

## **Лекция6. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ**

- **Учебные вопросы**
- **1. Источники, вид представления и цели обработки экспериментальных данных**
- **2. Общие положения теории планирования эксперимента (ТПЭ)**
- **3. Полный факторный эксперимент типа  $2^k$**

### **Литература**

**1.Ходасевич Г.Б., Пантюхин О.И., Ногин С.Б. Планирование эксперимента и обработка экспериментальных данных на ЭВМ. Учебное пособие, часть2. СПб.: СПбГУТ, 2014. 88с.**

## ВВЕДЕНИЕ

- **Планирование экспериментов (ПЭ) охватывает широкий круг вопросов – от учета конкретных особенностей определенных объектов исследования до общих концептуальных проблем. Далее будут рассмотрены общие задачи планирования, изучаемые специальной научной дисциплиной – теорией планирования эксперимента (ТПЭ).**
- Целесообразность создания и начальные положения специальной теории планирования эксперимента впервые были сформулированы в Англии на агробиологической станции в Ротамстеде в ходе решения практических задач по растениеводству в конце XIX века. Серьезный вклад в становление теории внес Р.А. Фишер, именно его работы в тридцатых годах прошедшего столетия заложили основы теории статистического анализа, начал науки о планировании и анализе сравнительных экспериментов. Среди наших соотечественников существенную роль в становлении отечественной школы в области теории ПЭ и ее практического применения сыграли Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, В.В. Налимов, В.В. Федоров и другие специалисты.
- В настоящее время ТПЭ выступает как самостоятельное научное направление и находит практическое применение там, где проводятся сложные научные и технические экспериментальные исследования. Теория использует аппарат математической статистики, линейной алгебры, комбинаторики и других разделов математики.

# Учебный вопрос 1. Источники и вид представления экспериментальных данных

**Источниками экспериментальных данных являются:**

**результаты наблюдения** за реальными объектами и протекающими в них процессами. Наблюдения могут проводиться в ходе испытаний или в ходе обычной эксплуатации;

**результаты моделирования объектов.** В первую очередь к ним следует отнести **результаты имитационного моделирования;**

**технические, экономические, научные отчеты и обзоры, публикуемые в различных изданиях,** например, сведения о результатах испытаний или о характеристиках однотипных устройств различных производителей;

**результаты опросов специалистов и другие источники.**

Обработка ЭД, получаемых от различных источников, имеет много общего. Однако организация сбора и интерпретации ЭД специфична для конкретной предметной области. В дальнейшем обработка ЭД будет рассматриваться применительно к результатам наблюдения за функционированием АСОИУ, ее элементов или их моделей.

• **Вид ЭД определяет форму представления, степень зависимости от времени, характер данных.**

• **Одной из основных форм является *символьная*, которая включает представление данных в виде чисел, двоичных величин или текста. Для задания значений соответствующих величин применяются различные шкалы измерений. Описательные (качественные) признаки измеряются на основе номинальных и порядковых шкал.**

**Количественные свойства отображаются числами в относительных или абсолютных шкалах измерений. В относительных шкалах точки начала отсчета и масштаб измерений имеют условный характер. Например, температуру можно измерять в относительных шкалах по Цельсию, Реомюру, Фаренгейту. Исходя из этого, результаты количественного сравнения величин зависят от используемой шкалы, а некоторые операции над количественными признаками недопустимы. Абсолютная шкала обеспечивает однозначное представление точки отсчета и масштаба.**

Количественные характеристики (параметры) представимы дискретными или непрерывными величинами.. Непрерывные параметры способны принимать любые значения из некоторого допустимого диапазона. В процессе обработки непрерывные величины всегда округляют и представляют ограниченным числом разрядов, т. е. они становятся квазинепрерывными. На практике ЭД отображают с разрядностью, с относительной погрешностью не более единиц или десятых долей процента.

