

2.7. Исследование свойств и характеристик RC-цепей

Цель работы: Построение частотных и фазовых характеристик RC-звеньев, исследование возможности применения их в качестве переходных цепей, фильтров, фазовращающих устройств, а так же для дифференцирования и интегрирования сигналов.

2.7.1. Теоретическая часть

Линейными называются такие элементы, свойства которых (параметры) не зависят от величины и направления тока или напряжения. К линейным элементам можно отнести резисторы, индуктивности, конденсаторы. Цепи, составленные только из таких элементов, тоже называются линейными.

Изменения формы и спектрального состава проходящих через электрические цепи сигналов называются искажениями и делятся на линейные и нелинейные. С точки зрения временных представлений под искажением понимают отличие формы сигнала на выходе $U_{\text{вых}}(t)$ от сигнала на входе $U_{\text{вх}}(t)$. С точки зрения спектральных представлений искажение — это изменения числа гармоник, соотношения их амплитуд и фаз. В случае линейных искажений в спектре выходного сигнала не может появиться новых составляющих: изменяется только соотношение амплитуд и фаз гармоник исходного сигнала (вплоть до исчезновения некоторых составляющих).

Нелинейные искажения тоже связаны с изменением формы и спектрального состава исходного сигнала, но при этом в выходном сигнале появляются еще и новые гармоники. Если в процессе пропускания сигнала через электрическую цепь ставится цель выделения этих новых составляющих (комбинационных частот), то такие нелинейные искажения называют преобразованиями. Преобразования возможны только в нелинейной цепи. Линейные цепи могут вызывать только линейные искажения сигнала.

В радиотехнике широко распространены линейные цепи, состоящие из соединенных определенным образом элементов R и C (RC-цепи). По своему назначению все линейные цепи можно разделить на переходные и формирующие. Существенно, что в зависимости от спектрального состава входных сигналов одна и та же цепь может выступать в качестве как переходной, так и формирующей. Переходные цепи предназначены для передачи сигнала без искажений (точнее, вносимыми ими искажениями можно пре-

небрежь). В идеале такие цепи не меняют форму и спектр сигнала. Формирующие цепи, наоборот, сильно изменяют форму сигнала за счет обеднения его спектра.

Чаще всего основным требованием, налагаемым на параметры элементов переходной цепи, является условие минимального искажения передаваемого сигнала. Для этого в пределах ширины спектра входного сигнала АЧХ цепи должна быть плоской (коэффициент передачи не зависит от частоты), а ФЧХ — представлять собой убывающую линейную функцию частоты.

В ряде случаев параметры элементов и схема их соединения выбираются такими, что выходной сигнал представляет результат заданной линейной операции, проведенной с входным сигналом. В качестве примеров можно рассмотреть дифференцирование или интегрирование входного сигнала по времени (дифференцирующие или интегрирующие цепочки), фазовый сдвиг выходного сигнала относительно входного (фазовращающие цепочки), обеднение спектра выходного сигнала НЧ и (или) ВЧ гармониками (фильтры). Все эти цепи относятся к линейным формирующим цепям.

Простейшая RC -цепь, содержащая только два элемента, может быть реализована двумя способами (рис. 2.7.1а и рис. 2.7.1б). Их можно представить одной и той же эквивалентной схемой (рис. 2.7.1в).

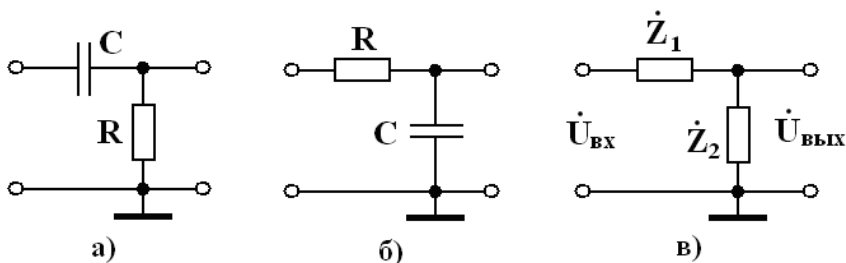


Рис. 2.7.1. Возможные варианты соединения элементов RC -цепи (а, б) и их эквивалентная схема (в)

