

---

**Кафедра ССиПД**

**Методическая разработка по ОНИ**

**на Лабораторную работу № 4**

**«Оценка показателей надежности по результатам испытаний»**

**Исполнил: доцент Пантюхин О.И.**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ**

## Теоретические материалы

### 1. Экспериментальные данные по надежности

Первичные данные по надежности можно получить только путем сбора и обработки экспериментальных данных (ЭД), формируемых в процессе испытаний или нормальной эксплуатации изделий [1]. Такие данные обычно представляют собой цензурированные выборки. Цензурированием называется событие, приводящее к прекращению наблюдений за изделием до наступления системного события либо к свершению события в неизвестный момент времени в пределах некоторого интервала. Цензурированной называется выборка, элементами которой являются полные наработки и наработки до цензурирования (неполные наработки) или только наработки до цензурирования. Полной наработкой является наработка изделия от начала некоторого этапа его эксплуатации до системного события, например наработка до отказа. Неполная наработка характеризует наработку изделия: от начала эксплуатации (испытаний) до фиксированного момента времени, но до наступления системного события; от некоторого произвольного момента, не связанного с системным событием, до системного события или до конкретного момента времени.

Интервал, в котором наступает системное событие, причем точное значение наработки до системного события неизвестно, называется интервалом неопределенности. Этот интервал ограничен:

слева (цензурирование слева). Наблюдения за объектами прекращаются в конкретный момент времени. К этому моменту часть объектов отказала. Другая часть продолжает работать, причем неизвестно, как долго эти объекты проработают без отказа;

справа (цензурирование справа). К началу наблюдений объекты уже проработали некоторое неизвестное время без отказа. Отказавшие к моменту начала наблюдений объекты не учитываются;

слева и справа (цензурирование интервалом). Цензурирование интервалом является наиболее общим случаем цензурирования.

Различают однократно и многократно цензурированные выборки. К однократно цензурированным относят, в частности, цензурированные слева выборки, содержащие полные и неполные наработки, причем все неполные наработки равны друг другу. Если у объектов моменты или интервалы цензурирования различаются, то такие выборки являются многократно цензурированными. Применительно к задачам оценки надежности по результатам наблюдений в процессе эксплуатации цензурирование обычно связано с ограниченностью интервалов наблюдения.

Существует ряд типовых планов наблюдений. Обозначение плана включает три элемента. Первый элемент характеризует количество объектов  $N$ , предназначенных для наблюдений. Второй – действия с отказавшими объектами:  $U$  – отсутствие замены или восстановления отказавших объектов;  $R$  – замена отказавших объектов;  $M$  – восстановление отказавших объектов. Третий элемент (одна или

две буквы) – определяет признак окончания наблюдений:  $T$  – наблюдения заканчиваются по истечении фиксированного интервала времени;  $r$  – наблюдения заканчиваются по достижении фиксированного количества реализаций (отказов, восстановлений);  $z$  – наблюдения заканчиваются при наработке  $i$ -го объекта, равной  $t_i$ .

Обозначение или план  $[NUT]$  указывает, что под наблюдением находится  $N$  объектов, отказавшие объекты не заменяются и не восстанавливаются  $U$ , наблюдения заканчиваются по истечении заданного интервала времени  $T$  (однократно цензурированная выборка). План  $[NUz]$  означает, что наблюдение за конкретным объектом заканчивается при возникновении его отказа или при достижении конкретного значения наработки (многократно цензурированная выборка). При цензурировании по плану  $[NUT]$  фиксируется время проведения наблюдений, число событий представляет собой случайную величину. При цензурировании по плану  $[NUr]$  заранее задается число событий (доля событий), после наступления которых наблюдения прекращаются, время наблюдения заранее не фиксируется, т. е. оно случайно.

Выбор конкретного плана зависит от целей исследования. Далее рассматриваются планы типа  $[... U ...]$ . Обработка результатов по плану типа  $[... R ...]$  сводятся к предыдущему типу путем переноса начала наблюдений каждого нового объекта к некоторому условному началу испытаний всех объектов. Планы типа  $[... M ...]$  можно рассматривать как планы типа  $[... U ...]$ , если каждую наработку между отказами трактовать как наработку некоторого невосстанавливаемого объекта (полное восстановление ресурса объекта после отказа). Очевидно, что план типа  $[NUN]$  соответствует полной выборке.

