**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
**им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»**

Кафедра информационных управляющих систем

# *Основы теории сложных систем*

*Конспект лекций*

Санкт-Петербург

# ВВЕДЕНИЕ
# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Под *системой* (гр. systema – это составленное из частей, соединение) понимают множество закономерно взаимосвязанных элементов.

Среди систем выделяют простые и сложные.

Под *сложной системой* понимают совокупность объектов (простых и сложных элементов – компонент), взаимодействие которых обусловливает появление новых качеств, не свойственных объектам, входящим в систему. Этот принцип появления у системы новых свойств, не выводимых непосредственно из наблюдаемых свойств её частей и связей между ними, назван принципом эмерджентности – неожиданного появления новых свойств.

В отличие от простых систем в сложных системах *введение новых связей между ее элементами приводит к появлению новых свойств*.

Четкую границу между простыми и сложными системами определить трудно. В них может быть множество элементов и множество связей.

Существует ряд подходов к разделению систем по сложности. В частности, Г. Н. Поваров в зависимости от числа элементов, входящих в систему, выделяет четыре класса систем:

малые системы ($10...10^3$ элементов),

сложные ($10^4...10^7$ элементов),

ультрасложные ($10^7. ..10^{30}$ элементов),

суперсистемы ($10^{30}.. .10^{200}$ элементов).

Так как понятие элемента возникает относительно задачи и цели исследования системы, то и данное определение сложности является относительным, а не абсолютным.

Английский кибернетик С. Бир классифицирует все кибернетические системы на простые и сложные в зависимости от способа описания: детерминированного или теоретико-вероятностного.

А. И. Берг определяет сложную систему как систему, которую можно описать не менее чем на двух различных математических языках (например, с помощью теории дифференциальных уравнений и алгебры Буля).

Очень часто сложными системами называют системы, которые нельзя корректно описать математически, либо потому, что в системе имеется очень большое число элементов, неизвестным образом связанных друг с другом, либо неизвестна природа явлений, протекающих в системе.

Американский ученый Дж. Касти рассматривает сложность систем в двух аспектах: структурную сложность и сложность поведения.

Четкое определение и критерии СС НСУ в настоящее время отсутствуют. Однако есть признаки, такие как, многомерность, многосвязность, многоконтурность, а так же многоуровневый, составной и многоцелевой характер построения, по которым можно отнести модель к классу СС НСУ. Данный термин использовался в работах научной школы А.А. Вавилова.

Четкой границы, отделяющей простые системы от больших, нет. Деление это условное и возникло из-за появления систем, имеющих в своем составе совокупность подсистем с наличием функциональной избыточности. Простая система может находиться только в двух состояниях: состоянии работоспособности (исправном) и состоянии отказа (неисправном). При отказе элемента простая система либо полностью прекращает выполнение своей функции, либо продолжает ее выполнение в полном объеме, если отказавший элемент резервирован. Большая система при отказе отдельных элементов и даже целых подсистем не всегда теряет работоспособность, зачастую только снижаются характеристики ее эффективности. Это свойство больших систем обусловлено их функциональной избыточностью и, в свою очередь, затрудняет формулировку понятия «отказ» системы.

Под большой системой понимается совокупность материальных ресурсов, средств сбора, передачи и обработки информации, людей-операторов, занятых на обслуживании этих средств, и людей-руководителей, облеченных надлежащими правами и ответственностью для принятия решений. Материальные ресурсы — это сырье, материалы, полуфабрикаты, денежные средства, различные виды энергии, станки, оборудование, люди, занятые на выпуске продукции, и т. д. Все указанные элементы ресурсов объединены с помощью некоторой системы связей, которые по заданным правилам определяют процесс взаимодействия между элементами для достижения общей цели или группы целей.

*Иерархичность системы* подразумевает, что каждая система может быть разделена на подсистемы, которые, в свою очередь, могут быть разделены на более мелкие подсистемы следующего уровня иерархии, и т.д.

В принципе это деление можно производить до бесконечности. Сама система может входить в более крупную подсистему. Самый нижний уровень иерархии называют элементом, не подлежащим дальнейшему делению. Он определяется условиями конкретной задачи исследования.

Каждая сложная система обладает свойствами *целостности и членимости*.

Сложная система обычно имеет многоуровневое управление и характеризуется большими потоками информации.

Сложная система обычно *функционирует в условиях воздействия большого числа случайных внешних и внутренних факторов*. Это значит, что сложную систему нельзя исследовать аналитически, так как в данном случае эти факторы являются доминирующими. Следовательно, сложную систему можно исследовать с помощью различных статистических методов, а самый лучший способ – создание их имитационных моделей в виде имитационных программ ЭВМ, с помощью которых можно многократно имитировать процесс функционирования системы в целом и все воздействия на неё, прежде всего случайные, на числах и статистически обработать полученные результаты. В связи с этим в теории сложных систем для создания их полноценных имитационных моделей используется принцип абстрагирования от реальных физических свойств и процессов системы и её подсистем. При этом отдельные структурные блоки имитационных моделей рассматриваются как математические преобразователи информации.

Обязательными компонентами системы всегда являются элементы и связи между ними, а для сложных систем решающее значение имеют именно характер, способы, свойства связей между элементами системы, причем сами свойства связей между элементами, в свою очередь, существенно зависят от свойств элементов.

Любой элемент системы может быть расчленен на большое количество составляющих его элементов и т.д., вплоть до элементарных частиц. Поэтому условимся называть элементом системы такую ее часть, которая является неделимой с точки зрения решаемой задачи.

Как видим, процесс расчленения системы на элементы и само понятие элемента условно. Тем не менее можно, исходя из практической целесообразности, достаточно удобно и четко выделять элементы так, что они будут обладать определенной типичной внутренней структурой и представлять собой образование, характеризующееся более высокой устойчивостью, чем система в целом. Это удобно для унификации таких элементов.

Элементы любых реальных систем являются некими физическими объектами, которые можно характеризовать различными параметрами. Однако с точки зрения их поведения в системе в большинстве случаев можно отвлечься от всех этих свойств и характеризовать их только возможностями образо-

вывать различные виды связей – вещественные, энергетические и информационные – с другими элементами и с внешней средой.

Все три вида связей существуют практически всегда неотделимо друг от друга, но один из них является определяющим – по этому признаку относят связь к конкретному виду.

Основной характеристикой элемента в системе служит его способность к установлению связей, т.е. к порождению или к восприятию множества связей определенного вида. Общее количество связей, которое способен образовать элемент, называется его валентностью.

Вся совокупность возможных входов и выходов элемента представляет его контакты, т.е. валентность элемента равна числу его контактов, а установление связей – соединение соответствующих контактов.

Контакты и связи можно характеризовать их мощностью и направленностью. Под мощностью понимают пропускную способность контактов и связей в единицу времени.

Выходы элемента, формирующие исходную связь, являются его активными контактами, поглощающие связи – пассивными контактами; контакты, которые как генерируют, так и поглощают связи, называются нейтральными.

Все это позволяет при исследовании и синтезе систем пользоваться идеализированными моделями элементов и систем.

Идеализированный элемент – это некоторый абстрактный элемент, у которого отсутствуют любые физические свойства, кроме способности к регенерации связей с другими подобными идеализированными элементами, т.е. идеализированный элемент полностью определяется природой и направленностью связей.

Совокупность идеализированных элементов, объединенных необходимыми связями, образует идеализированную модель системы, которую удобно и наглядно представить в виде графа или матрицы. Такая формализация структуры системы делает более наглядным представление ее для исследователя и существенно упрощает ее анализ. Причем любой элемент системы всегда может, в свою очередь, рассматриваться как система, состоящая из ряда других элементов.

## Вопросы для самопроверки

1. Дать определение системы.
2. Что понимается под сложной системой?

3. Что изменится в сложных системах при введении новых связей?
4. Чем отличается сложная система от простой?
5. В каких условиях функционирует сложная система?
6. Какими свойствами обладает сложная система?

## Тема 1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

***При работе с данным разделом Вам предстоит:***

1) Изучить:
   Классификацию систем.
   Основные свойства. Виды систем.
   Особенности функционирования.
   Критерии эффективности.
   Основы разработки и исследования сложных систем

2) Ответить на вопросы теста № 1.

### 1.1 Классификация систем

В теории систем принято делить все системы на два больших класса:

1) большие системы (простые);

2) сложные системы.

Большие системы имеют строго иерархическую структуру или же иерархическую структуру с небольшим числом горизонтальных связей – сетевую структуру невысокой сложности. Такие системы удается исследовать методом декомпозиции.

Сложные системы отличаются от больших числом горизонтальных связей – фактически это сложная сетевая структура, а исследовать ее методом чистой декомпозиции не удается. Кроме того, сложные системы работают в условиях воздействия большого количества случайных факторов, что исключает чисто аналитический подход к анализу таких систем.

По характеру перехода из одного состояния в другое системы делят на статические и динамические.

Системы, в которых процесс перехода из одного состояния в другое не является рабочим – например, это всего лишь процесс настройки системы – называются статическими.

Системы, в которых переход из одного состояния в другое является рабочим режимом, называются динамическими.

Кроме того, динамическими являются системы, переход которых в новое состояние не может совершаться мгновенно, а происходит в результате некоторого процесса, растянутого во времени. Строго говоря, все реальные системы динамические. Однако практически можно пренебречь временем переходного процесса, если оно незначительно по сравнению с временем конкретного состояния системы.

Обилие возможных связей между подсистемами, наличие таких связей между системами и подсистемами как разных уровней (по вертикали), так и одного уровня (по горизонтали), а также наличие перекрестных связей сильно затрудняют анализ систем как единого целого.

Введено понятие большой системы, т.е. такой, которую практически невозможно исследовать без выделения в ней более простых под систем. Такое ее расчленение на ряд более простых систем, рассматриваемых далее как относительно независимые, называется декомпозицией. Существуют системы, в которых такая декомпозиция в целях анализа несостоятельна, т.к. из-за тесных связей отдельных подсистем их изолированное исследование крайне затруднено и даже невозможно.

Такие системы называют сложными.

Примеры – автомобиль (большая система), мозг человека (сложная система).

Большие системы переходят в сложные по мере усиления взаимовлияния составляющих их компонентов, хотя четкую границу между ними провести невозможно.

С точки зрения взаимной обусловленности событий в системах их делят на детерминированные и стохастические.

В детерминированных системах всегда имеются однозначные взаимозависимости между входами и выходами; они могут быть описаны чисто аналитически. В данном случае считается, что случайные воздействия на исследуемый объект отсутствуют.

В стохастических системах событие $X$ в элементе $m_i$ может вызвать событие $Y$ или $Z$, а может быть, $Y$, или $Z$, или $U$ в некотором другом элементе $m_j$, причем возможность возникновения этих событий характеризуется соот-

ветственно различными вероятностями $P_y$, $P_z$, $P_u$ и т.д. В таких системах связи между элементами и событиями в них носят вероятностный характер.

Строго детерминированных систем не существует, все – стохастические, такое деление является условным. В детерминированных системах вероятность ожидаемого события близка к 1.

С точки зрения общения с внешней средой системы делят на открытые и закрытые.

Открытые – это такие системы, в которых большинство входных воздействий формируется вне системы.

Закрытые – это такие системы, у которых все входные воздействия формируются внутри системы, хотя это понятие условное. Любая система является открытой, т.к. на нее всегда действуют различные внешние факторы.

Функционирование любой системы происходит в некоторой окружающей ее внешней среде, не входящей в систему, но взаимодействующей с ней.

Подобно связям между элементами системы, связи ее с внешней средой могут носить вещественный, энергетический и информационный характер. Количество таких связей велико; поэтому, исходя из конкретных задач исследования, необходимо выделять лишь наиболее существенные связи, определяющие поведение системы в конкретных условиях.

## 1.2. Системы и их основные свойства

Любая система имеет, как правило, иерархическую структуру. При этом системы низшего уровня являются подсистемами систем более высокого уровня, которые, в свою очередь, представляют собой подсистемы систем еще более высокого уровня, и т.д.

Следует выделить следующие основные свойства систем:

1. Уникальность, целостность и членимость, разнородность подсистем и элементов. Система – это целостная совокупность элементов, т.е., с одной стороны, это целостная система, а с другой – в ее составе отчетливо иерархически выделяются целостные объекты (элементы), существующие только в системе. Вне системы это в лучшем случае объекты, обладающие «системозначимыми» свойствами. Т.е. система рассматривается как единое целое, состоящее из взаимодействующих частей, часто разнокачественных, но одновременно совместимых.

2. Системы имеют иерархическую структуру. Отдельные части, называемые подсистемами, могут быть разделены на более мелкие части – более простые подсистемы, которые также могут быть разделены, и т.д., пока не получим элементы, под которыми понимают объекты, которые в условиях конкретной задачи не подлежат расчленению.

3. Свойства системы определяются не только свойствами отдельных ее элементов, но и характером связей и взаимодействия между ними. (Изучая только отдельные элементы, нельзя изучить и познать систему в целом.)

4. Сложная система имеет довольно сложную функцию, направленную на достижение заданной цели.

5. Сложная система имеет управление (часто с иерархической многоуровневой структурой), разветвленную информационную сеть и потоки информации.

6. Сложные системы взаимодействуют с внешней средой и функционируют в условиях воздействия множества случайных факторов различной природы.

### 1.2.1 Сложность

Сложность – свойство современных систем управления.

Различают следующие понятия сложности:

1) Математическое
2) Информационное
3) Структурное
4) Обобщенное
5) Алгоритмическое
6) и др.

*Математическое* понятие относится к теории конечных автоматов. Основная характеристика сложности системы – число элементарных блоков, образующих систему.

*Информационное* понятие введено Колмогоровым и относится к теории информации. Сложность здесь связана со случайностью. Основная характеристика сложности системы – спектр частот. Вроде бы такого понятия достаточно для оценок свойств системы, но все же есть недостаток: не учитываются комбинации подсистем в системе.

В *структурном* понятии учитываются взаимосвязи между подсистемами в системе. Систему формируют таким образом, чтобы она

обладала определенными статическими и динамическими характеристиками. Основная характеристика сложности системы – статические (установившееся состояние системы) и динамические (переходные режимы системы) свойства системы.

При реализации системы стремятся использовать наиболее простые технические средства. Таким образом, косвенно учитываются требования надежности и стоимости. Учет надежности и экономичности на этапе проектирования делает эту задачу более корректной. Кроме того, любая задача должна быть математически корректной (математическая корректность – сходимость алгоритмов управления).

Неустойчивость алгоритмов обусловлена:

1) неточностью исходных данных,

2) неточностью их реализации в компьютере на этапе проектирования или в ВК (вычислительном комплексе) при работе с системой.

В *обобщенном* понятии основная характеристика сложности системы – шкала сложности. Основные признаки построения шкалы сложности:

– порядок дифференциального оператора
– спектр частот
– основные характеристики ВК
– надёжность
– стоимость
– алгоритмическая сложность
– и др.

### 1.2.2 Иерархия

Когда проблемой является определение свойств системы по характеристикам отдельных подсистем, используется иерархический подход, позволяющий решить эту проблему.

Основные признаки иерархии:

1. Сложные иерархические структуры являются многоуровневыми, на определенных уровнях которых принимаются решения;
2. Общая (глобальная) и местная (локальная) цели функционирования должны координироваться;
3. Между уровнями системы происходит обмен информацией, при этом приоритетом обладает информация, поступающая с верхнего уровня.

Для нижнего уровня она является командной и подлежит выполнению, если это возможно;

4. Процесс обмена информацией снизу вверх в структуре замедляется.

## 1.3 Виды структур сложных систем

### 1.3.1 Типовая структура сложной системы

Обобщенную структуру сложной системы можно представить в виде треугольной структуры (рисунок 1.1).

Уровни: О, 1, 2, 3, 4.

О — объект управления, который тоже является сложным, например, состоящим из восьми подсистем О.1 – О.8.

На рисунке 1.1:

$X_1$ – $X_8$ – регулируемые переменные.

$r_1$ – $r_8$ – регулирующее воздействие.

И – информация. У – уставка, управления.

1 – уровень локального регулирования.

Используются аналоговые или цифровые системы автоматического регулирования (САР), которые осуществляют непосредственное регулирование объектами О.1 – О.8.

2 – уровень локальной оптимизации.

Здесь оптимизаторы САУ (в них уставка вырабатывается ВК) или АСУ (в них уставка определяется человеком совместно с ВК, который нужен для усиления интеллекта человека) осуществляют оптимальное управление локальными регуляторами первого уровня в соответствии с частными критериями.

3 – уровень координации.

Здесь реализуется второй признак иерархии.

4 – уровень оперативного управления

ЛПР – лицо, принимающее решение.

Общая цель работы системы трансформируется в конкретные уставки нижним уровням, распределяются ресурсы, принимаются решения в нештатных ситуациях и др.

Основой для решения являются мощные ВК и «быстрые» математические модели.

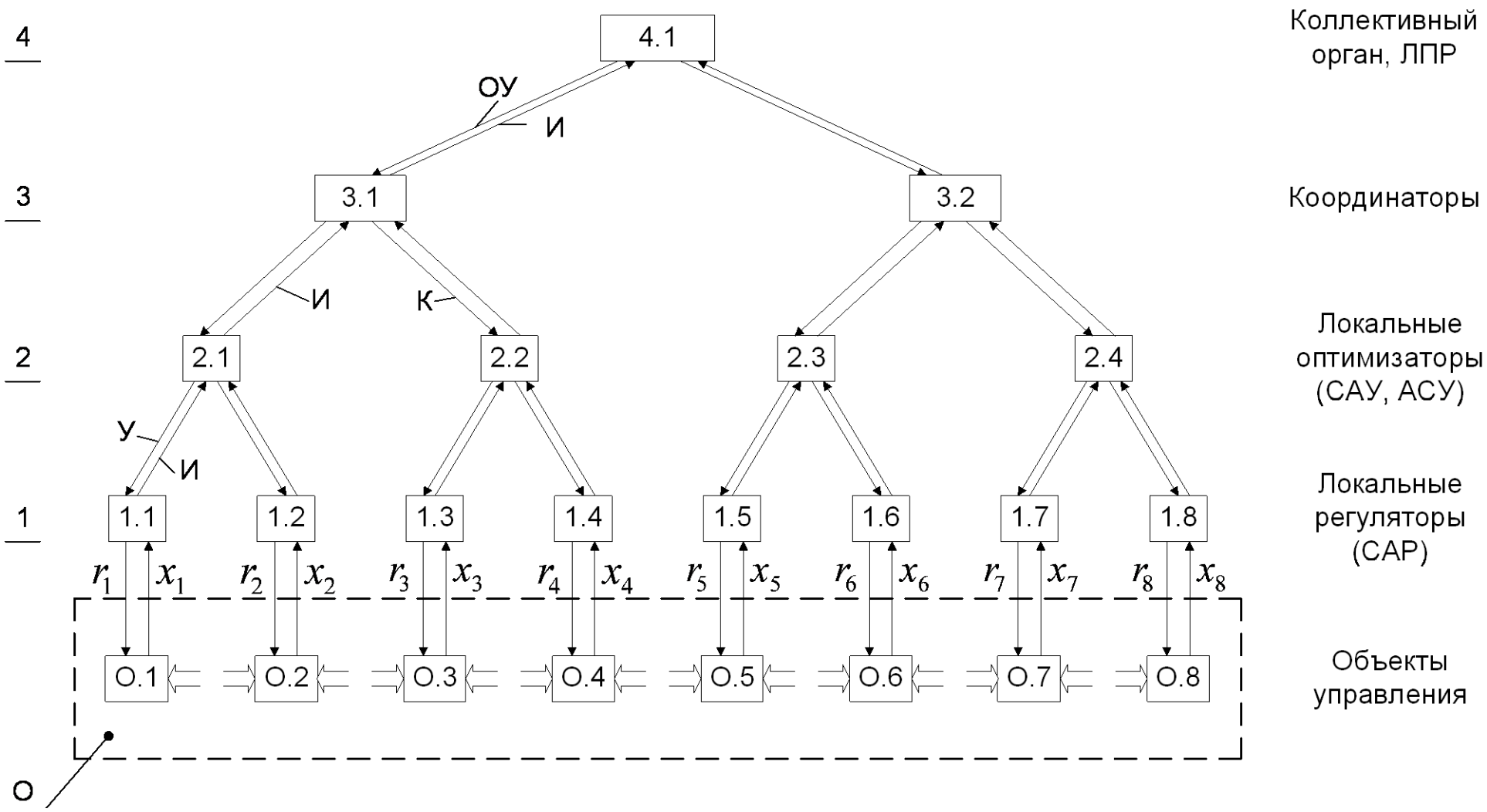
4
3
2
1
О
4.1
ОУ
И
3.1
3.2
И
К
2.1
2.2
2.3
2.4
У
И
1.1
1.2
1.3
1.4
1.5
1.6
1.7
1.8
$r_1$ $x_1$ $r_2$ $x_2$ $r_3$ $x_3$ $r_4$ $x_4$ $r_5$ $x_5$ $r_6$ $x_6$ $r_7$ $x_7$ $r_8$ $x_8$
О.1
О.2
О.3
О.4
О.5
О.6
О.7
О.8
Коллективный орган, ЛПР
Координаторы
Локальные оптимизаторы (САУ, АСУ)
Локальные регуляторы (САР)
Объекты управления

Рисунок 1.1

### 1.3.2 Эквивалентная структура сложной системы (Даймонд–структура)

Структуру треугольного типа можно представить в виде структуры ромбовидного типа (рисунок 1.2).

