

ГЛАВА 8. ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ В БЕЗГРАНИЧНОЙ СРЕДЕ БЕЗ ПОТЕРЬ

8.1. Однородная плоская волна

Как было показано, диполь Герца, находящийся в однородном, изотропном диэлектрике, в дальней зоне создает сферическую волну с составляющими напряженностей магнитного и электрического полей соответственно:

$$\dot{H}_\psi = i \frac{k \dot{l}}{4\pi r} e^{-ikr} \sin \theta, \quad (8.1.1)$$

$$\dot{E}_\theta = Z_c \dot{H}_\psi. \quad (8.1.2)$$

Векторы напряженностей ЭМП и направление распространения волны образуют взаимно перпендикулярную правую тройку векторов.

Пусть фронт излученной диполем волны в некоторый момент времени t_1 занимает положение S_1 на расстоянии r_0 от центра диполя. В следующий момент времени t_2 , спустя малый промежуток времени Δt , фронт волны займет положение S_2 , пройдя расстояние Δr , которое гораздо меньше r_0 (рис. 8.1.1). Угол Θ_0 характеризует направление на точку наблюдения.

Рассмотрим картину распространения волны в пространстве, совместив направление распространения с осью z и (рис. 8.1.2), выделив небольшой участок волнового фронта с линейными размерами « a » и « b », причем оба размера гораздо меньше r_0 , но при этом величины $\Delta r, a, b$ гораздо больше длины волны. С такими предположениями можно считать участок фронта волны плоским и, следовательно, заменить части сферической поверхности S_1 и S_2 на плоскости, параллельные друг другу, и, таким образом, анализировать далее плоскую волну в прямоугольной системе координат, за центр которой примем точку O' , находящуюся на расстоянии r_0 от середины диполя.

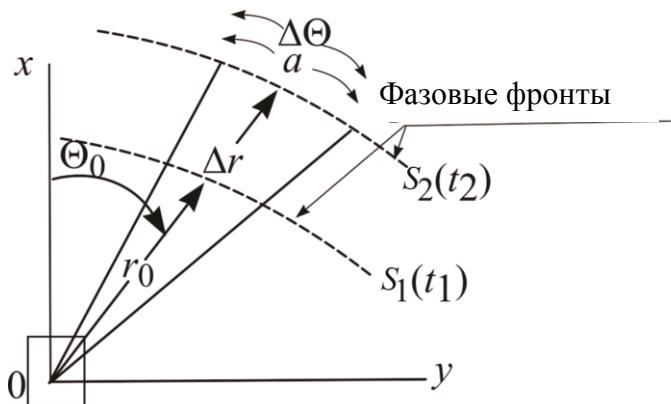


Рис. 8.1.1

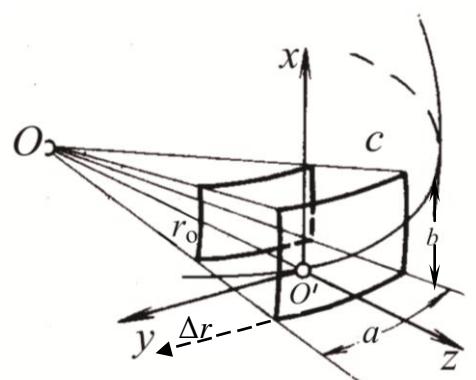


Рис. 8.1.2

С учетом сделанных допущений в выражениях для амплитуд магнитной и электрической составляющих поля можно сделать следующие замены: в секторе углов $\Delta\theta$ вместо текущих значений угла записать угол $\theta_0 = \text{const}$ и вместо r записать r_0 ; в показателе экспоненты необходимо учитывать как r_0 , так и Δr .

После этих замен функция $\frac{\sin\theta_0}{r_0}$ остается постоянной во всех точках

фазового фронта ограниченного участка. Такая волна, как уже указывалось, называется однородной.

Поскольку рассматриваемая плоская волна распространяется вдоль оси z , а направление распространения волны и векторы напряженностей поля образуют правую тройку взаимно перпендикулярных векторов, то, переходя от сферической системы координат к прямоугольной, заменим орты $\vec{\theta}^\circ$ и $\vec{\psi}^\circ$ на орты \vec{x}° и \vec{y}° , а уравнения (8.1.1) и (8.1.2) запишем в виде:

$$\dot{\vec{H}} = \vec{y}^\circ \dot{H}_0 e^{-ikz}, \quad (8.1.3)$$

$$\dot{\vec{E}} = \vec{x}^\circ Z_c \dot{H}_0 e^{-ikz}, \quad (8.1.4)$$

где $\dot{H}_0 = i \frac{kIl}{4\pi z_0} \sin\theta_0 e^{-ikz_0}$ при $r_0 = z_0$.

Плоскую волну, на всей поверхности равных фаз которой вектор напряженности электрического поля (и вектор напряженности магнитного поля) имеет постоянные амплитуду и направление, называют однородной плоской волной.

Если плоская волна распространяется в пространстве в произвольном направлении, то путь от излучателя до точки наблюдения может быть записан как

$$r = x \cos\varphi_x + y \cos\varphi_y + z \cos\varphi_z,$$

где $\cos\varphi_x$, $\cos\varphi_y$, $\cos\varphi_z$ — направляющие косинусы; x , y , z — проекции точки наблюдения на соответствующие оси координат.

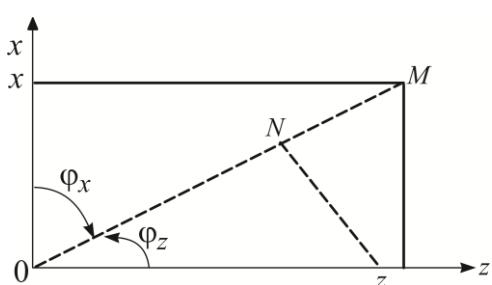


Рис. 8.1.3

В двумерном случае при распространении волны, например в плоскости $x0Z$, где

$$\varphi_y = \frac{\pi}{2} \quad (\text{рис. 8.1.3}), \quad \text{получаем}$$

$$r = ON + NM = r \cos\varphi_z + x \cos\varphi_x.$$

Так как $\varphi_z = \frac{\pi}{2} - \varphi_x$, то

$$r = x \cos\varphi_x + z \sin\varphi_x. \quad (8.1.5)$$

Если же направление распространения плоской волны совмещено с одной из координатных осей, например с осью z (рис. 8.1.4), то выражения для векторов поля будут иметь вид:

$$\dot{\vec{H}} = \dot{\vec{H}}_0 e^{-ikz} = \vec{y}^\circ \dot{H}_{0_y} e^{-ikz}, \quad (8.1.6)$$

$$\dot{\vec{E}} = \dot{\vec{E}}_0 e^{-ikz} = \vec{x}^\circ \dot{E}_{0_x} e^{-ikz} = \vec{x}^\circ \cdot Z_c \dot{H}_{0_y} e^{-ikz}. \quad (8.1.7)$$

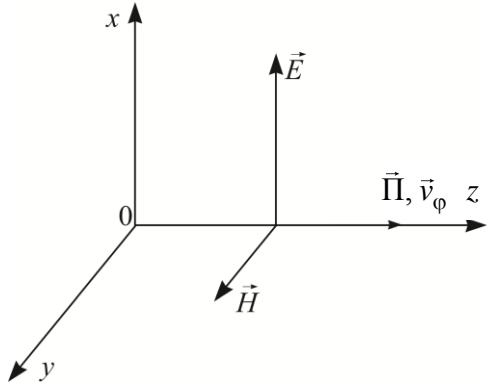


Рис. 8.1.4

Для этой плоской волны вектор Пойнтига направлен по оси z , векторы \vec{E} и \vec{H} имеют только поперечные составляющие относительно направления распространения волны, поэтому, как отмечалось в предыдущей главе, это поперечная волна или волна класса T , для которой запись вектора Пойнтига выглядит следующим образом:

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{2} \left[\dot{\vec{E}}, \vec{H}^* \right] = \frac{1}{2} \vec{z}^\circ \left(\dot{E}_x, \vec{H}_y^* \right) = \frac{1}{2} \frac{\vec{z}^\circ}{Z_c} |E_0|^2 = \frac{1}{2} \vec{z}^\circ Z_c |\vec{H}_0|^2.$$

Поскольку векторы напряженностей поля не зависят от поперечных координат x и y , то для однородной плоской волны

$$\frac{\partial \dot{\vec{H}}}{\partial x} = \frac{\partial \dot{\vec{H}}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \dot{\vec{E}}}{\partial x} = \frac{\partial \dot{\vec{E}}}{\partial y} = 0. \quad (8.1.8)$$

Соотношение (8.1.8) показывает, что однородная плоская волна представляет собой наиболее простой вид распространяющейся ЭМВ.

Переходя от выражений (8.1.6) и (8.1.7) для напряженностей поля в комплексной форме к мгновенным значениям и учитывая, что

$$\dot{H}_{0_y} = H_{my} e^{i\varphi_y},$$

где H_{my} – амплитуда, φ_y – начальная фаза, получим:

$$\dot{\vec{H}}(t) = \vec{y}^\circ H_{my} \cos(\omega t - kz + \varphi'_y), \quad (8.1.9)$$

$$\dot{\vec{E}}(t) = \vec{x}^\circ Z_c H_{my} \cos(\omega t - kz + \varphi'_y), \quad (8.1.10)$$

где $\varphi'_y = \varphi_y + \frac{\pi}{2}$.

Из этих выражений следует, что если начальные фазы магнитного и электрического полей равны, то фазы полей изменяются одинаково, т. е. поля синфазны.

Изобразим структуру волны в фиксированный момент времени $t=0$, принимая во внимание, что косинус является четной функцией. Тогда вместо выражений (8.1.9) и (8.1.10) имеем:

$$\vec{H} = \vec{y}^\circ H_{my} \cos(kz - \varphi'_y), \quad (8.1.11)$$

$$\vec{E} = \vec{x}^\circ Z_c H_{my} \cos(kz - \varphi'_y). \quad (8.1.12)$$

Волна, представленная этими зависимостями, показана на рис. 8.1.5, и со временем она перемещается в сторону увеличивающихся значений оси z .

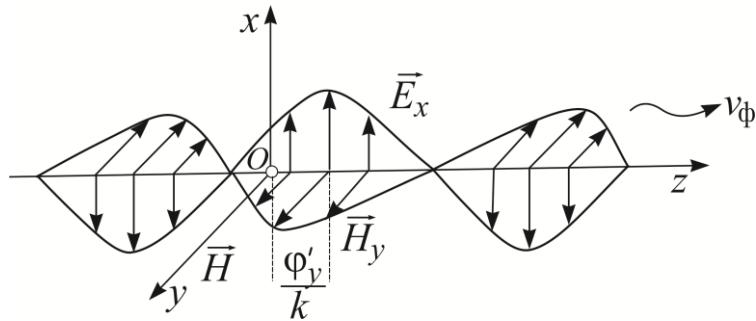


Рис. 8.1.5

8.2. Поляризация волн

Из рис. 8.1.5 видно, что при фиксированном расстоянии ($z = \text{const}$) векторы напряженности электрического и магнитного полей изменяются со временем по гармоническому закону, при этом концы векторов остаются лежащими на прямых линиях. Такие векторы являются линейно-поляризованными.

Плоскость, в которой лежит вектор напряженности электрического поля и направление распространения волны, называется плоскостью поляризации.

На рис. 8.1.5 этот вектор лежит в плоскости $x0z$, которая и является здесь плоскостью поляризации. В общем же случае направление вектора электрического поля (как и вектора магнитного поля) может не совпадать с плоскостью $x0z$ и иметь составляющие по координатным осям x и y , тогда в однородной плоской волне в среде без потерь каждый из векторов поля можно представить как суперпозицию двух взаимно перпендикулярных составляющих.

Например, мгновенное значение вектора электрического поля записывается в виде:

$$\vec{E}(t) = \vec{x}^\circ E_{mx} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) + \vec{y}^\circ E_{my} \cos(\omega t - kz + \varphi_y), \quad (8.2.1)$$

где E_{mx}, E_{my} , φ_x, φ_y – соответственно амплитуды и начальные фазы составляющих по осям x и y .

Если начальные фазы совпадают ($\phi_y = \phi_x$) или сдвинуты относительно друг друга на $\pm\pi$, то суммарный вектор поля также имеет линейную поляризацию. В свою очередь, поляризация волн (а не векторов!) с линейной поляризацией вектора электрического поля, как будет показано далее, может быть вертикальной или горизонтальной.

Угол между осью x и суммарным вектором электрического поля $\vec{E}(t)$ определяется как (рис. 8.2.1)

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{E_{my} \cos(\omega t - kz + \phi_y)}{E_{mx} \cos(\omega t - kz + \phi_x)}. \quad (8.2.2)$$

Если разность по фазе составляющих равна $\frac{\pi}{2}$ или $\frac{3}{2}\pi$, амплитуды их равны, а сами составляющие ортогональны, то вектор электрического поля имеет круговую поляризацию.

Действительно, пусть составляющие будут:

$$\begin{aligned} \vec{E}_x(t) &= \vec{x}^\circ E_m \cos(\omega t - kz), \\ \vec{E}_y(t) &= \vec{y}^\circ E_m \cos\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}$$

Суммируя составляющие, получаем

$$\vec{E}(t) = E_m \left[\vec{x}^\circ \cos(\omega t - kz) + \vec{y}^\circ \sin(\omega t - kz) \right]. \quad (8.2.3)$$

Угол между осью x и суммарным вектором электрического поля определяется выражением

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{E_y(t)}{E_x(t)} = \operatorname{tg}(\omega t - kz), \quad (8.2.4)$$

и отсюда угол $\theta = \omega t - kz$.

В определенной точке пространства ($z = \text{const}$) вектор суммарного электрического поля, оставаясь постоянным по величине, вращается с угловой частотой ω , описывая своим концом окружность (рис. 8.2.2), и имеет круговую поляризацию. Амплитуда суммарного вектора составляет

$$|E(t)| = \sqrt{E_{mx}^2 + E_{my}^2} = E_m.$$

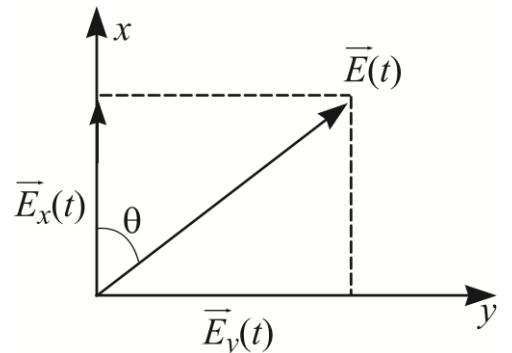


Рис. 8.2.1

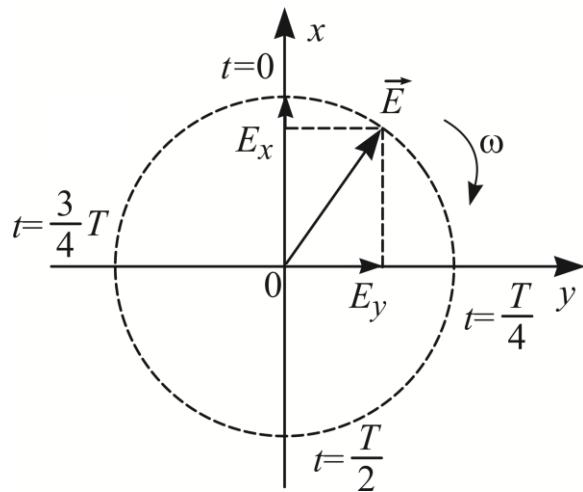


Рис. 8.2.2

При вращении суммарного вектора электрического поля относительно направления распространения волны по часовой стрелке получаем правую круговую поляризацию, а при вращении против часовой стрелки – левую. Вращение вектора производится от опережающей по фазе составляющей к отстающей.

В форме комплексных амплитуд круговая поляризация поля будет записываться в виде

$$\dot{\vec{E}} = \dot{E}_0 (\vec{x}^\circ \pm i \vec{y}^\circ) e^{-ikz},$$

где знаки «+» и «-» означают соответственно вращение по и против часовой стрелки.

Таким образом, вектор с круговой поляризацией есть сумма двух ортогональных линейно-поляризованных векторов с равными амплитудами и сдвигом фаз $\frac{\pi}{2}$ или $\frac{3}{2}\pi$.

В свою очередь, вектор с линейной поляризацией можно рассматривать как суперпозицию двух векторов с круговой поляризацией, имеющих противоположные направления вращения и половинные амплитуды. Пусть

$$\dot{\vec{E}}_1 = \frac{1}{2} \dot{\vec{E}}_0 (\vec{x}^\circ + i \vec{y}^\circ) e^{-ikz},$$

$$\dot{\vec{E}}_2 = \frac{1}{2} \dot{\vec{E}}_0 (\vec{x}^\circ - i \vec{y}^\circ) e^{-ikz}.$$

Суммируя эти векторы, получаем

$$\dot{\vec{E}} = \vec{x}^\circ \dot{E}_0 e^{-ikz}.$$

Наконец, самый общий случай – эллиптическая поляризация, когда отношение амплитуд и разности фаз векторов есть произвольные, но постоянные величины, отличные от приведенных выше. В случае эллиптической поляризации векторы поля в любой фиксированной точке пространства вращаются, описывая за время одного периода своими концами эллипс. Как частные случаи из эллиптической поляризации следуют круговая и линейная.

Отметим в заключение, что в конкретной ЭМВ векторы электрического и магнитного полей могут быть различно поляризованы, например, вектор электрического поля имеет линейную поляризацию, а вектор магнитного поля – эллиптическую. Понятие о поляризации векторов применимо к любому типу волны (плоской, сферической и т. д.), тип поляризации определяется излучателем и в некоторых случаях средой распространения.

Вопросы для самоподготовки

1. Поясните, какая волна называется плоской.
2. Поясните, какая волна является плоской и однородной.
3. Объясните, почему однородная плоская волна является простейшей из всех типов волн.
4. Поясните, что такое плоскость поляризации.
5. Расскажите о видах поляризации векторов поля.

ГЛАВА 9. ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА СРЕД

9.1. Постановка задачи

Распространение ЭМВ чаще всего происходит не в безграничном однородном пространстве, а в пространстве, представляющем набор сред, имеющих различные параметры, с резко выраженным границами раздела, например воздух – земля и т. п. Граница раздела сред влияет на структуру и условия распространения ЭМВ.

Задача о влиянии границ раздела сред на характеристики ЭМВ весьма актуальна для ряда важных телекоммуникационных приложений, как, например, расчет напряженности поля в системах сотовой связи в городе, когда распространяющаяся волна неоднократно взаимодействует со зданиями и другими объектами, в общем случае отражаясь и преломляясь. В подобных задачах необходимо определить амплитуду и направление распространения отраженной и преломленной волн.

Рассмотрим решение наиболее простой задачи о падении однородной плоской волны с линейной поляризацией на плоскую бесконечно протяженную границу раздела двух однородных, линейных, изотропных сред без потерь.

Для решения представим волновой фронт падающей волны в виде не-взаимодействующей совокупности лучей, из которой выделяем один луч.

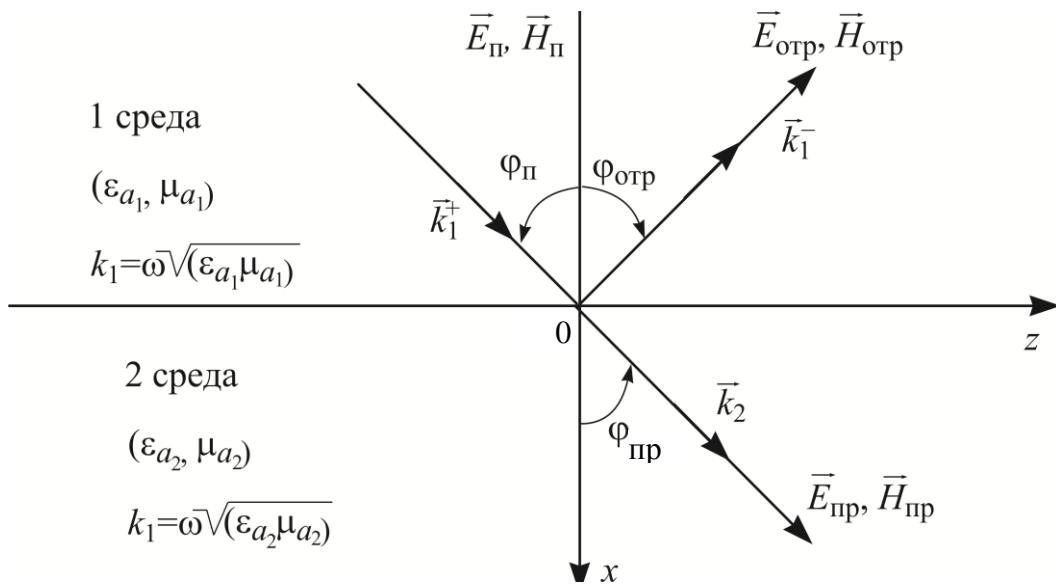


Рис. 9.1.1

Совместим плоскость падения ЭМВ (плоскость, проходящую через направление распространения ЭМВ и нормаль к поверхности раздела сред) с плоскостью $x0z$ (рис. 9.1.1). Ось y направлена перпендикулярно плоскости рисунка.

На границе раздела двух диэлектрических сред падающая волна $(\vec{E}_\text{п}, \vec{H}_\text{п})$ частично отражается $(\vec{E}_\text{отр}, \vec{H}_\text{отр})$, а частично преломляется $(\vec{E}_\text{пр}, \vec{H}_\text{пр})$, переходя в другую среду. Первая среда имеет параметры ϵ_{a_1} ,

μ_{a_1} и характеристическое сопротивление $Z_{c_1} = \sqrt{\frac{\mu_{a_1}}{\epsilon_{a_1}}}$, вторая — ϵ_{a_2} , μ_{a_2} и

характеристическое сопротивление $Z_{c_2} = \sqrt{\frac{\mu_{a_2}}{\epsilon_{a_2}}}$. Углы относительно оси x ,

под которыми волна падает, отражается и преломляется, обозначены соответственно $\varphi_\text{п}$, $\varphi_\text{отр}$ и $\varphi_\text{пр}$. Волновые векторы $\vec{k}_1^+, \vec{k}_1^-, \vec{k}_2$ определяют соответственно направления падающей, отраженной и преломленной волн. Вообще, волновой вектор — это вектор, направление которого показывает направление распространения волны, а величина равна волновому числу. Положим также, что поляризация и частота волн при отражении и преломлении не изменяются.

Выражения напряженностей электрического поля плоских падающей, отраженной и преломленной волн в форме комплексных амплитуд имеют вид:

$$\dot{\vec{E}}_\text{п} = \dot{\vec{E}}_{0_\text{п}} e^{-ik_1 r} = \dot{\vec{E}}_{0_\text{п}} e^{-ik_1(x \cos \varphi_\text{п} + z \sin \varphi_\text{п})}, \quad (9.1.1a)$$

$$\dot{\vec{E}}_\text{отр} = \dot{\vec{E}}_{0_\text{отр}} e^{-ik_1 r} = \dot{\vec{E}}_{0_\text{отр}} e^{-ik_1(-x \cos \varphi_\text{отр} + z \sin \varphi_\text{отр})}, \quad (9.1.1б)$$

$$\dot{\vec{E}}_\text{пр} = \dot{\vec{E}}_{0_\text{пр}} e^{-ik_2 r} = \dot{\vec{E}}_{0_\text{пр}} e^{-ik_2(x \cos \varphi_\text{пр} + z \sin \varphi_\text{пр})}, \quad (9.1.1в)$$

где $\dot{\vec{E}}_0 = \vec{E}_m e^{i\varphi_0}$ — комплексная амплитуда. Знак «минус» в показателе степени в соотношении (9.1.1б) объясняется тем, что отраженная волна распространяется в направлении отрицательных значений оси x .