В общем случае комплексные величины \dot{Z}_1 и \dot{Z}_2 (импедансы соответствующих элементов) зависят от частоты, поэтому можно сказать, что рассматриваемые цепи представляют собой частотно-зависимые делители напряжения. Комплексный коэффициент передачи таких схем (см. рис. 2.7.1в):

$$\dot{K}(\omega) = \frac{\dot{U}_{\text{ВЫХ}}}{\dot{U}_{\text{ВХ}}} = \frac{i\dot{Z}_2}{i(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)} = \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}. \quad (2.7.1)$$

Для цепи на рис. 2.39а имеем:

$$\dot{Z}_1 = \frac{1}{j\omega C}; \quad \dot{Z}_2 = R; \quad \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 = R - \frac{j}{\omega C};$$

$$\dot{K}(\omega) = \frac{R}{R - \frac{j}{\omega C}} = \frac{1}{1 - \frac{j}{\omega CR}} = \frac{1 + j\frac{1}{\omega CR}}{1 + \frac{1}{(\omega CR)^2}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{(\omega CR)^2}} + j\frac{\frac{1}{\omega CR}}{1 + \frac{1}{(\omega CR)^2}} = X + jY. \quad (2.7.2)$$

Модуль коэффициента передачи:

$$\dot{K}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau^2}}}, \quad (2.7.3),$$

где $\tau = RC$ — постоянная времени цепи.

Даваемый схемой фазовый сдвиг $\Delta\varphi$ определяется по формуле:

$$\text{tg } \Delta\varphi = \frac{Y}{X} = \frac{1}{\omega\tau}. \quad (2.7.4)$$

На рис. 2.40 приведены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) коэффициента передачи и фазо-частотные характеристики (ФЧХ) схемы, представленной на рис. 2.7.1а.

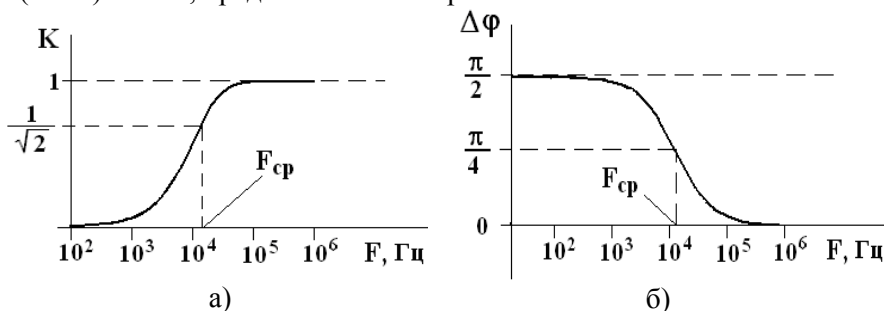


Рис. 2.7.2. АЧХ (а) и ФЧХ (б) простейшего фильтра верхних частот (ФВЧ) в виде однозвенной CR-цепочки с постоянной времени $\tau = 10$ мкс

Из формулы (2.7.3) и рис. 2.7.2а следует, что CR-цепочка хорошо передает высокочастотные составляющие сигнала (для них $K \approx 1$) и ослабляет (задерживает) низкочастотные. Поэтому подоб-

ная схема называется фильтром верхних частот (ФВЧ). Условной нижней границей полосы пропускания фильтра является частота среза, на которой мощность сигнала падает вдвое, а выходное напряжение составляет 0,707 входного.

Частоты среза определяются выражениями:

$$\omega_{cp} = \frac{1}{\tau}; \quad f_{cp} = \frac{1}{2\pi\tau}. \quad (2.7.5)$$

Для фильтра с постоянной времени $\tau = 10$ мкс частота среза составляет примерно 16 кГц.

С помощью аналогичных рассуждений можно найти модуль коэффициента передачи и фазовый сдвиг цепи, изображенной на рис. 2.7.16:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}; \quad \text{tg } \Delta\varphi = -\omega\tau. \quad (2.7.6)$$

Очевидно, что такая схема хорошо передает низкочастотные гармоники сигнала (в том числе постоянную составляющую) и ослабляет высокочастотные. Поэтому подобная схема называется фильтром нижних частот (ФНЧ). Граница полосы пропускания ФНЧ (частота среза), определяется той же формулой, что и для ФВЧ. АЧХ и ФЧХ ФНЧ показаны на рис. 2.7.3.

