ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ

**Федеральное государственное
образовательное бюджетное учреждение
высшего профессионального образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»**

Л. Д. ЧУРАКОВА, С. М. СОТЕНКО, Т. В. МАТЮХИНА

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

СПб ГУТ)))

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2015**

УДК 531(076)
ББК 30.12я73
Ч93

Рецензент
кандидат технических наук, профессор СПбГУТ
Ю. Ф. Болтов

Рекомендовано к печати
редакционно-издательским советом СПбГУТ

Чуракова, Л. Д.

Ч93 Прикладная механика : лабораторный практикум / Л. Д. Чуракова, С. М. Сотенко, Т. В. Матюхина ; СПбГУТ. – СПб., 2015. – 56 с.

Решены задачи из раздела прикладная механика. Целью приведенных работ является усвоение понятий: центр масс, условие равновесия, растяжение, сжатие, изгиб, деформация, напряжение, условие прочности, структурная и кинематическая схемы механизма. Приведены цели и задачи выполнения лабораторных работ, примеры решения задач, требования к отчету и контрольные вопросы к защите лабораторных работ.

Предназначены для студентов специальности 12.03.04**,** изучающих биотехнические системы и технологии; специальности 11.03.03, изучающих проектирование и технология производства электронных средств.

УДК 531(076)
ББК 30.12я73

Содержание

Введение. 4

Лабораторная работа 1
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ОДНОРОДНОЙ ФИГУРЫ 5

Лабораторная работа 2
РАВНОВЕСИЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ 10

Лабораторная работа 3
РАСТЯЖЕНИЕ, СЖАТИЕ 18

Лабораторная работа 4
РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ 23

Лабораторная работа 5
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОГИБА ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ БАЛКИ 30

Лабораторная работа 6
СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА 35

Лабораторная работа 7
СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ 43

Лабораторная работа 8
КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ 48

Список литературы 52

Приложение 53

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения прикладной механики (ПМ) является закрепление знаний основ механики для применения в решении практических задач. Используя принципы ПМ, решают многие технические задачи, такие как расчет на прочность, выбор механизмов электронных средств. Для усвоения курса требуется не только изучение теории, но и приобретение навыков в решении задач. Выполнение и защита лабораторных работ — один из важнейших элементов работы по изучению курса.

В настоящем лабораторном практикуме приведены варианты лабораторных работ, указана литература для подготовки к выполнению работ и к их защите, а также типовые вопросы, которые могут быть заданы по каждой лабораторной работе. Лабораторные работы проводят по графику выполнения лабораторных работ (в соответствии с планом данной дисциплины). После выполнения лабораторной работы и представления отчета производят защиту лабораторной работы, на которой определяют усвоение материала данной темы.

Оформление отчета по лабораторной работе

Отчет выполняют на писчей бумаге формата А4.

Указывают: дисциплину, № ЛР, группу, ФИО, дату, № варианта, цель работы. Приводят исходную схему (изображение), исходные данные.

Изображают расчетную схему задачи (например: объясняют выбор реакции связей; объясняют все необходимые геометрические величины).

Выбирают метод решения задачи. Приводят необходимые пояснения. При использовании графоаналитического метода изображают векторную сумму сил; приводят необходимые формулы; определяют искомые неизвестные величины; анализируют результаты расчета.

Пример оформления отчета приведен в приложении.

Лабораторная работа 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ОДНОРОДНОЙ ФИГУРЫ

Цель лабораторной работы: усвоение теории сложения параллельных сил, направленных в одну сторону, понятия центра тяжести (центра масс) для тел разной конфигурации.

Задача лабораторной работы: пользуясь выбранным методом решения, определить положение координат центра тяжести.

Основные понятия, определения, теоремы: сложение параллельных сил, направленных в одну сторону; определение координат центра тяжести фигуры; использование метода «положительных» или «отрицательных» площадей.

Теоретический материал: центром тяжести тела называется центр параллельных сил тяжестей всех точек этого тела (фигуры). Для однородного материального тела, у которого одно измерение (толщина) пренебрежимо мала по сравнению с двумя другими (длиной и шириной), координаты центра тяжести определяют по формулам:

$$x_c = \frac{\sum_1^n S_i \cdot x_i}{\sum_1^n S_i},\ y_c = \frac{\sum_1^n S_i \cdot y_i}{\sum_1^n S_i},\ z_c = \frac{\sum_1^n S_i \cdot z_i}{\sum_1^n S_i},$$

где x_i, y_i, z_i – координаты центра тяжести простых фигур; S_i – площадь простых фигур; $\{n\}$ – количество простых фигур, на которые разбивается тело.

Последовательность решения задачи

Изобразить фигуру и определить положение неподвижной системы координат (x, y, z). Определяем самостоятельно.

Представить сложную фигуру, состоящую из простых фигур, для которых известны координаты центра тяжести

Выбрать метод решения: метод «положительных» площадей или метод «отрицательных» площадей.

Изобразить каждую простую фигуру в плоскости, выбранной в данной системе координат. Определить для каждой простой фигуры x_i, y_i, z_i, S_i.

Определить координаты центра тяжести фигуры.

Примеры решения задачи

Пример 1. Дана пространственная фигура с размерами a, b, c, $c/2$, $d = c$ – отверстие в центре симметрии прямоугольника (рис. 1.1). Определить: x_i, y_i, z_i.

Решение. Определяем положение неподвижной системы координат.

Разбиваем сложную фигуру на 4 простых (рис. 1.2), для которых известны координаты центра тяжести. Воспользуемся методом «отрицательных» площадей (для фигур 3 (рис. 1.3, в) и 4 (рис. 1.3, г)). Изображаем их в соответствующих плоскостях (рис. 1.3).

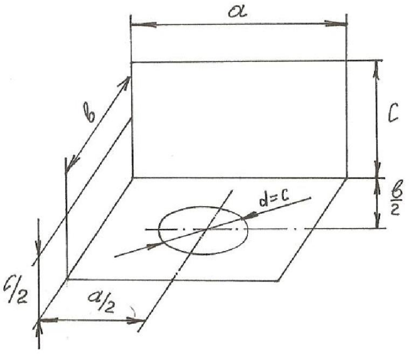


Рис. 1.1

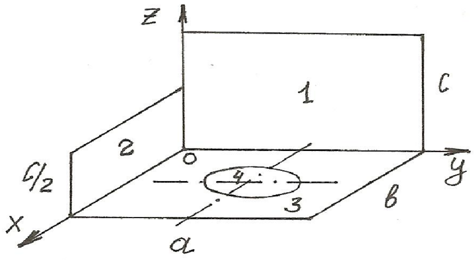
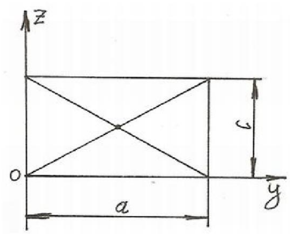
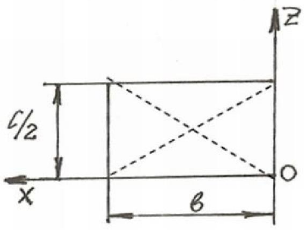


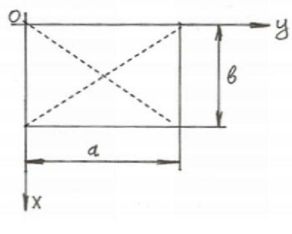
Рис. 1.2



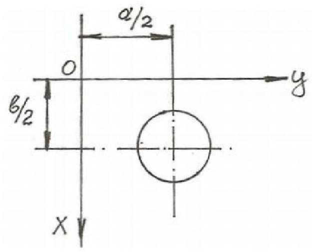
а)



б)



в)



г)

Рис. 1.3

Координаты центра тяжести и площади простых фигур:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = \frac{b}{2}, \quad y_1 = \frac{a}{2}, \quad y_2 = 0, \quad z_1 = \frac{c}{2}, \quad z_2 = \frac{c}{4},$$

$$S_1 = ac, \quad S_2 = b\frac{c}{2},$$

$$x_3 = \frac{b}{2},\quad x_4 = \frac{b}{2},\quad y_3 = \frac{a}{2},\quad y_4 = \frac{a}{2},\quad z_3 = 0,\quad z_4 = 0,$$

$$S_3 = ab,\quad S_4 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi c^2}{4},$$

где $d = c$.

Определяем координаты центра тяжести сложной фигуры. Учтем, что площадь фигуры 4 в формуле берется со знаком (–):

$$x_c = \frac{\sum_1^4 S_i \cdot x_i}{\sum_1^4 S_i} = \frac{0 \cdot ac + \frac{b}{2} \cdot \frac{bc}{2} + \frac{b}{2} \cdot ab - \frac{b}{2} \cdot \frac{\pi c^2}{4}}{ac + \frac{bc}{2} + ab - \frac{\pi c^2}{4}};$$

$$y_c = \frac{\sum_1^4 S_i \cdot y_i}{\sum_1^4 S_i} = \frac{\frac{a}{2} \cdot ac + 0 \cdot \frac{bc}{2} + \frac{a}{2} \cdot ab - \frac{a}{2} \cdot \frac{\pi c^2}{4}}{ac + \frac{bc}{2} + ab - \frac{\pi c^2}{4}};$$

$$z_c = \frac{\sum_1^4 S_i \cdot z_i}{\sum_1^4 S_i} = \frac{\frac{c}{2} \cdot ac + \frac{c}{4} \cdot \frac{bc}{2} + 0 \cdot ab - 0 \cdot \frac{\pi c^2}{4}}{ac + \frac{bc}{2} + ab - \frac{\pi c^2}{4}}.$$

Размерность задана в мм. При a = 100; b = 200; c = 40, получаем: $x_c = 90$; $y_c = 42$; $z_c = 6$.

Варианты заданий

Задача. Центр тяжести пространственной фигуры.

Определить координаты центра тяжести фигуры: $x_c = ?,\ y_c = ?,\ z_c = ?$ Размеры даны в мм (табл. 1.1). Исходные данные и варианты указаны в табл. 1.2.

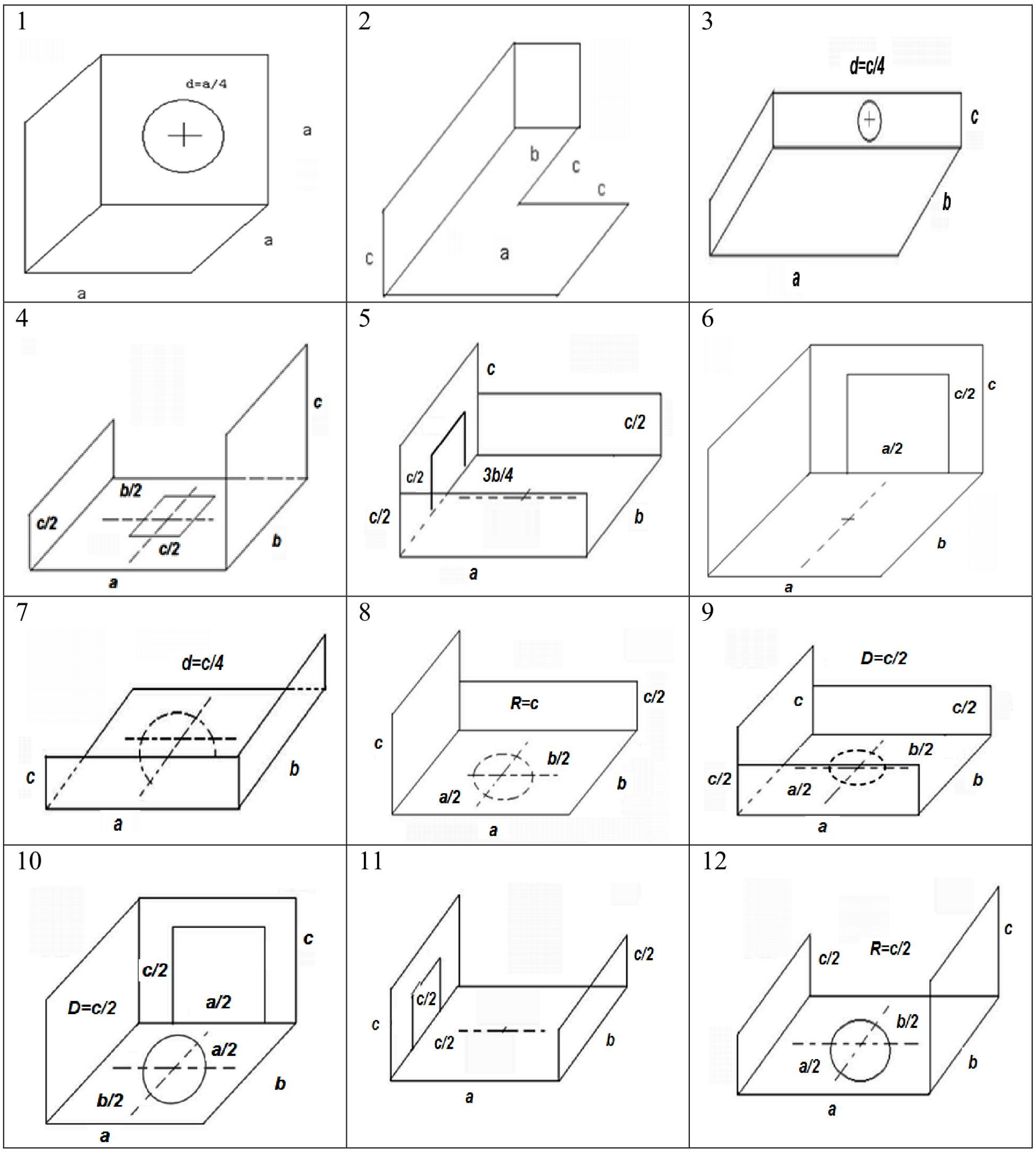
Таблица 1.1

Номер варианта	Схема задания	*a*	*b*	*c*	Номер варианта	Схема задания	*a*	*b*	*c*
1	1	260	–	–	10	10	200	300	80
2	2	140	260	80	11	11	400	200	100
3	3	150	75	30	12	12	360	300	80
4	4	300	400	100	13	13	140	260	80
5	5	300	400	100	14	14	380	460	100
6	6	400	200	160	15	15	180	130	150
7	7	180	240	60	16	1	120	–	–
8	8	320	240	80	17	2	200	400	100
9	9	80	120	40	18	3	300	150	50

Окончание табл. 1.1

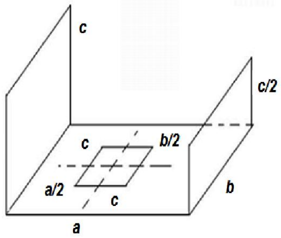
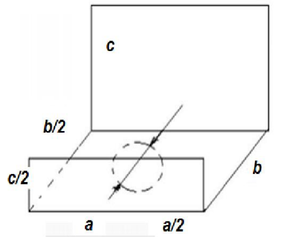
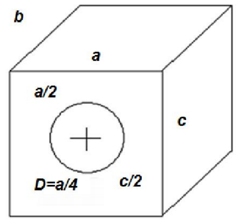
Номер варианта	Схема задания	*a*	*b*	*c*	Номер варианта	Схема задания	*a*	*b*	*c*
19	**4**	**200**	**440**	**120**	**25**	**10**	**150**	**200**	**120**
20	**5**	**250**	**470**	**150**	**26**	**11**	**300**	**150**	**75**
21	**6**	**350**	**175**	**100**	**27**	**12**	**280**	**240**	**75**
22	**7**	**200**	**400**	**100**	**28**	**13**	**220**	**440**	**110**
23	**8**	**225**	**175**	**60**	**29**	**14**	**360**	**420**	**150**
24	**9**	**100**	**150**	**50**	**30**	**15**	**330**	**310**	**290**

Таблица 1.2



8

Окончание табл. 1.2

13 	14 	15 

Контрольные вопросы

1. Сложение параллельных сил, направленных в одну сторону.
2. Координаты центра масс.
3. Методы определения координат центра масс.
4. Метод положительных площадей.
5. Метод отрицательных площадей.

