

## Лабораторная работа №2

по дисциплине

### **ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПОКАЗАТЕЛЯ КАЧЕСТВА ОБЪЕКТА**

#### Введение

Одной из типовых задач обработки результатов экспериментов является определение закона распределения вероятностей значений показателя качества объекта на основе данных, полученных в результате наблюдения за поведением объекта.

#### *1. Цель занятия*

Закрепить теоретические знания и приобрести практические навыки в определении закона распределения вероятностей значений показателя объекта по экспериментальным данным (ЭД).

#### *2. Задание на занятие*

Подобрать закон распределения для описания заданной совокупности ЭД. В качестве возможных видов распределений проанализировать законы Вейбулла, Релея и Эрланга (материалы лекций 3-4). Решение общей задачи разбивается на несколько этапов.

2.1. Предварительная обработка данных с целью построения вариационного ряда, гистограммы плотности распределения и оценки моментов распределения.

2.2. Вывод соотношений для оценки параметров заданных законов распределений по экспериментальным данным.

2.3. Оценка параметров заданных законов распределения.

#### *3. Методические указания по выполнению работы*

Каждый студент обрабатывает свой вариант экспериментальных данных (вариант задается номером студента в списке группы) в соответствии с индивидуальным заданием (табл. 2). Для выполнения вычислений можно разработать соответствующие процедуры с использованием любого универсального языка программирования. Более целесообразно воспользоваться возможностями табличного процессора, например MS Excel.

3.1. Построение вариационного ряда предполагает простое упорядочение данных по возрастанию значений. На основе этого ряда определяется размах варьирования значений показателя. Число разрядов гистограммы можно взять равным 6-7, длину каждого разряда гистограммы целесообразно выбрать, исходя из примерно одинакового количества попаданий в каждый разряд. Затем исходную выборку представить в виде статистического ряда и таблицы экспериментальных данных по интервалам (по материалам лекции 2-3).

3.2. Построить графики функции плотности распределения и эмпирической функции распределения по разрядам распределения.

3.3. По вариационному ряду рассчитываются оценки начальных, затем четырех центральных моментов, а также коэффициенты асимметрии и эксцесса (повторить материалы лекций 1,2,3).

3.4. По результатам выполнения предыдущего пункта задания формируются выводы о возможности аппроксимации данных.

#### *4. Содержание отчёта*

Отчёт должен содержать:

титульный лист;

исходную выборку в виде вариационного ряда;

исходную выборку в виде статистического ряда и таблицу экспериментальных данных по интервалам;

график эмпирической функции распределения;

гистограмму с наложенным на неё графиком функции плотности распределения;

значения оценок центральных и начальных моментов, коэффициентов асимметрии и эксцесса;

значения по сгруппированным данным (по центрам интервалов);

выводы по результатам обработки экспериментальных данных.

*Контрольные вопросы по материалам лекций 2,3:*

Сопоставить критерий Пирсона и критерий Колмогорова.

Как изменяются вероятности ошибок первого и второго рода при изменении уровня значимости критерия?

Как определяется число степеней свободы при применении критерия Пирсона?

Что такое односторонние и двусторонние критические области?

Какие ошибки возможны при проверке статистических гипотез?

Свойства оценок параметров распределений.

Сущность методов оценки параметров распределений.

Дать понятия функции распределения, функции плотности распределения, квантили, коэффициентов асимметрии и эксцесса.

Таблица 1

Виды законов распределения

N пп	Тип и функция распределения	Математическое ожидание, m
		Дисперсия, D
1	Вейбулла, $F(t)=1-\exp(-(t/s)^L)$ , $t \geq 0$	$m = s \Gamma(1/L+1)$ , $D = s^2 \{ \Gamma(2/L+1) - [\Gamma(1/L+1)]^2 \}$
2	Релея, $F(t)=1-\exp(-(t^2/(2s^2)))$ , $t \geq 0$	$m=s(p/2) 0,5$ , $D=s^2(2 - p/2)$
3	Эрланга 2-го порядка, $F(t)=1-(1+st)\exp(-st)$ , $t \geq 0$	$m= 2/s$ , $D= 2/s^2$

Здесь:  $\Gamma(a)$  - гамма-функция

Таблица 2

Экспериментальные данные

выборка										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4,82	1,18	13,00	4,25	0,11	9,85	6,80	0,65	19,38	1,58	8,82
2,72	1,01	10,02	5,14	0,77	7,40	4,68	1,16	12,75	1,11	5,95
7,76	1,50	39,15	5,07	0,71	13,29	11,78	1,14	28,71	2,25	12,85
8,74	0,08	64,19	3,68	1,55	14,44	9,14	0,67	31,83	2,47	14,20
6,38	1,85	13,83	2,66	0,61	11,68	7,75	0,22	24,35	1,94	10,97
5,73	0,38	41,50	6,44	0,05	10,91	1,73	0,76	22,28	1,79	10,07
5,94	0,23	10,71	12,04	0,72	11,16	3,58	0,35	22,95	1,84	10,36

