

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
Федеральное государственное
образовательное бюджетное учреждение
высшего профессионального образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»

Л. Д. Чуракова, С. М. Сотенко, Т. В. Матюхина

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА
СИНТЕЗ, КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА.
РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

**Учебно-методическое пособие
по выполнению курсовой работы**

СПб ГУТ)))

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2014**

УДК 621.01(076)
ББК 22.21я73
Ч93

Рецензент
кандидат технических наук, профессор СПбГУТ
Ю. Ф. Болтов

*Утверждено редакционно-издательским советом СПбГУТ
в качестве методических указаний*

- Чуракова, Л. Д.**
Ч93 Прикладная механика. Синтез, кинематический анализ механизма. Расчет на прочность : учебно-методическое пособие по выполнению курсовой работы / Л. Д. Чуракова, С. М. Сотенко, Т. В. Матюхина ; СПбГУТ. – СПб., 2014. – 40 с.
- Решены задачи синтеза и кинематического анализа планетарного механизма. Целью является усвоение понятий: механизмы; передаточное отношение, модуль зубчатой передачи; кинематические характеристики звеньев механизмов; силовые воздействия; расчеты на прочность при растяжении, сжатии, изгибе, кручении; конструкторские расчеты.
- Методические указания предназначены для студентов специальности 12.03.04, изучающих биотехнические системы и технологии; изучающих проектирование и технологию производства электронных средств; и специальности 15.03.04, изучающих автоматизированные процессы предприятий связи.

**УДК 621.01(076)
ББК 22.21я73**

- © Чуракова Л. Д., Сотенко С. М., Матюхина Т. В., 2014
© Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича», 2014

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	4
1. СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА	5
1.1. Задачи синтеза планетарного механизма	6
1.2. Порядок расчета	8
2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА	9
2.1. Задачи кинематического анализа планетарного механизма	11
2.2. Порядок выполнения графических построений и расчетов	11
3. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ДЕТАЛЕЙ	15
ПРАКТИКУМ	22
4. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ МЕХАНИЗМА	22
4.1. Определение крутящего момента M_I на валу центрального колеса	25
4.2. Определение крутящего момента на валу водила, без учета потерь на трение	26
4.3. Определение окружных сил, действующих на звенья механизма	26
4.4. Определение сил, действующих на сателлит	26
5. РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИЗМА НА ПРОЧНОСТЬ	26
5.1. Водило	29
5.1.1. Составление расчетной схемы	29
5.1.2. Расчет на прочность стержня водила	29
5.1.3. Расчет вала водила	31
5.2. Вал сателлита	31
5.2.1. Составление расчетной схемы	31
5.2.2. Расчет на прочность	32
5.3. Ось простого сателлита	33
5.3.1. Составление расчетной схемы	33
5.3.1. Расчет на прочность	33
5.4. Вал центрального колеса	34
Список литературы	31
Приложения	32

ВВЕДЕНИЕ

Прикладная механика (ПМ) – одна из фундаментальных технических дисциплин. На основании использования законов и принципов прикладной механики рассматриваются вопросы построения расчетных схем и математических моделей реальных конструкций, анализа прочности и жесткости изделий при различных воздействиях. Для усвоения курса требуется не только изучение теории, но и приобретение навыков в решении задач.

Выполнение и защита Курсовой работы – один из важнейших элементов работы по изучению курса ПМ. В настоящих Методических указаниях приведены варианты курсовых работ, указана литература для подготовки к выполнению работы и к ее защите.

Тема курсовой работы «Синтез, кинематический анализ механизма. Расчет на прочность». По содержанию курсовая работа представляет собой расчет планетарного механизма, включающий синтез и кинематический анализ механизма, расчет на прочность основных элементов конструкции. Варианты заданий даны в Приложении.

Курсовая работа состоит из «Пояснительной записки» и «Графической части».

«Пояснительная записка» содержит несколько разделов.

В разделе «Синтез механизма» приводится кинематическая схема и поясняется принцип действия механизма. Определяются: числа зубьев колес и число сателлитов с учетом условий соосности, сборки и соседства, диаметры колес и межосевое расстояние.

В разделе «Кинематический анализ механизма» приводятся расчеты и пояснения к выполняемому анализу графическим методом; определяют максимальные окружные и угловые скорости звеньев; определяется погрешность графического метода.

В разделе «Расчет на прочность» по расчетным схемам рассчитываются прочностные характеристики элементов конструкции.

В «Выводах» приводятся общие выводы по качественной оценке разрабатываемого механизма, полученные в результате синтеза, а также кинематического анализа и расчета на прочность деталей механизма.

В конце «Пояснительной записки» приводится список литературы, использованной при подготовке и выполнении курсовой работы.

«Графическая часть» представляет собой кинематический анализ механизма, выполненный графическим методом на листе бумаги формата А4.

«Пояснительная записка» выполняется на листах писчей бумаги формата А4. Слева оставляют поле 27 мм для подшивки. Верхнее и нижнее поля – 25 мм, правое поле – 22 мм. «Графическая часть» выполняется на стандартном формате бумаги (формат А4).

В разделе «Практикум» дополнительно представлен материал для самостоятельной практической проработки, который может быть использован для углубленного изучения материала курса «Прикладной механики».

1. СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА

1.1. Задачи синтеза планетарного механизма

Синтез планетарного механизма заключается в определении чисел зубьев зубчатых колес для обеспечения передаточного отношения для заданной схемы механизма, а также в определении числа сателлитов и основных геометрических размеров механизма.

В соответствии с вариантом задается схема механизма (рис. 1.1–1.4) и модуль зубчатых колес. Числа зубьев колес, число сателлитов и основные размеры элементов механизмов определяются расчетом.

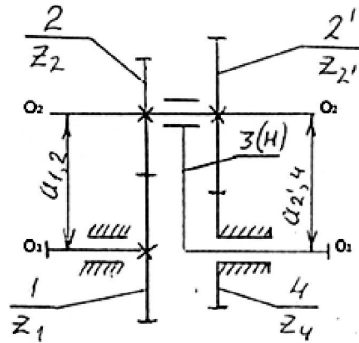


Рис. 1.1. Схема 1. Планетарный механизм со сложным сателлитом и внешними зацеплениями колес

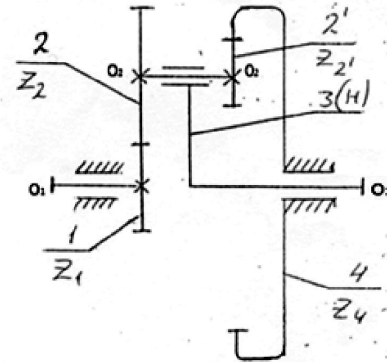


Рис. 1.2. Схема 2. Планетарный механизм со сложным сателлитом, внешним и внутренним зацеплениями колес

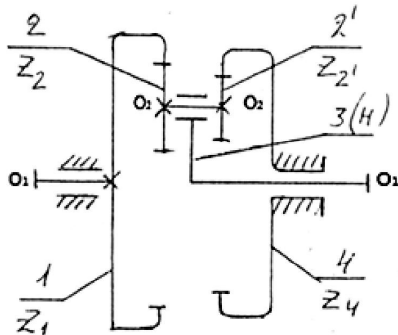


Рис. 1.3. Схема 3. Планетарный механизм со сложным сателлитом и внутренними зацеплениями колес

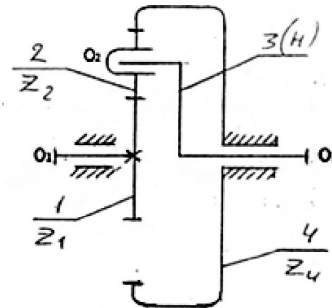


Рис. 1.4. Схема 4. Планетарный механизм с простым сателлитом

Числа зубьев колес и число сателлитов должны удовлетворять трем условиям: условию соосности; условию сборки; условию соседства.

Условие соосности в общем виде заключается в равенстве межосевых расстояний составляющих передач. Например, для схемы 1 (рис. 1.1) должно быть обеспечено равенство $a_{1,2} = a_{2',4}$.

Если все зубчатые колеса имеют одинаковый модуль, условия соосности для различных схем представляются следующими выражениями:

для схемы 1 (рис. 1.1)

$$z_1 + z_2 = z_2' + z_4; \quad (1.1)$$

для схемы 2 (рис. 1.2)

$$z_1 + z_2 = z_4 - z_2'; \quad (1.2)$$

для схемы 3 (рис. 1.3)

$$z_1 - z_2 = z_4 - z_2'; \quad (1.3)$$

для схемы 4 (рис. 1.4)

$$2z_2 = z_4 - z_1; \quad (1.4)$$

где z_1, z_2, z_3, z_4 – числа зубьев колес.

Условие сборки заключается в том, что при двух и более сателлитах должно быть обеспечено зацепление колес сателлитов с соответствующими центральными колесами.

Условие сборки для схемы 4 записывается в виде

$$K'_0 = \frac{z_1 + z_4}{A}, \quad (1.5)$$

где K'_0 – теоретическое число сателлитов, z_1, z_4 – числа зубьев центральных колес, A – целое число, отличное от единицы.

