

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

Задача 1.

Для заданных матриц A и B найти матрицу X , удовлетворяющую соотношению.

$$A^T * X * A^{-1} = B, \quad A = \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Задача 2.

Написать разложение вектора x по базису $\{p, q\}$:

$$x = \{1, -2\}, \quad p = \{2, -1\}, \quad q = \{3, -3\}$$

Задача 3.

Найти угол между двумя плоскостями.

$$x + 4y + 3z = 1, \quad 5x + y + 4z = 2.$$

Задача 4.

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.
2. По методу Крамера

$$3x_1 + 4x_3 = 10$$

$$x_2 + x_3 = 9$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 15$$

Задача 5.

Заданы вершины треугольника ABC .

Найти уравнение высоты, проведенной из угла C : $A\{-1, -2\}$, $B\{1, 0\}$, $C\{2, -5\}$.

Задача 6.

задано действие линейного преобразования \mathcal{A} на двух векторах

$$\text{на первом векторе: } \mathcal{A}[3\vec{i} + 3\vec{j}] = 3\vec{i} + 6\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[3\vec{i} - 6\vec{j}] = 3\vec{i} + 12\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования \mathcal{A} в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } \mathcal{A}[3\vec{i} + 4\vec{j}]$$

Задача 7.

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы A .

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 8.

В трехмерном пространстве задана система из двух линейно независимых векторов $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$.

К этой системе добавляется третий вектор \vec{x}_3 , где

$$\vec{x}_3 = 4\vec{x}_1 + 4\vec{x}_2$$

Будет ли система $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\}$ линейно независимой или нет?

Ответ обосновать