Лабораторная работа 2

РАВНОВЕСИЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Цель лабораторной работы: усвоение понятий равновесия твердого тела, главного вектора и главного момента системы сил и уравнения равновесия плоской системы сил.

Задача лабораторной работы: пользуясь выбранными уравнениями равновесия тела, определить реакции связи.

Основные понятия, определения, теоремы: произвольная система сил; приведение системы сил к центру; главный вектор системы сил; главный момент системы сил относительно точки; уравнения равновесия системы сил.

Теоретический материал: для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы главный вектор $\bar{R}$ и главный момент $\bar{M}$ этой системы относительно любого произвольно выбранного центра равновесия O равнялись нулю, т. е.:

$$\bar{R} = 0, \text{ где } \bar{R} = \sum_{1}^{n} \bar{F}_i, \ \bar{M} = \sum_{1}^{n} \bar{M}_0 = 0.$$

В векторной форме условие равновесия применять для решения задачи неудобно, потому применяют проекции. Спроектировав, на оси координат, получим три скалярных равенства:

$$\sum_{1}^{n} R_{ix} = 0, \ \sum_{1}^{n} R_{iy} = 0, \ \sum_{1}^{n} M_0 = 0.$$

В некоторых случаях уравнения равновесия удобно применять в других формах:

$$\begin{cases} \sum_{1}^{n} M_a = 0 \\ \sum_{1}^{n} M_b = 0 \\ \sum_{1}^{n} F_{ix} = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} M_a = 0, \\ M_b = 0, \\ M_c = 0. \end{cases}$$

Последовательность решения задачи:

1) выбрать объект равновесия;

2) указать заданные силы;

3) отбросить связи и заменить их реакциями связей;

4) указать систему координат;
5) записать условия равновесия и найти искомые величины;
6) проанализировать полученные результаты.

Примеры решения задач

Пример 1. Однородная балка *AB* весом *P* находится в состоянии равновесия. Длина балки $AB - l$. В точке *C* приложен груз силой $\bar{F}$. $|AC| = \frac{1}{4}l$ (рис. 2.1). Определить натяжение каната *AD* и реакцию неподвижного шарнира *B*:

$$P = 10\ \text{Н},\ F = 100\ \text{Н},\ l = 1\ \text{м},\ \alpha = 30°.$$

Выбираем объект равновесия – это балка *AB*. Указываем заданные силы $\bar{P}$ и $\bar{F}$. Отбрасываем связи и заменяем их действия реакциями связей. Связь *AD* гибкая. Известна линия действия и направление реакции связей $\bar{T}$. Необходимо определить величину натяжения каната *AD*.

Связь шарнира *B* – реакция связи пересекает ось шарнира. Поэтому раскладываем искомый вектор $\bar{R}_B$ на скалярные величины R_{Bx} и R_{By}, направляем проекцию силы $\bar{R}_B$ в произвольном направлении в выбранной системе координат (рис. 2.2), если при решении задачи знак силы получится отрицательный, то это означает что на расчетной схеме задачи необходимо изменить направление на противоположное.

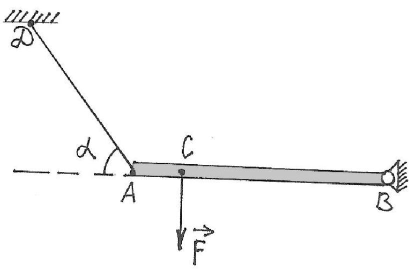


Рис. 2.1

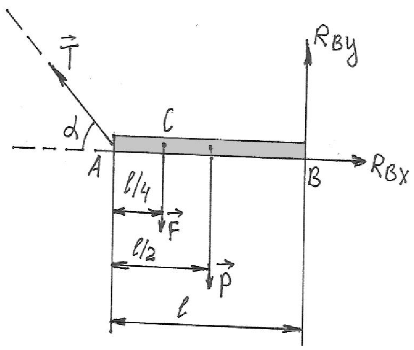


Рис. 2.2

Записываем уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \sum_{1}^{n} F_{ix} = 0\ : -T \cdot \cos\alpha + R_{Bx} = 0; \\ \sum_{1}^{n} F_{iy} = 0\ : -T \cdot \sin\alpha - F - P + R_{By} = 0; \\ \sum_{1}^{n} M_B = 0 : -T \cdot l \cdot \sin\alpha + F\frac{3}{4}l + P\frac{l}{2} = 0. \end{cases}$$

Главный момент системы $\bar{M}_B$ будет определяться относительно точки B, так как через точку B проходит наибольшее количество линий действия неизвестных сил (R_{Bx} и R_{By}).

Из системы уравнений получаем:

$$T = \frac{\left(\frac{3}{4}F + \frac{1}{2}P\right)}{\sin\alpha} = 160 \text{ Н}; \; R_{\text{Bx}} = T \cdot \cos\alpha = 139 \text{ Н};$$

$$R_{By} = T\sin\alpha + F + P = 190 \text{ Н}.$$

Анализируем результаты расчета. Так как все усилия положительные, следовательно, направления искомых векторов выбраны верно.

Пример 2. Жестко закрепленная в точке A балка AB (рис. 2.3), нагружена сосредоточенной силой $\bar{F}$, составляющей угол α с вертикалью, и парой сил с моментом $\bar{M}$. Вес балки считать равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q = 100 Н/м. Длина балки l = 1 м. Определить реактивную силу заделки $\bar{R}_A$ и момент заделки $\bar{M}_{\text{зад}}$ при α = 30°, F = 5 кН, М = 250 Н·м.

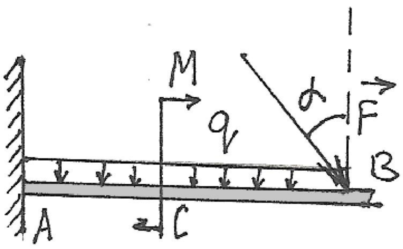


Рис. 2.3

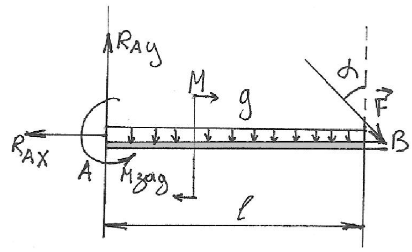


Рис. 2.4

Решение. Выбираем объект равновесия – это балка AB (рис. 2.4). Указываем заданные нагрузки. Отбрасываем связь и заменяем ее действие парой сил: момент заделки $\bar{M}_{\text{зад}}$ и реактивной силы $\bar{R}_A$, которую раскладываем на две составляющие R_{Ax} и R_{Ay} (произвольно, так как известно только то, что линия действия $\bar{R}_A$ пересекает место заделки).

Записываем уравнения равновесия. Главный момент системы M_A будем определять относительно точки A:

$$\begin{cases} \sum_1^n F_{ix} = 0 \; : -R_{Ax} + F \cdot \sin\alpha = 0, \\ \sum_1^n F_{iy} = 0 \; : R_{Ay} - q \cdot l - F \cdot \cos\alpha = 0, \\ \sum_1^n M_A = 0 : M_{\text{зад}} - M - (q \cdot l)\frac{l}{2} - F \cdot l \cdot \cos\alpha = 0. \end{cases}$$

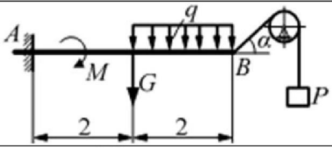
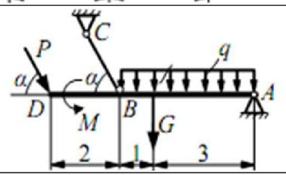
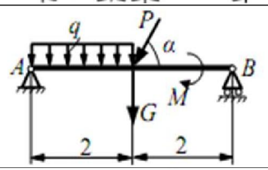
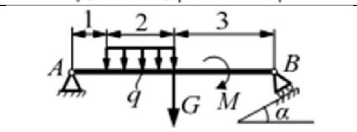
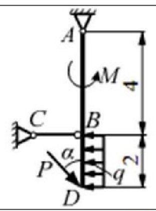
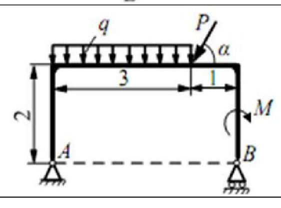
Отсюда: $R_{Ay} = q \cdot \ell + F \cdot \cos\alpha \approx 533$ Н; $M_{зад} = M + \dfrac{q \cdot \ell^2}{2} + F \cdot \ell \cdot \cos\alpha \approx$ 733 Н·м.

Анализируем результаты расчета. Так как все рассчитанные неизвестные величины имеют знак плюс, указанные направления векторов на расчетной схеме указаны верно.

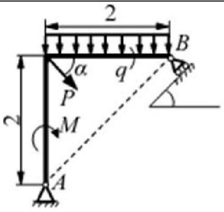
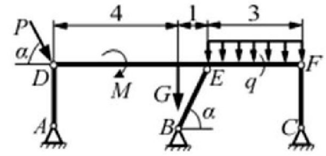
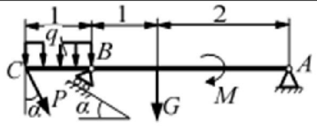
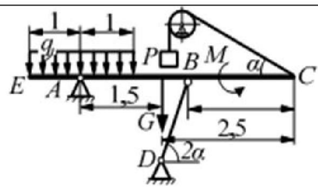
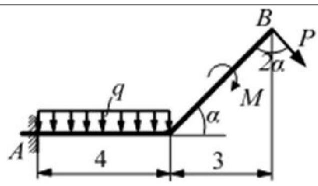
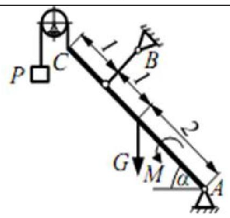
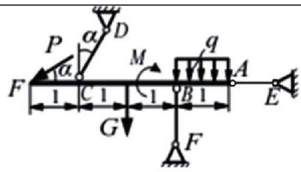
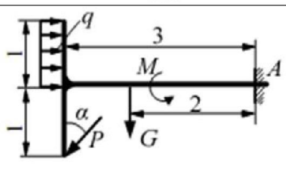
Варианты заданий

Задача: определить реакции опор. Варианты заданий и значения параметров даны в табл. 2.1.

Таблица 2.1

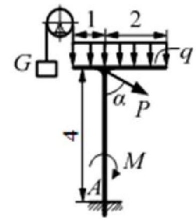
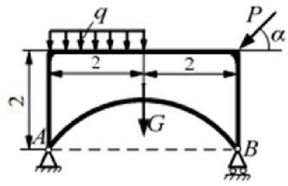
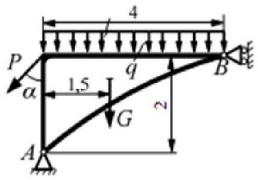
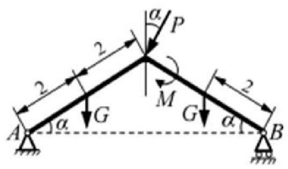
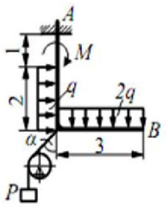
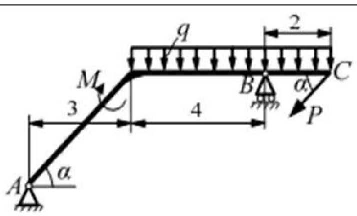
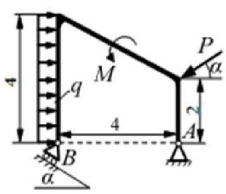
№	Схема	G кН	P кН	q Н/м	M Нм	α град.
1		10	10	2	20	45
2		16	7	3	10	45
3		10	3	1	5	30
4		11	–	4	8	45
5		–	5	2	7	60
6		–	12	1	4	45

Продолжение табл. 2.1

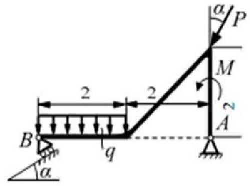
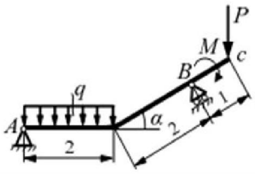
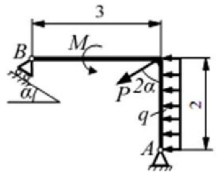
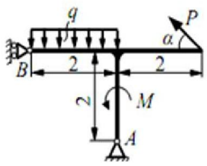
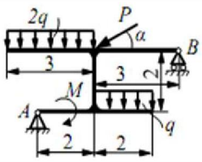
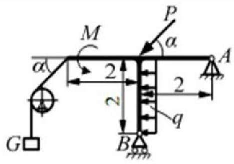
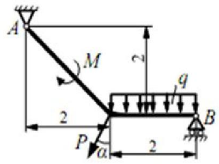
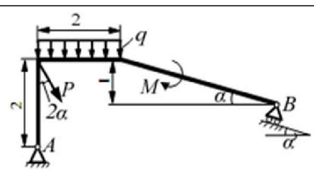
№	Схема	*G* кН	*P* кН	*q* Н/м	*M* Нм	α град.
7		–	8	2	5	30
8		12	9	1	6	45
9		4	5	1	4	60
10		15	7	2	9	45
11		–	5	1,5	7	60
12		15	7	–	8	30
13		22	9	1	6	45
14		20	8	2	10	60

14

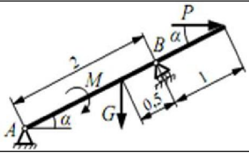
Продолжение табл. 2.1

№	Схема	G кН	P кН	q Н/м	M Нм	α град.
15		6	5	1	4	45
16		10	12	3	–	60
17		15	3	2,5	–	30
18		10	7	–	10	45
19		–	5	3	8	30
20		–	9	1,5	6	30
21		–	9	2,5	7	45

Продолжение табл. 2.1

№	Схема	*G* кН	*P* кН	*q* Н/м	*M* Нм	α град.
22		–	7	2	8	60
23		–	6	3	10	60
24		–	8	0,5	7	15
25		–	11	2,5	20	30
26		–	17	3	14	45
27		10	5	1,5	8	30
28		–	8	4	7	45
29		–	9	2	8	15

Окончание табл. 2.1

№	Схема	G кН	P кН	q Н/м	M Нм	α град.
30		20	11	–	14	15

Контрольные вопросы

1. Приведение системы сил к центру.
2. Главный вектор и главный момент системы сил.
3. Момент силы относительно точки.
4. Уравнение равновесия пространственной системы сил, произвольной плоской системы сил.
5. Пространственная система сил. Момент силы относительно осей.

