

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»
(СПбГУТ)

Математическое моделирование оптических процессов,
элементов и устройств

Материалы для практичеких занятий
(семинаров)

СПб ГУТ)))

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2017

Содержание

1	Построение простейших математических моделей.....	4
2	Принципы построения математических моделей объектов.....	10
3	Получение моделей из фундаментальных законов физики	12
4	Модель распространения сигналов в диэлектрическом волноводе и открытом пространстве	15
	Рекомендуемая литература.....	19

1 Построение простейших математических моделей.

Введение

В современной научной практике важнейшим методом научного познания является моделирование, при котором реальный исследуемый объект заменяется моделью. Целью данного метода является проведение экспериментов и прогнозирование поведения исследуемых процессов в моделированной системе.

Модель – это упрощенное представление о реальном объекте, процессе или явлении.

Моделирование – это построение моделей для исследования объектов, процессов, явлений.

Модель может быть похожей копией объекта, выполненной из другого материала, в другом масштабе, с отсутствием деталей. Например, это игрушечный кораблик, самолет и т.д. Модель может отображать реальность более абстрактно – словесным описанием в свободной форме, описанием, формализованным по каким-то правилам, математическими соотношениями и т.д.

Математические модели - очень широкий класс знаковых моделей (основанных на формальных языках над конечными алфавитами), широко использующих те или иные математические методы.

Практическое задание: составить математическую модель фотодиода, которая учитывала бы электрические (вольтамперные) и оптические характеристики (характеристика токовой чувствительности) фотодиода.

В качестве исходных данных использовать следующие технические характеристики реального фотодиода-прототипа:

Оптические и электрические характеристики ($T=25^{\circ}\text{C}$):

PIN фотодиод

Диапазон спектральной чувствительности λ_{OP} 1100 - 1650 нм

Спектральная чувствительность $R_{\text{UR}}=5\text{V}$, $\lambda=1300\text{нм}$ 0.8 0.9 - А/Вт

Темновой ток $I_{\text{D UR}}=5.0\text{ V}$ - 1.0 2.0 нА

Емкость CPD $\text{UR}=5\text{ V}$, $f=1\text{ MHz}$ - 1.5 1.7 пФ

Полоса пропускания $\text{BW UR}=5.0\text{ V}$ 1.5 - - ГГц

Оптический разъем

Тип оптического разъема - FC -

Тип оптического волокна - SM, MM -

Условия эксплуатации

Диапазон рабочих температур TOP -40 - +55 оС

Диапазон температур хранения TST -40 - +70 оС

Теоретические сведения к выполнению задания

В общем случае любой фотодиод является преобразователем оптического излучения в электрический сигнал, который основан на физических процессах, происходящих в р-п переходе. При освещении происходит генерация электронно-дырочных пар. Электрическое поле перехода разделяет неравновесные носители заряда. Ток, образованный этими носителями, совпадает по направлению с обратным током р-п перехода. Поэтому ВАХ р-п перехода в общем случае при освещении можно записать в виде [13]:

$$I = I_s \left(\exp \frac{U}{\varphi_T m} - 1 \right) - I_\phi(F), \quad (33)$$

где I_s - ток насыщения

I_ϕ - фототок

На рисунке 25 представлены вольтамперные характеристики фотодиода при различном уровне освещения.