Условие сборки для схем 1, 2, 3 записывается в виде

$$K'_0 = \frac{z_1 \cdot z_2'}{B} \cdot i_{1,H}, \quad (1.6)$$

где K'_0 – теоретическое число сателлитов; z_1, z_2' – числа зубьев колес 1 и 2', B – общий наибольший делитель чисел зубьев сложного сателлита z_2 и z_2' ; $i_{1,H}$ – передаточное отношение при ведущем звене 1. В случае, если задано

передаточное отношение $i_{H,1}$, то $i_{1,H} = \frac{1}{i_{H,1}}$.

Если числа z_2 и z_2' не имеют общего делителя, то число сателлитов должно быть принято равным единице ($K'_0 = 1$).

Условие соседства состоит в том, чтобы при размещении вокруг центрального колеса нескольких сателлитов, они не должны соприкасаться друг с другом зубьями.

Условие соседства записывают для случая внешнего зацепления в виде

$$K'_1 \leq \frac{\pi}{\arcsin \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}}, \quad (1.7)$$

где K'_1 – теоретическое число сателлитов, z_1, z_2 – соответственно числа зубьев центрального колеса и сателлита, находящихся во внешнем зацеплении.

Задачу решают для того зубчатого венца сателлита, который имеет большее число зубьев.

Для случая внутреннего зацепления имеем

$$K'_1 \leq \frac{\pi}{\arcsin \frac{z_2 + 2}{z_1 - z_2}}, \quad (1.8)$$

где z_1, z_2 – соответственно числа зубьев центрального колеса и сателлита, находящихся во внутреннем зацеплении.

Если при расчете окажется, что

$$\frac{z_2 + 2}{z_1 - z_2} \geq 1$$

то возможен только один сателлит ($K'_1 = 1$).

1.2. Порядок расчета

По заданной величине передаточного отношения механизма определяют передаточное отношение при остановленном водиле. Возможны два варианта:

задано передаточное отношение $i_{1,H}$

$$i_{1,4}^{(H)} = 1 - i_{1,H},$$

задано передаточное отношение $i_{H,1}$

$$i_{1,4}^{(H)} = \frac{i_{H,1} - 1}{i_{H,1}}.$$

Определяют коэффициенты a, b, c, d соответствующие числам зубьев z_1, z_2, z_2', z_4 из формулы

$$\left| i_{1,4}^{(H)} \right| = \frac{b \cdot d}{a \cdot c},$$

где $\left| i_{1,4}^{(H)} \right|$ – абсолютное значение передаточного отношения при остановленном водиле.

Эту формулу применяют для схем 1, 2, 3. При этом значения коэффициентов a, b, c, d принимают произвольно, но большему числу зубьев по схеме механизма должно соответствовать большее значение коэффициента.

Определяют числа зубьев колес по формулам для схемы 1 (рис. 1.1)

$$\begin{aligned} z_1 &= a(c+d)\gamma, \\ z_2 &= b(c+d)\gamma, \\ z_{2'} &= c(a+b)\gamma, \\ z_4 &= d(a+b)\gamma, \end{aligned}$$

для схемы 2 (рис. 1.2)

$$\begin{aligned} z_1 &= a(d-c)\gamma, \\ z_2 &= b(d-c)\gamma, \\ z_{2'} &= c(a+b)\gamma, \\ z_4 &= d(a+b)\gamma, \end{aligned}$$

для схемы 3 (рис. 1.3)

$$\begin{aligned} z_1 &= a(d-c)\gamma, \\ z_2 &= b(d-c)\gamma, \\ z_{2'} &= c(a-b)\gamma, \\ z_4 &= d(a-b)\gamma, \end{aligned}$$

где γ – произвольный множитель, величина которого принимается такой, чтобы обеспечить возможно меньшие числа зубьев колес, но не менее $15 \div 17$ у самого малого колеса.

Для схемы 4 определяют числа зубьев центральных колес по условию

$$\left| i_{1,4}^{(H)} \right| = \frac{z_4}{z_1}, \text{ причем меньшее из колес должно иметь число зубьев } 15 \div 17.$$

Число зубьев колеса 2 определяют из условия соосности (1.4). Числа зубьев следует выбирать целыми числами.

Определяют передаточное отношение при остановленном водиле для схем 1, 2, 3 по формуле $i_{1,4}^{(H)} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_{2'}} (-1)^n$, где n – число внешних зацеплений;

для схемы 4 по формуле $i_{1,4}^{(H)} = -\frac{z_4}{z_1}$.

Определяют действительное передаточное отношение механизма при ведущем звене 1: $i_{1,H} = 1 - i_{1,4}^{(H)}$, при ведущем звене 3 (H): $i_{1,H} = \frac{1}{1 - i_{1,4}^{(H)}}$.

При этом расчетное передаточное отношение должно точно соответствовать заданному. Определяют теоретическое число сателлитов K'_0 по одной из формул (1.5–1.6) в зависимости от схемы механизма. Полученное число K'_0 разлагают на простые множители: 1, 2, 3 каждый из которых в дальнейшем может быть принят за действительное число сателлитов K_0 . За число сателлитов K_0 можно принять также произведение двух множителей. Например: $2 \cdot 2 = 4$.

Определяют теоретическое число сателлитов K'_1 по одной из формул (1.7) или (1.8) в зависимости от схемы механизма. В качестве числа сателлитов K_1 принимают ближайшее меньшее K'_1 целое число.

Принимают действительное число сателлитов K , как меньшее из чисел K_0 и K_1 , имея в виду, что чем больше число сателлитов, тем большую нагрузку может передать механизм. На практике число сателлитов не бывает более 4.

Определяют диаметры делительных окружностей зубчатых колес по формуле

$$d_i = mz_i \quad (1.9)$$

где m – модуль зубчатых колес, z – число зубьев колеса, $i = 1, 2, 2', 4$ – номер колеса.

Определяют межосевое расстояние передачи для схем 1, 2, 4 по формуле

$$a_{1,2} = \frac{m}{2}(z_1 + z_2), \quad (1.10)$$

для схемы 3 по формуле

$$a_{1,2} = \frac{m}{2}(z_1 - z_2). \quad (1.11)$$

Делают выводы по результатам синтеза механизма. В выводах оценивают:

- компактность механизма с учетом количества зубчатых колес, их размеров;
- возможность замены данного сложного механизма простой трехзвенной зубчатой передачей;
- число сателлитов с точки зрения нагрузочной способности механизма и возможности уравнивания сил инерции.

2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

2.1. Задачи кинематического анализа планетарного механизма

Содержание кинематического анализа механизма заключается в исследовании движения его звеньев, т. е. в определении перемещений, скоростей и ускорений звеньев, а также кинематических характеристик отдельных характерных точек звеньев. В большинстве практических случаев наибольший интерес представляют угловые скорости звеньев и окружные скорости некоторых особых точек звеньев, общее и частные передаточные отношения механизма. Кинематический анализ зубчатого механизма может быть выполнен либо аналитически, либо графическим методом.

Учитывая наглядность графического метода, в курсовой работе кинематический анализ планетарного механизма выполняют графическим методом. Для оценки правильности графических построений некоторые из исследуемых параметров определяют также аналитически и производят сравнение данных графического и аналитического исследований.

2.2. Порядок выполнения графических построений и расчетов

Изображают схему механизма (рис. 2.1) в возможно большем масштабе на листе бумаги формата А4. На схеме показывают только делительные окружности колес.

Строят планы окружных скоростей звеньев механизма.

Справа от схемы механизма проводят вертикальную линию $y-y$, параллельно межосевой линии колес механизма. На линию $y-y$ сносят все особые точки, лежащие на осях и делительных окружностях колес. На рис. 2.1 эти точки обозначены B, C, E, O_1, O_2 .

Если задано число оборотов колеса 1, то окружная скорость точки B колеса определяется соотношением

$$V_B = \omega_1 \frac{d_1}{2}, \quad (2.1)$$

где d_1 – диаметр делительной окружности колеса 1, ω_1 – угловая скорость колеса 1 (при числе оборотов колеса n_1 в минуту), равная

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} \text{ (1/с)}. \quad (2.2)$$

Определяют масштабное значение скорости точки B

$$V_B = \overline{B'b} = \frac{V_B}{K_V}, \quad (2.3)$$

где K_V (м/с/мм) – масштабный коэффициент.

Масштабный коэффициент принимают произвольно, но такой величины, чтобы графическое построение уместилось на принятом формате. Удобно величину коэффициента принимать такой, чтобы масштабное значение скорости, вычисленное по формуле (2.3) получилось в целых миллиметрах. Следует стремиться к тому, чтобы линии планов скоростей проходили по отношению к линии $y-y$ под углом близким к 45° .

При известной скорости точки B и нулевой скорости точки O , лежащей на оси вращения O_1-O_1 звена 1, строят план окружных скоростей. Для этого откладывают отрезок $\overline{B'b}$ перпендикулярный к линии $y-y$, и проводят прямую $O_1'b$, являющуюся планом окружных скоростей звена 1. Отрезок $\overline{B'b}$ откладывают влево или вправо от линии $y-y$ в зависимости от удобства размещения планов окружных скоростей звеньев на формате.

Строят план окружных скоростей звена 2–2'. Из предыдущих расчетов известны скорости двух точек, принадлежащих этому звену: скорость точки B (на плане представлена отрезком $\overline{B'b}$) и скорость точки E , равная нулю ($V_E = 0$), так как эта точка принадлежит как звену 2, так и неподвижному колесу 4. Через точки B и E' проводится линия $bE'o_2d$, которая представляет собой план окружных скоростей звена 2–2'. Из плана скоростей следует, что

отрезок $\overline{O'_2 o_2}$ дает масштабное значение окружной скорости точки O_2 (оси O_2-O_2), отрезок $\overline{D'd}$ – скорость точки D и отрезок $\overline{C'c}$ – скорость точки C .