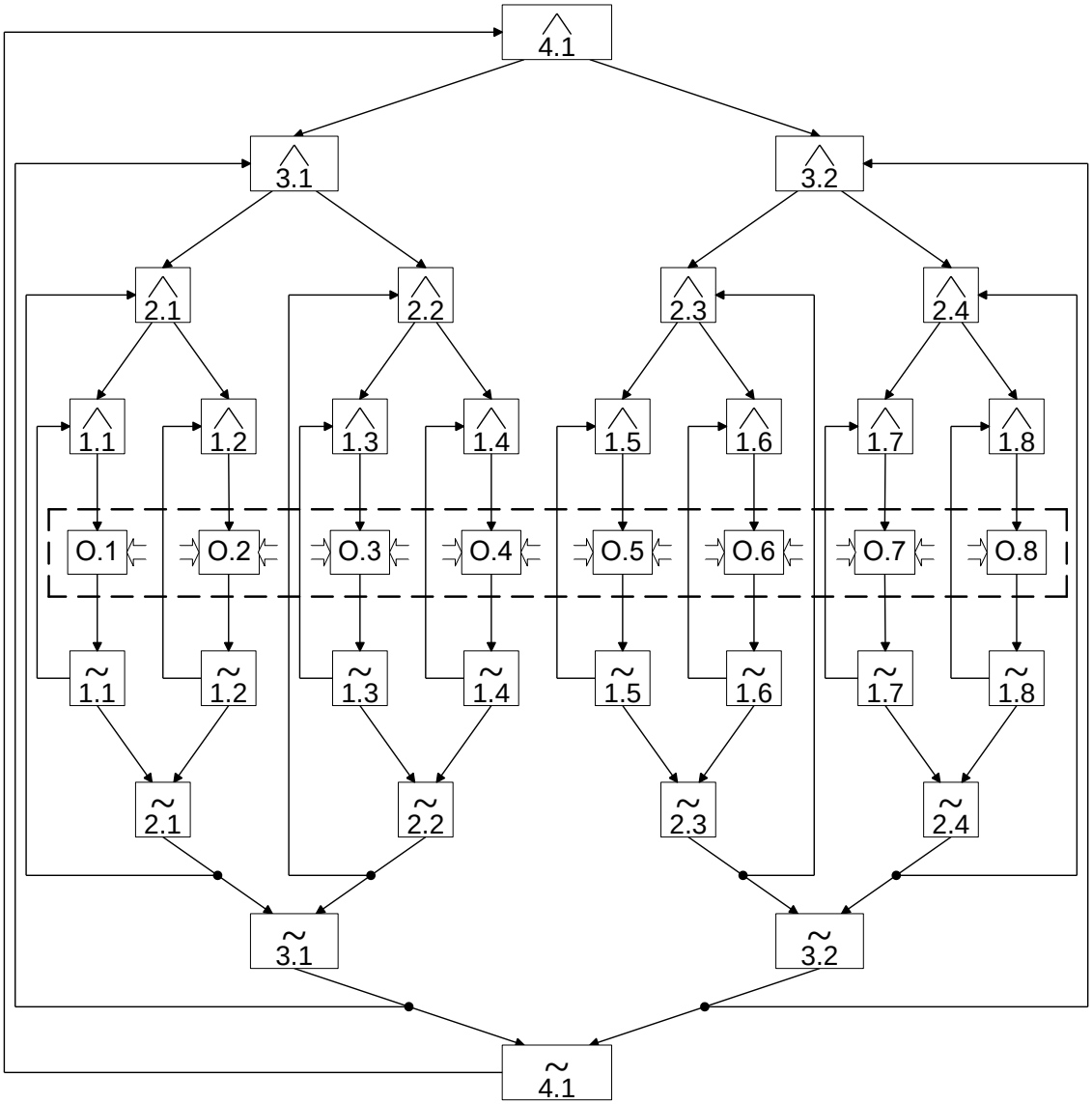


Рисунок 1.2

На рисунке 1.2 приняты следующие обозначения:

$\tilde{1.1}-\tilde{1.8}$ – датчики (измерительные устройства локальных регуляторов).

$\tilde{2.1}-\tilde{2.4}$; $\tilde{3.1}-\tilde{3.2}$; $\tilde{4.1}$ – информационные системы соответствующих уровней.

$\hat{1.1}-\hat{1.8}$ — собственно локальные регуляторы САР без датчиков.

$\hat{2.1}-\hat{2.4}$; $\hat{3.1}-\hat{3.2}$; $\hat{4.1}$ — соответствующие подсистемы без информационных подсистем.

В данной структуре разделены информационная и управляющая (уровни принятия решения) функции.

1. Такое преобразование обеспечивает наглядность, так как разделены информационная и управляющая функции.

2. Возможность выполнять вертикальный разрез системы и проводить анализ и синтез динамических структур САУ или АСУ.

3. Выполнять горизонтальное сечение и решать задачи статического расчета на заданном уровне (информационном или управляющем).

4. Формализовать процессы информационные и управляющие, что облегчает работу математической модели системы.

## 1.4 Особенности функционирования систем

Состояние любой реальной системы в каждый момент времени можно описать с помощью некоторого множества характеризующих систему величин – параметров.

Для описания состояния и движения системы можно применять словесные описания, табличные или математические выражения, графические способы.

Словесное описание сводится к последовательному перечислению и характеристике параметров системы, тенденции их изменения, последовательности смены состояний системы – приближенно.

Таблицы и матрицы получили широкое распространение для количественной характеристики систем, выражаемой значениями их параметров в некоторые моменты времени. По этим таблицам строят диаграммы и графики, дающие визуальное представление о динамике системы.

Однако наиболее глубокой и наглядной является формализованная геометрическая интерпретация состояния и движения систем в так называемом пространстве состояний, или фазовом пространстве.

Процесс функционирования любой системы может быть представлен несколькими способами.

1. Входные и выходные воздействия представляются множеством чисел с помощью функций преобразования входов в выходы.

2. С помощью таблиц соответствия, в которых в одну графу заносятся значения входных воздействий, а в другую – значения выходных воздействий.

3. Графический способ является наиболее наглядным для описания динамических систем.

Для описания движения динамической системы широко применяется метод, основанный на использовании фазового пространства, так называемого n3мерного пространства, где n – число обобщенных координат системы. Для каждой системы с помощью n3мерного пространства формируют область допустимых состояний, т.е. в этой области может находиться точка, отображающая движение системы в случае ее нормального функционирования.

### 1.4.1 Пространство состояний системы

Пространством состояний системы называется пространство, каждой точке которого (изображающей точке) однозначно соответствует определенное состояние рассматриваемой динамической системы, а каждому процессу изменения состояний системы соответствует определенная траектория перемещения изображающей точки в пространстве.

Для описания движений динамических систем широко применяется метод, основанный на использовании фазового пространства ($n$-мерного Евклидова пространства), по осям которого откладываются значения всех $n$ обобщенных координат рассматриваемой динамической системы. При этом взаимно однозначное соответствие между состояниями системы и точками фазового пространства достигается выбором числа измерений последнего, равного числу обобщенных координат рассматриваемой динамической системы.

Обозначим параметры некоторой системы $Z_1$, $Z_2$, ..., $Z_n$, которые будем именовать в дальнейшем фазовыми координатами системы, а состояние (фазу) системы изобразим точкой $Z = (Z_1, Z_2, ..., Z_n)$ в фазовом пространстве. Размерность этого пространства определяется, очевидно, числом фазовых координат, т.е. числом отобранных для описания системы и ее существенных параметров.

Примеры:

1) одномерное фазовое пространство;

2) двухмерное фазовое пространство;

3) трехмерное фазовое пространство.

Геометрическое место точек при переходе системы из состояния $Z_1$ в $Z_2$, представляющее собой некоторую траекторию в фазовом пространстве, отражает процесс движения системы.

В общем случае, когда число параметров, характеризующих систему, произвольно и больше трех, геометрическая интерпретация теряет наглядность. Однако геометрическая терминология в этих случаях остается удобной для описания состояния и движения систем в многомерном фазовом пространстве (гиперпространстве). Число независимых параметров системы называют числом степеней свободы.

Область фазового пространства, за пределы которого не должна выходить изображающая точка, называется областью допустимых состояний системы *S*д. При исследовании и проектировании систем всегда исходят из того, что система остается в пределах области ее допустимых состояний.

Фактически в нормальных условиях эксплуатации параметры системы изменяются в более узких пределах, определяя рабочую область *Sp*. Геометрически это показано на рисунке 1.3.

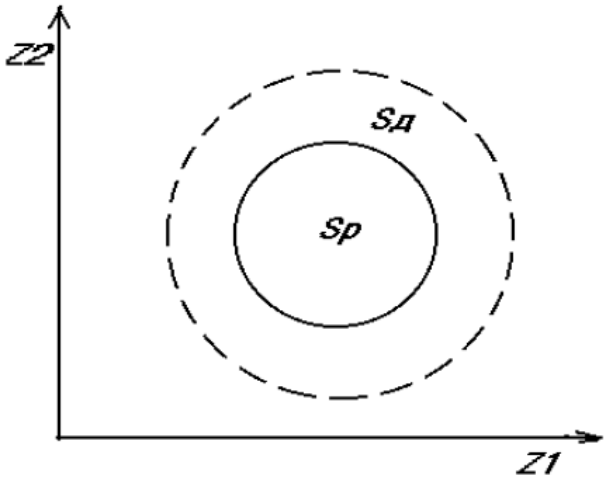


Рисунок 1.3

Область допустимых состояний (или поле системы) включает в себя всевозможные фазовые траектории, т.е. «линии поведения системы».

Совокупность фазовых траекторий называется фазовым портретом рассматриваемой динамической системы.

Во всех случаях, когда параметры системы могут принимать в определенном интервале любые значения, т.е. изменяться плавно, изображающая точка может располагаться в любой точке области допустимых состояний – имеем дело с непрерывным пространством состояний.

Когда параметры системы могут принимать лишь дискретные значения, пространство состояний таких систем должно рассматриваться как дис-

кретное. Точка, изображающая состояние системы, может находиться только в определенных фиксированных точках области допустимых состояний.

Изменение состояний такой системы интерпретируется скачками изображающей точки из одного состояния в другое и т.д. Траектория движения изображающей точки будет иметь дискретный, прерывистый характер. Однако деление характеристик систем на непрерывные и дискретные условно, т.к. любые непрерывные процессы дискретны (дискретна материя).

Любые процессы формирования системы могут условно рассматриваться в непрерывном и дискретном времени. Первое относится к случаю фиксации состояний системы последовательностями изображающих точек, которые соответствуют отсчетам, осуществляемым через сколь угодно малые интервалы времени $\Delta t$. Второе соответствует отсчетам, которые берутся через определенные (не бесконечно малые) интервалы времени $\Delta t$ – например такты дискретного автомата.

### 1.4.2 Преобразования в системах

Движение любой системы представляет собой некоторую последовательность изменений ее состояний.

Характеризуя состояние системы в некоторый момент времени $t_i$ вектором $Z_i$, а состояние в момент $t_{i+1}$ – вектором $Z_{i+1}$, можно считать, что произошел переход ($Z_i$, $t_i$) в ($Z_{i+1}$, $t_{i+1}$).

Закон, согласно которому каждому элементу некоторого множества соответствует элемент другого множества, называется оператором. При переходе системы в новое состояние оператором будет называться закон, в соответствии с которым происходит этот переход. Значение переменной величины, над которой совершается операция, вызывающая переход, называется операндом. Новое значение переменной, новое состояние, возникшее в результате воздействия оператора на операнд, называется образом.

Например, при реализации функции умножения $y = ax$ правило умножения есть оператор, $x$ – операнд, $y$ – образ.

Более сложны случаи, когда под воздействием некоторого оператора происходят переходы для некоторого множества операндов. Такое множество переходов называется преобразованием.

Преобразования, в которых каждому операнду соответствует только один образ, называются однозначными.

Преобразования, в которых каждому операнду могут соответствовать различные образы, называются неоднозначными.

Любую систему, в которой происходят те или иные изменения (преобразования), в результате которых множество реакций системы $Y = (y_1, y_2, ..., y_n)$ некоторым образом зависит от множества входных воздействий $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$, можно рассматривать как преобразователь, реализующий некоторую данную зависимость $y = f(x)$.

По особенностям преобразования все динамические системы можно разделить на два типа.

В системах 1-го типа (более простых) между вектором входных величин $X$ и вектором выходных величин $Y$ существует однозначная функциональная связь. Следовательно, вектор входных величин полностью определяет вектор выходных величин.

В системах 2-го типа (более сложных) имеют место две ступени функциональных связей. Одна из них описывает зависимость внутреннего состояния системы $Z$ от вектора входных величин $X$, другая – зависимость вектора выходных величин $Y$ от множества внутренних параметров системы и вектора входных величин.

## 1.5 Критерии эффективности сложных систем

Качество функционирования сложных систем оценивают с помощью показателей, или критериев эффективности, под которыми понимают такую числовую характеристику, которая оценивает степень приспособленности системы к выполнению поставленной перед ней задачи.

Выбор показателя эффективности является заключительной стадией формулировки целей и задач системы.

Рассмотрим производственный процесс как сложную систему. Если принять критерием эффективности производительность, мы будем придавать максимальное значение факторам, связанным с производительностью, в ущерб другим – экономии сырья, фонду зарплаты, качеству изделия и т.д.

Если принимать за основу себестоимость продукции, на второй план может уйти производительность.

Для производственного процесса, как и для других систем, могут быть выбраны комплексные показатели, в частности для производственного процесса – это рентабельность.

Из примеров видно, что только выбор показателя эффективности делает описание целей и задач системы законченным.

Расчет показателей эффективности сложной системы – трудная задача, решаемая на ЦВМ с помощью математических и программных средств.

Чтобы показатель эффективности достаточно полно характеризовал качество работы системы, он должен учитывать все основные особенности и свойства системы, а также условия ее функционирования и взаимодействия с внешней средой, т.е. показатель эффективности определяется процессом ее функционирования. При этом можно представить себе множество процессов функционирования системы, элементы которого отличаются друг от друга вследствие различных условий и режимов работы системы. Каждому элементу этого множества можно поставить в соответствие элемент другого множества – значений показателя эффективности системы.

Следовательно, показатель эффективности можно считать функционалом, заданным на множестве процессов функционирования системы.

Функционал – это оператор, заданный на некотором множестве функций и принимающий значения из области действительных чисел.

Так как сложные системы работают в условиях действия случайных факторов, значения функционалов оказываются случайными числами, а при оценке показателей эффективности обычно пользуются средними значениями функционалов. Например, среднее количество изделий, выпускаемых за смену, среднее время ожидания в очереди.

Иногда в качестве показателей эффективности используют вероятность некоторых случайных событий, например вероятность застать абонентную линию занятой (телефон). Кажется, что здесь принципиально иная ситуация – элементам множества процессов функциональных систем ставится в соответствие множество случайных событий.

Однако, если каждому событию поставить в соответствие функционал, принимающий два значения – 0 или 1 (событие не наступило, ... наступило), вероятность события равна среднему значению функционала. Могут быть построены совокупности функционалов, характеризующие и другие свойства сложных систем – надежность, помехозащищенность, качество управления и т.п. Как показывает опыт, наибольшей наглядностью и стройностью при постановке задачи отличаются совокупности функционалов, зависящие от показателей эффективности.

Действительно, в большинстве случаев то или другое свойство системы имеет значение не само по себе, а лишь как фактор, влияющий на ее эффективность.

Рассмотрим показатель, характеризующий надежность сложной системы. Оценка надежности обычно производится с помощью специально выбранных функционалов, называемых показателями надежности системы. Следует заметить, что показатели надежности, заимствованные из теории надежности «простых» систем, учитывают лишь сам фактор появления или отсутствия отказов в элементах системы и не дают представления о влиянии отказов на конечный эффект функционирования систем. Очевидно, что для многих сложных систем выход некоторых элементов из рабочего состояния не только не приводит к потерям работоспособности, но иногда является планируемым событием (поломка автотранспорта и т.п.). Здесь может идти речь лишь о снижении качества работы системы, т.е. об изменении ее эффективности.

Постановка задачи об оценке надежности сложной системы сводится к следующему. Предполагаются известными характеристики, описывающие интенсивность отказов элементов сложной системы и определяемые экспериментально или другими методами оценки надежности.

Пусть в качестве показателя эффективности сложной системы выбран некоторый функционал Ф, значения которого зависят как от структуры и параметров системы, так и от значений характеристик надежности ее элементов, а Ф1 – его значение, вычисленное в предположении, что отказы элементов имеют интенсивности, соответствующие заданным характеристикам, тогда в качестве показателя надежности сложной системы может быть выбрана разность $\Delta\Phi_{надежн} = \Delta\Phi - \Delta\Phi_1$, показывающая, насколько снижается эффективность системы из-за возможных отказов ее элементов по сравнению с эффективностью системы с абсолютно надежными элементами.

Если разность $\Delta\Phi_{надежн}$ мала, то отказы слабо влияют на эффективность системы; если $\Delta\Phi_{надежн}$ велика, то необходимо принять меры к повышению надежности; например, резервирование элементов, отказы которых оказывают наибольшее влияние на эффективность.

## 1.6 Основы разработки и исследования сложных систем

### 1.6.1 Основные этапы разработки сложных систем

Применительно к объектам большой сложности особое значение приобретает начальный этап проектирования, на котором осуществляются формулирование требований к системе и обоснование технического задания (ТЗ). Здесь должно быть получено следующее:

1) определение целей создания системы и круга возлагаемых на нее задач;

2) перечень действующих на систему факторов, подлежащих обязательному учету при проектировании, их числовые характеристики;

3) обоснованность показателей эффективности, надежности и т.п., по которым предполагается оценивать качество системы, и количественные требования к ним;

Эти сведения оформляются в виде ТЗ на проектирование, которое служит руководящим документом на всех этапах создания системы.

Проектирование сложных систем имеет две достаточно важные стадии. Первая относится к структурным вопросам и называется макропроектированием или внешним проектированием системы. На этой стадии производят выбор структуры системы, ее основных элементов, организации взаимодействия между ними, воздействия внешней среды, оценку показателей эффективности и соответствия рассматриваемого варианта системы общим требованиям ТЗ.

Вторая стадия – микропроектирование, или внутреннее проектирование, связанное с проектированием элементов сложных систем как физических единиц. Здесь осуществляются технические решения по основным элементам системы, их конструкции и параметрам, режиму эксплуатации, по организации производства.

В настоящее время накоплен большой опыт микропроектирования и создания элементов.

Внешнее проектирование – гораздо более сложная задача. Здесь нужны специалисты широкого профиля – инженеры3системотехники, с серьезной подготовкой по многим комплексным наукам.

Работа по внешнему проектированию начинается с изучения ТЗ и рассмотрения возможных вариантов построения системы. Далее производятся оценка вариантов системы и выбор одного из них для более детального ис-

следования. Выбранный вариант подвергается всестороннему анализу с целью проверки его соответствия требованиям ТЗ. Для этого осуществляется оценка эффективности системы и ее других свойств.

Типичным методом исследования сложных систем на этом этапе является их моделирование на ЦВМ. Поскольку представление об элементах системы еще поверхностное, в моделях они обычно заменяются упрощенными эквивалентными схемами. Тем не менее модель должна удовлетворять следующим требованиям:

1) хорошо отражать структуру системы и быть чувствительной к таким ее изменениям, которые обычно производятся в процессе внешнего проектирования;

2) отражать специфику функционирования элементов системы с учетом условий внешней среды;

3) содержать все параметры системы, определяемые в результате микропроектирования.

В результате моделирования получаются зависимости, характеризующие влияние структуры и параметров системы на ее и другие свойства. Эти зависимости используются для определения оптимальной структуры и оптимальных значений параметров с точки зрения выбранных показателей эффективности.

Разработка технического проекта системы относится в основном к микропроектированию ее элементов и конкретной реализации их взаимодействия в процессе функционирования.

Разработка современной сложной системы сопровождается различными автономными и комплексными испытаниями. Автономные испытания относятся к элементам системы и имеют целью проверку правильности функционирования оборудования и получение экспериментальных данных для оценки параметров и режимов эксплуатации.

Комплексные испытания (в целом или фрагментов) предназначены для отработки взаимодействия между элементами и подсистемами на различных уровнях иерархии и проверки соответствия ТЗ.

Подробное обследование элементов на стадии автономных испытаний позволяет освободить комплексные испытания от ненужных деталей и сократить объем регистрируемой информации.

На стадии комплексных испытаний приходится регистрировать не только общесистемные параметры, но и некоторые параметры элементов си-

стемы, так как в процессе автономных испытаний элементы функционируют часто не так, как в составе системы.

Для испытания сложных систем характерно некоторое использование разных видов имитации внешних воздействий. Любое внешнее воздействие на систему приводит к возникновению информации, которая становится составной частью потоков информации, циркулирующей в системе. Нередко информация, которая появилась в результате внешних воздействий, может быть заменена искусственной информацией, вырабатываемой имитатором.

### 1.6.2 Основные задачи исследования сложных систем

Среди задач, возникающих в связи с исследованием сложных систем, выделяют два основных класса:

1) задачи анализа, связанные с изучением свойств и поведения системы в зависимости от ее структуры и значений параметров;

2) задачи синтеза, сводящиеся к выбору структуры и значений параметров в зависимости от заданных свойств системы.

При анализе предполагаются заданными требуемые значения функциональных характеристик системы, а также область устойчивости системы. Необходимо выбрать структуру системы и значения параметров, обеспечивающие требуемые значения функциональных характеристик. Обычно синтез ставится как экспериментальная задача, т.е. речь идет о выборе такой структуры и значений параметров, при которых показатель эффективности имел бы max или min с учетом ограничений, налагаемых на остальные показатели (надежности, помехозащищенности и т.п.).

Следует заметить, что в настоящее время имеется достаточно много методов решения задач анализа сложных систем, среди которых больше всего распространены:

1) расчет показателей эффективности и других функциональных характеристик системы с помощью формул и уравнений, относящихся к данному узкому классу системы;

2) расчет показателей эффективности и других функциональных характеристик по результатам моделирования сложной системы на ЦВМ для систем общего вида.

Задача анализа может быть решена, если имеются все необходимые данные для расчета, чего нельзя сказать о задачах синтеза. В настоящее время почти нет методов, позволяющих строго формально решать задачи синте-

за, за исключением нескольких узких классов систем, например конечных автоматов, для которых развиты формальные методы синтеза.

Однако эти методы не могут быть непосредственно обобщены на другие классы систем, тем более на общий случай. Поэтому на практике пользуются различными неформальными методами синтеза сложных систем. В конечном счёте все они сводятся к перебору вариантов структур, или «синтезу через анализ», суть которого состоит в том, что, приступая к синтезу системы, исследователь намечает первоначальный вариант синтеза. Этот вариант известными методами исследуется – определяются параметры эффективности и другие характеристики.

Результаты анализа «первоначального» варианта системы сравниваются с заданными значениями. Как правило, «первоначальный» вариант не является удовлетворительным. Поэтому намечают следующий вариант синтеза системы с учетом недостатков «первоначального», который также исследуют, – и т.д. до получения системы с требуемыми характеристиками.

По мере обследования вариантов системы накапливаются сведения, ценные для синтеза. Зависимости функциональных характеристик от параметров системы исследуются для целенаправленного перехода к более удовлетворительным вариантам синтезированной системы.

Кроме того, эти сведения полезны и для разработки конкретных практических рекомендаций, например для оптимального планирования режимов наладки и замены инструментов на производстве, ремонта и профилактики оборудования и т.п.

Исключительно важное значение имеют исследования сложных систем в связи с вопросами управления. Для расчета систем управления необходимо уметь решать задачи, связанные с анализом процессов функционирования сложного оборудования, оценкой информационных потоков и законов управления, синтезом алгоритмов, выбором технических средств, обозначением параметров оборудования и т.п.

На основе анализа потоков информации необходимо решить самую важную задачу – задачу выделения информации, существенной для управления.

Чтобы построить оптимальные методы управления, следует выделить такое минимальное количество информации, которое еще обеспечивает заданное качество управления и не является избыточным.

Далее переходят к рассмотрению возможной структуры системного управления. Одним из вопросов, возникающих при этом, является оценка оптимальной централизации управления.

Анализ вариантов может быть использован для получения комплексной оценки эффективности разных вариантов автоматизации управления.

АСУ — характерный пример сложной системы (СС). В частности АСУТП.