Оценка надежности проводится с начала эксплуатации на некоторый момент или за определенный интервал времени. В первом случае имеет место цензурирование слева по текущему моменту времени. Для невосстанавливаемых объектов часть из них к этому моменту времени может отказаться, а другая часть продолжает работать, что соответствует плану наблюдения  $[NUT]$ . Значения наработок исправных объектов неизвестны, но очевидно, что они превышают интервал наблюдения. Во втором случае оценка надежности связана с цензурированием выборки интервалом: продолжительность работы средств до начала наблюдения точно неизвестна; часть средств может отказаться до начала наблюдения и не учитывается на текущем интервале; другая часть может отказаться на текущем интервале, а третья продолжит работу и по завершении периода наблюдения. В этих вариантах цензурирование осуществляется по фиксированным моментам времени, и число наблюдений в выборке является случайным.

В ряде случаев цензурирование осуществляется по конкретным событиям, например при определенном числе отказов объектов, что характерно при проведении испытаний однотипных объектов, планы типа  $[NUr]$ . У этих планов объем выборки не является случайным, случайна продолжительность наблюдений. В планах наблюдения  $[NU(r, T)]$  прекращение наблюдений происходит после отказа  $r$  объектов или по достижению момента времени  $T$  в зависимости от того, какое

из событий происходит ранее. При этом необходимо принимать во внимание чередование состояний применения по назначению, нахождения в выключенном состоянии и хранения. Чередование состояний влияет не только на показатели, но и на модель надежности.

Выборки по надежности могут иметь: однократное цензурирование слева (например, период наблюдения – от начала эксплуатации до текущего момента времени); цензурирование интервалом (период наблюдения определяется календарными сроками); многократное цензурирование слева; многократное цензурирование интервалом. Для цензурированных выборок применяют свои методы оценки показателей, проверки статистических гипотез.

## 2. Непараметрические методы оценивания показателей

Если закон распределения исследуемого показателя неизвестен и нет необходимости его аналитического описания, то применяют непараметрические методы [1, 12, 14]. Эти методы проще, чем параметрические, но они не позволяют прогнозировать значения показателей надежности. К непараметрическим относят методы, построения "множительной" оценки, ядерных оценок и другие. Методы различаются сложностью реализации и качеством получаемых оценок.

Далее будем рассматривать вопросы оценки показателей безотказности (показатели ремонтпригодности оцениваются аналогично). Построение эмпирической функции распределения наработки до отказа по формуле  $F_N(t) = i/N$  при  $t > 0$  (где  $N$  – объем выборки;  $i$  – количество наработок до отказа, попавших в интервал  $[0, t]$ ,  $i = \overline{1, N}$ ) неприменимо для планов  $[N_{Ur}]$ ,  $[N_{UT}]$  и  $[N_{Uz}]$ , так как этот подход предполагает использование информации по всей выборке. Если исключить наработки до цензурирования, то будут иметь место значительные ошибки в определении  $F_N(t)$ . Наличие цензурирования приводит к неопределенности для  $F_N(t)$  в области цензурирования, которая увеличивается с ростом числа неполных наработок.

Постановка задачи определения показателей надежности по цензурированным выборкам формулируется следующим образом.

Имеются выборочные значения наработки до отказа  $t_1, t_2, \dots, t_r$  и до цензурирования  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k$ . Количество наработок до отказа  $r$  и до цензурирования  $k$ , объем выборки  $N = r + k$ .

Необходимо определить: эмпирическую функцию распределения наработок до отказа, оценки вероятности безотказной работы и среднего значения наработки до отказа.

Допущения: результаты получены с использованием одного из планов типа  $[N_{Ur}]$ ,  $[N_{UT}]$  или  $[N_{Uz}]$ .

Решение задачи включает: предварительную обработку ЭД; построение эмпирической функции распределения  $F_N(t)$ ; оценивание вероятности безотказной работы  $p^*(t)$  и средней наработки до отказа  $T_0$ .

Предварительная обработка ЭД предусматривает построение общего вариационного ряда – наработки на отказ и на цензурирование упорядочивают по воз-

растанию. Если наработка на отказ равна наработке до цензурирования, то в вариационном ряду первыми ставят наработку на отказ, а затем наработку до цензурирования.

