

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ**  
**БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ**  
**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ**  
**им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»**  
**(СПбГУТ)**

---

Математическое моделирование оптических процессов,  
элементов и устройств

**конспект лекций**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ**

**2017**

## Содержание

1	Введение. Цели и задачи моделирования .....	4
2	Общие сведения об объектах моделирования. Физическое и математическое моделирование. Простейшие математические модели. ....	13
3	Анализ объектов моделирования. Разработка математических моделей.....	18
4	Моделирование оптических процессов и устройств .....	22
5	Компьютерное моделирование .....	27
6	Специализированные программы моделирования физических процессов.....	31
7	Моделирование процессов формирования, распространения и обработки оптических сигналов .....	38
8	Особенности моделирования элементов и устройств связи и обработки информации .....	43
9	Рекомендуемая литература.....	57

# 1 Введение. Цели и задачи моделирования

*Цели и задачи моделирования. Виды моделей. Место моделирования в проектно-конструкторской деятельности. Основные понятия и определения. Особенности моделей оптических процессов и устройств.*

Модель – это упрощенное представление о реальном объекте, процессе или явлении.

Моделирование – это построение моделей для исследования объектов, процессов, явлений.

В моделировании есть два заметно разных пути. Модель может быть похожей копией объекта, выполненной из другого материала, в другом масштабе, с отсутствием деталей. Например, это игрушечный кораблик, самолет и т.д. Модель может отображать реальность более абстрактно – словесным описанием в свободной форме, описанием, формализованным по каким-то правилам, математическими соотношениями и т.д.

Цели моделирования:

1. Модель нужна для того, чтобы узнать, как устроен конкретный объект, каковы его законы развития и взаимодействие с окружающим миром.

2. Модель нужна для того, чтобы научиться управлять объектом и определить наилучшие способы управления при заданных целях и критериях.

3. Модель нужна для того, чтобы прогнозировать прямые и косвенные последствия реализации заданных способов и форм воздействия на объект.

Виды моделей.

В прикладных областях различают следующие виды абстрактных моделей:

традиционное (прежде всего для теоретической физики, а также механики, химии, биологии, ряда других наук) математическое моделирование без какой-либо привязки к техническим средствам информатики;

информационные модели и моделирование, имеющие приложения в информационных системах;

вербальные (т.е. словесные, текстовые) языковые модели.

компьютерное моделирование, представляющее собой вычислительное (имитационное) моделирование; "визуализацию явлений и процессов" (графическое моделирование);

Вербальные модели. Эти модели используют последовательности предложений на формализованных диалектах естественного языка для описания той или иной области действительности.

Математические модели - очень широкий класс знаковых моделей (основанных на формальных языках над конечными алфавитами), широко использующих те или иные математические методы. Например, можно рассмотреть математическую модель звезды. Эта модель будет представлять собой сложную систему уравнений, описывающих физические процессы, происходящие в недрах звезды.

Информационные модели - класс знаковых моделей, описывающих информационные процессы (возникновение, передачу, преобразование и использование информации) в системах самой разнообразной природы.

В современной научной практике важнейшим методом научного познания является моделирование, при котором реальный исследуемый объект заменяется моделью. Целью данного метода является проведение экспериментов и прогнозирование поведения исследуемых процессов в моделированной системе.

Моделирование систем имеет довольно разветвленную классификацию, которая представлена на рисунке

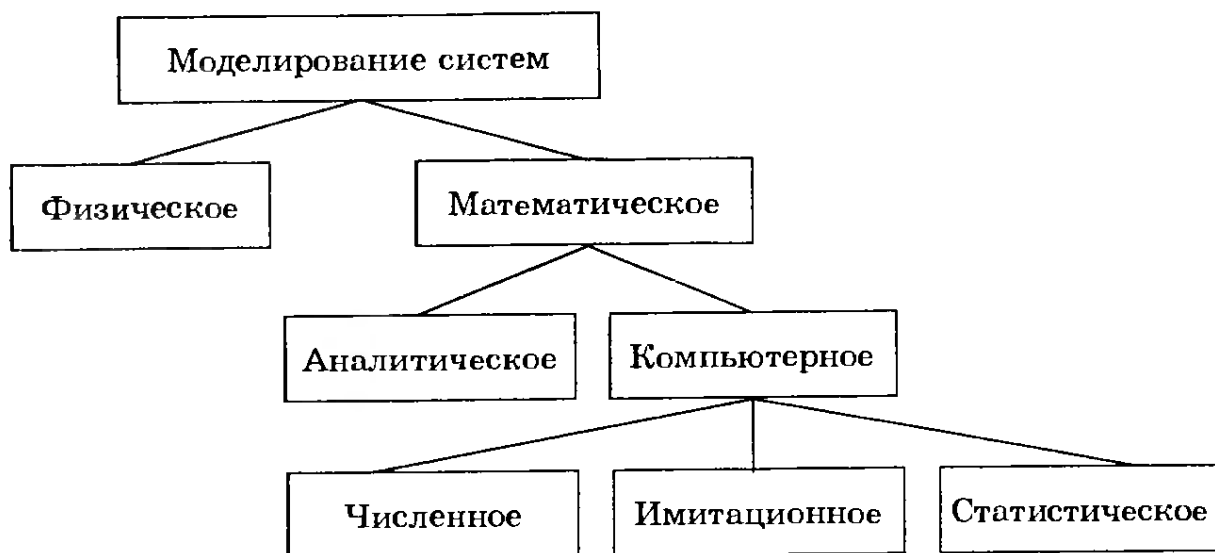


Рис.1. Классификация видов моделирования.

Основными разновидностями процесса моделирования считается два вида: физическое и математическое моделирование.

Физическое моделирование предполагает использование в качестве модели либо самой исследовательской системы, либо ее заменой другой системой, но с такой же или подобной физической природой. Минусами данной системы является ее довольно сильная ограниченность, т.к. система физического моделирования позволяет решать отдельные виды задач при небольшом количестве исследуемых параметров. Это связано с большой трудоемкостью, а также временными и материальными затратами, что порой делает проведение эксперимента экономически неэффективным. Более того, в некоторых областях проведение физического моделирования становится невозможной задачей по причине угрозы причинения вреда здоровью человека или природе, либо в связи с физически невозможным проведением эксперимента.

#### Математическое моделирование

Математическое моделирование является более приоритетным методом. С его помощью стало возможно объединение теоретических процессов с экспериментальными. Математическая модель – это совокупность различных соотношений, которые определяют процесс изменения состояния системы в зависимости от ее параметров, входных сигналов, начальных условий и времени. Математическое моделирование, в свою очередь подразделяется на два широко используемых в настоящее время вида моделирования: аналитическое и компьютерное.

В методе аналитического моделирования процессы функционирования элементов системы записываются в виде математических соотношений либо логических условий, что позволяет получать более точные решения. При использовании аналитического моделирования получают теоретические результаты при решении различных уравнений и далее сравнивают их с результатами, полученными на практике. К достоинствам данного метода относятся большая сила обобщения и многократность использования, однако, чтобы получить общие свойства системы необходимо упрощать первоначальную модель. В связи с этим данный метод применим только для простых систем и не используется при решении сложных задач.

В компьютерном моделировании модель исследуемой системы является компьютерной программой, позволяющей проводить с ней вычислительные эксперименты. Исходя из использования конкретного математического аппарата компьютерное моделирование подразделяется на три взаимосвязанных вида: статистическое, численное, имитационное.

В численном методе для построения модели используются вычислительная математика, а эксперимент заключается в решении математических уравнений при заданных начальных условиях и параметрах.

Статистическое моделирование – это вид моделирования, позволяющий получить статистические данные о происходящих в модулируемой системе процессах.

Имитационное моделирование является наиболее часто используемым методом, который позволяет решать более сложные задачи чем при использовании других систем моделирования. Имитационная модель представляет собой логико-математическое описание объекта используемого для проведения экспериментов при проектировании, анализе и оценки исследуемого объекта. В данном методе физический объект заменяется моделью, которая достаточно точно описывает реальную систему, с которой проводятся эксперименты. Он позволяет задавать и учитывать различные случайные факторы и воздействия на систему.

Компьютерное моделирование является незаменимой частью современных этапов научных и практических исследований. В настоящее время без него невозможно решение сложных научных задач.

Метод существенно облегчает разработку и тестирование различных типов задач и проведение экспериментов над ними. Он позволяет не строить реальную систему, а заменять ее имитационной моделью, с возможностью многократного изменения начальных параметров, времени, проведения множества различных испытаний и сбора определенной статистики в числовом или графическом виде. Кроме того компьютерное моделирование обладает большим рядом преимуществ таких как возможность исследования систем, физический аналог которых является труднодоступным, трудноосуществимым и экономически неэффективным, а также систем, моделирование реальных образцов которых представляют опасность для жизни человека и окружающей среды, ненаблюдаемых вследствие их размеров систем (макро-, микро- модели). Более того возможно исследование и визуализирование объектов различной природы, в том числе абстрактных или находящихся на стадии разработки, чтобы найти оптимальные параметры без натурального изготовления экземпляра. Данный метод применяется практически во всех научных отраслях. Указанные достоинства делают компьютерное моделирование основным инструментом в создании, исследовании и разработке современных сложных систем и задач, обеспечивающим мощный экономический эффект.

К основным этапам компьютерного моделирования относятся:

постановка задачи, определение объекта моделирования;

разработка концептуальной модели, выявление основных элементов системы и элементарных актов взаимодействия;

формализация, то есть переход к математической модели; создание алгоритма и написание программы;

планирование и проведение компьютерных экспериментов;  
анализ и интерпретация результатов.

Рассмотрим основные этапы моделирования подробнее.

Этап 1. Постановка задачи.

Под задачей понимается некая проблема, которую надо решить. На этапе постановки задачи необходимо: описать задачу, определить цели моделирования, проанализировать объект или процесс.

Описание задачи.

Задача формулируется на обычном языке, и описание должно быть понятным. Главное здесь — определить объект моделирования и понять, что должен представлять собой результат.

Цели моделирования.

Познание окружающего мира.

Зачем человек создает модели? Чтобы ответить на этот вопрос, надо заглянуть в далекое прошлое. Несколько миллионов лет назад, на заре человечества, первобытные люди изучали окружающую природу, чтобы научиться противостоять природным стихиям, пользоваться природными благами, просто выживать. Накопленные знания передавались из поколения в поколение устно, позже письменно, наконец с помощью предметных моделей. Так родилась, к примеру, модель земного шара — глобус, — позволяющая получить наглядное представление о форме нашей планеты, ее вращении вокруг собственной оси и расположении материков. Такие модели позволяют понять, как устроен конкретный объект, узнать его основные свойства, установить законы его развития и взаимодействия с окружающим миром моделей.

Создание объектов с заданными свойствами (задача типа «Как сделать, чтобы...»).

Накопив достаточно знаний, человек задал себе вопрос: «Нельзя ли создать объект с заданными свойствами и возможностями, чтобы противодействовать стихиям или ставить себе на службу природные явления?» Человек стал строить модели еще не существующих объектов. Так родились идеи создания ветряных мельниц, различных механизмов, даже обыкновенного зонтика. Многие из этих моделей стали в настоящее время реальностью. Это объекты, созданные руками человека.

Анализ объекта.

На этом этапе четко выделяют моделируемый объект, его основные свойства, его элементы и связи между ними. Простой пример подчиненных связей объектов — разбор предложения. Сначала выделяются главные члены (подлежащее, сказуемое), затем второстепенные члены, относящиеся к главным, затем слова, относящиеся к второстепенным, и т. д.

## Этап 2. Разработка модели.

### Информационная модель.

На этом этапе выясняются свойства, состояния, действия и другие характеристики элементарных объектов в любой форме: устно, в виде схем, таблиц. Формируется представление об элементарных объектах, составляющих исходный объект, т. е. информационная модель. Модели должны отражать наиболее существенные признаки, свойства, состояния и отношения объектов предметного мира. Именно они дают полную информацию об объекте.

### Знаковая модель.

Прежде чем приступить к процессу моделирования, человек делает предварительные наброски чертежей либо схем на бумаге, выводит расчетные формулы, т. е. составляет информационную модель в той или иной знаковой форме, которая может быть либо компьютерной, либо некомпьютерной.

### Компьютерная модель

— это модель, реализованная средствами программной среды.

Существует множество программных комплексов, которые позволяют проводить исследование (моделирование) информационных моделей. Каждая программная среда имеет свой инструментарий и позволяет работать с определенными видами информационных объектов. Человек уже знает, какова будет модель, и использует компьютер для придания ей знаковой формы. Например, для построения геометрических моделей, схем используются графические среды, для словесных или табличных описаний — среда текстового редактора.

### Основные функции компьютера при моделировании систем:

исполнение роли вспомогательного средства для решения задач, решаемых и обычными вычислительными средствами, алгоритмами, технологиями;

исполнение роли средства постановки и решения новых задач, не решаемых традиционными средствами, алгоритмами, технологиями;

исполнение роли средства конструирования компьютерных обучающих и моделирующих сред типа: «обучаемый — компьютер — обучающий», «обучающий — компьютер — обучаемый», «обучающий — компьютер — группа обучаемых», «группа обучаемых — компьютер — обучающий», «компьютер — обучаемый — компьютер»;

исполнение роли средства моделирования для получения новых знаний;

«обучение» новых моделей (самообучение моделей).

## Этап 3. Компьютерный эксперимент.

Компьютерное моделирование — основа представления знаний в ЭВМ. Компьютерное моделирование для рождения новой информации использует любую информацию, которую



можно актуализировать с помощью ЭВМ. Прогресс моделирования связан с разработкой систем компьютерного моделирования, а прогресс в информационной технологии — с актуализацией опыта моделирования на компьютере, с созданием банков моделей, методов и программных систем, позволяющих собирать новые модели из моделей банка.

Разновидность компьютерного моделирования — вычислительный эксперимент, т. е. эксперимент, осуществляемый экспериментатором над исследуемой системой или процессом с помощью орудия эксперимента — компьютера, компьютерной среды, технологии.

Вычислительный эксперимент становится новым инструментом, методом научного познания, новой технологией также из-за возрастающей необходимости перехода от исследования линейных математических моделей систем (для которых достаточно хорошо известны или разработаны методы исследования, теория) к исследованию сложных и нелинейных математических моделей систем (анализ которых гораздо сложнее). Грубо говоря, наши знания об окружающем мире линейны, а процессы в окружающем мире нелинейны.

Вычислительный эксперимент позволяет находить новые закономерности, проверять гипотезы, визуализировать ход событий и т. д.

Чтобы дать жизнь новым конструкторским разработкам, внедрить новые технические решения в производство или проверить новые идеи, нужен эксперимент. В недалеком прошлом такой эксперимент можно было провести либо в лабораторных условиях на специально создаваемых для него установках, либо на натуре, т. е. на настоящем образце изделия, подвергая его всяческим испытаниям.

С развитием вычислительной техники появился новый уникальный метод исследования — компьютерный эксперимент. Компьютерный эксперимент включает некоторую последовательность работы с моделью, совокупность целенаправленных действий пользователя над компьютерной моделью.

#### Этап 4. Анализ результатов моделирования.

Конечная цель моделирования — принятие решения, которое должно быть выработано на основе всестороннего анализа полученных результатов. Этот этап решающий — либо вы продолжаете исследование, либо заканчиваете. Возможно, вам известен ожидаемый результат, тогда необходимо сравнить полученный и ожидаемый результаты. В случае совпадения вы сможете принять решение.