## Контрольные вопросы

1. Чем отличаются большие системы от сложных?
2. Какие системы называются динамическими?
3. Какие системы называются статическими?
4. Как делятся системы с точки зрения взаимной обусловленности событий?
5. Как делятся системы с точки зрения общения с внешней средой?
6. Закрытые системы - это ...
7. Какие основные свойства систем?
8. Какие существуют понятия сложности систем?
9. Назовите основные признаки иерархии систем.
10. Какие уровни можно выделить у обобщенной структуры?
11. Чем отличается обобщенная структура от эквивалентной структуры?
12. Какие виды описания применяются для сложных систем?
13. Какими способами можно представить процесс функционирования системы?
14. Что называется пространством состояния системы?
15. Каковы основные особенности управления сложными системами?
16. Что такое критерии эффективности сложных систем?
17. Каковы основные требования к сложным системам?
18. Назовите и охарактеризуйте основные этапы разработки
19. Назовите основные задачи исследования сложных систем.

## Тема 2. АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ

***При работе с данным разделом Вам предстоит:***

1) Изучить:
   Классификацию АСУ.
   Признаки классификации АСУ.
   Структура АСУ ТП. Функции АСУ ТП.
   Типовая функциональная схема. Пример

2) Ответить на вопросы теста № 2.

АСУ – это, как правило, система «человек-машина», призванная обеспечивать автоматизированный сбор и обработку информации, необходимый для оптимизации процесса управления. В отличие от автоматических систем, где человек полностью исключён из контура управления, АСУ предполагает активное участие человека в контуре управления, который обеспечивает необходимую гибкость и адаптивность АСУ.

В зависимости от роли человека в процессе управления, форм связи и функционирования звена «человек-машина», оператором и ЭВМ, между ЭВМ и средствами контроля и управления все системы можно разделить на два класса:

1. Информационные системы, обеспечивающие сбор и выдачу в удобном виде информацию о ходе технологического или производственного процесса. В результате соответствующих расчётов определяют, какие управляющие воздействия следует произвести, чтобы управляемый процесс протекал наилучшим образом. Основная роль принадлежит человеку, а машина играет вспомогательную роль, выдавая для него необходимую информацию.

2. Управляющие системы, которые обеспечивают наряду со сбором информации выдачу непосредственно команд исполнителям или исполнительным механизмам. Управляющие системы работают обычно в реальном масштабе времени, т.е. в темпе технологических или производственных операций. В управляющих системах важнейшая роль принадлежит машине, а человек контролирует и решает наиболее сложные вопросы, которые по тем или иным причинам не могут решить вычислительные средства системы.

## 2.1 Классификация АСУ

### 2.1.1 Информационные системы

Цель таких систем – получение оператором информации с высокой достоверностью для эффективного принятия решений. Характерной особенностью для информационных систем является работа ЭВМ в разомкнутой схеме управления. Причём возможны информационные системы различного уровня.

Информационные системы должны, с одной стороны, представлять отчёты о нормальном ходе производственного процесса и, с другой стороны, информацию о ситуациях, вызванных любыми отклонениями от нормального процесса.

Различают два вида информационных систем: информационно-справочные (пассивные), которые поставляют информацию оператору после его связи с системой по соответствующему запросу, и информационно-советующие (активные), которые сами периодически выдают абоненту предназначенную для него информацию.

В информационно справочных системах ЭВМ необходима только для сбора и обработки информации об управляемом объекте. На основе информации, переработанной в ЭВМ и предоставленной в удобной для восприятия форме, оператор принимает решения относительно способа управления объектом.

Системы сбора и обработки данных выполняют в основном те же функции, что и системы централизованного контроля и являются более высокой ступенью их организации. Отличия носят преимущественно качественный характер.

В информационно-советующих системах наряду со сбором и обработкой информации выполняются следующие функции:

- определение рационального технологического режима функционирования по отдельным технологическим параметрам процесса;
- определение управляющих воздействий по всем или отдельным параметрам процесса;
- определение значений (величин) установок локальных регуляторов.

Данные о технологических режимах и управляющих воздействиях поступают через средства отображения информации в форме рекомендаций оператору. Принятие решений оператором основывается на собственном по-

нимании хода технологического процесса и опыта управления им. Схема системы советчика совпадает со схемой системы сбора и обработки информации.

### 2.1.2 Управляющие системы

Управляющая система осуществляет функции управления по определённым программам, заранее предусматривающим действия, которые должны быть предприняты в той или иной производственной ситуации. За человеком остаётся общий контроль и вмешательство в тех случаях, когда возникают непредвиденные алгоритмами управления обстоятельства. Управляющие системы имеют несколько разновидностей.

*Супервизорные системы управления*. АСУ, функционирующая в режиме супервизорного управления, предназначена для организации многопрограммного режима работы ЭВМ и представляет собой двухуровневую иерархическую систему, обладающую широкими возможностями и повышенной надёжностью. Управляющая программа определяет очевидность выполнения программ и подпрограмм и руководит загрузкой устройств ЭВМ.

*Системы прямого цифрового управления*. ЭВМ непосредственно вырабатывает оптимальные управляющие воздействия и с помощью соответствующих преобразователей передаёт команды управления на исполнительные механизмы. Режим прямого цифрового управления позволяет применять более эффективные принципы регулирования и управления и выбирать их оптимальный вариант; реализовать оптимизирующие функции и адаптацию к изменению внешней среды и переменным параметрам объекта управления; снизить расходы на техническое обслуживание и унифицировать средства контроля и управления.

## 2.2 Признаки классификации АСУ

### 2.2.1 Критерии классификации

Классификация АСУ существенным образом зависит от критериев классификации.

По виду используемой управляющим устройством информации различают разомкнутые и замкнутые АСУ:

- в разомкнутых системах (рисунок 2.1) отсутствует обратная связь между выходом объекта управления и входом управляющего устройства. В таких системах управляемая величина не контролируется.

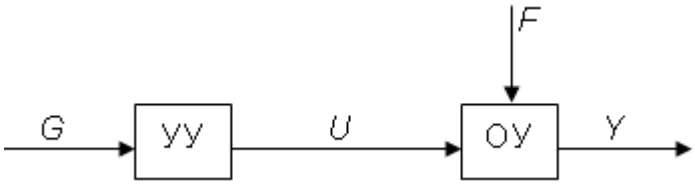


Рисунок 2.1

- При наличии обратной связи объект управления и управляющее устройство образуют замкнутый контур (рисунок 2.2), обеспечивающий автоматический контроль за состоянием объекта управления.

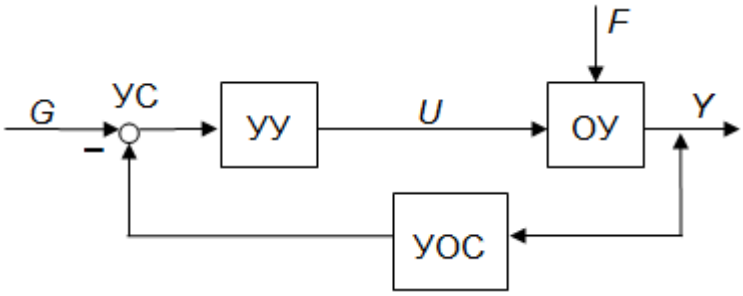


Рисунок 2.2

По характеру изменения задающего воздействия АСУ можно отнести к следующим видам:

- автоматической стабилизации, задающее воздействие в которых постоянно; эти системы предназначены для поддержания постоянства некоторого физического параметра (температуры, давления, скорости вращения и т.д.);

- программного управления, задающее воздействие в которых изменяется по какому–либо заранее известному закону (например, по определенной программе может осуществляться изменение скорости вращения электропривода, изменение температуры изделия при термической обработке и т.д.);

- следящие, задающее воздействие в которых изменяется по произвольному, заранее неизвестному закону (используются для управления параметрами объектов управления при изменении внешних условий).

В последние годы все большее значение приобретают адаптивные АСУ, характеризующиеся действием на объект управления каких–либо абсолютно неизвестных факторов. В результате возникает необходимость решения задачи управления в условиях неопределенности исходных данных для

принятия решения об управляющих воздействиях. Эти системы могут приспосабливаться к изменениям внешней среды и самого объекта управления, а также улучшать свою работу по мере накопления опыта, т.е. информации о результатах управления.

В свою очередь адаптивные АСУ делятся на:

- оптимальные, которые обеспечивают автоматическое поддержание в объекте управления наивыгоднейшего режима;

- самонастраивающиеся, параметры объекта управления у которых не остаются неизменными, а преобразуются при изменении внешних условий;

- самоорганизующиеся, алгоритм работы у которых не остается неизменным, а совершенствуется при изменении параметров объекта управления и внешних условий;

- самообучающиеся, которые анализируют накопленный опыт управления объектом и на основании этого автоматически совершенствуют свою структуру и способ управления.

По характеру действия АСУ подразделяют на непрерывные и дискретного действия. В непрерывных АСУ при плавном изменении входного сигнала также плавно изменяется и выходной сигнал. В дискретных АСУ при плавном изменении входного сигнала выходной сигнал изменяется скачкообразно. Методы управления, основанные на применении цифровой техники, всегда приводят к дискретным АСУ.

По характеру изменения параметров сигналов АСУ можно разделить на линейные и нелинейные, стационарные и нестационарные. По количеству самих параметров АСУ являются одномерными или многомерными (многопараметрическими).

Необходимо отметить, что классификацию АСУ можно построить и на основе других критериев, например, можно классифицировать АСУ по физической сущности системы или ее основных звеньев, по мощности исполнительного устройства и т.д. Каждый из упомянутых способов классификации АСУ чаще всего является независимым от остальных. Это означает, что каждый из них можно представить как шкалу в многомерном фазовом пространстве, тогда конкретным АСУ в этом пространстве будут соответствовать точки или определенные области.

## 2.3 Классификация систем и автоматизация управления сложными системами

Прежде всего система – это целостная совокупность некоторых элементов, не сводящаяся к простой сумме своих частей, т.е. представляющая собой нечто большее, чем просто сумму частей. Это нечто, отсутствующее в частях системы, взятых самих по себе, и совершенно необходимое, чтобы элементы образовали систему, представляет собой интегрирующее начало.

Интегрирующее начало может быть как объективным, так и субъективным, а системы, соответственно, естественными и искусственными. Искусственная система есть средство достижения цели. Но и естественные, например, экологические системы, человек, как правило, рассматривает с точки зрения того, что они могут ему дать или какими они должны быть, чтобы обеспечить человеку определенные желательные условия, т.е. опять же с точки зрения соответствия определенным целям.

Различные модели систем отличаются тем, насколько полно в этих моделях отражены знания разработчиков модели о внутреннем строении моделируемых систем, и насколько эти модели являются подходящими для применения с точки зрения достижения целей АСУ.

Простейшей (полностью феноменологической) моделью системы является модель "черного ящика". Так называют систему, о которой внешнему наблюдателю доступны только лишь входные и выходные параметры, а внутренняя структура системы и процессы в ней неизвестны. Входные параметры можно рассматривать как управляющие воздействия, а желательные значения выходных – как цель управления. Ряд важных выводов о поведении системы можно сделать, наблюдая только ее реакцию на воздействия, т.е. наблюдая зависимости между изменениями входных и выходных параметров. Такой подход открывает возможности изучения систем, устройство которых либо совершенно неизвестно, либо слишком сложно для того, чтобы можно было по свойствам составных частей и связям между ними сделать выводы о поведении системы в целом. Поэтому понятие "черный ящик" широко применяется при решении задач идентификации и моделировании реакции на управляющее воздействие в АСУ сложными объектами управления.

Важно понимать, что "черный ящик" представляет собой именно систему, причем в общем случае, сложную систему. Из этого следует очень важный вывод: оптимизировать какой–либо отдельно взятый выходной параметр нельзя, так как это может привести к уничтожению всей системы, т.е.

выходные параметры необходимо рассматривать системно, т.е. в единстве, комплексе.

Несмотря на свою кажущуюся простоту, построение модели "черного ящика" не является тривиальной задачей. Дело в том, что любая реальная система взаимодействует со средой бесчисленным множеством способов. Строя модель системы, из этого бесчисленного множества связей отбирают конечное их число и включают их в список входов и выходов. Критерием отбора при этом является целевое назначение модели, существенность той или иной связи для достижения цели. То, что существенно и важно, включается в модель, а то, что не существенно и не важно – не включается.

Но проблема как раз и заключается в том, что в действительности заранее никому не может быть точно известно, какие входные параметры оказывают существенное влияние на выходные целевые параметры, а какие нет. Это можно узнать, статистически исследовав эволюцию некоторого объекта в течение длительного времени, что проблематично, либо изучив достаточное количество аналогичных объектов, находящихся на различных стадиях своей эволюции, т.е. вариабельных конкретных "мгновенных" реализаций аналогичных объектов управления.

Но даже если такая информация имеется, то математически ее обработать, например с применением факторного анализа, также далеко не просто, так как обычно размерность реальных задач намного (на несколько порядков) превосходит возможности стандартных статистических методов и пакетов.

Более развитой, чем "черный ящик" является модель состава системы, в которой перечисляются составляющие ее элементы и подсистемы. Совокупность необходимых и достаточных для достижения целей управления элементов и подсистем с определенными отношениями между ними называется структурой системы.

Существуют различные подходы к классификации систем:

- по происхождению: искусственные, смешанные и естественные;

- по степени изученности структуры (наличию информации): "черный ящик", непараметризованный класс, параметризованный класс, "белый ящик";

- по способу управления: управляемые извне, самоуправляемые, с комбинированным управлением;

- по ресурсной обеспеченности управления: энергетические ресурсы (обычные и энергокритичные), материальные ресурсы (малые и большие), информационные ресурсы (простые и сложные).

При недостатке априорной информации о сложном объекте управления построение его содержательной модели затруднительно. В этих условиях, по мнению авторов, возможно применить модель "черного ящика", которая предполагает минимум знаний о структуре и связях входных и выходных параметров моделируемого объекта.

При построении этой модели выходные параметры определяются исходя из целей управления, а проблема выбора входных параметров, значимо влияющих на выходные, в принципе может решаться различными методами, например, такими как: многофакторный анализ, дискриминантный анализ, методы проверки статистических гипотез, методы теории информации.

Существуют различные варианты классификации параметров, в зависимости от того, какие состояния объекта управления и среды они характеризуют и в какой степени они зависят от человека.

Например, параметры могут быть разделены на четыре группы, характеризующие:

1. Предысторию объекта управления и окружающей среды.

2. Характеристику актуального состояния объекта управления (которое рассматривается как исходное состояние СОУ) и среды.

3. Не зависящие от человека факторы.

4. Зависящие от человека факторы (управляющие воздействия на объект управления).

Эта классификация позволяет изучить влияние на достижение целей управления каждой из перечисленных групп факторов и выделить наиболее существенные факторы как в каждой группе, так и по всем группам в целом. Для этой цели предлагается применить итерационные методы снижения размерности пространства признаков с переменным шагом, основанные на максимизации среднего количества информации, которое система получает при предъявлении ей признаков объектов обучающей и распознаваемой выборки.

Рассмотрим соотношение понятия "фактор" и понятия "управляющее воздействие", традиционного для теории АСУ.

Рассмотрим причины, влияющие на переход СОУ в различные состояния, в том числе целевые. Это прежде всего управляющие воздействия. Но это и факторы среды, причем не только актуальные, но и будущие (прогнозируемые). Это и состояния самого СОУ, как прошедшие (СОУ рассматривается как автомат с памятью), так и актуальные, а также прогнозируемые. Среди всех этих факторов есть и зависящие от человека, которые он может

использовать в качестве управляющих воздействий, а также и не зависимые от него, без учета которых, однако, управление СОУ станет менее надежным.

Более пристального внимания заслуживает также классификация систем по ресурсной обеспеченности управления. Для того, чтобы модель реально заработала, или, как говорят была актуализирована, необходимы затраты различных ресурсов, прежде всего энергетических, материальных, информационных, финансовых, а также других.

Конечно, ресурсная обеспеченность меняется с течением времени, что связано прежде всего с совершенствованием компьютерной техники и информационных систем, а также зависит от возможностей конкретных исследователей и разработчиков. Поэтому классификация этого типа, безусловно, является относительной. Несмотря на это, подобная классификация имеет практическую ценность.

Большой называется система, поведение которой определяется всей совокупностью ее элементов, взаимодействующих между собой, ни один из которых не является определяющим. В рассматриваемом контексте термин "большая" означает не пространственные размеры системы, а большое количество ее элементов. При моделировании больших систем возникает проблема высокой размерности описания. Например, если применяется многофакторная модель, то вычислительные и понятийные (связанные с интерпретацией) трудности возникают уже при количестве факторов от семи до десяти. В то же время многие реальные задачи требуют учета многих сотен и даже тысяч различных факторов.

Известны два способа перевода больших систем в разряд малых: использование более мощных вычислительных средств (компьютеров и программных систем) либо осуществление декомпозиции многомерной задачи на совокупность слабо связанных задач меньшей размерности (если характер задачи это позволяет). Если существует возможность сгруппировать элементы системы в незначительное количество подсистем, каждая из которых оказывает вполне определенное существенное влияние на поведение системы в целом, а с другими подсистемами мало взаимодействует, то этим самым описание функциональной структуры системы существенно упрощается.

На практике чаще всего исследователь самостоятельно решает неформализуемым путем, какие факторы он будет исследовать, а какие нет.

Сложной называется система, адекватное моделирование которой требует учета отсутствующей или недоступной информации. Необходимо специально отметить, что данное определение сложной системы считается клас-

сическим. Сложный объект управления (СОУ) – это объект управления, являющийся сложной системой.

Если управление приводит к неожиданным, непредвиденным или нежелательным результатам, т.е. отличающимся от ожидаемых (прогнозируемых) в соответствии с моделью, то это объясняется недостатком существенной информации, что порождает неадекватность модели и интерпретируется как сложность системы. Таким образом, простота или сложность системы относительна и указывает на достаточность или недостаточность информации о системе в действующей модели этой системы, т.е. связана с возможностью построения адекватной модели.

Между большими и сложными системами имеется много общего: очень часто большие системы одновременно являются и сложными. Но есть и существенное различие между ними: адекватное моделирование больших систем оказывается возможным при удовлетворении высоких требований к инструментам обработки (компьютерам и программным системам), тогда как при моделировании сложных систем возникают более фундаментальные проблемы, связанные с недостатком значимой информации.

## 2.4 Структура АСУ ТП

Автоматизированными системами управления технологическими процессами (АСУ ТП) – называют разнообразные компьютерные устройства, которые управляют различными действиями на производстве.

Структура системы АСУ ТП (рисунок 2.3) в общем виде не сложна, однако составные части структуры АСУ ТП могут меняться.

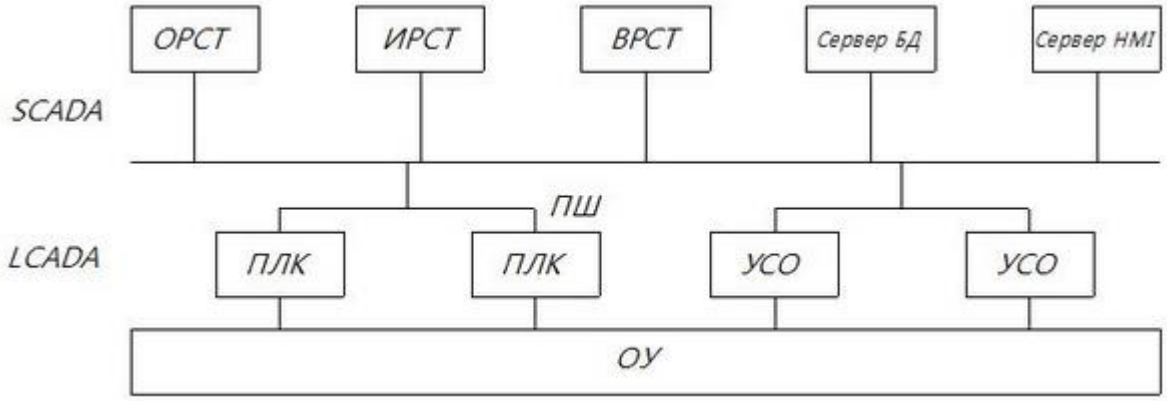


Рисунок 2.3

Стандартная двухуровневая АСУ ТП (рисунок 2.3) состоит из:

1) ОРСТ – операторская рабочая станция, необходимая для отображения состояния технологического процесса в виде мнемосхем, отображения аварийных ситуаций с помощью световой и звуковой сигнализаций и изменения задания или установок работы системы АСУ ТП.

2) ИРСТ – инженерная РСТ, необходима для программирования контроллеров и создания проекта SCADA системы для АСУ ТП.

3) ВРСТ – вычислительная РСТ, необходима для выполнения сложных математических операций (задачи оптимизации и адаптации, получения спектров, разложения в ряд Фурье).

4) Сервер БД – сервер баз данных, осуществляет передачу данных о состоянии технологического процесса на более высокие уровни автоматизации. Кроме того, он необходим для хранения архивной информации (протокол событий в системе), аварийных ситуаций, изменения режимных параметров во времени.

5) Сервер HMI – сервер человеко-машинного интерфейса, необходим в том случае, когда отображение одной и той же мнемосхемы необходимо осуществить на нескольких рабочих станциях. В таком случае сервер HMI формирует видеокадры и передает их на дисплее рабочих станций. Таким образом, можно использовать PC малой мощности. В большинстве случаев функции всех рабочих станций и серверов на уровне SCADA системы объединяют на базе одного компьютера.

6) Уровень LCADA – ПЛК и УСО (устройства связи с объектом), которые через собственные полевые шины (ПШ) подключены к серверу сбора данных, который, как правило, находится на операторской рабочей станции. Сервер сбора данных, в свою очередь, опрашивает ПЛК и УСО по специальному протоколу обмена данными.

В отличии от привычной двухуровневой АСУ ТП, структура современной интегрированной АСУ (рисунок 2.4) условно состоит из 4 уровней, среди которых: ERP, MES, SCADA и LCADA.

Современная интегрированная АСУ способна решать задачи не только стабилизации параметров, защит и блокировок, создания безотказности работы (задачи системы АСУ ТП), но и организовывать работу предприятия, решать задачи максимизации прибыли и т.д.

1) Самый высокий уровень – Enterprise Resource Planning (ERP). На нем решаются следующие задачи, связанные с организацией работы подлежащих структур предприятия. Основная цель на данном уровне – максимизация прибыли за отдельный период. Лицо, которое принимает решение на этом

уровне АСУ ТП – руководитель предприятия. Объект автоматизации – денежный поток.