Кинематический анализ планетарного механизма для схемы 1 представлен на рис 2.1.

Строят план окружных скоростей звена $3(H)$. Известными величинами являются скорости двух точек, принадлежащих звену $3(H)$, вращающемуся вокруг оси O_1-O_1 . Скорость точки O_1 лежащей на оси равна нулю O_1-O_1 ($V_{O_1} = 0$). Скорость точки O_2 , лежащей на оси O_2-O_2 представлена на плане отрезком $\overline{O'_2 o_2}$. Через точки O'_1 и o_2 проводят прямую $O'_1 o_2$, которая представляет собой план окружных скоростей звена 3.

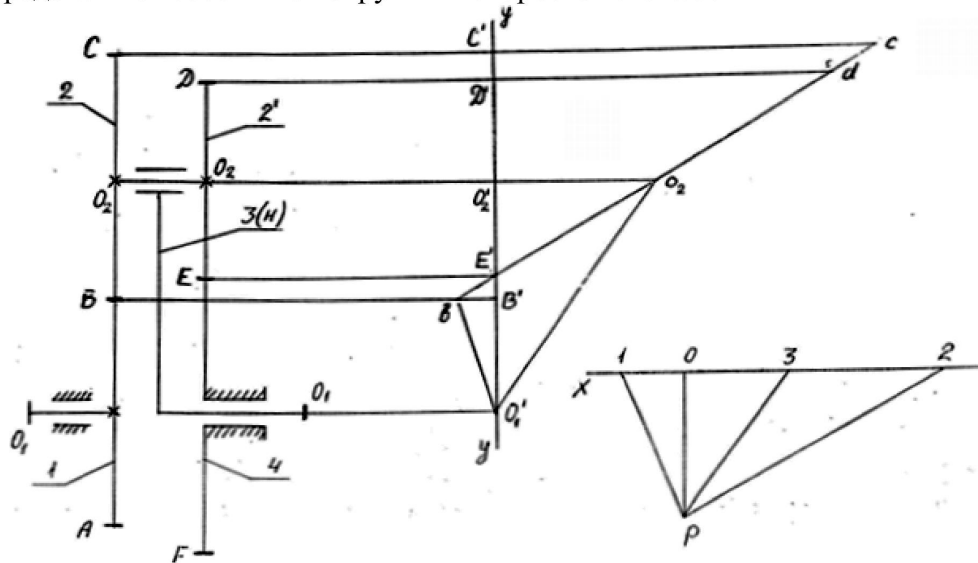


Рис. 2.1. Кинематический анализ планетарного механизма для схемы 1

При заданном числе оборотов водила n_H , построение планов окружных скоростей начинается с водила $3(H)$.

Определяют окружную скорость точки O_2 (оси O_2-O_2): $V_{O_2} = \omega_H \cdot a_{1,2}$, где $a_{1,2}$ – межосевое расстояние механизма, ω_H – угловая скорость звена $3(H)$ при числе оборотов звена в минуту, равная

$$\omega_H = \frac{\pi n_H}{30} \text{ 1/с.} \quad (2.4)$$

Отрезок $\overline{O'_2 o_2}$ откладывают перпендикулярно линии $y-y$. Дальнейшие построения проводят аналогично. Планы окружных скоростей звеньев 1 и 2 строят по аналогии с указанным выше (формулы 2.1–2.3).

Определяют максимальные окружные скорости точек звеньев наиболее удаленных от оси вращения звена. Например, механизма представленного

на рис. 2.1, при заданном числе оборотов n_1 , скорости различных точек звеньев определяют следующим образом:

$$\text{для звена 1: } V_A = V_B,$$

$$\text{для звена 2: } V_C = K_V \overline{C'c},$$

$$\text{для звена 3 (H): } V_{O_2} = K_V \overline{O_2o_2},$$

где значения отрезков $\overline{C'c}$ и $\overline{O_2o_2}$ принимают по чертежу.

Строят план угловых скоростей (чисел оборотов) звеньев механизма. На свободном месте чертежа проводится прямая линия $x-x$, перпендикулярно линии $y-y$. Перпендикулярно $x-x$ откладывают полюсное расстояние \overline{OP} (рис. 2.1). Величину отрезка \overline{OP} принимают произвольно, но так, чтобы дальнейшее построение получилось в возможно большем масштабе и заняло все оставшееся поле формата.

Из точки P проводят луч P_1 параллельно линии O'_1b и плану окружных скоростей звена 1. Луч P_2 проводят параллельно плану окружных скоростей звена 2 (линия $bA'o_2c$). Луч P_3 проводят параллельно плану окружных скоростей звена 3 (линия O'_1o_2). Отрезки $\overline{O1}$, $\overline{O2}$, $\overline{O3}$ плана представляют масштабные значения угловых скоростей (чисел оборотов) соответствующих звеньев.

Определяют масштаб плана угловых скоростей (чисел оборотов). При этом, если задано число оборотов звена 1: $K_n = \frac{n_1}{\overline{O1}}$ об./мин · мм; если задано

число оборотов звена 3(H): $K_n = \frac{n_H}{\overline{O3}}$ об./мин · мм, где значения отрезков $\overline{O1}$ или $\overline{O3}$ принимаются из чертежа.

Определяют угловые скорости (числа оборотов) звеньев по формулам

$$n_1 = K_n \cdot \overline{O1},$$

$$n_2 = K_n \cdot \overline{O2},$$

$$n_H = K_n \cdot \overline{O3},$$

где значения отрезков $\overline{O1}$, $\overline{O2}$ и $\overline{O3}$ принимаются из чертежа.

Определяют передаточное отношение механизма по формулам при ведущем звене 1

$$i_{1,H} = \frac{\overline{O1}}{\overline{O3}},$$

при ведущем звене 3(H)

$$i_{H,1} = \frac{\overline{O3}}{\overline{O1}}.$$

В формулах учитывают знаки отрезков $\overline{01}$ и $\overline{03}$. Если отрезок расположен слева от точки 0, то он имеет отрицательный знак, если отрезок расположен справа от точки 0, то знак его положительный.

Аналитически определяют угловую скорость (число оборотов) ведущего звена

для ведущего звена 1

$$n_1 = n_H \cdot i_{1,H},$$

для ведущего звена 3(H)

$$n_H = n_1 \cdot i_{H,1}.$$

Аналитически определяют окружную скорость одной из точек, для которой ранее скорость была определена графическим методом (рис. 2.1)

для точки O_2 (оси O_2-O_2) звена 3(H)

$$V_{O_2} = \omega_H \cdot a_{1,2},$$

для точки $B(A)$ звена 1

$$V_B = \omega_1 \cdot \frac{d_1}{2},$$

где $a_{1,2}$ – межосевое расстояние механизма, определяется по формулам (1.10) или (1.11); ω_H, ω_1 – угловые скорости соответствующих звеньев, определенных ранее аналитически; d_1 – диаметр делительной окружности колеса 1, определяется по формулам (1.10) или (1.9).

Графическим методом определяют относительные погрешности вычисления кинематических параметров механизма

для чисел оборотов ведущего звена

$$\Delta_n = \frac{|n_r - n_a|}{n_a} \cdot 100 \%,$$

для окружной скорости

$$\Delta_V = \frac{|V_r - V_a|}{V_a} \cdot 100 \%,$$

для передаточного отношения

$$\Delta_i = \frac{|i_r - i_a|}{i_a} \cdot 100 \%,$$

где индекс «г» соответствует значению величины, определенному графическим методом, а индекс «а» соответствует значению, определенному аналитическим методом. Делают выводы по кинематическому анализу, в которых указывают:

- относительные погрешности графического метода;
- направления вращения ведущего и ведомого звеньев и знак передаточного отношения;
- величины угловых скоростей (чисел оборотов) звеньев;

– величины максимальных окружных скоростей звеньев.

При оценке величины угловых и окружных скоростей звеньев следует руководствоваться правилами: если числа оборотов не превышают (500 ÷ 700) об./мин, звенья механизма имеют средние или малые угловые скорости; если максимальные окружные скорости звеньев не превышают значений 10 ÷ 12 м/с, такие скорости считают средними или малыми.

При выполнении графического исследования основные построения (схема механизма, планы окружных и угловых скоростей) выполняют сплошными основными линиями, а вспомогательные построения (линия у-у, х-х, линии сноса особых точек, лучи и т. п.) – сплошными тонкими линиями.

3. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ДЕТАЛЕЙ

На практике звенья планетарных механизмов могут подвергаться тем или иным механическим воздействиям. Необходимость оценки прочности дополнительных деталей чаще всего сводится к оценке прочности при растяжении, сжатии, поперечном изгибе, кручении.

Расчет на прочность деталей, подвергающихся растяжению, сжатию проводят по методике расчета на прочность стержня водила (последовательность решения задачи приведена в разделе «Практикум» методических указаний (п. 5.1.2)).

Если на стержень действуют внешние нагрузки, равнодействующая которых находится на оси стержня, то стержень продольно деформируется. Такой вид простого сопротивления стержня называется осевым растяжением, сжатием. В поперечных сечениях, работающих в условиях одноосного растяжения, сжатия возникают продольные силы.