Основой для выработки решения служат результаты тестирования и экспериментов. Если результаты не соответствуют целям поставленной задачи, значит, допущены ошибки на предыдущих этапах. Это может быть либо слишком упрощенное построение информационной модели, либо неудачный выбор метода или среды моделирования, либо нарушение

технологических приемов при построении модели. Если такие ошибки выявлены, то требуется корректировка модели, т. е. возврат к одному из предыдущих этапов. Процесс повторяется до тех пор, пока результаты эксперимента не будут отвечать целям моделирования.

Вычислительный (или компьютерный) эксперимент во многом аналогичен обычному (натурному). Это и планирование экспериментов, и создание экспериментальной установки, и выполнение контрольных испытаний. Затем следует проведение серийных опытов, обработка экспериментальных данных, их интерпретация и т. д. Однако вычислительный эксперимент проводится не над реальным объектом, а над его математической моделью, и роль экспериментальной установки играет оснащенная специально разработанной программой ЭВМ.

Широкое применение ЭВМ в математическом моделировании, на основе хорошо разработанной теории, позволяет получать значительные практические результаты. И можно говорить о вычислительном эксперименте как о новой технологии и методологии научных и прикладных исследований.

Создание эффективного программного обеспечения, наряду с техническим развитием ЭВМ позволяет проводить расчеты, когда достоверность прогноза достигает более 90 %. Причем прогноз делается столь быстро, что за время реализации одного натурального эксперимента можно много раз проварьировать его вычислительный аналог.

Достоинства вычислительного эксперимента очевидны. Вычислительный эксперимент, как правило, дешевле физического. В этот эксперимент можно легко и безопасно вмешиваться. Его можно повторить и прервать в любой момент. В ходе этого эксперимента можно смоделировать условия, которые не получается воссоздать в лаборатории.

В ряде случаев проведение натурального эксперимента бывает затруднено или просто невозможно, так как изучаются быстропротекающие процессы, исследуются труднодоступные или вообще недоступные (пока) объекты и т.д. и т.п.

В вычислительном как и в натурном эксперименте, чтобы проанализировать влияние  $K$  параметров на исход эксперимента, необходимо провести  $nK$  испытаний, где  $n$  - количество варьируемых значений одного параметра. Уже при задаче средней сложности ( $K, n = 5-10$ ) число экспериментов может стать просто огромным. Но, как уже говорилось, проведение нужного количества испытаний практически не представляет труда при проведении компьютерного эксперимента. Для сложных задач характерно наличие значительного числа параметров характеризующих используемую модель. Создание нового изделия или технологического процесса предполагает выбор среди большого числа альтернативных вариантов, а также оптимизацию по ряду параметров. Поэтому в ходе вычислительного эксперимента расчеты проводятся многократно с разными значениями входных данных. Для получения нужных

результатов с требуемой точностью и в приемлемые сроки необходимо, чтобы на расчет каждого варианта тратилось минимальное время. Именно поэтому при создании программного обеспечения так важно использовать эффективные численные методы.

Разработка программного обеспечения для вычислительного эксперимента в конкретной области деятельности приводит к созданию крупного программного комплекса. Он состоит из связанных между собой прикладных программ и системных средств, включающих средства, предоставляемые пользователю для управления ходом вычислительного эксперимента, обработки и представления его результатов. Такой комплекс программ иногда называют проблемно-ориентированным пакетом прикладных программ.

Современные компьютерные программы обладают высокой сервисностью и дружелюбным интерфейсом, что позволяет легко освоить работу с ними за короткое время.

Известно, что применимость результатов вычислительного эксперимента ограничена рамками принятой математической модели. Действительно, вычислительный эксперимент не может полностью заменить натурный, и будущее за их разумным сочетанием. Результаты натурального опыта являются фундаментом для построения теории, на основе которой создается математическая модель. И надежным критерием, подтверждающим достоверность ее выводов, опять же является практика. Поэтому к результатам численного эксперимента, необходимо подходить с известной осторожностью, особенно, если в его основе лежит новая теория, либо используемые параметры модели находятся на границе области её применимости.

Однако если есть достаточная уверенность, что исследуемая система действительно правильно описывается используемыми уравнениями, и заложенные в них исходные предположения верны, более чем разумно ставить не натурный, а именно компьютерный эксперимент.

Есть у вычислительного эксперимента и ограничения, связанные с математической стороной исследований. Например, с помощью численного подхода нельзя получить общей формулы, позволяющей оценить совместное влияние параметров, входящих в уравнения модели, на решение этих уравнений. Полное представление о таком влиянии дает только аналитическое исследование. Но далеко не всегда, для сложных задач в их полной постановке (без упрощений), аналитическое решение может быть найдено.

## 2 Общие сведения об объектах моделирования. Физическое и математическое моделирование. Простейшие математические модели.

*Соотношение между объектом и моделью. Виды моделирования, их достоинства и недостатки. Математическое моделирование. Принципы построения математической модели объекта.*

Математическая модель выражает существенные черты объекта или процесса языком уравнений и других мат. средств.

Математическое моделирование не всегда требует компьютерной поддержки. Каждый специалист, профессионально занимающийся мат. моделированием делает все возможное для исследования. Аналитическое решение (представление формулами) обычно удобнее и информативнее численных. Понятия «аналитическое решение» и «компьютерное решение» не противостоят друг другу, т.к.:

1) все чаще компьютеры при мат. моделировании используются не только для численных расчетов, но и для аналитических преобразований.

2) результат аналитического исследования мат. модели часто выражен столь сложной формулой, что при взгляде на нее не складывается восприятия, описываемого ей процесса.

Классификация мат. моделей.

1. Дескриптивные (описательные) модели.
2. Оптимизационные модели.
3. Многокритериальные модели.
4. Игровые.
5. Имитационные.

Моделируя движение кометы, вторгшейся Солнечную систему, мы описываем траекторию ее полета, расстояние, на котором она пройдет от Земли, т.е. ставим описательные цели. У нас нет никаких возможностей повлиять на движение кометы, что-то изменить.

На другом уровне процессов мы можем воздействовать на них, пытаясь добиться какой-то цели. В этом случае в модель входит один или несколько параметров, доступных нашему влиянию. Часто приходится оптимизировать процесс по нескольким параметрам сразу, причем цели могут быть противоречивыми.

Бывает, что модель в большей мере подражает реальному процессу, т.е. имитирует его. Например, моделирование движения молекул в газе, когда каждая молекула представляется в виде шарика, создаются условия поведения этих шариков при столкновении друг с другом и со стеной,

при этом не нужно использовать никаких уравнений движения. Можно сказать, что чаще всего имитационное моделирование применяется в попытке описать свойства большой системы при условии, что поведение составляющих ее объектов очень просто и четко сформулировано.

Рассмотрим основные принципы моделирования, отражающие опыт, накопленный к настоящему времени в области разработки и использования математических моделей.

1. Принцип информационной достаточности. При полном отсутствии информации об исследуемой системе построение ее модели невозможно. При наличии полной информации о системе ее моделирование лишено смысла. Существует некоторый критический уровень априорных сведений о системе (уровень информационной достаточности), при достижении которого может быть построена ее адекватная модель.

2. Принцип осуществимости. Создаваемая модель должна обеспечивать достижение поставленной цели исследования с вероятностью, существенно отличающейся от нуля, и за конечное время.

3. Принцип множественности моделей. Данный принцип является ключевым. Речь идет о том, что создаваемая модель должна отражать в первую очередь те свойства реальной системы (или явления), которые влияют на выбранный показатель эффективности. Соответственно при использовании любой конкретной модели познаются лишь некоторые стороны реальности. Для более полного ее исследования необходим ряд моделей, позволяющих с разных сторон и с разной степенью детальности отражать рассматриваемый процесс.

4. Принцип агрегирования. В большинстве случаев сложную систему можно представить состоящей из агрегатов (подсистем), для адекватного математического описания которых оказываются пригодными некоторые стандартные математические схемы. Принцип агрегирования позволяет, кроме того, достаточно гибко перестраивать модель в зависимости от задач исследования.

5. Принцип параметризации. В ряде случаев моделируемая система имеет в своем составе некоторые относительно изолированные подсистемы, характеризующиеся определенным параметром, в том числе векторным. Такие подсистемы можно заменять в модели соответствующими числовыми величинами, а не описывать процесс их функционирования. При необходимости зависимость значений этих величин от ситуации может задаваться в виде таблицы, графика или аналитического выражения (формулы). Принцип параметризации позволяет сократить объем и продолжительность моделирования. Однако надо иметь в виду, что параметризация снижает адекватность модели.

Степень реализации перечисленных принципов и каждой конкретной модели может быть различной, причем это зависит не только от желания разработчика, но и от соблюдения им

технологии моделирования. А любая технология предполагает наличие определенной последовательности действий

Общая цель моделирования может быть сформулирована следующим образом: это определение (расчет) значений выбранного показателя эффективности (ПЭ) для различных стратегий проведения операции (или вариантов реализации проектируемой системы). При разработке конкретной модели цель моделирования должна уточняться с учетом используемого критерия эффективности. Для критерия пригодности модель, как правило, должна обеспечивать расчет значений ПЭ для всего множества допустимых стратегий. При использовании критерия оптимальности модель должна позволять непосредственно определять параметры исследуемого объекта, дающие экстремальное значение ПЭ.

Таким образом, цель моделирования определяется как целью исследуемой операции, так и планируемым способом использования результатов исследования. Например, проблемная ситуация, требующая принятия решения, формулируется следующим образом: найти вариант построения вычислительной сети, который обладал бы минимальной стоимостью при соблюдении требований по производительности и по надежности. В этом случае целью моделирования является отыскание параметров сети, обеспечивающих минимальное значение ПЭ, в роли которого выступает стоимость.

Задача может быть сформулирована иначе: из нескольких вариантов конфигурации вычислительной сети выбрать наиболее надежный. Здесь в качестве ПЭ выбирается один из показателей надежности (средняя наработка на отказ, вероятность безотказной работы и т. п.), а целью моделирования является сравнительная оценка вариантов сети по этому показателю.

Приведенные примеры говорят о том, что сам по себе выбор показателя эффективности еще не определяет «архитектуру» будущей модели, поскольку на этом этапе не определена концептуальная модель исследуемой системы.

В целом при решении любой задачи построения модели основную роль играют следующие четыре элемента:

- 1) эксперимент;
- 2) модель;
- 3) показатели эффективности;
- 4) критерии принятия решений.

Необходимо должным образом определить перечисленные элементы и понять их взаимосвязь, поскольку они оказывают большое влияние на проектирование системы и на планирование ее работы в целом. Критерии принятия решений позволяют выбрать наиболее эффективные параметры системы. Обычно этот процесс называется оптимизацией.

**Вычислительным экспериментом** называется методология и технология исследований, основанные на применении прикладной математики и ЭВМ как технической базы при использовании ММ. Вычислительный эксперимент основывается на создании ММ изучаемых объектов, которые формируются с помощью некоторой особой математической структуры, способной отражать свойства объекта, проявляемые им в различных экспериментальных условиях, и включает в себя следующие этапы.

1. Для исследуемого объекта строится модель, обычно сначала физическая, фиксирующая разделение всех действующих в рассматриваемом явлении факторов на главные и второстепенные, которые на данном этапе исследования отбрасываются; одновременно формулируются допущения и условия применимости модели, границы, в которых будут справедливы полученные результаты; модель записывается в математических терминах, как правило, в виде дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений; создание ММ проводится специалистами, хорошо знающими данную область естествознания или техники, а также математиками, представляющими себе возможности решения математической задачи.

2. Разрабатывается метод решения сформулированной математической задачи. Эта задача представляется в виде совокупности алгебраических формул, по которым должны вестись вычисления и условия, показывающие последовательность применения этих формул; набор этих формул и условий носит название **вычислительного алгоритма**. Вычислительный эксперимент имеет многовариантный характер, так как решения поставленных задач часто зависят от многочисленных входных параметров. Тем не менее, каждый конкретный расчет в вычислительном эксперименте проводится при фиксированных значениях всех параметров. Между тем в результате такого эксперимента часто ставится задача определения оптимального набора параметров. Поэтому при создании оптимальной установки приходится проводить большое число расчетов однотипных вариантов задачи, отличающихся значением некоторых параметров. В связи с этим при организации вычислительного эксперимента можно использовать эффективные численные методы.

3. Разрабатываются алгоритм и программа решения задачи на ЭВМ. Программирование решений определяется теперь не только искусством и опытом исполнителя, а перерастает в самостоятельную науку со своими принципиальными подходами.

4. Проведение расчетов на ЭВМ. Результат получается в виде некоторой цифровой информации, которую далее необходимо будет расшифровать. Точность информации определяется при вычислительном эксперименте достоверностью модели, положенной в основу эксперимента, правильностью алгоритмов и программ (проводятся предварительные «тестовые» испытания).

5. Обработка результатов расчетов, их анализ и выводы. На этом этапе могут возникнуть необходимость уточнения ММ (усложнения или, наоборот, упрощения), предложения по созданию упрощенных инженерных способов решения и формул, дающих возможности получить необходимую информацию более простым способом.

Вычислительный эксперимент приобретает исключительное значение в тех случаях, когда натурные эксперименты и построение физической модели оказываются невозможными. Особенно ярко можно проиллюстрировать значение вычислительного эксперимента при исследовании влияния городской застройки на параметры распространения радиосигнала. В связи с интенсивным развитием систем мобильной связи данная задача в настоящее время является особенно актуальной. С целью снижения затрат при частотно-территориальном планировании производится оптимизация частотно-территориального плана с учетом таких факторов как рельеф местности, конфигурация городской застройки, атмосферные воздействия. Кроме этого, с учетом динамичности развития города необходимо постоянное уточнение соответствующих моделей. То, что принято называть уровнем сигнала (средняя напряженность электромагнитного поля) представляет собой результат сложного взаимодействия физических процессов, протекающих при распространении сигнала: прохождение сигнала сквозь здания и сооружения; воздействие на сигнал помех искусственного и естественного происхождения; атмосферная рефракция сигнала; отражения сигнала от зданий и от земной поверхности; потери энергии сигнала в осадках и др. В данном случае окружающую среду можно исследовать, строя соответствующую ММ, которая должна позволять предсказывать уровень сигнала при заданной конфигурации застройки, рельефе местности, погодных условиях и т. п. Масштабы среды распространения сигнала настолько грандиозны, что эксперимент даже в одном каком-то регионе требует существенных затрат.

Таким образом, глобальный эксперимент по исследованию распространения сигнала возможен, но не натурный, а вычислительный, проводящий исследования не реальной системы (окружающей среды), а ее ММ. В науке и технике известно немало областей, в которых вычислительный эксперимент оказывается единственно возможным при исследовании сложных систем.

Пригодность ММ для решения задач исследования характеризуется тем, в какой степени она обладает так называемыми целевыми свойствами, основными из которых являются адекватность, устойчивость и чувствительность.

В общем случае под адекватностью понимают степень соответствия модели тому реальному явлению или объекту, для описания которого она строится. Вместе с тем, создаваемая модель ориентирована, как правило, на исследование определенного подмножества свойств этого объекта. Поэтому можно считать, что адекватность модели определяется степенью ее



соответствия не столько реальному объекту, сколько целям исследования. В наибольшей степени это утверждение справедливо относительно моделей проектируемых систем (т. е. в ситуациях, когда реальная система вообще не существует). Тем не менее, во многих случаях полезно иметь формальное подтверждение (или обоснование) адекватности разработанной модели. Один из наиболее распространенных способов такого обоснования - использование методов математической статистики. Суть этих методов заключается в проверке выдвинутой гипотезы (в данном случае - об адекватности модели) на основе некоторых статистических критериев. При этом следует заметить, что при проверке гипотез методами математической статистики необходимо иметь в виду, что статистические критерии не могут доказать ни одной гипотезы - они могут лишь указать на отсутствие опровержения.

