

**Тема № 3 Инструментарий оценки показателей
эффективности и качества СПОД**
**Лекция № 4 Метод групповой экспертизы оценки качества. (3
час.)**

**Доцент кафедры ССиПД
Доцент, ктн Пантюхин О.И.**

4.1. Групповая экспертиза

Процесс получения групповых экспертных оценок включает следующие основные этапы (рисунок 9).

Определение необходимости проведения и цели экспертизы. Необходимость проведения и цель экспертизы определяет лицо, которое будет использовать ее результаты при выработке решения. Краткое описание цели представляется экспертам перед началом их работы. От того, насколько четко эксперты уяснят цель экспертизы, зависит продолжительность ее выполнения и качество полученных оценок.

Экспертизу готовит и проводит специально создаваемая группа управления, которая разрабатывает необходимую документацию, организует деятельность экспертов, производит обработку результатов экспертного опроса, оформляет результаты экспертизы и передает их лицу, принимающему решение. В состав группы управления входят руководитель, секретарь и несколько членов.

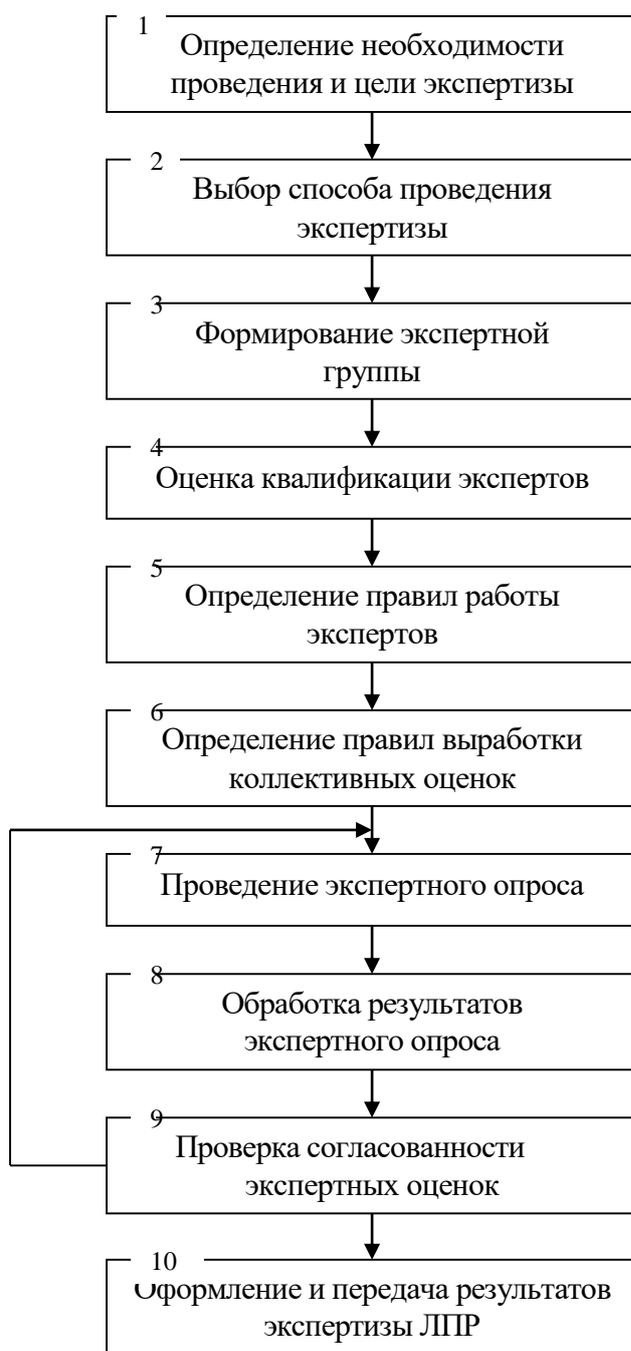


Рисунок 9 - Этапы проведения групповой экспертизы

Выбор способа проведения экспертизы.

Формирование экспертной группы. Сначала производится выявление потенциально возможных экспертов. Таковыми могут быть специалисты в той предметной области, к которой относится операция (оцениваемые объекты, явления, события).

Эксперту должны быть присущи такие свойства, как

- а) компетентность (наличие запаса необходимых знаний по объекту экспертизы);
- б) всесторонность (способность видеть объект экспертизы с различных точек зрения),
- в) независимость (способность противопоставлять предубеждениям и массовым мнениям свое мнение);
- г) интуиция (способность делать заключения по объекту экспертизы без осознания пути движения мысли к заключению);
- д) креативность (способность решать задачи, метод решения которых полностью или частично неизвестен);
- е) предикаторность (способность предсказывать, предчувствовать будущее состояние исследуемого объекта).

Число экспертов в группе зависит от сложности объекта экспертизы. Рекомендуется формировать группу численностью от 7 до 20 человек. При слишком малой группе на коллективную оценку будет оказывать существенное влияние оценка каждого эксперта. С ростом числа экспертов появляется опасность увеличения расхождений в оценках и возрастают трудности обмена информацией между экспертами. Группа должна иметь в своем составе экспертов двух категорий: специалистов узкого профиля и специалистов широкого профиля. Считается, что первые обладают глубокими знаниями в узкой области и достаточно информированы в смежных областях, вторые обладают определенными знаниями по широкому кругу вопросов в различных областях.

Важную роль играет оценка экспертов группы, которая сводится к определению для них весовых коэффициентов. Существующие способы оценки экспертов подразделяются на субъективные и объективные. Первые основаны на использовании само- и взаимооценок, вторые - на использовании документальных и экспериментальных данных. На практике довольно часто прибегают к комбинированному использованию способов.