Выражения для напряженностей магнитного поля всех трех волн будут аналогичны формулам (9.1.1а) – (9.1.1в).

На границе раздела сред должны выполняться граничные условия, в качестве которых удобно взять условия для тангенциальных составляющих напряженностей поля в первой и второй средах:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \text{ при } x = 0,$$

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \text{ при } x = 0,$$

и, следовательно, в нашем случае

$$\dot{E}_{\text{п}\tau} + \dot{E}_{\text{отр}\tau} = \dot{E}_{\text{пр}\tau} \text{ при } x = 0, \quad (9.1.2)$$

$$\dot{H}_{\text{п}\tau} + \dot{H}_{\text{отр}\tau} = \dot{H}_{\text{пр}\tau} \text{ при } x = 0. \quad (9.1.3)$$

С помощью этих граничных условий и определяются направления и амплитуды отраженной и преломленной волн, если направление и амплитуда падающей волны известны.

9.2. Законы Снеллиуса

Законы Снеллиуса устанавливают зависимость между углами падения $\phi_{\text{п}}$, отражения $\Phi_{\text{отр}}$ и преломления $\Phi_{\text{пр}}$ и тем самым определяют направления распространения отраженной и преломленной волн.

Возьмем любое из граничных условий (например, 9.1.2) и, используя соотношения (9.1.1, а, б, в) при $x = 0$, получим

$$\dot{E}_{0_{\text{п}\tau}} e^{-ik_1 z \sin \phi_{\text{п}}} + \dot{E}_{0_{\text{отр}\tau}} e^{-ik_1 z \sin \Phi_{\text{отр}}} = \dot{E}_{0_{\text{пр}\tau}} e^{-ik_2 z \sin \Phi_{\text{пр}}}. \quad (9.2.1)$$

При произвольном значении координаты по оси z это условие может быть выполнено только в случае, если

$$k_1 \sin \phi_{\text{п}} = k_1 \sin \Phi_{\text{отр}} = k_2 \sin \Phi_{\text{пр}}. \quad (9.2.2)$$

Из равенства (9.2.2) следуют два закона Снеллиуса, для получения которых рассматриваются последовательно совместно первый и второй члены, а затем крайние члены равенства (9.2.2).

1. Из равенства первого и второго членов получаем

$$\Phi_{\text{п}} = \Phi_{\text{отр}} = \phi, \quad (9.2.3)$$

т. е. угол падения равен углу отражения.

Этот закон определяет направление отраженной волны.

2. Из равенства крайних членов имеем

$$\frac{\sin \Phi_{\text{пр}}}{\sin \phi} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{\sqrt{\epsilon_{a1} \mu_{a1}}}{\sqrt{\epsilon_{a2} \mu_{a2}}}.$$

Введя обозначение $n = \frac{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ – показатель преломления среды, за-

пишем последнее выражение в виде

$$\frac{\sin \Phi_{\text{пр}}}{\sin \phi} = \frac{n_1}{n_2} = n_{12}, \quad (9.2.4)$$

где n_{12} – относительный показатель преломления сред.

Таким образом, отношение синуса угла преломления к синусу угла падения равно относительному показателю преломления сред. Это второй закон Снеллиуса или закон синусов, который определяет направление преломленной волны.

Сам угол преломления устанавливается соотношением

$$\varphi_{\text{пр}} = \arcsin(n_{12} \sin \varphi). \quad (9.2.5)$$

Большинство сред немагнитные, для них $\mu_{a1} = \mu_{a2} = \mu_0$, и тогда $n = \sqrt{\epsilon}$.

Рассмотрим в заключение этого пункта вопрос о том, что происходит непосредственно на границе раздела сред. Для этого обратимся к записи напряженности электрического поля падающей волны (9.1.1а). Это выражение с учетом (8.1.7) можно представить таким образом, что направление движения волны будет иметь две составляющие (проекции на соответствующие оси): одна – вдоль оси x с фазовым коэффициентом $k_1 \cos \varphi$, другая – вдоль оси z с коэффициентом фазы $k_1 \sin \varphi$.

Аналогично и направление движения отраженной и преломленной волн можно разложить на подобные составляющие.

Если учесть, что каждая из рассматриваемых волн представляет собой совокупность лучей, то в результате вдоль границы раздела сред возникает суммарное поле из падающей, отраженной и преломленной волн (рис. 9.2.1), отличительной особенностью которого, что следует из (9.2.2), является равенство проекций на ось z волновых векторов всех трех волн:

$$k_1^+ \sin \varphi = k_1^- \sin \varphi = k_2 \sin \varphi_{\text{пр}} = \beta,$$

где β – коэффициент фазы.

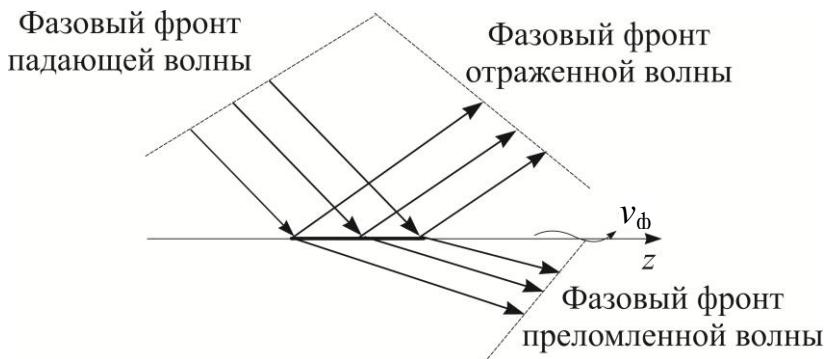


Рис. 9.2.1

Физически это означает, что вдоль границы раздела сред (ось z) падающая, отраженная и преломленная волны распространяются с одинаковой фазовой скоростью

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta}.$$

Если по направлению распространения в первой и второй средах электромагнитные волны перемещаются со скоростями соответственно $v_{1\phi} = \frac{\omega}{k_1}$

и $v_{2\phi} = \frac{\omega}{k_2}$, то вдоль границы раздела ($x = 0, z - var$) суммарное поле перемещается с фазовой скоростью v_ϕ , отличной и от скорости $v_{l\phi}$, и от скорости $v_{2\phi}$:

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{k_1 \sin \varphi} = \frac{v_{l\phi}}{\sin \varphi} > v_{l\phi},$$

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{k_2 \sin \varphi_{np}} = \frac{v_{2\phi}}{\sin \varphi_{np}} > v_{2\phi}.$$

При этом, если первая среда представляет собой свободное пространство, то

$$v_\phi > \frac{c}{\sin \varphi} > c,$$

т. е. фазовая скорость электромагнитного поля вдоль границы раздела больше скорости света. Этот вывод не противоречит известному положению физики и объясняется тем, что величина v_ϕ не характеризует скорость переноса энергии, а определяет лишь изменение фазы поля вдоль границы раздела.

Для характеристики распространяющегося поля вдоль оси z можно ввести соответствующую ему длину волны, определяющую расстояние, на которое перемещается фаза поля за период:

$$\Lambda = v_\phi T = \frac{v_{l\phi} T}{\sin \varphi} = \frac{\lambda}{\sin \varphi} > \lambda. \quad (9.2.6)$$

9.3. Коэффициенты отражения и прохождения (коэффициенты Френеля)

Для определения амплитуд отраженной и преломленной волн при заданной амплитуде падающей волны вводятся коэффициенты отражения R и преломления T , иначе называемые коэффициентами Френеля.

Коэффициент отражения есть отношение комплексных амплитуд векторов напряженности электрического (или магнитного) поля отраженной и падающей волн на границе раздела сред, а коэффициент преломления представляет такое же отношение для преломленной и падающей волн.

Значения коэффициентов Френеля существенно зависят от вида поляризации волны. В данном случае под поляризацией волны понимается ориентация линейно-поляризованного вектора напряженности электрического поля относительно плоскости падения волны. Поскольку во многих задачах исследуют распространение волн вблизи Земли, то в качестве дополнительного

тельной отсчетной плоскости часто вводят поверхность Земли (рис. 9.3.1) и в связи с этим различают нормальную (горизонтальную) и параллельную (вертикальную) поляризации.

Если вектор напряженности электрического поля перпендикулярен плоскости падения, то волна называется нормально (горизонтально относительно поверхности Земли) поляризованной (рис. 9.3.2, а). Если же вектор напряженности электрического поля лежит в плоскости падения, то это параллельная (вертикальная) поляризация (рис. 9.3.2, б).

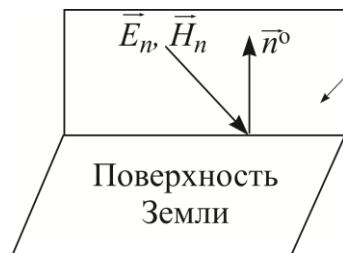
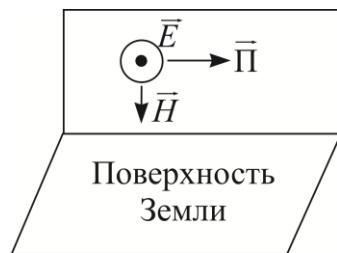
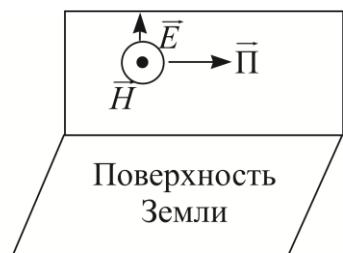


Рис. 9.3.1



а)



б)

Рис. 9.3.2

Поэтому коэффициенты Френеля имеют индексы: значок \perp означает нормальную поляризацию, а значок \parallel – параллельную.

Определим коэффициенты Френеля для волны с нормальной поляризацией (рис. 9.3.3).

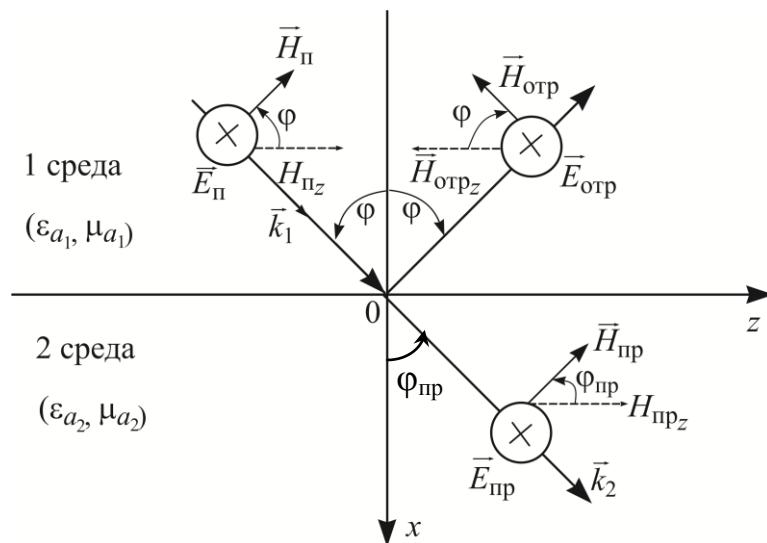


Рис. 9.3.3

Здесь вектор напряженности электрического поля падающей волны параллелен оси y , направленной перпендикулярно плоскости рисунка, а вектор напряженности магнитного поля лежит в плоскости падения, и, следовательно, что наглядно видно из рис. 9.3.3,

$$E_\tau = E_y \text{ и } H_\tau = H_z.$$

Векторы \vec{E} , \vec{H} и \vec{k} образуют правовинтовую систему.

Исходя из граничного условия (9.1.2) получим для напряженностей электрического поля

$$\dot{E}_{0_{\text{н}}} + \dot{E}_{0_{\text{отр}}} = \dot{E}_{0_{\text{пр}}}. \quad (9.3.1)$$

К составляющим напряженностей магнитного поля H_z должно быть применено граничное условие (9.1.3).

Учитывая связь между амплитудами электрического и магнитного полей и расположение векторов магнитного поля на рис. 9.3.3, имеем:

$$\begin{aligned}\dot{H}_{\text{н}_z} &= \dot{H}_{0_{\text{н}}} \cos \varphi = Y_{c_1} \dot{E}_{0_{\text{н}}} \cos \varphi, \\ \dot{H}_{\text{отр}_z} &= -\dot{H}_{0_{\text{отр}}} \cos \varphi = -Y_{c_1} \dot{E}_{0_{\text{отр}}} \cos \varphi, \\ \dot{H}_{\text{пр}_z} &= \dot{H}_{0_{\text{пр}}} \cos \varphi_{\text{пр}} = Y_{c_2} \dot{E}_{0_{\text{пр}}} \cos \varphi_{\text{пр}},\end{aligned}$$

где Y_{c_1} и Y_{c_2} – характеристические проводимости первой и второй сред соответственно, причем

$$Y_c = \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} = \frac{1}{Z_c}.$$

Используя теперь граничное условие (9.1.3), получаем

$$\dot{E}_{0_{\text{н}}} - \dot{E}_{0_{\text{отр}}} = \frac{Y_{c_2} \cos \varphi_{\text{пр}}}{Y_{c_1} \cos \varphi} \dot{E}_{0_{\text{пр}}}. \quad (9.3.2)$$

Согласно определению коэффициентов Френеля, для волны с нормальной поляризацией они записутся в виде

$$\begin{aligned}R_{\perp} &= \frac{\dot{E}_{0_{\text{отр}}}}{\dot{E}_{0_{\text{н}}}}, \\ T_{\perp} &= \frac{\dot{E}_{0_{\text{пр}}}}{\dot{E}_{0_{\text{н}}}},\end{aligned}$$

что позволяет из уравнений (9.3.1) и (9.3.2) получить

$$1 + R_{\perp} = T_{\perp},$$

$$(1 - R_{\perp}) = \frac{Y_{c_2} \cos \varphi_{\text{пр}}}{Y_{c_1} \cos \varphi} T_{\perp}.$$

Окончательно приходим к следующим выражениям для коэффициентов Френеля:

$$T_{\perp} = \frac{2Y_{c_1} \cos \varphi}{Y_{c_1} \cos \varphi + Y_{c_2} \cos \varphi_{\text{пр}}}, \quad (9.3.3)$$

$$R_{\perp} = \frac{Y_{c_1} \cos \varphi - Y_{c_2} \cos \varphi_{\text{пр}}}{Y_{c_1} \cos \varphi + Y_{c_2} \cos \varphi_{\text{пр}}}. \quad (9.3.4)$$

Теперь определим коэффициенты Френеля для параллельной поляризации волны (рис. 9.3.4).

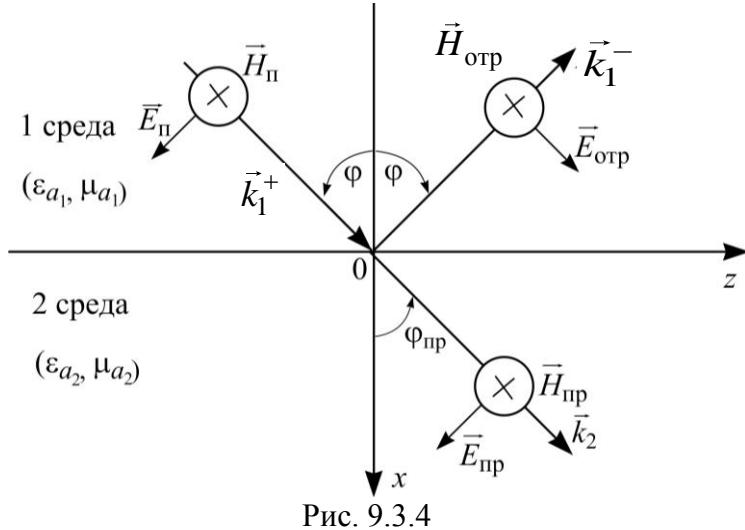


Рис. 9.3.4

Для решения этой задачи можно использовать то обстоятельство, что положения векторов поля дуальны по отношению к предыдущему случаю, и, применяя принцип перестановочной двойственности к выражениям (9.3.3) и (9.3.4), сразу же получим искомые коэффициенты отражения и прохождения

$$R_{\parallel} = \frac{\dot{H}_{0_{\text{отр}}}}{\dot{H}_{0_{\text{n}}}} = \frac{Z_{c_1} \cos \varphi - Z_{c_2} \cos \varphi_{\text{пр}}}{Z_{c_1} \cos \varphi + Z_{c_2} \cos \varphi_{\text{пр}}}, \quad (9.3.5)$$

$$T_{\parallel} = \frac{\dot{H}_{0_{\text{пр}}}}{\dot{H}_{0_{\text{n}}}} = \frac{2Z_{c_1} \cos \varphi}{Z_{c_1} \cos \varphi + Z_{c_2} \cos \varphi_{\text{пр}}}. \quad (9.3.6)$$

Из формул (9.3.3)–(9.3.6) следует, что при наклонном падении плоской волны на границу раздела сред коэффициенты Френеля зависят от поляризации волны, однако при нормальном падении ($\varphi = 0, \varphi_{\text{пр}} = 0$) определенность понятия «плоскость падения» теряется и исчезает различие между поляризациями. При этом коэффициент отражения приобретает вид, аналогичный виду коэффициента отражения от стыка длинных линий:

$$R_{\parallel} = \frac{Z_{c_1} - Z_{c_2}}{Z_{c_1} + Z_{c_2}} = -R_{\perp}. \quad (9.3.7)$$

Из соотношения (9.3.7) вытекает, что тангенциальные составляющие магнитного поля, определяемые коэффициентом R_{\parallel} , отражаются в противофазе с такими же составляющими электрического поля, определяемыми коэффициентом R_{\perp} .

Для коэффициентов прохождения при нормальном падении волны на границу раздела легко получить следующие зависимости:

$$T_{\parallel} = \frac{2Z_c}{Z_{c_1}Z_{c_2}}, \quad (9.3.8)$$

$$T_{\perp} = \frac{2Y_{c_1}}{Y_{c_1}Y_{c_2}} = \frac{2Z_{c_2}}{Z_{c_1} + Z_{c_2}}. \quad (9.3.9)$$

Рассмотрим далее некоторые частные случаи.

9.4. Поле над идеально проводящей поверхностью

Как уже было показано, переменное ЭМП в идеально проводящей среде не существует. Поэтому волна, падающая на такую среду, полностью отражается.

Коэффициент отражения для тангенциальных составляющих напряженностей электрического поля волн с горизонтальной поляризацией равен минус единице ($R_{\perp} = -1$), что прямо следует из граничного условия (9.3.1) при $\dot{E}_{0_{\text{пр}}} = 0$.

Это означает, что тангенциальные составляющие напряженностей электрического поля падающей и отраженной от идеально проводящей поверхности волн находятся в противофазе ($E_{0_{\text{отр},y}} = -E_{0_{\text{п},y}}$). Здесь индекс «у» означает, согласно рис. 9.3.3, тангенциальную составляющую.

Напротив, тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля отражается в фазе с такой же составляющей магнитного поля падающей волны ($R_{\parallel} = 1$).

Действительно, из граничного условия (9.1.3) и рис. 9.3.3 получаем

$$\dot{H}_{0_{n_z}} = Y_{c_1} \dot{E}_{0_{n_y}} \cos \varphi = Y_{c_1} \dot{E}_{0_{\text{отр},y}} \cos \varphi = \dot{H}_{0_{\text{отр},z}}, \quad (9.4.1)$$

и, следовательно, суммарная тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля на поверхности идеального проводника достигает максимума, и тогда отсюда при $x = 0$

$$\frac{\partial H_z}{\partial n} = 0, \quad (9.4.2)$$

где $\frac{\partial}{\partial n}$ – производная по нормали к идеально проводящей поверхности.

Тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля создает поверхностный электрический ток, текущий по идеально проводящей поверхности.

Для примера определим электрическое поле над идеально проводящей поверхностью при нормальной поляризации волны. С учетом граничных условий (9.1.2) запишем

$$\begin{aligned}\dot{E}_y &= \dot{E}_{\Pi_y} + \dot{E}_{\text{отр}_y} = \left[\dot{E}_{0_{\Pi}} e^{-ikx \cos \varphi} + \dot{E}_{0_{\text{отр}}} e^{-ik(-x \cos \varphi)} \right] e^{-i\beta z} = \\ &= \dot{E}_{0_{\Pi}} \left(e^{-ikx \cos \varphi} - e^{ikx \cos \varphi} \right) e^{-i\beta z} = -i2\dot{E}_{0_{\Pi}} \sin(kx \cos \varphi) e^{-i\beta z}.\end{aligned}\quad (9.4.3)$$

При преобразованиях выражения (9.4.3) принято во внимание то, что отраженная волна распространяется в отрицательном направлении оси x и в противофазе с падающей волной, а также то, что по формулам Эйлера

$$\frac{e^{-i\alpha} - e^{i\alpha}}{2} = -i \sin(\alpha).$$

Экспонента $e^{-i\beta z}$ в выражении (9.4.3) представляет фазу волны, распространяющейся вдоль оси z , и, следовательно, над идеально проводящей поверхностью имеет место неоднородная плоская волна, амплитуда которой вдоль нормали к поверхности распределена по синусоидальному закону (рис. 9.4.1):

$$E_{m_x} = 2 |E_{0_{\Pi}}| \sin(k \cos \varphi x), \quad (9.4.4)$$

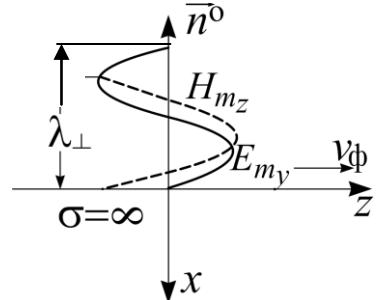


Рис. 9.4.1

где $k \cos \varphi = k_{\perp}$ – поперечное волновое число.

Амплитуда составляющей магнитного поля (H_{m_x}) имеет такое же распределение, что и E_{m_y} , так как граничное условие для составляющей магнитного поля по оси x , как нормальной составляющей, такое же, как и для тангенциальной составляющей электрического поля. Составляющая же магнитного поля по оси z имеет, как было показано, максимум на поверхности идеального проводника.

Все эти максимумы и минимумы поля перемещаются вдоль оси z , не меняя своего положения относительно оси x .

Распределение поля, характеризующееся наличием минимумов (нулей) и максимумов (пучностей), называется стоячей волной.

Таким образом, над идеально проводящей поверхностью образуется стоячая волна, распространяющаяся вдоль поверхности с фазовой скоростью

$v_\phi = \frac{\omega}{\beta}$ и с пространственным периодом, определяемым поперечным волновым числом

$$\lambda_\perp = \frac{2\pi}{k_\perp} = \frac{2\pi}{k \cos \varphi} = \frac{\lambda}{\cos \varphi} > \lambda.$$

Подводя итоги, можно отметить:

- полное отражение от поверхности идеального проводника наблюдается при любых углах падения;
- поле в идеальном проводнике равно нулю, а в другой среде представляется направляемую стоячую волну, распространяющуюся вдоль границы раздела сред.

9.5. Полное отражение от границы раздела двух диэлектриков

Это явление, называемое также полным внутренним отражением, происходит, если вторая среда имеет меньший показатель преломления, чем первая ($n_2 < n_1$ или $k_2 < k_1$).

Данный случай более сложен, нежели предыдущий, так как здесь во второй среде ЭМП существует в виде так называемой «поверхностной волны».

Из закона синусов (9.2.4) следует, что

$$\sin \varphi_{\text{пр}} = \frac{k_1}{k_2} \sin \varphi. \quad (9.5.1)$$

Поскольку угол падения изменяется в пределах от 0 до 90° , то $\sin \varphi \leq 1$.