Лабораторная работа 3
РАСТЯЖЕНИЕ, СЖАТИЕ

Цель лабораторной работы: усвоение понятий деформации, напряжения, условия прочности, растяжения, сжатия.

Задача лабораторной работы: пользуясь выбранным методом решения, из условия прочности определить диаметр балки, определить абсолютное удлинение.

Основные понятия, определения, теоремы: деформация, метод сечений, продольные усилия, нормальные напряжения, закон Гука при растяжении, сжатии, условие прочности, допускаемое напряжение, деформация при растяжении, сжатии.

Последовательность решения задачи: расчет на прочность и величину деформации проводим в пределах упругости материала. Предварительно задается или определяется величина допускаемого напряжения. Используем правило разбиения балки на участки, метод сечений и правило знаков:

1) определить реакции связей (из условий равновесия);
2) разбить сложную схему бруса на участки;
3) определить направления обхода (пользуясь методом сечения);
4) построить эпюр продольных сил. Для этого необходимо написать уравнения продольных сил для каждого участка и воспользоваться правилом знаков;
5) построить эпюр нормальных напряжений;
6) определить опасное сечение;
7) определить максимальное напряжение;
8) воспользовавшись условием прочности определить искомые размеры бруса;
9) определить величину деформации при растяжении, сжатии.

Пример решения задачи

Задача. Брус AD (рис. 3.1) с соотношением диаметров d, $2d$, $3d$ на участках длиной ℓ_3, ℓ_2, ℓ_1, в сечении A жестко закреплен, в сечении B приложена сила $3F$, в сечении C приложена сила $2F$ в сечении D приложена сила F. Из условия прочности определить диаметр d и общее удлинение $\Delta\ell_{общ}$:

$$\ell_3 = 250 \text{ мм}, \ \ell_2 = 200 \text{ мм}, \ \ell_1 = 150 \text{ мм}, \ [\sigma] = 100 \text{ МПа}, \ E = 20 \cdot 10^4 \text{ МПа}.$$

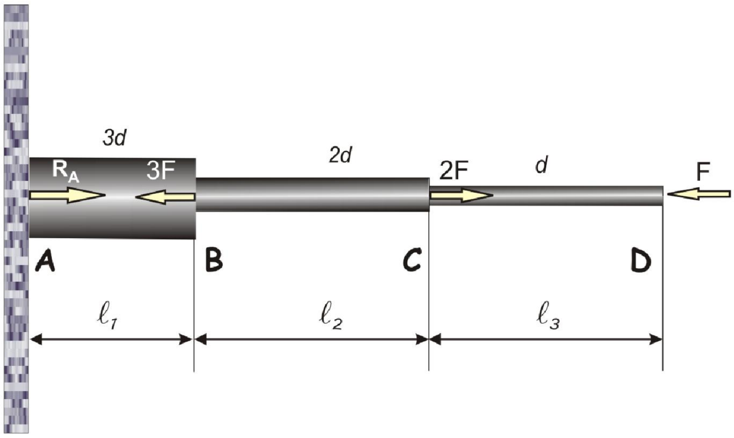


Рис. 3.1

Решение. Из условия равновесия (статика) определяем реакцию заделки R_A

$$\sum_{1}^{n} F_{ix} = 0:\ R_\text{A} - 3F + 2F - F = 0,\ \text{отсюда}\ R_\text{A} = +3F - 2F + F = +2F.$$

Положительное значение R_A означает, что вектор R_A направлен на расчетной схеме правильно. В этом случае, если искомая величина имеет знак (–), то необходимо изменить направление вектора на противоположные.

Разбиваем балку на три участка (по правилу разбиения) (рис. 3.2).

Построение эпюр продольных сил:

– 1-й участок $0 \le x \le l_1$, идем слева

$$N_x = -R_\text{A} = -2F;$$

– 2-й участок $0 \le x \le l_2$, идем слева

$$N_x = -R_\text{A} + 3\,F = -2\,F + 3\,F = F;$$

– 3-й участок $0 \le x \le l_3$, идем справа

$$N_x = -F.$$

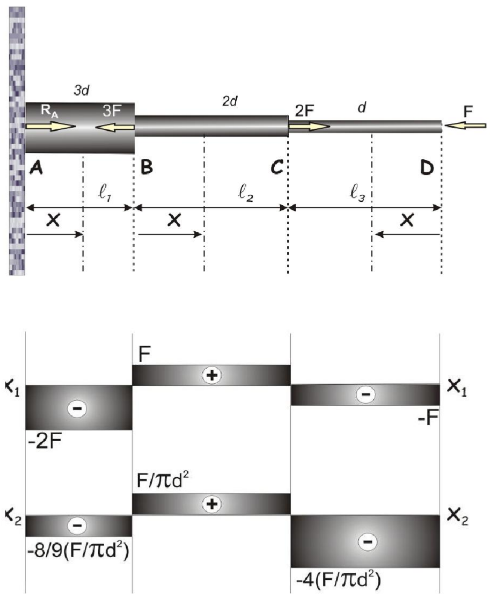


Рис. 3.2

Строим уравнение продольных сил относительно оси $x_1\,x_1$. Положительные значения откладываем вверх от нулевой линии $x_1\,x_1$, отрицательные – вниз.

19

Построение эпюр нормальных напряжений:

– 1 участок $0 \le x \le \ell_1$, идем слева:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{S_1} = \frac{-R_A}{\frac{\pi(3d)^2}{4}} = -\frac{8}{9}\frac{F}{\pi d^2};$$

– 2 участок $0 \le x \le \ell_2$, идем слева:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{S_2} = \frac{F}{\frac{\pi\left(2d\right)^2}{4}} = \frac{F}{\pi d^2};$$

– 3 участок $0 \le x \le \ell_3$, идем справа:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{S_3} = \frac{-F}{\frac{\pi d^2}{4}} = -\frac{4F}{\pi d^2}.$$

Опасным сечением является любое сечение участка 3:

$$\sigma_x = -\frac{4F}{\pi d^2}.$$

Из условия прочности определяем диаметр прутка $\sigma_{\max} \le \left[\sigma\right]$:

$$\frac{4F}{\pi d^2} = \left[\sigma\right], \text{ отсюда } d \ge \sqrt{\frac{4F}{\pi\left[\sigma\right]}}.$$

Выбираем значение d. Определяем деформацию – общее удлинение $\Delta\ell_{\text{общ}}$.

Из формулы Гука имеем:

$$\Delta\ell_{\text{общ}} = \sum_1^n \Delta\ell_i = \frac{F}{E\pi d^2}\left[-\frac{8}{9}\ell_1 + \ell_2 - 4\ell_3\right].$$

Подставляем исходные данные: ℓ_3 = 250 мм, ℓ_2 = 200 мм, ℓ_1 = 150 мм, $\left[\sigma\right] = 100$ МПа, $E = 20 \cdot 10^4$ МПа. Получим:

$$d \ge \sqrt{\frac{4 \cdot 1000}{\pi \cdot 100}} \Rightarrow d \ge 3{,}57 \text{ мм}.$$

Принимаем d = 4 мм. Определим общее удлинение:

$$\Delta\ell_{\text{общ}} = \frac{1000}{20 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot 4^2}\left[-\frac{8}{9} \cdot 150 + 200 - 4 \cdot 250\right] = -0{,}09 \text{ мм}.$$

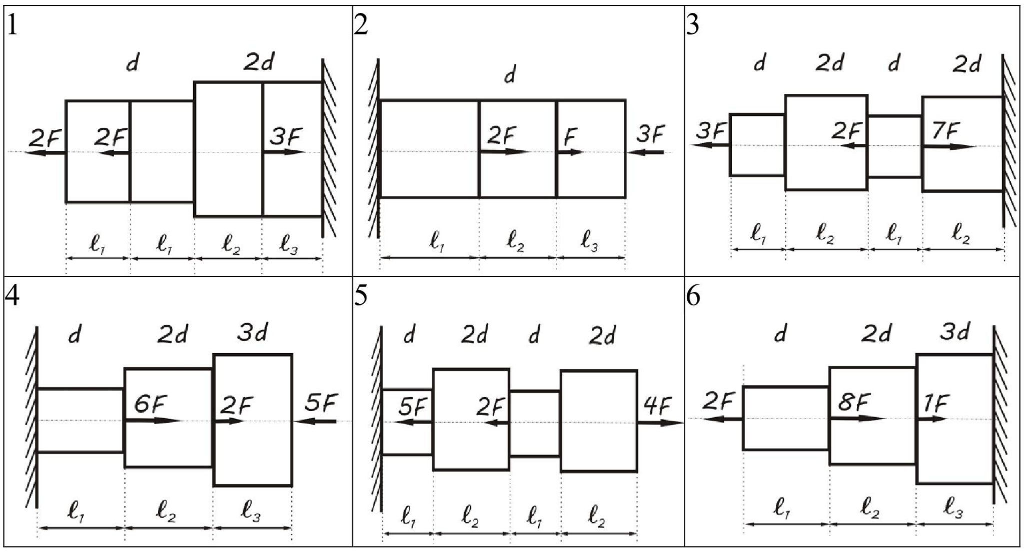
Варианты заданий

Задача: построить эпюр продольных сил и нормальных напряжений. Определить из условия прочности диаметр ***d*** и удлинение, размеры даны в миллиметрах (табл. 3.1). Схема представлена в табл. 3.2.

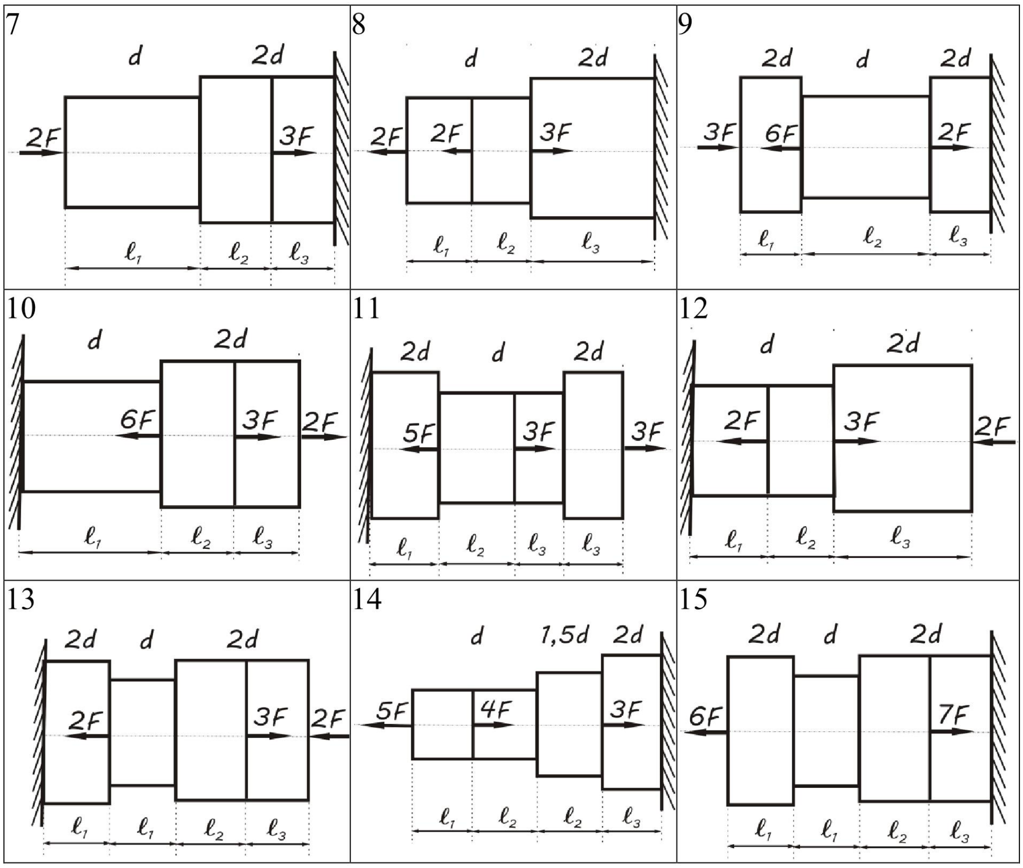
Таблица 3.1

Вариант	Схема	ℓ_1, мм	ℓ_2, мм	ℓ_3, мм	***F***, Н	Вариант	Схема	ℓ_1, мм	ℓ_2, мм	ℓ_3, мм	***F***, Н
1	1	200	400	200	1000	16	1	300	400	300	2000
2	2	400	300	400	3000	17	2	600	400	600	2000
3	3	500	300	–	2000	18	3	300	200	–	4000
4	4	200	400	600	1000	19	4	100	300	500	3000
5	5	300	200	–	1000	20	5	500	200	–	1000
6	6	400	300	500	2000	21	6	200	100	200	2000
7	7	100	400	300	3000	22	7	200	300	100	1000
8	8	500	300	200	2000	23	8	600	200	400	3000
9	9	200	500	300	2000	24	9	100	300	500	1000
10	10	200	300	500	1000	25	10	300	400	600	3000
11	11	100	300	400	3000	26	11	300	200	100	2000
12	12	200	500	400	2000	27	12	300	300	100	2000
13	13	100	200	300	1000	28	13	300	400	200	1000
14	14	200	100	300	3000	29	14	500	100	100	3000
15	15	100	200	300	2000	30	15	200	500	200	2000

Таблица 3.2



Окончание табл. 3.2



Контрольные вопросы

1. Деформация. Упругость. Пластичность.
2. Метод сечений.
3. Закон Гука при растяжении, сжатии.
4. Правила построения эпюр продольных сил и нормальных напряжений.