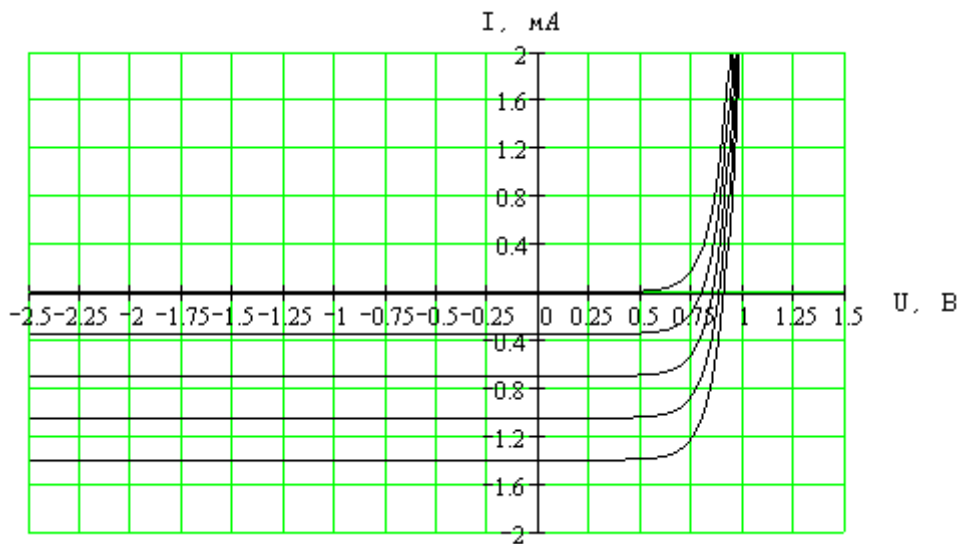


Рис. 25. Вольтамперные характеристики фотодиода.

P-n переход как фотоприемник применяется в двух режимах – фотодиодном и режиме генерации фото-ЭДС (вентильном). В первом случае на диод подается обратное напряжение и ток через структуру является функцией интенсивности света.

При достаточно больших обратных напряжениях ВАХ диода запишется как:

$$I = -I_s - I_\phi, \quad (34)$$

т.е. ток не зависит от напряжения, а определяется только интенсивностью засветки. Линейная зависимость от интенсивности света является большим преимуществом фотодиодов перед фоторезисторами.

Во втором случае p-n переход сам используется в качестве источника ЭДС или тока. При разомкнутой внешней цепи ($R = \infty$) напряжение на переходе при холостом ходе, равное фото-ЭДС описывается выражением:

$$U_{xx} = \varphi_T \cdot \ln(I_\phi / I_s + 1) \quad (35)$$

На рис. 26 представлена зависимость напряжения на диоде в фотогальваническом режиме в зависимости от падающего излучения.

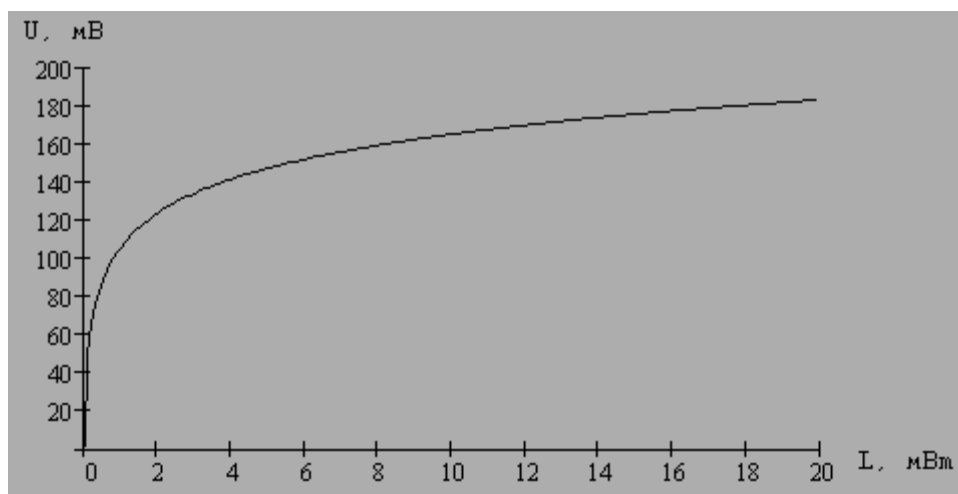


Рис. 26. Напряжение на фотодиоде при фотогальваническом режиме работы.

В фотодиодном режиме PIN диод отличается высокой линейностью обычно до уровня мощности 1 мВт. Основным недостатком фотодиодного режима является малая полоса пропускания ввиду большой емкости соединения.

В фотодиодном режиме источник напряжения уменьшает емкость связи, следовательно, увеличивается полоса пропускания. Однако при этом происходит генерация темнового тока. Из-за наличия темнового тока данный режим обеспечивает меньшую чувствительность, но обладает более высокой линейностью.