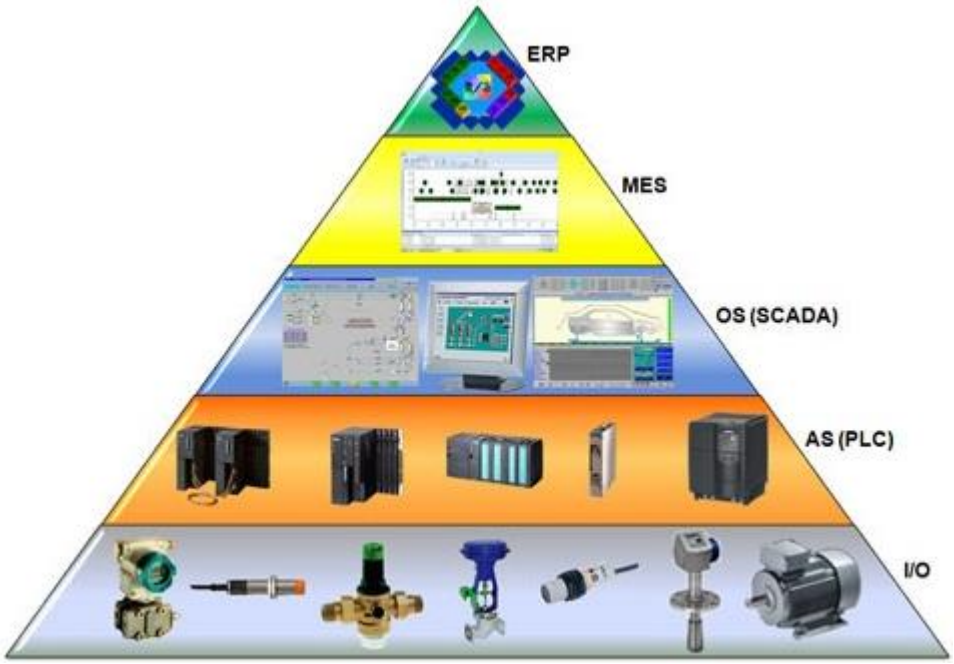


Рисунок 2.4

2) Manufacture Execution System – субъектом или лицом, которое принимает решения тут, является руководитель цеха или отделения АСУ ТП. Задачи этого уровня – управление подчиненными АСУ ТП, логистика и контроль над персоналом. Кроме того одной из основных задач этого уровня есть оптимизация работы подчиненных АСУ ТП (уменьшение себестоимости продукции, а также оптимизации работы системы в целом).

3) SCADA(Supervisory Control And Data Acquisition) – субъектом является оператор-технолог. Его задача – создание условий безотказной работы системы АСУ ТП, адаптация и оптимизация работы оборудования. Кроме того оператор поочередно следит за аварийными ситуациями и передает информацию о состоянии оборудования на более высокие ступени АСУ ТП.

4) LCADA (Local Control And Data Acquisition) – выполняет стабилизацию режимных параметров, отработку защит и блокировок и программно-логическое управление отдельными установками. Объект автоматизации на этом уровне – отдельная установка или технологический процесс. Субъектов – нет.

В большинстве случаев уровень ERP и MES объединяют в один уровень структуры АСУ ТП. Элементной базой являются мощные серверы баз

данных, терминальные сервера и рабочие станции, на которых установлено программное обеспечение для решения соответствующих задач.

## 2.5 Функции АСУТП

Функции АСУТП подразделяются на информационные (контроль), управляющие и вспомогательные (сервисные).

К *информационным* функциям относят:

- преобразование и передача параметров технологического процесса, обеспечивающая измерение параметра, преобразование в унифицированный или дискретный сигнал и передачу этого сигнала в систему сбора и первичной обработки информации;

- сбор и первичная обработка информации для получения с помощью средств измерения достоверной информации о технологических управляющих параметрах, необходимой при выполнении функций управления, других информационных функций и своевременного представления этой информации оперативному персоналу для контроля технологического процесса;

- представление информации, обеспечивающее отображение информации о технологическом процессе на средствах отображения;

- технологическая сигнализация, обеспечивающая своевременное (в автоматическом режиме) предоставление оперативному персоналу информации об отклонениях в технологическом процессе;

- регистрация событий для констатации происходящих на объекте и в АСУТП событий, накопления полученной информации в архиве и последующего представления этой информации на устройствах отображения;

- информационно-вычислительные и аналитические функции для решения информационно-аналитических и расчетных задач, возникающих при эксплуатации оборудования;

- архивирование информации, используемое для накопления и последующего представления данных об истории протекания технологических процессов, работе средств АСУТП, действиях оператора;

- протоколирование информации (составление отчетов), обеспечивающее автоматическое составление технических протоколов и отчетов.

К *управляющим* функциям относят:

- Автоматическое регулирование, обеспечивающее непрерывное поддержание заданных значений параметров технологического процесса.

- Логическое управление, обеспечивающее автоматическое и/или автоматизированное управление оборудованием и автоматическими устройствами, не решаемое средствами непрерывного управления и регулирования.

- Дистанционное управление, обеспечивающее передачу команд управления, формируемых оперативным персоналом, для влияния на технологический процесс посредством воздействия на привод исполнительного механизма (рабочего органа), коммутационное оборудование, регуляторы, логические программы и т.д.;

- Технологические защиты, обеспечивающие своевременное выявление факта возникновения аварийной ситуации и формирование управляющих воздействий, обеспечивающих защиту персонала и предотвращение повреждения оборудования.

К *вспомогательным* (сервисным) функциям относят:

- непрерывный автоматический контроль программных и технических средств и контроль выполнения информационной и управляющей функций АСУТП;

- самодиагностика программных и технических средств АСУТП, включая анализ отказов, неисправностей и ошибок оборудования АСУТП;

- обеспечения функционирования баз данных, включая нормативно-техническую;

- метрологический контроль и аттестацию информационных каналов;

- предоставление рекомендаций, справочной информации при настройке, наладке и эксплуатации программных и технических средств АСУТП;

- другие необходимые функции.

## 2.6 Типовая функциональная схема и примеры АСУТП

Множество АСУТП можно классифицировать по различным признакам, в том числе по роли человека–оператора и вычислительного комплекса (ВК) (рисунок 2.5). Распределение функций между ними осуществляется на этапе предварительного проектирования. Более совершенна та система, где максимум функций выполняет ВК.

На рисунке 2.5 приняты следующие обозначения:

1 – Человек оператор

2 – ВК

3 – Объект управления

4 – Система отображения информации

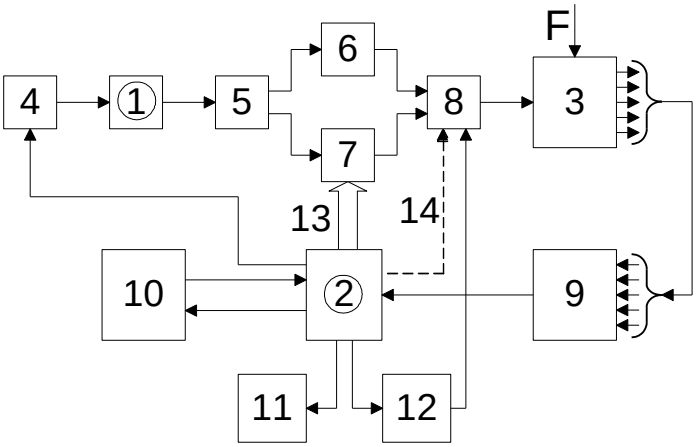

Рисунок 2.5

5 – Пульт или пост управления
6 – Устройство логического управления
7 – Локальные регуляторы
8 – Исполнительные устройства
9 – Измерительные устройства
10 – АСУТП более высокого уровня
11 – Система сигнализации
12 – Система аварийной защиты
13, 14 – Функциональные связи

### 2.6.1 АСУТП с информационным типом функционирования

В данном случае нет связей (рисунок 2.5) 13 и 14.

ВК, получая информацию, обрабатывает её и с помощью систем отображения информации (СОИ) представляет человеку–оператору. Оператор анализирует информацию и принимает решение, воздействует на объект при помощи технических средств (рисунок 2.5) 5, 6, 7, 8.

ВК выполняет следующие функции:

1. Сбор информации для уточнения ММ.
2. Рассчитывание технических и технико - экономических показателей.
3. Контроль работы системы.
4. Связь с АСУТП более высокого уровня.

Следовательно, система существенно зависит от человека–оператора.

### 2.6.2 АСУТП с функционированием в режиме “советчика”

В данном случае нет связей 13 и 14 (рисунок 2.5).

ВК рассчитывает возможные варианты решения (уставки), которые предлагаются оператору. Оператор анализирует их и выбирает более рациональную уставку.

В такой системе влияние оказывает субъективный фактор человека–оператора.

### 2.6.3 АСУТП с супервизорным управлением

В данном случае используется функциональная связь (рисунок 2.5) 13, а 14 отсутствует.

ВК рассчитывает уставки локальным регулятором (рисунок 2.5) 7. Человек–оператор, находясь вне основного контура, контролирует работу системы и вмешивается в процесс по мере необходимости.

### 2.6.4 АСУТП с непосредственным цифровым управлением

В данном случае используется функциональная связь 14, а 13 отсутствует (рисунок 2.5).

ВК рассчитывает не уставки, а необходимые управляющие воздействия на объект, которые реализуются исполнительными устройствами 8 (рисунок 2.5). При этом локальные регуляторы, выносящиеся за пределы контура, являются дополнительными.

## Контрольные вопросы

1. Дать определение АСУ.
2. Какая цель информационных систем?
3. Какие существуют виды информационных систем?
4. Какие функции осуществляет управляющая система?
5. Какие существуют разновидности управляющих систем?
6. Как подразделяются управляющие устройства по виду используемой информации ?
7. Как подразделяются АСУ по характеру изменения задающего воздействия?

8. Как подразделяются адаптивные АСУ?
9. Как подразделяются АСУ по характеру изменения параметров сигналов?
10. Как классифицируются АСУ сложных систем?
11. Дайте определение АСУ ТП.
12. Из каких элементов состоит стандартная двухуровневая АСУ ТП?
13. Какие задачи может решать современная интегрированная АСУ?
14. Сколько уровней содержит современная интегрированная АСУ?
15. Какие существуют функции АСУ ТП.
16. Что относится к информационным функциям АСУ ТП?
17. Что относится к управляющим функциям АСУ ТП?
18. Что относится к вспомогательным функциям АСУ ТП?

## Тема 3. ЛОКАЛЬНЫЕ ОПТИМИЗАТОРЫ И РЕГУЛЯТОРЫ

***При работе с данным разделом Вам предстоит:***

1) Изучить:
   Обобщенную структуру локального оптимизатора.
   Обобщенную структуру локального регулятора.
   Типовую функциональную схему локального регулятора.

2) Ответить на вопросы теста № 3.

### 3.1 Обобщенная структура локального оптимизатора САУ. Проблемы управления

В общем виде структурная схема локального оптимизатора представлена на рисунке 3.1.

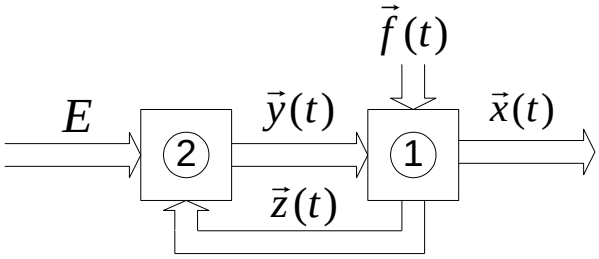


Рисунок 3.1

На рисунке 3.1 приняты следующие обозначения: 1 – управляемая система; 2 – управляющая система.

Пусть известны:

1. Цель управления (E) в виде показателя – функционала.

$$E = E\left\{\vec{x}(t), \vec{y}(t), \vec{z}(t), \vec{f}(t)\right\} \ldots \tag{3.1}$$

2. Математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{X}\left[\vec{x}(t), \vec{y}(t), \vec{z}(t), \vec{f}(t)\right] \ldots \tag{3.2}$$

3. Ограничения:

$$\begin{aligned} &\vec{x}(t) \in A(t) \\ &\vec{y}(t) \in B(t) \\ &A(t) \subset X \\ &B(t) \subset Y \end{aligned} \tag{3.3}$$

Изменение векторов состояния $\vec{x}(t)$, управления $\vec{y}(t)$ ограничено замкнутыми областями $A$ и $B$, которые в свою очередь являются составляющими соответственно пространств состояний $X$ и управления $Y$.

Тогда: *Проблема управления состоит* в определении такого вектора управления $\vec{y}(t)$, который обеспечивал бы экстремум функционала (3.1) при известных ММ (3.2) и ограничениях (3.3).

$\vec{x}(t), \vec{y}(t), \vec{z}(t), \vec{f}(t)$ – многомерные векторные функции соответствия $\vec{x}(t)$ – состояния; $\vec{y}(t)$ – управления; $\vec{z}(t)$ – наблюдения; $\vec{f}(t)$ – возмущения.

То есть $\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \ldots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, x_i(t), i = \overline{1,n}$, – переменные состояния.

$\vec{z}(t) = \left[z_1(t), z_2(t), \ldots, z_k(t)\right]^T, z_i, i = \overline{1,k}$ – наблюдаемые переменные, то есть переменные состояния, информация об изменении которых поступает в управляющую систему.

$$\vec{y}(t)=\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \dots \\ y_m(t) \end{bmatrix}, y_i(t), i=\overline{1,m}$$ – управляющие воздействия (уставки).

$\vec{f}(t)=\left[f_1(t),\ f_2(t),\dots,\ f_l(t)\right]^T$, $f_i, i=\overline{1,l}$ – возмущающие воздействия.

## 3.2 Обобщенная структура локального регулятора САР. Проблемы управления

Обобщенная структура локального регулятора представлена на рисунке 3.2.

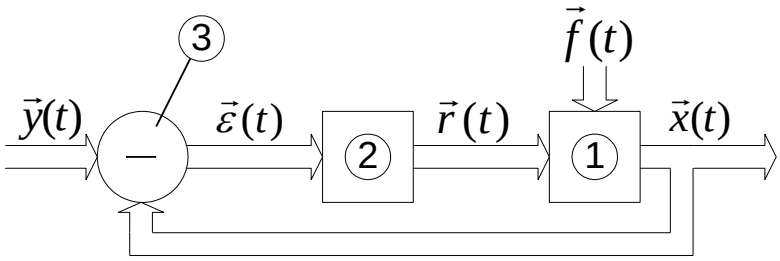


Рисунок 3.2

На рисунке 3.2 приняты следующие обозначения:

1 – объект регулирования;

2 – регулятор (контроллер);

3 – устройство сравнения.

$\vec{r}(t)$ – вектор регулирования;

$r_i(t), i=\overline{1,\rho}$ – регулирующее воздействие.

$\vec{\varepsilon}(t)=\vec{y}(t)-\vec{x}(t)$ – вектор ошибки.

В данном случае:

1. $\vec{y}(t)$ – известен.

2. $\vec{r}(t)=[\vec{\varepsilon}(t),\ \vec{f}(t)]$

3. Показатель точности $e=\Phi\left\{\vec{\varepsilon}(t)\right\}=\Phi\left\{\vec{y}(t)-\vec{x}(t)\right\}$

Тогда: *Проблема регулирования состоит* в определении такого вектора регулирования $\vec{r}(t)$ (алгоритма), который обеспечивал бы минимум n частных показателей эффективности $e_i=\Phi_i\left\{\vec{y}_i(t)-\vec{x}_i(t)\right\}, i=\overline{1,\nu}$, каждый из которых зависит от одной из составляющих вектора ошибки, при изменяющихся связях (3.2) и ограничениях (3.3).

Задача регулирования – это частный случай проблемы управления, а локальный регулятор является объектом локального оптимизатора (рисунки 3.1, 3.2).

### 3.2.1 Типовая функциональная схема локального регулятора. Состав элементов

Типовая функциональная схема локального регулятора представлена на рисунке 3.3.

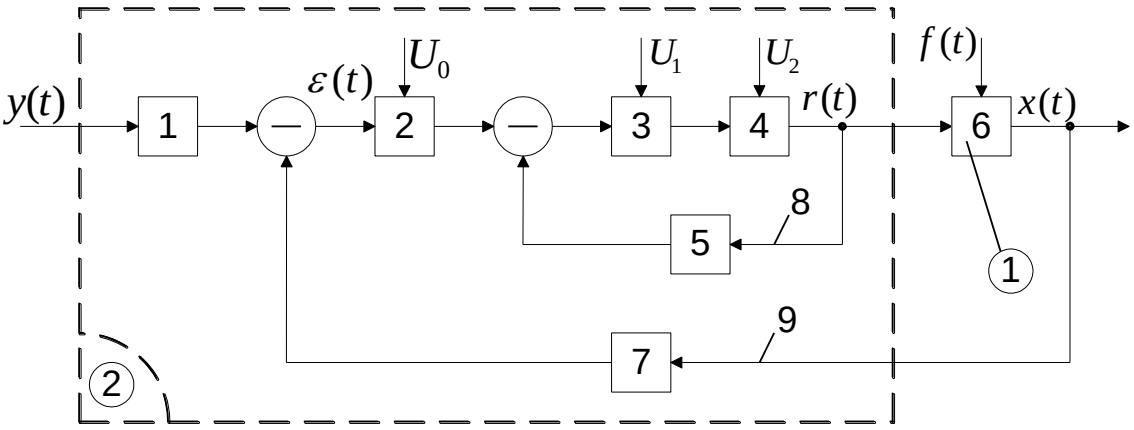


Рисунок 3.3

На рисунке 3.3 приняты следующие обозначения:

$U_0, U_1, U_2$ – источники энергии.

1 – преобразующее устройство;

2 – последовательное корректирующее устройство (аналоговое или цифровое (микропроцессор)) (придаёт системе требуемые свойства);

3 – усилительное устройство;

4 – исполнительное устройство;

5 – параллельное корректирующее устройство (включается встречно-параллельно и охватывает звенья подсистемы с наиболее неблагоприятными свойствами);

6 – объект регулирования;

7 – элемент (устройство) главной обратной связи;

8 – местная обратная связь;

9 – главная обратная связь.

Локальные регуляторы содержат в своей структуре измерительные, усилительные, исполнительные и корректирующие устройства. Следовательно, САР – замкнутая динамическая система использования

получающихся сигналов для управления источниками энергии, стремящаяся сохранить в допустимых пределах ошибки между требуемыми и действительными значениями регулируемых переменных путем их сравнения.

### 3.2.2 Основные типы локальных регуляторов

Множество локальных регуляторов можно упорядочить по различным признакам:

Во-первых, в зависимости от характера информации, используемой в регуляторе:

1.) С регулированием по разомкнутому циклу (рисунок 3.4) (по возмущениям).

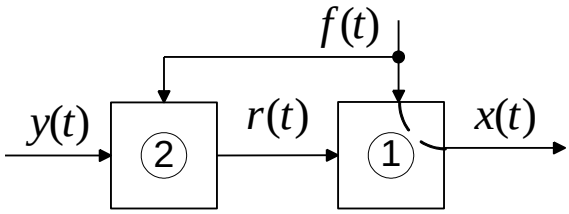


Рисунок 3.4

Проблема состояла в определении регулирующего воздействия.

Здесь регулятор настраивается в зависимости от основного возмущения $f(t)$.

“+”: высокое быстродействие, так как регулятор настраивается сразу по возмущению, а не так, как в случае регулирования по замкнутому циклу.

“–”: трудность программирования регулятора на возможные возмущения, следовательно, невысокая точность.

2.) С регулированием по замкнутому циклу (рисунок 3.5) (по отклонениям).

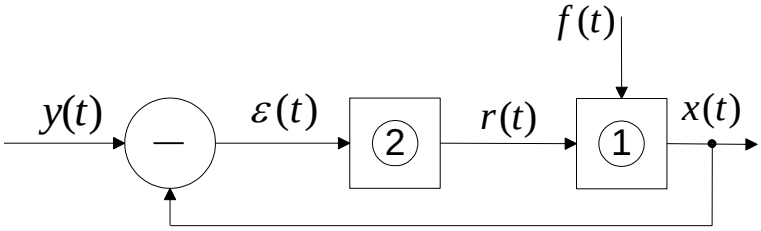


Рисунок 3.5

“+”: в независимости от причин появления ошибки $\varepsilon(t)$, система работает по принципу её (ошибки) компенсации.

“–”: быстродействие ниже, чем в случае с регулированием по разомкнутому циклу.

3.) С регулированием по комбинированию.

Объединение случаев регулирования по разомкнутому циклу и по замкнутому циклу.

Во-вторых, в зависимости от уставки $y(t)$:

1. Системы стабилизации $y(t) = const$.
2. Программные системы $y(t) = Y(t)$, причём $Y(t)$ – известно.
3. Следящие системы $y(t) = Y(t)$, причём $Y(t)$ – заранее неизвестная функция.

В-третьих, в зависимости от размерности $n$ вектора состояния $x(t)$:

1. Одномерные $n = 1$.
2. Двумерные $n = 2$.
3. Многомерные $n = 3$.

В-четвёртых, в зависимости от количества контуров в системе:

1. Одноконтурные (используется только главная обратная связь, нет местных связей).
2. Двухконтурные (используются одна главная и одна местная обратные связи).
3. Многоконтурные (используются одна главная и много местных обратных связей).

В-пятых, в зависимости от установившегося значения ошибки:

1. Статические $\lim\limits_{t \to \infty} \varepsilon(t) = const \neq 0$.
2. Астатические $\lim\limits_{t \to \infty} \varepsilon(t) = 0$.

Систему называют астатической по управляющему (или возмущающему) воздействию, если при подаче на вход постоянного управляющего (или возмущающего) воздействия ошибка в установившемся состоянии *не зависит* от величины этого воздействия и равна нулю.

В-шестых, в зависимости от характеров сигналов, циркулирующих в системе:

1. Непрерывные.
2. Импульсные.
3. Релейные.
4. Релейно-импульсные (кодово-импульсные).
5. На переменном токе (с гармонической модуляцией).

**Контрольные вопросы**

1. Какие элементы включает локальный оптимизатор?
2. Запишите цель управления в виде функционала оптимизатора.
3. Запишите математическую модель в виде системы дифференциальных уравнений.
4. Какие элементы включает обобщенная схема локального регулятора?
5. Какие существуют основные виды локальных регуляторов?

## Тема 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

***При работе с данным разделом Вам предстоит:***

1) Изучить:

Основные виды математических моделей

Описание систем управления моделями пространства.

Понятие о дискретных САУ.

Математическое представление дискретных функций.

Связь спектров непрерывного и дискретного сигналов.

Связь между непрерывным преобразованием Лапласа и Z-преобразованием.

Обратное преобразование Лапласа.

2) Ответить на вопросы теста № 4.

### 4.1 Основные виды математических моделей

Математические модели могут быть:

1. Линейными;
2. Нелинейными

В свою очередь каждая из них может быть:

1. Непрерывной (система дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений);

2. Дискретной (система разностных уравнений);

3. Дискретно-непрерывной (сочетание непрерывной и дискретной систем).

В свою очередь каждая из них может быть:

1. Стационарной;

2. Нестационарной.

Математическая модель нестационарна, если хотя бы один из параметров системы изменяется с течением времени.

В свою очередь каждая из них может быть:

1. С сосредоточенными параметрами;

2. С сосредоточенными и распределёнными параметрами.

1) Физические параметры системы (например, масса, скорость, потенциал и др.) обычно сосредоточены в точке (так можно считать), коэффициенты дифференциальных уравнений зависят от этих параметров. В результате, математическая модель будет, например, системой дифференциальных уравнений в полных производных $\left(\frac{d}{dt}\right)$.

2) Если система содержит одну из подсистем (например, канал связи, трубопровод), параметры которой распределены в пространстве, то математическая модель такой системы будет содержать, например, систему дифференциальных уравнений в частных производных $\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)$.

В свою очередь каждая из них может быть:

1. Детерминированной;

2. Стохастической или со случайными параметрами (если хотя бы один из параметров или воздействий является случайной функцией или величиной).