Определим угол преломления, если $\sin \varphi = \frac{k_2}{k_1}$, при этом должно выполняться условие $k_1 \geq k_2$. Тогда из соотношения (9.5.1) получаем

$$\sin \varphi_{\text{пр}} = 1 \text{ и } \varphi_{\text{пр}} = \frac{\pi}{2}.$$

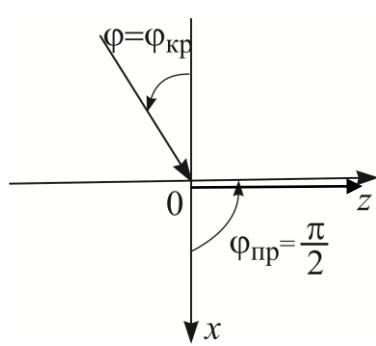


Рис. 9.5.1

Угол падения, при котором угол преломления равен 90° , называется критическим. При критическом угле падения преломленная волна распространяется вдоль границы раздела сред (рис. 9.5.1).

Заметим, что если $k_2 > k_1$, то при любом угле падения в диапазоне от 0 до 90° , значение $\sin \varphi_{\text{пр}} < 1$ и $\varphi_{\text{пр}} < \frac{\pi}{2}$.

Выразим теперь угол преломления в соотношении (9.5.1) через критический угол падения

$$\sin \varphi_{\text{пр}} = \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_{\text{кр}}},$$

и поскольку угол падения произволен в указанных пределах, то при $\varphi > \varphi_{\text{кр}}$ имеем

$$\sin \varphi_{\text{пр}} > 1.$$

Ясно, что осуществление этого неравенства при реальных углах преломления невозможно, и оно может быть выполнено, если только положить угол преломления комплексным:

$$\varphi_{\text{пр}} = \frac{\pi}{2} + i\gamma.$$

Действительно, тогда

$$\sin \varphi_{\text{пр}} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + i\gamma \right) = \cos i\gamma = \operatorname{ch} \gamma > 1, \quad (9.5.2)$$

а $\cos \varphi_{\text{пр}}$ оказывается чисто мнимой величиной

$$\cos \varphi_{\text{пр}} = -\sqrt{1 - \sin^2 \varphi_{\text{пр}}} = -i\sqrt{\sin^2 \varphi_{\text{пр}} - 1}. \quad (9.5.3)$$

Знак «минус» в выражении (9.5.3) выбран из физических соображений, он соответствует затуханию амплитуды.

Перепишем с учетом (9.5.3) выражения коэффициентов отражения соответственно для нормальной (9.3.4) и параллельной (9.3.5) поляризаций:

$$R_{\perp} = \frac{Y_{c_1} \cos \varphi + i Y_{c_2} \sqrt{\sin^2 \varphi_{\text{пр}} - 1}}{Y_{c_1} \cos \varphi - i Y_{c_2} \sqrt{\sin^2 \varphi_{\text{пр}} - 1}} = e^{i\psi_{\perp}},$$

$$\text{где } \operatorname{tg} \frac{\psi_{\perp}}{2} = \frac{Y_{c_2} \sqrt{\sin^2 \varphi_{\text{пр}} - 1}}{Y_{c_1} \cos \varphi},$$

$$R_{\parallel} = \frac{Z_{c_1} \cos \varphi + i Z_{c_2} \sqrt{\sin^2 \varphi_{\text{пр}} - 1}}{Z_{c_1} \cos \varphi - i Z_{c_2} \sqrt{\sin^2 \varphi_{\text{пр}} - 1}} = e^{i\psi_{\parallel}},$$

$$\text{где } \operatorname{tg} \frac{\psi_{\parallel}}{2} = \frac{Z_{c_2} \sqrt{\sin^2 \varphi_{\text{пр}} - 1}}{Z_{c_1} \cos \varphi}.$$

По абсолютной величине $|R_{\perp}| = |R_{\parallel}| = 1$. Это означает, что амплитуды отраженной и падающей волн равны, и, следовательно, наблюдается полное отражение падающей волны.

Рассмотрим процессы, происходящие при явлении полного внутреннего отражения во второй среде. Определим вначале напряженность электрического поля преломленной волны при нормальной поляризации падающей волны.

Поскольку $\dot{\vec{E}}_{0_{\text{пп}}} = T_{\perp} \dot{\vec{E}}_{0_{\text{n}}}$, то

$$\dot{\vec{E}}_{\text{пп}_y} = T_{\perp} \dot{\vec{E}}_{0_{\text{n}}} e^{-ik_2 x \cos \varphi_{\text{пп}}} e^{-i\beta z} = T_{\perp} \dot{\vec{E}}_{0_{\text{n}}} e^{-k_2 x \sqrt{\sin^2 \varphi_{\text{пп}} - 1}} e^{-i\beta z}. \quad (9.5.4)$$

Из (9.5.4) следует, что напряженность электрического поля преломленной волны затухает по экспоненциальному закону вдоль нормали к границе раздела (ось x), а само поле распространяется в некотором слое второй среды вблизи границы раздела с тем же коэффициентом фазы β , что и в первой среде. Такая волна называется поверхностной и из выражения (9.5.4) видно, что она является плоской неоднородной волной, ПРФ которой ($z = \text{const}$) перпендикулярен ПРА ($x = \text{const}$).

Покажем, что затухание в поверхностной волне имеет чисто реактивный характер. Для этого запишем вектор Пойнтинга вдоль нормали к поверхности раздела сред, т. е. вдоль оси x :

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{2} \left[\vec{y}^\circ \dot{E}_y, \vec{z}^\circ \overset{*}{H}_z \right] = \frac{1}{2} \vec{x}^\circ \dot{E}_y \overset{*}{H}_z, \quad (9.5.5)$$

где $\overset{*}{H}_z$ представляет напряженность магнитного поля преломленной волны, и поэтому амплитуда этой величины будет

$$\dot{H}_{\text{пп}_z} = \dot{H}_{0_{\text{пп}}} \cos \varphi_{\text{пп}} = Y_{c_2} \dot{E}_{0_{\text{пп}_y}} \left(-i \sqrt{\sin^2 \varphi_{\text{пп}} - 1} \right). \quad (9.5.6)$$

Из выражений (9.5.4) и (9.5.6) видно, что тангенциальные составляющие напряженностей магнитного ($H_{\text{пп}_z}$) и электрического ($E_{\text{пп}_y}$) полей преломленной волны сдвинуты относительно друг друга на $\frac{\pi}{2}$, так что вектор Пойнтинга в направлении оси x приводит к чисто реактивной мощности и тепловых потерь нет:

$$\vec{\Pi}_{x_{\text{cp}}} = \text{Re} \vec{\Pi}_x = 0.$$

В силу граничных условий $E_{\tau} = E_{\text{пп}_y}$ и $H_z = H_{\text{пп}_z}$, поэтому вектор Пойнтинга всегда направлен в сторону второй среды. Следовательно, об-

мен энергиями между первой и второй средами отсутствует. Реактивная мощность поверхностной волны означает, что происходит обмен энергиями между составляющими электрического ($E_{\text{пр}_y}$) и магнитного ($H_{\text{пр}_z}$) полей во второй среде.

Поле в первой среде над поверхностью раздела вдоль нормали к ней, как и при отражении от идеально проводящей среды, будет иметь вид стоячей волны, однако минимумы и максимумы волны сдвинуты от границы раздела на некоторое расстояние. Так, например, при нормальной поляризации тангенциальную составляющую напряженности результирующего электрического поля в первой среде, образованного наложением падающей и отраженной волн, запишем в следующем виде:

$$\dot{E}_y = \dot{E}_{\text{п}_y} + \dot{E}_{\text{отр}_y},$$

где

$$\dot{E}_{\text{п}_y} = \dot{E}_{0_{\text{п}}} e^{-ik_1 x \cos \varphi} e^{-i\beta z};$$

$$\dot{E}_{\text{отр}_y} = \dot{E}_{\text{отр}} e^{ik_1 x \cos \varphi} e^{-i\beta z} = \dot{E}_{0_{\text{п}}} R_{\perp} e^{ik_1 x \cos \varphi} e^{-i\beta z}.$$

Учитывая, что $R_{\perp} = e^{i\Psi_{\perp}}$, имеем

$$\begin{aligned} \dot{E}_y &= \dot{E}_{0_{\text{п}}} e^{-i\beta z} e^{i\frac{\Psi_{\perp}}{2}} \left[e^{-i\left(k_1 x \cos \varphi + \frac{\Psi_{\perp}}{2}\right)} + e^{-i\left(k_1 x \cos \varphi + \frac{\Psi_{\perp}}{2}\right)} \right] = \\ &= \dot{E}_{0_{\text{п}}} e^{-i\beta z} e^{i\frac{\Psi_{\perp}}{2}} 2 \cos\left(i k_1 x \cos \varphi + \frac{\Psi_{\perp}}{2}\right). \end{aligned}$$

Таким образом, фаза стоячей волны приобретает сдвиг, равный половине фазы коэффициента отражения (рис. 9.5.2).

В результате на границе раздела сред образуется единое поле, представляющее результирующее поле в первой среде и поле поверхностной волны во второй среде. Это единое ЭМП распространяется вдоль границы раздела с фазовой скоростью, лежащей между скоростями волн в первой и второй средах, как если бы они были неограниченными:

$$v_{1_{\Phi}} < v_{\Phi} < v_{2_{\Phi}}.$$

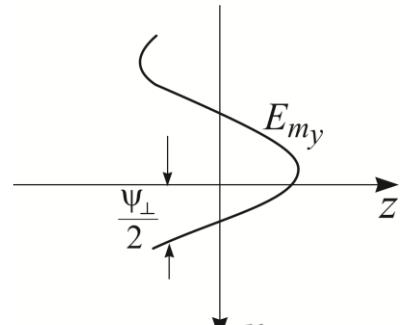


Рис. 9.5.2

Переписывая последнее неравенство в виде

$$\frac{\omega}{k_1} < \frac{\omega}{k_1 \sin \varphi} < \frac{\omega}{k_2},$$

убеждаемся, что оно верно, так как $k_1 > k_1 \sin \varphi > k_2$.

Поскольку результирующее поле в первой среде распространяется с фазовой скоростью, большей, нежели скорость $v_{1\phi}$ волн в этой же неограниченной среде, то результирующую волну называют ускоренной, а поверхность волну, распространяющуюся с этой же фазовой скоростью, но меньшей относительно скорости $v_{2\phi}$ волн в неограниченной второй среде, называют замедленной.

Таким образом, в неоднородной среде (вдоль границы раздела) процесс распространения происходит с некоторой средней скоростью, причем с увеличением угла падения фазовая скорость уменьшается.

Итак, для возникновения явления полного отражения волны от границы раздела двух диэлектриков необходимо выполнение двух условий:

- вторая среда должна обладать меньшим показателем преломления, нежели первая ($n_2 < n_1$);
- угол падения должен быть больше критического ($\varphi > \varphi_{kp}$).

Явление полного внутреннего отражения широко используется в системах передачи информации. Достаточно указать, что на основе этого явления разработаны оптоволоконные линии связи, а также фидерные линии с поверхностной волной.

9.6. Полное прохождение волны из одной среды в другую

Условием полного прохождения ЭМВ из одной среды в другую является равенство нулю коэффициента отражения ($R = 0$).

При параллельной поляризации волны это условие ($R_{||} = 0$) эквивалентно равенству

$$Z_{c_1} \cos \varphi = Z_{c_2} \cos \varphi_{pp}. \quad (9.6.1)$$

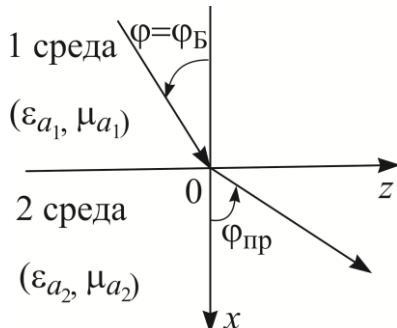


Рис. 9.6.1

Совместно с законом синусов

$$\sin \varphi_{pp} = \frac{k_1}{k_2} \sin \varphi$$

оно определяет угол падения, называемый углом Брюстера (φ_B), при котором происходит полное прохождение волны из одной среды в другую (рис. 9.6.1).

При отклонении угла падения от угла Брюстера падающая волна частично проходит во вторую среду, а частично – отражается.

Получим выражение для угла Брюстера в случае, когда среды представляют собой немагнитные диэлектрики ($\mu_{a_1} = \mu_{a_2} = \mu_0$) с различными значениями диэлектрической проницаемости ($\epsilon_{a_1} \neq \epsilon_{a_2}$).

Тогда

$$Z_{c_1} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_1}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}, \quad Z_{c_2} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_2}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}, \quad \frac{k_1}{k_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}},$$

и равенство (9.6.1) примет вид

$$\frac{1}{\epsilon_1} \cos^2 \varphi = \frac{1}{\epsilon_2} \left(1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \varphi \right)$$

или

$$1 - \sin^2 \varphi = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \right)^2 \sin^2 \varphi.$$

$$\text{Так как } \epsilon_1 \neq \epsilon_2, \text{ то } \sin^2 \varphi = \frac{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1}{\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \right)^2 - 1} = \frac{1}{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} + 1}.$$

С другой стороны, из курса тригонометрии известно, что

$$\sin^2 \varphi = \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 \varphi + 1}.$$

Сопоставляя два последних значения $\sin^2 \varphi$, получаем

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} = \operatorname{tg} \varphi_B. \quad (9.6.2)$$

Отсюда следует, что угол Брюстера для диэлектриков без потерь не зависит от частоты волны.

Если же $\epsilon_{a_1} = \epsilon_{a_2}$, то $R_{||} = 0$ при любом угле падения, но если при этом $\mu_{a_1} \neq \mu_{a_2}$, то значение угла Брюстера получим с помощью принципа перестановочной двойственности:

$$\operatorname{tg} \varphi_B = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}. \quad (9.6.3)$$

При нормальной поляризации волны и условиях $\epsilon_{a_1} \neq \epsilon_{a_2}$ и $\mu_{a_1} = \mu_{a_2}$ угол Брюстера не существует, и волна отражается при любых значениях угла падения.

Действительно, если $R_\perp = 0$, то имеет место равенство

$$Y_{c_1} \cos \varphi = Y_{c_2} \cos \varphi_{\text{пр}}$$

или

$$\epsilon_1 \cos^2 \varphi = \epsilon_2 \left(1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \varphi \right),$$

которое выполняется только при $\epsilon_1 = \epsilon_2$.

Волны с круговой или эллиптической поляризациями векторов поля будут отражаться при любых углах падения, поскольку такие волны можно представить в виде суперпозиции волн с двумя линейно-поляризованными и взаимно перпендикулярными векторами и, таким образом, свести задачу к рассмотренным выше.

Появление угла Брюстера можно объяснить следующим образом. Преломленная волна поляризует вторую среду, причем, как было показано ранее, дипольные моменты молекул вещества ориентируются параллельно вектору напряженности электрического поля преломленной волны (рис. 9.6.2). Эти молекулярные диполи можно рассматривать как элементарные электрические излучатели, создающие электромагнитные волны, суперпозиция которых образует в первой среде отраженную волну. Однако отраженной волны не будет, если оси диполей параллельны тому направлению, по которому должна распространяться отраженная волна, поскольку элементарный электрический излучатель вдоль оси не излучает.

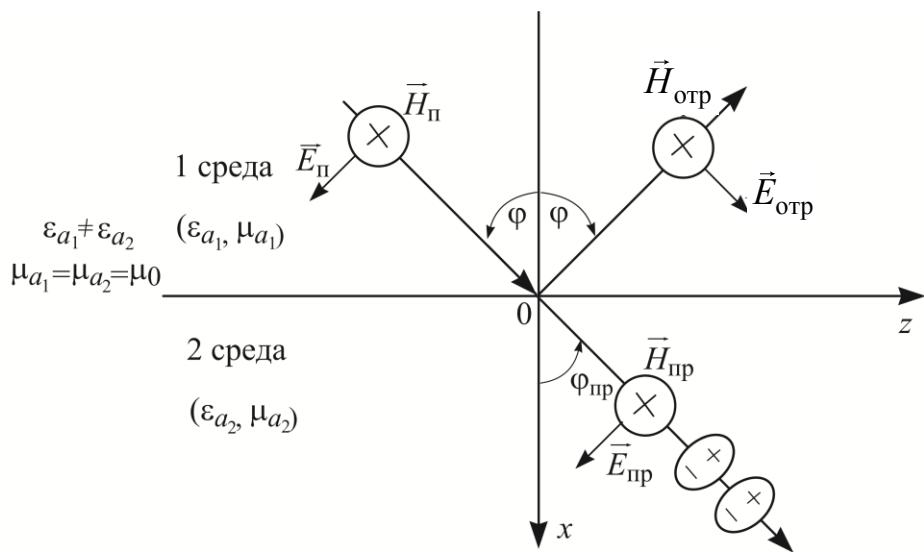


Рис. 9.6.2

Отсутствие отраженной волны при падении однородной плоской волны на границу раздела двух диэлектриков под углом Брюстера обеспечивается выполнением условия

$$\varphi_B + \varphi_{\text{пр}} = \frac{\pi}{2},$$

что можно показать, сопоставив формулу для угла Брюстера (9.6.2), записав ее в виде

$$\frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_B} = n_{21},$$

с формулой для закона синусов (9.2.4) для данного случая

$$\frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_{\text{пр}}} = n_{21},$$

откуда $\cos \varphi_B = \sin \varphi_{\text{пр}}$, и, следовательно, $\varphi_B + \varphi_{\text{пр}} = \frac{\pi}{2}$.

В случае нормальной поляризации падающей волны молекулярные диполи во второй среде будут расположены перпендикулярно плоскости падения, и, следовательно, в самой плоскости падения излучение элементарных электрических излучателей будет равномерным во всех направлениях. Поэтому угол Брюстера для нормально поляризованной падающей волны не существует.

Вопросы для самопроверки

1. Нарисуйте направление волн на границе раздела сред. Поясните, что требуется найти для отраженной и преломленной волн.
2. Сформулируйте законы Снеллиуса.
3. Дайте определения коэффициентам отражения и прохождения.
4. Укажите особенности поля при отражении от идеально проводящей поверхности.
5. Укажите условия полного отражения волны от поверхности раздела двух сред.
6. Укажите условия полного прохождения волны из одной среды в другую.
7. Объясните, что такое поверхностная волна и когда она возникает.
8. Поясните, что такое угол Брюстера и для какой поляризации волны он существует.

ГЛАВА 10. ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ В СРЕДЕ С ПОТЕРЯМИ

10.1. Характеристики плоской волны в неограниченной среде с потерями

Рассмотрим случай, когда однородная плоская волна распространяется в линейной однородной изотропной безграничной среде. Если потери в среде отсутствуют, то первое уравнение Максвелла в дифференциальной форме для комплексных амплитуд с учетом стороннего источника записывается в виде

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \dot{\vec{j}}_{\text{ct}} + i\omega \varepsilon_a \dot{\vec{E}}.$$

При наличии в среде потерь запись этого уравнения, как было показано ранее, будет:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \dot{\vec{j}}_{\text{ct}} + i\omega \tilde{\varepsilon}_a \dot{\vec{E}}.$$

где $\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon_a \left(1 - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_a} \right) = \varepsilon_a \left(1 - i \operatorname{tg} \hat{\delta} \right)$, $\operatorname{tg} \hat{\delta}$ – тангенс угла диэлектрических потерь.

Из сопоставления уравнений видно, что соотношения для векторов ЭМП, полученные для среды без потерь, могут быть распространены и на среду с потерями при замене абсолютной диэлектрической проницаемости среды (ε_a) на комплексную абсолютную диэлектрическую проницаемость ($\tilde{\varepsilon}_a$), что обуславливает появление ряда новых закономерностей.

1. Характеристическое сопротивление среды с потерями становится комплексной величиной

$$\tilde{Z}_c = \sqrt{\frac{\mu_a}{\tilde{\varepsilon}_a}} = |\tilde{Z}_c| e^{i\psi}, \quad (10.1.1)$$

где $|\tilde{Z}_c| = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a} \cos^2 \hat{\delta}}$; $\psi = \frac{\hat{\delta}}{2}$.

Поскольку характеристическое сопротивление среды представляет отношение амплитуд поперечных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей, то появление в выражении для характеристического сопротивления угла $\psi \neq 0$ приводит к тому, что напряженности электрического и магнитного полей в ЭМВ становятся не синфазными.

Действительно, в среде без потерь однородная плоская линейно-поляризованная волна, распространяющаяся в направлении положительных значений оси z , записывается в форме комплексных амплитуд:

$$\dot{\vec{E}}_x(z) = \vec{x}^\circ \dot{\vec{E}}_0 e^{-ikz}, \quad (10.1.2)$$

$$\dot{\vec{H}}_y(z) = \vec{y}^\circ \dot{H}_0 e^{-ikz}, \quad (10.1.3)$$

где \vec{E}_0, \vec{H}_0 – соответственно начальные амплитуды векторов поля при $z = 0$.

Начальную фазу векторов поля здесь и далее для простоты записи положим равной нулю.

В среде с потерями величина ik получается комплексной:

$$i\tilde{k} = i\omega\sqrt{\tilde{\epsilon}_a\mu_a} = \gamma = \alpha + i\beta, \quad (10.1.4)$$

где γ – постоянная распространения волны; α – коэффициент ослабления; β – коэффициент фазы.

С учетом соотношений (10.1.1) и (10.1.4) выражения для напряженностей поля волны в среде с потерями будут:

$$\dot{\vec{E}}_x(z) = \vec{x}^\circ \dot{E}_0 e^{-i\tilde{k}z} = \vec{x}^\circ \dot{E}_0 e^{-\alpha z} e^{-i\beta z}, \quad (10.1.5)$$

$$\dot{\vec{H}}_y(z) = \vec{y}^\circ \dot{H}_0 e^{-i\tilde{k}z} = \vec{y}^\circ \frac{\dot{E}_0}{|\tilde{Z}_c|} e^{-\alpha z} e^{-i\left(\beta z + \frac{\hat{\delta}}{2}\right)}. \quad (10.1.6)$$

Переходя от комплексных амплитуд (10.1.5) и (10.1.6) к мгновенным значениям, получим:

$$\vec{E}_x(t) = \vec{x}^\circ E_m e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z), \quad (10.1.7)$$

$$\vec{H}_y(t) = \vec{y}^\circ \frac{E_m}{|\tilde{Z}_c|} e^{-\alpha z} \cos\left(\omega t - \beta z - \frac{\hat{\delta}}{2}\right). \quad (10.1.8)$$

На рис. 10.1.1 показана структура поля распространяющейся вдоль оси z плоской линейно-поляризованной волны в среде с потерями в некоторый фиксированный момент времени ($t = \text{const}$).

Из рис. 10.1.1 видно, что векторы поля \vec{E} и \vec{H} сдвинуты относительно друг друга по фазе на вели-

чину $\hat{\psi} = \frac{\hat{\delta}}{2}$, а амплитуды векторов

уменьшаются с увеличением расстояния, проходимого волной.

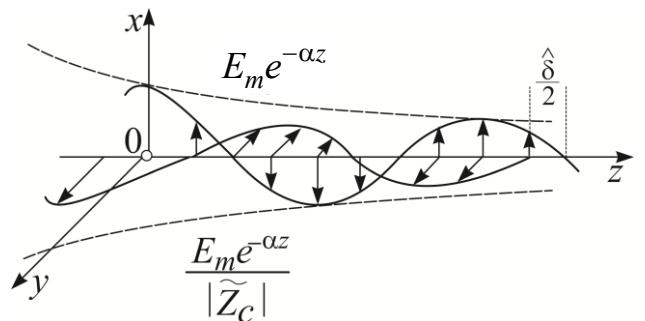


Рис. 10.1.1

2. Это уменьшение амплитуды обусловлено потерями энергии волны, идущими на нагрев среды (тепловые потери) и характеризуемыми коэффициентом ослабления. Запишем амплитуду вектора напряженности электрического поля волны, прошедшей путь длиной z в среде с потерями, как

$$E_m(z) = E_m(0)e^{-\alpha z},$$

где $E_m(0)$ – величина амплитуды в начале пути ($z = 0$).