• **Экспериментальные данные могут быть представлены не только в *символьной*, но и в других формах: *графической* (графики, осциллограммы, штриховые рисунки, цветные изображения и полутоновые рисунки); *аудиоданных*. Такие данные обрабатывают непосредственно или предварительно преобразуют в числовую форму.**

## 1.2. Цели обработки экспериментальных данных

Основные показатели АСОИУ, например, показатели производительности и надежности, носят вероятностный характер и не могут быть непосредственно измерены [1]. Для их оценки следует применять косвенные способы на основе регистрации соответствующих первичных параметров и последующей обработки накопленных данных с привлечением специальных математических методов.

ЭД формируются путем пассивного наблюдения либо с помощью активного эксперимента. При **пассивном наблюдении** информация получается путем регистрации необходимых сведений в условиях обычного функционирования объекта. В **активном эксперименте** производится целенаправленное воздействие на объект по заранее составленной схеме. Активный эксперимент позволяет расширить область исследования, точнее вскрыть закономерности функционирования, сократить потребности в ресурсах на проведение исследования. Но организация и проведение АЭ сложнее пассивного. Кроме того, следует учитывать и принципиальные ограничения в проведении активных экспериментов на действующих объектах, невозможность их осуществления для недоступных объектов.

## 1.2. Цели обработки экспериментальных данных

**Основными целями обработки ЭД являются следующие:**

**оценка значений показателей качества средств, комплексов или системы в целом. На стадиях создания** такая оценка проводится в интересах обоснования принимаемых решений по построению объектов, проверки показателей на соответствие требованиям, выявления существенных факторов, влияющих на функционирование объектов, выявления причин несоответствия требованиям.

**На стадии эксплуатации обработка ЭД** проводится также для решения задач управления объектом: **изменения режимов работы объекта; изменения порядка обработки информации; обоснования данных для модернизации объекта; адаптации объекта к условиям функционирования; сжатие информации о функционировании объекта; выявление закономерностей функционирования объекта в конкретных условиях эксплуатации.**

Выявленные закономерности применяют для поиска оптимальных значений параметров при синтезе новых систем, для упрощенного описания объекта в модели суперсистемы; выявление существенных параметров системы и внешней среды; изучение типологии объектов (распознавание образов, классификация объектов); прогнозирование развития объектов в интересах организационного и технологического управления.

### **1.3. Задачи формирования и обработки экспериментальных данных**

**Экспериментальная оценка качества предполагает решение ряда взаимосвязанных задач. К этим задачам следует отнести:**

- составление перечня регистрируемых параметров, необходимых для вычисления оценок показателей АСОИУ;**
- выбор моментов и способов регистрации первичных параметров;**
- выбор или разработку методов преобразования ЭД для оценивания требуемых показателей;**
- разработку алгоритмов измерения, создание программных, информационных и других средств, реализующих соответствующие процедуры регистрации, хранения, обработки и выдачи данных. Эта группа задач носит прикладной характер и далее не рассматривается.**

### 1.3. Задачи формирования и обработки экспериментальных данных

В дальнейшем будем считать, что по каждой оцениваемой характеристике формируется совокупность наблюдений  $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , состоящая из множества результатов регистрации. Отметим ряд основных свойств данной совокупности:

**конкретные значения являются результатом проявления одной и той же закономерности;**

**совокупность состоит из варьирующихся величин, отличающихся своими значениями.** Свойство вариации вызывает необходимость обработки всего множества наблюдений (если бы элементы совокупности были тождественны друг другу, то не было бы потребности обрабатывать всю совокупность);

**результаты регистрации носят случайный характер и содержат в себе неустранимые ошибки.**

**Результаты обработки ЭД носят частный характер, и без должного обоснования по ним нельзя делать обобщающие выводы относительно аналогичных объектов, функционирующих в других условиях.**



## 2. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА (ТПЭ)

- Теория ПЭ охватывает практически все встречающиеся на практике варианты исследования объектов. В дальнейшем будут рассмотрены следующие типовые задачи экспериментального исследования:
- **поиск значений параметров системы, обеспечивающих достижение оптимального значения показателя качества исследуемого объекта при известных ограничениях на значения этих параметров.;**
- **приближенное аналитическое описание функциональной связи показателей качества с параметрами системы по результатам проведенного эксперимента. Эти методики обеспечивают получение аналитических зависимостей, пригодных лишь для решения интерполяционных задач. В отличие от них ТПЭ дает возможность оценить вклад каждого параметра в значение показателя, т.е. приближенно восстановить закон функционирования объекта по экспериментальным данным.;**
- **оценка дифференциального влияния уровней параметров системы на показатель качества. Такая задача возникает в случае, когда параметры системы являются по своей природе качественными или когда количественные параметры могут принимать небольшое число различных значений**