Итак, каким же образом можно оценить адекватность разработанной модели реально существующей системе?

Процедура оценки основана на сравнении измерений на реальной системе и результатов экспериментов на модели и может проводиться различными способами. Наиболее распространенные из них:

- по средним значениям откликов модели и системы;
- по дисперсиям отклонений откликов модели от среднего значения откликов системы;
- по максимальному значению относительных отклонений откликов модели от откликов системы.

Ссылки: Математическое моделирование систем связи : учебное пособие / К. К. Васильев, М. Н. Служивый. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – 170 с.

### 3 Анализ объектов моделирования. Разработка математических моделей.

При изучении любого физического или другого какого-либо явления сначала получают качественное описание проблемы. На этапе моделирования качественное представление переходит в количественное. Одновременно определяют функциональные зависимости между переменными, и для каждого варианта входных данных находят выходные данные системы. Построение моделей -- процедура неформальная. Она в значительной мере зависит от опыта

исследователя и всегда опирается на экспериментальный материал. Модель должна правильно отражать явления, но этого мало. Она должна быть удобной для пользования. Поэтому форма представления модели и степень детализации описания процесса или явления с ее помощью зависят от целей исследования и непосредственно от исследователя.

Формализация экспериментального материала -- не единственный способ построения математической модели. Важную роль играет получение моделей, описывающих частные модели, из моделей более общих. Так, модель пограничного слоя Прандтля выведена из более общей модели -- уравнений Навье--Стокса, она является асимптотической моделью. Сегодня построение математических моделей охватывает чрезвычайно обширные области знаний. Выработано немало принципов и подходов, носящих достаточно общий характер.

Основная задача научного анализа -- выделить реальные движения из множества мысленно допустимых, сформулировать принципы отбора. Здесь термин движение употребляется в широком смысле: изменение вообще, всякое взаимодействие материальных объектов. Принято различать три уровня организации материи: неживая, живая и мыслящая (самая высокая организация материи).

На уровне неживой материи основными принципами отбора являются законы сохранения вещества, импульса, энергии и момента количества движения.

Любое моделирование начинается с выбора основных (фазовых) переменных, с помощью которых записываются законы сохранения. Но законы сохранения не выделяют единственного движения и не исчерпывают всех принципов отбора. Очень важны различные дополнительные ограничивающие условия: граничные, начальные и т.п. Другие принципы отбора (например, принцип минимума диссипации энергии или условия устойчивости) производят дальнейшее сужение множества возможных движений.

На уровне живой материи все принципы отбора движений, которые справедливы для неживой материи, сохраняют свою силу. Поэтому и здесь процесс моделирования начинается с записи законов сохранения. Однако основные переменные оказываются уже иными.

Почти все взаимодействия живой материи динамические, т.е. зависят от времени, постоянно изменяются. Более того, взаимодействия часто имеют особенность, которую в технике называют обратной связью. Взаимодействия характеризуются тем, что некоторые эффекты процесса возвращаются к своему источнику или к предыдущей стадии. В результате эти эффекты усиливаются или видоизменяются. Обратные связи бывают положительными (усиление эффекта) и отрицательными (ослабление эффекта). Итак, при описании биологических систем следует основываться на законах сохранения и системе обратных связей.

На общественном уровне организации материи возникает совершенно новое явление -- трудовая деятельность. Поэтому для построения таких моделей следует пользоваться терминами трудовой деятельности человека (экономическими терминами).

В некоторых случаях при изучении процесса может оказаться, что получить функциональные зависимости между выходными и входными переменными невозможно из-за недостатка данных. Тогда приходится использовать мнение экспертов (специалистов).

Отметим относительные преимущества и недостатки применения математических моделей в прикладном анализе.

Преимущества математических моделей состоят в том, что они точны, абстрактны и передают информацию логически однозначным образом. Модели точны, поскольку позволяют делать предсказания, которые можно сравнить с реальными данными, поставив эксперимент или проведя необходимые наблюдения. Модели абстрактны, так как символическая логика математики извлекает те и только те элементы, которые важны для дедуктивной логики рассуждения, исключая все посторонние значения.

Недостатки математических моделей заключаются часто в сложности математического аппарата. Возникают трудности перевода результатов с языка математики на язык реальной жизни. Пожалуй, самый большой недостаток математической модели связан с теми искажениями, которые можно привнести в саму проблему, упорно отстаивая конкретную модель, даже если в действительности она не соответствует новым фактам. Иногда в силу ряда каких-то психологических аспектов автору трудно отказаться от модели, оказавшейся неперспективной.

Математическое моделирование -- столь увлекательное занятие, что "модельеру" легко отойти от реальности и увлечься применением математических языков к искусственным абстрактным объектам. Именно поэтому следует помнить, что моделирование в прикладной математике -- это лишь один из этапов широкой стратегии исследования. Построение моделей может основываться на использовании следующих принципов:

- принцип информационной достаточности;
- принцип агрегатирования;
- принцип последовательного наращивания моделей;
- принцип параметризации;
- принцип эксперимента;
- принцип осуществимости.

Принцип информационной достаточности, предполагающий наличие определенной периодической информации о натуре. В самом деле, если нет информации об объекте, то его модель в принципе невозможно построить; если есть полная информация об объекте, то пропадает

целесообразность построения модели. Таким образом, существует некоторый критический уровень априорных сведений (критический уровень неопределенности), при котором можно построить адекватную модель объекта.

Принцип агрегатирования, предполагающий условное распределение модели на частные модели (субмодели). Этот принцип предполагает возможность структурного представления системы вооружения, состоящей из подсистем, агрегатов, экспериментов и т.д., а операцию их применения – из периодов, этапов, фаз и т.д. Для адекватного математического описания таких компонентов могут оказаться пригодными некоторые типовые математические схемы, модели, блоки. Такие типовые блоки могут объединяться с помощью операторов сопряжения в единую имитационную модель.

Принцип последовательного наращивания моделей предполагает создание некоторого каркаса модели с дальнейшим наращиванием частных моделей, учитывающих особенности процесса. Этот принцип отражает динамичность самой модели по этапам жизненного цикла системы вооружения, когда по мере конкретизации ее характеристик и изменения задач моделирования в модели все более тонко отражается влияние тех или иных факторов и процессов.

Принцип параметризации предполагает соответствующую замену модели определенными параметрами. Этот принцип позволяет некоторые, относительно изолированные компоненты или обеспечивающие системы не описывать в модели функционально, а задавать их выходными характеристиками (реакциями) относительно разрабатываемого элемента. Такая параметризация может задаваться в виде аналитической функции, таблицы, графика и т.д. Это позволяет значительно упростить модель, сократить объем моделирования. Вместе с тем, возможность параметризации должна быть обоснована с точки зрения обеспечения адекватности модели.

Принцип направленного эксперимента предполагает учет отдельных компонентов модели на основе специально проводимого эксперимента. Обычно на основе эксперимента (испытания) проверяются или подтверждаются те параметры объекта и процесса его функционирования, которые затруднительно получить непосредственно имитационным моделированием. Планирование испытаний в интересах анализа эффективности предусматривает имитацию условий функционирования разрабатываемого вооружения, близких к реальным.

И, наконец, при разработке моделей в целях обоснования программного планирования развития вооружения следует ориентироваться также на принцип осуществимости (достижение цели исследования за ограниченное время с заданной возможностью).

## 4 Моделирование оптических процессов и устройств

*Статистический (экспериментальный) метод построения математических моделей. Получение моделей из фундаментальных законов физики. Применение вариационных принципов и аналогий. Упрощающие предположения. Выдвижение гипотез. Иерархический принцип построения модели.*

В рамках статистического (экспериментального) метода построения математических моделей исследуемый объект представляется в виде абстрактного "черного ящика", у которого различают входные и выходные переменные. Независимые входные переменные, влияющие на протекание процесса в объекте управления, называются факторами. Они обозначаются  $x_1, x_2, \dots, x_k$ . Зависимые выходные переменные, количественно характеризующие протекающий процесс, называются откликами (реакциями). Между откликом и факторами существует связь, которая называется функцией отклика, обозначаются  $y_1, y_2, \dots, y_m$ .

Пространство с координатами  $x_1, x_2, \dots, x_k$  называется факторным пространством, а геометрическое изображение функции отклика в факторном пространстве называется поверхностью отклика. Пространство с координатами  $x_1, x_2, \dots, x_k$  называется факторным пространством, а геометрическое изображение функции отклика в факторном пространстве называется поверхностью отклика. Наглядность введенным понятиям дает их геометрическая интерпретация. Поверхность отклика может быть изображена на факторной плоскости как рельеф. Если число влияющих факторов больше двух, то для изображения поверхности отклика используют ее двумерное сечение при фиксированных остальных факторах. Эксперимент не может быть реализован во всех точках факторного пространства, а лишь принадлежащих допустимой области. Значения, которые может принимать в эксперименте каждый фактор, называются уровнями. Исследователю заранее неизвестна зависимость  $f_j$ . Она находится по данным эксперимента, который необходимо построить так, чтобы при минимальных затратах ресурсов (например, минимальном числе опытов), варьируя по специальным правилам значениями входных переменных, построить математическую модель системы и оценить ее характеристики.

При построении модели выделяют влияющие на ее поведение факторы и определяют экспериментально их влияние на функцию отклика. Полученная экспериментально функция отклика аппроксимируется математической функцией, представляющей математическую модель объекта.

Существенной особенностью многих процессов является их детерминированно-стохастическая природа. Т.е. чаще всего экспериментально полученный отклик является случайной величиной. Природа случайности обусловлена погрешностью измерительной аппаратуры (исключая методические и статические ошибки), стохастической природой отклика и факторов и наличием неучтенных в модели факторов. Вследствие этого параметры математических моделей, полученных экспериментальным методом, отражают стохастические особенности протекания процесса и определяются статистическими методами. В настоящее время хорошо разработана теория оценивания линейных по параметрам математических моделей.

Статистические методы обработки опытных данных позволяют уточнить детали вероятностной модели. В качестве статистических оценок выходных переменных объекта управления, определяемых на основе эксперимента, в силу наличия у них случайных составляющих используются средние значения и дисперсии.

Истинные значения параметров распределения выходных переменных являются результатом обработки так называемой генеральной совокупности всех возможных измерений, под которой подразумевается теоретически бесконечная выборка. В результате проведения эксперимента исследователь имеет некоторую совокупность измерений, являющуюся составной частью генеральной совокупности и называемую выборкой объемом  $n$  измерений.

Для такой выборки используют следующие статистические характеристики:

а) выборочное среднее значение - 
$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i,$$

б) выборочная дисперсия - 
$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2,$$

в) выборочное среднее квадратичное отклонение - 
$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}.$$

Заметим, что данные оценки должны быть несмещенными и состоятельными. Это подразумевает, что математическое ожидание оценки параметра равно генеральному значению этого параметра, а при увеличении объема выборки оценки параметра сходятся по вероятности к генеральному значению.

Выборочные дисперсии и средние квадратичные отклонения характеризуют рассеяние случайных результатов измерений относительно среднего арифметического. Это рассеяние объясняется действием случайных возмущающих факторов, имеющих место в самом исследуемом процессе и в измерительном тракте. При усреднении случайные ошибки, характеризующие каждое отдельное измерение взаимно компенсируются. Из чего следует положение – чем больше объем выборки, тем точнее оценивается истинное значение выходной переменной.

Полученные при проведении экспериментов оценки математического ожидания (среднего значения) функций отклика являются точечными оценками.

Различают два основных вида экспериментов – пассивный и активный.

При пассивном эксперименте объект исследования находится в режиме нормальной эксплуатации, в процессе которой имеют место случайные отклонения входных факторов и соответствующие им изменения выходного параметра. Исследователь фиксирует в случайные моменты времени совокупность значений входных факторов и соответствующие им значения выходного параметра. Полученные в результате обработки результаты пассивного эксперимента справедливы в очень узком диапазоне входных факторов. В пассивном эксперименте каждому опыту соответствует одно измерение. При планировании пассивного эксперимента определяются продолжительность эксперимента, интервал между опытами и количество опытов.

Активный эксперимент предусматривает возможность в каждом опыте устанавливать основные (исследуемые) факторы на желаемых уровнях, то есть задавать их значения и стабилизировать на время измерения выходного параметра. При активном эксперименте каждому опыту соответствует ряд измерений (проводится несколько параллельных опытов при одних и тех же условиях). Планирование активного эксперимента включает:

- установление уровней основных факторов в каждом опыте,
- определение общего количества опытов,
- определение числа параллельных опытов.

Наибольшее применение на практике нашел активный эксперимент.

Применение аналогий при построении моделей. В огромном числе случаев при попытке построить модель какого-либо объекта либо невозможно прямо указать фундаментальные законы или вариационные принципы, которым он подчиняется, либо, с точки зрения наших сегодняшних знаний, вообще нет уверенности в существовании подобных законов, допускающих математическую формулировку. Одним из плодотворных подходов к такого рода объектам является использование аналогий с уже изученными явлениями.

Применение аналогий основано на одном из важнейших свойств моделей - их универсальности, т. е. их приложимости к объектам принципиально различной природы. Так, предположения типа "скорость изменения величины пропорциональна значению самой величины (или некоторой функции от нее)" широко используются в далеких друг от друга областях знаний.

Иерархический подход к получению моделей. Лишь в редких случаях бывает удобным и оправданным построение математических моделей даже относительно простых объектов сразу во всей полноте, с учетом всех факторов, существенных для его поведения. Поэтому естествен подход, реализующий принцип "от простого — к сложному", когда следующий шаг делается

после достаточно подробного изучения не очень сложной модели. При этом возникает цепочка ( *иерархия* ) все более полных моделей, каждая из которых обобщает предыдущие, включая их в качестве частного случая.

Иерархия математических моделей часто строится и по противоположному принципу "от сложного к простому". В этом случае реализуется путь "сверху вниз" - из достаточно общей и сложной модели при соответствующих упрощающих предположениях получается последовательность все более простых (но имеющих уменьшающуюся область применимости) моделей.

Простота моделей во многом связана с их линейностью. В математическом плане это важное понятие означает, что справедлив принцип суперпозиции, т. е. любая линейная комбинация решений (например, их сумма) также является решением задачи. Пользуясь принципом суперпозиции, нетрудно, найдя решение в каком-либо частном случае, построить решение в более общей ситуации. Поэтому о качественных свойствах общего случая можно судить по свойствам частного - различие между двумя решениями носит лишь количественный характер. Например, увеличение в два раза скорости истечения ракетного топлива ведет также к двукратному увеличению скорости ракеты, уменьшение угла падения светового луча на отражающую поверхность означает такое же изменение угла отражения и т.д. Другими словами, в случае линейных моделей отклик объекта на изменение каких-то условий пропорционален величине этого изменения.

Для нелинейных явлений, математические модели которых не подчиняются принципу суперпозиции, знание о поведении части объекта еще не гарантирует знания поведения всего объекта, а его отклик на изменение условий может качественно зависеть от величины этого изменения. Так, уменьшение угла падения луча света на границу раздела двух сред приводит к уменьшению угла преломления, но только до определенного предела. Если угол падения становится меньше критического (см. формулу (9)), то происходит качественное изменение - свет перестает проникать через границу раздела во вторую среду, если она менее плотная, чем первая. Тем самым преломление света - пример нелинейного процесса.

Большинство реальных процессов и соответствующих им математических моделей нелинейны. Линейные же модели отвечают весьма частным случаям и, как правило, служат лишь первым приближением к реальности.