Отношение

$$\frac{E_m(0)}{E_m(z)} = \exp(\alpha z)$$

показывает, во сколько раз уменьшилась амплитуда волны при прохождении расстояния z .

Ослабление или затухание измеряют в неперах (Нп) или децибелях (дБ). Ослабление на пути длины z в неперах будет

$$\ln \left[\frac{E_m(0)}{E_m(z)} \right] = \alpha z,$$

в децибелах –

$$20 \lg \left[\frac{E_m(0)}{E_m(z)} \right] = 20 \alpha z \lg e = 8,69 \alpha z,$$

и, следовательно,

$$1 \text{ Нп} = 8,69 \text{ дБ.}$$

Таким образом, коэффициент ослабления определяет уменьшение амплитуды волны при прохождении ею единицы длины пути (м или км).

Наличие потерь приводит к убыванию мощности, переносимой волной, которая безвозвратно расходуется на нагрев среды. Если начальная мощность волны $P(0)$, то после прохождения ею пути длиной z с учетом зависимости между напряженностью поля и мощностью получаем

$$P(z) = P(0)e^{-2\alpha z}.$$

3. Положив коэффициент ослабления равным нулю, из сопоставления (10.1.2) и (10.1.5) видим, что в среде с потерями коэффициент фазы играет роль волнового числа, поэтому фазовая скорость и длина волны будут

$$\nu_\phi = \frac{\omega}{\beta}, \quad \lambda = \nu_\phi T = \frac{2\pi}{\beta}.$$

Поскольку комплексная диэлектрическая проницаемость $\tilde{\epsilon}_a$ зависит от частоты, то и все вышеуказанные величины зависят от частоты, в том числе и фазовая скорость.

Среда, в которой фазовая скорость распространяющейся волны зависит от частоты, называется диспергирующей, а само явление – дисперсией. В такой среде при распространении волны возникают специфические искажения сигнала.

Дисперсия подразделяется на нормальную, когда с увеличением частоты фазовая скорость уменьшается, и аномальную – когда фазовая скорость растет. В среде с потерями ($\sigma > 0$) присутствует аномальная дисперсия.

4. Как отмечалось ранее, параметр $\operatorname{tg} \delta$ служит критерием деления сред по их электрическим свойствам. Определим характеристики волны для предельных значений тангенса угла потерь: $\operatorname{tg} \delta \ll 1$ (реальный диэлектрик) и $\operatorname{tg} \delta \gg 1$ (проводник). В исходное соотношение (10.1.4), служащее для получения выражений коэффициентов ослабления и фазы, входит величина $\sqrt{\tilde{\epsilon}_a}$.

Для диэлектрика представим эту величину, используя приближенную формулу $\sqrt{1-\alpha} \approx 1 - \frac{\alpha}{2}$ (при $\alpha \ll 1$), как

$$\sqrt{\tilde{\epsilon}_a} \approx \sqrt{\epsilon_a} \left(1 - i \frac{\sigma}{2\omega\epsilon_a} \right).$$

Тогда постоянная распространения будет

$$\gamma = \alpha + i\beta = i\omega\sqrt{\epsilon_a\mu_a} \left(1 - i \frac{\sigma}{2\omega\epsilon_a} \right),$$

и отсюда

$$\beta \approx \omega\sqrt{\epsilon_a\mu_a} = k, \quad (10.1.9)$$

$$\alpha \approx \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \frac{\sigma}{2} = Z_c \frac{\sigma}{2}. \quad (10.1.10)$$

Таким образом, в случае реального диэлектрика коэффициент фазы практически совпадает с волновым числом, коэффициент ослабления мал, так как мала величина σ , $|\tilde{Z}_c| \approx \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}$, $\psi \approx 0$.

Для проводника $\left| i \frac{\sigma}{\omega\epsilon_a} \right| \gg 1$, поэтому

$$\sqrt{\epsilon_a} \approx \sqrt{-i \frac{\sigma}{\omega}} \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\omega}} e^{-i \frac{\pi}{2}} \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\omega}} e^{-i \frac{\pi}{4}} \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\omega}} \left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right) \approx \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega}} (1 - i),$$

тогда постоянная распространения

$$\gamma = \alpha + i\beta \approx i\sqrt{\frac{\sigma\mu_a\omega}{2}}(1-i),$$

и отсюда

$$\alpha = \beta \approx \sqrt{\frac{\sigma\mu_a\omega}{2}}. \quad (10.1.11)$$

Из соотношения (10.1.11) видно, что коэффициенты α и β одинаково зависят от ω и σ и велики, поскольку в проводнике велика удельная электрическая проводимость. Поэтому и переменное ЭМП на высоких частотах в проводнике быстро ослабляется и практически не проникает внутрь вещества.

Расстояние (Δ), при прохождении которого ЭМП ослабляется в « e » раз, называется глубиной проникновения

$$\Delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_a\sigma}}. \quad (10.1.12)$$

Из формулы (10.1.12) следует, что с ростом удельной электрической проводимости и частоты глубина проникновения волны в проводящую среду уменьшается и ЭМП существует только в тонком пограничном слое – это так называемый поверхностный эффект или скин-эффект. Предельный случай возникает в идеальном проводнике ($\sigma = \infty$), когда глубина проникновения равна нулю.

Длина волны в проводнике $\left(\lambda = \frac{2\pi}{\beta}\right)$ резко уменьшается по сравнению с длиной волны в диэлектрике при одной и той же частоте.

Характеристическое сопротивление проводника равно

$$\tilde{Z}_c = \left| \sqrt{\frac{\mu_a\omega}{\sigma}} e^{i\frac{\pi}{4}} \right|, \quad (10.1.13)$$

и, следовательно, величина характеристического сопротивления мала, а сдвиг фаз между векторами напряженности электрического и магнитного полей составляет 45° .

Наконец, для промежуточного вида сред с $\operatorname{tg}\hat{\delta} \approx 1$ имеем следующие общие зависимости:

- среда является диспергирующей;

- между векторами \vec{E} и \vec{H} сдвиг по фазе лежит в интервале

$$0^\circ \leq \psi \leq \frac{\pi}{4};$$

- длина волны по сравнению с длиной волны в идеальном диэлектрике уменьшается;

– амплитуда распространяющейся волны убывает.

Расчет коэффициентов ослабления и фазы проводится по точным формулам, вытекающим из соотношения (10.1.4) и имеющимся в учебниках, указанных в списке литературы.

10.2. Падение плоской волны на границу среды с потерями. Приближенные граничные условия Леоновича – Щукина

Случай падения плоской волны на границу раздела «диэлектрик – среда с потерями» реализуется, например, при приеме земной станцией радиосигнала от космического объекта. Геометрия распространения волны показана на рис. 10.2.1, где однородная плоская волна, распространяющаяся в идеальном диэлектрике с параметрами $\epsilon_{a_1}, \mu_{a_1}$ падает под углом ϕ на плоскую поверхность среды с параметрами $\epsilon_{a_2}, \mu_{a_2}, \sigma$.

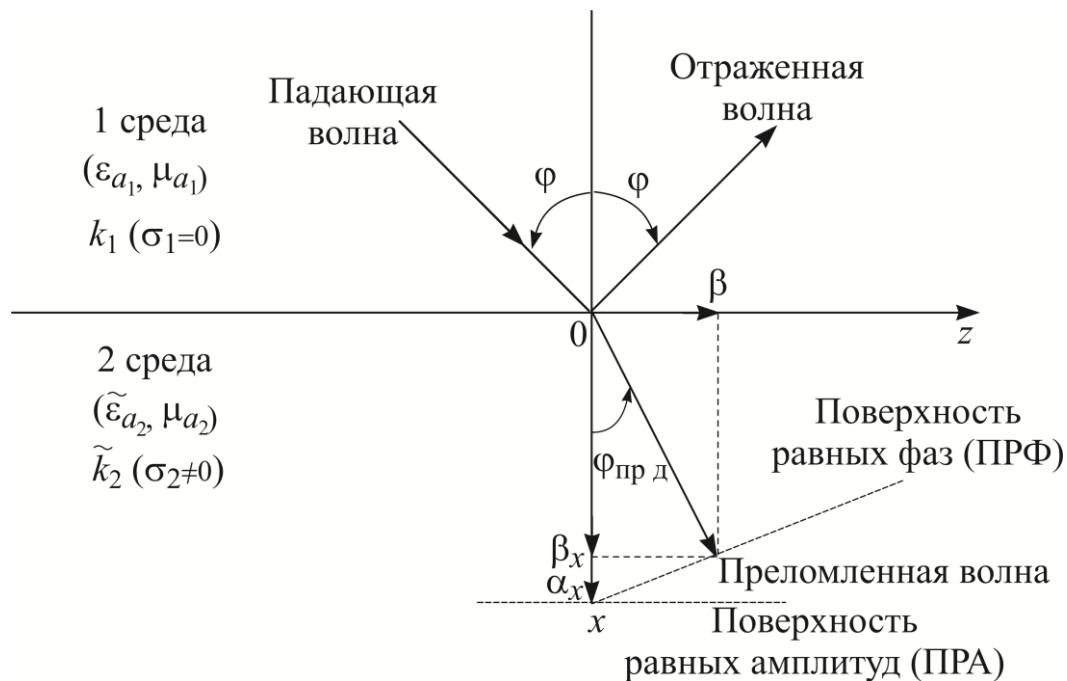


Рис. 10.2.1

В среде с потерями ($\sigma_2 \neq 0$) волновое число, как это следует из выражения (10.1.4), есть комплексная величина

$$\tilde{k}_2 = \beta_2 - i\alpha_2. \quad (10.2.1)$$

Тогда, исходя из закона синусов, получается, что и угол преломления также становится комплексной величиной:

$$\sin \tilde{\varphi}_{\text{пр}} = \frac{k_1 \sin \varphi}{\tilde{k}_2} = \frac{k_1 \sin \varphi}{\beta_2 - i\alpha_2}, \quad (10.2.2)$$

поэтому комплексный угол $\tilde{\varphi}_{\text{пр}}$ не является геометрическим углом, определяющим распространение преломленной волны.

Определим действительный или истинный угол преломления $\Phi_{\text{прд}}$ из следующих соображений. Направление движения преломленной волны можно разложить на две составляющие (проекции на соответствующие оси координат). С одной стороны, как было уже показано, вдоль границы раздела устанавливается единый электромагнитный процесс с фазовым коэффициентом β , определяющим распространение составляющей преломленной волны вдоль оси z

$$\beta = k_1 \sin \varphi = \tilde{k}_2 \sin \tilde{\varphi}_{\text{пр}}. \quad (10.2.3)$$

С другой – изменение амплитуды и фазы составляющей преломленной волны вдоль оси x записывается в виде

$$i\tilde{k}_2 \cos \tilde{\varphi}_{\text{пр}} = \alpha_x + i\beta x. \quad (10.2.4)$$

Направление распространения преломленной волны и будет определяться сочетанием этих факторов.

В качестве примера запишем электрическое поле преломленной волны с нормальной поляризацией:

$$\dot{E}_{\text{пр}_y} = T_{\perp} \dot{E}_{0_n} e^{-i\tilde{k}_2(x \cos \varphi_{\text{пр}} + z \sin \varphi_{\text{пр}})} = T_{\perp} \dot{E}_{0_n} e^{-\alpha_x x} e^{-i(\beta_x x + \beta z)}. \quad (10.2.5)$$

Здесь величина α_x определяет затухание поля преломленной волны вдоль оси x от границы раздела сред, поверхность равной фазы описывается уравнением

$$\beta_x x + \beta z = \text{const} \quad (10.2.6)$$

и не совпадает с поверхностью равной амплитуды, отображаемой условием $x = \text{const}$ (рис. 10.2.1). Следовательно, в среде с потерями распространяется неоднородная плоская волна, хотя падающая волна была однородной.

Направление распространения преломленной волны образует с осью x действительный или истинный угол преломления $\Phi_{\text{прд}}$, который можно определить, исходя из того что направление распространения перпендикулярно поверхности равных фаз, поэтому

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{прд}} = \frac{\beta}{\beta_x}. \quad (10.2.7)$$

Рассмотрим теперь важный для практических приложений случай, когда однородная плоская ЭМВ, распространяющаяся в диэлектрике, падает на проводящую среду с очень большим, но конечным значением удельной электрической проводимости (например, металл).

Покажем, что в этом случае практически при любом угле падения действительный угол преломления приближенно равен нулю. Для доказательства запишем соотношение (10.2.7) с учетом выражения (10.2.4)

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{прд}} = \frac{\beta}{\beta_x} = \frac{k_1 \sin \varphi}{\operatorname{Re}(\tilde{k}_2 \cos \tilde{\varphi}_{\text{пр}})} = \frac{k_1 \sin \varphi}{\operatorname{Re}(\sqrt{\tilde{k}_2^2 - k_1^2 \sin^2 \varphi})}. \quad (10.2.7)$$

Поскольку в хорошо проводящих средах ($\sigma \rightarrow \infty$) коэффициенты ослабления и фазы велики, то

$$|\tilde{k}_2| \approx \sqrt{\omega \mu_{a_2} \sigma_2} \gg k_1$$

и $\operatorname{tg} \varphi_{\text{прд}} = 0$ или $\varphi_{\text{прд}} = 0$ (рис. 10.2.2).

Следовательно, при падении на хорошо проводящую среду преломленная ЭМВ фактически распространяется в ней вдоль нормали к поверхности раздела сред, а амплитуда волны быстро убывает также вдоль этой нормали, поэтому в проводнике преломленная волна является однородной плоской волной.

Векторы напряженности поля преломленной волны $\vec{E}_{\text{пр}}$ и $\vec{H}_{\text{пр}}$ почти параллельны поверхности раздела сред, т. е. имеют только тангенциальные составляющие, и в силу граничных условий они приблизительно равны тангенциальным составляющим полей в первой среде

$$\dot{\vec{E}}_{\text{пр}} = \dot{\vec{E}}_{\tau_1}, \quad (10.2.9)$$

$$\dot{\vec{H}}_{\text{пр}} = \dot{\vec{H}}_{\tau_1^*}, \quad (10.2.10)$$

где $\vec{\tau}_1^\circ$ и $\vec{\tau}_1^{*\circ}$ – касательные орты в первой среде на границе раздела (рис. 10.2.3).

В проводнике для преломленной волны справедливо такое же соотношение, как и для плоской волны, распространяющейся в неограниченной среде

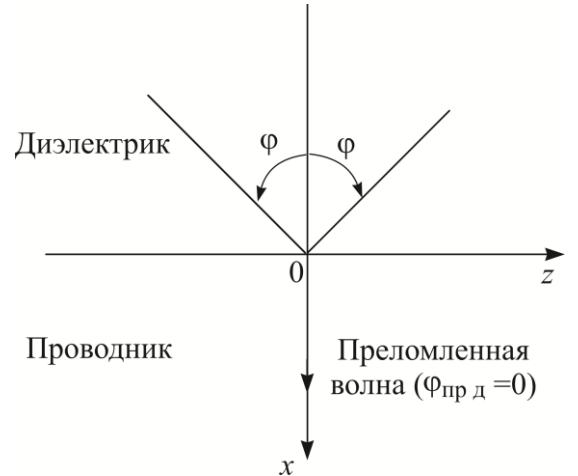


Рис. 10.2.2

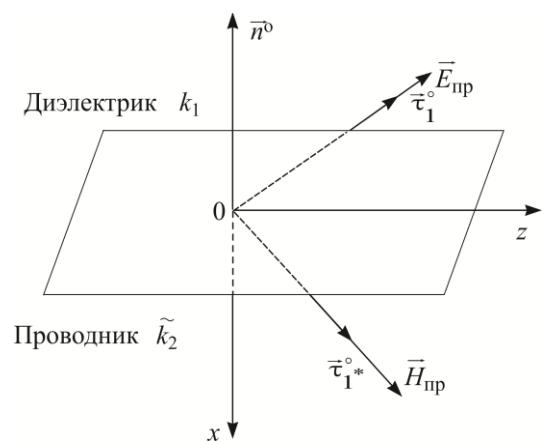


Рис. 10.2.3

$$\dot{\vec{E}}_{\text{пр}} = \tilde{Z}_{c_2} \left[\vec{n}^\circ \dot{\vec{H}}_{\text{пр}} \right], \quad (10.2.11)$$

где

$$\tilde{Z}_{c_2} = \sqrt{\frac{\mu_{a_2}}{\tilde{\epsilon}_{a_2}}} = \sqrt{\frac{\omega \mu_{a_2}}{2\sigma_2}} (1+i), \quad (10.2.12)$$

а \vec{n}° – внешняя нормаль к проводящей среде.

С учетом (10.2.9) и (10.2.10) соотношение (10.2.11) перепишется в виде

$$\dot{\vec{E}}_{\tau_1} = \tilde{Z}_{c_2} \left[\vec{n}^\circ, \dot{\vec{H}}_{\tau_1^*} \right], \quad (10.2.13)$$

а принимая во внимание, что $\left[\vec{n}^\circ \dot{\vec{H}}_{n_1} \right] = 0$, можно вместо $\dot{\vec{H}}_{\tau_1^*}$ подставить полный вектор напряженности магнитного поля в первой среде, который равен

$$\dot{\vec{H}}_1 = \dot{\vec{H}}_{n_1} + \dot{\vec{H}}_{\tau_1^*}.$$

Тогда окончательно запишем:

$$\dot{\vec{E}}_{\tau_1} = \tilde{Z}_{c_2} \left[\vec{n}^\circ, \dot{\vec{H}}_1 \right], \quad (10.2.14)$$

или

$$\dot{\vec{E}}_{\tau_1} = \tilde{Z}_{c_2} \dot{\vec{H}}_{\tau_1^*}. \quad (10.2.14a)$$

Это соотношение и есть приближенные граничные условия Леонтовича–Щукина (приближенные, поскольку угол $\Phi_{\text{пр}_D}$ только приближенно равен нулю).

Суть приближенных граничных условий Леонтовича–Щукина заключается в том, что соотношение между тангенциальными составляющими напряженности электрического и магнитного полей со стороны первой среды определяется характеристическим сопротивлением со стороны второй среды.

Таким образом, приближенные граничные условия устанавливают связь между различными векторами поля в одной среде, тогда как обычные граничные условия дают соотношение между одними и теми же векторами поля в разных средах.

Значение приближенных граничных условий состоит в том, что они позволяют не рассматривать поле внутри второй среды и учитывать ее наличие с помощью этих условий на поверхности среды.

Приближенные граничные условия находят широкое применение в задачах распространения радиоволн.

Величину \tilde{Z}_{c_2} называют также поверхностным сопротивлением металла. Как известно, тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля H_τ вызывает на поверхности идеального проводника поверхностный электрический ток с плотностью

$$\dot{\vec{j}}_s = \dot{\vec{H}}_\tau. \quad (10.2.15)$$

Тангенциальная составляющая электрического поля и поверхностный ток $\dot{\vec{j}}_s$ направлены одинаково, и между ними существует прямая зависимость

$$\dot{\vec{E}}_\tau = Z_s \dot{\vec{j}}_s, \quad (10.2.16)$$

где Z_s – поверхностное сопротивление проводника.

Из сопоставления (10.2.16) и (10.2.14) заключаем

$$\tilde{Z}_s = \tilde{Z}_{c_2} \quad (10.2.17)$$

и, таким образом,

$$\tilde{Z}_s = R_s + iX_s, \quad (10.2.18)$$

где $R_s = X_s = \sqrt{\frac{\omega\mu_{a_2}}{2\sigma_2}}$ – соответственно активное и реактивное поверхностные сопротивления проводника.

В реальном проводнике удельная электрическая проводимость очень велика и поэтому характеристическое сопротивление проводника и тангенциальная составляющая электрического поля на границе раздела с первой средой весьма малы. Последовательность применения приближенных граничных условий следующая. Вначале устанавливают, положив $\sigma = \infty$, величину H_τ , а затем, используя реальное значение σ_2 , находят E_τ по формуле (10.2.13). Хотя величина E_τ на поверхности проводника мала, но она определяет нормальную к поверхности раздела составляющую вектора $\vec{\Pi}$ и тем самым – уходящий в металл поток энергии волны, именно поэтому величина E_τ используется при расчете потерь в проводнике.

Нормальная к поверхности проводника составляющая вектора Пойнтинга равна

$$\tilde{\Pi}_x = \frac{1}{2} \dot{E}_{\tau_1} \vec{H}_{\tau_1}^* = \frac{1}{2} Z_c |H_\tau|^2. \quad (10.2.19)$$

Если размеры проводника велики по сравнению с глубиной проникновения, то поток энергии целиком расходуется на потери внутри проводника

$$P_\pi = \operatorname{Re} \int_s \tilde{\Pi} d\vec{s} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_s |H_\tau|^2 ds. \quad (10.2.20)$$

Формула (10.2.20) применяется при расчете потерь в линиях передачи энергии ЭМВ.

Границными условиями Леонтического – Щукина можно пользоваться не только в случае плоских границ раздела, но и для криволинейных поверхностей раздела, если только их радиус кривизны значительно превышает глубину проникновения. При выполнении этого требования приближенные граничные условия применимы и к цилиндрическому проводу.

В результате наличия поверхностного эффекта как бы уменьшается сечение провода, эффективное сечение оказывается меньше геометрического. Это приводит к увеличению активного сопротивления на переменном токе по сравнению с сопротивлением на постоянном (на СВЧ во много раз).

В целях экономии металла и уменьшения потерь на СВЧ используют трубчатые проводники (волноводы) или заменяют сплошной проводник большим числом изолированных тонких проводников. Радиус каждого проводника выбирают малым с тем, чтобы поверхностный эффект был слабым. Явление поверхностного эффекта используют также при экранировании объектов от воздействия электромагнитного излучения. Если толщина экрана составляет несколько глубин проникновения, то ЭМП за экран не проходит.

Вопросы для самоподготовки

1. Объясните отличие в записи формул для плоской волны в средах с потерями и без потерь.
2. Поясните, что такое глубина проникновения.
3. Поясните физический смысл истинного или действительного угла преломления.
4. Объясните сущность приближенных граничных условий Леонтического – Щукина.
5. Поясните, в чем проявляется поверхностный эффект.

ГЛАВА 11. НАПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ И НАПРАВЛЯЕМЫЕ ВОЛНЫ

11.1. Классификация направляющих систем

ЭМВ подразделяются на свободно распространяющиеся и направляемые. Свободно распространяющиеся волны существуют в естественных средах, и примером могут служить волны в космосе, причем по мере удаления от источника излучения их энергия распределяется по все большему пространству. Поэтому вектор Пойнтига, характеризующий плотность электромагнитной энергии, быстро уменьшается с расстоянием. Для увеличения плотности энергии в требуемом направлении применяют антенны с узкой диаграммой направленности. Однако достаточно удовлетворительная передача энергии ЭМП достигается только с помощью направляемых волн, энергия которых канализируется направляющими системами.

Устройство, ограничивающее (экранирующее) пространство, в котором распространяются ЭМВ, и направляющее поток электромагнитной энергии к потребителю, называется линией передачи энергии или направляющей системой.

Линия передачи имеет границы раздела, вдоль которых и происходит распространение направляемых ею ЭМВ. Наиболее ярко этот процесс проявляется на границе раздела сред с полным внутренним отражением.

Линии передачи можно разделить на закрытые, открытые и гибридные типы.

Поперечное сечение линий передачи закрытого типа охватывает замкнутый проводящий контур, ограничивающий область распространения ЭМВ. Поэтому в пространстве, окружающем линию передачи закрытого типа, ЭМП не существует.

Поперечное сечение линий открытого типа не имеет такого проводящего контура, и ЭМП присутствует в пространстве вблизи линии в виде поверхностной волны.

Гибридные или оптические линии передачи (световоды) сочетают признаки линий и открытого и закрытого типов. С одной стороны, ЭМП сосредоточено внутри световода, а с другой – отсутствует проводящая поверхность, охватывающая это поле.