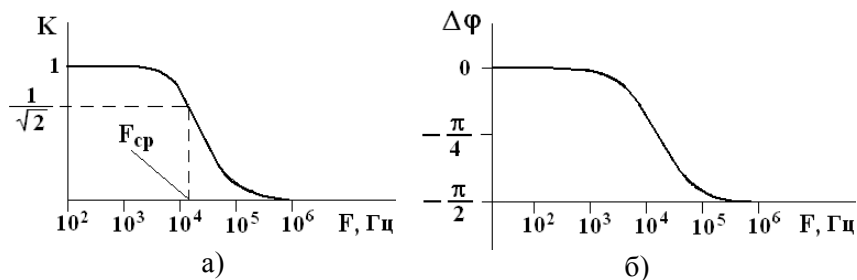


Рис. 2.7.3. АЧХ (а) и ФЧХ (б) простейшего ФНЧ в виде однозвенной RC-цепочки с постоянной времени $\tau = 10$ мкс

Из приведенных данных следует, что в пределах полосы прозрачности RC-цепи можно использовать в качестве переходных, т.к. соответствующие компоненты спектра будут передаваться ими почти без искажений. Ниже это утверждение будет строго доказано.

Изменение постоянной времени цепи ведет к изменению ее АЧХ, ФЧХ и частоты среза. Легко заметить, что увеличение постоянной времени RC-цепи на порядок приводит к смещению соответствующей характеристики влево на одну декаду, о чем свидетельствует рис. 2.7.3.

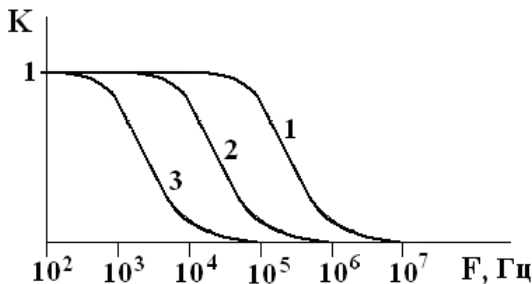


Рис. 2.7.3. АЧХ простейших ФНЧ в виде однозвенных RC-цепей с постоянными времени τ 1 мкс (1), 10 мкс (2) и 100 мкс (3).

Для схемы, изображенной на рис. 2.7.1а можно записать следующее дифференциальное уравнение:

$$U_{\text{вх}} = Ri + \frac{1}{C} \int i dt.$$

Так как, $U_{\text{вых}} = Ri$, то $i = \frac{U_{\text{вых}}}{R}$, поэтому $U_{\text{вх}} = U_{\text{вых}} + \frac{1}{RC} \int U_{\text{вых}} dt$

или $\frac{dU_{\text{вх}}}{dt} = \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} + \frac{1}{RC} U_{\text{вых}}.$

Возможны два предельных случая:

1) $\frac{dU_{\text{вых}}}{dt} \gg \frac{1}{RC} U_{\text{вых}}$, тогда $\frac{dU_{\text{вх}}}{dt} \approx \frac{dU_{\text{вых}}}{dt}$, т. е. $U_{\text{вых}} \approx U_{\text{вх}}$.

Этот случай реализуется, когда величина $\tau = RC \rightarrow \infty$. При этом большая часть ВЧ и НЧ гармоник сигнала будет передана с наименьшими искажениями (нулевая гармоника все же будет обрезана). При этих условиях схема, приведенная на рис. 2.7.1а является переходной цепью.

2) $\frac{dU_{\text{вых}}}{dt} \ll \frac{1}{RC} U_{\text{вых}}$, тогда $\frac{dU_{\text{вх}}}{dt} \approx \frac{U_{\text{вых}}}{RC}$, т. е. $U_{\text{вых}} \approx RC \frac{dU_{\text{вх}}}{dt}$.

В этом случае, реализуя при $\tau = RC \rightarrow 0$, форма выходного сигнала пропорциональна производной по времени входного сигнала. При этих условиях изображенная на рис. 2.7.1а цепь является дифференцирующей.