В случае расчета прочности стержня, закрепленного на одном конце, на который действуют одноосные силы (рис. 3.1) последовательность действий при решении задачи должна быть следующей.

Например, брус AD с соотношением диаметров $d, 2d, 3d$ на участках длиной L_1, L_2, L_3 , в сечении A жестко закреплен, в сечении B приложена сила $3F$, в сечении C приложена сила $2F$ в сечении D приложена сила F (рис. 3.1). Из условия прочности определить диаметр d и общее удлинение $\Delta L_{\text{общ}}$.

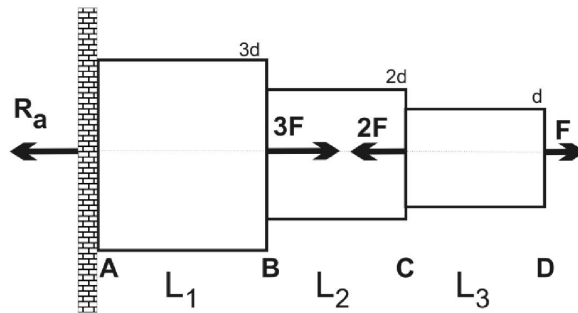


Рис. 3.1. Схема бруса, закрепленного на одном конце

Из условия равновесия определяем реакцию заделки R_A :

$$\sum_1^n F_{ix} = 0: -R_A + 3F - 2F + F = 0, \text{ отсюда } R_A = 3F - 2F + F = 2F.$$

Положительное значение R_A означает, что вектор R_A направлен на расчетной схеме правильно. В этом случае, если искомая величина имеет знак $(-)$, то необходимо изменить направление вектора на противоположный.

Разбиваем балку на три участка (по правилу разбиения).

Построение эпюр продольных сил представлено на рис. 3.2.

1-й участок $0 \leq x \leq L_1$, идем слева: $N_x = R_A = 2F$;

2-й участок $0 \leq x \leq L_2$, идем слева: $N_x = R_A - 3F = 2F - 3F = -F$;

3-й участок $0 \leq x \leq L_3$, идем справа: $N_x = F$.

Построим эпюр продольных сил относительно оси $X-X$. Положительные значения откладываем вверх от нулевой линии $X-X$, отрицательные – вниз.

Построение эпюр нормальных напряжений представлено на рис. 3.2:

1-й участок $0 \leq x \leq L_1$, идем слева: $\sigma_x = \frac{N_x}{S_1} = \frac{4R_A}{\pi(3d)^2} = \frac{8}{9} \frac{F}{\pi d^2}$;

2-й участок $0 \leq x \leq L_2$, идем слева: $\sigma_x = \frac{N_x}{S_2} = -\frac{4F}{\pi(2d)^2} = -\frac{F}{\pi d^2}$;

3-й участок $0 \leq x \leq L_3$, идем справа: $\sigma_x = \frac{N_x}{S_3} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4F}{\pi d^2}$.

Опасным сечением является любое сечение участка 3: $\sigma_{\max} = \frac{4F}{\pi d^2}$.

Из условия прочности определяем диаметр прутка: $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$:

$$\frac{4F}{\pi d^2} = [\sigma],$$

отсюда выбираем значение d :

$$d \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma]}}. \quad (3.1)$$

Определяем деформацию – общее удлинение $\Delta L_{\text{общ}}$ из формулы Гука:

$$\Delta L_{\text{общ}} = \sum_1^n \Delta L_i = \frac{F}{E\pi d^2} \left[\frac{8}{9} L_1 - L_2 + 4L_3 \right]. \quad (3.2)$$

Расчет на прочность деталей, подвергающихся поперечному изгибу проводят по аналогии с п. 5.1.2 «Практикума» (расчет на прочность стержня водила при изгибе).

Брус или стержень, работающий на изгиб обычно называют балкой. Если внешние силы или пары сил лежат в одной плоскости, проходящей

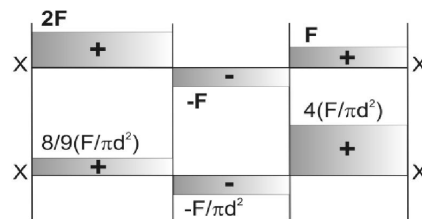
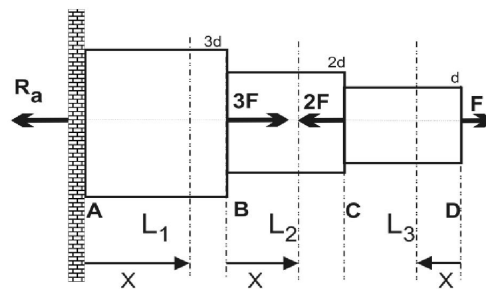


Рис. 3.2. Построение эпюр продольных сил, нормальных напряжений

через ось балки и одну из главных центральных осей инерции его поперечного сечения, то такой изгиб называют плоским прямым. При плоском изгибе ось балки остается в плоскости действия сил после деформации. При изгибе в поперечных сечениях балки возникает изгибающий момент и поперечная сила. Если внутренние усилия при изгибе сводятся к паре сил, плоскость которой перпендикулярна поперечному сечению, то такой изгиб называют чистым. Если наряду с изгибающим моментом возникает поперечная сила, то такой изгиб называют поперечным.

Чтобы балка могла воспринимать усилие и передавать его на опоры, она должна иметь опорные крепления, от которых зависят опорные реакции.

Различают три основных вида опор:

- неподвижная шарнирная опора, допускающая свободный поворот опорного сечения балки, и препятствующая смещению;
- подвижная шарнирная опора, допускающая, кроме поворота опорного сечения продольное смещение балки;
- жесткая заделка, не допускающая ни поворота опорного сечения, ни иного смещения балки.

В подвижной опоре возникает только реакция вдоль оси y (R_y), совпадающая по направлению с опорной связью. В неподвижной опоре возникают вертикальная R_y и горизонтальная R_x реакции. При заделке в общем случае, возникает три реакции, силы R_x , R_y и момент заделки M .

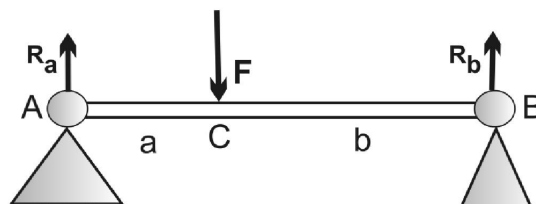
Различают несколько типов балок, в зависимости от закрепления:

- простая балка, лежащая на двух опорах, одна из которых подвижная, а другая – неподвижная;
- консоль, имеющая один жестко заделанный конец, а второй – свободный;
- консольная балка – простая балка, свободно лежащая на двух опорах, со свешивающимися концами.

Последовательность действий при решении задачи должна быть следующей. Определяют реакции связей из условия равновесия. Определяют количество участков на расчетной схеме задачи и направление обхода. Составляют уравнение поперечных сил, пользуясь методом сечения и правилом знаков. Строят эпюр поперечных сил. Составляют уравнения изгибающих моментов относительно точки, где находится подвижное сечение. Пользуясь методом сечения, правилом знаков, понятием момента сил относительно точки и пары сил, строят эпюр изгибающих моментов. Определяют опасное сечение и величину максимального изгибающего момента. Определяют размеры поперечного сечения балки. Определяют прогиб балки.

Наибольшее значение при анализе изгиба следует уделять правильному построению эпюр поперечных сил и изгибающих моментов в зависимости от типа исследуемой балки.

Например, построим эпюр поперечных сил и изгибающих моментов для простой балки AB имеющей в точке A шарнирно-подвижную опору, а в



точке B – шарнирно-неподвижную опору. Длина балки $(a + b)$. В точке C приложена сосредоточенная сила F (рис. 3.3).

Рис. 3.3. Балка с шарнирными опорами

Из условия равновесия определяем реакции шарниров. Реакция подвижного шарнира A направлена перпендикулярно опоре, вверх. Реакция неподвижного шарнира B направлена по оси Y . Предположим, что $\overrightarrow{R_B}$ направлена вверх. В том случае, если корни решения уравнений равновесия реакции R_B , будет иметь знак «-», то указанное направление R_B надо изменить на противоположное.

$$\text{Записываем уравнения равновесия: } \begin{cases} \sum_1^n M_A = 0 \\ \sum_1^n M_B = 0. \end{cases}$$

Третье уравнение $\sum_1^n F_{iy} = 0$ – проверочное, используется для округления погрешностей расчета:

$$\begin{cases} \sum_1^n M_A = 0: -F \cdot a + R_B(a + b) = 0; \\ \sum_1^n M_B = 0: -R_A(a + b) + F \cdot b = 0; \end{cases} \Rightarrow \text{Отсюда } R_A = F \frac{b}{(a + b)}, R_B = F \frac{a}{(a + b)}.$$

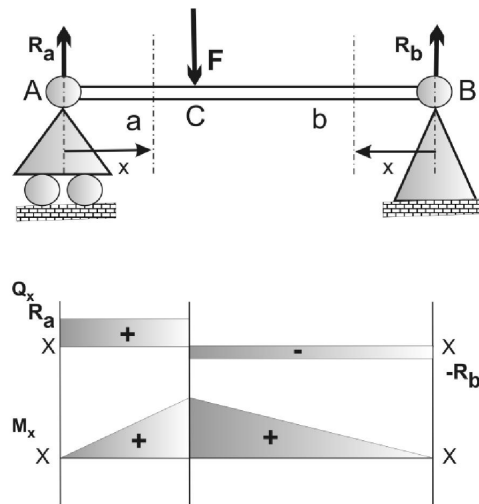


Рис. 3.4. Эпюр поперечных сил,

Разбиваем балку на 2 участка и строим эпюр поперечных сил (рис. 3.4):

$$\text{1-й участок, } 0 \leq x \leq a, \text{ идем слева } Q_x = R_A = F \frac{b}{(a+b)}$$

$$\text{2-й участок, } 0 \leq x \leq b, \text{ идем справа } Q_x = -R_B = -F \frac{a}{(a+b)}$$

Строим эпюр изгибающих моментов (рис. 3.4):

1-й участок, $0 \leq x \leq a$, идем слева: $M_x = R_A \times x$. Для построения эпюр необходимо знать две точки. При $x = 0$, $M_{x=0} = R_A \cdot 0 = 0$. При $x = a$, $M_{x=a} = R_A \cdot a = F \frac{ab}{(a+b)}$.