4.3.2 Энергетические характеристики

Основная энергетическая характеристика – токовая чувствительность (монохроматическая) S_{ph} (А/Вт), определяемая как [3]:

$$S_{ph} = \frac{I_{ph}}{P(\lambda)}, \quad (36)$$

где I_{ph} - фототок,

$P(\lambda)$ - полная оптическая мощность излучения на длине волны λ , падающая на фоточувствительную площадку.

Токовая чувствительность характеризует фотоприемник при низких частотах модуляции. Чувствительность фотодиода прямо пропорциональна его квантовому выходу и является функцией длины волны излучения.

Квантовая эффективность η (безразмерная величина) определяется как:

$$\eta = \frac{N_e}{N_{ph}}, \quad (37)$$

где N_{ph} - количество фотонов, падающих за единицу времени на приемник, а

N_e - количество рожденных в результате этого свободных электронов (или электронно-дырочных пар). Между токовой чувствительностью и квантовой эффективностью существует простая связь:

$$S_{ph} = \frac{e\lambda}{hc} \eta, \quad (38)$$

где

$e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ – заряд электрона, Кл

$h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ – постоянная Планка, Дж·с

c - скорость света

λ - длина волны

С подстановкой констант получаем:

$$S_{ph} = \frac{\lambda}{1,24} \eta \quad (39)$$

На основании зависимостей (рис. 27) легко оценить значения токовой чувствительности для различных материалов и разных длин волн.

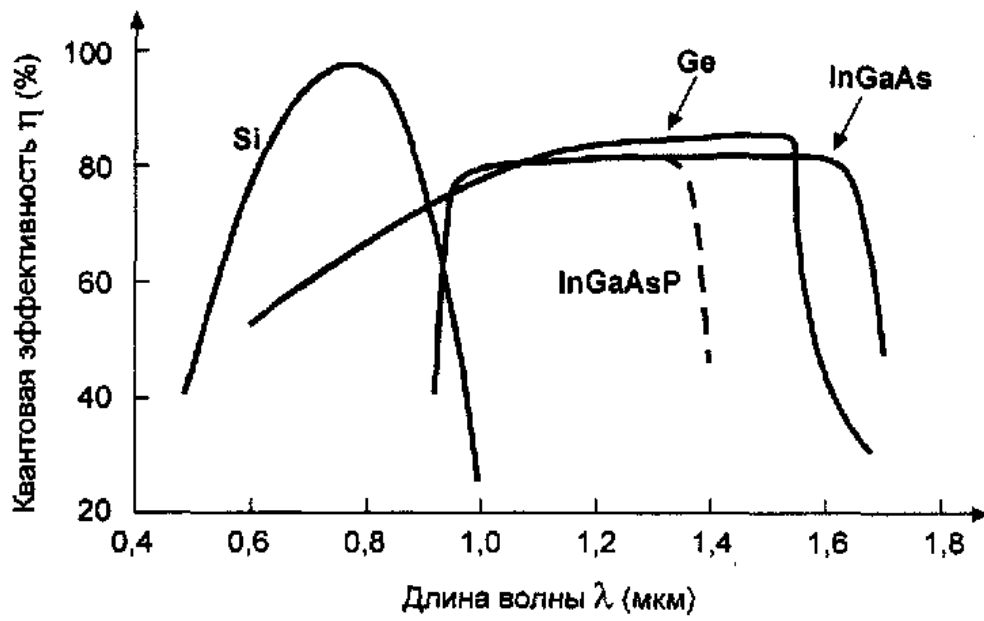


Рис. 27. Зависимость квантовой эффективности от длины волны для различных материалов.

2 Принципы построения математических моделей объектов

Теоретические сведения

Принципы моделирования, отражающие опыт, накопленный к настоящему времени в области разработки и использования математических моделей.

1. Принцип информационной достаточности. При полном отсутствии информации об исследуемой системе построение ее модели невозможно. При наличии полной информации о системе ее моделирование лишено смысла. Существует некоторый критический уровень априорных сведений о системе (уровень информационной достаточности), при достижении которого может быть построена ее адекватная модель.

2. Принцип осуществимости. Создаваемая модель должна обеспечивать достижение поставленной цели исследования с вероятностью, существенно отличающейся от нуля, и за конечное время.