## 2. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ

### ЭКСПЕРИМЕНТА (ТПЭ)

- В ТПЭ исследуемый объект (реальный объект, модель объекта) рассматривается как "черный ящик", имеющий входы  $v$  (управляемые независимые параметры) и выходы  $y$ .
- **Переменные  $v$  принято называть факторами.** Теория ПЭ изучает только активный тип экспериментов, когда имеется возможность независимо и целенаправленно менять значения факторов  $v$  во всем требуемом диапазоне. Факторы в эксперименте бывают качественными и количественными. Качественные факторы можно квантифицировать
- **Переменным  $v$  можно сопоставить геометрическое понятие факторного пространства – пространства,** координатные оси которого соответствуют значениям факторов. Совокупность конкретных значений всех факторов образует точку в многомерном факторном пространстве. Примерами факторов являются: интенсивность потока запросов к базе данных, скорость передачи данных по каналу, объем запоминающего устройств. Кроме того, на объект воздействуют возмущающие факторы, они являются случайными и не поддаются управлению.

## 2. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ

### ЭКСПЕРИМЕНТА (ТПЭ)

- Область планирования задается интервалами возможного изменения факторов  $v_i \min < v_i < v_i \max$  для  $i = 1, 2, \dots, k$ , где  $k$  – количество факторов. В теории ПЭ часто используют нормализацию факторов, т.е. преобразование натуральных значений факторов в безразмерные (кодированные) величины.

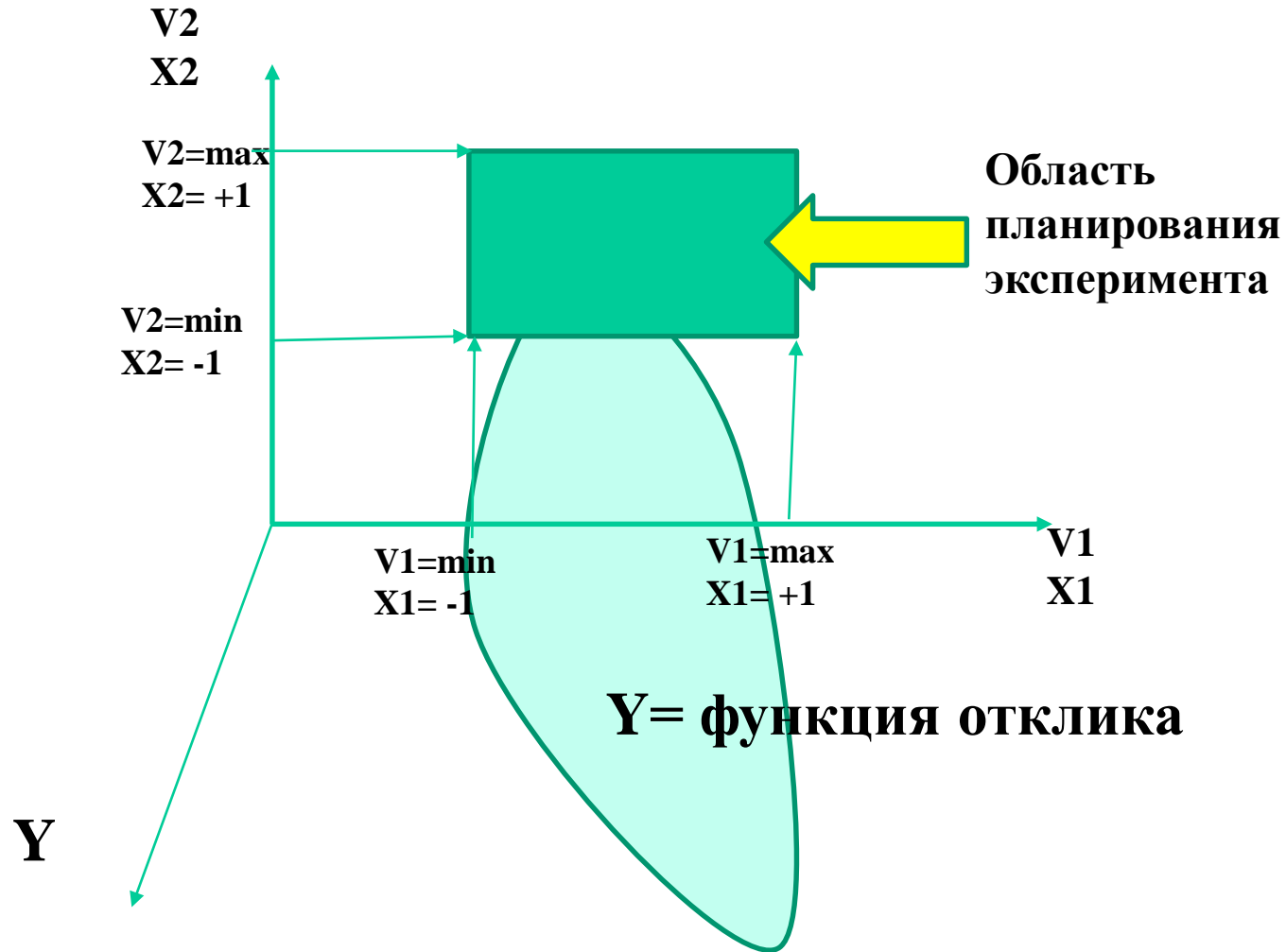
**Переход к безразмерным значениям  $x_i$  задается преобразованием**