## 4.2 Описание систем управления моделями пространства состояний

### 4.2.1 Уравнения состояния САУ

Пространство состояний САУ это бесконечная совокупность временных моментов состояния системы, описанная конечной совокупностью переменных состояния.

Число переменных состояния обычно принимается равным порядку общего дифференцированного уравнения системы, т.е. числу дифференцированных уравнений 1-го порядка.

Уравнения состояния записываются обычно в нормальной форме Коши и имеют вид:

$$\frac{dx_i}{dt} = a_{i1}x_1 + a_{i2} + \ldots + a_{in}x_n + b_{i1}u_1 + b_{i2}u_2 + \ldots + b_{im}u_m,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

В левой части уравнения состояния всегда производная переменной состояния, а в правой части сумма всех переменных состояния и внешних воздействий со своими коэффициентами. Полное описание в пространстве состояния будет представлять систему из n дифференцированных уравнений 1-го порядка в форме Коши.

Существует три способа записи уравнений состояния подобной формы:

1) запись уравнения в форме Коши на этапе первичного поэлементного описания системы управления;

2) Запись уравнений состояний по передаточным функциям звеньев; например для передаточной функции $W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{Ts+1}$ можно записать уравнение $TsY(s) + Y(s) = kU(s)$ и после перехода во временную область $T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = ku(t)$, и уравнение состояния $\frac{dy(t)}{dt} = \frac{k}{T}u(t) - \frac{1}{T}y(t)$.

В случае сложной передаточной функции порядка n > 1 прибегают к разложению ее на сумму слагаемых 1-го порядка, либо к представлению в виде произведения сомножителей 1-го порядка.

3) Универсальным способом записи уравнений состояния является их составление на основе детализированной структурной схемы системы. Процесс записи уравнений включает в себя 2 этапа:

- выбор переменных состояния; в качестве переменных состояния выбираются выходные переменные интегрирующих звеньев ДСС;
- запись уравнений для входных переменных интегрирующих звеньев.

### 4.2.2 Векторно-матричное описание непрерывной системы

Обобщая записанную в примере систему уравнений состояния, запишем ее для системы порядка *n*.

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + b_{12}u_2 + \ldots + b_{1m}u_m,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + b_{22}u_2 + \ldots + b_{2m}u_m,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{dx_i}{dt} = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n + b_{i\,1}u_1 + b_{bi\,2}u_2 + \ldots + b_{im}u_m,$$

$$\frac{dx_n}{dt} = a_{n\,1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + b_{n2}u_2 + \ldots + b_{nn}u_m.$$

Эту систему можно записать в векторно-матричной форме:

$$X = \mathrm{AX} + \mathrm{BU},$$

где $X = X(t)$ – действительный $n$-мерный вектор-столбец, компоненты которого переменные состояния. Поэтому он носит название вектора состояния.
$U = u(t)$ – действительный $m$-мерный вектор-столбец, содержащий в качестве своих элементов входные внешние воздействия (управляющие и возмущающие), он называется вектором входа.

A – матрица коэффициентов системы размерностью ($n$ x $n$), называемая матрицей системы или матрицей состояния.

B – матрица коэффициентов системы при внешних воздействиях и поэтому называемая матрицей входа; размерность матрицы B – ($n$ x $m$).

Если матрицы A и B постоянные, то система называется стационарной; если матрицы A и B есть функции времени, то система называется нестационарной или системой с переменными коэффициентами.

Основное матричное уравнение обычно дополняется уравнением для вектора выходных переменных:

$$\mathrm{Y} = \mathrm{CX} + \mathrm{DU},$$

где C – матрица выхода системы, размерность которой зависит от размерности векторов $X$ и $Y$; в одномерной системе, где $y$ есть скалярная переменная, матрица C есть строка размерностью $n$;

D – матрица связи с внешними воздействиями, ее размерность определяется размерностью векторов $U$ и $Y$.

### 4.3 Понятия о дискретных САУ

Дискретной системой называется такая САУ, в которой имеет место прерывистый характер передачи информации управления. Такой характер

сигналов управления может быть обусловлен включением в систему импульсных или цифровых устройств. В связи с этими все дискретные системы разделяются на две большие группы:

- импульсные САУ;
- цифровые САУ.

Как в импульсных, так и в цифровых системах идет процесс преобразования непрерывных величин в дискретные (импульсные или цифровые) величины, называемый процессом квантования. Различают три вида квантования: квантование по времени, квантование по уровню, смешанное квантование.

При квантовании по времени осуществляется выборка из множества значений непрерывной величины дискретных значений через равноотстоящие промежутки времени (рисунок 4.1). Временной интервал между двумя соседними выборками называется периодом квантования или дискретизации и обозначается через *T*.

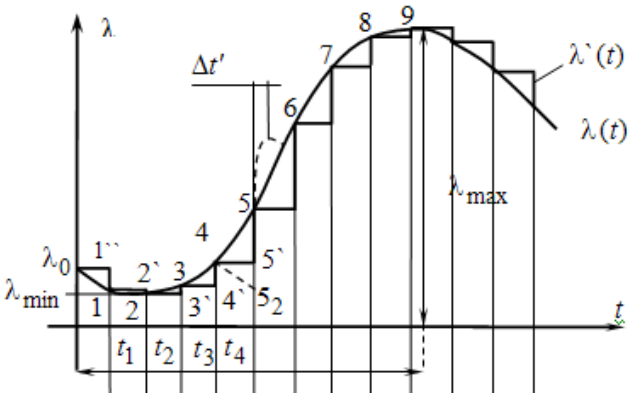


Рисунок 4.1 – Квантование по времени

При квантовании по уровню из множества значений непрерывной величины выбираются значения, совпадающие с одним из уровней квантования (рисунок 4.2).

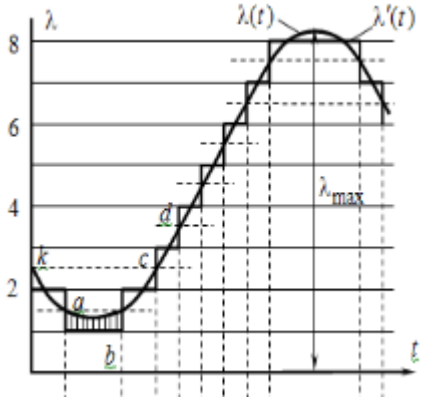


Рисунок 4.2 – Квантование по уровню

При смешанном квантовании выборка осуществляется с постоянным шагом квантования $T$, но в качестве дискретный значений принимаются значения ближайших уровней квантования (рисунок 4.3).

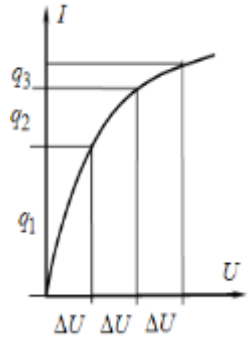


Рисунок 4.3 – Смешанное квантование

Смешанное квантование имеет место в цифровых системах при преобразовании непрерывных сигналов в цифровую форму.

Импульсные системы разделяются также по типу модуляции в зависимости от того, какой параметр импульса моделируется непрерывным сигналом. Различают системы с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ), с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ), фазоимпульсной модуляцией (ФИМ), частотно-импульсной модуляцией (ЧИМ).

В дискретных системах вследствие наличия импульсных или цифровых элементов имеет место прерывистый во времени процесс передачи сигналов управления, поэтому для составления математических моделей приходится пользоваться аппаратом дискретных (решетчатых функций).

Решетчатой функцией времени называется функция дискретного аргумента – времени. Обозначается она $f(nT)$ или просто $f(n)$, где $T$ – период дискретизации (квантования); $n$ – число периодов с начала отсчета. Для характеристики дискретной функции в интервалах между моментами квантования вводят понятие смещенной решетчатой функции $f(nT+\sigma T)$ или $f(n,\sigma)$, где σ – относительный сдвиг внутри периода дискретности:

$$0 \le \sigma < 1$$

Аналогом производной непрерывной функции для решетчатых функций является конечная разность:

$$\Delta f(n,\sigma) = f(n,\sigma) - f(n-1,\sigma).$$

Конечной разностью $k$-го порядка называется решетчатая функция

$$\Delta^k f(n,\sigma) = \Delta^{k-1} f(n,\sigma) - \Delta^{k-1} f(n-1,\sigma).$$

Определение разностей первого порядка для различных $n$ показано на рисунок 4.4.

Аналогом интеграла непрерывной функции для решетчатой функции является конечная сумма

$$f_{\Sigma}(n,\sigma)=\sum_{i=0}^{n-1} f(i,\sigma).$$

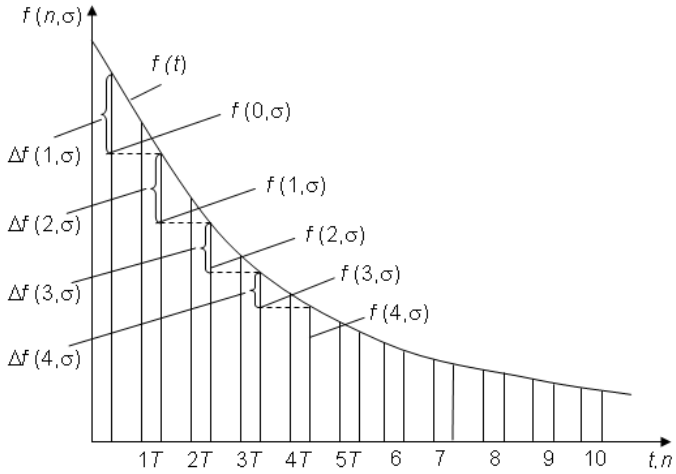


Рисунок 4.4 – Определение разностей первого порядка для различных $n$

Уравнение, связывающее между собой решетчатые функции, их разности различных порядков и конечные суммы, называется разностным уравнением:

$$a_0\Delta^l y(n,\sigma)+a_1\Delta^{l-1}y(n,\sigma)+\ldots+a_l y(n,\sigma)=$$
$$=b_0\Delta^k u(n,\sigma)+b_1\Delta^{k-1}u(n,\sigma)+\ldots+b_k u(n,\sigma).$$

Разностные уравнения являются удобной формой представления зависимости между дискретными функциями и широко используются для записи алгоритмов работы цифровых устройств управления.

### 4.4 Математическое представление дискретных функций

В рассматриваемых системах непрерывная часть имеет значительный вес в сравнении с дискретной и, кроме того, импульсные элементы преобразуют непрерывные сигналы в последовательность импульсов определенной формы. Появляется необходимость учитывать реальную форму импульсов и отразить зависимость того или иного параметра импульсов от мгновенных значений непрерывного сигнала. Использование аппарата решетчатых функций для таких систем оказалось недостаточным. Решетчатая функция дис-

кретного аргумента не может быть непосредственно подвергнута преобразованию Лапласа. Значит, отсутствует возможность составить математические модели, например, в форме передаточных функций или частотных характеристик, широко используемых для моделирования непрерывных частей таких систем. Возникшее противоречие было преодолено за счет применения аппарата δ-функций.

Для того, чтобы описать дискретные сигналы с помощью δ-функций было предложено заменять реальные импульсные элементы (РИЭ) комбинациями из идеальных импульсных элементов (ИИЭ) и формирующих элементов (ФЭ) как показано на рисунке 4.3.

Идеальным импульсным элементом называется абстрактный математический элемент, который под воздействием непрерывного сигнала на его входе генерирует мгновенные типа δ-функций импульсы, следующие с интервалом, равным периоду дискретности РИЭ, и по площади равные значения непрерывного сигнала в моменты квантования.

Последовательность δ-функций на выходе ИИЭ

$$U_f^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT)\delta(t - nT)$$

Формирующим называется элемент, который под воздействием мгновенных модулированных по площади импульсов формирует на выходе импульсы, соответствующие выходному сигналу РИЭ.

Для описания ФЭ привлекается понятие импульсной переходной характеристики. Действительно, каждый импульс на выходе ФЭ есть реакция на входной мгновенный импульс типа δ-функции, т. е. его импульсная переходная характеристика $w(t)$. Подвергнув $w(t)$ преобразованию Лапласа, получают передаточную функцию формирующего элемента

$$W_{ФЭ}(s) = L\{w(t)\}.$$

Так, например, для импульса прямоугольной формы, единичной амплитуды и длительностью $\tau = \gamma T$

$$w(t) = 1(t) - 1(t - \gamma T).$$

Передаточная функция ФЭ $W_{ФЭ}(t) = \dfrac{1 - e^{-\gamma sT}}{s}$.

При $\gamma = 1$ получаем передаточную функцию

$$W_{ЭО}(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s},$$

так называемого экстраполятора нулевого порядка. В технике такая передаточная функция соответствует преобразователю “код – напряжение”.

Подобным образом получены передаточные функции часто встречающихся на практике импульсных элементов.

Составив математическое описание формирующего элемента, его объединяют с непрерывной частью системы, благодаря чему получается приведенная непрерывная часть (ПНЧ) – рисунок 4.5.

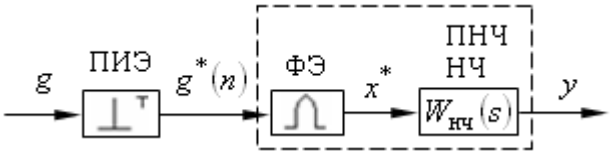


Рисунок 4.5 – Расчетная функциональная схема разомкнутой импульсной системы

Преимуществом такого представления участка дискретно-непрерывной системы является то, что выходной сигнал ИИЭ $U_f^*(t)$ может быть преобразован по Лапласу, тогда как для сигнала $f^*(t)$ на выходе РИЭ преобразование Лапласа недопустимо.

К функции дискретного аргумента $f(nT)$ или $f\left[(n+\sigma)T\right]$ непрерывное преобразование Лапласа не может быть применено, так как функции $f(nT)$ и $f\left[(n+\sigma)T\right]$ не являются однозначными. Для того, чтобы выполнить преобразование Лапласа над функцией дискретного аргумента, последняя должна быть представлена как бесконечная сумма модулированных по площади δ-функций

$$f(t)=\sum_{0}^{\infty} f(nT)\delta(t-nT).$$

Преобразование Лапласа выполненное над суммой модулированных δ-функций, называется дискретным преобразованием Лапласа

$$F^*(s)=\int_0^{\infty}\sum_0^{\infty} f(nT)\delta(t-nT)e^{-st}dt=$$

$$=\sum_0^{\infty} f(nT)\int_0^{\infty}\delta(t-nT)e^{-st}dt=\sum_0^{\infty} f(nT)e^{-snT},$$

так как

$$\int_0^{\infty}\delta(t-nT)e^{-st}dt=\int_0^{\infty}\delta(t-nT)e^{-snT}e^{snT}e^{-st}dt=$$

$$= \int_0^\infty \delta(t-nT)e^{-s(t-nT)}e^{-snT}dt = e^{-snT}$$

Для символического обозначения дискретного преобразования Лапласа используется символ

$$D\{f(t)\} = D\{f(nT)\} = \sum_0^\infty f(nT)e^{-snT} = F^*(s).$$

Для записи преобразования над смещенной дискретной функцией $f\left[(n+\sigma)T\right]$ используется символ модифицированного преобразования

$$D_\sigma\{f(t)\} = \sum_0^\infty [(n+\sigma)T]e^{-snT} = F^*(s,\sigma).$$

Результатом дискретного преобразования функции $f(t)$ является функция трансцендентная, использование которой в преобразованиях затруднительно. Поэтому для описания дискретных систем получило распространение так называемое $Z$-преобразование, получающееся из дискретного преобразования Лапласа путем формальной замены

$$z = e^{sT}, \quad s = \frac{1}{T}\ln z.$$

Таким образом, $F^*(s)\Big|_{s=\frac{\ln z}{T}} = \sum_0^\infty f(nT)z^{-n} = F(z)$ называется $Z$-преобразованием функции $f(t)$. Если в рассмотрение вводится местный локальный сдвиг $\sigma$, то вводится понятие модифицированного $Z$-преобразования

$$Z_\sigma\{f(t)\} = \sum f[(n+\sigma)T]z^{-n} = F(z,\sigma).$$

Приведем в качестве примеров непрерывного – и $Z$-преобразований изображения единичной ступенчатой функции $f(t) = 1(t)$.

$$L\{f(t)\} = L\{1(t)\} = \int_0^\infty 1(t)e^{-st}dt = \frac{1}{s}.$$

$$Z\{1(t)\} = Z_\sigma\{1(t)\} = \sum_0^\infty z^{-n} = \frac{1}{1-z^{-1}} = \frac{z}{z-1}$$

(сумма бесконечной геометрической прогрессии $s = \dfrac{a}{1-q}$, где $a = 1$, $q = z^{-1}$).

### 4.4.1 Векторно-матричное описание

При переходе к дискретной аппроксимации непрерывной части системы будем считать, что входной сигнал квантуется с периодом *T*, а затем преобразуется экстраполятором нулевого порядка.

Это значит, что внешнее воздействия *U*(*t*) остается постоянным в течение *n*-такта квантования, т. е.

$$U(t) = u(nT), \text{ при } nT \le t \le (n+1)T .$$

Известно, что решением основного векторно-матричного уравнения непрерывной системы **X** =**AX**+**BU** является следующее выражение

$$X(t) = \Phi(t) \cdot X(0) + \int_0^t \Phi(t-\tau) BU(t) d\tau \qquad (4.1)$$

где $\Phi(t) = e^{At}$ – переходная матрица системы, имеющая форму матричной экспоненты $e^{At}$. Она вычисляется либо как сумма степенного ряда

$$e^{At} = I + At + \frac{A^2}{2}t^2 + \ldots + \frac{A^k}{k!}t^k + \ldots,$$

либо как обратные преобразования Лапласа $e^{At} = L^{-1}\left\{(sI - A)^{-1}\right\}$.

Используем выражение (4.1) для определения вектора состояния во времени интервала $nT \le t \le (n+1)T$, считая начальными условиями $x(nT)$,

$$X(t) = \Phi(-nT) \cdot X(nT) + u(nT) \int_0^t \Phi(t-\tau) B d\tau .$$

Для момента времени $t = (n+1)T$ имеем

$$X\left[(n+1)T\right] = \Phi(T) \cdot X(nT) + U(nT) \cdot \int_{nT}^{(n+1)T} \Phi\left[(n+1)T - \tau\right] B d\tau ,$$

или после преобразований

$$X(n+1) = \Phi(T) \cdot X(n) + \ldots + U(n) \cdot \int_0^T \Phi\left[(\tau) d\tau\right] B ,$$

где $\Phi(T) = e^{At} = L^{-1}\left\{(sI - A)^{-1}\right\}$ – переходная матрица непрерывной части системы при $t = T$.

Введем обозначения:

$$A^* = \Phi(T),\ B^* = \left[\int_0^T \Phi(\tau)d\tau\right]B.$$

Тогда векторно-матричное описание дискретной системы будет иметь вид:

$$X(n+1) = A^* \cdot X(n) + B^* \cdot U(n),\ \ Y(n) = C \cdot X(n) + D \cdot U(n).$$

По форме полученные уравнения являются полной аналогией векторно-матричных уравнений непрерывной системы.

Пусть дискретная система описывается передаточной функцией

$$W(z) = \frac{b_0 z^q + b_1 z^{q-1} + ... + b_q}{a_0 z^q + a_1 z^{q-1} + ... + a_q} = \frac{y(z)}{u(z)}.$$

Ей соответствует разностное уравнение

$$a_0 y(n+q) + a_1 y(n+q-1) + \ldots + a_q y(n) =$$
$$= b_0 u(n+q) + b_1 u(n+q-1) + \ldots + b_q u(n)$$

Переменные состояния примем следующие:

$$X_1(n) = y(n),$$
$$X_2(n) = x_1(n+1) = y(n+1),$$
$$X_3(n) = x_2(n+1) = y(n+2),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$X_q(n) = x_{q-1}(n+1) = y(n+q-1),$$
$$X_q(n+1) = y(n+q).$$

Подставим их в разностное уравнение, приняв

$$a_0 = 1,\ b_q = 1,\ b_0 = b_1 = \ldots = b_{q-1} = 0,$$
$$y(n+q) = x_q(n+1) = -a_1 x_q(n) - a_2 x_{q-1}(n) - \ldots - a_q x_1(n) + u(n)$$

Полученные уравнения можно представить в виде векторно-матричного уравнения состояний:

$$\begin{vmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \\ \ldots \\ x_q(n+1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ . & . & . & . & . \\ -a_q & -a_{q-1} & -a_{q-2} & \ldots & -a_1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \\ \ldots \\ x_q(n) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 1 \end{vmatrix} \cdot u(n)$$

Совместно с уравнением выхода

$$Y(n)=[10\ldots0]\begin{vmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \\ \ldots \\ x_q(n) \end{vmatrix}.$$

Вводя обозначения: $X$ – вектор переменных состояния; $A$ – матрица системы; $B$ – матрица входа; $C$ – матрица выхода.

Записываем векторно-матричное уравнение дискретной системы в комплексной форме:

$$X(n+1)A\cdot X(n)+B\cdot U(n),\ Y(n)=C\cdot X(n).$$

Можно получить выражения матриц $A$, $B$ и $C$ и в более общем случае, когда $b_q \neq 1$ и $b_0\ldots b_{q-1}\neq 0$[1].

### 4.4.2 Решение дискретного уравнения состояния с помощью Z-преобразования

Рассмотрим дискретное уравнение состояния

$$X(n+1)A\cdot X(n)+B\cdot U(n)$$

где

$$A^*=e^{AT}=L^{-1}\left\{(sI-A)^{-1}\right\}\Big|_{t=T},\ B^*=\left[\int_0^T \Phi(\tau)d\tau\right]B.$$

Подвергнем обе части уравнения состояния Z-преобразованию

$$zX(z)-zX(0)=A^*\cdot X(z)+B^*\cdot U(z).$$

Отсюда

$$X(z)=\left(zI-A^*\right)^{-1}\cdot zX(0)+\left(zI-A^*\right)^{-1}\cdot B^*u(z).$$

Подвергая обратному Z-преобразованию, имеем

$$X(n)=Z^{-1}\left\{\left(zI-A^*\right)^{-1}z\right\}\cdot X(0)+Z^{-1}\left\{\left(zI-A^*\right)^{-1}\cdot B^*u(z)\right\}.$$

Покажем, что обратное $Z$-преобразование от $\left(zI-A^*\right)^{-1}$ есть дискретная переходная матрица состояния $A(kT)$.

$Z$-преобразование $A(kT)$ определяется общей формулой $Z$- преобразования $A(z) = \sum_{k=0}^{\infty} A(kT)z^{-k}$. Умножим обе части последнего уравнения на $A^* z^{-1}$ и вычтем результат из последнего уравнения. Получим

$$\left(I - A^* z^{-1}\right) \cdot A(z) = I,$$

откуда

$$A(z) = \left(I - A^* z^{-1}\right)^{-1} = \left(zI - A^*\right)^{-1} z.$$

Вычисляя обратное $Z$-преобразование, получим

$$A(kT) = Z^{-1}\left\{\left(zI - A\right)^{-1} z\right\}.$$

Это выражение и является основой способа определения переходной матрицы состояния, основанного на $Z$-преобразовании.