В методе множительной оценки определение значений оценок  $p^*(t)$  и  $F_N(t)$  производится по простым соотношениям:

$$\begin{aligned} p^*(t) &= 1, t < t_1 \\ p^*(t_i) &= \prod_{t_j \leq t_i} [1 - 1/(N_j + 1)] * p^*(t_{i-1}), \\ F_N(t_i) &= 1 - p^*(t_i), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $t_1$  – время возникновения первого отказа,  $N_j$  – количество работоспособных объектов после отказа при наработке, равной  $t_i$ .

По эмпирической функции распределения наработки до отказа или по функции вероятности безотказной работы можно получить оценки других показателей надежности невосстанавливаемых изделий. Точечная оценка вероятности безотказной работы за наработку  $t$  ( $t < t_r$ ) определяется с помощью линейной интерполяции

$$p^*(t) = d p^*(t_v) + (1 - d) p^*(t_{v-1}),$$

где  $t_{v-1}$  и  $t_v$  – наработки до отказа, между которыми лежит наработка  $t$ ;

$$d = (t - t_{v-1}) / (t_v - t_{v-1}).$$

При известном законе распределения средняя наработка до отказа

$T_O = \int_0^{\infty} (1 - F(t)) dt$ . Для цензурированных слева выборок время наблюдения ограничено, это обстоятельство позволяет получить только нижнюю границу средней наработки

$$T_O = \sum_{i=1}^r t_i [F_N(t_i) - F_N(t_{i-1})] + [1 - F_N(t_r)]z, \quad (2)$$

где  $z = \max(t_r, \tau_k)$ ;  $t_0 = 0$ .

Для многократно цензурированных выборок при  $N_{u,i} > 0$  оценка интенсивности отказов  $\lambda^*\{t_i - t_{i-1}\} = r_i / [N_{u,i}(t_i - t_{i-1})]$ , где  $N_{u,i}$  – количество объектов, за которыми ведется наблюдение в интервале времени  $t_i - t_{i-1}$ ,  $r_i$  – количество наработок до отказа в этом интервале. Дисперсия оценки  $\lambda^*\{t_i - t_{i-1}\}$  увеличивается с ростом функции  $F_N(t)$ .

Основные свойства оценок рассмотренных параметров определяются свойствами функции распределения наработки до отказа, в частности, если оценка функции несмещенная, то и оценка нижней границы средней наработки до отказа также будет несмещенной. Предложенная оценка функции распределения применима для выборок, многократно и однократно цензурированных слева.

Эта же оценка применима и к функции распределения для выборок, цензурированных справа или интервалом. Простым переходом к такому применению является приравнивание начала неопределенных на периоде наблюдения наработок до отказа (начало таких наработок лежит вне периода наблюдения и поэтому точно неизвестно) некоторой правдоподобной величине, например правой границе или середине интервала неопределенности.

Рассмотренный подход к построению эмпирической функции распределения прост в реализации, не требует большого объема данных и сложных вычислений. С его помощью удастся получить (за исключением ситуаций, в которых  $N_{u,i} = 0$ ) несмещенные, состоятельные, асимптотически нормальные оценки значений функции распределения наработки объекта до отказа. Основным недостатком оценок является невозможность их применения в интересах прогнозирования надежности изделий. Преодоление данного недостатка возможно на основе параметрического оценивания показателей, которое позволяет сформировать оценки с более высокой точностью, чем непараметрические методы.

**Пример 1.** По плану  $[NUz]$  проведено наблюдение за 10 объектами. Нарботки шести объектов до отказа составили 1922, 2576, 2314, 1873, 2135, 2018 часов. К моменту оценки четыре объекта безотказно проработали 2107, 3936, 2010, 2397 часов. Необходимо построить эмпирическую функцию распределения наработки до отказа и оценить вероятность безотказной работы за наработку в 2000 часов.

*Решение.* Построим общий вариационный ряд, табл. 1 (звездочками помечены наработки на цензурирование).