- $x_i = (v_i - v_{i0})/\text{var}(v_i)$ ,
- где  $v_i$  – натуральное значение фактора,  $v_{i0}$  – натуральное значение основного уровня фактора, соответствующее нулю в безразмерной шкале,  $\text{var}(v_i)$  – интервал варьирования. Совокупность основных уровней всех факторов представляет собой точку в пространстве параметров, называемую центральной точкой плана или центром эксперимента.

**С геометрической точки зрения нормализация факторов равноценна линейному преобразованию пространства факторов, при котором проводятся две операции: перенос начала координат в точку, соответствующую значениям основных уровней факторов; сжатие – растяжение пространства в направлении координатных осей.**

- Рассмотрим пример для ДВУХ факторов:

# Интерпретация для двух параметров (факторов)



## 2. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА (ТПЭ)

- Активный эксперимент включает:  
систему воздействий, при которых воспроизводится  
функционирование объекта;  
регистрацию отклика объекта.

*План эксперимента* задает совокупность данных, определяющих количество, условия и порядок реализации опытов.

**Опыт** составляет элементарную часть эксперимента и предусматривает воспроизведение исследуемого явления в конкретных условиях с последующей регистрацией результата. В условиях случайности в одних и тех же условиях проводятся параллельные (повторные) опыты в интересах получения статистически устойчивых результатов.

## 2. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА (ТПЭ)

- Опыт  $u$  предполагает задание конкретных значений факторам  $V_u = V_{1u}, V_{2u}, \dots, V_{ku}$ , а совокупность значений факторов во всех  $N$  точках плана эксперимента образует **матрицу плана**
  - $V_{11}, V_{21}, \dots, V_{k1}$
  - $V_{12}, V_{22}, \dots, V_{k2}$
  - $\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$
  - $V_{1N}, V_{2N}, \dots, V_{kN}$
- Строки матрицы соответствуют опытам, столбцы – факторам, элемент матрицы  $v_{iz}$  задает значение  $z$ -го фактора в  $i$ -м опыте.

## 2. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА (ТПЭ)

- Вектор  $y$  называется *откликом*.