При оценке эксперта выявляется степень его знакомства с объектом экспертизы Kz_i и степень влияния на формирование мнения эксперта различных источников аргументации Ka_i . Весовой коэффициент v_i , которым будет характеризоваться эксперт, находится как некоторая функция коэффициента знакомства Kz_i и коэффициента аргументированности Ka_i : $v_i = f(Kz_i, Ka_i)$.

Характер этой зависимости должен быть таким, чтобы снизить недостаточно аргументированные оценки и повысить вес осторожных, но хорошо аргументированных оценок. Обычно принимается линейная зависимость

$$v_i = \frac{\alpha_z Kz_i + \alpha_a Ka_i}{\alpha_z + \alpha_a},$$

где α_z и α_a - веса коэффициентов Kz_i и Ka_i , определяемые экспертным путем.

Если исходить из того, что веса коэффициентов знакомства и аргументированности одинаковы, то

$$v_i = \frac{Kz_i + Ka_i}{2},$$

Для определения коэффициента знакомства Kz_i используется прямая самооценка (например, каждый эксперт оценивает степень своего знакомства с объектом экспертизы по десятибалльной шкале).

Коэффициент аргументированности Ka_i находится по результатам косвенной самооценки

$$Ka_i = \varphi(Kd_i, Ks_i).$$

где Kd_i - коэффициент доверия к оценке эксперта;

Ks_i - коэффициент соответствия эксперта предъявляемым требованиям.

В простейшем случае принимается

$$Ka_i = \frac{Kd_i + Ks_i}{2}.$$

Определение коэффициента доверия Kd_i основывается на анкетных данных каждого эксперта о своей специализации: профиле (узкий или широкий) и области (непосредственная или смежная). По этим данным и характеру объекта экспертизы находятся значения коэффициентов Kp и Ko (таблица 2). Коэффициент доверия определяется как $Kd_i = Kp_i \times Ko_i$.

Таблица 2 - Значения коэффициентов специализации

Характер объекта экспертизы	Профиль специализации (Kp)		Область специализации (Ko)	
	Узкий	Широкий	Непосредственная	Смежная
Специальный	1,0	0,5	1,0	0,5
Общий	0,5	1,0	1,0	0,5

Для определения коэффициента соответствия Ks могут использоваться анкетные данные, отражающие творческие возможности эксперта, опыт его работы и степень информированности по проблеме, к которой относится объект экспертизы.

Установление правил работы экспертной группы. производится в соответствии с выбранным методом экспертных оценок. Правила определяют взаимоотношения между экспертной группой и организаторами экспертного опроса, деятельность каждого эксперта, а также выработку коллективных оценок и проверку их согласованности.

В основе правил общего характера лежат следующие положения:

- ◆ полная информированность каждого эксперта об оценках и их аргументации остальных экспертов;
- ◆ сохранение анонимности оценок и аргументов каждого эксперта по отношению к остальным экспертам;
- ◆ обеспечение независимости каждого эксперта при обсуждении результатов групповой оценки;
- ◆ периодическая корректировка оценок с получением дополнительной информации об объекте экспертизы.

Конкретные правила определения полезностей исходов операции базируются на понятиях, аксиомах и теоремах теории полезности, теории множеств, теории вероятностей и математической статистики. Основное требование к ним – отсутствие противоречивости.

Определение правил выработки коллективных оценок. Выработка коллективных оценок является прерогативой специалистов группы управления. Правила, которым они должны следовать, связываются так или иначе с *принципом большинства* или с *принципом среднего*. Большинство методик предполагает определение средневзвешенных оценок.

Проведение экспертного опроса. Основным при использовании экспертных способов является умение грамотно спланировать и провести опрос экспертов. При проведении экспертного опроса очень важно строго соблюдать установленные правила работы экспертов. Любые попытки упростить порядок проведения экспертизы почти всегда приводят к снижению достоверности экспертных оценок.

Проверка согласованности экспертных оценок. В качестве показателей согласованности мнений экспертов используются дисперсия, коэффициент вариации,

коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, дисперсионный коэффициент конкордации Кендалла и энтропийный коэффициент конкордации, коэффициент парной ранговой корреляции, коэффициент дисперсионной конкордации, коэффициент энтропийной конкордации и некоторые другие. Дисперсия является абсолютной мерой, остальные показатели – относительными мерами согласованности результатов оценки

(ранжирования) l объектов экспертизы группой из n экспертов // \bar{r}_{jk} //, $k = \bar{1}, \bar{l}$, $j = \bar{1}, \bar{n}$ (таблица 3):

Таблица 3 - Результаты ранжирования объектов экспертизы

Номер эксперта j	Номера объектов экспертизы k			
	1	2	...	l
1	\bar{r}_{11}	\bar{r}_{12}	...	\bar{r}_{1l}
2	\bar{r}_{21}	\bar{r}_{22}	...	\bar{r}_{2l}
...
n	\bar{r}_{n1}	\bar{r}_{n2}		\bar{r}_{nl}

Дисперсия определяется формулой:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum [\bar{r}_{kj} - M(\bar{r}_{kj})]^2,$$

где r – оценка эксперта

M – математическое ожидание на множестве оценок,

n – число экспертов.

Чем меньше σ^2 , тем выше согласованность оценок экспертов.

Коэффициент вариации находится как отношение дисперсии к математическому ожиданию $V = \sigma/M$. Уровень согласованности считается достаточным, если $V \leq 0,33$.

Коэффициент конкордации (от лат. concordare - привести в согласие) рассчитывается по формуле Кендалла:

$$W = \frac{12 \sum_{k=1}^l (S_k - \bar{S})^2}{n^2(l^3 - l) - dT},$$

где S_k – сумма весов оценок объекта k по всем экспертам,

\bar{S} – средняя сумма рангов,

n – число экспертов,

l – число оцениваемых объектов,

T – коэффициент связности оценок различных экспертов $T = n^3 - n_{k_j}$ где n_{k_j} – число связанных рангов в оценках.