2-й участок $0 \leq x \leq b$, идем справа: $M_x = R_B \times x$. Для построения эпюр необходимо знать две точки. При $x = 0$, $M_{x=0} = R_B \cdot 0 = 0$. При $x = b$ $M_{x=b} = R_B \times b = F \frac{ab}{(a+b)}$.

$$\text{Опасным сечением является сечение } C: M_{\max} = F \frac{ab}{(a+b)}.$$

Определяем размеры поперечного сечения балки из условия прочности $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$. $\frac{M_{\max}}{w} \leq [\sigma]$, где w – момент сопротивления площади поперечного сечения $w \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}$.

w зависит от конфигурации профиля поперечного сечения балки.

Например, для поперечного прямоугольного сечения балки $w = \frac{bh^2}{6}$, где h – высота сечения, b – длина сечения. Выразив соотношение b/h , определяем размеры поперечного сечения.

В конструкциях несущий вал (например, водило), закрепленный по консольной схеме, испытывает изгибающие нагрузки. Построим эпюр поперечных сил и изгибающих моментов консоли AB длиной L , нагруженной равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q (рис. 3.5).

Из условия равновесия определяем реакцию заделки R_A и реактивный момент заделки

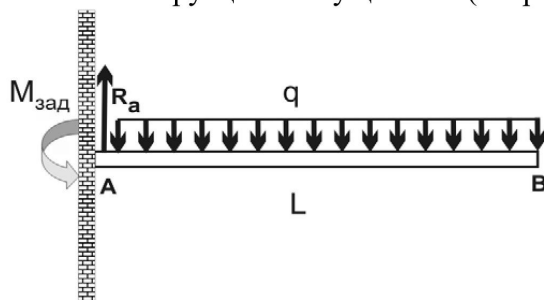


Рис. 3.5. Консольная балка

$M_{\text{зад}}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_1^n F_{iy} = 0: R_a - q \cdot L = 0 \\ \sum_1^n M_A = 0: M_{\text{зад}} - \frac{qL^2}{2} = 0. \end{array} \right.$$

$$\text{Отсюда } R_a = q \times L; M_{\text{зад}} = \frac{qL^2}{2}.$$

Так как искомые величины имеют знак (+), то указанные направления векторов на расчетной схеме верны.

Балка AB имеет один участок. Строим эпюр поперечных сил и изгибающих моментов (рис. 3.6).

1-й участок, $0 \leq x \leq L$, идем справа. Поперечная сила $Q_x = qx$. Для построения эпюр определим значение поперечной силы в двух точках. При $x = 0$; $Q_{x=0} = q \times 0 = 0$. При $x = L$; $Q_{x=L} = qL$. Изгибающий момент: $M_x = -q \frac{x^2}{2}$.

Это парабола, ветви направлены вниз. Определим значение изгибающего момента в трех точках.

$$\text{При } x = 0; M_{x=0} = -\frac{q \times 0^2}{2} = 0.$$

$$\text{При } x = \frac{L}{2}; M_{x=\frac{L}{2}} = -\frac{qL^2}{8}.$$

$$\text{При } x = L; M_{x=L} = -\frac{qL^2}{2}.$$

Опасным сечением является

$$\text{сечение } A: M_{\text{max}} = \frac{qL^2}{2}.$$

Далее определяем размеры поперечного сечения балки из условия прочности.

Определение уравнений изгибающих моментов позволяет узнать прогиб балки под нагрузкой. Так, для простой балки из первого примера (рис. 3.3), прогиб необходимо определять следующим образом.

Систему координат XOY помещаем в точку A . Балка имеет два участка (рис. 3.7). Записываем уравнения изгибающих моментов.

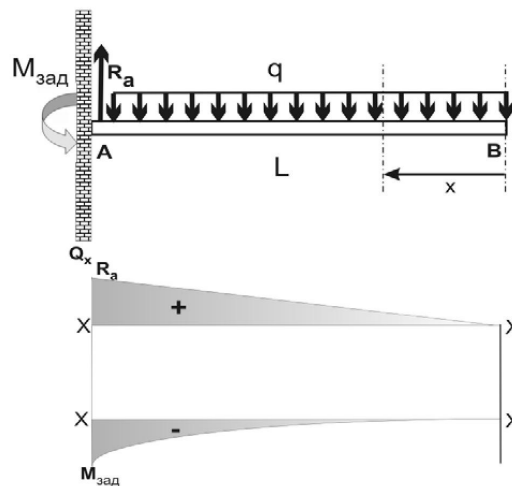


Рис. 3.6. Эпюр поперечных сил и изгибающих моментов

1-й участок, $0 \leq x \leq a$, идем слева: $M_x = R_A \cdot x$.

2-й участок, $0 \leq x \leq b$, идем слева: $M_x = R_A \cdot x - F(x - a)$.

Дифференциальное уравнение упругой линии балки

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M_x}{EI}, \text{ где } E - \text{ модуль про-}$$

дольной упругости, I – момент инерции площади поперечного сечения

балки (например, для балки прямоугольного сечения $I = \frac{bh^3}{12}$).

Дважды интегрируем.

Для 1-го участка:

после первого интегрирования имеем: $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI} \left[R_A \frac{x^2}{2} \right] + C_1;$

после второго интегрирования имеем: $y = \frac{1}{EI} \left[R_A \frac{x^3}{6} \right] + C_1 x + C_2.$

Для 2-го участка:

после первого интегрирования имеем: $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI} \left[R \frac{x^2}{2} - F \frac{(x-a)^2}{2} \right] + C_1;$

после второго интегрирования имеем: $y = \frac{1}{EI} \left[R \frac{x^3}{6} - F \frac{(x-a)^3}{6} \right] + C_1 x + C_2.$

Для определения постоянных интегрирования C_1 и C_2 воспользуемся граничными условиями. Для данной схемы крепления балки имеем: если $x = 0$, то $y = 0$ выполняется на 1-ом участке, если $x = (a + b)$, то $y = 0$ – на 2-ом участке.

Получаем уравнения:

$$0 = \frac{1}{EI} \left[R_A \cdot \frac{0^3}{6} \right] + C_1 \cdot 0 + C_2, \text{ следовательно, } C_2 = 0;$$

$$0 = \frac{1}{EI} \left[R_A \frac{(a+b)^3}{6} - \frac{Fb^3}{6} \right] + C_1(a+b) + C_2, \text{ следовательно}$$

$$C_1 = \frac{1}{EI} \left[-R_A \frac{(a+b)^2}{6} + F \frac{b^3}{6(a+b)} \right].$$

Для консоли уравнение прогиба балки рассчитывают аналогично («Практикум» п. 5.1.2).

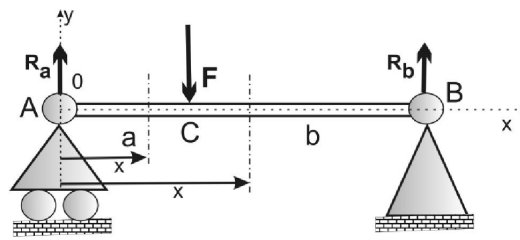


Рис. 3.7. Балка с шарнирными опорами

ПРАКТИКУМ

4. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ МЕХАНИЗМА

4.1. Определение крутящего момента M_I на валу центрального колеса

Крутящий момент определяют из условия контактной прочности зубьев колеса, изготовленного из стали 45 нормализованной (4.1). Если число зубьев центрального колеса меньше, чем число зубьев венца сателлита, входящего в зацепление с данным колесом, то

$$M_1 = 1,273 \cdot 10^{-4} \frac{a_{1,2}^3 \cdot i_{1,2}^2 \cdot K}{(i_{1,2} + 1)^3} \text{ Нм}, \quad (4.1)$$

где $a_{1,2}$ – межосевое расстояние данной ступени в мм, K – число сателлитов, $i_{1,2}$ – передаточное отношение данной ступени,

$$i_{1,2} = \frac{z_2}{z_1},$$

при z_1 – числе зубьев подвижного центрального колеса, z_2 – числе зубьев сателлита, входящего в зацепление с данным центральным колесом.

Если число зубьев центрального колеса больше, чем число зубьев венца сателлита, входящего в зацепление с данным колесом, то

$$M_1 = 1,273 \cdot 10^{-4} \frac{a_{1,2}^3 \cdot i_{2,1}^2 \cdot K}{(i_{2,1} \pm 1)^3} \text{ Нм},$$

где $i_{2,1}$ – передаточное отношение данной ступени.

$$i_{2,1} = \frac{z_1}{z_2},$$

где z_1 – число зубьев подвижного центрального колеса, z_2 – число зубьев сателлита, входящего в зацепление с данным центральным колесом.