В ТПЭ обычно изучается ситуация, в которой вектор отклика  $y$  состоит из одного элемента  $y$ . При наличии нескольких составляющих вектора  $y$ , каждую из них можно исследовать отдельно. Зависимость отклика от факторов носит название *функции отклика*, а геометрическое представление функции отклика – *поверхности отклика*. Функция отклика рассматривается как показатель качества или эффективности объекта. Этот показатель является функцией от параметров – факторов. **На практике широкое распространение получили простые функции вида  $M\{\hat{y}\} = \mathbf{b}f(\mathbf{v})$ , где  $\mathbf{b}=(b_0, b_1, \dots, b_h)$  – вектор неизвестных параметров модели размерности  $h+1$ ,  $f(\mathbf{v})=(f_0(\mathbf{v}), f_1(\mathbf{v}), \dots, f_h(\mathbf{v}))$  – вектор заданных базисных функций,  $M\{\hat{y}\}$  – математическое ожидание функции отклика.** Такое представление функции отклика соответствует линейной по параметрам модели регрессионного анализа, т.е. функция отклика есть линейная комбинация базисных функций от факторов.

## 2. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА (ТПЭ)

Вследствие влияния на результаты экспериментов случайных воздействий истинные значения коэффициентов можно определить только приближенно. Оценку  $\mathbf{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_h)$  вектора неизвестных параметров  $\mathbf{b}$  находят по результатам экспериментов, в ходе которых получают значения  $y_u$  при заданных значениях факторов  $\mathbf{v}_u$ . Эти оценки обычно рассчитываются с помощью метода наименьших квадратов (МНК) на основе выборок значений факторов и откликов системы на воздействия [8]. В качестве оценки  $\mathbf{\beta}$  вектора  $\mathbf{b}$  выбирается такое значение, которое

минимизирует  $\frac{1}{N} \sum_{u=1}^N (\hat{y}_u - y_u)^2$ , где  $y'_u$  – вычисленное на модели значение функции

отклика в  $u$ -й точке факторного пространства. Приравнивая нулю частные производные от данной квадратичной формы, взятые по переменным  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_h$ ,

можно получить систему уравнений вида  $\frac{1}{N} \sum_{u=1}^N (\hat{y}_u - y_u) f(v_i) = 0$ , где  $i = 0, 1, 2, \dots,$

$h$ . Значение  $\mathbf{\beta}$  находят путем решения этой системы уравнений. Решение системы возможно при линейной независимости базисных функций.



## 2. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА (ТПЭ)

Полиномиальная форма представления функции отклика примет вид

$$y' = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \dots + \beta_{k-1,k} x_{k-1} x_k + \\ + \beta_{11} x_1^2 + \dots + \beta_{kk} x_k^2 + \dots + \varepsilon, \quad (1.3)$$

где  $\varepsilon$  – случайная составляющая функции отклика (величина, характеризующая ошибку опыта).

Такая функция отклика линейна относительно неизвестных коэффициентов и будет полностью определена, если известны степень полинома и коэффициенты. Степень полинома задается исследователем априорно и уточняется в ходе исследования. На практике наибольшее распространение получили полиномы первого и второго порядка, соответственно линейные и квадратичные модели. Коэффициенты полинома принято называть *эффектами факторов*.

### 3. ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ТИПА $2^k$

- На начальных этапах оптимизации для определения градиента применяют неполные полиномы второго порядка или линейные полиномы [2]. Вычисление оценок коэффициентов таких полиномов осуществляется на основе обработки результатов реализации наиболее простых планов, в которых каждый фактор принимает только два значения  $v_{\min}$  или  $v_{\max}$ , расположенные симметрично относительно нулевого уровня или центра плана по данному фактору. **Значения уровней варьирования выбирает исследователь, исходя из возможного диапазона изменения каждого фактора и возможности применения линейной аппроксимации функции отклика в выбранном диапазоне изменений параметра. Без ограничения общности можно считать, что кодированные значения  $x_i$  принимают значения  $-1$  и  $+1$  соответственно (принято обозначать  $-$  или  $+$ ). Множество всех точек в  $k$ -мерном пространстве, координаты которых являются комбинациями "+" и "-", называется полным факторным планом или планом полного факторного эксперимента типа  $2^k$  (ПФЭ). Количество точек в этом плане  $N=2^k$ .**

### 3. Полный факторный эксперимент типа $2^k$

- Для примера возьмем полный факторный эксперимент с тремя независимыми переменными  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ , таблица 3.1.
- Второй, третий и четвертый столбцы таблицы соответствуют собственно плану экспериментов, пятый – восьмой столбцы содержит значения произведений независимых переменных. Фиктивная переменная  $x_0 = 1$  (первый столбец) введена для единообразия записи расчетных формул коэффициентов полинома. Строки соответствуют опытам, например, первая строка характеризует эксперимент, в котором все независимые переменные находятся на нижнем уровне.