При $W = 0$ согласованность оценок различных экспертов отсутствует, при $W = 1$ согласованность – полная, при $W \geq 0,8$ – достаточная.

Коэффициент конкордации W представляет собой случайную величину и оценка его значимости может быть произведена по критерию χ^2 (Пирсона). Величина $d(m-1)W$ имеет χ^2 – распределение с $v = m-1$ степенями свободы.

и оценка согласованности оценок экспертов осуществляется по критерию Пирсона при заданном уровне значимости

$$S^2 = \frac{12 \sum_{i=1}^m (S_i - \bar{S})^2}{n l(l+1) - \frac{T}{l-1}}$$

Коэффициент несогласия определяется формулой

$$\eta = \max_k \frac{C_k}{C_{\max}}, \quad k = \overline{1, l},$$

$$\text{где } C_k = - \sum_{q=1}^l \frac{a_{kq}}{n} \log \frac{a_{kq}}{n}, \quad k = \overline{1, l},$$

$$C_{\max} = \begin{cases} -\frac{l}{n} \log \frac{1}{n}, & \text{при } n \leq l; \\ -\log \frac{1}{l}, & \text{при } n > l; \end{cases}$$

a_{kq} - число экспертов, поставивших исход r_k на позицию q ,

n - число экспертов,

l - число исходов.

В случае полной согласованности величина C_k обращается в ноль, в случае полной несогласованности – в максимум. Необходимо, чтобы $\eta \leq 0,2$.

Оформление и передача результатов экспертизы ЛПР.

Регулярное проведение групповых экспертиз по операции какого-то одного типа может довести экспертную процедуру до высокой степени воспроизводимости и достоверности получаемых результатов.

3.3. Экспертные способы с получением экспертной информации на совещаниях

Способ комиссии. В этом способе работа группы экспертов строится на основе открытой дискуссии (“за круглым столом”). Предлагаемые экспертами оценки обсуждаются до тех пор, пока все эксперты не придут к единому мнению, которое и фиксируется как коллективная оценка группы. Реализация способа отличается простотой. Его принципиальный недостаток - комиссия в своей работе вольно или невольно руководствуется не столько логикой достижения точности оценок, сколько логикой достижения компромисса. Это объясняется известными психологическими свойствами, присущими экспертам: одни склонны быстро менять свою точку зрения, вторые стремятся отстаивать до конца раз высказанное суждение даже в случае его ошибочности, третьи не хотят открыто дебатировать, четвертые не могут противостоять подавляющему действию мнения авторитетов и т.п.

Способ мозгового штурма. Это один из наиболее известных способов с коллективной работой экспертов (другие названия способа - мозговая атака, конференция идей). Обычно способ применяется при недостатке информации об объекте экспертизы и необходимости получения большого числа различных идей и предложений по оценкам в ограниченное время (обычно 20-40 мин).

В мозговом штурме выделяются две фазы: генерация идей и анализ высказанных идей. Каждая из фаз реализуется Рациональной основой метода мозговая атака является усиление эвристичности за счет использования случайности, которая возникает вследствие принципиальной непредсказуемости ассоциативных рядов, возникающих в группе людей, появления дальних ассоциативных связей из-за присутствия в группе людей с различной профессиональной ориентацией.

Психологической основой метода мозговая атака является снятие барьера психологической инерции в результате запрета критики и поощрения самых

неординарных высказываний. Создание благоприятного повышенного эмоционального фона, необходимого для получения качественно новых идей, достигается в благожелательной, дружелюбной атмосфере. Большая роль отводится ведущему, который должен иметь гибкий план управления спонтанным процессом генерации идей, а также своим остроумием и дружелюбием стимулировать возникновение повышенного эмоционального уровня и поддерживать его.

2. Вторая фаза мозговой атаки заключается в осуществляемом группой экспертов анализе высказанных идей, зафиксированных в протоколе мозговой атаки. Эта фаза представляет собой работу высокого творческого уровня, заключающуюся в преобразовании неожиданных, а иногда фантастических идей в реальные технические предложения. В качестве экспертов могут выступать участники мозговой атаки.

Суть метода

- Разделение во времени процесса генерации идей и процесса их оценки.
- Групповой процесс выдвижения идей.
- Процессом управляет профессиональный ведущий, который способен обеспечить соблюдение всех условий и правил.
- Идеи – это еще не решение проблемы, а зарождение направления ее решения.
- Универсальность метода обратно пропорциональна его эффективности.

План действий

- Отобрать группу лиц для генерации идей и группу лиц для оценки идей (по 4-8 человек).
- Ознакомить участников с правилами мозгового штурма.
- Четкое формулирование проблемы и представление ее в форме, наиболее удобной для участников.
- Строго выполнять правила мозгового штурма.
- После окончания заседания "генераторов" идеи рассматриваются группой экспертов-специалистов в данной области.

Правила проведения мозгового штурма

- Количество идей предпочтительнее их качества.
- Критика идей на этапе генерации запрещена.
- Отсутствие начальства в группе генерации идей.
- Нет плохих идей! Приветствуются любые идеи.
- Любая идея должна быть развита, даже если ее уместность кажется в данный момент сомнительной.
- Поощрение шуток, каламбуров, фантастических идей.
- Поддержка и поощрение для освобождения участников заседания от скованности.
- Краткость изложения идей.
- Все выдвинутые идеи фиксируются и затем редактируются.
- При оценке идей заведомо ошибочные и нереальные отбрасываются.