5 Условие прочности.

6. Допускаемое напряжение.
7. Механические характеристики материала

Лабораторная работа 4

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ

Цель лабораторной работы: усвоение понятий изгиба (чистый изгиб, поперечный изгиб) и условия прочности.

Задача лабораторной работы: пользуясь выбранным методом решения, построить эпюр поперечных сил и изгибающие моменты.

Основные понятия, определения, теоремы: поперечная сила, изгибающий момент, построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов, метод сечений, разбиение на участки, правило знаков, условие прочности при изгибе.

Последовательность решения задачи:

1) определить реакции связей из условия равновесия;

2) определить количество участков на расчетной схеме задачи и направление обхода. Написать уравнение поперечных сил, пользуясь методом сечения и правилом знаков. Построить эпюр поперечных сил;

3) написать уравнения изгибающих моментов относительно точки, где находится подвижное сечение. Пользуясь методом сечения, правилом знаков, понятием момента сил относительно точки и пары сил, построить эпюр изгибающих моментов;

4) определить опасное сечение и величину максимального изгибающего момента.

Примеры решения задач

Пример 1

Задача. Балка *AB* (рис. 4.1) с круглым поперечным сечением и диаметром *d* в точке *A* имеет шарнирно-неподвижную опору, а в точке *B* – шарнирно-подвижную опору. Длина балки ($a + b$). В точке *C* приложена сосредоточенная сила *F*. Построить эпюр поперечных сил и изгибающих моментов:

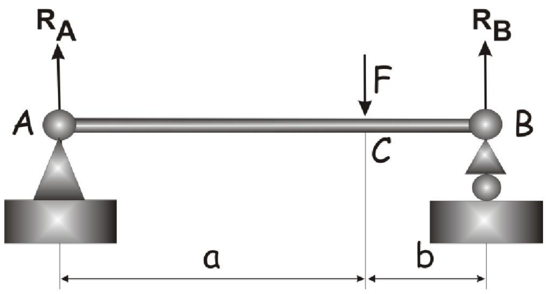


Рис. 4.1

$$\boldsymbol{F} = 1000\ H;\ [\sigma] = 200\ \text{МПа};\ a = 600\ \text{мм};\ \boldsymbol{b} = 400\ \text{мм}.$$

Решение. Из условия равновесия определяем реакции шарниров. Реакция подвижного шарнира В направлена перпендикулярно опоре, вверх. Реакция неподвижного шарнира *A* направлена по оси *Y*. Предположим, что

$\overrightarrow{R_A}$ направлена вверх. В том случае, если корни решения уравнений равновесия (реакции R_A) будут иметь знак «минус», то указанное направление R_A надо изменить на противоположное.

Записываем уравнения равновесия: $\begin{cases} \sum_1^n M_A = 0, \\ \sum_1^n M_B = 0. \end{cases}$

Третье уравнение $\sum_1^n F_{iy} = 0$ – проверочное. Его используют для округления погрешностей расчета:

$$\begin{cases} \sum_1^n M_A = 0 : -F \cdot a + R_B(a+b) = 0, \\ \sum_1^n M_B = 0 : -R_A(a+b) \ + F \cdot b = 0, \end{cases}$$

отсюда $R_A = F\dfrac{b}{(a+b)}$, $R_B = F\dfrac{a}{(a+b)}$.

Разбиваем балку на 2 участка (рис. 4.2).

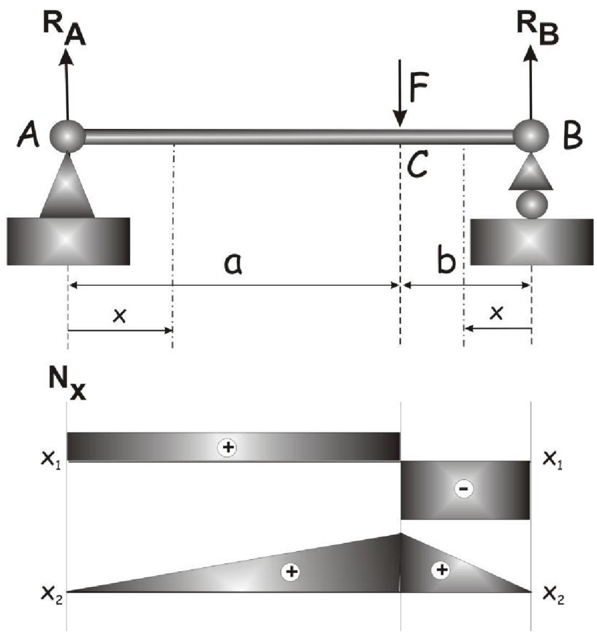


Рис. 4.2

Строим эпюр поперечных сил:

1-й участок, $0 \le x \le a$, идем слева:

$$Q_x = R_A = F\frac{b}{(a+b)};$$

2-й участок, $0 \le x \le b$, идем справа:

$$Q_X = -R_B = -F\frac{a}{(a+b)}.$$

Строим эпюр изгибающих моментов:

1-й участок, $0 \le x \le a$, идем слева: $M_x = R_A \cdot x$.

Для построения эпюр необходимо знать две точки. При $x = 0$

$$M_{x=0} = RA \cdot 0 = 0.$$

При $x = a$:

$$M_{x=A} = R_A \cdot a = F\frac{ab}{(a+b)}.$$

2-й участок, $0 \le x \le b$, идем справа: $M_x = RB \cdot x$

Для построения эпюр необходимо знать две точки. При $x = 0$,

$$M_{x=0} = R_B \cdot 0 = 0.$$

При $x = b$

$$M_{x=b} = R_B \cdot b = F\frac{ab}{(a+b)}.$$

Опасным сечением является сечение C: $M_{\max} = F\frac{ab}{(a+b)}$.

Определяем размеры поперечного сечения балки (W зависит от конфигурации профиля поперечного сечения балки) из условия прочности $\sigma_{\max} \le [\sigma]$.

$$\frac{M_{\max}}{W} \le [\sigma],$$

где W –момент сопротивления площади поперечного сечения $W \ge \frac{M_{\max}}{[\sigma]}$.

Например, для поперечного круглого сечения балки $W = \frac{d^3}{16}$, где d – диаметр сечения, из условий задачи $\boldsymbol{F} = 1000$ H, $[\sigma] = 200$ МПа; $a = 600$ мм; $\boldsymbol{b} = 400$ мм, получим:

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{16 \cdot F \cdot a \cdot b}{(a+b) \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1000 \cdot 600 \cdot 400}{(600+400) \cdot 200}} \approx 26{,}77 \text{ мм}$$

Принимаем ***d*** = 27 мм.

Пример 2

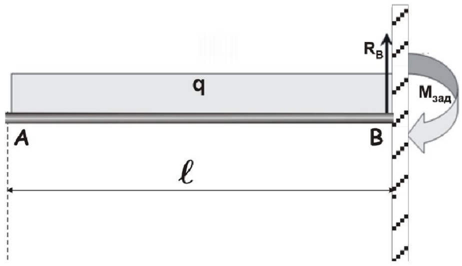


Рис. 4.3

Задача. Консоль *AB* (рис. 4.3) прямоугольного сечения, длиной ℓ, нагружена равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q. Построить эпюр поперечных сил и изгибающих моментов:

$\boldsymbol{Q}$ = 6 *Н*/мм; $[\sigma] = 100$ МПа;

ℓ = 100 мм; ***b***/***h*** = 2.

Решение. Из условия равновесия определяем реакцию заделки R_A и реактивный момент заделки $M_{\text{зад}}$:

$$\begin{cases} \sum\limits_1^n F_{iy} = 0 : R_a - q \cdot l = 0, \\ \sum\limits_1^n M_A = 0 : M_{\text{зад}} - \dfrac{ql^2}{2} = 0. \end{cases}$$

Отсюда $R_a = q \cdot l$; $M_{\text{зад}} = \dfrac{ql^2}{2}$.

Так как искомые величины имеют знак плюс (+), то указанные направления векторов на расчетной схеме верны. Балка *AB* имеет один участок.

Строим эпюр поперечных сил и изгибающих моментов (рис. 4.4):

1-й участок, $0 \le x \le \ell$, идем слева. Поперечная сила $Q_x = qx$. Для построения эпюр определим значение поперечной силы в двух точках. При $x = 0$;

$$Q_{x=0} = q \cdot 0 = 0.$$

При $x = \ell$,

$$Q_{x=\ell} = q \cdot \ell.$$

Изгибающий момент: $M_x = -q\dfrac{x^2}{2}$.

Это парабола, ветви которой направлены вниз. Определим значение изгибающего момента в трех точках.

При $x = 0$, $M_{x=0} = -\dfrac{q \cdot 0^2}{2} = 0$;

при $x = \dfrac{\ell}{2}$, $M_{x=\frac{\ell}{2}} = -\dfrac{q\ell^2}{8}$;

при $x = \ell$; $M_{x=\ell} = -\dfrac{q\ell^2}{2}$.

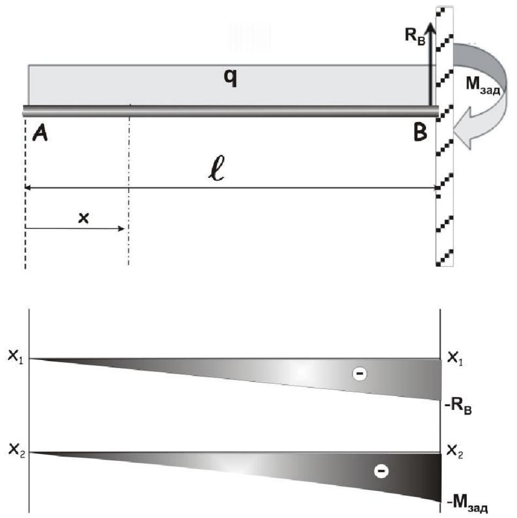


Рис. 4.4

Опасным сечением является сечение A: $M_{\max} = \dfrac{q\ell^2}{2}$, где максимальное напряжение – $\dfrac{M_{\max}}{W}$. Из условия прочности $\sigma_{\max} \le [\sigma]$ определяем $W \ge \dfrac{M_{\max}}{[\sigma]}$.

Из условий задачи: $\boldsymbol{q}$ = 6*Н*/мм; $[\sigma] = 100$ МПа; ℓ = 100 мм; $\boldsymbol{b/h}$ = 2; имеем $W = \dfrac{bh^2}{3}$, следовательно:

$$h \ge \sqrt{\frac{3q \cdot l}{2 \cdot [\sigma]}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 6 \cdot 100^2}{2 \cdot 100}} = 30 \text{ мм}.$$

Принимаем h = 30 мм, b = 60 мм.

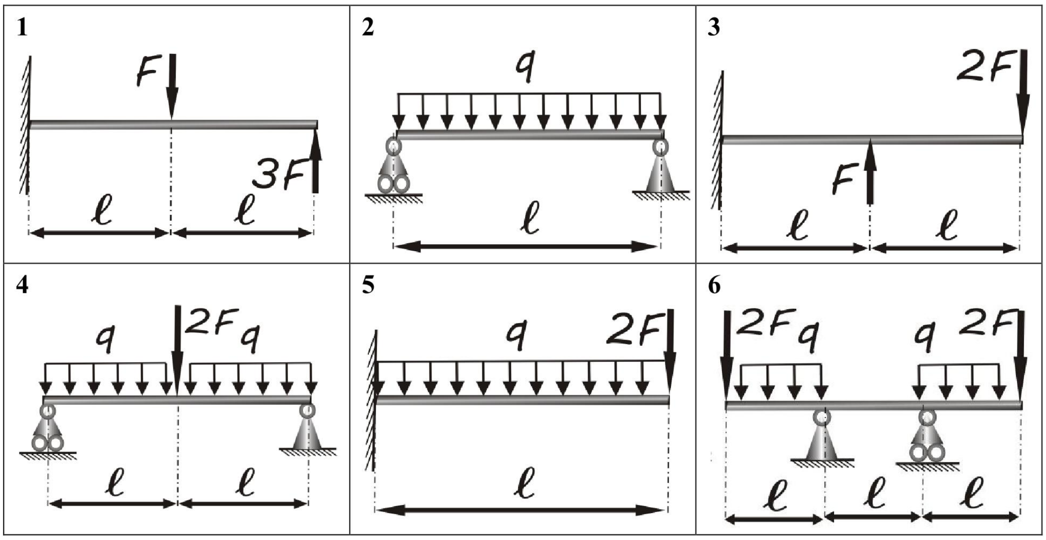
Варианты заданий

Задача. Построить эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. $[\sigma] = 150$ МПа. Определить поперечные размеры. Исходные данные – в табл. 4.1, схемы в табл. 4.2.

