

Учебная дисциплина

ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАНЯТИЕ 5

ОБРАБОТКА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА НА МОДЕЛИ ОБЪЕКТА

Введение

Одной из типовых задач проведения активных экспериментов является построение математической модели исследуемого объекта и оценка ее параметров по результатам экспериментов.

1. Цель занятия

Закрепить теоретические знания (см. теоретическую часть) и приобрести практические навыки в обработке результатов активного эксперимента на модели с использованием ЭВМ.

Материальное обеспечение: Компьютер, система моделирования на ЭВМ.

Теоретическая часть

Осуществлению эксперимента с моделью предшествует его подготовка или планирование. Различают стратегическое и тактическое планирование.

Стратегическое планирование эксперимента

Достижение целей моделирования возможно исследованием с использованием созданной модели. Эти исследования заключаются в проведении ряда испытаний, в результате которых определяются выходные характеристики моделируемого объекта при различных значениях управляемых параметров. Эксперименты следует проводить по заранее составленному плану. Существенную важность приобретают вопросы планирования при использовании метода имитационного моделирования. Это обусловлено большим числом сочетаний значений управляемых параметров, а каждый прогон модели проводится при определенном сочетании значений параметров.

При планировании эксперимента в первую очередь определяются управляемые параметры, которые участвуют в эксперименте, так называемые **факторы**. Выявляются **уровни** факторов, т.е. значения, которые принимают параметры при проведении испытаний. По возможности следует выбирать минимум уровней и на практике ограничиваются только двумя: нижним и верхним значением соответствующего фактора, условно обозначаемым "-1" и "+1". Если требуется исследовать влияние на отклик n различных факторов, все факторы фиксируют на некоторых уровнях, кроме одного, который изменяется при каждом прогоне модели. В следующей серии прогонов варьируется другой фактор. Последовательная комбинация всех уровней одного фактора со всеми уровнями других дает **полный факторный эксперимент**. План такого эксперимента для n факторов, варьируемых на двух уровнях, называется планом 2^n . Матрица возможных сочетаний уровней факторов для плана 2^3 представлена в табл. 1.

Таблица 1

Матрица плана 2^n

X ₁	X ₂	X ₃
-1	-1	-1
+1	-1	-1
-1	+1	-1
+1	+1	-1
-1	-1	+1
+1	-1	+1
-1	+1	+1
+1	+1	+1

Зависимость между реакцией системы и уровнями факторов есть **факторная функция**

$$y = \varphi(x_1, x_2, x_3),$$

где x_i - уровень i -го фактора ($i = 1 \dots 3$).

Представляя факторную функцию в виде **уравнения регрессии**:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{k-2} \sum_{j=i+1}^{k-1} \sum_{l=j+1}^k \beta_{ijl} x_i x_j x_l + \dots + \beta_{12\dots k} x_1 x_2 \dots x_k + e,$$

для $k = 3$ получим:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{23} x_2 x_3 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{123} x_1 x_2 x_3 + e,$$

где e - ошибка опыта, которая предполагается независимой нормально распределенной случайной величиной со средним, равным нулю, и постоянной дисперсией.

Для оценки коэффициентов следует использовать план эксперимента 2^3 . После добавления столбца из +1 и всех столбцов произведений исходных факторов по два и по три получим из исходной матрицы (см.табл. 1) матрицу независимых переменных (табл. 2).

Таблица 2

Матрица независимых переменных при полном факторном эксперименте 2^3

x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$
+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

Полный факторный эксперимент может потребовать существенных затрат машинного времени. В теории планирования экспериментов разработаны методы **неполных факторных экспериментов**. В случае такого эксперимента прогоны модели проводятся для тех опытов, произведения значений трех уровней равны +1. При этом матрица независимых переменных принимает вид (табл.3).

Таблица 3

Матрица независимых переменных при неполном факторном эксперименте 2^3

x_0	x_1	x_2	x_3
+1	+1	-1	-1
+1	-1	+1	-1
+1	-1	-1	+1
+1	+1	+1	+1

Регрессивные коэффициенты находятся по методу наименьших квадратов:

$$\beta_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij} y_i, \quad (1)$$

где y_i - значение реакции модели в i -м испытании; x_{ij} - значение j -го уровня в i -м испытании; n - число испытаний.

2. Практическое задание на занятие.