3. Принцип множественности моделей. Данный принцип является ключевым. Речь идет о том, что создаваемая модель должна отражать в первую очередь те свойства реальной системы (или явления), которые влияют на выбранный показатель эффективности. Соответственно при использовании любой конкретной модели познаются лишь некоторые стороны реальности. Для более полного ее исследования необходим ряд моделей, позволяющих с разных сторон и с разной степенью детальности отражать рассматриваемый процесс.

4. Принцип агрегирования. В большинстве случаев сложную систему можно представить состоящей из агрегатов (подсистем), для адекватного математического описания которых оказываются пригодными некоторые стандартные математические схемы. Принцип агрегирования позволяет, кроме того, достаточно гибко перестраивать модель в зависимости от задач исследования.

5. Принцип параметризации. В ряде случаев моделируемая система имеет в своем составе некоторые относительно изолированные подсистемы, характеризующиеся определенным параметром, в том числе векторным. Такие подсистемы можно заменять в модели соответствующими числовыми величинами, а не описывать процесс их функционирования. При необходимости зависимость значений этих величин от ситуации может задаваться в виде таблицы, графика или аналитического выражения (формулы). Принцип параметризации позволяет

сократить объем и продолжительность моделирования. Однако надо иметь в виду, что параметризация снижает адекватность модели.

Степень реализации перечисленных принципов и каждой конкретной модели может быть различной, причем это зависит не только от желания разработчика, но и от соблюдения им технологии моделирования. А любая технология предполагает наличие определенной последовательности действий

Практическое задание: на основе списка литературы и рекомендованных источников сети Интернет изучить принципы построения математических моделей объектов. Отразить результаты в отчете о практической работе.

3 Получение моделей из фундаментальных законов физики

Практическое задание. Рассмотреть распространение лучей в оптических компонентах (призма, линза и т.д.) на основе геометрической оптики и законах отражения. Результаты практической работы оформить отчетом, который должен содержать графическое изображение (чертеж) оптического компонента и ход лучей.

Теоретические сведения.

В геометрической оптике основным является понятие оптического луча. Оптический луч — это перпендикуляр к волновому фронту, то есть к поверхности равных фаз. Он совпадает с направлением распространения энергии или вектором Пойтинга.

Из курса физики известны законы отражения и преломления света на плоской непоглощающей свет границе раздела двух прозрачных сред с разными показателями преломления.

Показатель преломления характеризует фазовую скорость V_ϕ распространения волн в веществе:

$$n = \frac{c}{V_\phi}. \quad (7.1)$$

Показатель преломления среды – безразмерная физическая величина, показывающая во сколько раз фазовая скорость света в вакууме больше фазовой скорости света в данной среде

Фазовая скорость может быть выражена через диэлектрическую ϵ_a и магнитную μ_a проницаемости среды:

$$V_\phi = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}. \quad (7.2)$$

Для диэлектрической и магнитной проницаемостей справедливы соотношения:

$$\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon \quad \mu_a = \mu_0 \mu, \quad (7.3)$$

где $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м - электрическая постоянная, $\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м - магнитная постоянная¹, ϵ - относительная диэлектрическая проницаемость, μ - относительная магнитная проницаемость.

Подставляя (6.3) в (6.2) и учитывая, что для диэлектриков обычно $\mu = 1$, получим:

¹ диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума.

$$V_{\phi} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \cdot \sqrt{\varepsilon}}. \quad (7.4)$$

Величина $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ представляет собой скорость света в вакууме, поэтому окончательно

получаем:

$$V_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}. \quad (7.5)$$

Из (7.5) и (7.1) следует связь между показателем преломления и относительной диэлектрической проницаемостью среды:

$$n = \sqrt{\varepsilon}^2. \quad (7.6)$$

Следует отметить, что относительная диэлектрическая проницаемость некоторых сред в оптическом диапазоне частот может очень сильно отличаться от приводимого в справочниках значения относительной диэлектрической проницаемостью на низких частотах. Ярким примером такой среды является вода. На низких частотах ее относительная диэлектрическая проницаемость равна 81. Однако показатель преломления воды (приводится в справочниках для оптического диапазона частот) равен не 9, а 1.33.