Второе слагаемое в выражении для $X(n)$ вычисляем с помощью теоремы свертки и выражение для $A(kT)$

$$Z^{-1}\left\{\left(zI - A^*\right)^{-1} \cdot B^* U(z)\right\} = \sum_{i=0}^{k-1} A\left[(k-i-1)T\right] B(T) \cdot u(iT).$$

### 4.4.3 Полное переходное уравнение состояния

Полное уравнение состояния будет иметь вид:

$$X(n) = A(n) \cdot X(0) + \sum_{i=0}^{n-1} A(n-i-1) \cdot B \cdot T \cdot u(i).$$

Переходной характеристикой полностью дискретной системы называется реакция дискретной системы на единичную дискретную ступенчатую функцию.

Графическое представление входного сигнала и математическое описание дискретной ступенчатой функции имеет вид:

$$g_{\text{и}}^*(n) = 1 \text{при } n \geq 0, \; g_{\text{и}}^*(n) = 0 \text{ при } n < 0.$$

$Z$-преобразование дискретного входного сигнала

$$G_{\text{и}}(z) = \frac{z}{z-1}$$

$Z$-преобразование переходной характеристики

$$H(z) = D(z) \cdot G_u(z) = \frac{z}{z-1} D(z),$$

где $D(z)$ – дискретная передаточная функция дискретной системы.

Таким образом

$$h(n) = Z^{-1}\{D(z)\}.$$

## 4.5 Связь спектров непрерывного и дискретного сигналов

Для выяснения соотношения между $Z$-преобразованием и непрерывным преобразованием Лапласа, а также соотношения частотных свойств дискретного и непрерывного сигналов рассмотрим связь спектров этих сигналов.

Спектр непрерывного сигнала $x(t)$ определяется его преобразованием Фурье

$$X(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt,$$

где $\omega = 2\pi f$ – круговая частота сигнала, $-\infty \le \omega \le \infty$.

Чтобы найти выражение спектра дискретного сигнала, его надо предварительно представить в непрерывной форме с помощью δ-функций

$$x^*(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} x(nT)\delta(t - nT) = x(t)U^*(t),$$

где $U^*(t)$ – последовательность δ-функций, следующая с периодом $T$. Как периодическую функцию $U^*(t)$ можно разложить в ряд Фурье

$$U^*(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) = \sum_{-\infty}^{\infty} U_k e^{jk\omega_0 t},$$

где $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ – круговая частота квантования, $U_k$ – коэффициент ряда Фурье:

$$U_k = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \delta(0) dt = \frac{1}{T},$$

следовательно все коэффициенты ряда Фурье равны независимо от значения $k$. Для всей суммы δ-функций

$$U^*(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} U_k e^{jk\omega_0 t} = \frac{1}{T} \sum_{-\infty}^{\infty} e^{jk\omega_0 t}.$$

Подставляя $U^*(t)$ в выражение сигнала, получим

$$x^*(t) = x(t)\frac{1}{T}\sum_{-\infty}^{\infty} e^{jk\omega_0 t} \quad .$$

В таком виде сигнал $x^*(t)$ может быть подвергнут преобразованию Фурье:

$$X^*(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t)\frac{1}{T}\sum_{-\infty}^{\infty} e^{jk\omega_0 t} e^{j\omega t} dt = \frac{1}{T}\sum_{-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty} x(t) e^{j(\omega - k\omega_0)t} dt =$$

$$= \frac{1}{T}\sum_{-\infty}^{\infty} X[j(\omega - k\omega_0)] \quad ,$$

где $X\left[j\left(\omega - k\omega_0\right)\right]$ – смещенный на $k\omega_0$ спектр непрерывного сигнала.

Общий вывод: спектр дискретного сигнала представляет бесконечную сумму (рисунок 4.6) смещенных спектров непрерывного сигнала.

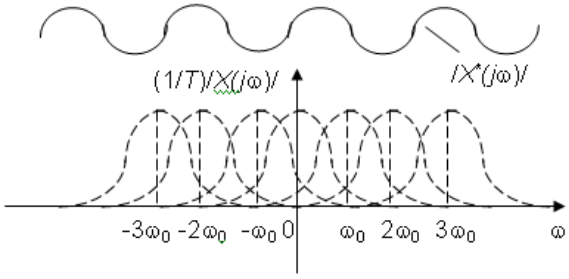


Рисунок 4.6 – Спектр дискретного сигнала

Это значит, что при определенной частоте квантования частотные характеристики дискретных систем будут представлять сумму смещенных частотных характеристик соответствующих непрерывных систем. Это также означает, что если максимальная частота спектра непрерывного сигнала ($\omega_М$) или, максимальная частота пропускания непрерывной части системы ($\omega_П$) меньше половины частоты квантования $\omega_0$, то наложение отдельных составляющих спектра не будет, и характеристики дискретной системы в существенном диапазоне частот будут совпадать с характеристиками непрерывной системы.

И так для системы необходимо

$$\omega_П \le \frac{\omega_0}{2} = \frac{\pi}{T}, \omega_П \le \frac{\pi}{T}.$$

Для неискаженной передачи непрерывного сигнала его дискретными значениями необходимо, чтобы максимальная частота спектра непрерывного сигнала $\omega_{\text{м}} \le \dfrac{\pi}{T}$.

Последнее условие является стержнем знаменитой импульсной теоремы Котельникова-Шеннона, согласно которой частота квантования $\omega_0 \le \dfrac{2\pi}{T}$ должна быть по крайней мере в 2 раза больше максимальной частоты спектра непрерывного сигнала, передаваемого его дискретными значениями.

### 4.6 Связь между непрерывным преобразованием Лапласа и Z-преобразованием

Из выражений непрерывных преобразований Лапласа и Фурье, приводимых ранее, следует, что $F(j\omega) = F(s)\big|_{s=j\omega}$ и $F(s) = F(j\omega)\big|_{j\omega=s}$. Используем эти соотношения для преобразований дискретных сигналов и получим

$$F^*(s) = F^*(j\omega)\Big|_{j\omega=s} = \frac{1}{T}\sum_{-\infty}^{\infty} F(s - jk\omega_0).$$

Если ввести замену $e^{sT} = z$, получим связь непрерывного преобразования Лапласа и $Z$-преобразования

$$F(z) = \frac{1}{T}\sum_{-\infty}^{\infty} f(s - jk\omega_0)\Bigg|_{e^{sT}=z}.$$

Символически эту связь записывают следующим образом:

$$F(z) = Z\{F(s)\} \text{ при } \sigma = 0 \text{ и } F(z,\sigma) = \frac{1}{T}\sum_{-\infty}^{\infty} F(s - jk\omega_0)e^{T\sigma(s-jk\omega_0)}\Bigg|_{s=\frac{\ln z}{T}},$$

что символически означает $F(z,\sigma) = Z_\sigma\{F(s)\}$.

Записанные выражения связи $F(z)$, $F(z,\sigma)$, $F(s)$ имеют главным образом, теоретическое значение и не используются для практического определения $F(z)$ и $F(z,\sigma)$ по $F(s)$. Существует два способа практического перехода от $F(s)$ к $F(z)$ и $F(z,\sigma)$.

<u>1 способ.</u>

Предварительно определяется временная функция, соответствующая исходному изображению

$$f(t) = L^{-1}\{F(s)\}.$$

Чтобы облегчить переход в дискретную область, можно предварительно разложить $F(s)$ на сумму простых слагаемых.

Пример. Пусть $F(s) = \dfrac{1}{s^2(s+1)}$.

Разложение на простые слагаемые дает

$$\frac{1}{s^2(s+1)} = \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1}.$$

Из таблиц соответствия имеем:

$$\frac{1}{s^2} = L\{t\};\ \ -\frac{1}{s} = L\{-1\};\ \ \frac{1}{s+1} = L\left\{e^{-t}\right\}.$$

Таким образом

$$f(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2(s+1)}\right\} = t - 1 + e^{-t}.$$

Подвергая $f(t)$ $Z$-преобразованию, получим:

$$Z\{f(t)\} = Z\{t\} - Z\{1(t)\} + Z\left\{e^{-t}\right\} = \frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{z}{z-1} + \frac{z}{z-e^{-t}}.$$

<u>2 способ.</u>

Осуществляется непосредственный переход от $F(s)$ к $F(z)$, используя таблицу соответствия изображений [1]. Если в таблице нет изображения, соответствующего заданному $F(s)$, выполняют разложение $F(s)$ на сумму более простых выражений.

Пример. Пусть

$$F(s) = \frac{k}{s^2 \prod\limits_{i=3}^{5}(T_i s + 1)}.$$

Представим заданное $F(s)$ суммой слагаемых

$$F(s) = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s^2} + \sum_{i=3}^{5} \frac{k_i}{s - s_i},$$

где $s_i = -\dfrac{1}{T_i}$.

Определим модифицированное $Z$-преобразование

$$Z_\sigma\left\{\frac{k}{s^2\prod\limits_{i=3}^{5}(T_i s+1)}\right\}Z_\sigma\left\{\frac{k_1}{s}\right\}+Z_\sigma\left\{\frac{k_2}{s^2}\right\}+\sum_{i=3}^{5}Z_\sigma\left\{\frac{k_i}{s-s_i}\right\}=$$

$$=k_1\frac{z}{z-1}+k_2\frac{\sigma Tz}{z-1}+k_2\frac{Tz}{(z-1)^2}+\sum_{\mathrm{i}=3}^{5}k_i e^{-s_i T\sigma}\frac{z}{z-e^{-s_i T}}.$$

<u>Частный случай</u>, важный в практике записи $Z$-изображений по заданному $F(s)$.

Если

$$F(s)=F_1(e^{sT})F_2(s),$$

то

$$Z_\sigma\{F(s)\}=F_1(e^{sT})\Big|_{e^{sT}=z}F_2(z,\sigma).$$

Пример. Пусть

$$F(s)=k(1-e^{-sT})\frac{1}{s(T_1 s+1)}.$$

$$Z_\sigma\{F(s)\}=k(1-z^{-1})Z_\sigma\left\{\frac{1}{s(T_1 s+1)}\right\}.$$

$$Z_\sigma\left\{\frac{1}{s(T_1 s+1)}\right\}=Z_\sigma\left\{\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1/T_1}\right\}=\frac{z}{z-1}-e^{-\frac{T\sigma}{T_1}}\frac{z}{z-e^{-\frac{T}{T_1}}}.$$

Окончательно

$$F(z,\sigma)=k(1-z^{-1}\left[\frac{z}{z-1}-e^{-\frac{T\sigma}{T_1}}\frac{z}{z-e^{-\frac{T}{T_1}}}\right]=k(1-e^{-\frac{T\sigma}{T_1}}\frac{z-1}{z-e^{-\frac{T}{T_1}}}).$$

## 4.7 Обратное преобразование Лапласа

Обратным преобразованием Лапласа $L^{-1}\{F(s)\}$ называется определение временной функции $f(t)$, для которой прямое преобразование Лапласа

$$L\{f(t)\}=\int_0^\infty f(t)e^{-st}dt=F(s).$$

Обратным $Z$-преобразованием $Z^{-1}\{F(z)\}$ или $Z_\sigma^{-1}\{F(z,\sigma)\}$ называется определение дискретной функции времени $f(nT)$ ($f\left[(n+\sigma)T\right]$), для которой

$$Z\{f(nT)\}=F(z) \text{ или } Z_\sigma\{f[(n+\sigma)T]\}=F(z,\sigma).$$

Отметим ограничения, которые следует иметь в виду, выполняя обратное преобразование Лапласа или обратное $Z$- преобразование.

1. Не каждая функция $F(s)$ имеет обратное преобразование. Существование обратного преобразования определяется необходимыми и достаточными условиями, накладываемыми на $F(s)$.

2. Прямое преобразование Лапласа $L\{f(t)\}$ единственно для каждой $f(t)$, имеющей такое преобразование. Обратное утверждение, в общем случае, несправедливо. Различные разрывные функции могут иметь одинаковое преобразование Лапласа. Например, единичная ступенчатая функция $f(t)$ = 0 для $t < 0$ и $f(t)$ = 1 для $t > 0$ имеет преобразование Лапласа $1/s$ независимо от значения, принимаемого при $t = 0$.

3. Обратное $Z$- или $Z_\sigma$- преобразование, если оно существует, позволяет определить лишь последовательность отдельных значений непрерывной функции-оригинала, существующих в моменты времени $t=nT$ или $t=(n+\sigma)T$. Одной и той же последовательности дискретных значений $f(mT)$ или $f[(n+\sigma)T]$ может соответствовать множество огибающих $f(t)$. Поэтому по обратному $Z$-преобразованию принципиально невозможно восстановить непрерывную функцию $f(t)$.

Существует два общих практических способа определения обратных преобразований как для непрерывных, так и для дискретных систем.

1. Использование таблиц обратных преобразований Лапласа и обратных $Z$-преобразований, например в [1]. Если исходного $F(s)$ и $F(z)$ изображения нет в таблице, следует использовать разложение его на сумму или произведение изображений, имеющихся в таблице.

2. Использование формулы обращения.

Для непрерывного изображения

$$f(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma_1-j\infty}^{\sigma_1+j\infty}F(s)e^{st}ds.$$

Значение контурного интеграла определяется в открытом интервале, где $f(t)$ ограничена и имеет конечное число точек экстремума и разрыва. Решение часто удается получить при помощи теоремы о вычетах:

$$\frac{1}{2\pi j}\int_c F(s)e^{st}ds = \sum_{k=1}^{n} \operatorname{Re} sF(z_k),$$

где $z_1, z_2, \ldots, z_n$ особые точки $F(s)e^{st}$.

Вычисление интеграла обращения как суммы вычетов широко используется в различных программных продуктах, используемых при компьютерном моделировании систем автоматического управления.

Для дискретного изображения формула обращения имеет вид

$$f(n,\sigma) = \frac{1}{2\pi j}\oint_R F(z,\sigma)z^{n-1}dz.$$

Контур интегрирования $R$ должен охватывать начало координат плоскости $Z$ и все особые точки подынтегральной функции. Как и в непрерывном случае, круговой интеграл обычно рассчитывается как сумма вычетов подынтегральной функции в особых точках:

$$f(n,\sigma) = \sum_{i=1}^{N} \operatorname{Re} s_i\left[F(z,\sigma)z^{n-1}\right]$$

$N$ – число вычетов; $N = q + 1$ для $n = q$ для $n > 0$, где $q$ – число особых точек функции $F(z,\sigma)$.

Вычеты вычисляются следующим образом:

- для простого полюса $z = z_i$

$$\operatorname*{Re}_{z=z_i} s_i\left[F(z,\sigma)z^{n-1}\right] = \lim_{z\to z_i}\left[F(z,\sigma)z^{n-1}(z-z_i)\right],$$

- для кратного полюса кратности $m$

$$\operatorname*{Re}_{z=z_i} s_i\left[F(z,\sigma)z^{n-1}\right] = \frac{1}{(m-1)!}\lim_{z\to z_i}\frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}}\left[F(z,\sigma)z^{n-1}(z-z_i)^m\right].$$

Кроме двух общих методов, в случае обратного $Z$-преобразования используется также разложение $F(z,\sigma)$ в ряд по возрастающим степеням $z^{-1}$ в соответствии с основной формулой $Z$-преобразования

$$F(z,\sigma) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n,\sigma)z^{-n}.$$

Когда $F(z,\sigma)$ представлено рациональной дробью разложение по степеням $z^{-1}$ может быть выполнено простым делением числителя на знаменатель.

При сложных выражениях $F(z)$ и $F(z,\sigma)$ лучше использовать вычисление по рекуррентной формуле:

$$f(q-p,\sigma)=\frac{b_0}{a_0};\quad f(k+q-p,\sigma)=\frac{1}{a_0}[b_k-\sum_{i=1}^{k}a_i f(k-i+q-p,\sigma)]$$

Здесь $b_0$, …, $b_k$, …, $b_p$ – коэффициенты числителя $F(z,\sigma)$ $a_0$, …, $a_i$, …, $a_q$ – коэффициенты знаменателя $F(z,\sigma)$. При $q = p$ формулы значительно упрощаются

$$f(0,\sigma)=\frac{b_0}{a_0};\quad f(k,\sigma)=\frac{1}{a_0}[b_k-\sum_{i=1}^{k}a_i f(k-i,\sigma)]$$

Аналогично преобразованию дифференциального уравнения непрерывной системы осуществляется $Z$-преобразование разностного уравнения дискретной системы.

Пусть дискретная система описывается уравнением

$$\begin{aligned}&a_0\Delta^n y(n,\sigma)+a_1\Delta^{n-1}y(n,\sigma)+\ldots+a_n y(n,\sigma)=\\&=b_0\Delta^m g(n)+b_1\Delta^{m-1}g(n)+\ldots+b_m g(n)+c_0\Delta^e f(n)+\\&+c_1\Delta^{e-1}f(n)+\ldots+c_e f(n),\end{aligned}$$

Подвергнем это разностное уравнение $Z$-преобразованию, принимая начальные условия нулевыми:

$$\begin{aligned}&a_0(\tfrac{z-1}{z})^n Y(z,\sigma)+a_0(\tfrac{z-1}{z})^{n-1}Y(z,\sigma)+\ldots+a_n Y(z,\sigma)=\\&=b_0(\tfrac{z-1}{z})^m G(z)+b_1(\tfrac{z-1}{z})^{m-1}G(z)+\ldots+b_m G(z)+\\&+c_0(\tfrac{z-1}{z})^e F(z)+c_1(\tfrac{z-1}{z})^{e-1}F(z)+\ldots+c_e F(z).\end{aligned}$$

Записывая полученное уравнение в сжатой форме, получим

$$A(z,\sigma)Y(z,\sigma)=B(z)G(z)+C(z)F(z).$$

Беря отношения $Z$-изображений, получим передаточные функции дискретной системы по управляющему и возмущающему воздействиям:

$$W_g(z,\sigma)=\frac{B(z)}{A(z,\sigma)}=\frac{Y(z,\sigma)}{G(z)};\ W_f(z,\sigma)=\frac{C(z)}{A(z,\sigma)}=\frac{Y(z,\sigma)}{F(z)}.$$

Для дискретно-непрерывной системы определение дискретной передаточной функции выполняется на основе перехода от непрерывной переда-

точной функции приведенной непрерывной части к ее дискретному эквиваленту в $Z$-области. Покажем этот переход на примере разомкнутой дискретно-непрерывной системы с одним импульсным элементом на ее входе (рисунок 4.7).

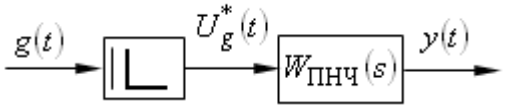


Рисунок 4.7 – Разомкнутая дискретная система

На схеме

$$U_g^*(t) = \sum_0^\infty g(nT)\delta(t - nT),\ W_{ПНЧ}(s) = W_{ФЭ}(s)W_{НЧ}(s).$$

Так как входной сигнал приведенной непрерывной части представляет собой сумму модулированных по площади входным сигналом $g(t)$ δ-функций, выходной сигнал $y(t)$ будет представлять сумму реакции ПНЧ на δ-функции; т. е. сумму функций веса ПНЧ

$$y(t) = \sum_0^t g(iT)w_{ПНЧ}(t - iT).$$

Если вместо непрерывного сигнала $y(t)$ отмечать лишь его дискретные значения $y(nT)$ или $y\left[(n+\sigma)T\right]$, то получим решетчатую функцию $y(n)$ или $y(n, \sigma)$:

$$y(n,\sigma) = \sum_{i=0}^n g(i)w_{ПНЧ}(n - i,\sigma).$$

Подвергнем эту решетчатую функцию модифицированному $Z$-преобразованию

$$Z_\sigma\left\{y(n,\sigma)\right\} = Z_\sigma\left\{\sum_{i=0}^n g(i)w_{ПНЧ}(n - i,\sigma)\right\}.$$

С учетом теоремы свертки имеем

$$Y(z,\sigma) = G(z)Z_\sigma\left\{w_{ПНЧ}(n,\sigma)\right\}$$

$$Z_\sigma\left\{w_{ПНЧ}(n,\sigma)\right\} = Z_\sigma\left\{L^{-1}\left\{W_{ПНЧ}(n,\sigma)\right\}\right\} = Z_\sigma\left\{W_{ПНЧ}(n,\sigma)\right\} = W(z,\sigma).$$

Таким образом

$$Y(z,\sigma) = G(z)W(z,\sigma).$$

Здесь $W(z,\sigma)=\dfrac{Y(z,\sigma)}{G(z)}$ – дискретная передаточная функция разомкнутой дискретно-непрерывной системы. С одной стороны, она связывает $Z$-изображения дискретных сигналов, с другой стороны, она определяется как $Z$-форма передаточной функции приведенной непрерывной части.

## Контрольные вопросы

1. Какие существуют виды математических моделей?
2. Какие существуют способы записи уравнений состояния?
3. Запишите в общем виде уравнение правильной формы Коши.
4. Дайте определение дискретных систем.
5. Приведите классификацию импульсных систем.
6. Какие существуют виды квантования?
7. Как разделяются импульсные системы?
8. Что такое решетчатая функция времени?
9. Что необходимо выполнить, чтобы описать дискретные сигналы с помощью δ-функций?
10. Сколько существует способов практического перехода от $F(s)$ к $F(z)$ и $F(z,\sigma)$?
11. Что называется обратным преобразованием Лапласа?

## Тема 5. ДЕКОМПОЗИЦИЯ И АГРЕГИРОВАНИЕ СИСТЕМ

***При работе с данным разделом Вам предстоит:***

1) Изучить:

   Модели систем как основание декомпозиции.
   Алгоритмизация процесса декомпозиции.
   Алгоритм декомпозиции.
   Агрегирование, эмерджентность и внутренняя целостность систем.
   Виды агрегирования.
   Обобщенная модель агрегата.
   Агрегативные системы.

2) Ответить на вопросы теста № 5.

### 5.1 Модели систем как основание декомпозиции

Основной операцией анализа является представление целого в виде частей. Задача распадается на подзадачи, система – на подсистемы, цели – на подцели и т.д. При необходимости этот процесс повторяется, что приводит к иерархическим древовидным структурам. Обычно (если задача не носит чисто учебного характера) объект анализа сложен, слабоструктурирован, плохо формализован; поэтому операцию декомпозиции выполняет эксперт. Если поручить анализ одного и того же объекта разным экспертам, то полученные древовидные списки будут различаться. Качество «деревьев», построенных экспертами, зависит как от их компетентности в данной области знаний, так и от применяемой методики декомпозиции.

Обычно эксперт легко разделяет целое на части, но испытывает затруднения, если требуется привести доказательство полноты и безызбыточности предлагаемого набора частей. Стремясь перейти от чисто эвристического, интуитивного подхода к более осознанному, алгоритмическому выполнению декомпозиции, следует понять, почему эксперт разделяет целое именно так, а не иначе, и именно на данное, а не на большее или меньшее число частей. Объяснение состоит в том, что основанием всякой декомпозиции является модель рассматриваемой системы.