Канал передачи данных (Объект исследования) характеризуется тремя параметрами (факторами):

- параметр a (длина сообщений, кбайт) может изменяться в диапазоне от 1 до 100;
- параметр b (интенсивность сообщений в час) – от 15 до 21;

- параметр c (пропускная способность, кбайт/сек) – от 1200 до 9600.

Необходимо экспериментально определить приближенные значения факторов, максимизирующих значение показателя качества объекта (функции отклика) и составить нелинейную модель объекта в области оптимума.

Объект задается программой – имитатором-Имитатор.exe. При работе с имитатором студенты задают:

- номер варианта, в соответствии со своим номером в списке учебной группы. Этот параметр не меняется в процессе исследования;

- значения факторов в точке плана;

- количество повторных опытов в выбранной точке плана.

Результатами работы программы – имитатора являются:

- значения функции отклика, количество значений соответствует заданному количеству повторных опытов в точке плана. Различия значений функции отклика обусловлены погрешностью измерений и влиянием неучтенных факторов;

- среднее значение функции отклика;

- дисперсия наблюдений;

- дисперсия среднего значения.

Построить математическую модель и оценить ее параметры по результатам проведения полного факторного эксперимента (ПФЭ) типа 2^3 . Решение общей задачи разбивается на несколько этапов.

2.1. Вычисление среднего значения функции отклика и значений оценок коэффициентов модели.

2.2. Вычисление оценки дисперсии воспроизводимости.

2.3. Проверка однородности дисперсий воспроизводимости.

2.4. Вычисление остаточной суммы квадратов.

2.5. Оценка адекватности модели и данных экспериментов.

2.6 Оценка значимости коэффициентов модели, формирование выводов о возможности применения разработанной модели.

3. Методические указания по выполнению работы

Каждый студент обрабатывает свой вариант экспериментальных данных, составляя табл. 4 в соответствии с индивидуальным заданием, табл. 5, применительно к полному факторному эксперименту 2^3 . Для выполнения вычислений можно использовать табличный процессор, например MS Excel.

Обработка данных ведется применительно к математической модели:

$$y = b_0 + b_1 * x_1 + b_2 * x_2 + b_3 * x_3 ;$$

В табл. 4 представлена матрица планирования ПФЭ. Необходимо дополнительно записать в неё истинные значения факторов.

3.1. Вычисление среднего значения функции отклика производится в каждой точке эксперимента путем усреднения значений функции отклика по 4 - 8 значениям. Оценки коэффициентов модели вычисляются по формулам $b_i = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{ui} \bar{y}_u$, $i = \overline{0, k}$, \bar{y} – среднее значение отклика в

точке u плана; N - число точек плана; $k+1$ - количество оцениваемых коэффициентов (равно 4).

3.2. Представить выводы по влиянию факторов при моделировании.

4. Содержание отчета

Отчет должен содержать:

заданные экспериментальные данные;

результаты расчетов параметров, вычисленные и табличные значения критериев;

выводы по результатам обработки экспериментальных данных.

Контрольные вопросы

1. Понятие активного эксперимента, фактора, отклика, плана эксперимента.

2. Основные допущения теории планирования экспериментов.

3. Критерии оптимальности планов.

4. Насыщенные, ненасыщенные, сверхнасыщенные планы.

5. Полный факторный эксперимент: сущность, область применения; свойства матрицы планирования.

6. Регулярные дробные реплики ПФЭ: понятие реплики, генераторы планов, определяющие контрасты, смешивание оценок модели, разрешающая способность реплик.

7. Содержание этапов проведения многофакторных экспериментов.

Литература

1. Ходасевич Г.Б., Пантюхин О.И., Ногин С.Б. Планирование эксперимента и обработка экспериментальных данных на ЭВМ. Учебное пособие, часть 2. СПб.: СПбГУТ, 2014. 88с.

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 1999.-479 с.

Таблица 4
Матрица планирования

№ точки плана	Факторы			Отклик Y
	X ₁	X ₂	X ₃	
1	-	-	-	Y ₁
2	-	-	+	Y ₂
3	-	+	-	Y ₃
4	-	+	+	Y ₄
5	+	-	-	Y ₅
6	+	-	+	Y ₆
7	+	+	-	Y ₇
8	+	+	+	Y ₈

Таблица 5

Варианты индивидуальных заданий

№	Фамилия, инициалы
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	