Таблица 1

$v$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_v$	1873	1922	2010*	2018	2107*	2135	2314	2397*	2576	3936*
$t_r$	$t_1$	$t_2$		$t_3$		$t_4$	$t_5$		$t_6$	
$\tau_k$			$\tau_1$		$\tau_2$			$\tau_3$		$\tau_4$
$i$	1		2		3			4		
$r_i$	2		1		2			1		
$k_i$	1		1		1			1		

Рассчитаем оценку вероятности безотказной работы и эмпирическую функцию распределения наработки до отказа :

$$\begin{aligned}
 p^*(t < 1873) &= 1; & F_{10}(t < 1873) &= 0; \\
 p^*(t_1) &= p^*(1873) = 1 - 1/10 = 0,9; & F_{10}(t_1) &= 1 - p^*(1873) = 0,1; \\
 p^*(t_2) &= p^*(1922) = 0,9(1 - 1/9) = 0,8; & F_{10}(t_2) &= 0,2; \\
 p^*(t_4) &= p^*(2018) = 0,8(1 - 1/7) = 0,686; & F_{10}(t_4) &= 0,314; \\
 p^*(t_6) &= p^*(2135) = 0,686(1 - 1/5) = 0,549; & F_{10}(t_6) &= 0,451; \\
 p^*(t_7) &= p^*(2314) = 0,549(1 - 1/4) = 0,411; & F_{10}(t_7) &= 0,589; \\
 p^*(t_9) &= p^*(2576) = 0,411(1 - 1/2) = 0,206; & F_{10}(t_9) &= 0,794.
 \end{aligned}$$

Оценка средней наработки до отказа

$$\begin{aligned}
 T_0 &= 1873(0,1 - 0) + 1922(0,2 - 0,1) + 2018(0,314 - 0,2) + \\
 &\quad + 2135(0,451 - 0,314) + 2314(0,589 - 0,451) + \\
 &\quad + 2576(0,794 - 0,589) + (1 - 0,794)3936 = 2559,9 \text{ часа.}
 \end{aligned}$$

Простое вычисление среднего значения по всем наработкам дает величину, равную 2328,8 часа, что меньше  $T_0$ .

Оценка вероятности безотказной работы за наработку 2000 часов:

$$\begin{aligned}
 d &= (2000 - 1922)/(2018 - 1922) = 0,813; \\
 p^*(2000) &= 0,813 * 0,686 + (1 - 0,813) * 0,8 = 0,707.
 \end{aligned}$$

## Практическая часть

## 1. Цель занятия

Приобрести практические навыки оценки показателей надежности объекта по цензурированным выборкам экспериментальных данных (ЭД).

## 2. Задание на занятие

В результате испытаний однотипных невосстанавливаемых изделий на безотказность функционирования получены значения наработок до отказа. К моменту завершения испытаний часть изделий отказала, а другая – сохранила работоспособность. Необходимо определить показатели безотказности изделий на основе непараметрических и параметрических методов, а именно оценить:

среднюю наработку до отказа  $T_0$ ;

вероятность безотказной работы для значений наработок  $t$ , равных  $0,5T_0$ ,  $T_0$ ,  $1,5 T_0$  и  $2T_0$ .

Решение задачи включает несколько этапов:

2.1. Предварительная обработка данных с целью построения общего вариационного ряда.

2.2. Оценка величины средней наработки до отказа  $T_0$  и вероятности безотказной работы изделия на основе непараметрических методов.

2.3. Оценка параметров закона распределения времени наработки до отказа и проверка адекватности закона распределения экспериментальным данным..

2.4. Оценка указанных в п. 2.2 показателей на основе параметрических методов.

2.5. Формирование выводов по результатам обработки ЭД.

## 3. Методические указания по выполнению работы

Каждый студент в соответствии со своим порядковым номером в списке учебной группы, табл. 1, обрабатывает свой вариант экспериментальных данных, табл. 2. Для выполнения вычислений целесообразно воспользоваться пакетом символьной математики MathCAD.