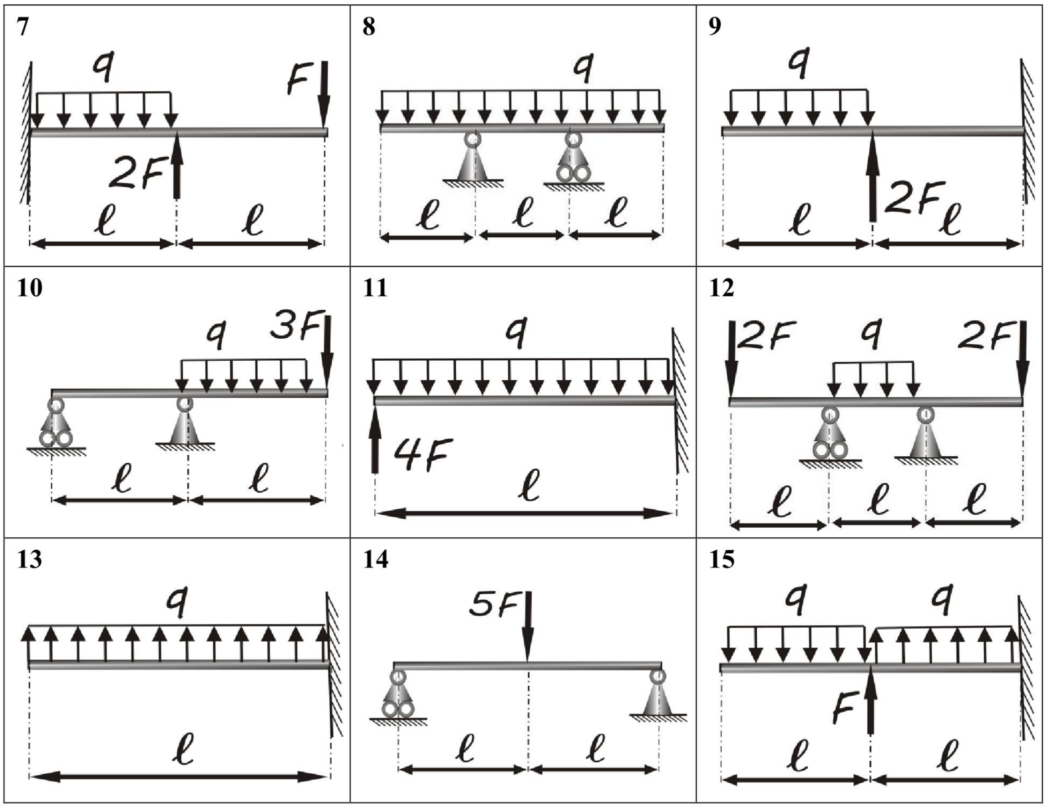
Таблица 4.1

Вариант	Схема	*ℓ*, мм	*F*, Н	*q*, Н/мм	Вариант	Схема	*ℓ*, мм	*F*, Н	*q*, Н/мм
1	1	300	5000	–	16	1	320	4000	–
2	2	200	–	4	17	2	180	–	4
3	3	500	2000	–	18	3	450	3000	–
4	4	220	3000	5	19	4	240	2000	4
5	5	400	8000	2	20	5	300	6000	2
6	6	500	6000	2	21	6	420	6000	3
7	7	250	6000	3	22	7	280	4200	3
8	8	300	–	10	23	8	340	–	10
9	9	400	3000	4	24	9	180	2400	4
10	10	250	2500	2	25	10	380	1000	2
11	11	600	4000	3	26	11	700	4000	2
12	12	150	2200	3	27	12	150	3000	3
13	13	320	–	4	28	13	210	–	5
14	14	240	3500	–	29	14	200	2000	–
15	15	120	3000	6	30	15	140	1000	6

Таблица 4.2



Окончание табл. 4.2



Контрольные вопросы

1. Чистый изгиб. Поперечный изгиб.
2. Условие прочности при изгибе.
3. Правила построения эпюр поперечных сил, изгибающих моментов.
4. Момент сопротивления площади поперечного сечения балки.

Лабораторная работа 5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОГИБА ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ БАЛКИ

Цель лабораторной работы: усвоение темы «Дифференциальное уравнение упругой линии балки. Граничные условия».

Задача лабораторной работы: пользуясь выбранным методом решения, составить и решить дифференциальное уравнение упругой линии балки; определить из граничных условий постоянные интегрирования; построить профиль при деформации.

Основные понятия, определения, теоремы: изгибающий момент, дифференциальное уравнение упругой линии балки, граничные условия.

Последовательность решения задачи:

1) определяем реакции связей. Разбиваем балку на участки;

2) записываем уравнения изгибающих моментов M_x;

3) для определения прогиба воспользуемся дифференциальным уравнением упругой линии балки. Дважды интегрируем;

4) после интегрирования получаем зависимость $y = f(x, C_1, C_2)$, в которую входят две постоянных интегрирования C_1, C_2;

5) значения постоянных интегрирования определяем из граничных условий.

Пример решения задачи

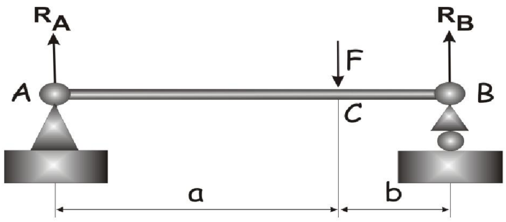


Рис. 5.1

Задача. Балка AB (рис. 5.1) в точке A имеет шарнирно-неподвижную опору, а в точке B – шарнирно-подвижную опору. Длина балки ($a + b$). В точке C приложена сосредоточенная сила F. Требуется определить прогиб балки.

$\boldsymbol{F} = 1000$ H, $\boldsymbol{a} = 500$ мм, $\boldsymbol{b} = 500$ мм, $\boldsymbol{I} = 10^4$ мм^4, $\boldsymbol{E} = 20 \cdot 10^4$ МПа.

Решение. Определим реакции опор R_A и R_B (из условия равновесия) и размеры поперечного сечения балки (из условия прочности) (ЛР4 пример 1). Систему координат XOY помещаем в точку A (рис. 5.2). Балка имеет два участка. Записываем уравнения изгибающих моментов.

1-й участок, $0 \le x \le a$, идем слева: $M_x = R_A \cdot x$;

2-й участок, $0 \le x \le b$, идем слева: $M_x = R_A \cdot x - F(x - a)$.

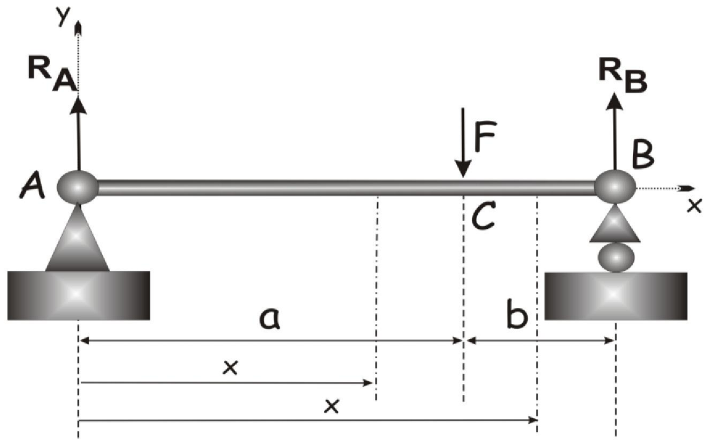


Рис. 5.2

Дифференциальное уравнение упругой линии балки

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M_x}{EI},$$

где E – модуль продольной упругости, I – момент инерции площади поперечного сечения балки (например, для балки прямоугольного сечения $I = \frac{bh^3}{12}$, а для круглого сечения $I = \frac{d^4}{64}$).

Дважды интегрируем:

для 1-го участка:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI}\left[R_A \frac{x^2}{2}\Big|\right] + C_1; \quad \text{отсюда } y = \frac{1}{EI}\left[R_A \frac{x^3}{6}\Big|\right] + C_1 x + C_2;$$

для 2-го участка:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI}\left[R_A \frac{x^2}{2} - F\frac{(x-a)^2}{2}\Big|\right] + C_1;$$

$$\text{отсюда } y = \frac{1}{EI}\left[R_A \frac{x^3}{6} - F\frac{(x-a)^3}{6}\Big|\right] + C_1 x + C_2.$$

Для определения постоянных интегрирования C_1 и C_2 воспользуемся граничными условиями: если $x = 0$, то $y = 0$ – для 1-го участка; если $x = (a + b)$, то $y = 0$ – для 2-го участка. Получаем уравнения:

$$0 = \frac{1}{EI}\left[R_A \cdot \frac{0^3}{6}\Big|\right] + C_1 \cdot 0 + C_2; \text{ отсюда } C_2 = 0;$$

$$0 = \frac{1}{EI}\left[R_A \frac{(a+b)^3}{6} - \frac{Fb^3}{6} \right] + C_1(a+b) + C_2;$$

$$\text{отсюда } C_1 = \frac{1}{EI}\left[-R_A \frac{(a+b)^2}{6} + F\frac{b^3}{6(a+b)} \right].$$

Подставляя исходные значения (F = 1000 Н, ***a*** = 500 мм, ***b*** = 500 мм, ***I*** = 10^4 мм^4, ***E*** = 20 · 10^4 МПа), получаем: $C_1 \approx 4 \cdot 10^2$; $C_1 \cdot a$ = 20 мм.

Прогиб в точке C

$$y_C = \frac{1}{EI}\left[R_A \frac{a^3}{6} \right] + C_1 a = -15\,\text{мм}.$$

Варианты заданий

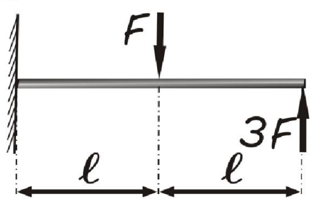
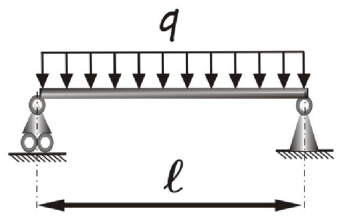
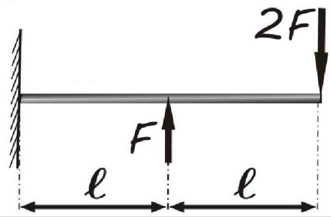
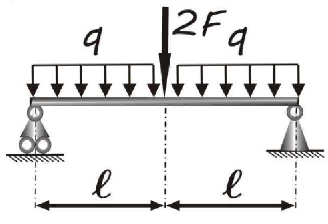
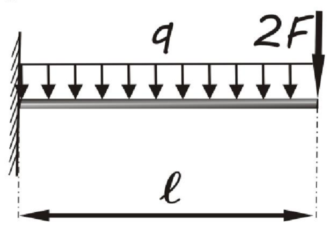
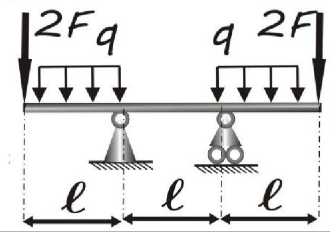
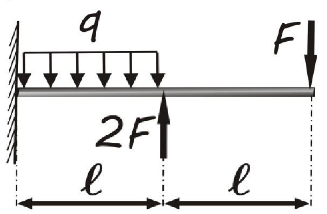
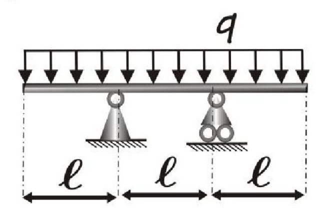
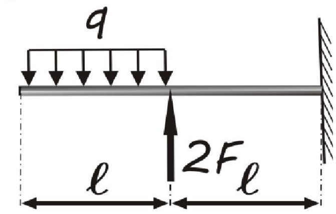
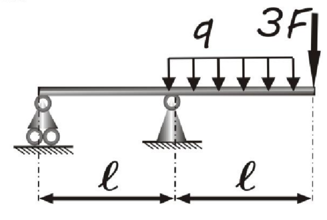
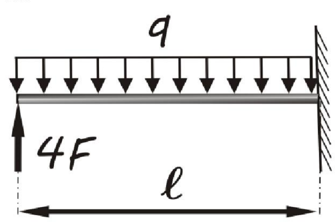
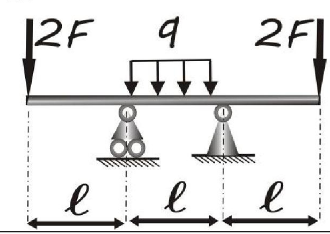
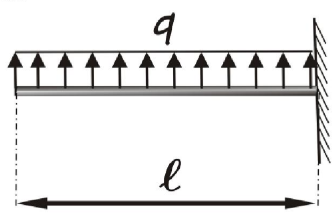
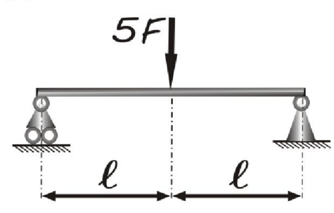
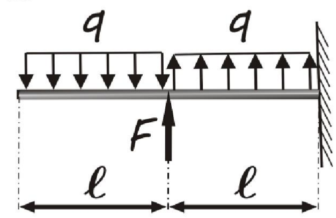
Задача: Определить прогиб балки. $E = 18 \cdot 10^4$ МПа. Исходные данные представлены в табл. 5.1, схемы – в табл. 5.2.

Таблица 5.1

Вариант	Схема	ℓ, мм	F, Н	q, Н/мм	I, мм^4	Вариант	Схема	ℓ, мм	F, Н	q, Н/мм	I, мм^4
1	1	300	5000	–	6400	16	1	220	2000	–	8500
2	2	200	–	5	2300	17	2	250	–	3	7500
3	3	500	2000	–	8000	18	3	180	1000	–	8000
4	4	220	3000	5	5200	19	4	320	4000	–	5400
5	5	400	8000	3	3800	20	5	180	5000	2	3200
6	6	500	2000	2	4000	21	6	450	3000	5	7500
7	7	250	6000	5	7800	22	7	240	2000	4	6000
8	8	300	–	3	6200	23	8	300	–	5	4700
9	9	400	3000	2	4500	24	9	420	3000	3	3800
10	10	250	2500	3	3600	25	10	280	4200	2	8100
11	11	600	4000	3	2100	26	11	340	3800	5	7400
12	12	150	2200	5	7200	27	12	180	2400	3	5900
13	13	320	–	4	4600	28	13	380	–	5	4400
14	14	240	3500	–	8100	29	14	700	2800	–	6800
15	15	160	1400	3	9000	30	15	150	3000	2	7200

Исходные данные могут быть получены из выполненной лабораторной работы 2.

Таблица 5.2

1 	**2** 	**3** 
4 	**5** 	**6** 
7 	**8** 	**9** 
10 	**11** 	**12** 
13 	**14** 	**15** 

Контрольные вопросы

1. Дифференциальное уравнение упругой линии балки.
2. Граничные условия.
3. Примеры определения постоянных интегрированием.
4. Правило размещения системы координат.
5. Уравнения моментов на различных участках.

Лабораторная работа 6

СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

Цель лабораторной работы: по структурно-кинематической схеме механизма проанализировать основные характеристики: движение звеньев, кинематические пары, степень подвижности.

Задачи лабораторной работы: исследование структуры механизма, в том числе определение вида звеньев и их движений, определение кинематических пар и степени подвижности механизма.