Этапы мозгового штурма

1. Подготовка
 - Назначение ведущего.
 - Подбор участников для рабочих групп.
 - Подбор фактического материала.
 - Обучение и инструктаж участников.
 - Обеспечение деятельности участников.
2. Выдвижение идей
 - Уточнение задачи.
 - Генерация идей.
 - Проработка и развитие наиболее ценных идей.

- Запись предложений.
- Редактирование списка идей.
- 3. *Оценка и отбор идей*
- Уяснение проблемы.
- Определение критериев оценки.
- Классификация и оценка идей.
- Развитие идей на основе анализа.

Достоинства

- Легкость освоения и простота в обращении.
- Незначительные затраты времени на проведение.
- Универсальность метода.
- Наиболее эффективен при решении организационных проблем, а также

технических задач невысокого уровня сложности.

Недостатки

- Решение относительно простых задач.
- Отсутствие критериев, дающих приоритетные направления выдвижения идей.
- Нет гарантии нахождения сильных идей.

Способ “суда”. В данном способе воспроизводятся правила ведения судебных процессов. Подсудимым выступает рассматриваемая оценка. Экспертная группа делится на две подгруппы: одна исполняет роль обвинителя, другая - защитника.

3.4. Способ Делфи

Свое название способ получил от греческого города Делфи, где находился храм со знаменитым во всем античном мире оракулом. Предполагается, что предсказания оракула коллективно готовились жрецами храма с использованием процедур, близких к тем, которые присущи данному способу.

В способе Делфи члены экспертной группы непосредственно не общаются друг с другом (коллективное обсуждение заменяется индивидуальным опросом каждого эксперта с помощью анкет) и остаются анонимными. Экспертиза состоит из нескольких этапов (туров). В каждом последующем туре используются результаты предыдущего тура.

Первый тур. Каждый эксперт производит оценивание и представляет свои оценки руководству экспертизы. Индивидуальные оценки всех экспертов подвергаются статистической обработке. В результате формируется коллективная оценка группы. Ввиду небольшого числа экспертов в группе обычно это медиана (середина упорядоченного ряда) и квартили (середины отрезков, образовавшихся слева и справа от медианы) или только медиана.

Второй тур. Полученные в первом туре результаты направляются экспертам для анализа. Те эксперты, чьи оценки выходят за значения верхнего и нижнего квартилей (отличаются от медианы более чем на $\Delta = \pm 12,5 \%$), должны уточнить их или объяснить причины расхождений. Расхождения в оценках могли быть вызваны учетом каких-то факторов, которые не рассматривались другими экспертами. Поэтому данные факторы следует выявлять и доводить до сведения всех остальных экспертов (без указания, от кого они получены). По уточненным оценкам находится новое значение коллективной оценки.

Третий тур. Эксперты получают наряду с коллективной оценкой статистическое описание мнений всех членов группы и сводку аргументов сторонников верхней и нижней оценок. Подобная процедура обратной связи позволяет экспертам учесть большее число факторов и в случае необходимости скорректировать свое мнение.

Последующие туры. Содержание последующих туров экспертизы аналогично содержанию третьего тура. Как правило, разброс оценок от тура к туру уменьшается.

Число туров обычно не превышает пяти. При реализации способа не ставится цель достичь полного единства мнений (несмотря на многотуровый процесс определения коллективной оценки различия в индивидуальных оценках могут оставаться и в конце экспертизы).

Таким образом, существо способа Делфи состоит в выставлении индивидуальных оценок, последовательном ознакомлении всех членов экспертной группы с мнениями остальных и корректировке первоначальных оценок.

Данный способ свободен от главного недостатка, присущего способу комиссии, но имеет другой недостаток – в нем практически невозможно учесть влияние, которое оказывают на экспертов организаторы экспертизы при составлении анкеты. Дальнейшим развитием способа Дельфи являются способы QUWST, SEER и PATTERN. Известна модификация способа с организацией взаимодействия экспертов посредством ЭВМ, благодаря чему существенно возрастает скорость обмена и обработки информации от итерации к итерации и в конечном счете качество прогноза.

Экспертные способы не являются строго формальными способами. Любая экспертиза неизбежно содержит отпечаток субъективизма, вносимого как самими экспертами, так и ее организаторами. Это является платой за возможность получения количественных оценок там, где раньше ограничивались лишь качественным описанием исходов операции. Теоретические основы экспертных способов еще недостаточно разработаны. Экспертные способы рекомендуются к использованию там, где применить моделирование не представляется возможным.

3.5. Способ лотереи

Способ лотереи обеспечивает определение функции полезности исходов операции, характеризуемых как одним, так и несколькими скалярными показателями, в том числе показателями булевого типа (типа «да - нет»).

В основе способа лежит допущение, что эксперт может сравнивать исходы, которые появляются достоверно и которые появляются с вероятностью, отличной от 1 (лотереи). Кроме того, поведение эксперта должно удовлетворять следующему требованию. Если полезность достоверного исхода r_k составляет $F(r_k)$, а вероятность его получения p_i , то общая полезность исхода в такой ситуации принимается экспертом равной $p_k F(r_k)$. Иначе говоря, ему безразлично, имеет место достоверный исход с полезностью $p_k F(r_k)$ или исход $F(r_i)$ при вероятности $0 \leq p_k < 1$. Вероятность p_k может определяться через число билетов лотереи, выигрышный билет которой интерпретируется исходом r_k , ($k=1, 2, \dots, l$).

Необходимо отметить, что в некоторых случаях принятое допущение относительно поведения эксперта может оказаться и несправедливым. Так, многие будут согласны с оценками предпочтительности выигрышей по денежной лотерее, приведенными в таблице 4.