Для цепи, изображенной на рис. 2.7.1б, можно записать:

$$U_{\text{вх}} = Ri + \frac{1}{C} \int idt ; U_{\text{вых}} = \frac{1}{C} \int idt ; i = C \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} ,$$

$$\text{Тогда } U_{\text{вх}} = RC \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} + U_{\text{вых}} .$$

Аналогично предыдущему примеру возможны два предельных случая:

$$1) RC \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} \ll U_{\text{вых}} , \text{ тогда } U_{\text{вых}} \approx U_{\text{вх}} .$$

Таким образом, при постоянной $\tau \rightarrow 0$ цепь на рис. 2.7.1б является переходной.

$$2) RC \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} \gg U_{\text{вых}} , \text{ тогда } U_{\text{вых}} \approx RC \frac{dU_{\text{вх}}}{dt} , \text{ и } U_{\text{вх}} \approx \frac{1}{RC} \int U_{\text{вх}} dt .$$

Т. е. при $\tau \rightarrow \infty$ цепь на рис. 2.7.1б является интегрирующей, т.к. выходное напряжение пропорционально интегралу от входного напряжения.

Последовательное соединение ФВЧ и ФНЧ позволяет реализовать полосовой фильтр, название которого говорит о том, что он пропускает ограниченную полосу частот, задерживая низко- и высокочастотные компоненты сигнала. На практике для этих целей чаще используется немного видоизмененная схема, так называемая цепь (или мост) Вина (рис. 2.7.4).

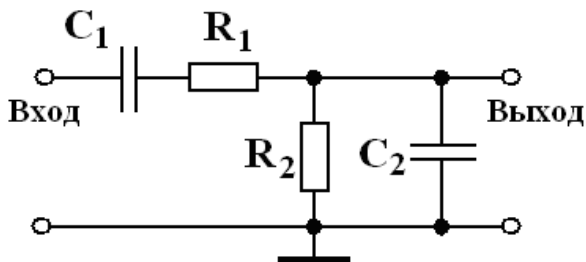


Рис. 2.7.4. Принципиальная схема моста Вина

ФЧХ цепи Вина приведена на рис. 2.7.5. При некоторой частоте ω_0 обеспечиваемый ею фазовый сдвиг равен нулю. Этот факт по-

зволяет широко применять мост Вина при создании RC-генераторов гармонических колебаний. Если $C1=C2$, $R1=R2$, то $\omega_0 = 1/RC$.

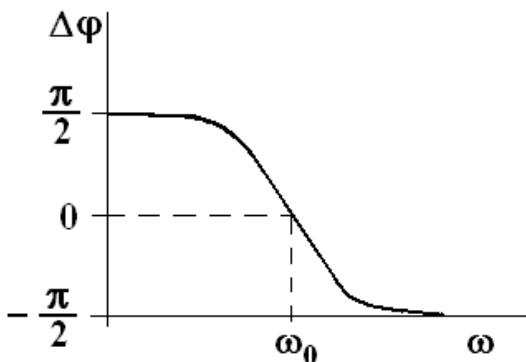


Рис. 2.7.5. ФЧХ моста Вина

2.7.2. Исследование RC-цепочки

1. В соответствии с номером N своего варианта, заданного преподавателем, рассчитайте параметры RC-звена. Частота среза фильтра (в кГц) вычисляется по формуле $F = 1,2 + 3 \cdot N$. Величину R выберите равной 3,3 кОм, если номер вашего варианта четный, и 1,2 кОм — если нечетный. Емкость C рассчитывается исходя из значений F_c и R .

2. Запустите программу. Постройте модель, используя виртуальные компоненты, согласно рис. 2.7.1а. Установите значения R и C , соответствующие номеру вашего варианта. Задайте параметры синусоидального сигнала: амплитуду (10 В) и частоту (на 5 кГц выше частоты среза).

3. Включите моделирование, получите и зарисуйте в удобном для наблюдения масштабе осциллограммы входного и выходного сигналов с обязательным указанием параметров развертки осциллографа.

4. Выполните необходимые измерения и рассчитайте коэффициент передачи и фазовый сдвиг RC-цепи на данной частоте (см. пункт 1).

5. Пользуясь измерителем характеристик (Bode Plotter), получите АЧХ и ФЧХ вашего RC-звена в диапазоне частот от 100 Гц до 1 МГц. Масштаб по оси абсцисс должен быть логарифмическим, а по оси ординат – линейным.