9,45	0,85	8,05	1,19	0,72	15,27	6,63	0,58	34,07	2,63	15,17
12,96	1,66	7,51	8,67	0,21	19,37	7,85	0,37	45,18	3,42	19,97
6,74	0,73	15,93	3,60	1,04	12,10	9,51	0,41	25,47	2,02	11,45
3,42	1,39	14,90	9,82	0,69	8,21	3,49	0,88	14,95	1,27	6,91
9,16	0,32	35,87	5,19	0,33	14,93	5,01	0,73	33,16	2,56	14,78
9,14	1,41	9,18	1,87	0,70	14,90	3,36	0,21	33,08	2,56	14,74
7,12	0,70	1,87	4,44	0,20	12,54	8,50	1,38	26,68	2,10	11,98
9,71	1,00	10,31	6,19	0,98	15,57	8,22	1,03	34,89	2,69	15,52
3,40	0,69	10,53	3,99	1,60	8,18	5,87	0,87	14,88	1,26	6,87
1,46	0,28	20,70	2,82	1,41	5,92	5,74	0,30	8,75	0,83	4,22
4,88	0,65	20,85	10,46	0,80	9,92	6,92	0,06	19,59	1,60	8,91
7,35	0,45	20,00	2,44	1,07	12,81	12,59	0,32	27,40	2,15	12,29
7,65	0,27	21,10	1,51	0,52	13,16	2,99	0,41	28,36	2,22	12,70
7,65	0,35	16,12	7,67	0,18	13,16	2,29	1,74	28,37	2,22	12,70
4,60	0,51	30,07	7,40	0,67	9,59	4,33	0,31	18,69	1,54	8,52
15,50	0,99	6,27	10,23	1,09	22,34	12,93	0,75	53,24	3,99	23,45
4,05	0,27	20,80	6,28	0,44	8,95	6,12	0,43	16,95	1,41	7,77
10,73	0,42	8,00	3,19	0,56	16,77	7,07	1,03	38,13	2,92	16,92
2,19	1,99	22,05	4,32	1,38	6,78	2,63	0,38	11,06	0,99	5,22
5,70	0,90	7,00	7,80	0,44	10,88	4,45	0,55	22,18	1,78	10,03
9,11	0,89	9,97	2,38	0,19	14,87	4,20	2,39	32,99	2,55	14,70
2,62	0,33	47,18	9,41	1,83	7,28	3,10	0,11	12,41	1,09	5,81
4,45	0,69	0,13	8,28	0,09	9,41	2,90	1,17	18,21	1,50	8,31

6,98	0,69	56,70	3,66	0,58	12,37	5,03	0,18	26,22	2,07	11,78
10,47	1,82	9,00	4,21	0,04	16,46	4,07	0,67	37,29	2,86	16,56
7,83	0,43	10,17	0,86	0,61	13,37	4,48	1,04	28,92	2,26	12,94
5,35	0,30	10,12	9,65	0,99	10,47	4,27	0,51	21,07	1,70	9,55
8,28	1,57	20,04	1,66	0,69	13,90	7,30	0,26	30,37	2,37	13,57
8,09	0,86	23,71	11,17	0,15	13,67	4,44	1,85	29,74	2,32	13,30
8,31	0,56	30,00	11,17	1,20	13,94	3,87	0,69	30,46	2,37	13,61
8,73	0,07	13,30	3,34	0,42	14,42	10,43	0,55	31,78	2,47	14,18
9,69	0,65	8,32	6,20	0,63	15,55	10,04	0,88	34,84	2,68	15,50
3,47	0,03	6,08	7,39	0,83	8,27	6,99	0,65	15,11	1,28	6,97

таблица 2 (продолжение 1)

выборка											
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
4,36	0,24	195,40	11,43	0,40	2,17	23,82	9,85	57,57	269,91	8,82	9,49
4,62	0,69	8,50	4,62	0,19	1,56	14,15	7,40	3,24	13,86	5,95	0,01
14,25	0,23	2420,68	11,62	0,25	3,03	28,41	13,29	704,45	3318,55	12,85	35,07
6,53	0,72	2,76	8,98	0,72	3,31	7,44	14,44	1,57	6,01	14,20	0,17
9,42	0,33	462,65	2,43	0,18	2,63	54,57	11,68	135,26	636,05	10,97	1065,49
13,67	0,33	0,00	7,95	0,79	2,44	41,11	10,91	0,77	2,22	10,07	0,00
4,52	0,62	0,00	0,94	0,23	2,50	4,21	11,16	0,77	2,22	10,36	1,83
5,41	0,37	68,14	6,64	0,29	3,52	83,93	15,27	20,58	95,57	15,17	0,41