Теоретическое содержание работы. Процесс проектирования механизмов на основе имеющегося прототипа начинается с составления его кинематической схемы и изучения структуры с целью последующего синтеза или анализа. Проведение структурного анализа помогает более полно осознать назначение механизмов в целом и роль в нем отдельных звеньев.

Как известно, механизмом называется замкнутая кинематическая цепь с одним звеном, принятом за неподвижное, в котором, при заданном движении одного или нескольких звеньев, остальные звенья совершают вполне определенные движения. Неподвижное звено в любом механизме называется стойкой. Причем стойка – это не только рама или основание механизма, но и все элементы устройства, такие как кронштейны, штоки, направляющие, подшипники и т. д., жестко связанные с рамой или основанием. Название звена механизма определяется в основном видом абсолютного движения, совершаемого этим звеном относительно стойки с учетом особенностей геометрии звена и кинематических пар, в которые входит данное звено. Так, например, в изображенном на рис. 6.1 кривошипно-коромысловом механизме звенья 1 и 3 имеют одинаковые геометрию и элементы кинематических пар, но совершают различные движения относительно стойки 4. Звено 1 совершает полное вращательное движение и называется кривошипом, а звено 3 совершает неполное вращательное движение и называется коромыслом или поводком.

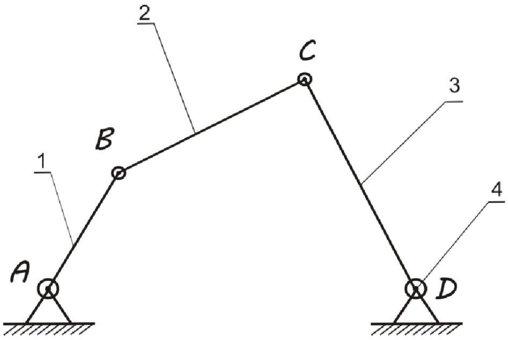


Рис. 6.1

Плоскими мы называем такие механизмы, траектории точек звеньев которых лежат в параллельных плоскостях. Если в механизм входят только низшие кинематические пары, то такой механизм называется стержневым. Например, механизм, показанный на рис. 6.1 – плоский стержневой.

Низшими называют такие кинематические пары, в которых контакт элементов кинематических пар звеньев осуществляется по поверхности. Обычно такой поверхностью является либо плоскость, как, например, в плоском шарнире. Но возможны и другие виды поверхностей. Отличительной особенностью низших кинематических пар является вид относительного движения звеньев кинематической пары. Так, например, в плоском шарнире одно звено относительно другого совершает вращательное движение, поэтому и пара называется вращательной. При относительном поступательном движении пара называется поступательной. Важной характеристикой кинематической пары является класс пары, который определяется числом связей, наложенных на относительные независимые перемещения звеньев в паре. Например, в плоском шарнире звенья имеют только одно разрешенное движение – вращение. Значит, на движение звеньев наложены пять условий связи, поэтому класс пары пятый (5).

В высших кинематических парах контакт элементов осуществляется в точке или по линии. У высших кинематических пар относительное движение звеньев не является отличительной особенностью пары и поэтому не упоминается при характеристике пары.

Важной характеристикой механизма является степень подвижности, которая для плоских механизмов определяется по формуле Чебышева:

$$W = 3(n-1) - 2p_5 - 1p_4,$$

где n – число звеньев, p_5 – число кинематических пар пятого класса, p_4 – число кинематических пар четвертого класса соответственно.

Эта формула не учитывает пассивные звенья, т. е. такие, которые не влияют на кинематику механизма. Такие звенья включаются в кинематическую схему механизма из технологических и конструктивных соображений. Звенья и кинематические пары изображаются на кинематических схемах условно, т. е. упрощенно.

Порядок выполнения работы:

1) по заданной кинематической схеме механизма разобраться в характере движения звеньев и характере соединения звеньев;

2) обозначить на схеме арабскими цифрами звенья и буквами латинского алфавита кинематические пары;

3) подсчитать число активных звеньев механизма, число кинематических пар i-го класса, принадлежащих активным звеньям;

4) по формуле Чебышева определить степень подвижности механизма. Проанализировать результат;

5) результаты оформить в табл. 6.1 и табл. 6.2.

Таблица 6.1

Классификация звеньев механизма

Обозначение звена	Название звена	Вид абсолютного движения звена	Примечание

Таблица 6.2

Классификация кинематических пар

Обозначение кинематической пары	Обозначение звеньев входящих в пару	Форма контакта элементов пары	Характеристика пары и вид относительного движения звеньев	Класс пары

Примеры решения задач

Пример 1.

Задача. Дана схема кривошипно-ползунного механизма (рис. 6.2). Классифицировать звенья, кинематические пары. Определить степень подвижности механизма.

Решение. Обозначим на схеме (рис. 6.3) звенья и кинематические пары:

звено 1 – ведущее звено-кривошип. Совершает полное вращательное движение;

звено 2 – шатун. Совершает плоско-параллелельные движения;

звено 3 – шатун. Совершает поступательные движения;

звено 4 – стойка (основание) – неподвижное звено.

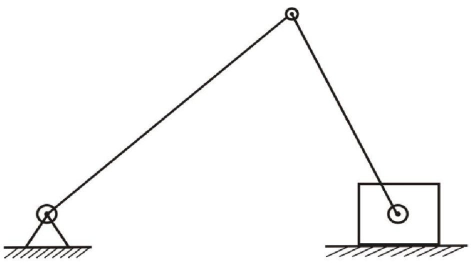


Рис. 6.2

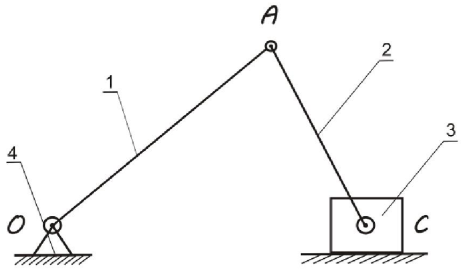


Рис. 6.3

Определим кинематические пары (КП) (табл. 6.3)

Таблица 6.3

Кинематические пары (КП)

Обозначение КП	Обознач. звеньев входящих в КП	Форма контакта	Класс пары p_i
O	1–4	Цилиндрическая поверхность. Низшая	5
A	1–2	Цилиндрическая поверхность. Низшая	5
B	2–3	Цилиндрическая поверхность. Низшая	5
C	3–4	Плоскость. Низшая	5

По форме контакта кинематические пары классифицируют на низшие – по поверхности, высшие – по линии или точке. Класс пары определяют числом наложенных связей. Число активных звеньев n = 4. Число кинематических пар 5-го класса p_5 = 4 Степень подвижности определяют по формуле Чебышева. Для плоского механизма:

$$W = 3(n - 1) - 2 \cdot p_5 - 1 \cdot p_4.$$

Получаем: $W = 3(4 - 1) - 2*4 = 1$.

Пример 2.

Задача. Дана схема зубчатого механизма (рис. 6.4). Классифицировать звенья, кинематические пары. Определить степень подвижности механизма.

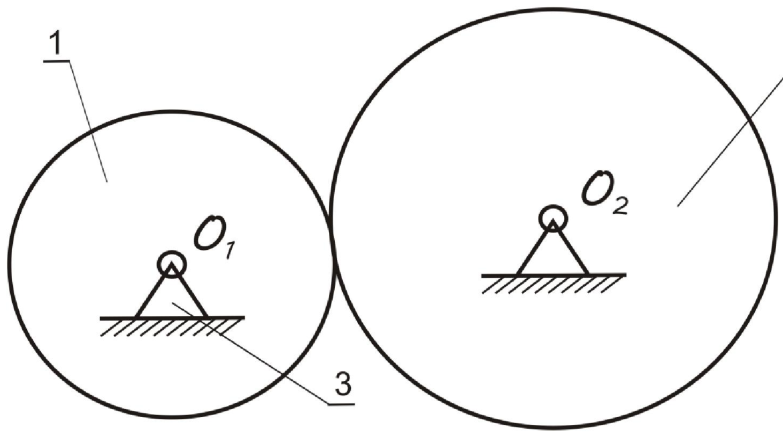


Рис. 6.4

Решение. Определим степень подвижности механизма.
Выделим звенья:
звено 1 – шестерня. Вращательное движение;
звено 2 – колесо. Вращательное движение;
звено 3 – стойка (основание). Неподвижное звено.
Определим кинематические пары (КП) (табл. 6.4).

Таблица 6.4

Кинематические пары (КП)

Обозначение КП	Обознач. звеньев входящих в КП	Форма контакта	Класс пары p_i, i
O_1	1–3	Цилиндрическая поверхность. Низшая	5
O_2	2–3	Цилиндрическая поверхность. Низшая	5
A	1–2	Линия. Высшая	4

Число активных звеньев n = 3; Число КП 5-го класса p_5 = 2; число КП 4-го класса p_4 = 1; Степень подвижности определяем по формуле Чебышева:

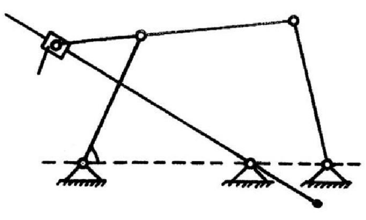
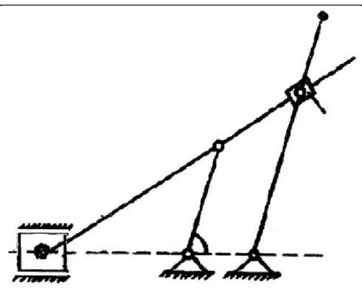
$$W = 3(n - 1) - 2 \cdot p_5 - 1 \cdot p_4.$$

Получаем: $W = 3(3 - 1) - 2 \cdot 2 - 1 = 6 - 4 - 1 = 1$.

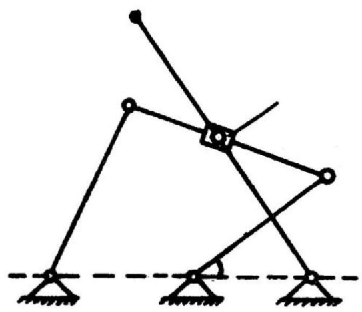
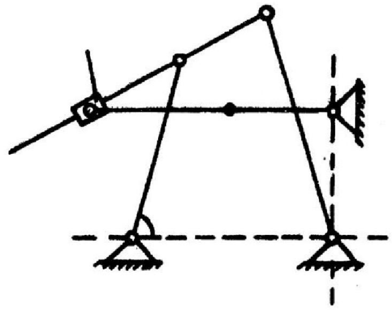
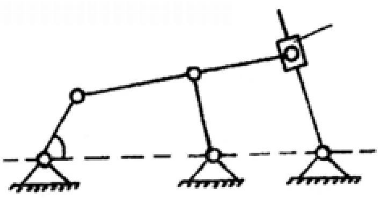
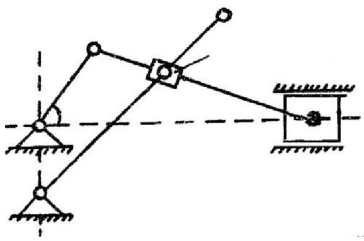
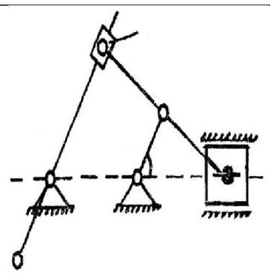
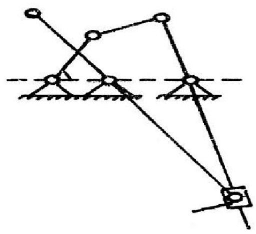
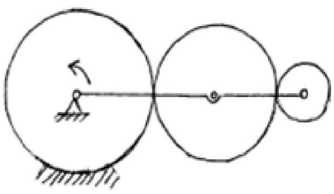
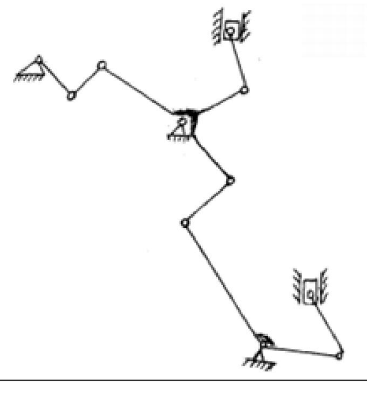
Варианты заданий

Задача. Составить кинематическую схему представленного механизма (табл. 6.5).

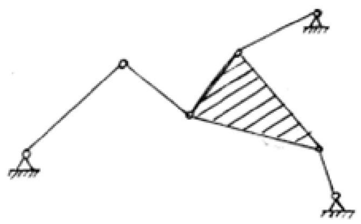
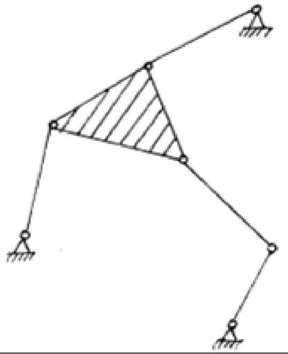
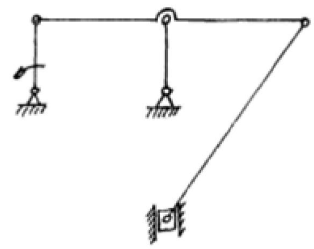
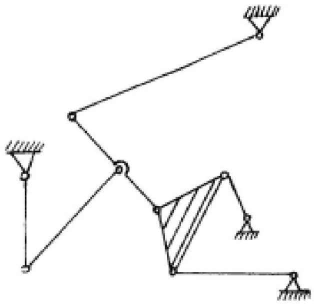
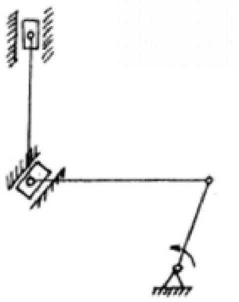
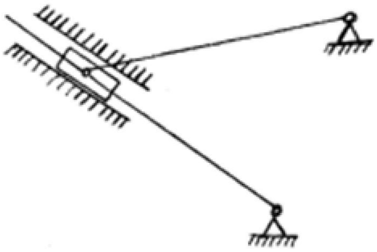
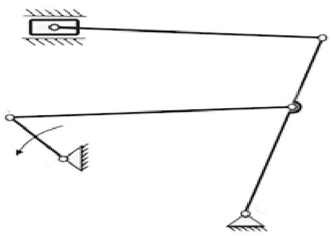
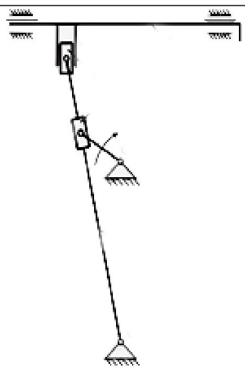
Таблица 6.5

1	2
	

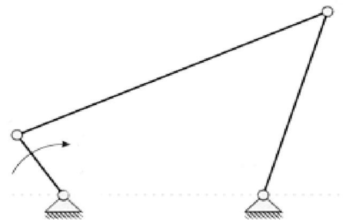
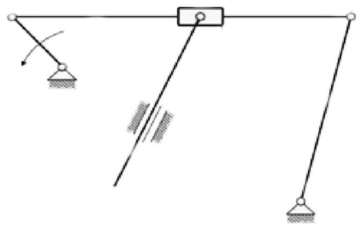
Продолжение табл. 6.5

3 	**4** 
5 	**6** 
7 	**8** 
9 	**10** 

Продолжение табл. 6.5

11 	**12** 
13 	**14** 
15 	**16** 
17 	**18** 

Окончание табл. 6.5

19 	**20** 

Контрольные вопросы

1. Звенья их абсолютное движение, примеры.
2. Кинематические пары и их классификация. Примеры кинематических пар.
3. Кинематическая цепь и механизм, примеры механизмов.
4. Правила изображения звеньев и кинематических пар на кинематических схемах механизмов.
5. Передаточное отношение.
6. Классификация механизмов.
7. Структура и степень подвижности механизма. Формула Чебышева.