Таблица 4 - Пример нарушения допущения о поведении эксперта

k	$F(r_k)$	p_k	Предпочтение	$p_k F(r_k)$
1	100 руб	0,1	\prec	10 руб
2	50 руб	0,1	\prec	5 руб
3	10 руб	0,1	\succ	1 руб
4	10 руб	0,2	\sim	2 руб

Из принятого допущения естественно вытекает порядок определения полезностей двух исходов одним экспертом (измерение отношения предпочтительности на паре объектов эксперт производит с достаточно высокой точностью и поэтому целесообразно использовать результаты парных сравнений):

- 1) Определить, какой из исходов \bar{r}_i и \bar{r}_j предпочтительнее. Пусть $\bar{r}_i \succ \bar{r}_j$.

2) Подобрать такую вероятность p_i появления исхода \bar{r}_i , при которой он будет эквивалентен исходу \bar{r}_j , получаемому достоверно, и соответственно будет выполняться равенство их значений полезности ($p_i F(\bar{r}_i) = F(\bar{r}_j)$).

3) Принять полезность исхода \bar{r}_i равной единице ($F(\bar{r}_i) = 1$), а полезность исхода \bar{r}_j равной p_i ($F(\bar{r}_j) = p_i$).

Зная, как определяются полезности двух исходов, можно установить порядок определения полезностей и для $l > 2$ исходов:

- 1) Расположить все исходы в порядке их предпочтения $\bar{r}_1 \succ \bar{r}_2 \succ \dots \succ \bar{r}_l$.
- 2) Принять полезность наиболее предпочтительного исхода равной 1 ($F(\bar{r}_1) = 1$).
- 3) Рассматривая попарно исходы, определить полезность каждого из них: $F(\bar{r}_2)$, $F(\bar{r}_3)$, ..., $F(\bar{r}_l)$.
- 4) Проверить полученные значения полезности исходов на непротиворечивость (логическую согласованность).
- 5) При наличии противоречивости произвести корректировку полученных знаний полезностей.

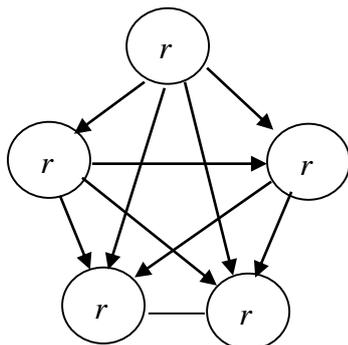
Формально условие противоречивости можно записать в виде $[(\bar{r}_i \succ \bar{r}_j) \wedge (\bar{r}_i \succ \bar{r}_k) \wedge$

$$\wedge (\bar{r}_k \succ \bar{r}_i)] \vee [(\bar{r}_i \succ \bar{r}_j) \wedge (\bar{r}_j \sim \bar{r}_k) \wedge (\bar{r}_i \sim \bar{r}_k)] \vee [(\bar{r}_i \succ \bar{r}_j) \wedge (\bar{r}_j \sim \bar{r}_k) \wedge (\bar{r}_k \succ \bar{r}_i)],$$

где $i, j, k = 1, 2, \dots, l; i \neq j \neq k$.

Предпочтительность исходов операции может быть представлена графом, вершины которого соответствуют исходам операции, а дуги - предпочтениям между исходами (рисунок 10). Если исход \bar{r}_i предпочтительнее исхода \bar{r}_j , то соединяющая их дуга ориентирована к вершине, соответствующей исходу \bar{r}_j , если предпочтительнее исход \bar{r}_j - к вершине, соответствующей исходу \bar{r}_i , если исходы \bar{r}_i и \bar{r}_j эквивалентны, дуга не ориентирована.

a) $r_1 \succ r_2 \succ r_3 \succ r_4 \sim r_5$.



b) $r_1 \succ r_2 \succ r_4 \sim r_5, . r_3 \succ r_1$

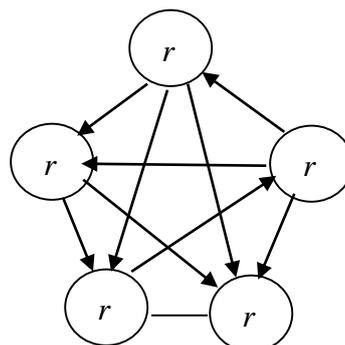


Рисунок 10 - Графы предпочтительности исходов операции

Общее число дуг равно $C_l^2 = \frac{l(l-1)}{2}$. Такой граф описывается матрицей смежности

$$A = \|a_{ij}\|, a_{ij} = \begin{cases} 1; & \bar{r}_i \succ \bar{r}_j; \\ 0,5; & \bar{r}_i \sim \bar{r}_j; \\ 0; & \bar{r}_i \prec \bar{r}_j. \end{cases}$$

Выявление случаев нарушения транзитивности исходов операции сводится к рассмотрению различных путей графа не менее чем из трех дуг. Признаком нетранзитивного сочетания трех и более исходов операции является наличие замкнутого контура в графе (рис. 10,б - $r_4 \rightarrow r_3 \rightarrow r_5 \rightarrow r_4$). Если предпочтения полностью транзитивны, то матрица смежности A , описывающая граф, приводится к треугольному виду. Для приведения матрицы A к треугольному могут использоваться различные алгоритмы, например алгоритм последовательного вычеркивания

С увеличением l число проверок на непротиворечивость возрастает. При $l = 3$ требуется одна проверка, при $l = 4$ - три. В общем случае число проверок n определяется как разность между общим числом сочетаний из l исходов по 2 и числом рассмотренных пар - при определении полезности каждого исхода:

$$n = C_l^2 - (l - 1) = \frac{(l-2)(l-1)}{2}$$

Рассмотрим пример определения полезностей способом лотереи для множества исходов

$R = \{r_1, r_2, r_3, r_4\}$:

1) Произведем упорядочение исходов. Пусть $r_2 \succ r_1 \succ r_4 \succ r_3$.