Процесс построения моделей может быть условно разбит на следующие этапы.



Конструирование модели начинается со словесно-смыслового описания объекта или явления. Помимо сведений общего характера о природе объекта и целях его исследования эта стадия может содержать также некоторые предположения (невесомый стержень, толстый слой вещества, прямолинейное распространение световых лучей и т.д.). Данный этап можно назвать формулировкой предмодели.

Следующий этап - завершение идеализации объекта. Отбрасываются все факторы и эффекты, которые представляются не самыми существенными для его поведения. Например, при составлении баланса материи не учитывался, ввиду его малости, дефект масс, которым сопровождается радиоактивный распад. По возможности идеализирующие предположения записываются в математической форме, с тем чтобы их справедливость поддавалась количественному контролю.

После выполнения первых двух этапов можно переходить к выбору или формулировке закона ( вариационного принципа, аналогии и т.п.), которому подчиняется объект, и его записи в математической форме. При необходимости используются дополнительные сведения об объекте, также записываемые математически (например, постоянство величины  $c$  для всех траекторий лучей света, вытекающее из геометрии задачи). Следует иметь в виду, что даже для простых объектов выбор соответствующего закона отнюдь не тривиальная задача.

Завершает формулировку модели ее "оснащение". Например, необходимо задать сведения о начальном состоянии объекта, без знания которых невозможно определить поведение объекта. И, наконец, формулируется цель исследования модели (найти закон преломления света, достичь понимания закономерностей изменения популяции, определить требования к конструкции ракеты, запускающей спутник, и т. д.).

Построенная модель изучается всеми доступными исследователю методами, в том числе со взаимной проверкой различных подходов. В отличие от рассматриваемых простейших случаев, большинство моделей не поддаются чисто теоретическому анализу, и поэтому необходимо широко использовать вычислительные методы. Это обстоятельство особенно важно при изучении нелинейных объектов, так как их качественное поведение заранее, как правило, неизвестно.

В результате исследования модели не только достигается поставленная цель, но и должна быть установлена всеми возможными способами (сравнением с практикой, сопоставлением с другими подходами) ее адекватность - соответствие объекту и сформулированным предположениям. Неадекватная модель может дать результат, сколь угодно отличающийся от истинного, и должна быть либо отброшена, либо соответствующим образом модифицирована.

## 5 Компьютерное моделирование

Понятие и методы компьютерного моделирования и анализа. Этапы компьютерного моделирования. Математические методы обработки данных, полученных с помощью имитационной модели. Оформление результатов моделирования.

Суть компьютерного моделирования состоит в следующем: на основе математической модели с помощью ЭВМ проводится серия вычислительных экспериментов, т.е. исследуются свойства объектов или процессов, находятся их оптимальные параметры и режимы работы, уточняется модель. Например, располагая уравнением, описывающим протекание того или иного процесса, можно изменяя его коэффициенты, начальные и граничные условия, исследовать, как при этом будет вести себя объект. Имитационные модели - это проводимые на ЭВМ вычислительные эксперименты с математическими моделями, имитирующими поведение реальных объектов, процессов или систем.

Реальные процессы и системы можно исследовать с помощью двух типов математических моделей: аналитических и имитационных.

В аналитических моделях поведение реальных процессов и систем (РПС) задается в виде явных функциональных зависимостей (уравнений линейных или нелинейных, дифференциальных или интегральных, систем этих уравнений). Однако получить эти зависимости удастся только для сравнительно простых РПС. Когда явления сложны и многообразны исследователю приходится идти на упрощенные представления сложных РПС. В результате аналитическая модель становится слишком грубым приближением к действительности. Если все же для сложных РПС удастся получить аналитические модели, то зачастую они превращаются в трудно разрешимую проблему. Поэтому исследователь вынужден часто использовать имитационное моделирование.

Имитационное моделирование представляет собой численный метод проведения на ЭВМ вычислительных экспериментов с математическими моделями, имитирующими поведение реальных объектов, процессов и систем во времени в течение заданного периода. При этом функционирование РПС разбивается на элементарные явления, подсистемы и модули. Функционирование этих элементарных явлений, подсистем и модулей описывается набором алгоритмов, которые имитируют элементарные явления с сохранением их логической структуры и последовательности протекания во времени.

Имитационное моделирование - это совокупность методов алгоритмизации функционирования объектов исследований, программной реализации алгоритмических описаний, организации, планирования и выполнения на ЭВМ вычислительных экспериментов с

математическими моделями, имитирующими функционирование РПС в течение заданного периода.

Под алгоритмизацией функционирования РПС понимается пооперационное описание работы всех ее функциональных подсистем отдельных модулей с уровнем детализации, соответствующем комплексу требований к модели.

"Имитационное моделирование" (ИМ)- это двойной термин. "Имитация" и "моделирование" - это синонимы. Фактически все области науки и техники являются моделями реальных процессов. Чтобы отличить математические модели друг от друга, исследователи стали давать им дополнительные названия. Термин "имитационное моделирование" означает, что мы имеем дело с такими математическими моделями, с помощью которых нельзя заранее вычислить или предсказать поведение системы, а для предсказания поведения системы необходим вычислительный эксперимент (имитация) на математической модели при заданных исходных данных.

Основное достоинство ИМ:

возможность описания поведения компонент (элементов) процессов или систем на высоком уровне детализации;

отсутствие ограничений между параметрами ИМ и состоянием внешней среды РПС;

возможность исследования динамики взаимодействия компонент во времени и пространстве параметров системы;

Эти достоинства обеспечивают имитационному методу широкое распространение.

Рекомендуется использовать имитационное моделирование в следующих случаях:

Если не существует законченной постановки задачи исследования и идет процесс познания объекта моделирования. Имитационная модель служит средством изучения явления.

Если аналитические методы имеются, но математические процессы сложны и трудоемки, и имитационное моделирование дает более простой способ решения задачи.

Когда кроме оценки влияния параметров (переменных) процесса или системы желательно осуществить наблюдение за поведением компонент (элементов) процесса или системы (ПС) в течение определенного периода.

Когда имитационное моделирование оказывается единственным способом исследования сложной системы из-за невозможности наблюдения явлений в реальных условиях (реакции термоядерного синтеза, исследования космического пространства).

Когда необходимо контролировать протекание процессов или поведение систем путем замедления или ускорения явлений в ходе имитации.

При подготовке специалистов для новой техники, когда на имитационных моделях обеспечивается возможность приобретения навыков в эксплуатации новой техники.

Когда изучаются новые ситуации в РПС. В этом случае имитация служит для проверки новых стратегий и правил проведения натуральных экспериментов.

Когда особое значение имеет последовательность событий в проектируемых ПС и модель используется для предсказания узких мест в функционировании РПС.

Однако ИМ наряду с достоинствами имеет и недостатки:

Разработка хорошей ИМ часто обходится дороже создания аналитической модели и требует больших временных затрат.

Может оказаться, что ИМ неточна (что бывает часто), и мы не в состоянии измерить степень этой неточности.

Зачастую исследователи обращаются к ИМ, не представляя тех трудностей, с которыми они встретятся и совершают при этом ряд ошибок методологического характера.

И тем не менее ИМ является одним из наиболее широко используемых методов при решении задач синтеза и анализа сложных процессов и систем.

Одним из видов имитационного моделирования является статистическое имитационное моделирование, позволяющее воспроизводить на ЭВМ функционирование сложных случайных процессов.

При исследовании сложных систем, подверженных случайным возмущениям используются вероятностные аналитические модели и вероятностные имитационные модели.

В вероятностных аналитических моделях влияние случайных факторов учитывается с помощью задания вероятностных характеристик случайных процессов (законы распределения вероятностей, спектральные плотности или корреляционные функции). При этом построение вероятностных аналитических моделей представляет собой сложную вычислительную задачу. Поэтому вероятностное аналитическое моделирование используют для изучения сравнительно простых систем.

Подмечено, что введение случайных возмущений в имитационные модели не вносит принципиальных усложнений, поэтому исследование сложных случайных процессов проводится в настоящее время, как правило, на имитационных моделях.

В вероятностном имитационном моделировании оперируют не с характеристиками случайных процессов, а с конкретными случайными числовыми значениями параметров ПС. При этом результаты, полученные при воспроизведении на имитационной модели рассматриваемого процесса, являются случайными реализациями. Поэтому для нахождения объективных и устойчивых характеристик процесса требуется его многократное воспроизведение, с последующей

статистической обработкой полученных данных. Именно поэтому исследование сложных процессов и систем, подверженных случайным возмущениям, с помощью имитационного моделирования принято называть статистическим моделированием.

Статистическая модель случайного процесса - это алгоритм, с помощью которого имитируют работу сложной системы, подверженной случайным возмущениям; имитируют взаимодействие элементов системы, носящих вероятностный характер.

При реализации на ЭВМ статистического имитационного моделирования возникает задача получения на ЭВМ случайных числовых последовательностей с заданными вероятностными характеристиками. Численный метод, решающий задачу генерирования последовательности случайных чисел с заданными законами распределения, получил название "метод статистических испытаний" или "метод Монте-Карло".

Так как метод Монте-Карло кроме статистического моделирования имеет приложение к ряду численных методов (взятие интегралов, решение уравнений), то целесообразно иметь различные термины.

Итак, статистическое моделирование - это способ изучения сложных процессов и систем, подверженных случайным возмущениям, с помощью имитационных моделей.

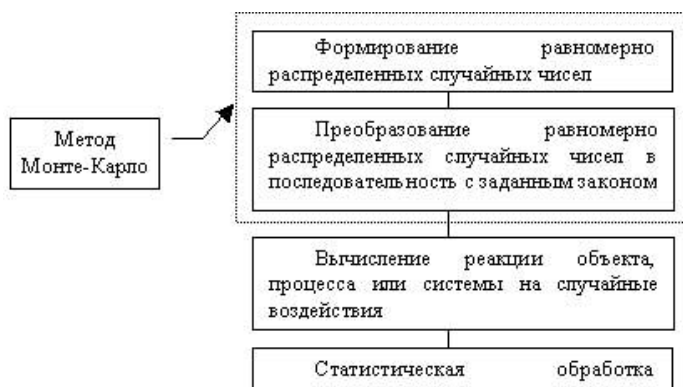
Метод Монте-Карло - это численный метод, моделирующий на ЭВМ псевдослучайные числовые последовательности с заданными вероятностными характеристиками.

Методика статистического моделирования состоит из следующих этапов:

Моделирование на ЭВМ псевдослучайных последовательностей с заданной корреляцией и законом распределения вероятностей (метод Монте-Карло), имитирующих на ЭВМ случайные значения параметров при каждом испытании;

Преобразование полученных числовых последовательностей на имитационных математических моделях.

Статистическая обработка результатов моделирования.



Обобщенный алгоритм метода статистических испытаний

## 6 Специализированные программы моделирования физических процессов

На сегодняшний день на рынке программного обеспечения, используемого для проектирования, моделирования и оптимизации компонентов, связей, систем и сетей, для динамично развивающихся областей в области фотоники, оптоэлектроники и различных фотонных приложений существует множество различных инструментов, позволяющих быстро и качественно вести разработку, тестирование и анализирование исследуемых оптических систем связи.

OptiSystem является комплексным программным обеспечением для моделирования, проектирования и теоретического исследования оптических систем и их свойств и возможных эффектов.

OptiSystem – это инновационный комплексный программный пакет, который позволяет пользователям планировать, тестировать и моделировать практически любой тип оптической линии на физическом уровне широкого спектра оптических сетей, от систем аналогового видеовещания до межконтинентальных магистралей, а также может использоваться телекоммуникационными компаниями по всему миру для планирования и внедрения полной оптической сети. Подход с низкими затратами и экономией времени, и исследователи могут использовать его для эффективной работы. OptiSystem является автономным продуктом, который не полагается на другие схемы моделирования. Он обладает мощной новой симуляционной средой и иерархическим определением компонентов и систем. Его возможности могут быть легко расширены за счет добавления пользовательских компонентов и могут легко взаимодействовать с широким спектром инструментов. OptiSystem включает в себя обширную библиотеку в составе которой более 200 образцов оптического дизайна, которые могут использоваться в качестве шаблонов для проектов оптического дизайна или для обучения и демонстрации.

Для максимальной эффективности комплектующие модули должны быть в состоянии воспроизвести реальное поведение реального устройства и указанные эффекты в соответствии с выбранной точностью и эффективностью. Библиотека компонентов OptiSystem включает в себя сотни компонентов, все из которых были тщательно проанализированы с целью достижения результатов, которые сопоставимы с реальной жизнью.

Библиотека компонентов OptiSystem позволяет ввести параметры, которые могут быть измерены с реальных устройств. Они интегрируются с испытаниями и измерениями оборудования от различных производителей.

OptiSystem позволяет использовать конкретные программные обеспечения для волоконной оптики на уровне компонентов: OptiAmplifier, OptiBPM, OptiGrating, WDM\_Phasar, OptiFiber & OptiSPICE.

OptiSystem обрабатывает смешанные форматы сигналов для оптических и электрических сигналов в библиотеке компонентов. OptiSystem вычисляет сигналы, используя соответствующие алгоритмы, связанные с требуемой точностью моделирования и эффективности.

Для того чтобы предсказать производительность системы, OptiSystem рассчитывает такие параметры, как вероятность ошибки BER и Q-фактор, используя численный анализ или полуаналитические методы для систем, ограниченных помимо помех и шумов.

Расширенные средства визуализации позволяют воспроизводить Оптические спектры, чирп сигнала (сигналы с линейной частотной модуляцией), глаз диаграммы, состояния поляризации, звездные диаграммы и многое другое. Также включены инструменты анализа WDM списка мощностей сигнала, усиления, шума, и OSNR для каждого канала.

Пользователь может выбрать порт компонента, чтобы сохранить данные и приложить исследования после окончания моделирования. Это позволяет обрабатывать данные после моделирования без пересчета. Пользователь может прикрепить произвольное количество визуализаторов на мониторе в тот же порт.

Чтобы сделать средство моделирования гибким и эффективным, необходимо обеспечить модели на разных уровнях абстракции, в том числе на уровнях системы, подсистемы и компонентов. OptiSystem обладает действительно иерархическим определением компонентов и систем, что позволяет использовать определенные программные инструменты на уровне компонентов, и моделировать настолько подробно, как требует желаемая точность.

Пользователь может включать новые компоненты, основанные на подсистемах и пользовательских библиотеках, или использовать совместное моделирование с помощью сторонних инструментов, таких как MATLAB или Simulink.

Пользователь может ввести арифметические выражения для параметров и создать глобальные параметры, которые могут быть разделены между компонентами и подсистемами, использующими стандартный язык VB-Script. Скриптовый язык может также управлять и контролировать OptiSystem, в том числе вычисления, создание макета и пост-обработки, когда используется страница скрипта.

Планировщик расчётов управляет моделированием путем определения порядка выполнения составных модулей в соответствии с выбранной модели потока данных. Основная модель потока данных, к которой обращается моделирование слоя передачи, является компонентом итераций

потока данных (CIDF). Домен CIDF использует планирование выполнения, поддерживающие условия, в зависимости от данных итерации, и рекурсию.

Пользователь может создать много конструкций, используя тот же файл проекта, который позволяет создавать и изменять свои проекты быстро и эффективно. Каждый файл проекта OptiSystem может содержать множество версий дизайна. Варианты исполнения рассчитываются и изменяются независимо друг от друга, однако результаты вычислений могут быть объединены в различных вариантах, что позволяет делать сравнения конструкций.