Лабораторная работа 7

СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Цель лабораторной работы: усвоение понятий: структурно-кинематическая схема механизма; зубчатые механизмы с неподвижными параллельными осями (рядовые, ступенчатые передачи); эпициклические зубчатые механизмы; планетарные механизмы; конструктивные параметры колес.

Задача лабораторной работы: используя заданную структурно кинематическую схему планетарного механизма, модуль и передаточное отношение, синтезировать механизм, удовлетворяющий основным предъявляемым критериям.

Основные понятия, определения, теоремы: зубчатые механизмы, структурно-кинематическая схема, передаточное отношение, основные параметры зубчатого колеса, модуль зубчатого колеса, основные критерии выбора параметров при синтезе планетарного механизма.

Теоретическое содержание работы

Сложными зубчатыми механизмами называются механизмы с зубчатыми передачами с числом зубчатых колес больше двух. Это могут быть механизмы с оригинальными структурными схемами или механизмы, образованные последовательным или параллельным соединением простейших типовых зубчатых механизмов.

Сложные зубчатые механизмы, в которых ось хотя бы одного колеса подвижна, называются планетарными механизмами.

Элементы планетарного механизма имеют специальные названия:

1) зубчатое колесо с внешними зубьями, расположенное в центре механизма называется «солнечным»;

2) колесо с внутренними зубьями называют «короной» или «эпициклом»;

3) колеса, оси которых подвижны, называют «сателлитами»;

4) подвижное звено, на котором установлены сателлиты, называют «водилом». Звено водила принято обозначать не цифрой, а латинской буквой ***H***.

Порядок решения задачи

Рассмотрим задачу подбора чисел зубьев для планетарного механизма.

Условия, которые необходимо выполнить при подборе чисел зубьев колес типового планетарного механизма:

1) определить заданное передаточное отношение с требуемой точностью;

2) проверить соосность входного и выходного валов механизма;

3) проверить свободное размещение (соседство) сателлитов;

4) проверить сборку механизма при выбранных числах зубьев колес;

5) проверить отсутствие подреза зубьев с внешним зацеплением;

6) проверить отсутствие заклинивания во внутреннем зацеплении;

7) рассчитать минимальные относительные габариты механизма.

Рассмотрим эти условия подробнее на примере сложного планетарного механизма с двумя внешними зацеплениями.

Пример решения задачи

Дано. Схема планетарного механизма с тремя сателлитами (k = 3) (рис. 7.1), передаточное отношение $i_{1H} = -0{,}1$. Найти z_1, z_2, $z_{2'}$, z_4.

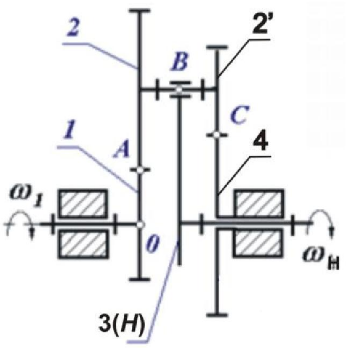


Рис. 7.1

Решение. Для решения этой задачи используем метод сомножителей. Зубья колес планетарного механизма, рассчитанные этим методом, удовлетворяют условиям 1, 2, 5 и 6. Проверяем эти зубья по условиям 3 (соседство) и 4 (сборки) и если они выполняются, считаем этот вариант одним из возможных решений. Если после перебора рассматриваемых сочетаний сомножителей получим несколько возможных решений, то проводим их сравнение по условию 7. Решением задачи будет сочетание чисел зубьев, обеспечивающее габаритный минимальный размер.

Передаточное отношение данного механизма:

$$i_{1H} = 1 - \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_{2'}}.$$

Рассмотрим следующее сочетание сомножителей:

$$\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_{2'}} = \frac{b \cdot d}{a \cdot c} = \frac{11}{10} = \frac{11 \cdot 1}{5 \cdot 2}.$$

При этом получим:

$$z_1 = (d + c) \cdot a \cdot q = (1 + 2) \cdot 5 \cdot q = 15 \cdot q;$$
$$z_2 = (d + c) \cdot b \cdot q = (1 + 2) \cdot 11 \cdot q = 33 \cdot q;$$
$$z_{2'} = (a + b) \cdot c \cdot q = (5 + 11) \cdot 2 \cdot q = 32 \cdot q;$$
$$z_4 = (a + b) \cdot d \cdot q = (5 + 11) \cdot 1 \cdot q = 16 \cdot q;$$

где $\boldsymbol{q}$ – произвольный целый множитель. Выбираем $\boldsymbol{q}$ так, чтобы число зубьев сателлитов не было меньше 17.

При $\boldsymbol{q}$ = 2: z_1 = 30, z_2 = 66, $z_{2'}$ = 64, z_4 = 32.

Проверяем условия соседства, в схеме с внешним зацеплением имеем:

$$k \le \frac{\pi}{\arcsin \frac{z_2+2}{z_1+z_2}} \approx 4.$$

Отсюда видно, что 3 < 4, условие соседства соблюдается.

Проверка условия сборки $i_{1H} \frac{z_1}{k} \cdot \left(1+k \cdot p\right)$, где ***p*** – произвольное целое число, а результат также является целым числом. Получим $\frac{-30}{10 \cdot 3} \cdot (1+3 \cdot p) = 3 \cdot p - 1$ – целое число, условие выполняется.

Другие варианты сомножителей не проходят проверок.

Ответ: $z_1 = 30$, $z_2 = 66$, $z_{2'} = 64$, $z_4 = 32$.

Примечание

Стоит отметить, что для расчета числа зубьев, в зависимости от вида зацепления используют различные системы уравнений. Так, для схемы, представленной в табл. 7.1 вариантов заданий как *а* расчет числа зубьев ведут по формулам:

$$z_1 = (d-c) \cdot a \cdot q;$$
$$z_2 = (d-c) \cdot b \cdot q;$$
$$z_{2'} = (a+b) \cdot c \cdot q;$$
$$z_4 = (a+b) \cdot d \cdot q;$$

а в случае схемы *г* (табл. 7.1) расчет ведут следующим образом:

$$z_1 = (d-c) \cdot a \cdot q;$$
$$z_2 = (d-c) \cdot b \cdot q;$$
$$z_{2'} = (a-b) \cdot c \cdot q;$$
$$z_4 = (a-b) \cdot d \cdot q.$$

Также следует учитывать тип зацепления при проверке условия соседства. Так, для внутреннего зацепления проверочная формула будет выглядеть как:

$$k \le \frac{\pi}{\arcsin \frac{z_2+2}{z_1-z_2}}.$$

Варианты заданий

Схемы планетарных механизмов (табл. 7.1), исходные данные – табл. 7.2.

Таблица 7.1

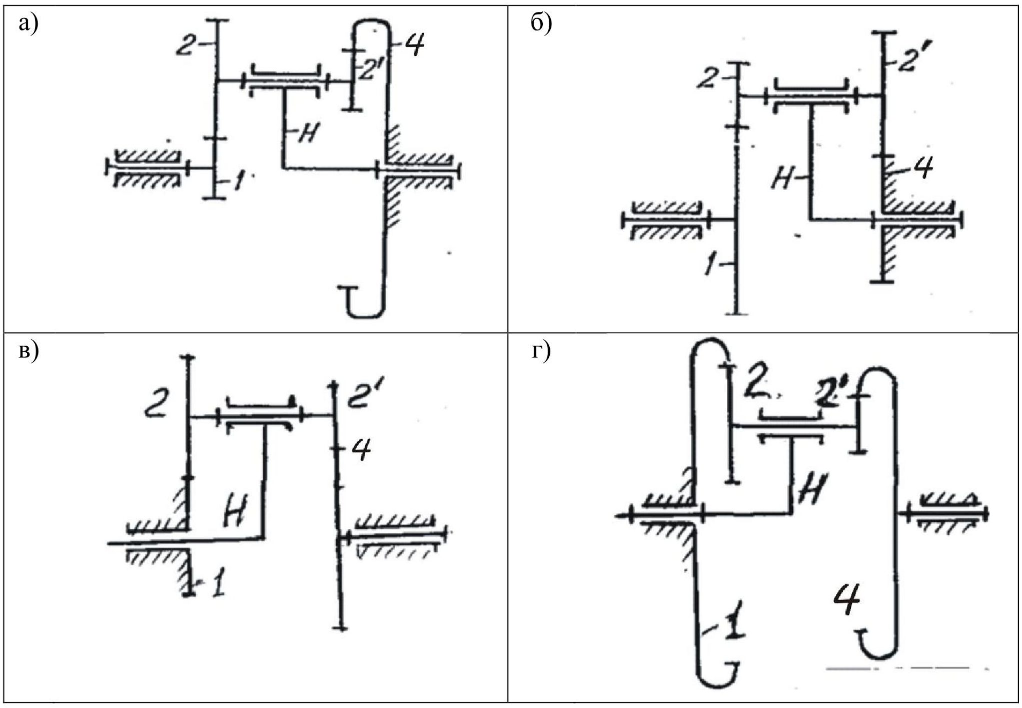


Таблица 7.2

Вариант	Схема	Передаточное отношение		Угловая скорость рабочего звена (об/мин)		Момент зубчатых колес (мм)
		$i_{H,1}$	$i_{1,H}$	n_1	n_H	
1	**а**	–	9	–	150	1,25
2	**б**	–	–11	–	140	1
3	**в**	–	–10	–	380	1
4	**г**	–	–25	–	120	1,25
5	**а**	–	15	–	180	1,5
6	**б**	–	10,5	–	60	2,5
7	**в**	–	–3,5	–	240	2,25
8	**г**	–	4,5	–	360	2
9	**а**	9	–	150	–	1,5
10	**б**	–11	–	140	–	2,25
11	**в**	–10	–	380	–	1,75
12	**г**	–25	–	120	–	1,25
13	**а**	15	–	180	–	2,5

Окончание табл. 7.2

Вариант	Схема	Передаточное отношение		Угловая скорость рабочего звена (об/мин)		Момент зубчатых колес (мм)
		$i_{H,1}$	$i_{1,H}$	n_1	n_H	
14	**б**	10,5	–	60	–	1,5
15	**в**	–3,5	–	240	–	1
16	**г**	4,5	–	360	–	1
17	**а**	–	17	–	240	2
18	**б**	–	–15	–	180	1,75
19	**в**	–	–7	–	320	2
20	**г**	–	4,5	–	480	1,25
21	**а**	21	–	240	–	1,25
22	**б**	6,5	–	360	–	1,5
23	**в**	–8,5	–	120	–	2,5
24	**г**	6,5	–	300	–	2

Контрольные вопросы

1. Классификация механизмов.
2. Зубчатые механические передачи. Рядовые зубчатые механизмы. Передаточные отношения.
3. Зубчатые механические передачи. Ступенчатые зубчатые механизмы. Передаточные отношения.
4. Эпициклические зубчатые механизмы.
5. Дифференциальные зубчатые механизмы. Степень подвижности.
6. Планетарные зубчатые механизмы. Степень подвижности.

Лабораторная работа 8

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Цель лабораторной работы: усвоение понятий: механизм, движение звеньев механизма, вращательное движение, плоскопараллельное движение, мгновенный центр скоростей, угловая скорость.

Задача лабораторной работы: используя синтезированную схему механизма (ЛР 7), заданную величину передаточного отношения и число оборотов рабочего звена, построить план линейных скоростей основных точек звеньев механизма и угловых скоростей: воспользоваться графоаналитическим методом; произвести аналитические расчеты скоростей; определить погрешность; проанализировать кинематические характеристики механизма.

Основные понятия, определения, теоремы: передаточное отношение планетарного механизма; центральные колеса, сателлиты, водило; вращательное движение; плоскопараллельное движение; угловая скорость, мгновенный центр скоростей; линейные скорости точек, принадлежащих звеньям механизма, совершающим вращательное или плоскопараллельное движение.

Теоретическое содержание работы. Сложными зубчатыми механизмами называются механизмы с зубчатыми передачами с числом зубчатых колес больше двух. Это могут быть механизмы с оригинальными структурными схемами или механизмы, образованные последовательным или параллельным соединением простейших типовых зубчатых механизмов.

Сложные зубчатые механизмы, в которых ось хотя бы одного колеса подвижна, называются планетарными механизмами.

Элементы планетарного механизма имеют специальные названия:

1) зубчатое колесо с внешними зубьями, расположенное в центре механизма называется «солнечным»;

2) колесо с внутренними зубьями называют «короной» или «эпициклом»;

3) колеса, оси которых подвижны, называют «сателлитами»;

4) подвижное звено, на котором установлены сателлиты, называют «водилом». Звено водила принято обозначать не цифрой, а латинской буквой $\boldsymbol{H}$.

Пример решения задачи

Задача. На рис. 8.1 изображен типовой планетарный механизм со сложным саттелитом и двумя внешними зацеплениями. Определить аналитическим и графическим методами передаточное отношение механизма. Известны $z_1 = 30$, $z_2 = 66$, $z_{2'} = 64$, $z_4 = 32$.