6. Зарисуйте АЧХ и ФЧХ RC-цепочки. По полученным графикам определите частоту среза и сравните ее с расчетной.

7. Получите и зарисуйте АЧХ RC-звена в диапазоне частот от 1 Гц до 10 МГц, используя логарифмический масштаб как по оси абсцисс, так и по оси ординат. Определите коэффициент передачи схемы в дБ и фазовый сдвиг на частотах $0,1 F_c$, F_c и $10 F_c$. Рассчитайте крутизну спада АЧХ в дБ/декаду.

8. Задайте для функционального генератора прямоугольную форму выходного сигнала. Получите и зарисуйте осциллограммы при трех значениях частоты: $0,1 F_c$, F_c и $10 F_c$. Какие выводы можно сделать на основании анализа этих осциллограмм?

9. Повторите действия, предписанные пунктом 6, для сигнала треугольной формы.

10. Сохраните модель, дав имя **Исследование RC-цепочки**.

11. Еще раз сохраните модель с именем **Исследование CR-цепочки**.

2.7.3. Исследование CR-цепочки

1. Для получения модели CR-цепи в открытой модели **Исследование CR-цепочки** поменяйте местами элементы R и C.

2. Выполните действия, аналогичные пунктам 4...8 предыдущего задания.

3. Сохраните модель.

4. Сохраните еще раз модель с именем **Исследование трехзвенного ФВЧ**.

2.7.4. Исследование трехзвенного ФВЧ

1. В открытой модели **Исследование трехзвенного ФВЧ** добавьте еще два CR-звена согласно рис. 2.7.6.

2. Установите значения R и C, соответствующие номеру вашего варианта.

3. Пользуясь измерителем характеристик (Bode Plotter), получите АЧХ (в двойном логарифмическом масштабе) и ФЧХ фильтра в диапазоне частот от 1 Гц до 10 МГц.

4. Зарисуйте АЧХ и ФЧХ фильтра. По полученным графикам определите частоту среза и крутизну спада АЧХ. Сравните АЧХ и ФЧХ однозвенной и трехзвенной цепочек.

5. Определите частоту, на которой фазовый сдвиг составляет 180° . Определите коэффициент передачи фильтра на этой частоте.

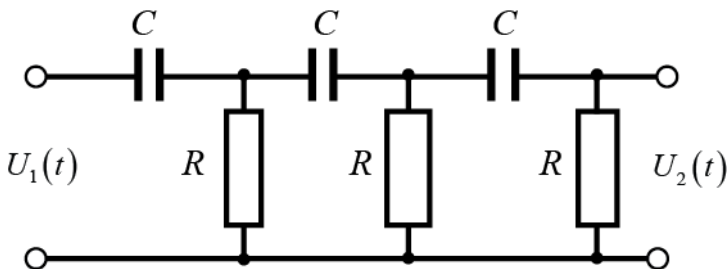


Рис. 2.7.6. Схема трехзвенного ФВЧ

2.7.5. Исследование цепи Вина

1. Сохраните модель **Исследование трехзвенного ФВЧ**.
 2. Сохраните еще раз модель с именем **Исследование цепи Вина**.
- Вина.**
3. Постройте схему согласно рис. 2.7.4.
 4. Установите значения R и C , соответствующие номеру вашего варианта.
 5. Пользуясь измерителем характеристик (Bode Plotter), получите АЧХ и ФЧХ фильтра в диапазоне частот от 100 Гц до 1 МГц.
 6. Зарисуйте АЧХ и ФЧХ фильтра.
 7. Определите частоту, на которой фазовый сдвиг равен нулю.
 8. Определите коэффициент передачи цепи Вина на этой частоте.

2.7.6. Содержание отчета по работе

1. Название работы.
2. Номер варианта, частота среза и параметры RC-цепочки.
3. Принципиальные схемы, подлежащие исследованию.
4. Полученные в ходе выполнения работы осциллограммы сигналов с обязательным указанием масштаба по обеим осям.
5. Результаты измерений и расчетов по каждому из заданий с обязательной записью формул и хода вычислений.
6. АЧХ и ФЧХ цепи.

Замечание: при желании и наличии возможности все рисунки можно заменить распечатками изображений участков экрана, полученных любым известным Вам способом, например, с помощью опции Print Screen.