Такая сильная зависимость относительной диэлектрической проницаемости от частоты характерна для полярных диэлектриков.

Если имеются две среды с разными показателями преломления, то среду с **б**ольшим показателем преломления называют **оптически более плотной**, а среду с меньшим показателем преломления – **оптически менее плотной**.

Законы отражения и преломления света справедливы для плоской, не поглощающей свет границы раздела двух прозрачных сред с разными показателями преломления. Если граница раздела не плоская, ее можно разделить на малые области, в пределах которых поверхность можно считать плоской. Обе среды должны быть *изотропны*. В изотропной среде показатель преломления не зависит от направления распространения света. Если это не так, среда называется анизотропной.

На такой поверхности падающий луч i расщепляется на два: проходящий во вторую среду преломленный луч t и отраженный луч r (рис. 7.1). На рис. 7.1 N – вектор нормали к поверхности в точке падения.

² В общем случае $n = \sqrt{\mu \cdot \varepsilon}$. Для диэлектриков $\mu = 1$.

Угол падения φ_i – угол между лучом i , падающим на отражающую или преломляющую поверхность, и нормалью N к поверхности в точке падения.

Угол преломления φ_t – угол между преломленным лучом t и нормалью N к поверхности в точке преломления.

Угол отражения φ_r – угол между отраженным лучом r и нормалью N к поверхности в точке отражения.

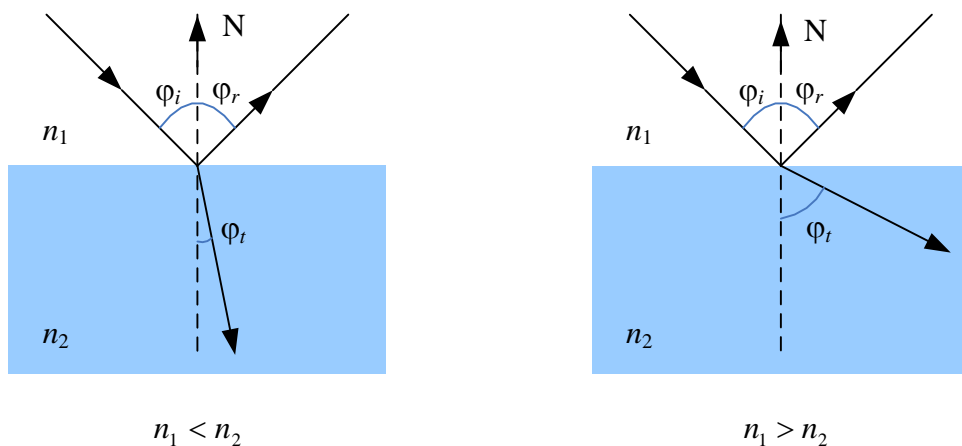


Рис. 7.1. Законы отражения и преломления света

Законы отражения и преломления:

1. Падающий, отраженный и преломленный лучи и нормаль к поверхности раздела лежат в одной плоскости, называемой **плоскостью падения**.

2. Частоты падающего, отраженного и преломленного лучей одинаковы:

$$\omega_i = \omega_r = \omega_t$$

3. Угол падения равен углу отражения: $\varphi_i = \varphi_r$.

4. Закон Снеллиуса: произведение показателя преломления на синус угла между лучом и нормалью сохраняет свое значение при переходе в другую среду.

$$n_1 \sin \varphi_i = n_2 \sin \varphi_t, \text{ где } n_1 \text{ и } n_2 - \text{показатели преломления 1 и 2 среды.}$$

4 Модель распространения сигналов в диэлектрическом волноводе и открытом пространстве

Теоретические сведения

Основной структурой, предназначенной для передачи электромагнитного излучения в интегральной оптике, является тонкопленочный волновод. Он представляет собой аналог контактной металлизации электронных схем и выполняет функции информационных магистралей, по которым оптический сигнал направляется в ту или иную область пространства или часть схемы. Существуют планарные и трехмерные (канальные и полосковые) волноводы различной геометрии.