2) Принимаем $F(r_2) = 1$.

3) Сформируем пары и определим полезности исходов:

a) r_2 и r_1 ; $p_{21} \times F(r_2) = F(r_1)$, пусть $p_{21} = 0,7$, тогда $F(r_1) = 0,7$;

b) r_2 и r_4 ; $p_{24} \times F(r_2) = F(r_4)$, пусть $p_{24} = 0,5$, тогда $F(r_4) = 0,5$;

c) r_1 и r_3 ; $p_{13} \times F(r_1) = F(r_3)$, пусть $p_{13} = 0,8$, тогда $F(r_3) = 0,56$.

4) Проверим согласованность полученных значений $F(r_k)$, ($k = \overline{1,4}$):

$$F(r_2) > F(r_1) > F(r_3) > F(r_4).$$

Значения $F(r_3)$ и $F(r_4)$ не согласуются с упорядочением исходов r_3 и r_4 .

5) Устраним несогласованность значений $F(r_3)$ и $F(r_4)$. Повторяем действия п. 1.

Считаем, что результат упорядочения исходов не изменился. Определяем снова значение $F(r_3)$, рассматривая исходы r_4 и r_3 : $p_{43} \times F(r_4) = F(r_3)$; пусть $p_{43} = 0,9$, тогда $F(r_3) = 0,45$. В результате получаем: $F(r_1) = 0,7$; $F(r_2) = 1,0$; $F(r_3) = 0,45$; $F(r_4) = 0,5$.

При реализации способа группой экспертов общий порядок действий по определению полезностей не меняется, но появляются некоторые особенности:

1) После упорядочения исходов отдельными экспертами предусматривается формирование коллективной оценки относительной упорядоченности. Для этого

находятся взвешенные суммы мест b_k , присвоенных экспертами каждому исходу r_k ($k = \overline{1,l}$):

$$b_k = \frac{\sum_{q=1}^l q \sum_{j \in \{j_{kq}\}} v_j}{\sum_{j=1}^n v_j},$$

где j - номер эксперта в группе ($j = \overline{1, n}$);

v_j - вес эксперта с номером j ;

q - порядковый номер позиции исхода ($q = \overline{1, l}$);

j_{kq} - номер эксперта, поставившего исход r_k на позицию q .

Расстановка чисел b_k по возрастанию $b_r < b_s < \dots < b_l < b_p$ дает отношение

предпочтений исходов $\bar{r}_r > \bar{r}_s > \dots > \bar{r}_l > \bar{r}_p$, соответствующее коллективному мнению экспертной группы.

2) Производится количественная оценка согласованности отношений предпочтения.

Она может выполняться с помощью меры

$$C_k = - \sum_{q=1}^l \frac{a_{kq}}{n} \log \frac{a_{kq}}{n}, k = \overline{1, l},$$

где a_{kq} — число экспертов, поставивших исход \bar{r}_k на позицию q .

При полной согласованности величина C_k обращается в нуль, при полной рассогласованности - в максимум.

1) Если окажется, что требуемая согласованность не достигнута, то осуществляется уточнение индивидуальных оценок предпочтительности исходов. Процедура уточнения может выполняться несколько раз.

2) Пусть, например, три эксперта произвели упорядочение пяти исходов операции согласно таблице 5. Определим коллективную оценку предпочтений на исходах и оценим их согласованность. Таблица 5 - Пример коллективной оценки предпочтений на исходах операции способом лотереи

Номер эксперта j	Вес эксперта v_j	Индивидуальные оценки предпочтительности исходов операции R_j				
		1	2	3	4	5
1	0,7	\bar{r}_2	\bar{r}_1	\bar{r}_3	\bar{r}_4	\bar{r}_5
2	0,8	\bar{r}_3	\bar{r}_2	\bar{r}_1	\bar{r}_4	\bar{r}_5
3	0,6	\bar{r}_2	\bar{r}_1	\bar{r}_4	\bar{r}_5	\bar{r}_2
$\sum_{q=1}^l q \sum_{j \in \{j_{iq}\}} v_j$		5,0	5,3	3,5	7,8	9,9
b_k		2,38,	2,52	1,67	3,71	4,71
C_i		0,28	0,48	0,28	0,28	0,28
b_q		1,67	2,38	2,52	3,71	4,71
R_Σ		\bar{r}_3	\bar{r}_2	\bar{r}_1	\bar{r}_4	\bar{r}_5

Рассчитаем взвешенные суммы мест для исходов. На первое место исход \bar{r}_1 не поставлен ни одним экспертом ($a_{11} = 0$), на второе - двумя ($a_{12} = 2$), на третье - одним ($a_{13} = 1$), на четвертое и пятое места — ни одним ($a_{14} = a_{15} = 0$). Взвешенная сумма мест для исхода \bar{r}_1

$$b_1 = \frac{1 \times 0 + 2(0,7 + 0,6) + 3 \times 0,8 + 4 \times 0 + 5 \times 0}{0,7 + 0,8 + 0,6} = 2,38.$$

Аналогично находятся взвешенные суммы для остальных исходов:

$$b_2 = \frac{1 \times 0,7 + 2 \times 0,8 + 3 \times 0 + 4 \times 0 + 5 \times 0,6}{0,7 + 0,8 + 0,6} = 2,52;$$

$$b_3 = \frac{1(0,8 + 0,6) + 2 \times 0 + 3 \times 0,7 + 4 \times 0 + 5 \times 0}{0,7 + 0,8 + 0,6} = 1,67;$$

$$b_4 = \frac{1 \times 0 + 2 \times 0 + 3 \times 0,6 + 4(0,7 + 0,8) + 5 \times 0}{0,7 + 0,8 + 0,6} = 3,71;$$

$$b_5 = \frac{1 \times 0 + 2 \times 0 + 3 \times 0 + 4 \times 0,6 + 5(0,7 + 0,8)}{0,7 + 0,8 + 0,6} = 4,71.$$