### 3. Полный факторный эксперимент типа $2^k$

Из анализа матрицы планирования легко видеть, что полный факторный эксперимент обладает свойствами:

*ортogonalности.* Сумма парных произведений элементов любых двух различных столбцов равна нулю. В частности, для простых переменных

$$\sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} = 0, \quad i \neq j, \quad i, j = \overline{0, k};$$

*симметричности.* Сумма всех элементов любого столбца, за исключением первого, равна нулю, например,  $\sum_{u=1}^N x_{iu} = 0, \quad i = \overline{1, k};$

*нормированности.* Сумма квадратов элементов любого столбца равна числу опытов, так для  $i$ -й переменной  $\sum_{u=1}^N x_{iu}^2 = N, \quad i = \overline{0, k}.$

Первые два свойства обеспечивают независимость оценок коэффициентов модели и допустимость их физической интерпретации. Нарушение этих свойств приводит к взаимной зависимости оценок и невозможности придания смысла коэффициентам.

## 3.2. Оценки коэффициентов функции отклика

Эксперимент, проведенный по плану, представленному в табл. 3.1, позволяет оценить коэффициенты неполного полинома третьей степени

$$y' = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{23} x_2 x_3 + \beta_{123} x_1 x_2 x_3$$

или линейной функции  $y' = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3$ .

Первый вид полинома позволяет оценить не только влияние отдельных факторов, но и один из часто встречающихся видов нелинейности, когда эффект одного фактора зависит от уровня других факторов, т.е. присутствует эффект взаимодействия факторов. Эффект взаимодействия вида  $x_i x_j$  называют парным,

$x_i x_j x_k$  – тройным и т.д. С ростом количества факторов число возможных взаимодействий быстро увеличивается. Суммарно количество всех коэффициентов функции отклика такого типа равно числу опытов полного факторного эксперимента.

## 3.2. Оценки коэффициентов функции отклика

Оценки коэффициентов полинома определяются на основе метода **наименьших квадратов** и для рассматриваемого типа ПФЭ вычисляются по простым соотношениям [2]

$$\begin{aligned}\beta_i &= \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu} \bar{y}_u, \quad i = \overline{0, k}; \\ \beta_{i, \dots, m} &= \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu} \dots x_{mu} \bar{y}_u, \quad i = \overline{1, k}, \quad m > i.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Здесь величина  $\bar{y}_u$  соответствует значению отклика  $y_u$  в указанной точке факторного пространства при отсутствии повторных опытов или является оценкой математического ожидания  $\bar{y}_u = \frac{1}{r_u} \sum_{i=1}^{r_u} y_{ui}$  значений функции отклика по всем  $r_u$  повторным опытам в данной точке. Повторные опыты проводятся в тех случаях, когда на функционирование системы оказывают влияние случайные воздействия. Количество повторных опытов в разных точках плана может различаться.

### 3.2. Оценки коэффициентов функции отклика

Допустима следующая интерпретация оценок коэффициентов:

$\beta_0$  соответствует значению функции отклика в центре проводимого эксперимента;

$\beta_i$  равен приращению функции при переходе значения фактора  $i$  с нулевого уровня на верхний (это вклад фактора в значение функции);

$\beta_{ij}$  равен нелинейной части приращения функции при одновременном переходе факторов  $i$  и  $j$  с нулевого уровня на верхний и т.п.



## Подготовка к Лабораторной работе №4

### ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА

1. Цель занятия. Закрепить теоретические знания и приобрести практические навыки в применении ТПЭ при решении оптимизационных задач.