В качестве примеров линий передачи можно привести: закрытого типа – металлические волноводы и коаксиальные линии, открытого – различные проволочные линии, оптического – волоконно-оптические световоды.

На рис. 11.1.1 изображены поперечные сечения некоторых линий передачи: а) двухпроводная линия; б) коаксиальная линия; в) несимметричная полосковая линия; г) прямоугольный волновод.

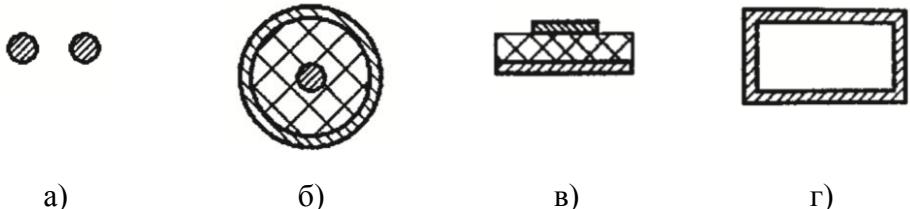


Рис. 11.1.1

Различные типы линий передачи используются в определенных участках частотного диапазона. Так, например, металлические волноводы применяются в диапазонах волн от дециметровых до миллиметровых, а коаксиальные линии – от гектометровых до сантиметровых.

Линии передачи классифицируются и по порядку связности поперечного сечения. Это геометрическая характеристика, определяемая числом проводящих поверхностей. Линии передачи могут быть одно-, двух-, трех- и многосвязными или нулевой связности при отсутствии проводящих поверхностей.

Все линии передачи подразделяются на регулярные и нерегулярные.

Регулярными называются линии передачи, у которых в продольном направлении постоянны размеры поперечного сечения и электромагнитные свойства сред, заполняющих линию. Продольная ось линии передачи обычно совмещается с осью z в прямоугольной системе координат.

Линии передачи разделяются на однородные и неоднородные, при этом под однородными понимают линии передачи, заполненные однородной средой.

Далее будут рассматриваться регулярные однородные линии передачи.

11.2. Классификация направляемых волн

Направляемые волны различаются по наличию или отсутствию продольной составляющей электрического или магнитного полей и образуют несколько классов.

1. Волна класса T – поперечная ЭМВ, в которой продольные составляющие электрического и магнитного полей отсутствуют ($E_z = H_z = 0$) (обозначение волны происходит от английского слова *transverse* – поперечный). Расположение векторов поля T -волны показано на рис. 11.2.1.

2. Волна класса H – магнитная или поперечно-электрическая волна, в которой отсутствует продольная составляющая напряженности электрического поля ($E_z = 0, H_z \neq 0$) (рис. 11.2.2).

3. Волна класса E – электрическая или поперечно-магнитная волна, в которой отсутствует продольная составляющая напряженности магнитного поля ($E_z \neq 0, H_z = 0$) (рис. 11.2.3).

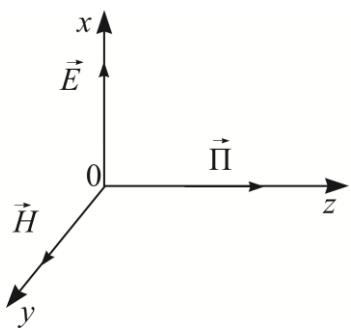


Рис. 11.2.1

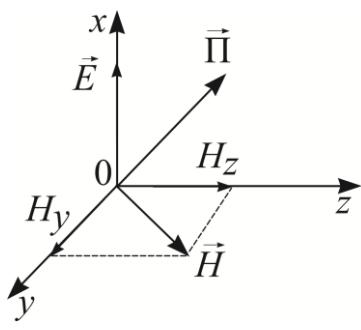


Рис. 11.2.2

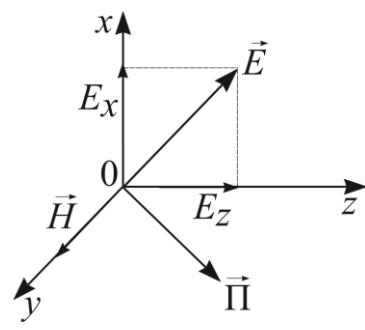


Рис. 11.2.3

4. Гибридная или смешанная волна, в которой имеются продольные составляющие напряженности как электрического, так и магнитного полей ($E_z \neq 0, H_z \neq 0$). Волны этого класса обозначаются как EH или HE в зависимости от того, продольная составляющая какого поля более велика.

Классы E , H и гибридных волн состоят, в свою очередь, из большого числа типов (мод) волн, различающихся рядом параметров и обозначенных индексами « m » и « n », например E_{mn} . Физический смысл индексов будет раскрыт ниже.

Таким образом, как следует из определений, класс волны устанавливается структурой поля. Рассмотрим, для примера, стационарное ЭМП в поперечном сечении коаксиальной линии (рис. 11.2.4).

Векторные линии электрического поля начинаются и заканчиваются на зарядах соответственно внутреннего и внешнего проводников. Векторные линии магнитного поля окружают ток проводимости, текущий по внутреннему проводнику. Здесь отсутствуют продольные составляющие полей, и ЭМВ относится к классу T .

Для переменных полей, если радиус коаксиальной линии много меньше длины волны ($R \ll \lambda$), структура поля в поперечном сечении сохраняется такой же, как и для стационарных полей, а волновой характер поля проявляется в виде множителя $\exp(-\gamma z)$, соответствующего волне, распространяющейся в положительном направлении оси z (рис. 11.2.5).

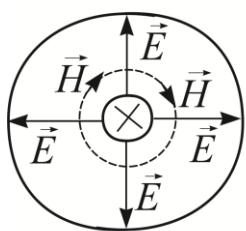


Рис. 11.2.4

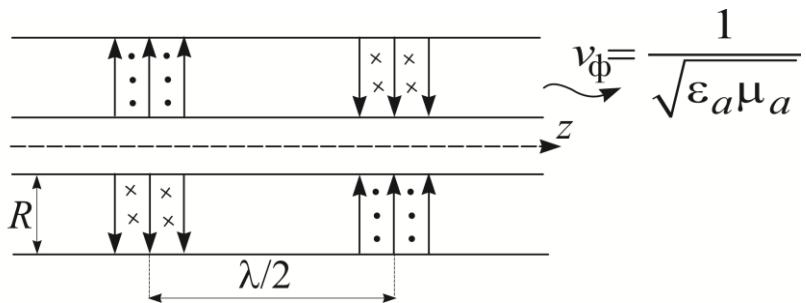


Рис. 11.2.5

Структура T -волны совпадает со структурой плоской волны в безграничной однородной среде. Для распространения T -волны в линиях передачи необходимо, как видно из рис. 11.2.4 и 11.2.5, наличие по меньшей мере двух пространственно разнесенных проводников. В полых волноводах волна T -класса существовать не может. Докажем это на примере прямоугольного волновода, сделав допущения, что стенки волновода – идеальные проводники ($\sigma = \infty$), волновод заполнен идеальным диэлектриком ($\sigma = 0$), а в рассматриваемом отрезке волновода нет сторонних источников ЭМП (рис. 11.2.6).

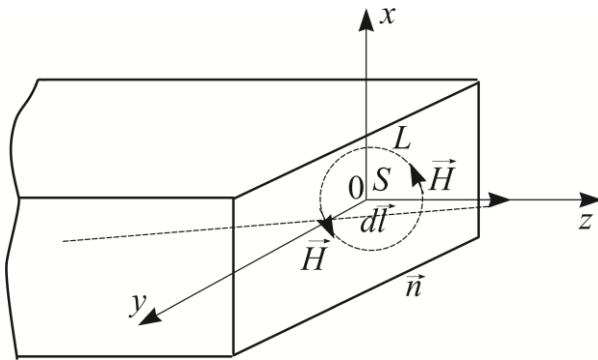


Рис. 11.2.6

Доказательство проведем от противного. Пусть в волноводе распространяется вдоль оси z волна T -класса, у которой отсутствуют продольные составляющие поля ($E_z = H_z = 0$). Из условия $H_z = 0$ следует, что магнитные векторные линии расположены в плоскости xOy , перпендикулярной оси z , образуя в этой плоскости замкнутый контур L , охватывающий площадку S .

Запишем первое основное уравнение электродинамики в интегральной форме в общем виде:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \vec{j}_{ct} + \vec{j}_{cm}) d\vec{S}.$$

В нашем случае исходя из сделанных допущений

$$\vec{j} = \vec{j}_{ct} = 0.$$

Поскольку элемент контура $d\vec{l}$ и вектор напряженности магнитного поля направлены одинаково, то их произведение положительно и правый интеграл также положительная величина.

Разложив произвольно направленный вектор плотности тока смещения по осевым составляющим, получим

$$\vec{j}_{cm} = \vec{x}^\circ j_{cm_x} + \vec{y}^\circ j_{cm_y} + \vec{z}^\circ j_{cm_z},$$

и так как $d\vec{S} = \vec{n}^\circ dS = \vec{z}^\circ dS$, то в итоге

$$\vec{j}_{cm} d\vec{S} = j_{cm_z} dS.$$

Однако для существования составляющей j_{cm_z} необходимо наличие такой же составляющей электрического поля, поскольку

$$j_{cm_z} = \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}.$$

Таким образом, сделанное первоначально предположение об отсутствии продольной составляющей электрического поля ($E_z = 0$) не удовлетворяется и волна T -класса не может существовать в полых волноводах.

Для волн классов H и E особое внимание должно быть обращено на продольные составляющие поля.

11.3. Волновые уравнения для продольных составляющих векторов напряженностей полей

Если оставить в силе допущения, сделанные в предыдущем пункте, то уравнения Максвелла для ЭМП, изменяющегося по гармоническому закону, сводятся к однородным волновым уравнениям:

$$\nabla^2 \dot{\vec{H}} + k^2 \dot{\vec{H}} = 0 \quad (11.3.1)$$

при $H_n = 0$ на стенках волновода,

$$\nabla^2 \dot{\vec{E}} + k^2 \dot{\vec{E}} = 0 \quad (11.3.2)$$

при $E_\tau = 0$ на стенках волновода.

Рассмотрим, как и ранее, прямоугольный волновод (рис. 11.3.1), в котором размер стенки волновода вдоль оси x обозначим через « a » (широкая стенка), вдоль оси « y » — через « b » (узкая стенка), причем $a > b$, S_\perp и L — соответственно площадь и периметр поперечного сечения волновода.

Волновое векторное уравнение (11.3.1) разделяется на три скалярных:

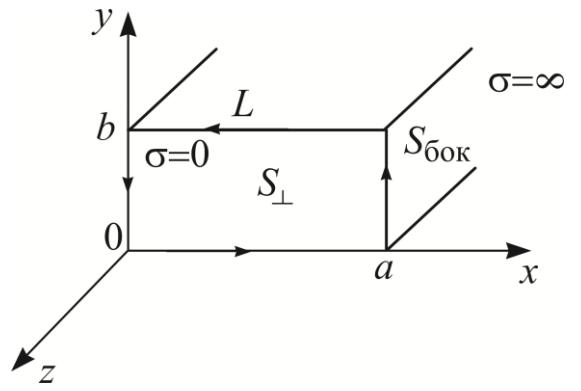


Рис. 11.3.1

$$\begin{cases} \nabla^2 \dot{H}_x + k^2 \dot{H}_x = 0, \\ \nabla^2 \dot{H}_y + k^2 \dot{H}_y = 0, \\ \nabla^2 \dot{H}_z + k^2 \dot{H}_z = 0. \end{cases} \quad (11.3.1a)$$

Аналогичным образом можно записать и уравнение (11.3.2).

Поскольку интерес представляют продольные составляющие поля, то установим для них граничные условия на идеально проводящей поверхности стенок волновода. Для составляющей E_z граничные условия следуют непосредственно из равенства нулю тангенциальной составляющей, и поэтому $E_z = 0$ на $S_{\text{бок}}$. В уравнении (11.3.1) граничные условия относятся к нормальной составляющей магнитного поля, тогда как надо получить граничные условия для тангенциальной составляющей.

Учитывая, что при падении плоской волны на идеально проводящую поверхность тангенциальная составляющая магнитного поля достигает максимума, можно записать

$$\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial n} = 0 \text{ на } L,$$

где $\frac{\partial}{\partial n}$ – производная по нормали к идеально проводящей поверхности.

Поскольку

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

то перепишем волновое уравнение для H_z в виде

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial z^2} + k^2 \dot{H}_z = 0. \quad (11.3.3)$$

Составляющая \dot{H}_z , как видно из уравнения (11.3.3), зависит от трех координат. Будем искать решение для $\dot{H}_z(x, y, z)$ в виде

$$\dot{H}_z(x, y, z) = \dot{H}_{0z}(x, y) e^{-\gamma z}, \quad (11.3.4)$$

где амплитуда $\dot{H}_{0z}(x, y)$ – амплитуда волны, зафиксированная в плоскости $x0y$ при $z = 0$; $e^{-\gamma z}$ – фазовый множитель, характеризующий распространение волны вдоль оси z ; γ – постоянная распространения. В общем случае постоянная распространения – комплексная величина: $\gamma = \alpha + i\beta$, где α – коэффициент ослабления; β – коэффициент фазы. При сделанных выше допущениях $\alpha = 0$ и $\gamma = i\beta$.

Дифференцируя (11.3.4) по z , получим

$$\frac{\partial H_z}{\partial z} = -\gamma \dot{H}_z; \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial z^2} = \gamma^2 \dot{H}_z.$$

Подставляя последнее выражение в уравнение (11.3.3) и сокращая все члены уравнения на множитель $e^{-\gamma z}$, имеем

$$\nabla_{\perp}^2 \dot{H}_{0z} + k_s^2 \dot{H}_{0z} = 0 \quad (11.3.5)$$

при $\frac{\partial \dot{H}_{0z}}{\partial n} = 0$ на L , где $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – двумерный лапласиан по координатам поперечного сечения волновода; $k_s = \sqrt{\gamma^2 + k^2}$ – собственное число задачи, физический смысл которого будет установлен в дальнейшем.

Отметим здесь, что при идеально проводящих стенках регулярного волновода собственное число задачи всегда вещественно.

Аналогично получаем выражение для составляющей E_z

$$\nabla_{\perp}^2 \dot{E}_{0z} + k_s^2 \dot{E}_{0z} = 0 \quad (11.3.6)$$

при на L .

Уравнения (11.3.5) и (11.3.6) называются скалярными уравнениями Гельмгольца или мембранными уравнениями.

Решение этих уравнений дает выражения для продольных составляющих $\dot{H}_{0z}(x, y)$ и $\dot{E}_{0z}(x, y)$. Однако для определения векторов поля \vec{E} и \vec{H} необходимо найти и их поперечные составляющие, которые в поперечной плоскости образуют двумерный вектор. Так как решать векторные уравнения сложнее, чем скалярные, желательно выразить непосредственно поперечные составляющие через продольные с помощью так называемых «уравнений связи».

11.4. Поперечные составляющие векторов напряженностей полей

Для нахождения поперечных составляющих через продольные воспользуемся дифференциальными уравнениями Максвелла в форме комплексных амплитуд:

$$\text{rot} \dot{\vec{H}} = i\omega \epsilon_a \dot{\vec{E}},$$

$$\text{rot} \dot{\vec{E}} = -i\omega \mu_a \dot{\vec{H}},$$

где $\dot{\vec{E}} = \dot{\vec{E}}_0 e^{-\gamma z}$, $\dot{\vec{H}} = \dot{\vec{H}}_0 e^{-\gamma z}$.

В выражении для ротора любого из векторов поля следует учесть, что в данном случае $\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow -\gamma$, и тогда, например для \vec{E} , имеем в прямоугольной системе координат после сокращения на $e^{-\gamma z}$

$$\text{rot} \dot{\vec{E}} = \begin{vmatrix} \vec{x}^\circ & \vec{y}^\circ & \vec{z}^\circ \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & -\gamma \\ \dot{E}_{0x} & \dot{E}_{0y} & \dot{E}_{0z} \end{vmatrix}.$$

11.4.1. Волна класса H

Из первого уравнения Максвелла получаем для поперечных составляющих волн класса H ($E_z = 0$) следующие соотношения:

$$\frac{\partial \dot{H}_{0z}}{\partial y} + \gamma \dot{H}_{0y} = i\omega \epsilon_a \dot{E}_{0x}, \quad (11.4.1)$$

$$-\left(\frac{\partial \dot{H}_{0z}}{\partial x} + \gamma \dot{H}_{0x} \right) = i\omega \epsilon_a \dot{E}_{0y}, \quad (11.4.2)$$

а из второго уравнения —

$$\gamma \dot{E}_{0y} = -i\omega \mu_a \dot{H}_{0x}, \quad (11.4.3)$$

$$\gamma \dot{E}_{0x} = i\omega \mu_a \dot{H}_{0y}. \quad (11.4.4)$$

Подставляя значения \dot{E}_{0y} и \dot{E}_{0x} из последних соотношений в выражения (11.4.1) и (11.4.2), приходим после простых преобразований к зависимостям между продольной и поперечными составляющими магнитного поля в виде:

$$\dot{H}_{0x} = -\frac{\gamma}{k_s^2} \frac{\partial \dot{H}_{0z}}{\partial x}, \quad (11.4.5)$$

$$\dot{H}_{0y} = -\frac{\gamma}{k_s^2} \frac{\partial \dot{H}_{0z}}{\partial y}. \quad (11.4.6)$$

Обобщая полученные результаты, переходим к вектору напряженности магнитного поля в поперечной плоскости:

$$\dot{\vec{H}}_{0\perp} = \vec{x}^\circ \dot{H}_{0x} + \vec{y}^\circ \dot{H}_{0y} = -\frac{\gamma}{k_s^2} \left[\vec{x}^\circ \frac{\partial \dot{H}_{0z}}{\partial x} + \vec{y}^\circ \frac{\partial \dot{H}_{0z}}{\partial y} \right] = -\frac{\gamma}{k_s^2} \text{grad}_\perp \dot{H}_{0z}, \quad (11.4.7)$$

где grad_\perp означает операцию градиента по поперечным координатам. Соотношение (11.4.7) справедливо для любой системы координат. Вектор напряженности электрического поля в поперечной плоскости найдем из соотношений (11.4.3) и (11.4.4), подставив туда выражения для \dot{H}_{0x} и \dot{H}_{0y} из (11.4.5) и (11.4.6):

$$\dot{\vec{E}}_{0\perp} = \vec{x}^\circ \dot{E}_{0x} + \vec{y}^\circ \dot{E}_{0y} = Z_H \left[\vec{x}^\circ \dot{H}_{0y} + \vec{y}^\circ \dot{H}_{0x} \right] = \frac{i\omega \mu_a}{k_s^2} \left[\vec{z}^\circ, \text{grad}_\perp \dot{H}_{0z} \right], \quad (11.4.8)$$

где величина

$$Z_H = \frac{i\omega\mu_a}{\gamma} = i\sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \frac{k}{\gamma} = iZ_c \frac{k}{\gamma} \quad (11.4.9)$$

— характеристическое сопротивление волновода для H -волны. По физическому смыслу оно есть отношение напряженностей электрического и магнитного полей в поперечной плоскости волновода:

$$Z_H = \frac{\dot{E}_{0\perp}}{\dot{H}_{0\perp}}.$$

11.4.2. Волна класса E

Для полей класса E ($H_z = 0$), используя принцип перестановочной двойственности ($\vec{E} \rightarrow \vec{H}, \vec{H} \rightarrow -\vec{E}, \epsilon_a \rightleftarrows \mu_a, Z_c \rightarrow Y_c$), получаем

$$\dot{\vec{E}}_{0\perp} = -\frac{\gamma}{k_s^2} \text{grad}_\perp \dot{E}_{0z}, \quad (11.4.10)$$

$$\dot{\vec{H}}_{0\perp} = Y_E \left[\vec{z}^\circ, \text{grad}_\perp \dot{E}_{0\perp} \right], \quad (11.4.11)$$

где

$$Z_E = \frac{1}{Y_E} = \frac{\gamma}{i\omega\epsilon_a} = Z_c \frac{\gamma}{ik} \quad (11.4.12)$$

— характеристическое сопротивление волновода для E -волны.

11.4.3. Волна класса T

В волне этого класса обе поперечные составляющие поля должны быть отличны от нуля, что выполняется, как это следует из уравнений (11.4.7) и (11.4.10), которые можно переписать в виде:

$$k_s^2 \dot{\vec{H}}_{0\perp} = -\gamma \text{grad}_\perp \dot{H}_{0z},$$

$$k_s^2 \dot{\vec{E}}_{0\perp} = -\gamma \text{grad}_\perp \dot{E}_{0z}$$

при $\dot{H}_{0z} = 0$ и $\dot{E}_{0z} = 0$ соответственно, только когда $k_s = 0$. Поскольку $k_s = \sqrt{\gamma^2 + k^2}$, то постоянная распространения $\gamma = ik$ и напряженности электрического и магнитного полей T -волны, распространяющейся по продольной оси z , будут определяться формулами:

$$\dot{\vec{E}}(x, y, z) = \dot{\vec{E}}_{0\perp}(x, y) e^{-kz}, \quad (11.4.13)$$

$$\dot{\vec{H}}(x, y, z) = \dot{\vec{H}}_{0\perp}(x, y) e^{-kz}. \quad (11.4.14)$$

Выражения (11.4.13) и (11.4.14) совпадают с записью выражений для плоской однородной волны в безграничном пространстве.

Вторая производная по z соотношения (11.4.13) есть

$$\frac{\partial^2 \dot{\vec{E}}}{\partial z^2} = -k^2 \dot{\vec{E}},$$

и из волнового уравнения

$$\nabla^2 \dot{\vec{E}} + k^2 \dot{\vec{E}} = 0, \quad (11.4.15)$$

учитывая, что

$$\nabla^2 = \nabla_\perp^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

получим для амплитуды электрического поля в поперечном сечении соотношение

$$\nabla_\perp^2 \dot{\vec{E}}_{0\perp} = 0, \quad (11.4.16)$$

представляющее векторное уравнение Лапласа.

Уравнение (11.4.16) является основным уравнением электростатики. Действительно, если рассматривать некоторый объем пространства, в котором отсутствуют заряды (аналог того, что в линии передачи нет сторонних источников ЭДС), то уравнения электростатического поля будут следующими:

$$\text{rot} \vec{E} = 0,$$

$$\text{div} \vec{E} = 0.$$

Применяя операцию rot к первому из уравнений и учитывая второе, имеем

$$\text{rot} \text{rot} \vec{E} = \text{grad} \text{div} \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} \rightarrow \nabla^2 \vec{E} = 0. \quad (11.4.17)$$

Теперь получение уравнения (11.4.16) для T -волны легко объяснить, так как для статических полей $\omega = 0$ ($k = 0$) и волновое уравнение (11.4.15) переходит в уравнение Лапласа.

Совпадение уравнений (11.4.16) и (11.4.17) указывает, что электрические и магнитные поля T -волны в поперечной плоскости направляющей системы совпадают по структуре с постоянными во времени электрическим и магнитным полями.

Таким образом, электрическое поле T -волны имеет место только в тех направляющих системах, в которых возможно существование статических полей (например, двухпроводные, коаксиальные и полосковые системы). Распределение мгновенных значений переменного электрического поля T -волны

совпадает с распределением поля в соответствующей статистической задаче при одинаковых граничных условиях. В частности, картина векторных линий электрического поля T -волны в поперечной плоскости направляющей системы такая же, как и векторных линий электрического поля в заряженном конденсаторе с конфигурацией, подобной поперечному сечению линии передачи.