Остановимся на этом важном положении подробнее. Операция декомпозиции представляется как сопоставление объекта анализа с некоторой моделью, как выделение в нем того, что соответствует элементам взятой модели. Поэтому на вопрос, сколько частей должно получиться в результате декомпозиции, можно дать следующий ответ: столько, сколько элементов содержит модель, взятая в качестве основания. Вопрос о полноте декомпозиции – это вопрос завершенности модели. Декомпозиция проводится по модели входов организационной системы (рисунок 5.1), которая включает входы от «нижестоящих» систем.

Итак, объект декомпозиции должен сопоставляться с каждым элементом модели основания. Однако и сама модель основание может с разной степенью детализации отображать исследуемый объект. Например, в системном анализе часто приходится использовать модель типа «жизненный цикл», позволяющую декомпозировать анализируемый период времени на последовательные этапы от его возникновения до окончания. С помощью такой декомпозиции в жизни человека принято различать молодость, зрелость и старость, но можно выделять и более мелкие этапы, например детство, отрочество и юность.

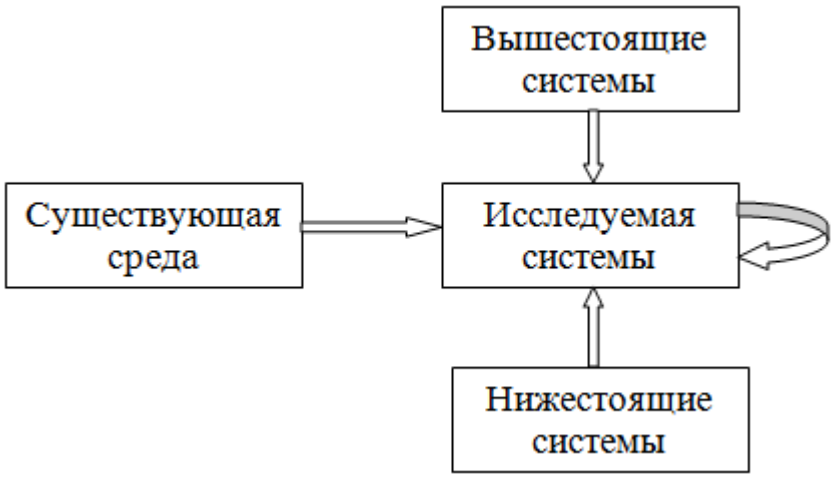


Рисунок 5.1

Такое же разнообразие может иметь место и при декомпозиции жизненного цикла любой проблемы. Разбиение на этапы дает представление о последовательности действий, начиная с обнаружения проблемы и кончая ее ликвидацией (иногда такую последовательность рассматривают как «алгоритм системного анализа»).

Перейдем к рассмотрению вопроса о том, какие модели брать за основания декомпозиции. Прежде всего напомним, что при всем практически необозримом многообразии моделей формальных типов моделей немного: это

модели «черного ящика», состава, структуры, конструкции (структурной схемы) – каждая в статическом или динамическом варианте. Это позволяет организовать нужный перебор типов моделей, полный или сокращенный, в зависимости от необходимости.

Основанием для декомпозиции может служить только конкретная, содержательная модель рассматриваемой системы. Выбор формальной модели лишь подсказывает, какого типа должна быть модель основание; формальную модель следует наполнить содержанием, чтобы она стала основанием для декомпозиции. Это позволяет несколько прояснить вопрос о полноте анализа, который всегда возникает в явной или неявной форме.

Полнота декомпозиции обеспечивается полнотой модели основания, а это означает, что предварительно следует позаботиться о полноте формальной модели. Благодаря формальности, абстрактности такой модели часто удается добиться ее абсолютной полноты.

Полнота формальной модели должна быть предметом особого внимания. Поэтому одна из важных задач информационного обеспечения системного анализа и состоит в накоплении наборов полных формальных моделей (в искусственном интеллекте такие модели носят название фреймов).

Таким образом, основанием для декомпозиции является содержательная модель проблеморазрешающей системы. Это означает, что в разделяемом целом мы должны найти часть, соответствующую каждому из элементов модели основания. Ориентиром для построения содержательной модели (т.е. основания декомпозиции) служат формальные модели известных типов. Предметом особого внимания является полнота модели, и существует несколько приемов, помогающих добиться полноты в формальных моделях и повысить полноту содержательных моделей.

## 5.2 Алгоритмизация процесса декомпозиции

### 5.2.1 Компромиссы между полнотой и простотой модели

Начнем с обсуждения требований к древовидной структуре, которая получится как итог работы по всему алгоритму. С количественной стороны эти требования сводятся к двум противоречивым принципам:

- полноты (проблема должна быть рассмотрена максимально всесторонне и подробно)

- и простоты (все дерево должно быть максимально компактным – «вширь» и «вглубь»).

Эти принципы относятся к количественным характеристикам (размерам) «дерева». Компромиссы между ними вытекают из качественного требования – главной цели: свести сложный объект анализа к конечной совокупности простых подобъектов либо (если это не удается) выяснить конкретную причину неустранимой сложности.

Принцип простоты требует сокращать размеры дерева. Мы уже знаем, что размеры «вширь» определяются числом элементов модели, служащей основанием декомпозиции. Поэтому принцип простоты вынуждает брать как можно более компактные модели основания. Наоборот, принцип полноты предусматривает использование как можно более развитых, подробных моделей. Компромисс достигается с помощью понятия существенности: в модель основание включаются только компоненты, существенные по отношению к цели анализа (релевантные). Как видим, это понятие неформальное, поэтому решение вопроса о том, что же является в данной модели существенным, а что – нет, возлагается на эксперта. Чтобы облегчить работу эксперта, в алгоритме должны быть предусмотрены возможности внесения (в случае необходимости) поправок и дополнений в модель основание. Одна из таких возможностей заключается в дополнении элементов, которые эксперт счел существенными, еще одним элементом «все остальное»; он может не использоваться экспертом для декомпозиции, но будет постоянно пробуждать у эксперта сомнение в полноте предложенной им модели. Другая возможность состоит в разукрупнении, разбиении отдельных элементов модели основания в случае необходимости, которая может возникнуть на последующих стадиях анализа.

Перейдем теперь к вопросу о размерах дерева «вглубь», т.е. о числе «этажей» дерева, числе уровней декомпозиции. Конечно, желательно, чтобы оно было небольшим (принцип простоты), но принцип полноты требует, чтобы в случае необходимости можно было продолжать декомпозицию как угодно долго до принятия решения о ее прекращении по данной ветви (разные ветви иногда могут иметь различную длину).

Такое решение принимается в нескольких случаях. Первый, к которому мы обычно стремимся, наступает, когда декомпозиция привела к получению (подцели, подфункции, подзадачи и т.п.) простого, понятного, реализуемого, обеспеченного, заведомо выполнимого результата. Будем называть его элементарным. Для некоторых задач понятие элементарности может быть кон-

кретизировано до формального признака, в других задачах анализа оно неизбежно остается неформальным, и проверка фрагментов декомпозиции на элементарность поручается экспертам.

Неэлементарный фрагмент подлежит дальнейшей декомпозиции по другой (не использовавшейся ранее) модели3основанию. Очевидно, что эффективность работы эксперта, размеры получающегося дерева и в конечном счете качество анализа в определенной мере зависят от последовательности, в которой эксперт использует имеющиеся модели.

Например, алгоритм декомпозиции, встроенный в компьютерную диалоговую систему, должен, ради удобства эксперта, допускать предъявление моделей в том порядке, который определит сам эксперт. Вместе с тем должен быть предусмотрен и режим совета эксперту, рекомендующий определенный порядок взятия оснований, упрощающий дело.

Если эксперт перебрал все фреймы, но не достиг элементарности на какой-то ветви дерева, то прежде всего выдвигается предположение, что дальнейшая декомпозиция может все-таки довести анализ до получения элементарных фрагментов и следует дать эксперту возможность продолжить декомпозицию. Такая возможность состоит во введении новых элементов в модель основание и продолжении декомпозиции по ним. Поскольку новые существенные элементы могут быть получены только расщеплением уже имеющихся, в алгоритме декомпозиции должна быть заложена возможность возврата к использованным ранее основаниям. При этом нет необходимости рассматривать заново все элементы модели, так как обрабатываемый фрагмент находится на ветви, соответствующей только одному элементу каждого основания.

Тогда следует рассмотреть возможность расщепления именно этого элемента (например, при рассмотрении системы «вуз» вход «абитуриенты» можно разделить на абитуриентов со стажем и без него, выход «научная информация» – на выходы «монографии», «статьи», «отчеты по НИР» и т.п.). На этой же стадии можно рекомендовать эксперту решить, не настала ли пора выделить из «всего остального» и включить в число существенных еще один элемент. Пройдя таким образом всю предысторию неэлементарного фрагмента, получим новые основания для его декомпозиции и возможность продолжить анализ, надеясь достичь элементарности по всем ветвям.

Итак, итеративность алгоритма декомпозиции придает ему вариабельность, возможность пользоваться моделями различной детальности на разных ветвях, углублять детализацию сколько угодно (если это потребуется).

### 5.2.2 Типы сложности моделей

Несмотря на возможности, предоставляемые сменой моделей и итеративностью, может наступить момент, когда эксперт признает, что его компетентности недостаточно для дальнейшего анализа данного фрагмента и что следует обратиться к эксперту другой квалификации. По существу, сложность такого типа есть сложность из-за неинформированности, которую можно преодолеть с помощью информации, рассредоточенной по разным экспертам и источникам. Однако случай, когда декомпозиция заканчивается элементарными фрагментами на всех ветвях дерева, является простейшим. Не имеет значения, один или несколько экспертов довели анализ до конца, а важно, что это оказалось возможным и, следовательно, первоначальная сложность была вызвана не столько недостатком информации, сколько большой размерностью проблемы. В действительно сложных случаях получение вполне завершенной декомпозиции должно не только радовать, но и настораживать: не связана ли реальная сложность с пропущенной ветвью дерева, сочтенной экспертами несущественной? Опасность неполноты анализа следует иметь в виду всегда (примеры – проблема поворота северных рек, проблемы Байкала и Ладожского озера и т д.). Один из приемов (не дающий полной гарантии, но иногда полезный) – не только предлагать экспертам выявлять доводы в пользу рассматриваемого проекта, но и сопровождать его обязательным указанием возможных отрицательных последствий. В частности, в классификатор выходов – конечных продуктов – любой системы помимо полезных продуктов обязательно должны быть включены отходы. Невозможность доведения декомпозиции до получения элементарного фрагмента, которая либо эвристически констатируется экспертом на ранних стадиях анализа, либо обнаруживается в виде «затягивания» анализа по данной ветви, является не только отрицательным, но и положительным результатом.

Хотя при этом сложность не ликвидируется полностью, ее сфера сужается, обнаруживается и локализуется истинная причина этой сложности. Знание о том, что именно мы не знаем, быть может, не менее важно, чем само позитивное знание. Правда, вокруг таких результатов часто возникает атмосфера неприятия. Даже физики, говоря «отрицательный результат – тоже результат», чаще желают просто утешить коллегу неудачника, а сам отрицательный результат стараются обходить стороной.

Однако если в науке сложность из-за непонимания расценивается как временно неустранимое и терпимое явление, то в управлении (т.е. в деловых,

административных, политических вопросах) она часто воспринимается как неприемлемый вариант, ведущий к недопустимой отсрочке решения. Не потому ли именно в управлении нередко прибегают к интуитивным и волевым решениям? И не из-за отрицательного ли (в целом) опыта таких решений в последнее время наблюдаются быстрое сближение образа мышления управленцев и ученых, повышение роли научных методов в управлении?

Итак, если рассматривать анализ как способ преодоления сложности, то полное сведение сложного к простому возможно лишь в случае сложности из-за не информированности; в случае сложности из-за непонимания анализ не ликвидирует сложность, но локализует ее, позволяет определить, каких именно сведений нам не хватает. Поэтому (с некоторой натяжкой) можно сказать, что метод декомпозиции не дает новых знаний, а лишь «вытягивает» знания из экспертов, структурирует и организует их, обнажая возможную нехватку знаний в виде «дыр» в этой структуре. Дело в том, что в действительности не только обнаружение нехватки конкретных знаний все3таки является новым знанием, но и по3иному скомбинированные фрагменты старых знаний также обладают новыми качествами.

### 4.3 Алгоритм декомпозиции

Сам алгоритм декомпозиции представлен в виде блок-схемы (рисунок 5.2). К тому, что было уже сказано об изображаемых блоками операциях алгоритма, добавим следующее.

**Блок 1.** Объектом анализа может стать все, что угодно, – любое высказывание, раскрытие смысла которого требует его структурирования. На определение объекта анализа иногда затрачиваются весьма значительные усилия. Когда речь идет о действительно сложной проблеме, ее сложность проявляется и в том, что сразу трудно правильно сформулировать объект анализа. Даже в таком основательно регламентированном документами случае, как работа министерства, формулировка глобальной цели возглавляемой им отрасли требует неоднократного уточнения и согласования, прежде чем она станет объектом анализа. Это относится не только к формулировкам цели, но и к определению любого высказывания, подлежащего анализу. От правильности выбора объекта анализа зависит, действительно ли будет делаться нужное дело.

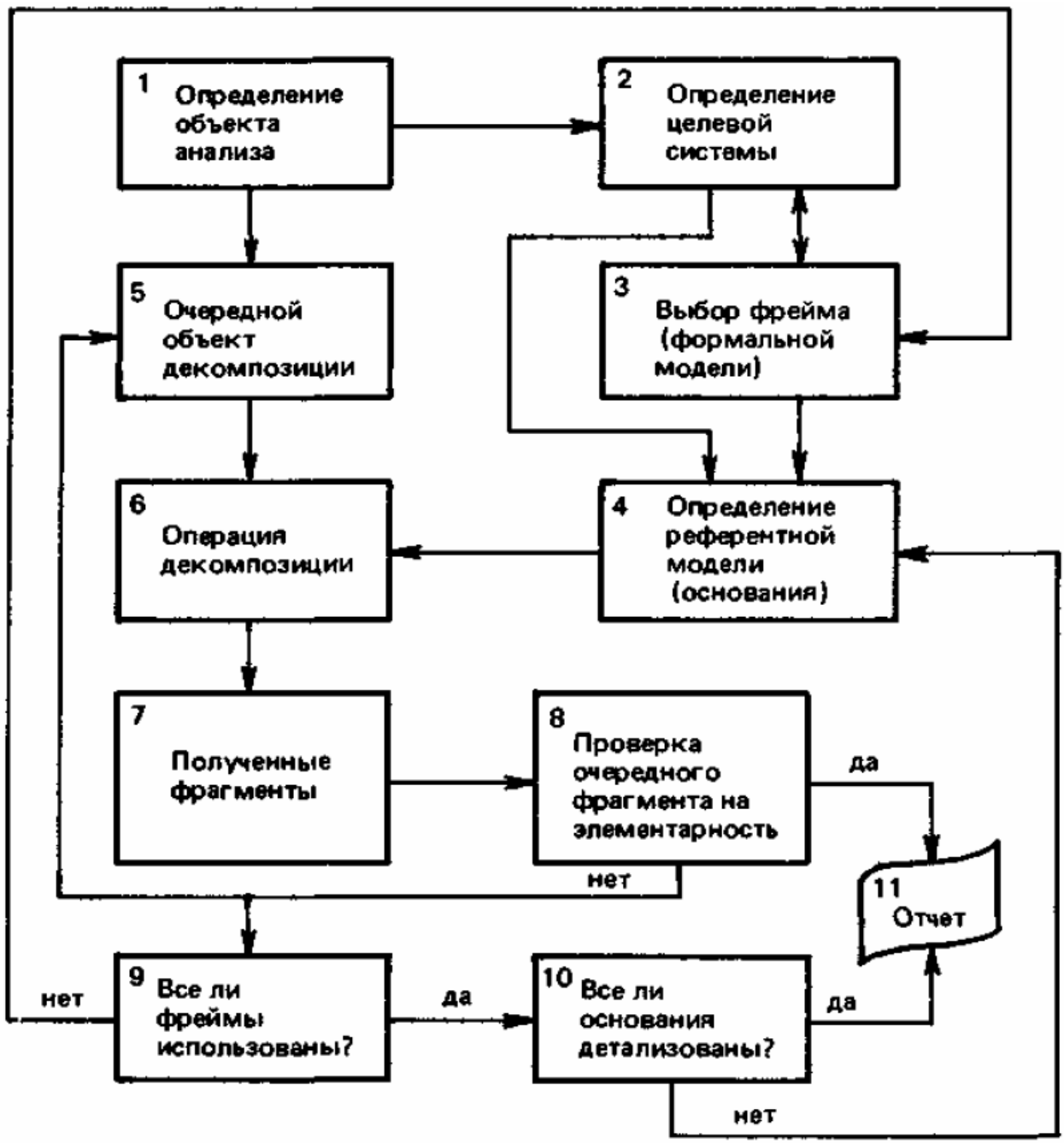


Рисунок 5.2

**Блок 2.** Этот блок определяет, зачем нужно то, что мы будем делать. В качестве целевой системы выступает система, в интересах которой осуществляется весь анализ. Снова подчеркнем, что более формального определения целевой системы дать нельзя, что многое зависит от конкретных условий. Например, опыт построения деревьев целей для Минобразования показал, что, хотя результаты анализа будет использовать министерство, целевой системой для верхних уровней дерева должна быть отрасль в целом и лишь на нижних уровнях потребуются модели самого министерства.

**Блок 3.** Этот блок содержит набор фреймовых моделей и рекомендуемые правила их перебора либо обращение к эксперту с просьбой самому определить очередной фрейм.

**Блок 4.** Содержательная модель, по которой будет произведена декомпозиция, строится экспертом на основании изучения целевой системы. Хорошим подспорьем ему могут служить различные классификаторы, построенные в различных областях знаний, а также собранные в справочниках и специальных энциклопедиях.

**Блоки 5–10** интуитивно понятны.

**Блок 11.** Окончательный результат анализа оформляется в виде дерева, конечными фрагментами ветвей которого являются либо элементарные фрагменты, либо фрагменты, признанные экспертом сложными, но не поддающимися дальнейшему разложению. Причины такой сложности могут состоять либо в ограниченности знаний данного эксперта или данной группы экспертов (сложность из-за не информированности), либо в том, что нужные знания существуют, но еще не объединены в объясняющие модели (сложность из-за непонимания), либо в принципиальном отсутствии нужных знаний (сложность из-за незнания).

Блок-схема, изображенная на рисунке 5.2, является слишком укрупненной; она предназначена для разъяснения основных идей алгоритма декомпозиции.

Таким образом, один из способов упрощения сложного – метод декомпозиции – состоит в разложении сложного целого на все более мелкие (и простые) части. Компромиссы между требованием не упустить важного (принцип полноты) и требованием не включать в модель лишнего (принцип простоты) достигаются с помощью понятий существенного (необходимого), элементарного (достаточного), а также постепенной нарастающей детализации базовых моделей и итеративности алгоритма декомпозиции.

## 5.4 Агрегирование, эмерджентность и внутренняя целостность систем

Операцией, противоположной декомпозиции, является операция агрегирования, т.е. объединения нескольких элементов в единое целое.

Необходимость агрегирования может вызываться различными целями и сопровождаться разными обстоятельствами, что приводит к различным (иногда принципиально различным) способам агрегирования.

Однако у всех агрегатов (так называют результат агрегирования) есть одно общее свойство, получившее название эмерджентности. Это свойство присуще всем системам, и ввиду его важности остановимся на нем подробнее.

### 5.4.1 Эмерджентность как проявление внутренней целостности систем

Будучи объединенными, взаимодействующие элементы образуют систему, обладающую не только внешней целостностью, обособленностью от окружающей среды, но и внутренней целостностью, природным единством. Если внешняя целостность отображается моделью «черного ящика», то внутренняя целостность связана со структурой системы. Наиболее яркое проявление внутренней целостности системы состоит в том, что свойства системы не являются только суммой свойств ее составных частей. Система есть нечто большее, система в целом обладает такими свойствами, которых нет ни у одной из ее частей, взятой в отдельности. Модель структуры подчеркивает главным образом связанность элементов, их взаимодействие. Мы же стремимся сейчас сделать акцент на том, что при объединении частей в целое возникают новые качества, такие, чего не было и не могло быть без этого объединения.

Пусть имеется некоторый цифровой автомат *S*, преобразующий целое число на его входе в число, на единицу большее входного (рисунок 5.3,а). Если соединить два таких автомата последовательно в кольцо (рисунок 5.3, б), то в полученной системе обнаружится новое свойство: она генерирует возрастающие последовательности на выходах *A* к *B*, причем одна из этих последовательностей состоит только из четных, другая – из нечетных чисел.

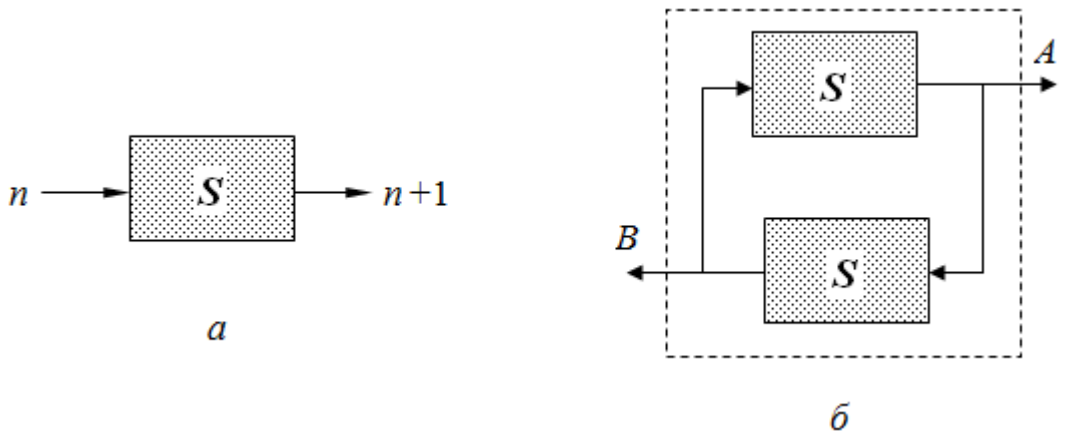


Рисунок 5.3

### 5.4.2 Эмерджентность как результат агрегирования

Такое «внезапное» появление новых качеств у систем и дало основание присвоить этому их свойству название эмерджентности. Английский термин emergence означает возникновение из ничего, внезапное появление, неожиданную случайность. В специальной литературе на русском языке не делалось попыток найти эквивалентный русский термин. Однако сам термин имеет обманчивый смысл. Какие бы удивительные свойства ни возникали при объединении элементов в систему, ничего мистического, взявшегося «ниоткуда», здесь нет: новые свойства появляются благодаря конкретным связям между конкретными элементами. Другие связи дадут другие свойства, не обязательно столь же очевидные. Например, параллельное соединение тех же автоматов (рисунок 5.4) ничего не изменяет в арифметическом отношении, но увеличивает надежность вычислений, если на выход поступает сигнал только от исправного автомата.