Упорядочение взвешенных сумм b_k по возрастанию приводит к коллективной оценке предпочтительности исходов $\bar{r}_3 \succ \bar{r}_2 \succ \bar{r}_1 \succ \bar{r}_4 \succ \bar{r}_5$

Произведем расчет мер несогласованности оценок предпочтений на исходах:

$$C_1 = -0 - \frac{2}{3} \log \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \log \frac{1}{3} - 0 - 0 = 0,28;$$

$$C_2 = -\frac{1}{3} \log \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \log \frac{1}{3} - 0 - 0 - \frac{1}{3} \log \frac{1}{3} = 0,48;$$

$$C_3 = -\frac{2}{3} \log \frac{2}{3} - 0 - \frac{1}{3} \log \frac{1}{3} - 0 - 0 = 0,28;$$

$$C_4 = -0 - 0 - \frac{1}{3} \log \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \log \frac{2}{3} - 0 = 0,28;$$

$$C_5 = -0 - 0 - 0 - \frac{1}{3} \log \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \log \frac{2}{3} = 0,28.$$

4) После определения экспертами полезностей исходов $F(\bar{r}_k)$ формируются коллективные оценки

$$F_{\Sigma}(\bar{r}_k) = \frac{\sum_{j=1}^n F_j(\bar{r}_k) v_j}{\sum_{j=1}^n v_j}, \quad k = \bar{1}, \bar{l}.$$

3.6. Способ аддитивных полезностей

Способ аддитивных полезностей (способ Акофа - Черчмена) применим только к исходам операций с показателями булевого типа и независимыми полезностями:

$$\bar{r}_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{in}), \quad r_{ik} \in \{0, 1\}, \quad i = \bar{1}, n, \quad k = \bar{1}, \bar{l}.$$

Число возможных исходов \bar{r}_i в этих операциях определяется как $n = 2^l$. Примером такой операции может служить разведка. Показателем исхода в ней выступает получение или неполучение разведываемых сведений каждого вида (местоположение противника, характер его действий, численность, вооружение и т.д.).

Способ основывается на допущении об аддитивности полезностей частных исходов операции: если полезности частных исходов r_{ij} и r_{ik} равны соответственно $F(r_{ij})$ и $F(r_{ik})$, то полезность совместного исхода $F(r_{ij} \wedge r_{ik})$ равна сумме полезностей $F(r_{ij}) + F(r_{ik})$. Это допущение не выполняется в двух случаях:

- а) если частные исходы r_{ij} и r_{ik} несовместимы (не могут наблюдаться одновременно), например, работа передатчика на месте и в движении;
- б) если появление частного исхода r_{ij} влечет за собой частный исход r_{ik} , но появление исхода r_{ik} не влечет за собой исход r_{ij} (например, ущерб противнику $r_{ij} \geq 10\%$, а $r_{ij} \geq 5\%$).

Из данного допущения вытекают следствия:

- если исход r_{ij} предпочтительнее исхода r_{ik} , а исход r_{ik} предпочтительнее исхода r_{im} , то совместный исход $r_{ik} \wedge r_{ik}$ предпочтительнее исхода r_{im} ($r_{ik} \wedge r_{ik} \succ r_{im}$);
- порядок появления исходов r_{ij} и r_{ik} не влияет на полезность совместного исхода ($F(r_{ij} \wedge r_{ik}) = F(r_{ik} \wedge r_{ij})$);
- если общая полезность двух исходов равна полезности какого-то одного исхода, то полезность другого исхода равна нулю (если $F(r_{ij} \wedge r_{ik}) = F(r_{ij})$, то $F(r_{ik}) = 0$).

Индивидуальное определение полезностей исходов по методу Акрофа-Черчмена производится в следующем порядке (рис. 12):

- 1) Предложить эксперту произвести упорядочение частных исходов по предпочтительности. Пусть $r_1 \succ r_2 \succ \dots \succ r_l$.
- 2) Принять полезность наименее предпочтительного исхода равной единице: $F(r_l) = 1$.
- 3) Определить с помощью эксперта одним из способов (например, способом лотереи) значения полезностей исходов относительно наименее предпочтительного исхода (найденные значения полезностей эксперт не должен фиксировать для себя).
- 4) Предложить эксперту произвести оценку предпочтительности вариантов одиночных и совместных исходов согласно таблице 6.

Таблица 6 - Оценка предпочтительности вариантов одиночных и совместных исходов

Номер одиночного исхода k	Одиночный исход r_k	Отношение исходов $\succ \sim \prec$	Совместный исход \bar{r}_s	Номер совместного исхода s	Номер варианта сравнения ks
1	r_1		$r_2 \wedge r_3 \wedge \dots \wedge r_l$	1	11
	r_1		$r_2 \wedge r_3 \wedge \dots \wedge r_{l-1}$	2	12

	r_1		$r_2 \wedge r_3$	($l-2$)	1($l-2$)
2	r_2		$r_3 \wedge r_4 \wedge \dots \wedge r_l$	1	21
	r_2		$r_3 \wedge r_4 \wedge \dots \wedge r_{l-1}$	2	22

	r_2		$r_3 \wedge r_4$	2	2($l-3$)
$l-2$	r_{l-2}		$r_l \wedge r_{l-1}$	1	($l-1$) 1

Варианты исходов в табл. 6 должны рассматриваться сверху вниз. Если одиночный исход r_k окажется предпочтительнее соответствующего совместного исхода \bar{r}_s или эквивалентен ему, то необходимо переходить к рассмотрению вариантов с одиночным исходом r_{k+1} . В противном случае рассматривается следующий вариант. Общее число вариантов определяется как $n = \sum_{i=1}^{l-2} [(l-i)-1]$, $l \geq 3$.