Знак «+» относится к внешнему зацеплению, знак «-» – к внутреннему зацеплению.

4.2. Определение крутящего момента на валу водила, без учета потерь на трение

Центральное колесо 1 является ведущим звеном

$$M_H = M_1 \cdot i_{1,H},$$

где M_1 – крутящий момент на валу ведущего центрального колеса, $i_{1,H}$ – передаточное отношение планетарного механизма.

Водило 3(H) является ведущим звеном

$$M_H = \frac{M_1}{i_{H,1}},$$

где M_1 – крутящий момент на валу ведомого центрального колеса, $i_{H,1}$ – передаточное отношение механизма.

4.3. Определение окружных сил, действующих на звенья механизма

Окружная сила, действующая на водило (рис. 4.1)

$$F_{3,2} = F_{2,3} = \frac{M_H}{a_{1,2}},$$

где $F_{2,3}$ – сила, действующая на сателлит, M_H – крутящий момент на валу водила, $a_{1,2}$ – межосевое расстояние.

Окружная сила, действующая на подвижное центральное колесо 1:

$$F_{1,2} = F_{2,1} = \frac{2M_1}{d_1},$$

где $F_{2,1}$ – сила, действующая на зуб сателлитного венца 2, M_1 – крутящий момент на валу подвижного центрального колеса, d_1 – диаметр делительной окружности колеса.

4.4. Определение сил, действующих на сателлит

Для определения окружных сил, действующих на сателлит, следует воспользоваться планом окружных скоростей звеньев (рис. 4.1).

Предположим, что водило 3(H) ведомое звено. Следовательно сила $F_{3,2}$ приложенная к водилу, направлена в ту же сторону, что и окружная скорость точки O_2 . На рис. 4.1 скорость точки O_2 представлена отрезком $\overline{O'_2 o_2}$, расположенным справа от линии $y-y$. На схеме силу $F_{3,2}$ откладывают также

вправо. Сила $F_{2,3}$ приложенная со стороны водила к валу сателлита будет направлена влево. Скорость точки B представлена на плане отрезком $\overline{B'b}$ расположенным на плане слева от линии $y-y$.

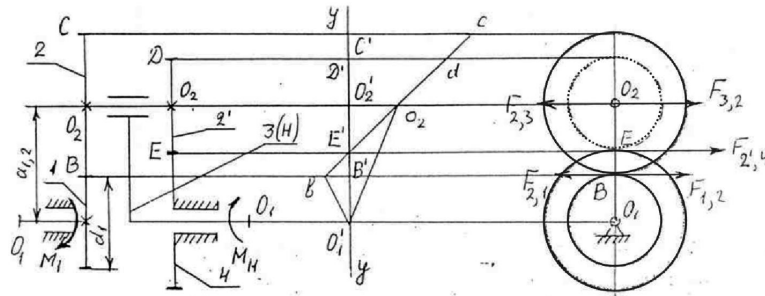


Рис. 4.1. Определение направлений сил, приложенных к сателлиту

Колесо 1 является ведущим звеном, значит окружная сила $F_{1,2}$, приложенная к колесу 1, должна быть направлена в сторону противоположную движению. Силу $F_{1,2}$ откладывают на схеме вправо. Сила $F_{2,1}$, приложенная к сателлиту со стороны колеса 1, должна быть направлена влево. В точке E к сателлиту со стороны колеса 4 приложена сила $F_{2,4}$. Для обеспечения равновесия сателлита эта сила должна быть направлена вправо (рис. 4.1). Величина силы определяют из условия равновесия: $F_{2,4} = F_{2,1} + F_{2,3}$.

Если направление силы $F_{2,4}$ на схеме показано неверно, значение силы получится со знаком минус, в этом случае направление силы на схеме необходимо изменить на противоположное. Радиальную силу в зацеплении B (рис. 4.2) определяют по формуле: $F_{r,2} = F_{2,1} \cdot \operatorname{tg} \alpha$, где угол зацепления α принимается равным 20° .

Радиальная сила в зацеплении D равна: $F_{r,2'} = F_{2,4} \cdot \operatorname{tg} \alpha$. Силу инерции колеса 2 определяют по формуле: $F_2 = m_2 \cdot \omega_H^2 \cdot a_{1,2}$, где $a_{1,2}$ – межосевое расстояние, радиус вращения точечной массы m_2 ; ω_H – угловая скорость водила, которую определяют по формуле (2.4); m_2 – масса колеса 2.

Предполагают, что масса колеса сосредоточена в точке на оси O_2-O_2

$$m_2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \rho d_2^2 b$$

, где d_2 – диаметр делительной окружности колеса 2, ρ – плотность материала колеса (для стали $\rho = 7800 \text{ Кг/м}^3$), b – ширина венца зубчатого колеса:

$$b = \Psi_A \cdot a_{1,2}. \quad (4.2)$$

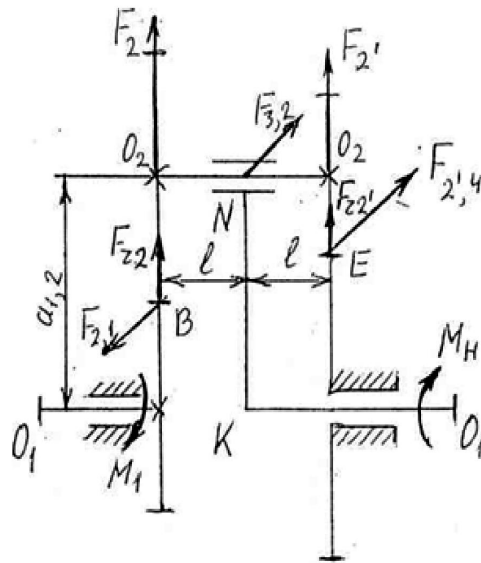


Рис. 4.2. Схема сил, действующих на сателлит и водило

Коэффициент ширины зубчатого венца Ψ_A можно принять равным 0,1. Величина « b » после определения по формуле (4.2) округляют до целых мм в большую сторону. Сила инерции от массы колеса 2' (рис. 4.2) определяют по формуле: $F_{2'} = m_{2'} \cdot \omega_H^2 \cdot a_{1,2}$, где $m_{2'}$ – масса колеса 2' – предполагают сосредоточенной в точке на оси O_2-O_2' .

$$m_{2'} = \frac{1}{4} \cdot \pi \rho d_2^2 \cdot b, \quad \text{где } d_2' \text{ – диаметр делительной окружности колеса } 2'.$$

5. РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИЗМА НА ПРОЧНОСТЬ

5.1. Водило

5.1.1. Составление расчетной схемы

На схеме механизма (рис. 4.2) показаны силы, действующие на водило и сателлит, и крутящие моменты, действующие на входной и выходной валы. Стержень KN водила, длиной $l = KN = a_{1,2}$ растянут суммарной силой $\vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_{2'} + \vec{F}_{r2} + \vec{F}_{r2'}$.

Для упрощения расчетов примем, что сила F является осевой силой для стержня KN . Наряду с этим стержень изогнут силой $F_{3,2}$.

Механическая схема нагружения стержня водила представлена на рис. 5.1. Полагаем, что стержень жестко заделан в сечении K .

Строим эпюр продольных сил. Стержень имеет один участок. Продольная сила равна

$$F_n = F.$$

Строим эпюр изгибающих моментов. Балка (стержень) имеет один участок NK . Момент в сечении x определяется в виде (идем слева):

$$\begin{aligned} M_x &= F_{3,2} \cdot x, \\ x = 0, M_x &= 0, \\ x = L, M_x &= F_{3,2} \cdot L. \end{aligned}$$

В сечении K действуют продольная сила и максимальный изгибающий момент. Сечение K является опасным.

Полагаем, что вал водила нагружен только крутящим моментом M_H (рис. 4.2).

5.1.2. Расчет на прочность стержня водила

Напряжение в поперечном сечении стержня прямоугольного сечения при растяжении силой F будет

$$\sigma_p = \frac{F}{S} = \frac{F}{a \cdot h}. \quad (5.1)$$

Максимальное нормальное напряжение от изгиба определяется формулой

$$\sigma_U = \frac{M_{\max}}{w} = \frac{6 \cdot M_{\max}}{a \cdot h^2}, \quad (5.2)$$

где a, h – соответственно ширина и высота поперечного сечения стержня, w – момент сопротивления площади поперечного сечения.

Максимальное суммарное напряжение возникает в волокне $a_1 a_1$ (рис. 5.1). Условие прочности определяется выражением

$$\sigma_{\max} = \sigma_p + \sigma_H \leq [\sigma]_H, \quad (5.3)$$

где $[\sigma]_{II}$ – допускаемое нормальное напряжение при изгибе. Для стали-45 нормализованной $[\sigma]_{II} = 88$ МПа.