Полностью настраиваемый страничный отчет позволяет отображать любой набор параметров и результатов, доступных в проекте. Полученные отчеты оборудованы именем размера и подвижными таблицами, текстом, 2D и 3D графиками. Он также включает в себя экспорт в HTML и шаблоны из предварительно отформатированных макетов.

В симуляторе можно воспроизвести с повторной вариации параметров. OptiSystem также оптимизирует любой параметр, чтобы минимизировать или максимизировать результат, или может искать целевые результаты. Пользователь может объединить несколько изменяемых (sweep) параметров и несколько оптимизаций.

Для любых заданных топологии системы и сценария спецификации компонентов, полные проекты OptiSystem могут быть зашифрованы и экспортированы в OptiPerformer. Пользователи OptiPerformer могут изменять любые параметры в диапазонах спецификации, и наблюдать за результатами через подробные графики и отчеты.

OptiSystem предоставляет таблицу анализа затрат разработанной системы, организации системы, макета или компонента. Данные о затратах могут быть экспортированы в другие приложения или электронные таблицы.



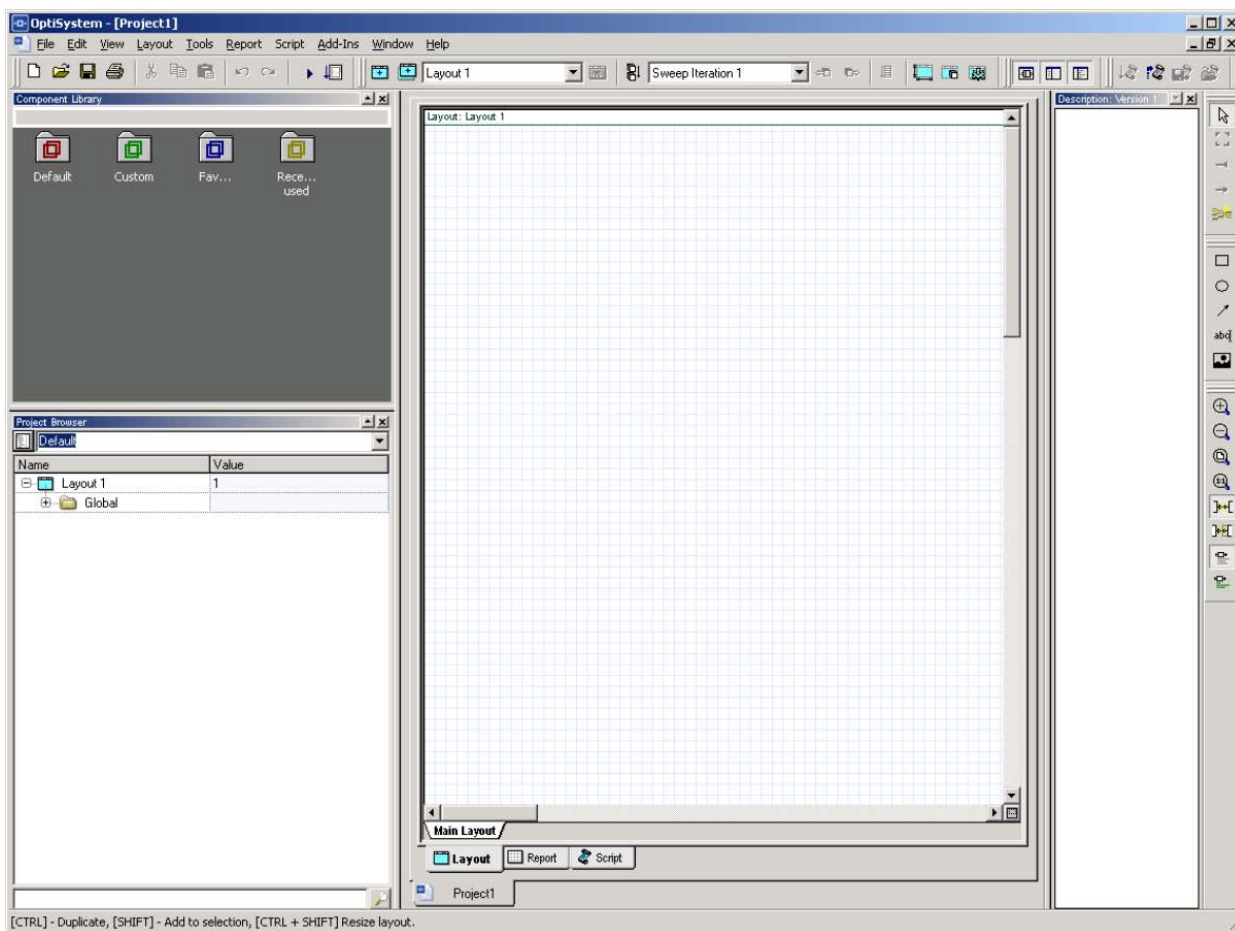


Рисунок 3.2. Пользовательский интерфейс программы OptiSystem

Пользовательский интерфейс содержит следующие окна:

- Макет проекта
- Присоединённые функции
- Строка состояний
- Строка меню

Макет проекта – это основная рабочая область, где происходит вставка компонентов в разметку, редактирование компонентов, а также создание связи между компонентами.

Присоединённые функции в свою очередь состоят из библиотеки компонентов, диспетчера проектов и описания проекта.

Строка состояний отображает полезные советы по использованию OptiSystem и располагается под окном макета проекта.

Строка меню содержит элементы, которые доступны в OptiSystem . Многие из этих пунктов меню также доступны как кнопки на панели инструментов или других списков.

Pop Window позволяет просмотреть общий вид макета в маленьком всплывающем окне.

Одним из параметров регистрируемым при работе с программой является время расчета. Это параметр имеет значение для оценки производительности ЭВМ и временных затрат оператора. Кроме того он позволяет косвенно оценить относительную сложность анализируемой схемы.

Основные возможности интерфейса OptiSystem:

#### 1. Библиотека компонентов

Чтобы быть полностью эффективными, компонентные модули должны быть в состоянии воспроизвести реальное поведение реального устройства и определенных эффектов в соответствии с выбранной точностью и эффективностью. Библиотека компонентов OptiSystem включает сотни компонентов, все из которых были тщательно проверены для обеспечения результатов, сопоставимых с реальными приложениями.

#### 2. Измеряемые компоненты

Библиотека компонентов OptiSystem позволяет вводить параметры, которые могут быть измерены на реальных устройствах. Она интегрируется с испытательным и измерительным оборудованием различных производителей.

#### 3. Интеграция с инструментами программного обеспечения Optiwave

OptiSystem позволяет использовать специальные программные инструменты Optiwave для интегрированной и волоконной оптики на уровне компонентов: OptiAmplifier, OptiBPM, OptiGrating, WDM\_Phase, OptiFiber и OptiSPICE.

#### 4. Представление смешанного сигнала

OptiSystem обрабатывает смешанные форматы сигналов для оптических и электрических сигналов в библиотеке компонентов. OptiSystem вычисляет сигналы, используя соответствующие алгоритмы, связанные с требуемой точностью моделирования и эффективностью.

#### 5. Алгоритмы качества и производительности

Для прогнозирования производительности системы OptiSystem вычисляет такие параметры, как BER и Q-Factor, используя численный анализ или полуаналитические методы для систем, ограниченных межсимвольной интерференцией и шумом.

#### 6. Расширенные средства визуализации

Расширенные средства визуализации создают спектры OSA, чирпы сигнала, глазковые диаграммы, состояние поляризации, диаграммы созвездий и многое другое. Также включены

инструменты анализа WDM, отображающие мощность сигнала, коэффициент усиления, коэффициент шума и отношение сигнал-шум (OSNR) на канал.

#### 7. Мониторы данных

Система позволяет выбрать порты компонентов для сохранения данных и присоединения мониторов после окончания моделирования. Это позволяет обрабатывать данные после моделирования без пересчета. Кроме того возможно присоединить произвольное количество визуализаторов к монитору в том же порту.

#### 8. Иерархическое моделирование с подсистемами

Чтобы сделать симулятор гибким и эффективным, необходимо представить модели на разных уровнях абстракции, включая уровни системы, подсистемы и компоненты. OptiSystem имеет поистине иерархическое определение компонентов и систем, что позволяет использовать специальные программные инструменты для интегрированной и волоконной оптики на уровне компонентов и позволять моделировать их так подробно, как того требует желаемая точность.

#### 9. Пользовательские компоненты

Система дает возможность включать новые компоненты на основе подсистем и пользовательских библиотек или использовать совместное моделирование с помощью стороннего инструмента, такого как MATLAB или Simulink.

#### 10. Мощный язык сценариев

Симулятор позволяет вводить арифметические выражения для параметров и создавать глобальные параметры, которые могут совместно использоваться компонентами и подсистемами, используя стандартный язык сценариев VisualBasic. Язык сценария также может управлять и контролировать OptiSystem, включая вычисления, создание макета и пост-обработку при использовании страницы сценария.

#### 11. Современный расчет потока данных

Планировщик вычислений управляет имитацией, определяя порядок выполнения компонентных модулей в соответствии с выбранной моделью потока данных. Основной моделью потока данных, которая обращается к моделированию уровня передачи, является поток данных итераций компонентов (CIDF). В домене CIDF используется планирование времени выполнения, условия поддержки, зависящая от данных итерация и истинной рекурсии.

#### 12. Множество проектов

Имеется возможность создавать много проектов с использованием одного и того же файла проекта, что позволяет вам быстро и эффективно создавать и модифицировать свои проекты. Каждый файл проекта OptiSystem может содержать много версий дизайна. Версии дизайна

вычисляются и изменяются независимо, но результаты расчета могут комбинироваться в разных версиях, что позволяет сравнивать проекты.

### 13. Страница отчета

Полностью настраиваемая страница отчета позволяет отображать любой набор параметров и результатов, доступных в проекте. Созданные отчеты организованы в изменяемые по размеру и переносимые электронные таблицы, текстовые, 2D и 3D-графики. Он также включает экспорт и шаблоны HTML с предварительно отформатированными макетами отчетов.

### 14. Смена параметров и оптимизация

Моделирование можно повторить с повторным изменением параметров. OptiSystem может также оптимизировать любой параметр, чтобы минимизировать или максимизировать любой результат, или может искать целевые результаты. Возможно комбинировать многократные прогоны параметров и многочисленные оптимизации.

### 15. Приложение OptiPerformer

Для любой заданной топологии системы и сценария спецификации компонентов полный проект OptiSystem может быть зашифрован и экспортирован в OptiPerformer. Пользователи OptiPerformer могут затем варьировать любой параметр в пределах определенных диапазонов спецификаций и наблюдать результирующие системные эффекты с помощью детальных графиков и отчетов.

### 16. Спецификация материалов

OptiSystem предоставляет таблицу анализа затрат проектируемой системы, упорядоченной по системе, компоновке или компоненту. Данные о расходах можно экспортировать в другие приложения или электронные таблицы.

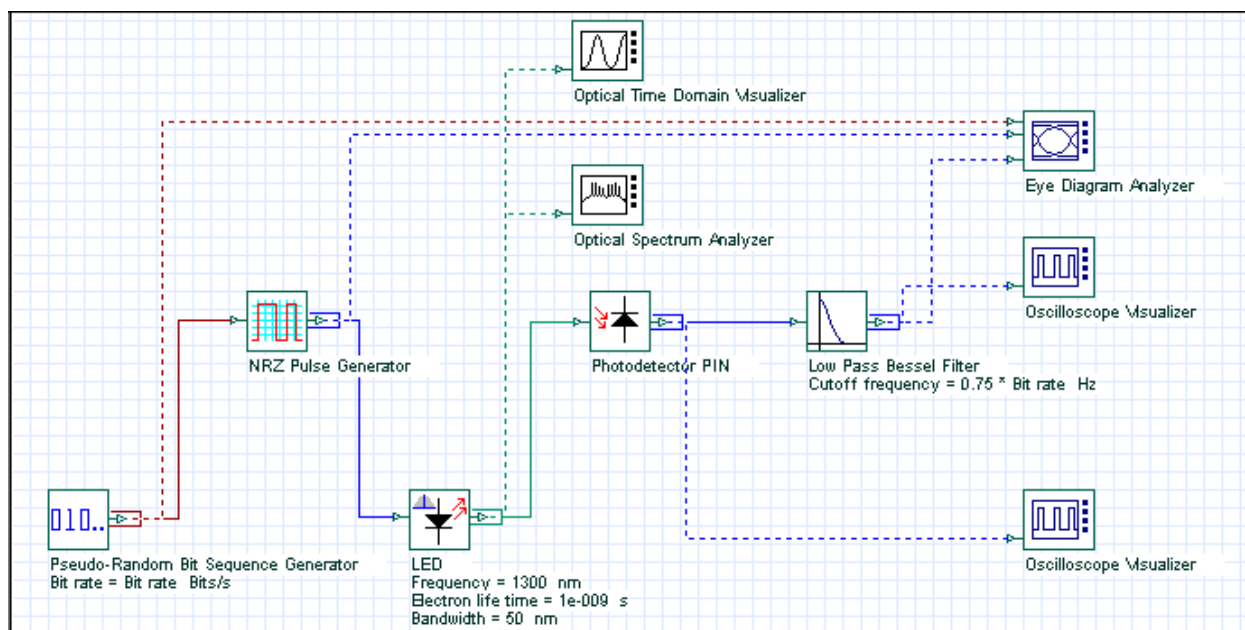
## 7 Моделирование процессов формирования, распространения и обработки оптических сигналов

### Моделирование светоизлучающего диода

Частотная характеристика светодиода определяется динамикой носителей заряда (и, следовательно, ограничена временем жизни носителей  $\tau_n$ ) и паразитной ёмкостью светодиода (характеризуется постоянной времени RC-цепи  $\tau_{RC}$ ).

Если постоянная времени  $\tau_{RC}$  мала, и величина прямого смещения постоянна, влиянием паразитной емкости светодиода можно пренебречь. Оптическая полоса пропускания светодиода определяется как, частота модулирующего сигнала, при которой оптическая мощность светодиода уменьшается на 3 дБ. Ниже представлена формула для определения оптической полосы пропускания светодиода по уровню 3 дБ.

$$f_{3dB} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi(\tau_n + \tau_{RCn})}$$



На рисунке 5.1 представлена схема моделирования свойств отклика светодиода.

Значения времени жизни носителей заряда  $\tau_n$  и постоянной времени RC-цепи  $\tau_{RC}$  равны 1 нс. Следовательно,  $f_{3dB}$  приблизительно равно 140 МГц.

Численные параметры: битовая скорость 300 Мбит/с, длина последовательностей 128 бит, следовательно временное окно примерно равно 430 нс. Выборка в расчете на 1 бит равна 256,

следовательно, частота дискретизации равна 76 ГГц. Поэтому разрешение по умолчанию равно 2 МГц.

Сначала целесообразно оставить значения времени жизни носителей заряда  $\tau_n$  и постоянной времени RC-цепи  $\tau_{RC}$  постоянными, а следовательно, и  $f_{3dB}$  равное 140 МГц и проанализировать глаз- диаграммы, как показатель производительности системы. На рисунке 5.2 показаны глаз- диаграммы для систем со скоростями передачи 100 Мбит/с и 300 Мбит/с соответственно.