Статический характер поперечного распределения электрического поля позволяет ввести понятие «разность потенциалов между проводниками линии», определив его следующим образом (рис. 11.4.1):

$$U = \int_{L(M,N)} \vec{E} d\vec{l}. \quad (11.4.18)$$

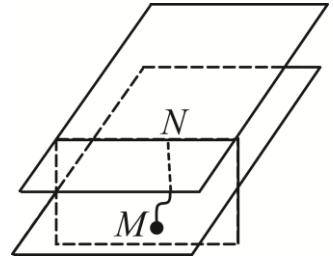


Рис. 11.4.1

Разность потенциалов не зависит от выбора пути интегрирования в поперечном сечении в отличие от волновода, где такая зависимость существует.

Можно показать, что для магнитного поля T -волны, при отсутствии в рассматриваемом объеме токов, в поперечной плоскости также справедливо уравнение Лапласа, которому удовлетворяют магнитостационарные поля.

Итак, в случае T -волны волновые уравнения переходят в двумерные уравнения Лапласа, причем вектор амплитуды мгновенного значения напряженности электрического поля \vec{E}_{m_\perp} удовлетворяет тем же уравнениям и граничным условиям, что и вектор \vec{E} электростатического поля, а вектор \vec{H}_{m_\perp} — тем же уравнениям, что и вектор \vec{H} стационарного магнитного поля:

$$\begin{aligned} \nabla_\perp^2 \vec{E}_{m_\perp} &= 0 \text{ при } E_{m_\perp} = 0 \text{ на } L, \\ \nabla_\perp^2 \vec{H}_{m_\perp} &= 0 \text{ при } \frac{\partial H_{m_\perp}}{\partial n} = 0 \text{ на } L. \end{aligned}$$

В связи со статическим характером электрического поля T -волны вводится скалярная потенциальная функция, удовлетворяющая уравнению Лапласа и связанная с напряженностью электрического поля в поперечном сечении линии передачи через градиент.

Характеристическое сопротивление для T -волны равно отношению амплитуды электрического поля к амплитуде магнитного поля и совпадает с выражением для аналогичной величины плоской однородной волны в неограниченном пространстве

$$Z_T = \frac{E_{m_\perp}}{H_{m_\perp}}. \quad (11.4.20)$$

Подводя итоги, можно сказать, что электрическое и магнитное поля T -волны в поперечном сечении линии передачи будут совпадать по структуре с постоянными во времени электрическим и магнитным полями при одинаковых граничных условиях, и, следовательно, распространение T -волны возможно в линии передачи, где имеются по крайней мере два изолированных друг от друга токонесущих проводника, между которыми может быть создана разность потенциалов.

11.5. Параметры направляемых волн

11.5.1. Волны классов H и E

Зависимость ЭМВ от координат продольной оси z в направляющей системе (волноводе) имеет вид $\exp(-\gamma z)$. Постоянная распространения в общем случае записывается как

$$\gamma = \sqrt{k_s^2 - k^2} = \alpha + i\beta. \quad (11.5.1)$$

В зависимости от соотношения между k_s и k для постоянной распространения в направляющей системе возможны следующие варианты:

$k_s > k$, тогда $\gamma > 0$ и, следовательно, $\gamma = \alpha$, что характеризует режим местных полей, называемый также режимом отсечки или запредельным режимом;

$k_s = k$, в этом случае значение $\gamma = 0$ определяет критическое волновое число $k_{kp} = k_s$ и отсюда $\lambda_{kp} = \frac{2\pi}{k_s}$, т. е. для критической длины волны собственное число задачи является критическим волновым числом. Критическая длина волны (частота) является границей между двумя режимами полей в направляющей системе;

$k_s < k$, тогда $\gamma < 0$ и, следовательно, $\gamma = i\beta$, что характеризует режим распространяющихся полей (волн), при котором $\lambda < \lambda_{kp}$.

Характер изменения коэффициентов ослабления и фазы по диапазону волн показан на рис. 11.5.1, из которого видно, что значения постоянной распространения в разных режимах составляют:

$$\gamma = \begin{cases} i\beta & \text{при } \lambda < \lambda_{kp} - \text{распространяющиеся поля,} \\ \alpha & \text{при } \lambda > \lambda_{kp} - \text{местные поля.} \end{cases}$$

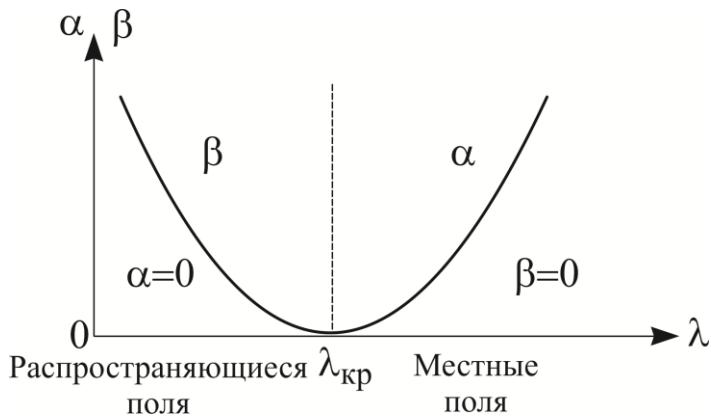


Рис. 11.5.1

Рассмотрим параметры полей в этих режимах.

Режим распространяющихся полей. Так как $\gamma = i\beta$, из формулы (11.5.1) получаем, что фазовый коэффициент равен

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_s^2}. \quad (11.5.2)$$

Электрическая и магнитная напряженности поля в форме комплексных амплитуд будут записаны в виде

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) &= \vec{E}_0(x, y) e^{-i\beta z}, \\ \vec{H}(x, y, z) &= \vec{H}_0(x, y) e^{-i\beta z} \end{aligned}$$

и соответственно в вещественной форме

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) &= \vec{E}_m(x, y) \cos(\omega t - \beta z), \\ \vec{H}(x, y, z) &= \vec{H}_m(x, y) \cos(\omega t - \beta z). \end{aligned}$$

Фазовая скорость волны в волноводе определяется, как и ранее, из условия

$$\omega \Delta t - \beta \Delta z = 0,$$

откуда

$$V_\phi = \lim_{\substack{\Delta z \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{k \sqrt{1 - \left(\frac{k_s}{k} \right)^2}} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{kp}} \right)^2}}, \quad (11.5.4)$$

а длина волны в волноводе

$$\Lambda = v_\phi T = \frac{vT}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{kp}}{f} \right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{kp}} \right)^2}}. \quad (11.5.5)$$

Волноводы обычно используются для передачи широкополосного сигнала, представленного некоторым спектром частот. Пусть отклонение крайней частоты спектра от несущей частоты ω_0 составляет величину $\Delta\omega$, тогда

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega,$$

что сообразно аналогичному изменению фазового коэффициента

$$\beta = \beta_0 + \Delta\beta.$$

Фазовый множитель поля теперь может быть определен формулой

$$e^{-i(\omega t - \beta z)} = e^{-i(\omega_0 t - \beta_0 z)} e^{-i(\Delta\omega t - \Delta\beta z)}. \quad (11.5.6)$$

Первый сомножитель в выражении (11.5.6) соответствует несущей частоте сигнала и характеризует перемещение фазы несущей со скоростью v_ϕ , а второй – медленно меняющийся с частотой, характеризует перемещение огибающей (энергии) сигнала.

Скорость распространения огибающей (групповая скорость) находится по аналогии с фазовой скоростью из условия $\Delta\omega\Delta t - \Delta\beta\Delta z = 0$, откуда в пределе, при $\Delta\omega \rightarrow 0$ и с учетом того, что фазовый коэффициент β есть функция от волнового числа k , получаем

$$v_{\text{grp}} = \frac{\partial\omega}{\partial\beta} = v \frac{\partial k}{\partial\beta} = v \left[\frac{\partial\beta}{\partial k} \right]^{-1} = v \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}. \quad (11.5.7)$$

Таким образом, фазовая скорость определяет скорость распространения фазы, а групповая скорость – скорость распространения энергии волны, причем обе скорости зависят от частоты (рис. 11.5.2). Следовательно, в направ-

ляющих системах с волнами классов E и H наблюдается дисперсия.

Из рис. 11.5.2 видно, что выбирать рабочую частоту вблизи критической частоты нежелательно, так как при передаче широкополосных сигналов отдельные частотные составляющие спектра будут распространяться с различными фазовой и групповой скоростями, что приведет к искажениям сигнала на выходе волновода.

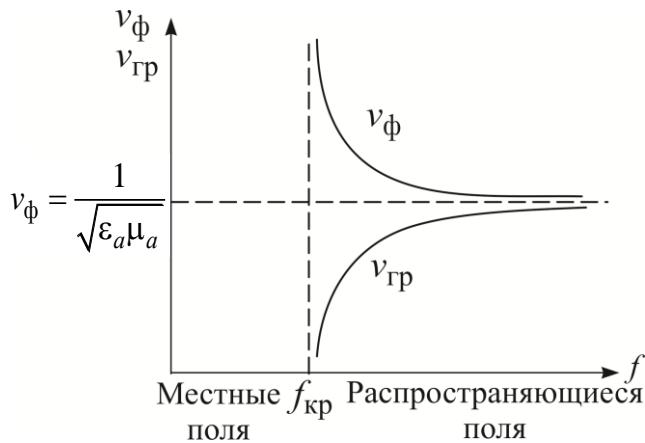


Рис. 11.5.2

Характеристические сопротивление и проводимость в режиме распространяющихся полей являются чисто вещественными величинами и для волн классов H и E определяются выражениями:

$$Z_H = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \frac{ik}{\gamma} = Z_c \frac{k}{\beta}, \quad (11.5.8)$$

$$Y_E = \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \frac{ik}{\gamma} = \frac{k}{\beta} \frac{1}{Z_c}. \quad (11.5.9)$$

Режим местных полей. В этом режиме постоянная распространения есть вещественная величина

$$\gamma = \sqrt{k_s^2 - k^2} = \alpha,$$

и имеет место только затухание поля, электрическая и магнитная напряженности которого предстают в виде:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{E}}(x, y, z) &= \dot{\vec{E}}_0(x, y)e^{-\alpha z}, \\ \dot{\vec{H}}(x, y, z) &= \dot{\vec{H}}_0(x, y)e^{-\alpha z}.\end{aligned}$$

Характеристическое сопротивление для волны класса H носит индуктивный характер

$$Z_H = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \frac{ik}{\gamma} = \frac{i\omega\mu_a}{\alpha}, \quad (11.5.10)$$

и, следовательно, в местном поле преобладает магнитная энергия.

Характеристическая проводимость для волн класса E имеет емкостной характер

$$Y_E = \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \frac{ik}{\gamma} = \frac{i\omega\epsilon_a}{\alpha}, \quad (11.5.11)$$

и в этом случае преобладает электрическая энергия.

Из формул (11.5.10) и (11.5.11) вытекает, что характеристическое сопротивление для волн классов H и E в режиме местных полей является минимальной величиной, и, таким образом, направляющая система по отношению к источнику ЭМП представляет собой реактивное сопротивление, отражающее всю энергию волны обратно к источнику. Поэтому затухание энергии поля, характеризуемое коэффициентом ослабления, в данном режиме (при $\lambda > \lambda_{kp}$) объясняется не потерями энергии в стенках волновода или в заполняющем его диэлектрике, а ее отражением от входа направляющей системы.

11.5.2. Волны класса T

Как отмечалось выше, для волн класса T параметр $k_s = 0$ и отсюда $\lambda_{kp} = \infty$, т. е. линия передачи с такой волной передает колебания всех частот вплоть до постоянного тока. Сама T -волна, поскольку для нее постоянная распространения $\gamma = ik$, рассматривается как плоская однородная волна, распространяющаяся между проводниками, ограничивающими пространство распространения волны. Распространение T -волны не связано с отражением от стенок направляющей системы в отличие от распространения волн классов E и H в волноводе, поэтому ее длина волны

$$\lambda_T = \lambda,$$

где λ – длина однородной плоской волны в среде, заполняющей направляющую систему, а фазовая скорость равна скорости однородной плоской волны в неограниченной среде, и, следовательно, дисперсия в линии передачи с T -волной отсутствует, и поле всегда существует в виде распространяющейся волны.

11.6. Концепция парциальных волн

Эта концепция позволяет объяснить отличия в свойствах E , H , гибридных волн от волн класса T . Для этого E , H и гибридные волны могут быть представлены в виде суперпозиции парциальных (частичных) T -волн, распространяющихся вдоль оси z' . На рис. 11.6.1 и 11.6.2 показаны пути распространения парциальной волны соответственно для E - и H -волн, которые относительно оси z' являются T -волнами.

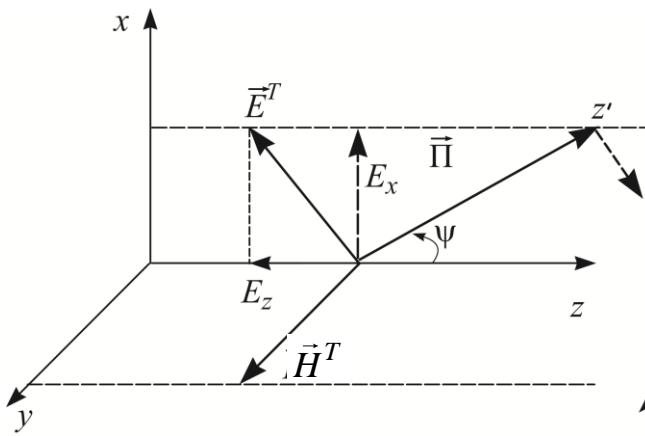


Рис. 11.6.1

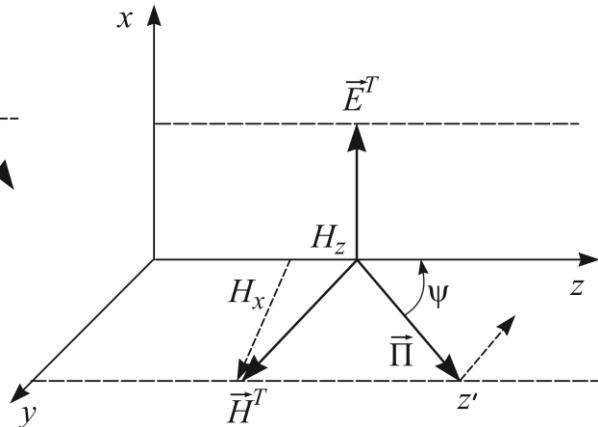


Рис. 11.6.2

ПРФ парциальной T -волны перпендикулярна оси z' и распространяется вдоль нее с фазовой скоростью $v_\phi^T = \frac{\lambda}{T}$, где T – период колебаний. За этот период ПРФ переместилась вдоль оси z' на расстояние λ (1–2 на рис. 11.6.3).

Эта же ПРФ, распространяющаяся по оси z , за то же время пройдет больший путь $1' - 2'$ (рис. 11.6.3), а длина волны вдоль оси z будет

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\cos \psi},$$

и, следовательно, фазовая скорость волны по оси z в направляющей системе, заполненной воздухом, будет определяться выражением

$$v_\phi = \frac{\Lambda}{T} = \frac{\lambda}{T \cos \psi} = \frac{c}{\cos \psi}.$$

Таким образом, длина волны и фазовые скорости волн классов E , H и гибридных больше, чем волн класса T .

Из рис. 11.6.1 видно, что для E -волны амплитуда поперечной составляющей напряженности электрического поля E_x меньше амплитуды вектора \vec{E} парциальной волны ($E_{m_x} < E_m^T$) при равенстве у этих волн амплитуд напряженности магнитных полей, и отсюда характеристическое сопротивление для E -волн меньше характеристического сопротивления для T -волн:

$$Z_E < Z_T.$$

Из рис. 11.6.2 следует, напротив, что амплитуда поперечной составляющей магнитного поля H -волны (H_{m_x}) меньше амплитуды вектора \vec{H} T -волны, следовательно,

$$Z_H > Z_T.$$

Концепция парциальных волн позволяет выделить направляющие системы, в которых могут распространяться волны классов E , H и гибридные волны. Очевидно, что к таким направляющим системам относятся те, у которых однородная среда распространения волн окружена другой средой, от которой отражаются волны.

Вопросы для самопроверки

1. Объясните, что такое направляющие системы, и по каким признакам они классифицируются.
2. Поясните, как классифицируются направляемые волны и что положено в основу классификации.
3. Укажите, поля каких классов могут распространяться в волноводах.
4. Поясните физический смысл критической длины волны в волноводе.
5. Объясните влияние дисперсии в волноводе на передачу широкополосных сигналов.

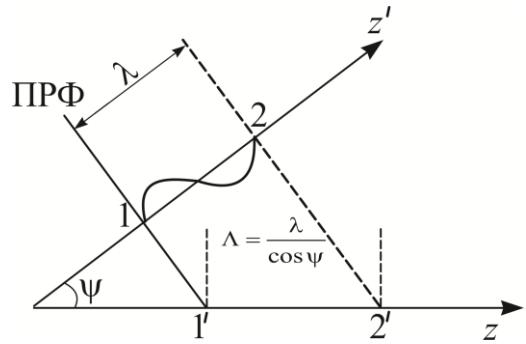


Рис. 11.6.3

ГЛАВА 12. ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ВОЛНОВОД

12.1. Решение волновых уравнений для продольных составляющих полей

Будем рассматривать прямоугольный волновод (рис. 12.1.1) при следующих допущениях: в исследуемом отрезке волновода отсутствуют сторонние источники ЭМП, среда, заполняющая волновод, — идеальный диэлектрик ($\sigma = 0$), стенки волновода — идеальный проводник ($\sigma = \infty$), волна, распространяющаяся в волноводе вдоль положительных значений координат оси z , имеет фазовый множитель $\exp(-\gamma z)$, в волноводе раздельно существуют поля классов E и H .

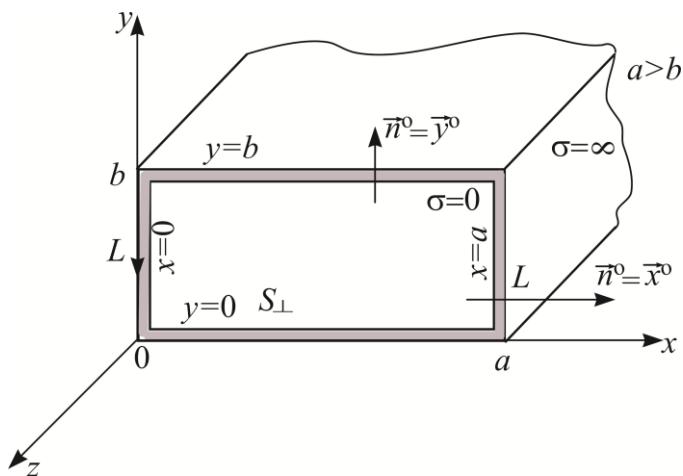


Рис. 12.1.1

Поле класса H ($E_z = 0$).

Запишем волновое уравнение для продольной составляющей магнитного поля в форме комплексных амплитуд:

$$\nabla_{\perp}^2 \dot{H}_{0z} + k_s^2 \dot{H}_{0z} = 0 \quad (12.1.1)$$

при $\frac{\partial \dot{H}_{0z}}{\partial n} = 0$ на L .

Решение уравнения (12.1.1) проводим методом разделения переменных, т. е. предполагаем, что величина $\dot{H}_{0z}(x, y)$ в некоторой поперечной плоскости S_{\perp} может быть представлена как произведение двух функций X и Y , каждая из которых зависит только от одной координаты:

$$\dot{H}_{0z}(x, y) = X(x)Y(y). \quad (12.1.2)$$

Поскольку выражение (12.1.1) можно переписать в виде

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_{0z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_{0z}}{\partial y^2} + k_s^2 \dot{H}_{0z} = 0,$$

то получим, используя (12.1.2),

$$Y \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + X \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + k_s^2 XY = 0. \quad (12.1.3)$$

Разделим каждый член выражения (12.1.3) на произведение XY и представим это выражение как

$$\frac{X''}{X} = -\frac{Y''}{Y} - k_s^2, \quad (12.1.4)$$

где штрихи означают вторую производную.

В уравнении (12.1.4) левая часть является функцией только координаты x и не зависит от координаты y , правая часть является функцией координаты y и не зависит от координаты x . Сумма величин $\frac{X''}{X}$ и $\frac{Y''}{Y}$ есть величина постоянная (k_s^2), и, следовательно, обе эти величины также являются постоянными. Обозначая эти постоянные величины через k_{sx}^2 и k_{sy}^2 соответственно, получим

$$\frac{X''}{X} = -\frac{Y''}{Y} - k_s^2 = -k_{sx}^2,$$

отсюда

$$X'' + k_{sx}^2 X = 0. \quad (12.1.5)$$

Далее, поступая таким же образом, имеем

$$-\frac{Y''}{Y} = -k_{sx}^2 + k_s^2 = k_{sy}^2,$$

откуда

$$Y'' + k_{sy}^2 Y = 0, \quad (12.1.6)$$

где

$$k_{sx}^2 + k_{sy}^2 = k_s^2. \quad (12.1.7)$$

Решение уравнений (12.1.5) и (12.1.6) дается в виде:

$$X(x) = A \cos k_{sx} x + B \sin k_{sx} x, \quad (12.1.8)$$

$$Y(y) = C \cos k_{sy} y + D \sin k_{sy} y, \quad (12.1.9)$$

где A, B, C, D – постоянные интегрирования.

Определим постоянные при наложении граничных условий раздельно для $X(x)$ и $Y(y)$.

На оси x для функции $X(x)$, используя граничное условие $\frac{\partial \dot{H}_{0_z}}{\partial x} = 0$,

получим

$$\frac{\partial X}{\partial x} = -k_{sx} A \sin k_{sx} x + k_{sx} B \cos k_{sx} x = 0. \quad (12.1.10)$$

Для крайних координат широкой стенки волновода равенство (12.1.10) будет удовлетворяться:

при $x = 0$, если $B = 0$;

при $x = a$, если $\sin k_{sx} a = 0$, т. е. $k_{sx} a = m\pi$, где $m = 0, 1, 2, \dots$ (положить постоянную $A = 0$ нельзя, так как тогда $X(x) = 0$ и, следовательно, $\dot{H}_{0_z} = 0$).

Записывая граничное условие на оси y для функции $Y(y)$, имеем

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = -k_{sy} C \sin k_{sy} y + k_{sy} D \cos k_{sy} y = 0,$$

которое выполняется соответственно

при $y = 0$, если $D = 0$;

при $y = b$, если $\sin k_{sy} b = 0$, т. е. $k_{sy} b = n\pi$, где $n = 0, 1, 2, \dots$.

Теперь собственное число задачи k_s будет

$$k_s = \sqrt{k_{sx}^2 + k_{sy}^2} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}. \quad (12.1.11)$$

В результате приходим к решению волнового уравнения (12.1.1) в виде:

$$\dot{H}_{0_z}(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \dot{H}_0 \cos \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-i\beta z}, \quad (12.1.12)$$

где $\dot{H}_0 = AC = H_{m_z} e^{i\phi_0}$ и зависит от интенсивности возбуждения волновода; H_{m_z} – максимальная амплитуда составляющей H_z в поперечном сечении волновода; ϕ_0 – начальная фаза.

Таким образом, решение представляется в виде двух бесконечных рядов, причем одновременно индексы « m » и « n » не могут равняться нулю, так как в этом случае исчезает зависимость \dot{H}_{0_z} от поперечных координат и все поперечные компоненты поля становятся постоянными величинами.

Поле класса E ($H_z = 0$).

Волновое уравнение для продольной составляющей электрического поля в форме комплексных амплитуд имеет следующий вид:

$$\nabla_{\perp}^2 \dot{E}_{0_z} + k_s^2 \dot{E}_{0_z} = 0 \text{ при } \dot{E}_{0_z} = 0 \text{ на } L. \quad (12.1.13)$$

Выполняя те же операции, что и в предыдущем случае, получим вновь уравнения типа (12.1.8) и (12.1.9). Далее постоянные опять определяются при наложении граничных условий раздельно на $X(x)$ и $Y(y)$ с учетом исходного граничного условия для \dot{E}_{0_z} (12.1.13).