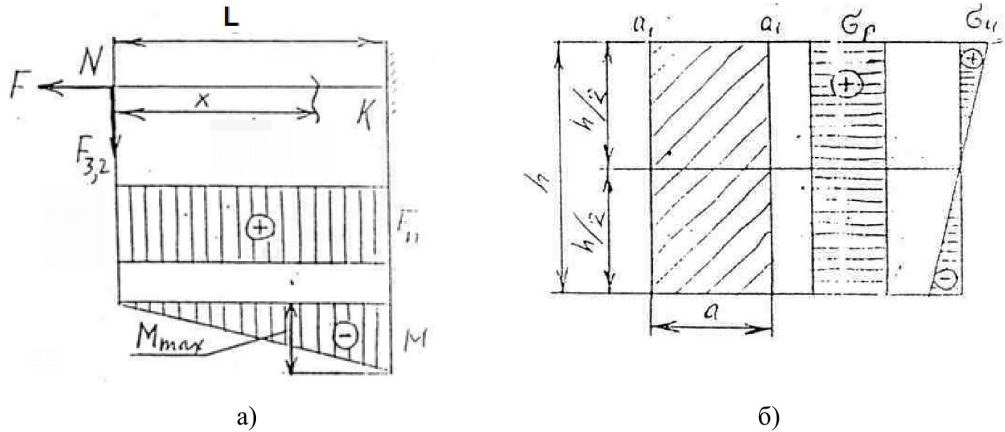


Рис. 5.1. Схема нагружения стержня водила (а); эпюры напряжений в поперечном сечении стержня водила (б)

Из условия прочности (5.3) определяют размеры поперечного сечения стержня. Подставив в (5.3) значения напряжений из (5.1) и (5.2) и введя соотношение $h = \alpha \cdot a$, где по опыту конструирования значение коэффициента α принимается равным $(1,5 \div 2)$, получается условие прочности в виде

$$\frac{F}{\alpha \cdot a^2} + \frac{6M_{\max}}{\alpha^2 \cdot a^3} \leq [\sigma]_{II}. \quad (5.4)$$

В результате решения кубического уравнения (5.4), определяют параметр a . Чтобы избежать сложностей при решении кубического уравнения, можно ширину сечения a определить подбором, т. е. применить численный метод решения уравнения.

Значения параметров a и h , округляют до целых мм в большую сторону.

5.1.3. Расчет вала водила

Диаметр вала водила определяется из условия прочности при кручении по формуле

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16M_K}{\pi \cdot [\tau]}}, \quad (5.5)$$

где $M_K = M_H$ – крутящий момент на валу водила, $[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение при кручении; для стали-45 принимается равным $[\tau] = 40$ МПа.

5.2. Вал сателлита

5.2.1. Составление расчетной схемы

Приняв, что колеса сателлита расположены на равных расстояниях l от оси стержня водила (рис. 4.2), получим $l \approx 4b$, где b – ширина зубчатого венца колеса определяется по формуле (4.2). Примем, что вал сателлита жестко заделан в подшипнике водила в сечении N , совпадающей с осью стержня водила. Тогда каждая половина вала сателлита будет представлять собой консольную балку, нагруженную на свободном конце сосредоточенными силами. Расчет проводим для наиболее нагруженного венца сателлита. Например, если

$$\vec{F}_{r,2'} + \vec{F}_{2'} > \vec{F}_{r,2} + \vec{F}_2 \text{ и } \vec{F}_{2',4} > \vec{F}_{2,1}, \quad (5.6)$$

то расчет проводится для венца 2'.

Если сателлит имеет с центральным колесом внутреннее зацепление, то в формуле (5.6) учитываем только большую из сил $F_{r,2'}$ ($F_{r,2}$) или $F_{2'}$ (F_2). Расчетная схема вала сателлита представлена на рис. 5.2. Выбирают оси координат xOz . Начало координат, точка 0, должна совпадать с сечением N . Силы $F_{r,2'}$ и $F_{2'}$ действуют по одной линии (рис. 4.2). Суммарная сила $F_r = F_{r,2'} + F_{2'}$ изгибает вал в вертикальной плоскости xOz . Схема нагружения вала в плоскости yOz показана на рис. 5.2, где M_x – эпюр изгибающих моментов.

Приведем силу $F_{2',4}$ к оси вала сателлита. Сила $F_{2',4}$ изображенная на рис. 5.1 без черточки, изгибает вал в плоскости yOz . Покажем на рис. 5.1 схему нагружения вала в этой плоскости. M_y – эпюра изгибающих моментов в плоскости yOz Силы $F_{2',4}$ перечеркнутые черточкой образуют пару сил.

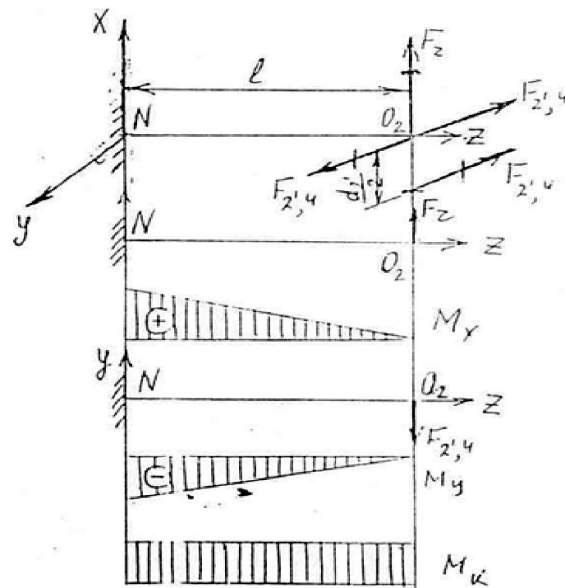


Рис. 5.2. Расчетная схема сателлита

Момент пары – это крутящий момент на валу сателлита $M_K = F_{2,4} \frac{d_{2'}}{2}$, где $d_{2'}$ – диаметр делительной окружности колеса 2'; M_K – эпюр крутящих моментов на рис. 5.2.

Опасным сечением является сечение N . В этом сечении действует максимальный суммарный изгибающий момент

$$M_{И} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}, \quad (5.7)$$

где M_x – максимальный изгибающий момент в плоскости xOz , M_y – максимальный изгибающий момент в плоскости yOz .

В сечении N действует также крутящий момент M_K . Приведенный момент прочности определяют в виде

$$M_{пр} = \sqrt{M_{И}^2 + M_K^2}. \quad (5.8)$$

5.2.2. Расчет на прочность

Вал сателлита находится в сложно-напряженном состоянии изгиба и кручения. Условие прочности записывают в виде

$$\sigma_{пр} = \frac{M_{пр}}{W} \leq [\sigma]_{И}, \quad (5.9)$$

где $[\sigma]_{\text{И}}$ – допускаемое нормальное напряжение при изгибе (п. 5.1.2), $M_{\text{пр}}$ – приведенный момент определяют по формуле (5.8), W – момент сопротивления площади поперечного сечения вала диаметра d : $W = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$.

Из условия прочности (5.9) определяют диаметр вала: $d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{пр}}}{\pi \cdot [\sigma_{\text{И}}]}}$.

Диаметр вала d , полученный из формулы округляют до целых мм в большую сторону.

5.3. Ось простого сателлита

5.3.1. Составление расчетной схемы

Принимают, что ось простого сателлита есть консольная балка длиной $l \approx 4b$, где b – ширина зубчатого венца колеса, которую определяют по формуле (5.2). Ось сателлита есть элемент конструкции водила. Ось сателлита жестко связана со стержнем водила или составляет с ним одно целое.

Схема нагружения оси сателлита показана на рис. 5.3. N – сечение заделки совпадает с осью стержня водила. $F_{3,2}$, окружная сила, приложенная к водилу, вызывает его изгиб в плоскости xOz . Сила, вызывающая изгиб водила в плоскости yOz будет равна $F_r = F_{r,2} + F_2$, где F_2 – сила инерции массы m_2 колеса 2, $F_{r,2}$ – радиальная сила во внешнем зацеплении с центральным колесом.

Крутящим моментом ось не нагружена. В остальной схеме нагружения оси сателлита выглядит также, как схема нагружения вала сателлита (рис. 5.3 и п. 5.2.1).

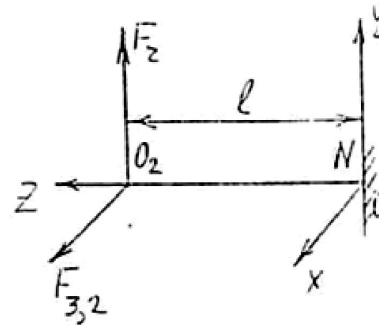


Рис. 5.3. Схема нагружения оси сателлита

5.3.2. Расчет на прочность

Диаметр оси простого сателлита определяют из условия его прочности при изгибе $d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{И}}}{\pi \cdot [\sigma]_{\text{И}}}}$, где $M_{\text{И}}$ – суммарный изгибающий момент, определяемый по формуле (5.7), $[\sigma]_{\text{И}}$ – допускаемое нормальное напряжение при изгибе (п. 5.2.1). Диаметр оси, полученный из формулы, округляют до целых мм в большую сторону.

5.4. Вал центрального колеса

Принимают, что вал подвижного центрального колеса нагружен только крутящим моментом. Тогда диаметр вала определяют по формуле (5.5) из условия его прочности при кручении. Крутящий момент M_K принимают равным крутящему моменту на валу подвижного центрального колеса 1, т. е. $M_K = M_1$.

