]$$

Задача 7.

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы A .

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 8.

В трехмерном пространстве задана система из двух линейно зависимых векторов $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$.

К этой системе добавляется третий вектор \vec{x}_3

Что можно сказать о линейной зависимости или независимости системы $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\}$.

Ответ обосновать