На оси x для функции $X(x)$ запишем

$$X(x) = A \cos k_{sx} x + B \sin k_{sx} x = 0.$$

Равенство обеспечивается при $x = 0$, если положить постоянную $A = 0$, а при $x = a$, если положить $\sin k_{sx} a = 0$, и отсюда

$$k_{sx} = \frac{m\pi}{a}, \text{ где } m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Аналогично для функции $Y(y)$ имеем

$$Y(y) = C \cos k_{sy} y + D \sin k_{sy} y = 0,$$

что обеспечивается при $y = 0$ тем, что постоянная $C = 0$, а при $y = b$ тем, что $\sin k_{sy} b = 0$, и отсюда $k_{sy} = \frac{n\pi}{b}$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

В результате имеем следующее решение волнового уравнения (12.1.13) для \dot{E}_{0_z} :

$$\dot{E}_{0_z}(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{E}_0 \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y e^{-i\beta z}, \quad (12.1.14)$$

где $\dot{E}_0 = BC = E_{m_z} e^{i\phi_0}$ и зависит от интенсивности источников, возбуждающих волновод.

Из соотношения (12.1.14) видно, что для полей класса E , в отличие от полей класса H , ни один из индексов « m » и « n » не равен нулю, так как если $m = 0$ или $n = 0$, то $\dot{E}_{0_z} = 0$.

Физически это можно объяснить следующим образом. Как уже отмечалось, равенство нулю любого индекса (m или n) означает независимость поля от соответствующей координаты. Поскольку согласно граничным условиям продольная (тангенциальная) составляющая напряженности электрического поля равна нулю на боковой поверхности, то в случае $m = 0$ или $n = 0$, она будет равна нулю по всему поперечному сечению волновода, что противоречит самому определению полей класса E .

Итак, в волноводе может существовать бесчисленное множество типов волн H_{mn} и E_{mn} , отличающихся структурой и критическими частотами

(длинами волн), где индексы «*m*» и «*n*» определяют собственное значение волны, а функции, в которые входят эти значения, называются собственными функциями задачи.

Каждый конкретный тип волны H_{mn} или E_{mn} – есть частное решение задачи. Общее решение должно включать в себя все возможные типы волн и представляется в виде двойного ряда (уравнения (12.1.2) (12.1.14)).

12.2. Спектр критических длин волн

Ранее было показано, что волна с критической длиной является граничной волной между областями распространяющихся и местных полей и с учетом соотношения (12.1.11) определяется как

$$\lambda_{kp} = \frac{2\pi}{k_s} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}. \quad (12.2.1)$$

Если $\lambda < \lambda_{kp}$, то волна распространяется в волноводе (область распространяющихся полей), если $\lambda > \lambda_{kp}$, то распространение волны не происходит (область местных полей) (рис. 12.2.1).

При фиксированных величинах индексов «*m*» и «*n*» значение λ_{kp} определяется поперечными размерами волновода, а при фиксированных поперечных размерах «*a*» и «*b*» – числами индексов «*m*» и «*n*».

В последнем случае определим, какой тип волны имеет наиболее длинную λ_{kp} , помня, что размер «*b*» меньше размера «*a*».

Пусть $m = n = 0$, тогда из выражения (12.2.1) получаем тип волны H_{00} с $\lambda_{kp} = \infty$, но такая волна физически не существует. При $m = 1$ и $n = 0$ получаем для волны H_{10} $\lambda_{kp_{H_{10}}} = 2a$, при $m = 0$ и $n = 1$ получаем для волны H_{01} $\lambda_{kp_{H_{01}}} = 2b$, при $m = 2$ и $n = 0$ получаем для волны H_{20} $\lambda_{kp_{H_{20}}} = a$ и т. д.

Учитывая, что для волны класса E ни один из индексов («*m*» или «*n*») не может равняться нулю, устанавливаем, что максимальной критической длиной волны в прямоугольном волноводе обладает волна H_{10} .

Волна с наибольшей критической длиной, которая начинает распространяться первой, называется основной волной в волноводе.

В прямоугольном волноводе основной является волна H_{10} .

Остальные волны именуются волнами высших типов.

Критические длины всех типов волн представляют собой бесконечную совокупность дискретных значений, образуя спектр критических длин волн.

Значения критических длин волн для некоторых типов представлены в табл. 12.2.1 и на рис. 12.2.1

Таблица 12.2.1

Тип волны (мода)	H_{10}	H_{20}	H_{01}	H_{11} E_{11}
$\lambda_{\text{кр}}$	$2a$	a	$2b$	$\frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

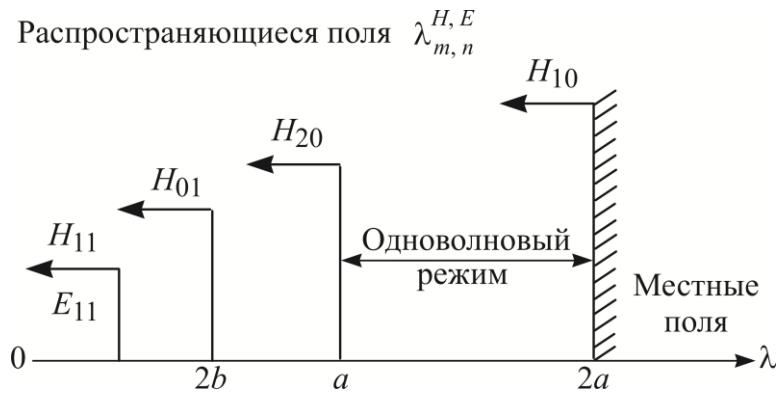


Рис. 12.2.1

Типы волн могут иметь одинаковые критические длины (например, E_{11} и H_{11}), но разные структуры полей. Такие типы волн называются вырожденными.

Очевидно, что можно выбрать поперечные размеры волновода таким образом, что в нем будет распространяться только основная волна – это так называемый одноволновый режим. Он реализуется при выполнении следующих условий: $\lambda < 2a$ (при этом распространяется волна H_{10}), $\lambda > a$ (при этом не распространяется волна H_{20}), $\lambda > b$ (при этом не распространяется волна H_{01}).

Для стандартных волноводов, у которых $b \leq \frac{a}{2}$, достаточное условие для существования одноволнового режима с основной волной H_{10}

$$a < \lambda < 2a, \quad (12.2.2)$$

где ограничение $\lambda < 2a$ дает возможность распространяться основной волне H_{10} , а ограничение $a < \lambda$ не дает возможность распространяться волнам высших типов. На практике обычно диапазон одноволнового режима сужается до значений

$$1,05a < \lambda < 1,65a. \quad (12.2.3)$$

Это более жесткое условие вводится, чтобы, с одной стороны, по причинам, о которых будет сказано далее, отойти от границы с местными полями, а с другой стороны – уменьшить возможность распространения волн высших типов.

Как видно из рис. 12.2.1, внутри диапазона одноволнового режима распространяется лишь основная волна, тогда как вне его границ одновременно могут распространяться несколько типов колебаний, имеющих разные фазовые скорости, и, как следствие, возникают искажения сигнала, передаваемого на этих типах волн.

Основная волна H_{10} обладает устойчивой структурой поля, что очень важно при наличии в волноводе различных неоднородностей (штыри и пр.). Поэтому рассмотрим ее структуру подробно.

12.3. Структура поля основной волны

Будем исходить из общих выражений (12.1.11) и (12.1.12), положив индексы $m=1$, $n=0$ и начальную фазу $\varphi_0=0$, тогда $k_s=\frac{\pi}{a}$, $\dot{H}_{0_x}=-\frac{\gamma}{k_s^2}\frac{\partial \dot{H}_{0_z}}{\partial x}$, а соотношения для составляющих полей в режиме распространяющихся волн ($\gamma=i\beta$) в форме комплексных амплитуд будут:

$$\begin{cases} \dot{H}_{0_z} = \dot{H}_0 \cos \frac{\pi x}{a} e^{-i\beta z}, \\ \dot{H}_{0_x} = -\frac{i\beta}{k_s^2} \frac{\partial \dot{H}_{0_z}}{\partial x} = \frac{i\beta a}{\pi} \dot{H}_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-i\beta z}, \\ \dot{E}_{0_y} = -Z_H \dot{H}_{0_x} = -Z_H \frac{i\beta a}{\pi} \dot{H}_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-i\beta z}. \end{cases} \quad (12.3.1)$$

Составляющие \dot{E}_{0_x} и \dot{H}_{0_y} равны нулю, поскольку

$$\dot{H}_{0_y} = -\frac{\gamma}{k_s^2} \frac{\partial \dot{H}_{0_z}}{\partial y} \text{ и } \dot{E}_{0_x} = Z_H \dot{H}_{0_y}.$$

Переходя от комплексных амплитуд к мгновенным значениям, получаем

$$\begin{cases} H_z(t) = H_m \cos \frac{\pi x}{a} \cos(\omega t - \beta z), \\ H_x(t) = \frac{\beta a}{\pi} H_m \sin \frac{\pi x}{a} \cos\left(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{2}\right), \\ E_y(t) = -Z_H \frac{\beta a}{\pi} H_m \sin \frac{\pi x}{a} \cos\left(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{2}\right). \end{cases} \quad (12.3.2)$$

где H_m – наибольшее значение напряженности магнитного поля.

Фазовая скорость волны H_{10} , определяемая обычным образом, будет

$$v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}.$$

Поле волны H_{10} обладает периодичностью вдоль оси z . Действительно, если положить $t = \text{const}$, то $\beta\Delta z = \pi$, и отсюда

$$\Delta z = \frac{\pi}{\beta} = \frac{\pi\Lambda}{2\pi} = \frac{\Lambda}{2},$$

т. е. через $\frac{\Lambda}{2}$ направление векторов напряженности поля меняется на противоположное.

Из выражения (12.3.2) видно, что поперечные составляющие электрического и магнитного полей находятся в фазе, знак «минус» относится к направлению составляющей E_y .

Представим структуру поля волны H_{10} в трех проекциях при $t = \text{const}$, ориентируясь на выражение (12.3.2).

Плоскость $x0y$. Вектор напряженности электрического поля имеет одну составляющую E_y , зависящую от координаты x , максимальную при $x = a/2$, и, таким образом, наблюдается один максимум вдоль широкой стенки волновода, что объясняет значение индекса $m=1$ (рис. 12.3.1). К краям широкой стенки величина E_y уменьшается, и при $x = 0$ и $x = a$ $E_y = 0$, что легко понять, вспомнив, что на границе с идеальным проводником тангенциальная составляющая напряженности электрического поля равна нулю. Следовательно, амплитуда напряженности электрического поля E_y вдоль широкой стенки изменяется по синусоидальному закону.

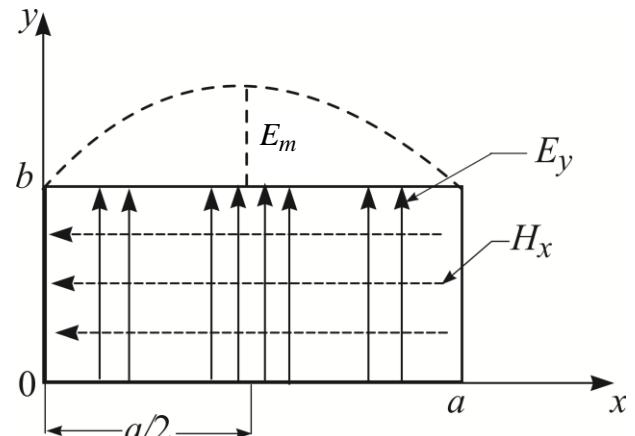


Рис. 12.3.1

Векторные линии электрического поля начинаются и кончаются на зарядах, причем каждые полпериода направление векторных линий меняется на противоположное. Напряженность электрического поля не зависит от координат оси y , она постоянна вдоль этой оси, и отсюда индекс $n = 0$.

Магнитные силовые линии не подходят вплотную к стенкам волновода, так как на границе с идеально проводящей поверхностью $H_n = 0$, а уходят вдоль оси z , замыкаясь внутри волновода сами на себя.

Плоскость $y0z$. Волна H_{10} распространяется вдоль оси z со скоростью $v_\phi = \frac{\omega}{\beta}$, причем напряженность электрического поля изменяется по этой оси по косинусоидальному закону (рис. 12.3.2).

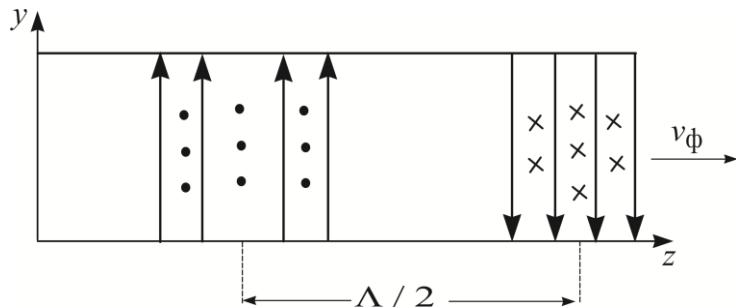


Рис. 12.3.2

Плоскость $x0z$. Магнитное поле не имеет составляющей вдоль оси y и образует замкнутые петли в плоскости широкой стенки, окружающие векторные линии плотности тока смещения \vec{j}_{cm} (рис. 12.3.3), который течет между широкими стенками волновода параллельно оси y :

$$\dot{\vec{j}}_{cm} = i\omega\epsilon_a \dot{\vec{E}}$$

— и, как видно из этого выражения, сдвинут по фазе относительно вектора \vec{E} на $\frac{\pi}{2}$, т. е. расстояние между $\vec{j}_{cm_{max}}$ и \vec{E}_{max} (при $t = \text{const}$) составляет $\frac{\Lambda}{4}$, поэтому максимальная плотность \vec{j}_{cm} наблюдается в центре замкнутых магнитных силовых линий, где напряженность электрического поля равна нулю.

Тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля вызывает на стенках волновода поверхностный ток с плотностью

$$\vec{j}_s = [\vec{H}, \vec{n}^\circ],$$

причем силовые линии \vec{j}_s перпендикулярны силовым линиям вектора \vec{H} (рис. 12.3.4). В центре волновода векторные линии поверхностного тока замыкаются линиями тока смещения.

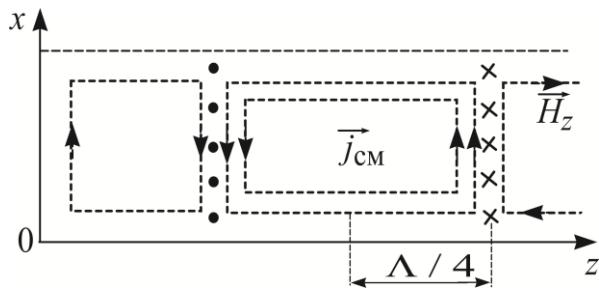


Рис. 12.3.3

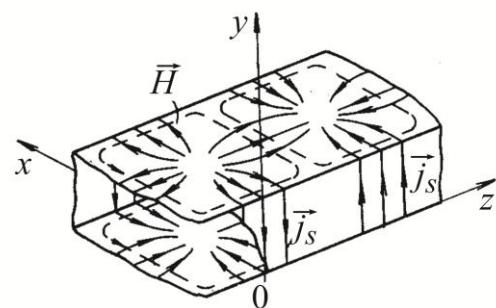


Рис. 12.3.4

12.4. Передача мощности по волноводу основной волной

Передача мощности осуществляется только распространяющейся волной. В выражении для комплексного вектора Пойнтинга

$$\tilde{\Pi} = \frac{1}{2} \left[\dot{\vec{E}}, \vec{H}^* \right]$$

учитываем поперечные составляющие напряженностей электрического и магнитного полей в плоскости S_{\perp} (рис. 12.1.1). Поскольку вектор Пойнтинга направлен по оси z :

$$\Pi_z = \frac{1}{2} \dot{E}_{0\perp} H_{0\perp}^*,$$

где $\dot{E}_{0\perp} = Z_{H,E} H_{0\perp}^*$, то мощность, переносимая по волноводу, будет

$$P = \int_{S_{\perp}} \Pi_z dS_{\perp} = \frac{Z_{H,E}}{2} \int_{S_{\perp}} |H_{0\perp}|^2 dS_{\perp} = \frac{1}{2Z_{H,E}} \int_{S_{\perp}} |E_{0\perp}|^2 dS_{\perp}. \quad (12.4.1)$$

Выражение (12.4.1) представляет общую формулу, пригодную для волноводов любой конфигурации. Применим ее к прямоугольному волноводу с основной волной H_{10} , для которой напряженность электрического поля в поперечном сечении можно представить в виде

$$E_{0\perp} = E_y = E_m \sin \frac{\pi x}{a},$$

где E_m – включает все постоянные величины и имеет смысл максимальной напряженности в центре широкой стенки волновода ($x = a/2$) (рис. 12.3.1).

Для волны H_{10} характеристическое сопротивление записывается как

$$Z_{H_{10}} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \frac{k}{\beta} = Z_c \frac{\Lambda}{\lambda} = Z_c \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}. \quad (12.4.2)$$

Используя соотношения (12.4.1) и (12.4.2), получим

$$P = \frac{E_m^2}{2Z_{H_{10}}} \int_0^b dy \int_0^a \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx = \frac{E_m^2}{2Z_{H_{10}}} \frac{ab}{2} = \frac{ab}{4Z_c} E_m^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}. \quad (12.4.3)$$

Из этого выражения следует, что передаваемая по волноводу мощность тем больше, чем больше размеры поперечного сечения волновода ($S_{\perp} = ab$), и при заданной величине E_m тем меньше, чем ближе рабочая

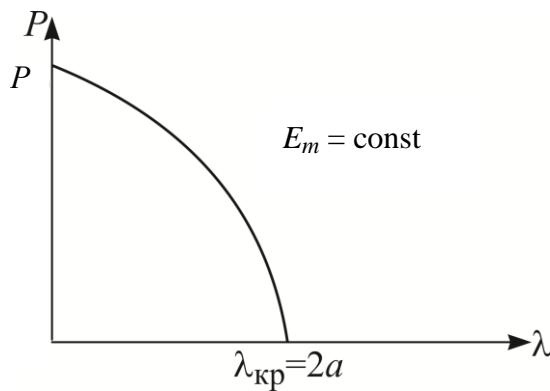


Рис. 12.4.1

волна к критической. Это одна из причин, по которой не рекомендуется работать при $\lambda \rightarrow \lambda_{\text{кр}}$. На рис. 12.4.1 показана зависимость передаваемой мощности от длины рабочей волны.

Как видно из формулы (12.4.3), передаваемая мощность P пропорциональна квадрату величины E_m , поэтому при увеличении мощности может возникнуть электрический пробой воздуха (или иного диэлектрика), заполняющего

волновод. При этом явлении резко возрастает ток смещения, что приводит к повышению температуры и, как следствие, к короткому замыканию линии передачи в месте пробоя. В результате от места пробоя мощность, идущая к нагрузке, отражается обратно в сторону генератора (рис. 12.4.2), что может вывести его из строя.

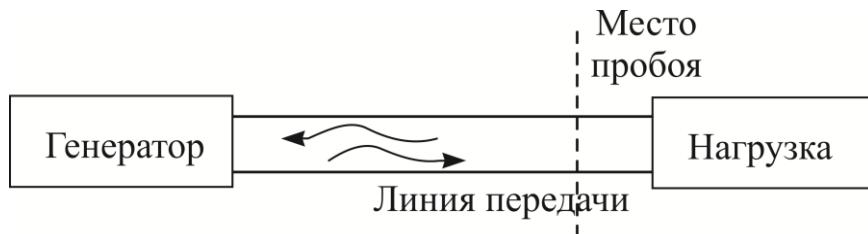


Рис. 12.4.2

Кроме того, увеличение передаваемой мощности приводит к нагреву диэлектрика в линии передачи и к его разрушению – это явление называется тепловой пробой.

Таким образом, величина передаваемой мощности ограничена как электрическим, так и тепловым пробоями. В связи с этим для характеристики электрической прочности линий передачи вводят понятия предельной и допустимой мощностей.

Предельная ($P_{\text{пред}}$) – это наименьшая мощность, определяемая максимальной напряженностью электрического поля $E_{m_{\text{max}}}$, при которой в линии передачи возникает либо электрический, либо тепловой пробой в режиме бегущей волны. Для воздуха $E_{m_{\text{max}}} = 30 \frac{\text{kV}}{\text{см}}$. В линиях передачи с воздушным заполнением, работающих в импульсном режиме, более опасен электрический пробой, тогда как в линиях с диэлектрическим заполнением, работающих в непрерывном режиме, – тепловой пробой. Допустимая мощность ($P_{\text{доп}}$) составляет $(0,2 \dots 0,3) P_{\text{пред}}$.

Объясняется это тем, что появление отраженной волны приводит к возрастанию напряженности электрического поля в линии передачи, что способствует быстрому развитию теплового пробоя.

ского поля в тех местах линии, где существуют и падающая и отраженная волны. Суммирование мощностей падающей и отраженной волн увеличивает вероятность электрического или теплового пробоя, поэтому допустимая мощность берется существенно меньшей, чем предельная.

Тем не менее в ДЦМВ диапазоне по волноводу можно передавать очень большую мощность, но по мере уменьшения длины волны величина передаваемой мощности также уменьшается.

Рассмотрим в качестве примера волновод с размерами $a = 0,75\lambda$, $b = 0,5a$, по которому распространяется основная волна H_{10} . Подставляя в формулу (12.4.3) $E_{m_{\max}} = 30 \frac{\text{kB}}{\text{см}}$, получаем $P_{\text{пред}} \approx 125\lambda^2 \text{ кВт}$. Если $\lambda = 30 \text{ см}$, то $P_{\text{пред}} = 112 \text{ МВт}$, $P_{\text{доп}} \approx 28 \text{ МВт}$, а при $\lambda = 1 \text{ см}$ $P_{\text{доп}} = 40 \text{ кВт}$.

12.5. Ослабление основной волны

Ранее рассматривались волноводы с идеально проводящими стенками и с заполнением в виде идеального диэлектрика, т. е. без потерь энергии распространяющейся волны. Однако в реальных волноводах не являются идеальными ни металл стенок, ни диэлектрик. Поэтому необходимо учитывать потери энергии волны как в стенках, так и в диэлектрике. Эти потери при значительной протяженности волновода могут быть существенны, определяя его коэффициент полезного действия.

а) Потери в среде, заполняющей волновод.

При $\lambda < 3 \text{ см}$ необходимо принимать во внимание потери в воздухе (и тем более в ином диэлектрике), заполняющем волновод. Полагаем при этом, что наличие потерь не будет влиять на структуру поля в волноводе, так как основные уравнения электродинамики и граничные условия останутся прежними, но диэлектрическую проницаемость вещества заменяем для учета потерь на комплексную диэлектрическую проницаемость и тогда постоянная распространения в среде становится комплексной величиной:

$$\gamma = \sqrt{k_s^2 - \tilde{k}^2} = \sqrt{k_s^2 - \omega^2 \tilde{\epsilon}_a \mu_a} = \sqrt{k_s^2 - \omega^2 \epsilon_a \mu_a \left(1 - \operatorname{tg} \hat{\delta}\right)} = \sqrt{k_s^2 - k^2 + ik^2 \operatorname{tg} \hat{\delta}}.$$

Учитывая, что $\beta = \sqrt{k^2 - k_s^2}$ и что $\operatorname{tg} \hat{\delta} \ll 1$, получаем

$$\gamma = i\beta \sqrt{1 - i \frac{k^2}{\beta^2} \operatorname{tg} \hat{\delta}} = i\beta \left(1 - i \frac{k^2}{2\beta^2} \operatorname{tg} \hat{\delta}\right) \approx \frac{k^2}{2\beta^2} \operatorname{tg} \hat{\delta} + i\beta = \alpha + i\beta,$$

где $\alpha = \frac{k^2}{2\beta} \operatorname{tg} \hat{\delta} = \frac{\pi\Lambda}{\lambda^2} \operatorname{tg} \hat{\delta}$.