9,10	0,54	0,02	4,41	0,28	4,54	8,24	19,37	0,78	2,25	19,97	25,33
6,07	0,51	26,95	8,37	0,37	2,73	35,74	12,10	8,60	39,14	11,45	0,01
5,69	0,43	0,00	18,28	0,40	1,76	9,21	8,21	0,77	2,22	6,91	0,16
5,85	0,63	0,40	14,92	0,21	3,43	7,68	14,93	0,89	2,77	14,78	0,00
8,78	0,34	69,04	10,55	0,09	3,43	84,99	14,90	20,84	96,81	14,74	7,71
6,38	1,07	0,00	10,23	0,17	2,84	4,21	12,54	0,77	2,22	11,98	0,10
10,65	0,72	1,99	1,18	0,02	3,59	6,54	15,57	1,35	4,95	15,52	0,02
4,71	0,43	0,00	3,54	0,37	1,76	16,22	8,18	0,77	2,22	6,87	1,63
5,42	0,26	0,00	4,27	0,28	1,20	12,20	5,92	0,77	2,22	4,22	6,40
11,21	0,64	0,41	11,03	0,11	2,19	15,90	9,92	0,89	2,78	8,91	15,41
3,32	0,29	0,03	2,70	0,21	2,91	24,25	12,81	0,78	2,26	12,29	0,00
5,97	0,19	0,19	5,30	0,35	2,99	7,34	13,16	0,83	2,48	12,70	101,04
6,84	0,46	0,00	6,19	0,26	2,99	44,21	13,16	0,77	2,22	12,70	0,00
4,86	0,23	0,00	10,19	0,18	2,11	11,12	9,59	0,77	2,22	8,52	23,91
11,55	0,81	332,62	15,89	0,17	5,28	39,37	22,34	97,46	457,91	23,45	0,05
9,70	0,11	0,01	7,77	0,10	1,95	17,27	8,95	0,77	2,24	7,77	0,00
7,40	0,22	786,11	5,33	0,08	3,89	92,96	16,77	229,29	1079,1 9	16,92	402,80
13,27	0,31	245,48	12,13	0,39	1,41	29,42	6,78	72,13	338,52	5,22	3,07
14,72	0,24	0,23	2,48	0,27	2,43	21,84	10,88	0,84	2,54	10,03	437,58
8,62	0,53	0,11	3,55	0,07	3,42	16,35	14,87	0,80	2,37	14,70	0,06
2,59	0,32	10,43	4,67	0,73	1,53	18,41	7,28	3,80	16,51	5,81	2,58
8,45	1,36	446,77	5,07	0,50	2,06	52,93	9,41	130,65	614,29	8,31	243,16
12,80	1,22	6,90	3,95	0,60	2,80	12,28	12,37	2,78	11,67	11,78	0,00

11,51	0,28	22,03	9,25	0,06	3,81	29,99	16,46	7,17	32,41	16,56	618,10
3,68	0,08	0,00	9,35	0,61	3,05	21,21	13,37	0,77	2,22	12,94	0,00
2,58	1,05	0,00	2,69	0,49	2,33	33,21	10,47	0,77	2,22	9,55	0,79
8,96	0,15	367,48	6,62	0,49	3,18	43,16	13,90	107,59	505,66	13,57	0,08
2,67	0,66	33,74	9,19	0,66	3,12	43,68	13,67	10,58	48,44	13,30	0,30
22,14	0,46	0,00	6,30	0,54	3,19	19,21	13,94	0,77	2,22	13,61	365,26
13,34	0,22	0,00	8,78	0,03	3,31	55,21	14,42	0,77	2,22	14,18	0,00
14,48	0,29	0,00	9,10	0,08	3,59	6,21	15,55	0,77	2,22	15,50	0,71
4,09	0,29	180,83	9,81	0,69	1,78	21,79	8,27	53,34	249,96	6,97	0,00

таблица 2 (продолжение 2)