Трехмерные волноводы в отличие от планарных обеспечивают дополнительное ограничение излучения в поперечном направлении. Такое ограничение дает возможность значительно повысить степень локализации волноводного канала, что приводит к снижению управляющих напряжений волноводных модуляторов и переключателей, рабочих мощностей инжекционных лазеров, входящих в структуру интегрально–оптических схем. Применение трехмерных волноводных структур обеспечивает большую компактность и универсальность интегрально–оптических устройств за счет более высокой степени изоляции каналов друг от друга. Применение трехмерных волноводов расширяет функциональные возможности интегрально–оптических схем как за счет усложнения их схемотехнических конфигураций, так и за счет большего функционального разнообразия самих волноводных элементов, выполняемых на их основе (модуляторы и переключатели, излучающие структуры, многоканальные разветвители и др.).

Простейший планарный диэлектрический волновод представляет собой пленку прозрачного на данной длине волны диэлектрика, нанесенную на подложку

из материала с более низким показателем преломления. Третьим слоем волновода (покровным) может служить воздух или любая другая среда. Чтобы удержать электромагнитную волну, показатель преломления волноводного слоя должен удовлетворять неравенствам $n_2 > n_3 > n_1$ где n_3 , n_1 – показатели преломления соответственно материалов подложки и покровного слоя, рис. 1

Если показатели преломления подложки и покровного слоя равны, такой волновод называется симметричным, в противном случае – асимметричным.

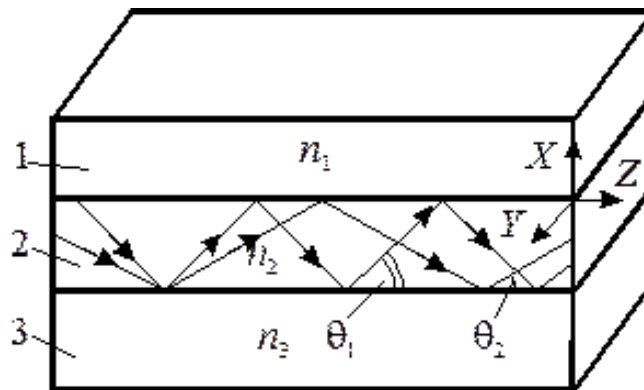


Рис. 1. Структура диэлектрического волновода, 1 – покровный слой; 2 – волновод; 3 – подложка

В простейшем случае ограничивающие свет слои с показателями преломления n_1 и n_3 распространяются до бесконечности в направлениях $+x$ и $-x$ соответственно. Главное достоинство подобного предположения состоит в том, что в направлении x нет необходимости учитывать отражение, за исключением отражения, существующего на границах $n_1 - n_2$ и $n_2 - n_3$. Плоские волноводы, находят достаточно широкое применение в различных прикладных областях интегральной оптики, несмотря на то, что с их помощью можно обеспечить ограничение оптических полей только в одном измерении. Однако другие области применения требуют ограничения оптического поля в двух измерениях

По степени локализации излучения волноводы делятся на планарные и трехмерные. В планарных область распространения света ограничена только в

одном, вертикальном направлении – волноводный слой покрывает всю поверхность подложки и горизонтальный размер во много раз больше вертикального. В трехмерных волноводах оптический канал ограничен также и в поперечном направлении, так как горизонтальный размер волноводного слоя много меньше вертикального. В каждом конкретном случае выбор того или иного типа волновода определяется спецификой создаваемого прибора или устройства. Поэтому и планарные, и трехмерные волноводные структуры широко применяют в том большом разнообразии устройств, которым сегодня располагает интегральная оптика.

В интегральной оптике ограничение светового канала в одной плоскости ухудшает согласование микроволноводов с другими компонентами и стекловолоконными световодами и кабелями, осложняет локализацию оптических связей, снижает эффективность волноводных устройств. Большими степенями свободы характеризуются трехмерные волноводы, которые получили основное распространение в интегральной оптике. Основные типы трехмерных интегральных волноводов схематически представлены на рис. 2.