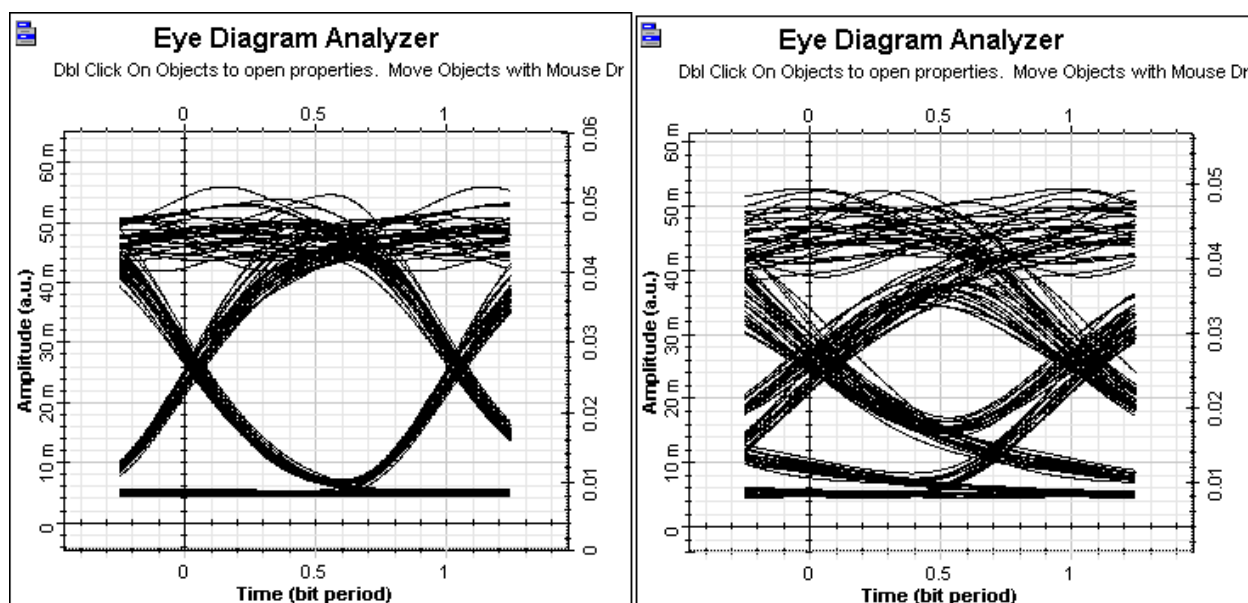


Рис. 5.2 Глаз-диаграмма при различных битовых скоростях

Очевидно, что производительность системы передачи значительно ухудшается с увеличением скорости передачи выше оптической полосы пропускания по уровню 3 дБ.

Также, влияние отклика модуляции светодиода может быть изучено путем поддержания битовой скорости неизменной, например, 300 Мбит/с, но уменьшить время жизни носителей заряда  $\tau_n$  и постоянной времени RC-цепи  $\tau_{RC}$ , таким образом, увеличив  $f_{3dB}$ . Положим,  $\tau_n = \tau_{RC} = 0.5$  нс, таким образом,  $f_{3dB}$  будет примерно равно 280 МГц.

Наблюдается значительное улучшение производительности системы при 300 Мбит/с, по сравнению с предыдущим рисунком. Глаз- диаграмма представлена на рис. 5.3.

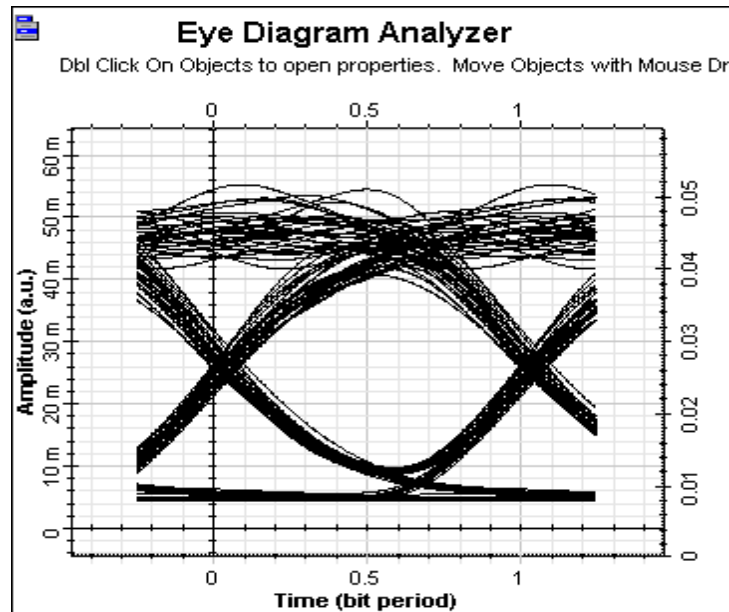


Рис. 5.3. Изменение глаз-диаграммы при уменьшении  $\tau_n$

### Моделирование полупроводникового лазера

При использовании лазеров с прямой модуляцией для высокоскоростных систем передачи, частота модуляции не может превышать частоту релаксационных колебаний в лазере. Релаксационные колебания зависят как от времени жизни носителей заряда в р-п переходе, так и от времени жизни фотона. Приближенное выражение этой зависимости приведена ниже.

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{(\tau_{\text{sp}} \tau_{\text{ph}})^{\frac{1}{2}}} \left( \frac{I}{I_{\text{th}}} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Частота релаксационных колебаний возрастает с увеличением тока смещения лазера.

В этой главе демонстрируется производительность высокоскоростной системы передачи, при увеличении резонансной частоты (через увеличение коэффициента полезного действия системы) и тока смещения лазера. Модель оптического передатчика, содержащая лазер с прямой модуляцией изображена на рис. 5.4.

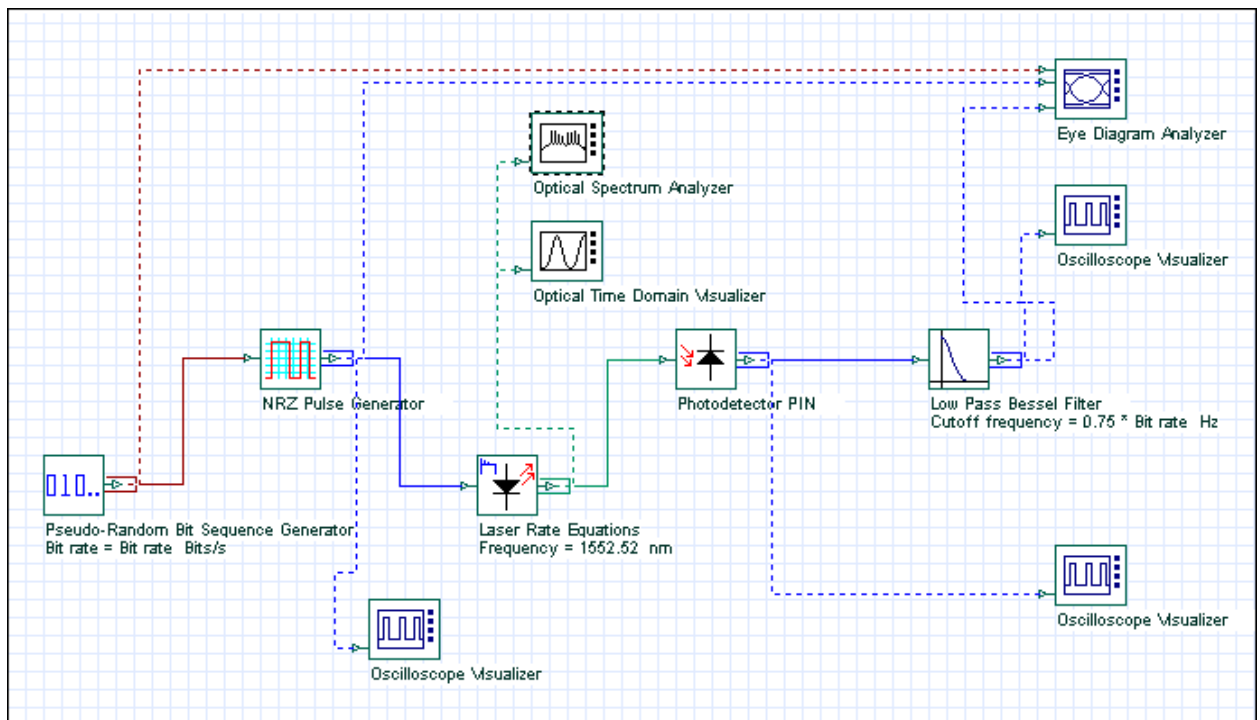


Рис. 5.4. Моделирование работы полупроводникового лазера

При начальных параметрах лазера  $I_{th} = 33.45 \text{ mA}$ ,  $\tau_{sp} = 1 \text{ ns}$ ,  $\tau_{ph} = 3 \text{ ps}$ , и если принять пиковый ток модуляции  $I = 40 \text{ mA}$ , и  $I_B = 40 \text{ mA}$ , соответствующая резонансная частота, в соответствии с приведенным выше уравнением, будет примерно равна 1.3 ГГц.

Численные параметры: битовая скорость 1.3 Гбит/с, длина последовательностей 128 бит, следовательно временное окно примерно равно 98.5 нс. Выборка в расчете на 1 бит равна 512, следовательно частота дискретизации равна 670 ГГц. Поэтому разрешение по умолчанию равно 10 МГц.

На рисунке 5.5 показано влияние частоты модуляции ( $> f_{res}$ ) на характеристики системы. На рисунке 5.5 показано влияние, повышенной частоты модуляции, при скоростях передачи 1.3 Гбит/с и 10 Гбит/с. Параметры лазера остались неизменны, как описано выше.

Из графика глаз-диаграммы видно, что модуляция с частотой выше, значения резонансной частоты ведет к неприемлемым результатам.



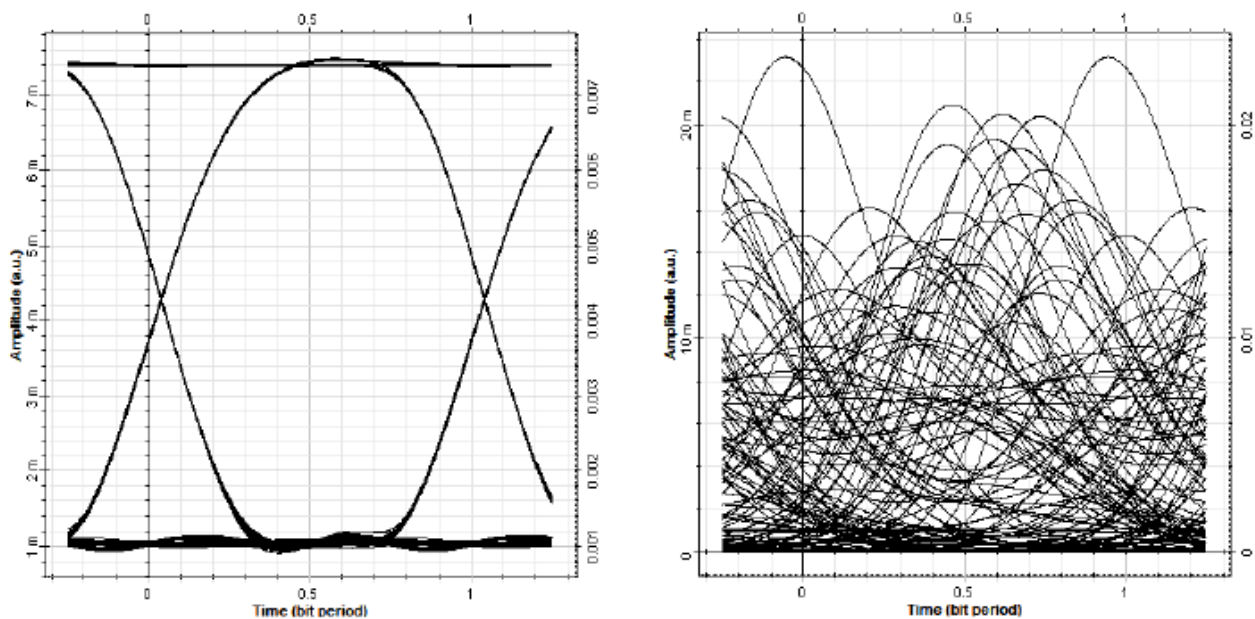


Рис. 5.5 Глаз-диаграмма при битовой скорости 1.3 Гбит/с и 10 Гбит/с

На рисунке 5.6 (с скоростью передачи 1.3 Гбит/с и  $I_B = 40$  мА), ясно продемонстрировано, что уменьшение тока смещения лазера ниже порогового значения, ведет к снижению характеристик работы системы связи.

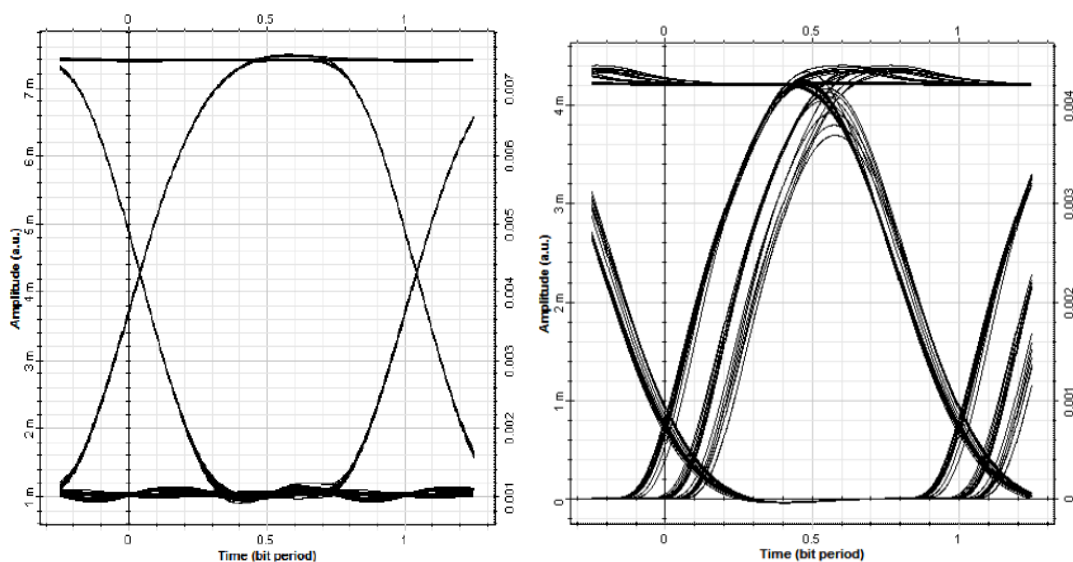


Рис. 5.6. Глаз-диаграмма при токах смещения 40 мА и 20 мА

Таким образом, проведенное моделирование показывает влияние частоты модуляции и тока смещения лазера на работу передатчика с лазерным диодом

## 8 Особенности моделирования элементов и устройств связи и обработки информации

### Модель светоизлучающего диода

Как было отмечено выше, основу полупроводниковых светоизлучающих диодов составляет р-п переход. Поэтому электрические характеристики СИД описываются аналогично р-п переходу.

### Вольт-амперная характеристика р-п перехода

Вольт-амперная характеристика (ВАХ) р-п перехода – связь между током через р-п переход и приложенным напряжением. Уравнение описывает ВАХ идеализированного р-п перехода, причем положительным считается напряжение, когда плюс источника напряжения приложен к р-области [1].

$$I = I_s \left( \exp\left(\frac{U}{\varphi_T \cdot m}\right) - 1 \right),$$

где  $I_s$  - тепловой обратный ток

$\varphi_T$  - температурный потенциал

$m$  - коэффициент рекомбинации, зависящий от электрофизических свойств

полупроводника. (для Ge  $m=1$ , для Si  $m=2$ , для GaAs  $m=3$ ).