2. Задание на занятие:

**Объект ( канал передачи данных) характеризуется тремя параметрами (факторами):**

- параметр  $a$  (длина сообщений) может изменяться в диапазоне от 2 до 99;
- параметр  $b$  (количество сообщений в час) – от 15 до 21;
- параметр  $c$  (пропускная способность КПД)– от 1300 до 33000.

Необходимо экспериментально определить приближенные значения факторов, максимизирующих значение показателя качества объекта (функции отклика) и составить нелинейную модель объекта в области оптимума.

**Вопрос: Вид Математической Модели для решения задачи?**

## Подготовка к Лабораторной работе №4

### ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА

Объект ( канал передачи данных) характеризуется тремя параметрами (факторами):

- параметр а (длина сообщений- $D$ ) может изменяться в диапазоне от 2 до 99;
- параметр b (количество сообщений в час  $\lambda$ ) – от 15 до 21;
- параметр с (пропускная способность (ПСКПД)– от 1300 до 33000.

**Математическая модель канала передачи данных:**

**Время передачи  $T_i = \text{Длина}_i / \text{ПСКПД}$ , при разных  $\lambda$ .**

Объект задается программой – имитатором (файл Имитатор.exe).

## Подготовка к Лабораторной работе №4

При работе с имитатором студент задаёт:

- **номер варианта**, в соответствии со своим номером в списке учебной группы. Этот параметр не меняется в процессе исследования;
- **значения факторов в точке плана (из матрицы опытов!)**;
- **количество повторных опытов в выбранной точке плана (r)**.

**Результатами работы программы – имитатора являются:**

- **значения функции отклика**, количество значений  $r$  соответствует заданному количеству повторных опытов в точке плана. Различия значений функции отклика обусловлены погрешностью измерений и влиянием неучтенных факторов;
- **среднее значение функции отклика**;
- **дисперсия наблюдений**;
- **дисперсия среднего значения**.

## Подготовка к Лабораторной работе №4

Подготовка значений факторов в точке плана из матрицы планирования до моделирования, например:

### Матрица планирования

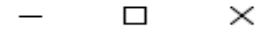
| № точки<br>лана $u$ | $x_0$ | Факторы, $x_{iu}$   |                     |                     | Отклик<br>$y$ |
|---------------------|-------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------|
|                     |       | $a \Rightarrow x_1$ | $b \Rightarrow x_2$ | $c \Rightarrow x_3$ |               |
| 1                   | 1     | -1 (10)             | -1 (15)             | -1 (12000)          | $y_1$         |
| 2                   | 1     | -1 (10)             | -1 (15)             | 1 (32000)           | $y_2$         |
| 3                   | 1     | -1 (10)             | 1 (20)              | -1 (12000)          | $y_3$         |
| 4                   | 1     | -1 (10)             | 1 (20)              | 1 (32000)           | $y_4$         |
| 5                   | 1     | 1 (90)              | -1 (15)             | -1 (12000)          | $y_5$         |
| 6                   | 1     | 1 (90)              | -1 (15)             | 1 (32000)           | $y_6$         |
| 7                   | 1     | 1 (90)              | 1 (20)              | -1 (12000)          | $y_7$         |
| 8                   | 1     | 1 (90)              | 1 (20)              | 1 (32000)           | $y_8$         |

**-1** это - минимальное, а **1** – максимальное значение фактора. Именно истинные значения подставляем в модель-имитатор. А сами кодированные значения  $x_{iu}$  используем по формуле 3.1.

# Подготовка к Лабораторной работе №4

## Заполнение полей формы.

Лабораторная работа по дисциплине Теория планирования эксперимента



### Имитатор измерений

Исходные данные

Очистка формы

Номер варианта

Значения параметров

a  
(1 < a < 100)

b  
(14 < b < 21)

c  
(1200 <= c <= 33000)

Количество повторных измерения r (1 < r < 16)

Обработка

Результаты измерений

| Измерение | Значение |
|-----------|----------|
| 1         |          |
| 2         |          |
| 3         |          |
| 4         |          |
| 5         |          |
| 6         |          |
| 7         |          |
| 8         |          |
| 9         |          |
| 10        |          |