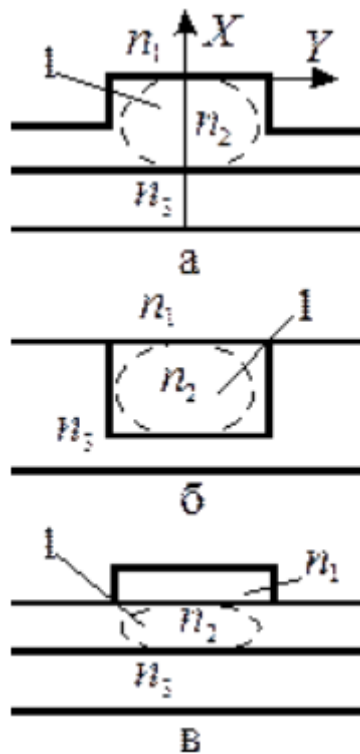


Рис. 2. Основные типы трехмерных волноводов:
 а, б – канальные; в – полосковый; l – область оптического канала.

Деление трехмерных волноводов на полосковые и канальные в некоторой степени условно, тем не менее, оно отражает конструктивные особенности структур, влияющие на возможное число волноводных мод, специфику распределения полей и, следовательно, на основные их характеристики.

В канальных волноводах гребенчатого типа (рис. 2, а) значительный скачок показателя преломления в поперечном направлении, как правило, приводит к многомодовому их режиму. Погруженные канальные структуры (рис. 2, б) характеризуются промежуточными свойствами по сравнению с гребенчатыми канальными и полосковыми волноводами. Число распространяющихся мод в них определяется размером канала и разностью показателей преломления материалов, образующих волновод.

Полосковый волновод, или волновод с налаженной полоской (рис. 2, в), представляет собой планарный тонкопленочный или диффузионный волновод с узкой диэлектрической областью, нанесенной на его поверхность. Здесь

практически вся световая мощность локализована под полоской диэлектрика и почти не проникает в нее. В результате неровности границ раздела между полоской и волноводом не приводят к значительным потерям излучения. В полосковых волноводах легко реализуется одномодовый или маломодовый режим работы.

Наиболее перспективны для интегральной оптики полосковые и погруженные канальные волноводы. Основные их достоинства связаны с широкими технологическими и конструктивными возможностями создания эффективных волноводных структур на их основе. К положительным характеристикам полосковых структур следует отнести слабую чувствительность к нарушениям границ диэлектрической полоски и увеличение допуска на ее формат в одномодовом режиме. В интегрально–оптических схемах ее ширина может достигать десяти и более микрометров, что в значительной степени упрощает операцию стыковки волноводов.

Как любая направляющая структура, интегрально–оптический волновод в первую очередь характеризуется набором электромагнитных колебаний (мод), которые могут распространяться в нем. Моду диэлектрического волновода на частоте ω можно определить как решение волнового уравнения.

Практическое задание изучить теоретический материал о конструкции и работе планарных волноводов и их параметрах. Рассчитать ход лучей в планарном волноводе на основе законов геометрической оптики.

Рекомендуемая литература

а) Основная литература

1. Кондратьев А.С. Физика. Задачи на компьютере [Электронный ресурс] / Кондратьев А.С. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 400 с.

2. Поршнеv С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB [Текст] / С. В. Поршнеv. - Москва : Лань, 2011. - 736 с.
3. Солонина А.И. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в MATLAB [Текст] : учебное пособие / А. И. Солонина, С. М. Арбузов ; рец.: М. С. Куприянов, В. А. Варгаузин. - СПб. : БХВ-Петербург, 2008. - 816 с. : ил. - (Учебное пособие).
4. Игнатов А.Н. Оптоэлектроника и нанофотоника [Текст] : учебное пособие / А. Н. Игнатов. - СПб. : Лань, 2011. - 538 с. : ил.

б) Дополнительная литература

1. Андреев В.А. Многомодовые оптические волокна. Теория и приложения на высокоскоростных сетях связи [Текст] : [монография] / Владимир Александрович Андреев, Антон Владимирович Бурдин. - М. : Радио и связь, 2004. - 248 с. : ил.
2. Андреев В.А. Рамановские усилители на волоконно-оптических линиях передачи [Текст] : монография / В.А. Андреев, М.В. Дашков. - М. : Ириас, 2008. - 219 с. : ил.