

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

Задача 1.

Для заданных матриц A и B найти матрицу X , удовлетворяющую соотношению.

$$A^{-1} * X * A^T = B, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Задача 2.

Написать разложение вектора x по базису $\{p, q\}$:

$$x = \{-1, 7\}, \quad p = \{2, 1\}, \quad q = \{-1, -2\}$$

Задача 3.

Найти угол между двумя плоскостями.

$$-4x + 4y - 2z = -2, \quad -2x - 2y - 3z = 3.$$

Задача 4.

Решить систему линейных уравнений

1. По методу Гаусса, привести все матрицы элементарных преобразований.
2. По методу Крамера

$$2x_1 + 4x_3 = 10$$

$$5x_2 + 2x_3 = 33$$

$$3x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 18$$

Задача 5.

Заданы вершины треугольника ABC .

Найти уравнение медианы, проведенной из угла A : $A\{-2, -2\}$, $B\{0, -2\}$, $C\{2, -4\}$.

Задача 6.

задано действие линейного преобразования \mathcal{A} на двух векторах

$$\text{на первом векторе : } \mathcal{A}[4\vec{i} + 5\vec{j}] = 2\vec{i} + 5\vec{j},$$

$$\text{и на втором векторе: } \mathcal{A}[4\vec{i} - 10\vec{j}] = 2\vec{i} + 10\vec{j}$$

Построить матрицу линейного преобразования \mathcal{A} в стандартном базисе.

$$\text{Вычислить значение } \mathcal{A}[5\vec{i} + 6\vec{j}]$$

Задача 7.

Найти характеристический многочлен, собственные значения и собственные векторы матрицы A .

$$\text{Матрица } A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Задача 8.

В трехмерном пространстве задана система из двух линейно зависимых векторов $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$.

К этой системе добавляется третий вектор \vec{x}_3

Что можно сказать о линейной зависимости или независимости системы $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3\}$.

Ответ обосновать