Список литературы

1. *Тарг, С. М.* Краткий курс теоретической механики / С. М. Тарг. – М. : Высшая школа, 1997 – 416 с.
2. *Кинасошвилли, Р. С.* Сопротивление материалов / Р. С. Кинасошвилли. – М. : Наука, 1975 – 384 с.
3. *Феодосьев, В. И.* Сопротивление материалов. Серия: Механика в техническом университете / В. И. Феодосьев. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2010. – 596 с.
4. *Аркуша, А. И.* Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов / А. И. Аркуша. – М. : Высшая школа, 2008 – 352 с.
5. *Джамай, В. В.* Прикладная механика : учеб. для вузов / В. В. Джамай, Ю. Н. Доздов, Е. А. Самойлов, А. И. Стапкевич, Т. Ю. Чуркина // под ред. В. В. Джамаи. – М. : Дрофа, 2004. – 415 с.
6. Сопротивление материалов : учеб. пособие для вузов / Под редакцией Н. А. Костенко. – 3-е издание, исправленное. – М. : Высшая школа, 2007. – 488 стр.

Приложение

Варианты заданий к разделам 2,4,5.

№ варианта	Схема механизма	Передаточное отношение механизма $i_{1,H}$ ($i_{H,1}$)	Угловая скорость рабочего звена n_H (n_1)	Модуль зубчатых колес m (мм)
1	1	-20	140	1
2	2	9	156	1,25
3	3	-33,5	90	1,5
4	4	15,5	95	2
5	1	-10	280	1
6	2	9,5	151	1,25
7	3	-25	120	1,5
8	4	15	100	2
9	1	-11	254	1
10	2	9,65	146	1,25
11	3	-18	165	1,5
12	4	14	105	2
13	1	-25	112	1
14	2	11	127	1,25
15	3	-16,5	179	1,5
16	4	13,5	111	2
17	1	-12,5	224	1
18	2	11,5	124	1,25
19	3	9	159	1,5
20	4	12,5	121	2
21	1	-21	254	1
22	2	13,2	102	1,25
23	3	-12,4	195	1,5
24	4	11,5	136	2
25	1	-28	98	1
26	2	9,8	156	1,25
27	3	15,4	195	1,5
28	4	15	99	2
29	1	-15,5	182	1
30	2	12,5	111	1,25
31	3	28,5	105	1,5
32	4	14,5	105	2
33	1	-14	200	1
34	2	19	156	1,25
35	3	14,3	210	1,5
36	4	13,7	110	2

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К РАЗДЕЛУ 3

Задача 1. Определить из условия прочности диаметр d и удлинение.

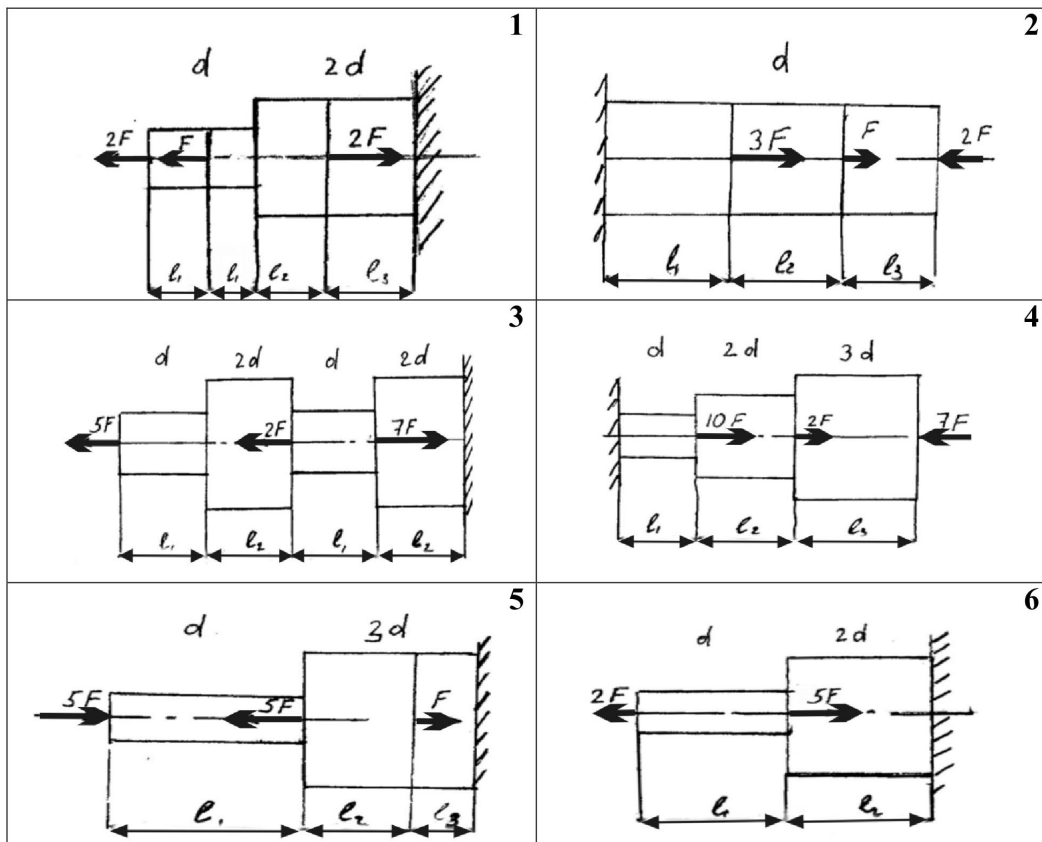


Таблица вариантов к Задаче 1

Вариант	Схема	$E \times 10^{-4}$ (МПа)	$[\sigma]$ (МПа)	l_1 (мм)	l_2 (мм)	l_3 (мм)	F (Н)
1	1	2	220	200	400	200	100
2	2	1	150	400	300	400	300
3	3	1	120	500	300	100	200
4	4	7	110	200	400	600	100
5	5	5	200	300	200	100	100
6	6	4	150	400	300	–	200
7	1	1	120	500	200	400	200
8	2	2	180	300	400	500	200
9	3	2	220	200	400	600	300
10	4	5	160	500	300	300	100
11	5	8	170	400	100	50	200
12	6	1	190	300	200	–	100
13	1	1	200	500	500	400	200
14	2	2	170	300	400	200	100
15	3	3	140	200	400	400	300
16	4	1	130	500	500	300	100
17	5	3	180	400	300	200	200
18	6	2	160	300	400	–	100
19	1	1	100	300	100	300	100
20	2	2	200	400	200	100	200
21	3	3	160	500	300	200	200
22	4	1	150	200	400	400	300
23	5	3	170	300	500	300	100
24	6	2	130	200	300	–	200

Задача 2. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Определить прогиб балки.

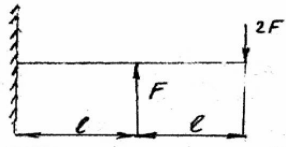
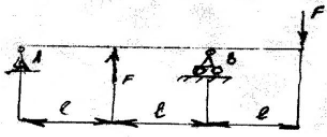
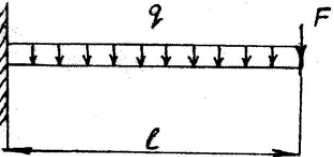
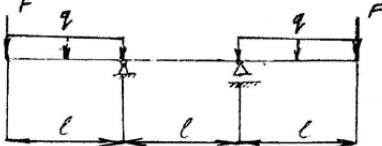
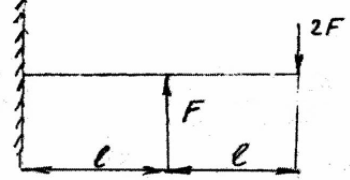
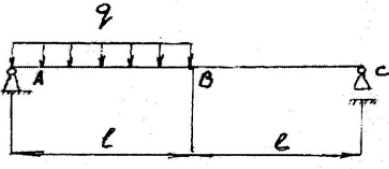
<p>7</p> 	<p>8</p> 
<p>9</p> 	<p>10</p> 
<p>11</p> 	<p>12</p> 

Таблица вариантов к Задаче 2

Вариант	Схема	$E \times 10^{-4}$ (МПа)	$[\sigma]$ (МПа)	l (мм)	q (Н/мм)	F (Н)
1	7	1	160	300	2	300
2	8	3	210	100	1	200
3	9	2	140	300	3	100
4	10	2	160	400	6	300
5	11	5	175	200	8	300
6	12	4	135	300	2	100
7	19	1	170	500	2	300
8	20	2	200	200	1	100
9	21	2	160	300	6	200
10	22	1	180	500	2	300
11	23	3	165	400	9	300
12	24	2	175	300	3	200
13	31	2	210	400	5	200
14	32	3	140	200	6	200
15	33	5	110	300	4	100
16	34	8	100	400	3	300
17	35	7	105	300	7	200
18	36	9	115	200	8	100
19	43	2	190	200	3	100
20	44	3	160	400	5	100
21	45	5	130	100	2	200
22	46	8	110	200	1	400
23	47	7	125	400	4	100
24	48	9	145	400	7	200

**Чуракова Людмила Дмитриевна
Сотенко Сергей Михайлович
Матюхина Татьяна Владимировна**

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Синтез, кинематический анализ механизма, расчет на прочность

**Учебно-методическое пособие
по выполнению курсовой работы**

Редактор *Л. К. Паршина*

Компьютерная верстка *Н. А. Ефремовой*

План 2014–2015 гг., п. 13

Подписано к печати 02.09.2014

Объем 2,5 усл.-печ. л. Тираж 15 экз. Заказ 497

Редакционно-издательский центр СПбГУТ

191186 СПб., наб. р. Мойки, 61

Отпечатано в СПбГУТ