Таблица 1

№ п.п	Фамилия И.
Группа	
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	

Таблица 2

## Варианты индивидуальных заданий

№ пп	Тип плана	Наработки до отказа, час	Наработки на цензурирование, час
1	[NUT]	571,4; 1815,9; 2140,1; 1232,1; 1231,6; 1900,0; 2060,2; 1444,2; 1793,5; 2027,2	2200,0; 2200,0; 2200,0; 2200,0; 2200,0
2	[NUz]	224,5; 1155,6; 1339,2; 332,3; 1898,9; 452,1; 1935,4; 1259,4; 2448,8; 2333,6	1692,3; 1049,0; 1834,4; 1437,5; 775,6
3	[NUT]	1014,5; 1888,5; 1604,1; 144,0; 2803,5; 3000,6; 731,5; 1550,1; 1493,6; 2345,4; 2942,7	2100,0; 2100,0; 2100,0; 2100,0
4	[NUz]	1809,0; 1513,2; 3060,6; 2096,8; 1800,3; 1689,2; 2704,0; 1752,7; 2370,8; 1946,3; 1198,1	2026,7; 2807,1; 1577,5; 3065,1
5	[NUT]	1282,0; 1295,8; 1053,4; 2356,6; 1476,6; 3471,1; 1658,8; 2421,4; 1992,9; 1904,2; 1955,2; 1397,2;	2020,0; 2020,0; 2020,0
6	[NUz]	1704,1; 1366,8; 1584,1; 2426,4; 1834,7; 2478,7; 1540,4; 2142,8; 1936,2; 707,7; 2504,9	1006,2; 1073,3; 1736,3; 2275,2
7	[NUT]	1606,9; 1487,7; 748,9; 1931,0; 3327,6; 954,1; 3175,8; 3111,3; 590,5; 2639,5; 2118,5	3500,0; 3500,0; 3500,0; 3500,0;
8	[NUz]	1845,4; 2512,2; 3835,9; 1910,6; 3774,1; 1336,5; 777,8; 1507,1; 3728,0; 3904,3; 2612,4;	1924,5; 1847,6; 1958,8; 2256,8
9	[NUT]	5129; 4111,7; 4767,8; 7302,3; 5520,3; 7458,8; 4635,4; 6447,4; 5827,4; 2128,1; 7537,1	8500; 8500; 8500; 8500
10	[NUz]	2061,3; 1652,9; 1916,7; 2935,5; 2219,1; 2998,4; 1863,4; 2951,8; 2342,6; 855,5; 3029,9	2752; 1117; 1298; 2101
11	[NUT]	357,9; 286,9; 332,6; 509,5; 385,0; 520,4; 323,4; 449,8; 406,6; 148,5; 525,8	600; 600; :600; :600
12	[NUz]	802,6; 643,4; 746,1; 1142,7; 863,8; 1167,1; 725,3; 1008,8; 911,8; 332,9; 1179,4	473; 505; 817; 1071
13	[NUT]	972,9; 779,9; 904,5; 1385,2; 1047,2; 1414,9; 879,3 1223,0; 1105,5; 403,7; 1429,8	1500; 1500; 1500; 1500
14	[NUz]	632,2; 506,8; 587,7; 900,1; 680,4; 919,3; 571,3; 794,3; 718,3; 262,3; 928,9	373,2; 398,1; 644,1; 844,1
15	[NUT]	461,8; 370,2; 429,2; 497,0; 671,6; 417,3; 580,4; 524,7; 191,6; 678,6; 657,4	700; 700; 700; 700
16	[NUz]	732,7; 587,4; 681,1; 1043,1; 1965,6; 662,2; 921,1; 832,5; 304,4; 1076,7; 788,6	432,2; 461,4; 746,5; 978,3
17	[NUT]	903,1; 723,9; 839,5; 1285,8; 1313,4; 1327,1; 816,2; 1135,3; 1026,0; 374,7; 972,0	1600; 1600; 1600; 1600
18	[NUz]	391,9; 314,1; 364,3 557,9; 421,8; 162,6; 575,9; 569,9; 354,2; 492,6; 445,3; 569,9	231,3; 246,8; 523,3; 399,3
19	[NUT]	825,3; 233,3; 638,9; 706,9; 562,3; 450,8; 800,5; 605,2; 817,7 508,2; 522,7	950; 950; 950; 950
20	[NUz]	446,1; 277,2; 385,6; 348,5; 127,3 450,7; 306,7; 245,9; 436,7; 330,1; 285,1	181,1; 409,5; 193,1; 312,5
21	[NUT]	513,5; 701,1; 693,8; 197,9; 431,2; 542,1; 599,8; 679,3; 443,5; 382,5; 477,1	760; 760; 760; 760
22	[NUz]	921,8; 601,9; 519,9; 647,5; 951,5; 268,7; 735,7; 813,9; 585,2; 941,6; 686,9	382,2; 659,7; 864,5; 407,7
23	[NUT]	1915,9; 2270,1; 1362,1; 1361,6; 2190,2; 1574,2; 1923,5; 701,4; 2200,0; 2157,2	2300,0; 2300,0; 2300,0; 2300,0; 2300,0
24	[NUz]	1065,6; 1279,2; 1833,9; 378,1; 1870,2; 1185,4; 2278,6; 159,3; 277,5; 2373,8	1372,2; 984,1; 1769,0; 710,4; 1627,3
25	[NUz]	1360,1; 899,2; 2050,5; 1086,7; 679,2; 1694,2; 742,7; 936,4; 188,5; 503,2; 890,6	1797,9; 567,3; 2055,4; 1016,7
26	[NUT]	2468,1; 2048,4; 2358,6; 3336,4; 2617,3; 3395,7; 2261,6; 3348,9; 2746,9; 1253,3; 3421,7	3148; 1513; 1689; 2513
27	[NUT]	6129; 5111; 5767; 8302; 6520; 8458; 5635; 7447; 6827; 3128;	9600; 9600; 9600; 9600