Температурный потенциал

$$\varphi_T = \frac{k \cdot T}{q},$$

где

$q = 1.602 \cdot 10^{-19}$  - элементарный заряд, Кл

$k = 1.38 \cdot 10^{-23}$  - постоянная Больцмана, Дж/К

На рис. 4.1 приведены идеализированные вольтамперные характеристики для наиболее распространенных материалов.

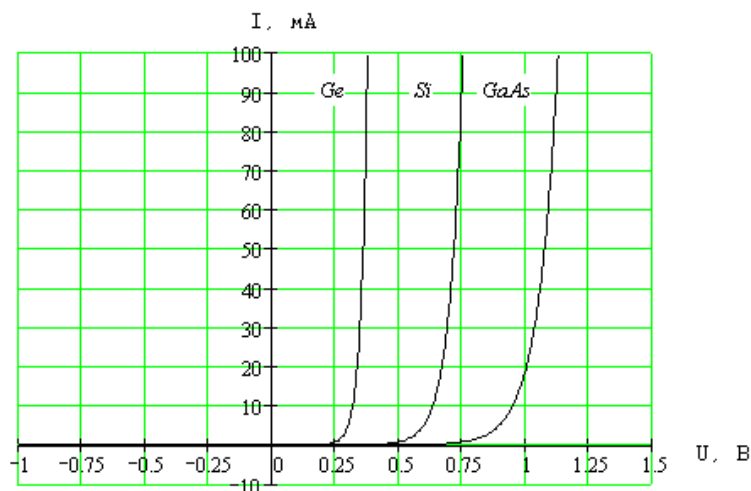


Рис. 4.1. ВАХ идеализированного p-n перехода

Ток  $I_s$  называют тепловым обратным током в соответствии с механизмом его образования и сильной зависимостью от температуры. Тепловой ток обусловлен тепловой генерацией неосновных носителей в нейтральных n- и p-областях перехода. Температурная зависимость теплового тока вызвана главным образом изменением концентрации неосновных носителей. Функцию  $I_s(T)$  характеризуют температурой удвоения  $T_v$ , т.е. приращением температуры, вызывающим удвоение тока [2]:

$$T_v = (kT_0^2 \ln 2) / \Delta E_g ,$$

где  $T_0$  - средняя температура для рабочего диапазона, К

$\Delta E_g$  - ширина запрещенной зоны, Эв

Для заданной температуры  $T$  тепловой ток определяется из выражения:

$$I_s(T) = I_s(T_0) \cdot 2^{\Delta T / T_v} ,$$

где  $\Delta T = T - T_0$  - изменение температуры.

Для кремния температура удвоения вблизи  $T = 25$  °С составляет  $T_y \approx 4,5 \dots (6,5)$  °С [3, 4]. Если, например, температура повышается от  $-15$  до  $+65$  °С, тепловой ток увеличивается в  $2^{16}$  раза. Для германия при  $T = 25$  °С  $T_y \approx 8$  °С, при прежнем повышении температуры тепловой ток возрастает в  $2^{10}$  раза. На рис. 16. представлены зависимости относительного изменения теплового тока от температуры.

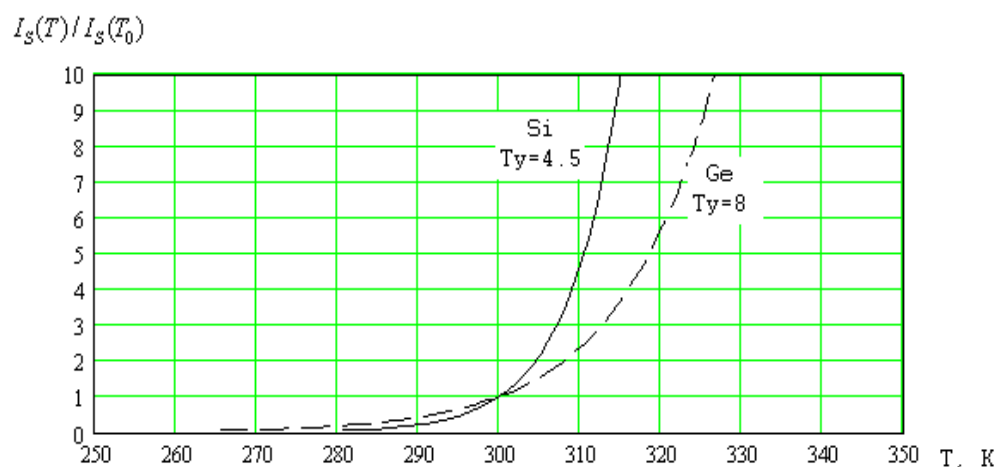


Рис. 4.2. Изменение теплового тока от температуры.

Тепловой ток резко снижается с ростом ширины запрещенной зоны, для кремния он меньше чем для германия. Тепловой ток уменьшается с ростом концентрации примесей вследствие снижения концентрации неосновных носителей. Чем выше концентрация примесей в данной области, тем меньше относительный вклад в тепловой ток носителей, генерируемых в этой области. [5]

На рис. 4.3. представлена зависимость ВАХ p-n перехода на основе Si для рабочих температур.

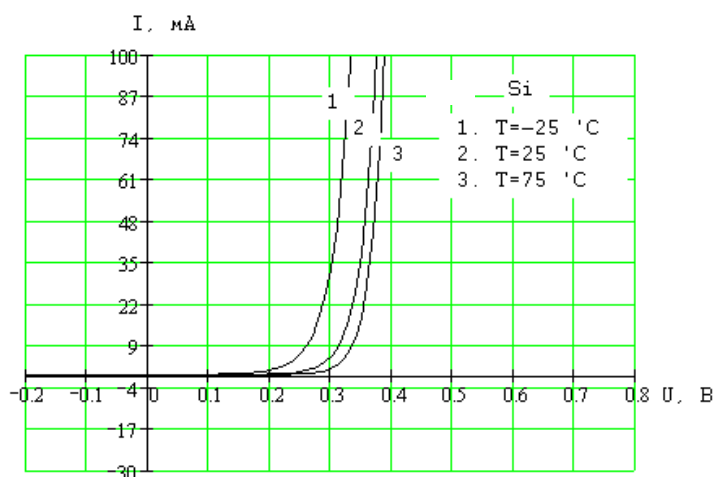


Рис. 4.3. Вольтамперная характеристики p-n перехода.

Можно выразить напряжение  $U$ , приложенное к области пространственного заряда p-n перехода, в функции тока:

$$U = \varphi_T \cdot m \cdot \ln(I / I_s + 1)$$

Выражение, описывающее идеализированную ВАХ p-n перехода, учитывает далеко не все явления, происходящие в p-n переходе. В частности не учитывается омическое падение напряжения на высокоомной области проводника и на контактах. Прежде всего, необходимо учитывать падение напряжения на сопротивлении слаболегированной области базы, которое называют сопротивлением базы  $r_B$ . Падение напряжения на нем:

$$U_B = I r_B,$$

тогда полное напряжение на диоде

$$U_D = U + U_B = \varphi_T \cdot m \cdot \ln(I / I_s + 1) + I \cdot r_B$$

Сопротивление базы зависит от ее удельного сопротивления и определяется геометрией растекания тока рекомбинации. Полное падение напряжения на диоде из-за наличия сопротивления базы увеличивается прямое падение напряжения на диоде и возрастает рассеиваемая на нем мощность.

Из выражения определяется дифференциальное сопротивление р-п перехода.

$$r_{\text{диф}} = \frac{dU}{dI} = \frac{\varphi_T}{I + I_S}$$

При прямом смещении  $r_{\text{диф}}$  уменьшается с ростом тока. При обратном напряжении резко увеличивается. Дифференциальное сопротивление используется для описания работы р-п перехода на малом переменном сигнале.

#### Емкость р-п перехода

##### ***Емкость при обратном напряжении.***

Изменение ширины запирающего слоя при приложении к р-п переходу внешнего напряжения  $U$  приводит к изменению объемного заряда ионизированных доноров в n-области и акцепторов в р-области, т. е. р-п переход обладает электрической емкостью. Емкость этого конденсатора называют *зарядной* или *барьерной емкостью р-п* перехода. Барьерная емкость равна отношению приращения заряда к вызвавшему это изменение приращению напряжения [6]

$$C_{\text{бар}} = \frac{dQ}{dU}$$

Ее влияние в электрических схемах проявляется в тех случаях, когда напряжение на р-п переходе изменяется во времени. Тогда помимо тока, определяемого статической ВАХ, протекает дополнительный емкостной ток, связанный с изменением объемных зарядов во времени:

$$I(t) = C(dU / dt)$$

В отличие от обычного конденсатора отношение заряда к полному напряжению на р-п переходе  $Q_{\text{об}} / (\varphi_K - U)$  не равно его емкости. Это объясняется

нелинейностью зависимости  $Q_{OB}$  от напряжения. Форма фолт-фарадной характеристики в общем случае зависит от распределения концентрации примесей в р-п переходе и выражается сложными функциями, поэтому применяют аппроксимацию:

$$C_{бар} = \frac{C_{бар}(0)}{(1 - U / \varphi_k)^m},$$

где  $C_{бар}(0)$  - значение барьерной емкости при  $U=0$ ,

$\varphi_k$  - контактная разность потенциалов

$m$  - коэффициент, зависящий от типа распределения концентрации примесей. Типичные значения  $m=0,3 \dots 0,5$  (для плавного р-п перехода с линейным распределением концентрации примесей  $m=0,3$ , для резкого  $m=0,5$ ).

Зависимость емкости от напряжения называется вольт-фарадной характеристикой. Типичная характеристика для резкого и плавного перехода в безразмерных координатах показана на рис. 4.4

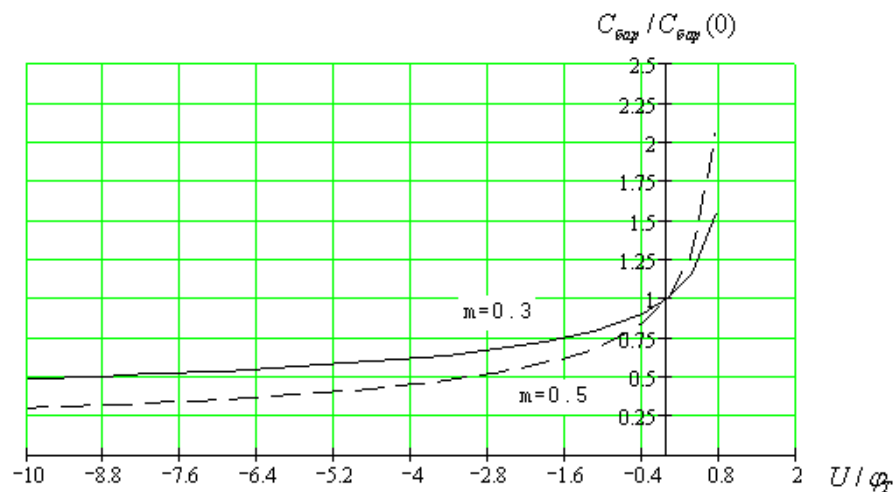


Рис. 4.4. Фолтфарадная характеристика.

Таким образом с увеличением обратного напряжения барьерная емкость уменьшается пропорционально  $(\varphi_k - U)^{-1/2}$  для резкого р-п перехода и  $C_{бар} = (\varphi_k - U)^{-1/3}$

для плавного. При прямых напряжениях допущения не выполняются, сказывается сильное влияние *диффузионной емкости* р-п перехода.

### ***Емкость при прямом напряжении***

В этом случае существует две физические причины, обуславливающие емкость р-п перехода. Первая из них, та же, что и для обратного напряжения, это изменение зарядов в обедненном слое. Вторая заключается в том, что в зависимости от напряжения приложенного к р-п переходу, изменяется концентрация инжектированных носителей в нейтральных областях вблизи границ перехода и значение накопленного заряда, обусловленного этими носителями.

Для малого синусоидального сигнала на низких частотах  $f \ll 2/(\pi \cdot \tau_{эф})$  диффузионная емкость:

$$C_{эф} = k I_S \tau_{эф} \exp(U_- / \varphi_T) / \varphi_T,$$

где  $k=0,5...0,1$  - коэффициент, зависящий от толщины базы ( $k=0,5$  для перехода с «толстой базой»  $k=0,1$  для перехода с тонкой базой).

$\tau_{эф}$  - эффективное время жизни неосновных носителей в базе.

$U_-$  - постоянная составляющая.

На высоких частотах  $f \gg 2/(\pi \cdot \tau_{эф})$  диффузионная емкость уменьшается с ростом частоты до нуля, так как диффузии неосновных носителей через базу необходимо время  $\tau_{эф}$ , а в течение малого периода  $T \ll \tau_{эф}$  заряд не успевает измениться.

Выражение пригодно и для несинусоидальных сигналов большой амплитуды, напряжение которых меняется медленно со временем нарастания или спада много больше  $\tau_{эф}/4$ , тогда вместо  $U_-$  надо подставлять  $U(t)$ , а емкость изменяется во времени. Для быстро меняющихся сигналов формула непригодна, так как влияние диффузионной емкости при быстрых изменениях напряжения и токов пренебрежимо мало и им можно пренебречь.



При  $U_{\text{н}} \gg \varphi_T$  справедлива приближенная запись [7]:

$$C_{\text{дф}} \approx kI\tau_{\text{эф}} / \varphi_T ,$$

где  $k = 0.5 \dots 1$  - коэффициент, зависящий от толщины базы ( $k = 0.5$  для  $W_B \gg L_p$  (толщина базы много больше диффузионной длины дырок в n-области) и  $k = 1.0$  для  $W_B \ll L_p$  )

$I$  – прямой ток, протекающий через диод

$\tau_{\text{эф}}$  - эффективное время диффузии (время жизни) неосновных носителей в базе.

Полная емкость представляется в виде суммы двух слагаемых:

$$C = C_{\text{бар}} + C_{\text{дф}} ,$$

Эквивалентная схема диода

Эквивалентная схема (модель) диода показана на рис. 4.5.

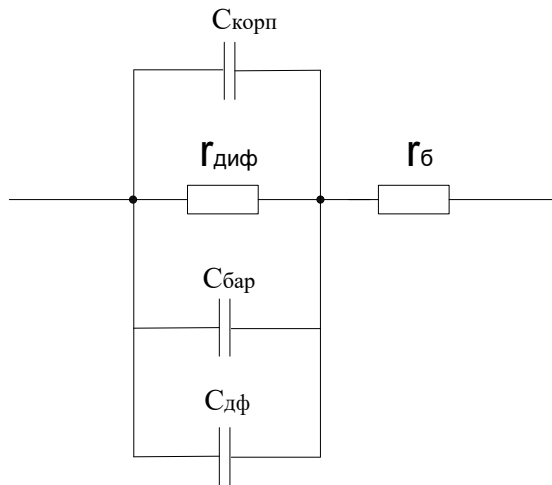


Рис. 20. Эквивалентная схема диода.

В схеме:

$r_{\text{диф}}$  - дифференциальное сопротивление идеализированного p-n перехода

$r_{\text{б}}$  - сопротивление базы диода,

$C_{\text{корп}}$  - емкость, характеризующая емкость корпуса

$C_{бар}$  - барьерная емкость перехода

$C_{дф}$  - диффузионная емкость

### Моделирование полупроводникового усилителя

На рис. 5.6 приведено условное обозначение элемента «оптический полупроводниковый усилитель». Этот модуль выполняет усиление, подобное производимому с помощью полупроводниковых оптических усилителей бегущей волны. Для описания этой модели используется аппроксимированное уравнения скорости, в котором электрическое поле описывается волновым уравнением и концентрацией носителей с помощью уравнения скорости. Такая модель применима для описания усиления лазеров с постоянным излучением и оптических импульсных сигналов. Ширина импульсов должна быть намного больше, чем время внутризонной релаксации, которое определяет динамику индуцированной поляризации. Обычно время внутризонной релаксации составляет 0,1 пс. Поэтому модель может быть использована для ширины импульса более 1 пс.