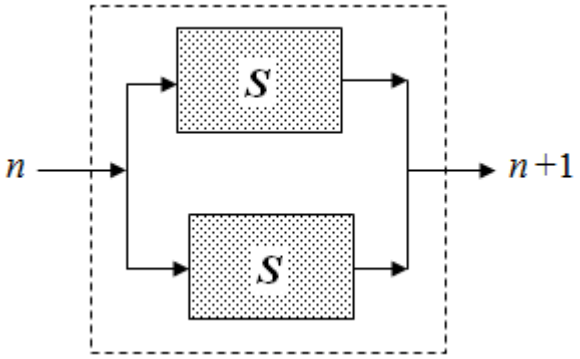


Рисунок 5.4

Свойство эмерджентности признано и официально: при государственной экспертизе изобретений патентоспособным признается новое, ранее не известное соединение хорошо известных элементов, если при этом возникают новые полезные свойства.

Итак, агрегирование частей в единое целое приводит к появлению новых качеств, не сводящихся к качествам частей в отдельности. Это свойство и является проявлением внутренней целостности систем, или – иначе – системообразующим фактором. Новые качества систем определяются в сильной степени характером связей между частями и могут варьироваться в весьма широком диапазоне.

### 5.5 Виды агрегирования

Как и в случае декомпозиции, техника агрегирования основана на использовании определенных моделей исследуемой или проектируемой системы. Именно избранные нами модели жестко определяют, какие части должны войти в состав системы (модель состава) и как они должны быть связаны между собой (модель структуры). Разные условия и цели агрегирования приводят к необходимости использования разных моделей, что определяет тип окончательного агрегата и технику его построения.

В самом общем виде агрегирование можно определить как установление отношений на заданном множестве элементов. Благодаря значительной свободе выбора множества элементов и отношений на этом множестве, получается весьма обширное количественно и разнообразное качественно множество задач агрегирования. Отметим здесь лишь основные агрегаты, типичные для системного анализа: конфигуратор, агрегаты-операторы и агрегаты-структуры.

#### 5.5.1 Конфигуратор

Всякое действительно сложное явление требует разностороннего, многопланового описания, рассмотрения с различных точек зрения. Только совместное (агрегированное) описание в терминах нескольких качественно различающихся языков позволяет охарактеризовать явление с достаточной полнотой. Например, автомобильная катастрофа должна рассматриваться не только как физическое явление, вызванное механическими причинами – техническим состоянием автомобиля, дорожного покрытия, силами инерции, трения, ударов и т.д., но и как явление медицинского, социального, экономического, юридического характера. В реальной жизни не бывает проблем чисто физических, экономических, общественных или даже системных – эти термины обозначают не саму проблему, а выбранную точку зрения на нее.

Эта многоплановость реальной жизни имеет важные последствия для системного анализа. С одной стороны, системный анализ отличается междисциплинарным характером. Системный аналитик готов использовать при исследовании системы данные из любой отрасли знаний, привлечь эксперта любой специальности, если этого потребуют интересы дела. С другой стороны, перед ним встает неизбежный вопрос о допустимой минимизации описания явления. Однако если при декомпозиции этот вопрос решался компро-

миссно с помощью понятия существенности, что давало некоторую свободу выбора, сопровождаемую риском недостаточной полноты или излишней подробности, то при агрегировании этот вопрос обостряется: риск неполноты становится почти недопустимым, поскольку при неполноте речь может идти вообще не о том, что мы имеем в виду; напротив, риск переопределения связан с большими излишними затратами. Рассмотренные соображения привели к введению понятия агрегата, состоящего из качественно различных языков описания системы, причём число этих языков минимально, но необходимо для заданной цели. Такой агрегат называют конфигуратором. Продемонстрируем смысл этого понятия на примерах.

**Пример 1.** Конфигуратором для задания любой точки $n$-мерного пространства является совокупность ее координат. Обратим внимание на эквивалентность разных систем координат (разных конфигураторов) и на предпочтительность ортогональных систем, дающих независимое описание на каждом «языке» конфигуратора.

**Пример 2.** Конфигуратором для описания поверхности любого трехмерного тела на «плоскостных» языках является совокупность трех ортогональных проекций, принятая в техническом черчении и начертательной геометрии. Обратим внимание на невозможность уменьшения числа проекций и на избыточность большего числа «точек зрения».

**Пример 3.** В электронике для одного и того же прибора используется конфигуратор: структурная схема, принципиальная схема, монтажная схема. Структурная схема может определяться теми технологическими единицами, которые выпускаются промышленностью, и тогда прибор членится на такие единицы. Принципиальная схема предполагает совершенно иное расчленение: она должна объяснить функционирование этого прибора. На ней выделены функциональные единицы, которые могут не иметь пространственно локализованных аналогов. Приборы могут иметь различные структурные схемы и одинаковые принципиальные схемы, и наоборот. Наконец, монтажная схема является результатом расчленения прибора в зависимости от геометрии объема, в пределах которого производится его монтаж.

Подчеркнем, что главное в конфигураторе не то, что анализ объекта должен производиться на каждом языке конфигуратора отдельно (это разумеется само собой), а то, что синтез, проектирование, производство и эксплуатация прибора возможны только при наличии всех трех его описаний. Однако этот пример дает возможность подчеркнуть еще и зависимость конфигуратора от поставленных целей. Например, если кроме целей производства

будем преследовать и цели сбыта, то в конфигуратор радиоаппаратуры придется включить и язык рекламы, позволяющий описать внешний вид и другие потребительские качества прибора.

Заметим, что конфигуратор является содержательной моделью высшего возможного уровня. Перечислив языки, на которых будем говорить о системе, мы тем самым определим, синтезируем тип системы, зафиксируем наше понимание природы системы. Как всякая модель, конфигуратор имеет целевой характер и при смене цели может утратить свойства конфигуратора. Как каждая модель, конфигуратор в простых случаях, очевидно, адекватен, адекватность других подтверждает практика, в полноте третьих мы лишь более или менее уверены и готовы пойти на их дополнение новыми языками.

### 5.5.2 Агрегаты-операторы

Одна из наиболее частых ситуаций, требующих агрегирования, состоит в том, что совокупность данных, с которыми приходится иметь дело, слишком многочисленна, плохо обозрима, с этими данными трудно «работать». Именно интересы работы с многочисленной совокупностью данных приводят к необходимости агрегирования. В данном случае на первый план выступает такая особенность агрегирования, как уменьшение размерности: агрегат объединяет части в нечто целое, единое, отдельное.

Простейший способ агрегирования состоит в установлении отношения эквивалентности между агрегируемыми элементами, т.е. в образовании классов. Это позволяет говорить не только о классе в целом, но и о каждом его элементе в отдельности. Можно рассматривать различные задачи, связанные с классификацией элементов и ее использованием.

Приведем примеры таких задач:

- классификация как самая простая, самая первая, «атомарная» форма моделирования (это проблематика философии и психологии);

- элемент как представитель класса (совсем не простой вопрос; так, в теории случайных процессов это приводит к проблеме эргодичности);

- искусственная классификация и природная кластеризация (т.е. образование классов «для удобства» и естественная общность определенных явлений, возможные соотношения между ними; например, созвездия – первое или второе или отчасти то и другое?);

- иерархическая и сетевая классификации и т.д.

Классификация является очень важным и многофункциональным, многосторонним явлением в человеческой практике вообще и в системном анализе в частности. С практической точки зрения одной из важнейших является проблема определения, к какому классу относится данный конкретный элемент.

### 5.5.3 Классификация как агрегирование

Если признак принадлежности к классу является непосредственно наблюдаемым, то кажется, что особых трудностей классификации нет. Однако и в этих случаях на практике возникает вопрос о надежности, правильности классификации. Например, разложить окрашенные куски картона по цветам – трудная задача даже для ученых-психологов: отнести ли оранжевый кусок к «красным» или «желтым», если между ними нет других классов? По одежде военных можно определить не только, к какому государству они принадлежат, но и в каком роде войск служат, в каком чине состоят и т.д. Но эту четкость и однозначность враг может использовать, переодевая своих диверсантов в форму противника, и тогда распознавание «своих» от «чужих» осуществляется с помощью других признаков. Если же непосредственно наблюдаемый признак принадлежности к классу формулируется на естественном языке, то, как известно, некоторая неопределенность (расплывчатость) становится неизбежной (например, кого отнести в класс «высоких людей»?).

Сложности классификации резко возрастают, если признак классификации не наблюдается непосредственно, а сам является агрегатом косвенных признаков. Типичным примером является диагностика заболевания по результатам анамнеза: диагноз болезни (ее название есть имя класса) представляет собой агрегат большой совокупности ее симптомов и характеристик состояния организма. Если классификация имеет природный характер, то агрегирование косвенных признаков может рассматриваться как обнаружение закономерностей в таблицах экспериментальных данных, т.е. как поиск устойчивых, достаточно часто повторяющихся в обучающей выборке «сцеплений» признаков. При этом приходится перебирать все возможные комбинации признаков с целью проверки их повторяемости в обучающей выборке (например, в таблице, строки которой соответствуют данным предварительных опроса и анализов для каждого пациента). Вообще, метод перебора ва-

риантов – самый очевидный, простой и надежный способ поиска решения. Несмотря на трудоемкость, его нередко с успехом применяют.

Однако уже при совсем небольшом количестве признаков полный перебор становится нереальным даже при использовании ЭВМ. Успех в значительной степени зависит от того, удастся ли найти метод сокращения перебора, приводящий к «хорошим» решениям, и разработке таких методов посвящено значительное количество исследований.

Все сказанное свидетельствует о том, что агрегирование в классы является эффективной, но далеко не тривиальной процедурой. Если представлять класс как результат действия агрегата-оператора, то такой оператор имеет вид «ЕСЛИ <условия на агрегируемые признаки>, ТО <имя класса>». Как было отмечено, иногда класс непосредственно задается совокупностью признаков, а в ряде случаев, наоборот, требуется доопределить оператор, выявив экспериментально, при каких условиях объект будет принадлежать заданному классу.

### 5.5.4 Статистики как агрегаты

Важный пример агрегирования данных дает статистический анализ. Среди различных агрегатов (называемых в этом случае статистиками, т.е. функциями выборочных значений) особое место занимают достаточные статистики, т.е. такие агрегаты, которые извлекают всю полезную информацию об интересующем нас параметре из совокупности наблюдений. Однако при агрегировании обычно потери информации неизбежны, и достаточные статистики сводят эти потери к минимуму. В таких условиях становятся важными оптимальные статистики, т.е. позволяющие свести неизбежные в этих условиях потери к минимуму в некотором заданном смысле. Наглядный пример статистического агрегирования представляет собой факторный анализ, в котором несколько переменных сводятся в один фактор.

Наконец, подчеркнем, что с созданием агрегата-оператора связан не только выигрыш, ради которого он и создается, но и риск попасть в «ловушки». Отметим основные из них:

- потеря полезной информации. Агрегирование является необратимым преобразованием (например, по сумме нельзя восстановить слагаемые), что в общем случае и приводит к потерям; достаточные статистики – лишь счастливое исключение (если сумма есть достаточная статистика, то информация об отдельных слагаемых и не нужна);

- агрегирование представляет собой выбор определенной модели системы, причем с этим выбором связаны непростые проблемы адекватности;

- некоторым агрегатам-операторам присуща внутренняя противоречивость, сопряженная с отрицательными (по отношению к целям агрегирования) последствиями. Наиболее ярким примером этого является теорема о невозможности, но не присуще ли это свойство (хотя и выраженное в разной степени) всем агрегатам?

### 5.5.5 Агрегаты-структуры

Важной (а на этапе синтеза – важнейшей) формой агрегирования является образование структур. Как любой вид агрегата, структура является моделью системы и, следовательно, определяется тройственной совокупностью – объекта, цели и средств (в том числе среды) – моделирования. Это и объясняет многообразие типов структур (сети, матрицы, деревья и т.д.), возникающих при выявлении, описании структур (познавательные модели). При синтезе мы создаем, определяем, навязываем структуру будущей, проектируемой системе. Если это не абстрактная, а реальная система, то в ней вполне реально (т.е. независимо от нашего желания) возникнут, установятся и начнут «работать» не только те связи, которые мы спроектировали, но и множество других, не предусмотренных нами, вытекающих из самой природы сведенных в одну систему элементов.

Поэтому при проектировании системы важно задать ее структуры во всех существенных отношениях, так как в остальных отношениях структуры сложатся сами, стихийным образом (конечно, не совсем независимо от установленных и поддерживаемых проектных структур). Совокупность всех существенных отношений определяется конфигуратором системы, и отсюда вытекает, что проект любой системы должен содержать разработку стольких структур, сколько языков включено в ее конфигуратор.

Например, проект организационной системы должен содержать структуры распределения власти, распределения ответственности и распределения информации. Подчеркнем, что, хотя эти структуры могут весьма сильно отличаться топологически (например, структура подчиненности иерархична, а функционирование организовано по матричной структуре), они лишь с разных сторон описывают одну и ту же систему и, следовательно, не могут быть не связанными между собой.

В современных системных науках все большее внимание уделяется одному из специфических видов структур – так называемым семантическим сетям.

### 5.6 Обобщенная модель агрегата

Серьезную помощь при разработке моделей агрегатов-операторов может оказать владение типовыми математическими схемами, широко используемыми в арсенале моделирования и многократно проверенными опытом. Среди них наиболее простой является схема конечного автомата. Конечный автомат характеризуется конечными множествами состояний $Z$, входных сигналов $X$, выходных сигналов $Y$. В каждый момент времени в него поступает входной сигнал $x(t)$, под действием которого автомат переходит в новое состояние в соответствии с функцией переходов $z(t) = f_1[z(t-1), x(t)]$ и выдает выходной сигнал, определяемый функцией выходов $y(t) = f_2[z(t-1), x(t)]$. Автомат можно задать также таблицами переходов и выходов или графической схемой переходов и выходов.

Математические модели широкого класса детерминированных объектов (т.е. без учета случайных факторов), функционирующих в дискретном времени, приводятся к различным типам конечных автоматов.

Детерминированные объекты, функционирующие в непрерывном времени, обычно описывают дифференциальными уравнениями.

Стохастические объекты, функционирующие в дискретном времени, можно представить вероятностными автоматами. Функция переходов вероятностного автомата определяет не одно конкретное состояние, а лишь распределение вероятностей на множестве состояний, т.е. автомат со случайными переходами, а функция выходов – распределение вероятностей на множестве выходных сигналов, т.е. автомат со случайными выходами. Функции этих автоматов изучаются с помощью теории цепей Маркова.

Математическими моделями стохастических объектов с непрерывным временем служат системы массового обслуживания или представители марковских случайных процессов.

Остановимся на некоторых общих свойствах динамических систем, используемых в качестве математических моделей элементов сложных систем:

1. Элемент функционирует во времени; в каждый момент времени $t$ он находится в одном из возможных состояний $z$.

2. С течением времени под действием внутренних и внешних причин элемент переходит из одного состояния в другое.

3. В процессе функционирования элемент взаимодействует с другими элементами системы и объектами внешней среды.

Наличие общих свойств моделей элементов сложных систем позволяет дать им общее математическое описание, полезное для решения ряда теоретических и практических вопросов системного анализа и называемое агрегатом.

В каждый момент времени $t = (0, T)$ агрегат находится в одном из возможных состояний, являющихся элементами некоторого множества $Z$, т.е. состояние $z$ изменяется как функция времени $z(t)$, причем, состояние агрегата $z(t)$ зависит как от предыдущих состояний, так и от внешних входных и управляющих воздействий.

С точки зрения моделирования агрегат выступает как универсальный преобразователь информации – он воспринимает входные и управляющие сигналы и выдает выходные сигналы.

Совокупность входных, управляющих и выходных сигналов, расположенных в порядке их поступления или выдачи, называют входными, управляющими или выходными сообщениями.

У агрегата выделяют так называемые особые состояния, под которыми понимают его состояния в моменты получения входного, управляющего или выдачи выходного сигнала.

Математическая модель агрегата приведена на рисунке 5.5. Состояние агрегата $z(t)$ для произвольного момента времени $t > t_0$ определяется по предыдущим состояниям оператором $H$ (в общем случае имеющим случайный характер): $z(t) = H[z(t_0), t]$, т.е. данному $z(t_0)$ ставится в соответствие в общем случае не одно конкретное $z(t)$, а множество значений $z(t)$ с некоторым законом распределения и статистическими характеристиками, зависящими от вида оператора $H$.

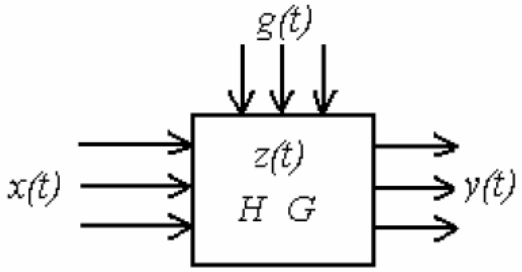


Рисунок 5.5

Конкретное значение $z(t)$ определяется как реализация в соответствии с этим законом распределения.

Выходной сигнал $y(t)$ является элементом некоторого множества $Y$ и определяется по состояниям агрегата $z(t)$ при помощи оператора $G$.

Оператор $H$ называется оператором переходов; $G$ – оператором выходов.

Агрегат представляет собой математическую схему общего вида, частными случаями которой являются функции алгебры логики, конечные и вероятностные автоматы и т.п. С точки зрения моделирования он выступает как достаточно универсальный преобразователь информации – воспринимает входные, управляющие и выдает выходные сигналы, обрабатывает их.

### 5.7 Агрегативные системы

Во многих случаях процессы, объекты и системы представляют в виде агрегативных систем (А-систем), под которыми понимают сложные системы, расчленяемые на элементы (в общем случае неоднозначно), каждый из которых представляет собой агрегат. Каждый элемент может быть агрегатом с полным комплектом свойств, в том числе А3системой, или его частным случаем.

На рисунке 5.6 представлен пример *А*-системы. Здесь А1–А7 – агрегаты, $x$ и $q$ – соответственно входные и управляющие внешние относительно системы воздействия.

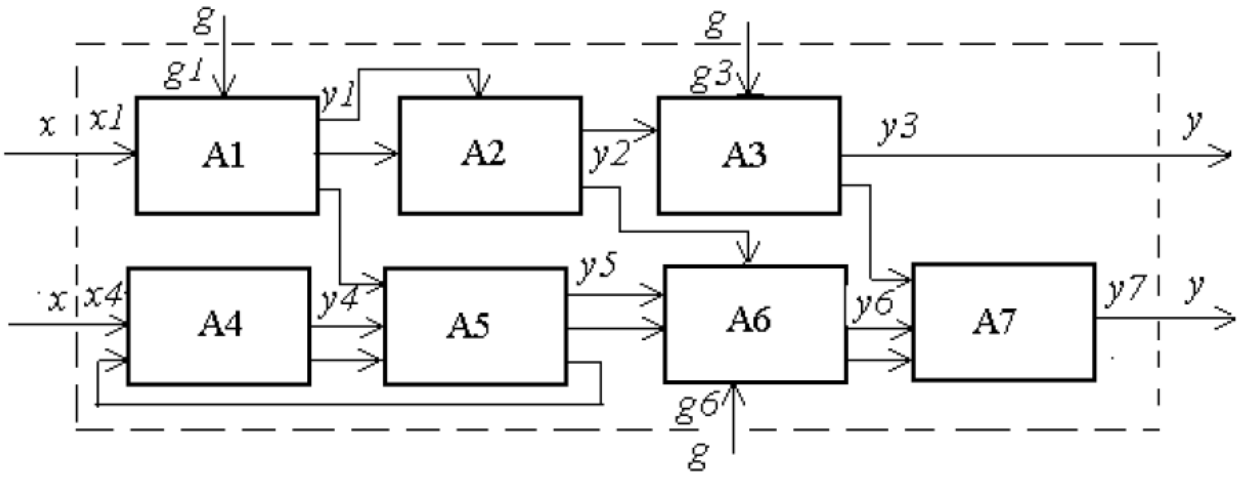


Рисунок 5.6

Вся информация А-системы делится на внешнюю и внутреннюю, вырабатываемую агрегатами системы. Обмен информацией между А-системой и внешней средой происходит через агрегаты, называемые полюсами системы. Имеются входные (А1, А4), управляющие (А1, А3, А6) и выходные (А3, А7) полюсы.

Агрегаты, не являющиеся полюсами системы, называются внутренними агрегатами А-системы.

Передача информации в А-системах происходит мгновенно и без искажений, т.е. реальные каналы связи следует представить в виде простейших агрегатов, осуществляющих задержку и искажение информации, если это необходимо.

А-система называется комплексом, если любой её агрегат связан хотя бы с одним агрегатом этой А-системы (комплексом может быть А-система, состоящая из одного агрегата).

Агрегат А2 непосредственно подчинен агрегату А1 (агрегат А1 непосредственно управляет агрегатом А2), так как часть управляющей информации агрегата А2 есть часть выходной информации агрегата А1.

Агрегат А6 подчинен агрегату А1, так как он непосредственно подчинен агрегату А2, который непосредственно подчинен агрегату А1.

Комплекс А подчинен комплексу В, если часть выходной информации комплекса В есть часть управляющей информации комплекса А.

А3система называется иерархической, если она состоит из некоторого количества комплексов, подчиненных одному (управляющему) комплексу.

А3система может состоять из нескольких иерархических А-систем, подчиненных одному управляющему комплексу. Такая система называется иерархической с двумя уровнями управления. Аналогично может быть образовано произвольное число уровней управления.

Следует заметить, что создание имитационных моделей особо сложных систем обычными методами требует много времени и средств; кроме того, повышение трудоемкости имитационного моделирования постоянно возрастает по мере роста сложности систем. Радикальным способом снижения трудоемкости при увеличении сложности моделируемых объектов является автоматизация процедур построения и реализации моделей. Одним из таких способов является применение языков моделирования, однако их использование эффективно лишь при разработке программного обеспечения.

Пользователь применяет более простые средства, в основу которых заложен принцип стандартной формы описания сложной системы. В качестве стандартной формы обычно используют одноуровневую А-систему с элементами кусочно-линейных агрегатов общего или специального вида.

Стандартная форма является связующим звеном между математическими моделями сложных систем, поступающими от пользователя, и комплексом программ, осуществляющих имитацию процесса функционирования

системы на ЦВМ. Модель объекта в общем случае представляется в виде многоуровневой системы, элементы которой описываются, как правило, различными типичными схемами – конечными и вероятностными автоматами, системами массового обслуживания и т.п.

Поскольку такие системы являются частными случаями агрегата, можно построить алгоритмы достаточно точного преобразования моделей элементов к стандартной форме.

## Контрольные вопросы

1. Что такое декомпозиция и для чего она применяется?
2. Как производится декомпозиция?
3. Охарактеризуйте основные этапы декомпозиции.
4. Что такое агрегирование и для чего оно применяется?
5. Что такое эмерджентность?
6. Чем отличается внутренняя целостность систем от внешней?
7. Назовите и кратко охарактеризуйте основные виды агрегирования.
8. Что такое конфигуратор?
9. Что такое агрегаты-операторы?
10. Что такое классификация?
11. Что такое агрегаты-статистики?
12. Что такое агрегаты-структуры?
13. Охарактеризуйте обобщенную модель агрегата.
14. Охарактеризуйте основные особенности моделирования процесса функционирования агрегата.
15. Охарактеризуйте обобщенную модель агрегативной системы.