		8537	
28	[NUT]	561; 570; 529,2; 597,0; 771,6; 617,3; 680,4; 624,7; 291,6; 778,6; 757,4	700; 700; 700; 700;700
29	[NUz]	872; 697,5; 941,3; 1443,1; 2266,1; 1063,2; 1323,1; 1232,6; 667,3; 3163,7; 1176,4	540; 760; 1133,5; 1032,5

3.1. Предварительная обработка ЭД предусматривает построение общего вариационного ряда, для этого наработки на отказ и на цензурирование упорядочивают в порядке неубывания. Если отдельные наработки до отказа равны наработкам до цензурирования, то в вариационном ряду первыми ставятся наработки до отказа, а затем наработки до цензурирования. Наработки до цензурирования помечаются специальным образом, например звездочкой.

3.2. Для непараметрического оценивания показателей целесообразно выбрать метод множительной оценки. Определение оценки вероятности безотказной работы и эмпирической функции распределения наработки до отказа производится по соотношениям:

$$p^*(t_i) = \prod_{t_j \leq t_i} [1 - 1/(N_j + 1)], \quad (1)$$

$$F_N(t_i) = 1 - p^*(t_i),$$

где  $N_j$  - количество работоспособных объектов после отказа при наработке  $t_i$ .

Точечная оценка вероятности безотказной работы за наработку  $t$  ( $t < t_r$ ) определяется с помощью линейной интерполяции значений эмпирической функции распределения наработки до отказа

$$p^*(t) = d p^*(t_v) + (1 - d) p^*(t_{v-1}), \quad (2)$$

где  $t_{v-1}$  и  $t_v$  - наработки до отказа, между которыми лежит наработка  $t$ ,  $d = (t - t_{v-1}) / (t_v - t_{v-1})$ .

Для цензурированных слева выборок время наблюдения ограничено, что позволяет получить только нижнюю границу средней наработки до отказа

$$T_o = \mu_1(t) = \sum_{i=1}^r t_i [F_N(t_i) - F_N(t_{i-1})] + [1 - F_N(t_r)]z, \quad (3)$$

где  $z = \max(t_r, \tau_k)$ ;  $t_0 = 0$ .

#### 4. Содержание отчета

Отчет должен содержать:

- исходную выборку в виде вариационного ряда;
- значения оценок вероятностей и средней наработки до отказа, вычисленных на основе непараметрических методов;
- выводы по результатам оценки надежности.

#### Контрольные вопросы

1. Понятие цензурированной выборки, цензурирование слева, справа и интервалом.
2. Планы наблюдений цензурированных выборок и их применение для оценки надежности объектов.
3. Непараметрическое оценивание показателей надежности по цензурированным выборкам.

## Литература

1. Пантюхин О.И., Ходасевич Г.Б. Надежность АСОИУ. Часть 1,2. Общие положения теории надежности. 230102: Учеб. пособие /СПбГУТ. – СПб, 2012.
2. Надежность и эффективность в технике: Справочник в десяти томах.  
Т.6. Экспериментальная отработка и испытания. - М.: Машиностроение, 1989, 376 с.
3. Ходасевич Г.Б. Обработка экспериментальных данных на ЭВМ. Часть 2. Обработка многомерных данных. Учеб. пособие. СПб.: СПбГУТ, 2002, 54 с.
4. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. – 2-е изд., перераб и