5) Проверить, согласуются ли полученные на шаге 3 значения полезностей $F(r_k)$, $k=\overline{1,l}$ с оценками предпочтительности одиночных и совместных исходов, полученных при выполнении шага 4 (таблица 7).

Таблица 7 - Проверка значений полезностей и оценок предпочтительности вариантов одиночных и совместных исходов на согласованность

Номер одиночного исхода k	Полезность одиночного исхода r_k	Отношение полезностей исходов $> \sim <$	Полезность совместного исхода r_s	Номер совместного исхода s	Номер варианта сравнения ks
1	$F(r_1)$		$F(r_2 \wedge r_3 \wedge \dots \wedge r_l)$	1	11
	$F(r_1)$		$F(r_2 \wedge r_3 \wedge \dots \wedge r_{l-1})$	2	12
	
	$F(r_1)$		$F(r_2 \wedge r_3)$	($l-2$)	1($l-2$)
2			$F(r_3 \wedge r_4 \wedge \dots \wedge r_l)$	1	21
			$F(r_3 \wedge r_4 \wedge \dots \wedge r_{l-1})$	2	22

	$F(r_2)$		$F(r_3 \wedge r_4)$	2	2($l-3$)
$l-2$	r_{l-2}		$F(r_1 \wedge r_{l-1})$	1	($l-1$) 1

б) При обнаружении рассогласования в оценках полезностей и предпочтительности скорректировать полученные значения оценок.

В качестве примера определим полезности вскрытия таких характеристик радиосети, как координаты главной станции r_1 , число корреспондентов r_2 , типы радиостанций r_3 , координаты корреспондентов r_4 и вид работы r_5 с представлением результатов на каждом шаге выполнения алгоритма:

- 1) $r_1 \succ r_2 \succ r_3 \succ r_4 \succ r_5$;
- 2) $F(r_5) = 1$;
- 3) $F(r_1) = 7$; $F(r_2) = 4$; $F(r_3) = 2$, $F(r_4) = 1,5$;
- 4)

k	r_k	$\succ \sim <$	r_s	s	ks
1	r_1	$<$	$r_2 \wedge r_3 \wedge r_4 \wedge r_5$	1	11
	r_1	$<$	$r_2 \wedge r_3 \wedge r_4$	2	12
	r_1	\succ	$r_2 \wedge r_3$	3	13
2	r_2	$<$	$r_3 \wedge r_4 \wedge r_5$	1	21
	r_2	\succ	$r_3 \wedge r_4$	2	22
3	r_3	\succ	$r_4 \wedge r_5$	1	31

5)

k	$F(r_k)$	$> \sim <$	$F(r_s)$	s	ks
1	7	$<$	4+2+1,5+1	1	11
	7	$<$	4+2+1,5	2	12
	7	$>$	4+2	3	13
2	4	$<$	2+1,5+1	1	21
	4	$>$	2+1,5	2	22

3	2	<	1,5+1	1	31
---	---	---	-------	---	----

б) Первая проверка показывает, что неравенство с номером $ks = 31$ не выполняется. Изменим $F(r_3)$ на 3:

k	$F(r_k)$	$> = <$	$F(r_s)$	s	ks
1	7	<	4+3+1,5+1	11	11
	7	<	4+3+1,5	12	12
	7	>	4+3	13	13
2	4	<	3+1,5+1	21	21
	4	<	3+1,5	22	22
3	3	>	1,5+1	31	31

При второй проверке несправедливо неравенство с номером $ks = 22$. Изменим $F(r_2)$ на 5:

k	$F(r_k)$	$> = <$	$F(r_s)$	s	ks
1	7	<	5+3+1,5+1	1	11
	7	<	5+3+1,5	2	12
	7	<	5+3	3	13
2	5	<	3+1,5+1	1	21
	5	>	3+1,5	2	22
3	3	>	1,5+1	1	31

Во время третьей проверки оказалось несправедливым неравенство с номером $ks = 13$. Изменим $F(r_1)$ на 9:

k	$F(r_k)$	$> = <$	$F(r_s)$	s	ks
1	9	<	5+3+1,5+1	1	11
	9	<	5+3+1,5	2	12
	9	>	5+3	3	13
2	5	<	3+1,5+1	1	21
	5	>	3+1,5	2	22
3	3	>	1,5+1	1	31

Соответствие достигнуто. Окончательные значения полезностей исходов: $F(r_1) = 9$; $F(r_2) = 5$; $F(r_3) = 3$; $F(r_4) = 1,5$; $F(r_5) = 1$.

С увеличением числа исходов l реализация этого метода становится затруднительной. Чтобы снизить трудности, прибегают к делению заданного множества исходов на подмножества:

- 1) Выбирают случайным образом один исход r_k ($k = \overline{1, l}$) и определяют его полезность $F(r_k)$;
- 2) Оставшиеся исходы сводят в подмножества с числом исходов не более шести и в каждое из них вводят исход r_k ;
- 3) Определяют значения полезностей исходов в каждом подмножестве описанным выше путем, при этом менять значения полезности $F(r_k)$ не разрешается.

Таким образом, в каждое подмножество исходов как бы вводится стандартная мера (базис) сравнения. Согласованность полученных значений полезностей легко определить, образуя новые подмножества и выбирая новый базис сравнения. Реализация метода группой экспертов имеет те же особенности, что и в методе лотереи.