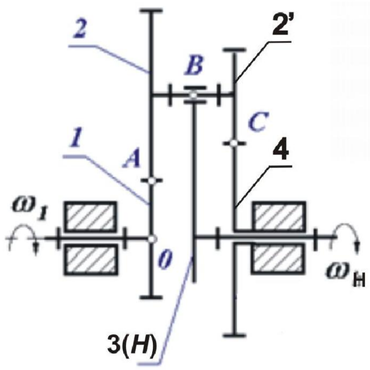


Рис. 8.1

Решение.

1. Аналитическое определение передаточного отношения.

В планетарном редукторе на звене 2 нарезаны два зубчатых венца:

1) z_2, который зацепляется с зубчатым венцом z_1 звена 1;

2) $z_{2'}$, который зацепляется с внутренним зубчатым венцом z_4 звена 4.

По формуле Виллиса отношение угловых скоростей звеньев для внешнего зацепления колес z_2 и z_1

$$(w_1 - w_h) / (w_2 - w_h) = -z_2 / z_1 \;;$$

для внешнего зацепления колес z_4 и $z_{2'}$

$$(w_2 - w_h) / (w_{2'} - w_h) = -z_4 / z_{2'}.$$

Перемножим правые и левые части этих уравнений и получим

$$[(w_1 - w_h) / (w_2 - w_h)] \cdot [(w_2 - w_h) / (w_{2'} - w_h)] = z_2 \cdot z_4 / z_1 \cdot z_{2'};$$

$$[(w_1 - w_h) / (- w_h)] = z_2 \cdot z_4 / z_1 \cdot z_{2'};$$

$$\mathrm{i}_{1H}^{(3)} = w_1 / w_h = 1 - (z_2 \cdot z_4 / z_1 \cdot z_{2'}) = -0{,}1$$

2. Графическое определение передаточного отношения.

В системе координат r_i0V построим треугольники распределения линейных скоростей звеньев (рис. 8.2). Для этого из точки a с ординатой r_1 в выбранном произвольном масштабе m_V, мм / м * c^{-1} отложим отрезок aa'. Через конец этого отрезка и начало координат проведем прямую, которая определит распределение скоростей для точек звена 1, лежащих на оси r_i. Эта прямая образует с осью r_i угол y_1. Так как в точке c скорости звеньев 2 и 3 равны между собой и равны нулю, то соединяя точку c прямой с точкой a, получим линию распределения скоростей для звена 2. Так как точка b принадлежит звеньям 2 и h, то ее скорость определяется по лучу ca' для радиуса равного $r_B = (r_1 + r_2)$, что в масштабе m_V, мм / м * c^{-1} соответствует отрезку bb'. Соединяя точку b' с началом координат прямой, найдем линию распределения скоростей для водила. Эта линия образует с осью r_i угол y_h . Передаточное отношение планетарного механизма определенное по данным графическим построениям можно записать так $I_{1H}^{(3)} = w_1 / w_H = \mathrm{tg}(y_1) / \mathrm{tg}(y_H) = aa' / aa»$.

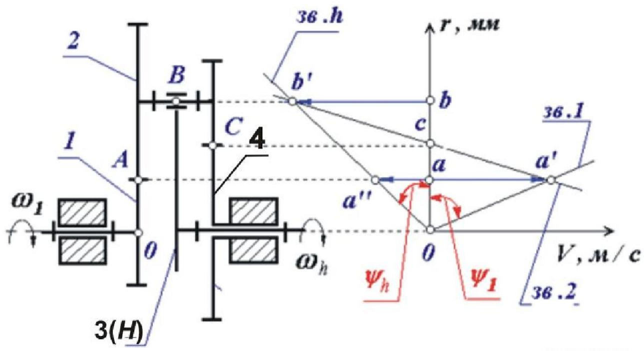


Рис. 8.2

Варианты заданий

Схемы планетарных механизмов в табл. 8.1, исходные данные в табл. 8.2.

Таблица 8.1

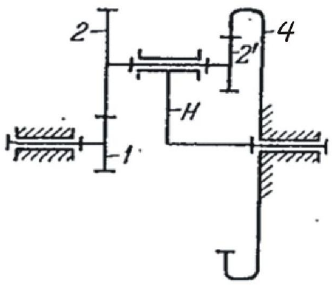
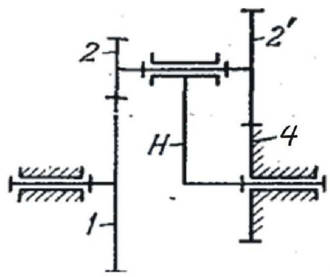
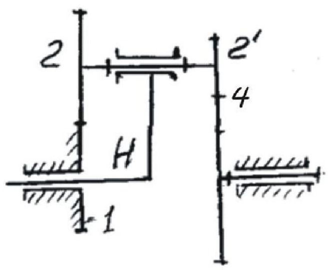
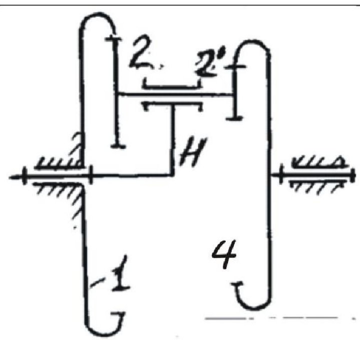
а) 	б) 
в) 	г) 

Таблица 8.2

Исходные данные.

Вариант	Схема	Передаточное отношение		Угловая скорость рабочего звена		Момент зубчатых колес (мм)
		$i_{H,1}$	$i_{1,H}$	n_1	n_H	
1	а	–	9	–	150	1,25
2	б	–	–11	–	140	1
3	в	–	–10	–	380	1
4	г	–	–25	–	120	1,25
5	а	–	15	–	180	1,5
6	б	–	10,5	–	60	2,5
7	в	–	–3,5	–	240	2,25
8	г	–	4,5	–	360	2
9	**а**	9	–	150	–	1,5
10	**б**	–11	–	140	–	2,25
11	**в**	–10	–	380	–	1,75
12	**г**	–25	–	120	–	1,25
13	**а**	15	–	180	–	2,5
14	**б**	10,5	–	60	–	1,5
15	**в**	–3,5	–	240	–	1
16	**г**	4,5	–	360	–	1
17	**а**	–	17	–	240	2
18	**б**	–	–15	–	180	1,75
19	**в**	–	–7	–	320	2
20	**г**	–	4,5	–	480	1,25
21	**а**	21	–	240	–	1,25
22	**б**	6,5	–	360	–	1,5
23	**в**	–8,5	–	120	–	2,5
24	**г**	6,5	–	300	–	2

Исходные данные должны быть получены из выполненной лабораторной работы 7.

Контрольные вопросы

1. Планетарные зубчатые механизмы. Передаточное отношение.
2. Планетарные зубчатые механизмы. Движение звеньев механизации.
3. Планетарные зубчатые механизмы. Целесообразность применения.
4. Центральные колеса. Сателлиты. Водило.
5. Кинематические схемы построение планетарных зубчатых механизмов.

Список литературы

1. *Тарг, С. М.* Краткий курс теоретической механики / С. М. Тарг. – М. : Высшая школа, 1998. – 416 с.

2. *Яблонский, А. А.* Курс теоретической механики. Статика, кинематика, динамика / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – М. : Высшая школа, 1977. – 432 с.

3. *Яблонский, А. А.* Курс теоретической механики. Статика, кинематика, динамика / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – М. : КноРус, 2011. – 608 с.

4. *Кинасошвилли, Р. С.* Сопротивление материалов / Р. С. Кинасошвилли. – М. : Наука, 1975. – 384 с.

5. *Феодосьев, В. И.* Сопротивление материалов. Серия: Механика в техническом университете / В. И. Феодосьев. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2010. – 596 с.

6. *Аркуша, А. И.* Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов / А. И. Аркуша. – М. : Высшая школа, 2008. – 352 с.

7. Прикладная механика : учеб. для вузов / В. В. Джамай, Ю. Н. Дроздов, Е. А. Самойлов, А. И. Стапкевич, Т. Ю. Чуркина / под ред. В. В. Джамая. – М. : Дрофа, 2004. – 415 с.

Приложение

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ

**Федеральное государственное
образовательное бюджетное учреждение
высшего профессионального образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»**

Кафедра конструирования и производства радиоэлектронных средств связи

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Лабораторная работа №___

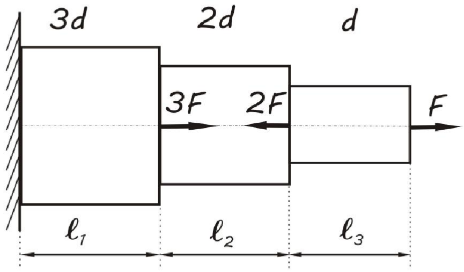
Растяжение, Сжатие

Выполнил:
Студент группы_____________
Ф. И. О.____________________
Подпись___________________

Принял:
Ф. И. О.____________________
Подпись___________________
Дата______________________

Санкт-Петербург
2015

Цель работы: пользуясь понятиями условие прочности и напряжение при растяжении, сжатии, правилом построения эпюр, механическими характеристиками материалов, определить поперечные размеры балки при растяжении-сжатии и ее деформацию.



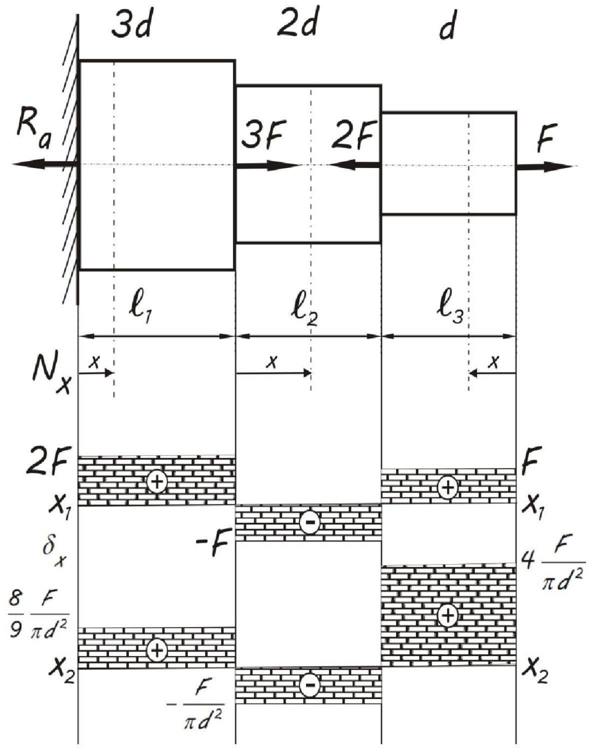
Дано. Брус AD с соотношением диаметров $3d$, $2d$, d на участках длиной ℓ_3, ℓ_2, ℓ_1, в сечении A жестко закреплен, в сечении B приложена сила $3F$, в сечении C приложена сила $2F$ в сечении D приложена сила $F \cdot \ell_1 = \ell_2 = \ell_3 = 200$ мм, $[\sigma] = 100$ МПа, $E = 20 \cdot 10^4$ МПа.

Найти. Из условия прочности определить диаметр d и общее удлинение $\Delta\ell_{общ}$.

Решение.

1. Из условия равновесия (статика) определяем реакцию заделки R_A:

$$\sum_1^n F_{ix} = 0; \ -R_A + 3F - 2F + F = 0, \text{ отсюда } R_A = 2F.$$



2. Балка имеет три участка.

3. Строим эпюр продольных сил:

1-й участок $0 \le x \le \ell_1$, идем слева: $N_x = R_A = 2F$;

2-й участок $0 \le x \le \ell_2$, идем слева: $N_x = R_A - 3F = 2F - 3F = -F$;

3-й участок $0 \le x \le \ell_3$, идем справа: $N_x = F$.

4. Строим эпюр нормальных напряжений:

1-й участок $0 \le x \le \ell_1$, $S_1 = \dfrac{\pi \cdot (3d)^2}{2} = \dfrac{9}{4}\pi d^2$;

$$\sigma_x = \frac{N_x}{S_1} = \frac{2F \cdot 4}{9\pi d^2} = \frac{8}{9}\frac{F}{\pi d^2};$$

2-й участок $0 \le x \le \ell_2$, $S_2 = \dfrac{\pi \cdot (2d)^2}{4} = \pi d^2$;

$$\sigma_x = \frac{N_x}{S_2} = -\frac{F}{\pi d^2};$$

3-й участок $0 \le x \le \ell_3$, $S_3 = \dfrac{\pi \cdot d^2}{4}$; $\sigma_x = \dfrac{N_x}{S_3} = \dfrac{4F}{\pi d^2}$.

5. Опасным сечением является любое сечение участка 3:

$$\sigma_x = \frac{4F}{\pi d^2}.$$

6. Определяем диаметр d из условия прочности при растяжении-сжатии: $\sigma_{\max} \le [\sigma]$; $\dfrac{4F}{\pi d^2} \le [\sigma]$, отсюда $d \ge \sqrt{\dfrac{4F}{\pi[\sigma]}}$;

$$d \ge \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1000}{3{,}1415 \cdot 100}} = 3{,}57 \text{ мм}.$$

Принимаем диаметр $d = 4$ мм.

7. Определяем деформацию – общее удлинение $\Delta\ell_{\text{общ}}$

$$\Delta\ell_{\text{общ}} = \sum_1^n \Delta\ell_i = \sum_1^n \frac{\delta_i \cdot l_i}{E} = \frac{F}{\pi d^2 \cdot E}\left[\frac{8}{9}\ell_1 - \ell_2 + 4\ell_3\right];$$

$$\Delta\ell_{\text{общ}} = \frac{1000}{20 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot 4^2}\left[\frac{8}{9} \cdot 200 - 200 + 4 \cdot 200\right] = 0{,}077 \text{ мм}.$$

Вывод: диаметр d = 4 мм; $2 \cdot d$ = 8 мм; $3 \cdot d$ =12 мм. Общее удлинение будет составлять $\Delta\ell_{\text{общ}} = 0{,}077$ мм. Знак указывает на удлинение бруса.

Чуракова Людмила Дмитриевна
Сотенко Сергей Михайлович
Матюхина Татьяна Владимировна

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Лабораторный практикум

Редактор *Л. К. Паршина*

Компьютерная верстка *Н. А. Ефремовой*

План издания 2015 г., п. 20

Подписано к печати 09.06.2015
Объем 3,5 усл.-печ. л. Тираж 15 экз. Заказ 575

Редакционно-издательский отдел СПбГУТ
191186 СПб., наб. р. Мойки, 61

Отпечатано в СПбГУТ