Рис. 5.1. Графический элемент полупроводникового оптического усилителя

Основным приближением в волновом уравнении для электрического поля в SOA является линейная зависимость между индуцированной носителем восприимчивостью и концентрацией носителей. Основными физическими эффектами, описываемыми моделью для канала с одной длиной волны, являются насыщение усиления, вызванная насыщением по усилению, фазовая самомодуляция и восстановление коэффициента усиления.

Созданная насыщением фазовая самомодуляция приводит к важным изменениям в спектре усиленных импульсов:

- появление многопиковой спектральной структуры
- красное смещение спектра
- появление положительного чирпинга

Кроме того, форма и искажения спектра импульса зависят от начальной формы и начальной частотно-импульсной модуляции.

Как правило, эффект насыщения усиления является серьезным препятствием для SOA в качестве встроенного усилителя. В случае одноканальной передачи эффект насыщения усиления приводит к эффекту картины. В случае многоканальной передачи эффект насыщения усиления приводит к межканальным перекрестным помехам. Независимо от проблем, связанных с применением SOA в качестве встроенного усилителя, они используются вблизи длины волны 1,3 мкм стандартномодовом волокне. Основной причиной этого является возможность избежать большой дисперсии групповых скоростей, возникающей на длине волны 1,55 мкм.

Некоторые нежелательные свойства, возникающие при применении SOA в качестве встроенного усилителя, нашли другие применения. Например, положительный чирпинг импульса, создаваемый в процессе усиления, можно использовать для сжатия импульсов, если есть возможность распространять импульс в диспергирующей среде с правильным знаком дисперсии групповой скорости. Также SOA нашли новые применения в качестве преобразователей длины волны, быстрых переключателей для маршрутизации длины волны в сетях WDM и нелинейных элементов для восстановления тактового сигнала и демультиплексирования в системах TDM.

Таблица 7 – Характеристики оптического усилителя

Наименование	Значение по умолчанию	Единицы измерения	Диапазон значений
Инжекционный ток	0.15	А	[0,1]
Длина	0.0005	м	[0,1e-3]
Ширина	3e-006	м	[0,500e-6]
Высота	8e-008	м	[0,10e-6]
Коэффициент оптического ограничения	0.15	-	[0,1]
Потери	4000	1/м	[0,10e-4]
Дифференциальное усиление	2.78e-020	м <sup>2</sup>	[0,50e-20]
Плотность носителей прозрачности	1.4e+024	м <sup>3</sup>	[0,10e-25]
Коэффициент расширения полосы усиления	5	-	[-30,30]
Коэффициент рекомбинации А	143+008	1/с	[0,1e-15]
Коэффициент рекомбинации В	1e-016	м <sup>3</sup> /с	[0,1e-10]
Коэффициент рекомбинации С	3e-041	м <sup>5</sup> /с	[0,1e-30]
Начальная плотность носителей	3e+024	м <sup>-3</sup>	[0,10e-25]

Усиление ультракоротких оптических импульсов в SOA создает значительное спектральное уширение и искажение из-за нелинейного явления фазовой самомодуляции. Физическим механизмом фазовой самомодуляции является насыщение усиления, которое приводит к зависящим от интенсивности сигнала изменениям показателя преломления в ответ на изменения в плотности носителей. Насыщение сигнала в SOA обусловлено уменьшением инверсии населенности в активном слое из-за увеличения стимулированного излучения. Характеристики насыщения усиления особенно важны в оптических повторителях и многоканальных усилителях.

При моделировании будем рассматривать импульсы с длительностью намного меньшей, чем время жизни носителей. Длина волны несущей гауссовских импульсов составляет 1,55 мкм.

Для этих значений по умолчанию для физических параметров SOA получаются следующие значения параметров:

- Время жизни носителей  $t_c \sim 1,4$  нс
- Энергия насыщения  $W_{\text{нас}} \sim 3,7$  пДж
- Коэффициент усиления  $G_0 = 29$  дБ

В качестве типичного значения ширины линии используется коэффициент усиления  $\alpha = 5$ .

Параметры гауссовского импульса:

$$W_0 = 0,73 \text{ пДж}$$

$$t = 14 \text{ пс}$$

$$P_0 = 50 \text{ мВт}$$

Чтобы получить требуемую длину волны и мощность несущей, устанавливаются следующие параметры оптического гауссового генератора импульсов.

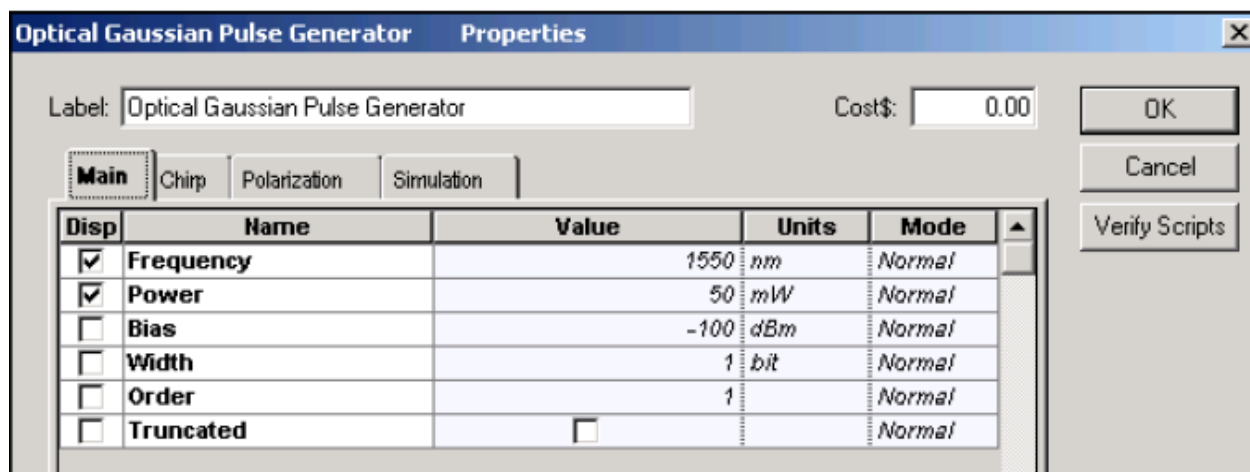


Рис. 5.2. Параметры генератора гауссовских импульсов

Для получения гауссовского импульса с  $t = 14$  пс были установлены следующие глобальные параметры.

<input type="checkbox"/>	<b>Bit rate</b>	71400000000	Bits/s	Normal
<input type="checkbox"/>	<b>Time window</b>	1.120448179272e-010	s	Normal
<input type="checkbox"/>	<b>Sample rate</b>	4569600000000	Hz	Normal
<input type="checkbox"/>	<b>Sequence length</b>	8	Bits	Normal
<input type="checkbox"/>	<b>Samples per bit</b>	64		Normal
<input type="checkbox"/>	<b>Number of samples</b>	512		Normal
<input type="checkbox"/>	<b>Iterations</b>	1		Normal

Рис. 5.8. Глобальные параметры моделирования

На рис. 5.9 изображена схема моделирования. Она состоит из генератора цифровой последовательности, управляющего генератором гауссовских импульсов, исследуемого полупроводникового оптического усилителя, а также элементов визуализации, позволяющих отследить изменение сигнала во временной и спектральной областях.

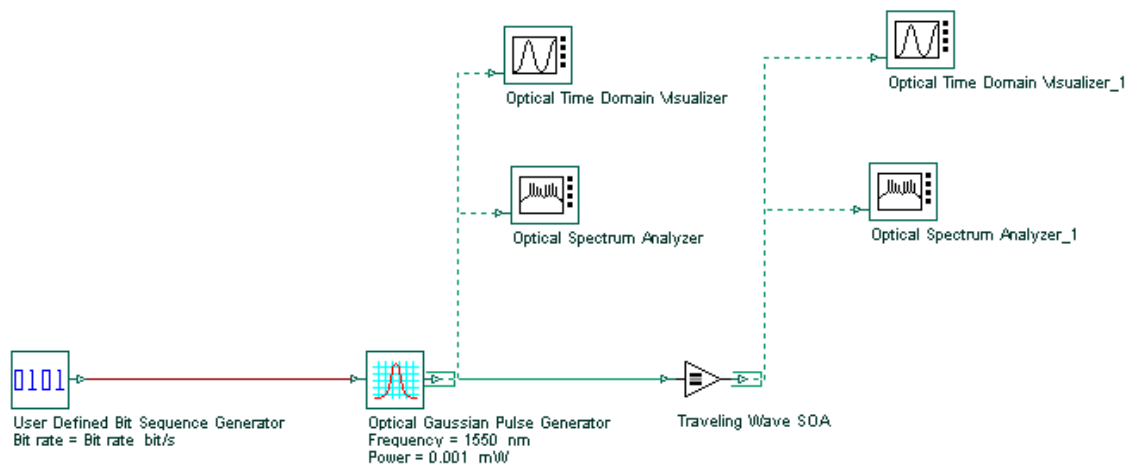


Рис. 5.3. Схема моделирования SOA

На рисунке 5.10 показаны форма и спектры гауссовского импульса до и после усиления при входной мощности 1 мкВт.

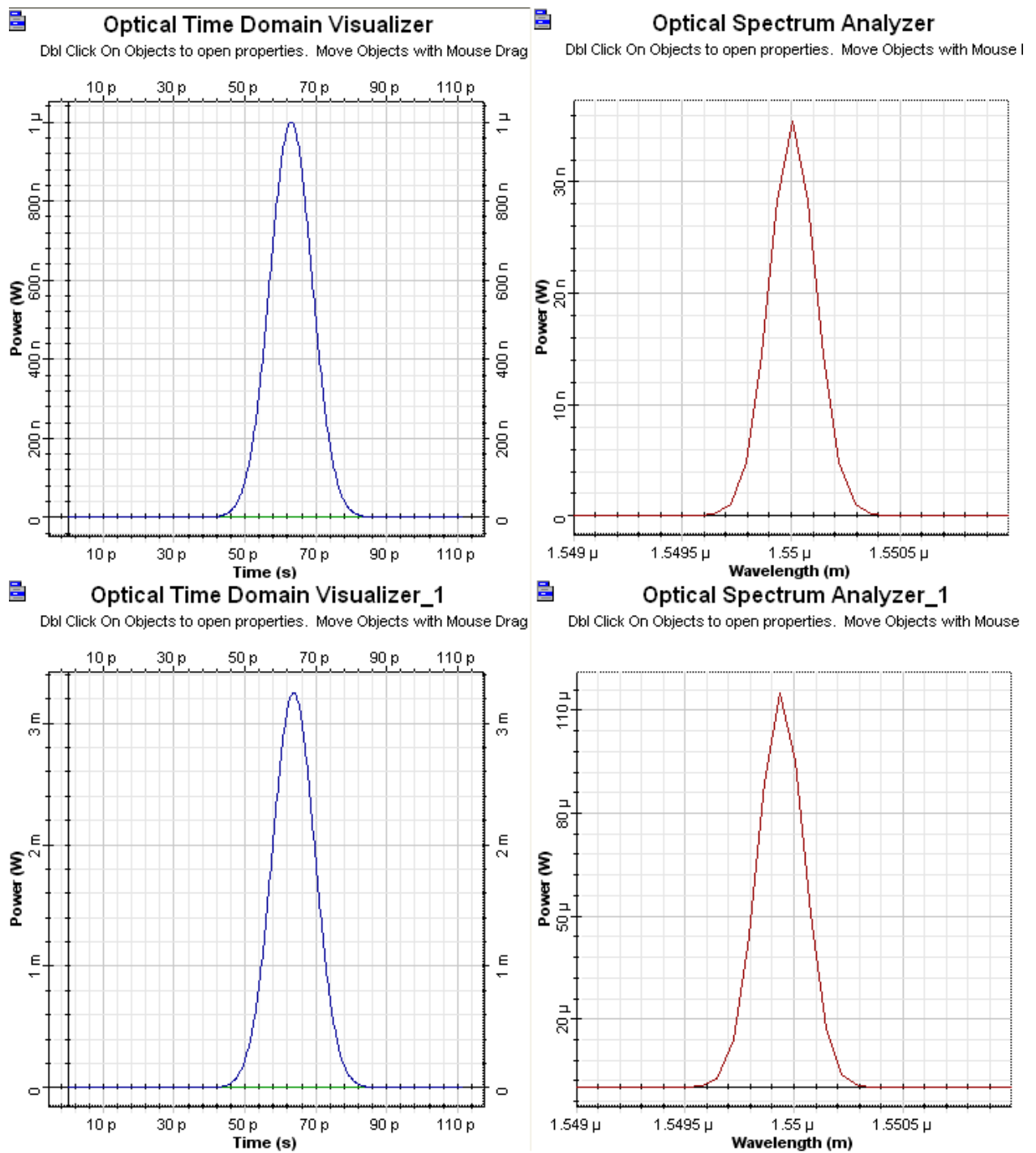


Рис. 4. Изменения формы и спектра импульса при отсутствии насыщения усилителя

Сравнение двух временных диаграмм показывает, что произошло ненасыщенное усиление сигнала до уровня около 880 мкВт, что примерно соответствует заявленному коэффициенту усиления в 29 дБ.

## 9 Рекомендуемая литература

### а) Основная литература

1. Кондратьев А.С. Физика. Задачи на компьютере [Электронный ресурс] / Кондратьев А.С. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 400 с.
2. Поршнева С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB [Текст] / С. В. Поршнева. - Москва : Лань, 2011. - 736 с.
3. Солонина А.И. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в MATLAB [Текст] : учебное пособие / А. И. Солонина, С. М. Арбузов ; рец.: М. С. Куприянов, В. А. Варгаузин. - СПб. : БХВ-Петербург, 2008. - 816 с. : ил. - (Учебное пособие).
4. Игнатов А.Н. Оптоэлектроника и нанофотоника [Текст] : учебное пособие / А. Н. Игнатов. - СПб. : Лань, 2011. - 538 с. : ил.

### б) Дополнительная литература

1. Андреев В.А. Многомодовые оптические волокна. Теория и приложения на высокоскоростных сетях связи [Текст] : [монография] / Владимир Александрович Андреев, Антон Владимирович Бурдин. - М. : Радио и связь, 2004. - 248 с. : ил.
2. Андреев В.А. Рамановские усилители на волоконно-оптических линиях передачи [Текст] : монография / В.А. Андреев, М.В. Дашков. - М. : Ириас, 2008. - 219 с. : ил.

---

1 Тугов Н. М., Глебов Б.А. Чарыков Н. А. Полупроводниковые приборы: учебник для ВУЗов. М.: Энергоатомиздат, 1990.

2 Электронные приборы. Под ред. Дулин В. Н. М.: Энергоатомиздат, 1989.

3 Быстров Ю. А. и др. Электроника: справочная книга СПб Энергоатомиздат, 1996



---

4 Шарупич Л. С., Тугов Н. М. Оптоэлектроника: Учебник для техникумов М. Энергоатомиздат, 1984.

5 Суэмацу Я. Основы оптоэлектроники. М. Мир, 1988

6 Гребнев А. К., Гридин А. К., Дмитриев В. П. Оптоэлектронные элементы и устройства. Москва: Радио и связь, 1998.

7 Гедда Н. Ф. Измерения в оптоэлектронике, М. Энергоатомиздат, 1982