Среднее значение

$$y = \sum(Y_i) / r =$$

Дисперсия наблюдений

$$D = \sum(Y_i - y)^2 / (r - 1) =$$

Дисперсия среднего значения

$$D(y) = D / r =$$

# Подготовка к Лабораторной работе №4

После нажатия кн. «Обработка» записать результаты в отчёт

Лабораторная работа по дисциплине Теория планирования эксперимента

## Имитатор измерений

Исходные данные

Очистка формы

Номер варианта

Значения параметров

а  
(1 < a < 100)

б  
(14 < b < 21)

с  
(1200 <= c <= 33000)

Количество повторных измерения г (1 < г < 16)

Результаты измерений

| Измерение | Значение |
|-----------|----------|
| 1         | 3,3393   |
| 2         | 3,3398   |
| 3         | 3,3388   |
| 4         | 3,3461   |
| 5         | 3,3372   |
| 6         | 3,3364   |
| 7         | 3,3422   |
| 8         | 3,3457   |
| 9         |          |
| 10        |          |

Среднее значение  
 $y = \sum(Y_i)/r =$

Дисперсия наблюдений  
 $D = \sum(Y_i - y)*(Y_i - y)/(r - 1) =$

Дисперсия среднего значения  
 $D(y) = D / r =$

## Подготовка к Лабораторной работе №4

**После всех экспериментов записать результаты, высчитать коэффициенты, общую функцию отклика, дисперсии наблюдений и сделать выводы, какой из факторов и как влияет.**

Матрица планирования

| № точки<br>плана | x <sub>0</sub> | Факторы        |                |                | Отклик<br>y    | Ответы по<br>модели |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------------|
|                  |                | x <sub>1</sub> | x <sub>2</sub> | x <sub>3</sub> |                |                     |
| 1                | 1              | -1             | -1             | -1             | y <sub>1</sub> | 9,015               |
| 2                | 1              | -1             | -1             | 1              | y <sub>2</sub> | 8,242               |
| 3                | 1              | -1             | 1              | -1             | y <sub>3</sub> | 8,550               |
| 4                | 1              | -1             | 1              | 1              | y <sub>4</sub> | 7,655               |
| 5                | 1              | 1              | -1             | -1             | y <sub>5</sub> | 8,618               |
| 6                | 1              | 1              | -1             | 1              | y <sub>6</sub> | 7,762               |
| 7                | 1              | 1              | 1              | -1             | y <sub>7</sub> | 8,175               |
| 8                | 1              | 1              | 1              | 1              | y <sub>8</sub> | 7,257               |

|  |       |        |        |        |
|--|-------|--------|--------|--------|
|  | 9,015 | -9,015 | -9,015 | -9,015 |
|  | 8,242 | -8,242 | -8,242 | 8,242  |
|  | 8,550 | -8,550 | 8,550  | -8,550 |
|  | 7,655 | -7,655 | 7,655  | 7,655  |
|  | 8,618 | 8,618  | -8,618 | -8,618 |
|  | 7,762 | 7,762  | -7,762 | 7,762  |
|  | 8,175 | 8,175  | 8,175  | -8,175 |
|  | 7,257 | 7,257  | 7,257  | 7,257  |
|  | 8,159 | -0,206 | -0,250 | -0,430 |

b<sub>0</sub>

b<sub>1</sub>

b<sub>2</sub>

b<sub>3</sub>

$$y = 8.159 - 0.2 * x_1 - 0.25 * x_2 - 0.43 * x_3$$

## •Контрольные вопросы

- 1. Понятие активного эксперимента, фактора, отклика, плана эксперимента.
- 2. Основные допущения теории планирования экспериментов.
- 3. Критерии оптимальности планов.
- 4. Насыщенные, ненасыщенные, сверхнасыщенные планы.
- 5. Полный факторный эксперимент: сущность, область применения; свойства матрицы планирования.
- 6. Регулярные дробные реплики ПФЭ: понятие реплики, генераторы планов, определяющие контрасты, смешивание оценок модели, разрешающая способность реплик.
- 7. Содержание этапов поиска оптимума функции отклика на основе метода крутого восхождения.
- 8. Проверка однородности дисперсии воспроизводимости, значимости коэффициентов, адекватности модели.