выборка											
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
22,72	16,63	52,56	45,72	8,30	131,51	45,28	78,96	96,58	141,29	62,05	28,05
43,97	27,47	38,90	7,61	22,94	46,18	10,85	103,52	14,92	9,95	81,80	95,82
54,08	13,46	11,45	3,57	21,38	29,32	4,56	18,10	124,80	89,01	61,34	101,90
13,81	14,38	18,96	34,36	6,55	39,07	121,44	78,88	54,99	79,98	30,87	111,55
9,92	10,32	15,00	72,26	53,28	33,87	38,19	134,46	36,94	12,13	119,51	195,39
1,87	12,38	45,38	10,40	32,75	44,11	30,87	110,11	82,03	28,38	112,88	80,94
3,72	27,06	29,98	38,57	10,98	28,45	24,12	86,41	67,20	8,97	197,54	237,27
3,40	16,74	21,74	15,52	28,35	18,04	66,11	67,76	45,12	21,48	11,07	52,45
18,21	11,61	16,97	16,97	44,71	71,24	6,61	12,07	78,26	39,60	86,05	337,68
31,36	10,37	13,97	33,41	37,92	56,20	77,87	67,79	38,90	20,81	108,63	239,38

48,87	16,67	47,30	70,60	37,72	37,70	103,35	99,87	21,40	207,74	22,93	66,28
19,64	11,38	26,53	84,16	10,82	52,67	12,96	106,67	31,24	135,84	113,95	42,79
10,78	20,41	11,83	9,65	8,81	55,51	0,66	79,82	56,79	108,32	14,27	442,74
0,20	21,36	44,49	109,65	33,56	37,60	91,08	46,67	33,32	11,34	62,73	112,04
17,28	12,63	9,95	23,33	6,81	52,93	2,16	117,75	71,45	42,23	87,30	107,64
0,91	14,16	30,83	18,88	3,30	68,01	27,98	13,08	37,49	61,16	91,43	92,82
10,59	8,38	54,88	76,20	4,43	22,11	24,87	51,72	76,55	28,08	44,07	138,12
1,14	7,35	41,62	17,08	31,04	34,84	7,03	126,62	37,55	70,48	17,87	29,45
17,80	21,98	12,66	26,68	8,33	27,00	2,04	125,19	8,31	7,32	86,59	350,04
3,92	33,51	22,84	13,04	11,15	57,52	68,17	73,76	70,06	13,13	116,22	37,96
13,31	1,73	18,64	17,06	4,69	41,54	1,68	250,68	62,38	38,68	56,79	181,07
32,92	17,22	43,39	68,03	11,26	31,18	17,09	71,05	109,03	2,28	64,09	143,19
2,65	23,52	15,61	28,57	14,09	39,00	4,91	53,95	147,46	69,85	115,97	229,96
2,23	18,59	11,61	0,54	2,01	28,11	35,87	140,50	62,05	68,99	170,89	80,17
6,01	17,53	22,45	4,46	32,39	75,37	48,36	89,24	86,10	121,42	64,05	60,66
0,56	56,12	15,64	1,47	16,17	71,36	65,89	96,39	30,15	0,65	22,59	210,96
62,83	17,05	14,04	47,52	12,29	67,91	23,10	123,34	39,47	34,17	115,57	284,63
0,03	17,89	51,35	12,87	18,51	9,65	3,73	109,82	59,07	18,73	33,51	151,02
11,46	23,23	40,68	53,36	4,34	27,61	4,49	103,26	110,57	90,83	16,80	213,94
6,71	16,40	55,79	11,32	15,50	71,11	2,51	79,34	50,01	56,62	92,77	85,70
37,46	3,75	17,56	24,31	28,92	127,98	2,74	11,21	91,48	70,18	38,61	39,19
13,74	19,53	36,29	48,18	46,53	44,12	92,13	43,39	51,61	88,19	107,85	38,80
10,74	40,85	42,43	17,88	35,30	38,58	11,90	66,95	70,58	3,90	60,40	217,66

0,39	19,10	52,09	35,86	9,57	30,95	4,14	203,40	38,35	34,50	123,72	252,22
6,52	15,83	44,09	22,67	42,29	82,87	7,02	103,66	88,40	25,12	46,01	85,70
9,57	3,01	22,65	4,70	35,40	21,64	55,85	73,08	92,25	27,23	81,46	301,26
48,01	17,48	44,33	59,34	24,22	32,32	11,16	27,88	90,43	14,77	344,15	318,89
41,31	2,91	71,50	56,96	13,82	89,89	24,32	204,89	23,27	25,71	49,91	62,78
45,92	36,78	22,74	24,68	30,82	23,59	113,76	98,31	27,31	56,25	43,90	98,75
19,23	11,39	51,17	27,04	33,27	78,01	4,11	78,88	5,50	127,50	68,89	198,07