Поскольку в современных диэлектриках величина $\operatorname{tg} \delta = 10^{-4} \dots 10^{-5}$, то коэффициент ослабления очень мал и потери в среде, заполняющей волновод, следует учитывать только в волноводах большой длины. Поэтому при заполнении волновода воздухом потери в среде обычно не рассматриваются, и далее будут учитываться лишь потери в стенках, определяемые поверхностным эффектом.

б) Потери энергии волны в стенках волновода.

Ранее полагали, что стенки волновода идеальные проводники, и исходя из этого предположения получали граничные условия. В действительности стенки являются очень хорошим проводником, и поэтому тангенциальная составляющая напряженности электрического поля мала (для идеального проводника она равна нулю) по сравнению с нормальной составляющей:

$$E_\tau \ll E_n,$$

но по-прежнему, как и в случае идеального проводника, напряженность магнитного поля на стенках определяется тангенциальной составляющей

$$\vec{H} = \vec{\tau}^\circ H_\tau,$$

которая создает ток в стенках волновода.

Таким образом, то, что стенки не идеальные проводники в первом приближении слабо влияет на структуру поля в волноводе.

С учетом потерь в стенках коэффициент распространения будет:

$$\gamma = \alpha_s + i\beta,$$

где α_s – коэффициент ослабления волны в стенках, при этом коэффициент ослабления в среде, заполняющей волновод, считают равным нулю ($\alpha = 0$).

Тогда напряженность ЭМП в волноводе в комплексной форме записывается в виде:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{E}}(x, y, z) &= \dot{\vec{E}}_0(x, y) e^{-(\alpha_s z + i\beta z)}, \\ \dot{\vec{H}}(x, y, z) &= \dot{\vec{H}}_0(x, y) e^{-(\alpha_s z + i\beta z)},\end{aligned}$$

а мощность, переносимая через любое поперечное сечение волновода на расстояние z , представляется как

$$P(z) = P(0) e^{-2\alpha_s z},$$

где $P(0)$ – мощность, поступающая в волновод.

Отсюда, если длина волновода z , то его коэффициент полезного действия (КПД) есть

$$\frac{P(z)}{P(0)} = e^{-2\alpha_s z}.$$

Потери мощности в стенках составляют

$$P_{\Pi}(z) = P(0) \left(1 - e^{-2\alpha_s z}\right)$$

и соответственно потери на единицу длины волновода

$$\frac{dP_{\Pi}(z)}{dz} = 2\alpha_s P(0) e^{-2\alpha_s z},$$

откуда

$$\alpha_s = \frac{1}{2P(0)} \frac{dP_{\Pi}(z)}{dz}_{|z \rightarrow 0}. \quad (12.5.1)$$

С другой стороны, используя приближенные граничные условия Леонтьевича – Щукина, можно найти мощность потерь в металлической поверхности S с удельным поверхностным сопротивлением R_s :

$$P_{\Pi}(z) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S |H_{\tau_m}|^2 dS,$$

где $R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\sigma}}$; H_{τ_m} – тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля к поверхности S .

Для регулярного волновода выберем в качестве такой поверхности полосу длиной L и шириной Δz (рис. 12.5.1) так, что $S = L\Delta z$, а малый элемент поверхности $\Delta S = \Delta\tau\Delta z$.

Тогда мощность потерь на отрезке Δz есть

$$P_{\Pi} = \frac{1}{2} R_s \int_0^z dz \oint_L |H_{\tau_m}|^2 d\tau,$$

и соответственно потери на единицу пути с учетом (12.5.1)

$$\frac{dP_{\Pi}(z)}{dz} = \frac{R_s}{2} \oint_L |H_{\tau_m}|^2 d\tau = 2P_0\alpha_s,$$

откуда

$$\alpha_s = \frac{R_s}{4P_0} \oint_L |H_{\tau_m}|^2 d\tau. \quad (12.5.2)$$

Выражение (12.5.2) представляет наиболее общую формулу для расчета коэффициента ослабления в стенках. Для дальнейших преобразований вспомним, что на стенках волновода нормальная составляющая напряженности

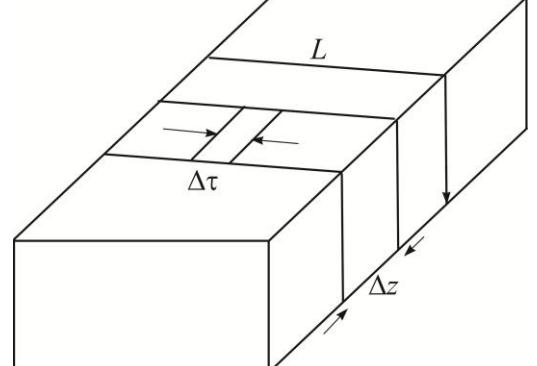


Рис. 12.5.1

магнитного поля равна нулю и вместо H_{τ_m} запишем полную напряженность магнитного поля H_m , после чего с учетом (12.4.1) получим

$$P = \frac{Z_{H,E}}{2} \int_{S_\perp} |H_{\perp_m}|^2 dS_\perp = \frac{1}{2Z_{H,E}} \int_{S_\perp} |E_{\perp_m}|^2 dS_\perp,$$

$$\alpha_s = \frac{R_s}{2Z_{H,E}} \frac{\oint_L |H_{\tau_m}|^2 d\tau}{\int_{S_\perp} |H_{\perp_m}|^2 dS}.$$

В последнее выражение необходимо подставить величину H_m , определенную для регулярного волновода с идеально проводящими стенками.

В частности, потери в стенках прямоугольного волновода с волной H_{10} определяются по формуле

$$\alpha_s = \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} R_s \frac{1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}{b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}}. \quad (12.5.3)$$

Анализ формулы (12.5.3) показывает, что потери в стенках минимальны при $\lambda \approx 0,8a$ и максимальны при $\lambda \rightarrow 0$ и $\lambda = \lambda_{kp}$. Максимальные потери объясняются тем, что если $\lambda \rightarrow 0$, то $R_s \rightarrow \infty$ ($R_s \dots \omega$), т. е. растут потери из-за поверхностного эффекта, а если $\lambda > \lambda_{kp}$, то $P_0 \rightarrow 0$ и $\alpha_s \rightarrow \infty$.

Суммируя все вышеизложенное, приходим к выводу, что выбор поперечных размеров волновода определяется:

- 1) условием распространения только одной основной волны;
- 2) величиной мощности, передаваемой по волноводу;
- 3) величиной затухания и коэффициента полезного действия;
- 4) величиной дисперсионных искажений.

12.6. Высшие типы волн

В волноводе кроме основной волны H_{10} могут возникать и высшие типы волн, которые появляются вблизи элементов возбуждения поля и неоднородностей – всюду, где для поля основной волны не выполняются граничные условия. Волны высших типов имеют произвольные значения индексов « m » и « n », определяющих характер распределения составляющих поля в поперечном сечении волновода, точнее, они показывают число стоячих полуволн, укладываемых в поперечном сечении вдоль широкой

и узкой стенок волновода. Выражения для составляющих поля высших типов волн получаются из соотношений (12.1.12) или (12.1.14) и уравнений связи.

Построить структуру волн высших типов с индексами $m > 1$ и $n > 1$ можно, зная структуру волн с индексами $m = 1$ и $n = 1$, поэтому исходными являются волны H_{11} и E_{11} . Для построения в поперечном сечении волновода широкую стенку мысленно разделяют на m , а узкую – на n равных участков. Пересечение прямых, проведенных через границы участков, дает набор прямоугольных площадок, внутри каждой воспроизводится структура волны H_{11} (при построении структур волн H_{mn}) или E_{11} (при построении структур волн E_{mn}), причем направление векторных линий выбирается так, чтобы при переходе раздела между площадками оно не изменилось, т. е. чтобы не было скачков напряженностей поля.

Если же требуется построить структуры волн высших типов H -класса с индексами $m = 0$ или $n = 0$, то в качестве исходных берется структура полей H_{10} или H_{01} .

Для примера по приведенной методике рассмотрим построение структуры волны H_{20} , взяв за основу структуру основной волны H_{10} . Для этого широкая стенка волновода делится на две части, и в поперечном сечении образуются две площадки, в каждой из которых воспроизводят в противофазе относительно соседней структуру волны H_{10} (рис. 12.6.1).

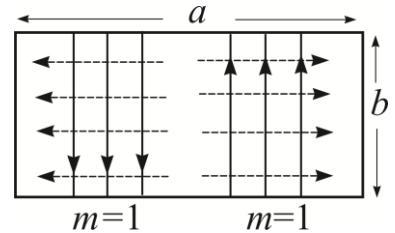


Рис. 12.6.1

12.7. Возбуждение полей в волноводе

Для возбуждения ЭМП в волноводе необходимо ввести в него высокочастотную электромагнитную энергию источника. Устройство, служащее этой цели, называется элементом связи. Такие же элементы применяются и для вывода энергии из волновода, что следует из теоремы взаимности. Линейные размеры этих элементов должны быть очень малы по сравнению с длиной волны, чтобы они не вносили искажений в структуру возбуждаемой волны. В качестве элементов связи используются элементарные излучатели: штырь (электрический диполь), петля (магнитный диполь) и отверстие (щель) в стенке волновода. Особенности элементарных излучателей были рассмотрены в гл. 7, поэтому здесь кратко остановимся на размещении элементов связи.

Штырь размещается в максимуме напряженности электрического поля параллельно вектору напряженности этого поля возбуждаемой волны определенного типа. На рис. 12.7.1 показано возбуждение основной волны H_{10} в прямоугольном волноводе штырем.

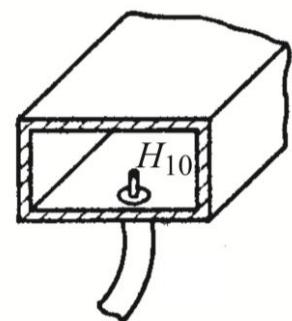


Рис. 12.7.1

Если же штырь перпендикулярен вектору напряженности электрического поля или расположен в узле напряженности электрического поля стоячей волны, то штырь не возбуждает и, следовательно, не принимает такую волну.

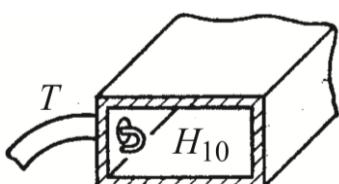


Рис. 12.7.2

Плоскость петли располагается перпендикулярно векторным линиям магнитного поля возбуждаемой волны в максимуме напряженности этого поля. На рис. 12.7.2 показано возбуждение волны H_{10} петлей.

Щель для излучения и приема энергии ЭМП располагается на стенке волновода так, чтобы она под прямым углом прерывала векторные линии поверхностного тока. Векторные линии электрического тока смещения в щели являются продолжением линий поверхностного тока. На краях щели, где прерываются векторные линии поверхностного тока, возникают заряды, меняющиеся со временем по закону изменения поля, возбуждаемого в волноводе. Возбуждение волны H_{10} щелью показано на рис. 12.7.3.

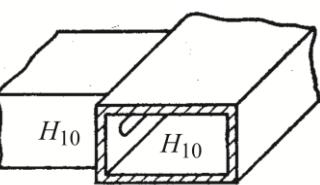


Рис. 12.7.3

Степень связи регулируется размерами элементов, их расстоянием от максимума поля и ориентацией относительно поля.

Вопросы для самопроверки

1. Объясните, каким методом решается волновое уравнение для прямоугольного волновода.
2. Укажите, какие граничные условия используются при решении волнового уравнения для прямоугольного волновода.
3. Поясните, в каком виде представляется решение волнового уравнения.
4. Укажите, какой тип колебаний называют основным.
5. Поясните, исходя из каких условий выбирают поперечные размеры прямоугольного волновода.
6. Укажите, за счет чего происходят потери энергии волны в волноводе.
7. Перечислите и поясните способы возбуждения волновода.

ГЛАВА 13. КРУГЛЫЙ ВОЛНОВОД

13.1. Решение волнового уравнения для продольных составляющих полей

При решении волнового уравнения для круглого волновода сделаем те же допущения, что и для прямоугольного волновода, а именно: в рассматриваемом отрезке волновода отсутствуют сторонние источники, стенки волновода – идеальный проводник, а среда, заполняющая волновод, – идеальный диэлектрик.

Поперечное сечение отрезка круглого волновода показано на рис. 13.1.1.

Произвольно расположенная внутри волновода в фиксированной поперечной плоскости ($z = \text{const}$) точка M имеет координаты r, ψ . Для определения ЭМП в волноводе решается двумерное волновое уравнение для продольных составляющих поля (E_z и H_z) с учетом граничных условий на стенах волновода.

Исходные уравнения для продольных составляющих электрического и магнитного полей однотипны:

$$\nabla_{\perp}^2 \dot{E}_{0z} + k_s^2 \dot{E}_{0z} = 0, \quad \dot{E}_{0z} = 0 \text{ при } r = R,$$

$$\nabla_{\perp}^2 \dot{H}_{0z} + k_s^2 \dot{H}_{0z} = 0, \quad \frac{\partial \dot{H}_{0z}}{\partial r} = 0 \text{ при } r = R,$$

поэтому для дальнейших преобразований используем только уравнение для продольной составляющей напряженности электрического поля, записанное в цилиндрической системе координат:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \dot{E}_{0z}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_{0z}}{\partial \psi^2} + k_s^2 \dot{E}_{0z} = 0. \quad (13.1.1)$$

Решаем уравнение (13.1.1) методом разделения переменных:

$$\dot{E}_{0z}(r, \psi) = F(r)\Phi(\psi). \quad (13.1.2)$$

Подставив выражение (13.1.2) в уравнение (13.1.1), имеем

$$\Phi \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dF}{dr} \right) + \frac{F}{r^2} \frac{d^2 \Phi}{d\psi^2} + k_s^2 F \Phi = 0,$$

или

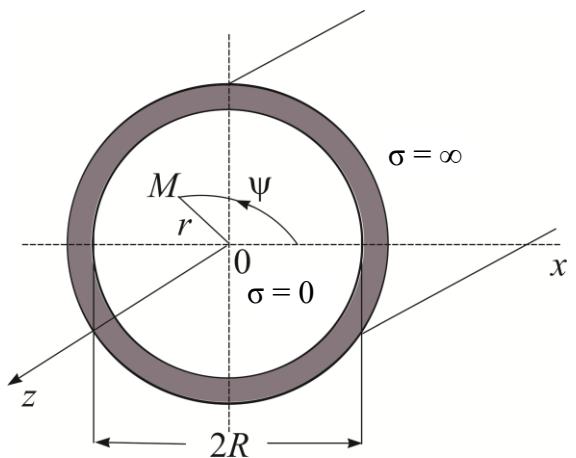


Рис. 13.1.1

$$\frac{F\Phi}{r^2} \left[\frac{r}{F} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dF}{dr} \right) + k_s^2 r^2 + \frac{1}{\Phi} \frac{d^2\Phi}{d\psi^2} \right] = 0. \quad (13.1.3)$$

Уравнение (13.1.3) должно выполняться во всех точках поперечного сечения волновода, и поскольку произведение $F\Phi \neq 0$, то выражение в прямоугольных скобках, используя независимость переменных r и ψ , можно представить в виде двух уравнений:

$$\frac{r}{F} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dF}{dr} \right) + k_s^2 r^2 = m^2 \quad (13.1.4)$$

и

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2\Phi}{d\psi^2} = -m^2, \quad (13.1.5)$$

где m – некоторая постоянная величина.

Следовательно, дифференциальное уравнение в частных производных (13.1.1) сведено к двум дифференциальным уравнениям в обыкновенных производных, в каждое из которых входит одна и та же постоянная величина. Эти уравнения перепишем следующим образом:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dF}{dr} \right) + \left(k_s^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) F = 0, \quad (13.1.6)$$

$$\frac{d^2\Phi}{d\psi^2} + m^2 \Phi = 0. \quad (13.1.7)$$

Уравнение (13.1.6) есть дифференциальное уравнение Бесселя и его решением являются функции Бесселя $J_m(k_s r)$ и Неймана $N_m(k_s r)$ – цилиндрические функции первого и второго рода индекса m , называемого также порядком функции. Таким образом, общее решение уравнения (13.1.6) представляет линейную комбинацию этих функций, так как они линейно независимы:

$$F(r) = J_m(k_s r) + B N_m(k_s r), \quad (13.1.8)$$

где A и B – некоторые постоянные.

Поведение ряда цилиндрических функций при $m=0$ и 1 показано на рис. 13.1.2, где звездочками отмечены нулевые значения функций.

Из рис. 13.1.2 видно, что цилиндрические функции не являются периодическими, их амплитуда убывает с ростом аргумента. Значение функции Неймана при $x \rightarrow 0$ определяется как $\lim_{x \rightarrow 0} N_0(x) \rightarrow -\infty$.

Для круглого волновода поэтому необходимо в выражении (13.1.8) положить $B = 0$, так как величина поля на оси волновода не может быть

бесконечно большой. Постоянная B сохраняется для коаксиального волновода, где точка $r = 0$ не принадлежит области существования поля.

Решение уравнения (13.1.7) дается в виде

$$\Phi(\psi) = C \cos m\psi + D \sin m\psi = M \cos(m\psi + \psi_0), \quad (13.1.9)$$

где $C = M \cos \psi_0$; $D = -M \sin \psi_0$.

В результате

$$\dot{E}_{0_z} = \dot{E}_0 J_m(k_s r) \cos(m\psi + \psi_0) = \dot{E}_0 J_m(k_s r) \begin{cases} \sin & (m\psi), \\ \cos & \end{cases} \quad (13.1.10)$$

где $\dot{E}_0 = AM = E_m e^{i\phi_0}$ – величина, зависящая от интенсивности возбуждения волновода; $\begin{cases} \sin & (m\psi) \\ \cos & \end{cases}$ означает запись суммы.

Допустимые значения индекса m устанавливаются исходя из периодичности решения уравнения (13.1.9), т. е. поворот на угол в 2π возвращет точку M (рис. 13.1.1) в исходное положение. Отсюда значения индекса будут $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, причем при $m = 0$ приемлемо только решение (13.1.10) с функцией \cos , а при индексе $m \neq 0$ возникают два решения – с функциями \cos и \sin .

Решение для продольной составляющей магнитного поля аналогично (13.1.10):

$$\dot{H}_{0_z} = \dot{H}_0 J_m(k_s r) \cos(m\psi + \psi_0) = \dot{H}_0 J_m(k_s r) \begin{cases} \sin & (m\psi). \\ \cos & \end{cases} \quad (13.1.11)$$

Отличия в решениях для продольных составляющих электрического и магнитного полей появляются при нахождении критических волновых чисел, определяемых из соответствующих граничных условий.

13.2. Критические длины волн классов Е и Н

Значения критического волнового числа k_{sE} для волн класса E определяются из граничного условия $\dot{E}_{0_z} = 0$ на стенках волновода ($r = R$). Исходя из этого условия и вида решения для \dot{E}_{0_z} (13.1.10) заключаем, что величина $k_{sE}R$ должна быть нулем функции Бесселя или корнем уравнения

$$J_m(k_{sE}R) = 0.$$

Функция Бесселя m -го порядка имеет бесчисленное множество нулей (рис. 13.1.2). Обозначим их v_{mn} , где $n = 1, 2, 3, \dots$ – номер корня. Значения нулей функции Бесселя вычислены и в табл. 13.2.1 приводятся для первых трех корней функции Бесселя нулевого, первого и второго порядков.

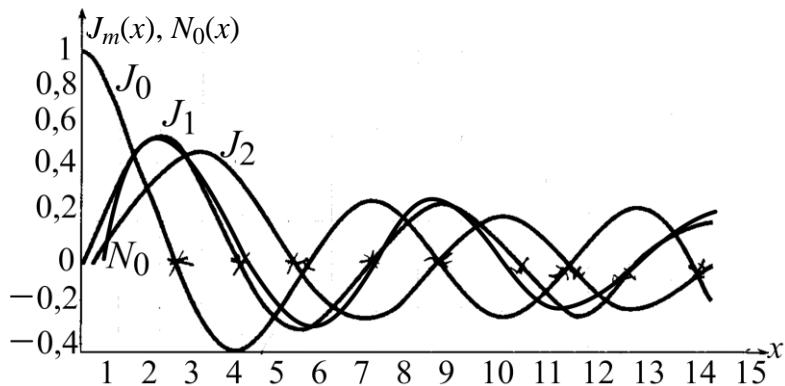


Рис. 13.1.2

Таблица 13.2.1

Критические волновые числа определяются из равенства

$$k_{sE}R = v_{mn}, \quad (13.2.1)$$

$$\text{откуда } \lambda_{kp_E} = \frac{2\pi}{k_{sE}} = \frac{2\pi R}{v_{mn}}.$$

Из табл. 13.2.1 видно, что минимальное значение $v_{mn_{min}} = 2,405$ у волны E_{01} и тогда критическая длина волны

$$\lambda_{kp_{E_{01}}} = 2,61R.$$

Таким образом, волна E_{01} начинает распространяться первой среди волн класса E . Здесь, в отличие от прямоугольного волновода, волна класса E может иметь один из индексов, равный нулю.

Критическая длина волны класса H определяется из условия максимальности тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля на поверхности идеального проводника, поэтому на стенке круглого волновода должно выполняться соотношение

$$\frac{\partial \dot{H}_{0z}}{\partial n} = \frac{\partial \dot{H}_{0z}}{\partial r} = 0 \text{ при } r = R. \quad (13.2.2)$$

С учетом вида решения (13.1.11) критическое волновое число k_{sH} будет определяться значениями аргумента производной функции Бесселя, при которых она имеет экстремум

$$\frac{\partial J_m(k_{sH}r)}{\partial r}_{|r=R} = 0. \quad (13.2.3)$$

Таблица 13.2.2

Значения корней уравнения (13.2.3) приводятся в табл. 13.2.2 для первых трех номеров корней и индексов.

Обозначая аргументы, при которых производная функции Бесселя имеет экстремумы через v'_{mn} , получаем

n	m		
	0	1	2
1	3,832	1,841	3,054
2	7,016	5,331	6,706
3	10,173	8,536	9,969

$$k_s H R = v'_{mn},$$

и отсюда

$$\lambda_{kp_H} = \frac{2\pi R}{v'_{mn}}.$$

Как следует из табл. 13.2.2, минимальное значение $v'_{mn} = 1,841$ у волны H_{11} , поэтому

$$\lambda_{kp_{H_{11}}} = 3,41R,$$

и, следовательно, волна H_{11} является основной волной в круглом волноводе, которая начинает распространяться первой.

Итак, зависимость составляющих поля в круглом волноводе от угловой координаты описывается гармоническими функциями, а от радиальной – функциями Бесселя первого рода и их производными. Критические волны классов E и H определяются соответственно нулями функции Бесселя и ее производной. Индексы m и n указывают на число полуволн вдоль угловой (ψ) и радиальной (r) координат. В частном случае при $m=0$ поле от угла ψ не зависит, и такие типы волн называются симметричными.

13.3. Структура полей

Структуру поля волны основного типа H_{11} в поперечном сечении круглого волновода можно получить, постепенно деформируя поперечное сечение прямоугольного волновода с основной волной H_{10} в круглое сечение. В процессе деформации должны соблюдаться граничные условия на поверхности идеального проводника (стенок волновода), а именно: векторные линии электрического поля нормальны к стенкам, а линии магнитного поля тангенциальны к ним, причем векторные линии напряженностей полей взаимно ортогональны.

Последовательность перехода структуры поля волны H_{10} в структуру волны H_{11} в поперечном сечении показана на рис. 13.3.1 (а–г).

Максимум поперечной составляющей электрического поля находится на оси волновода ($r=0$).

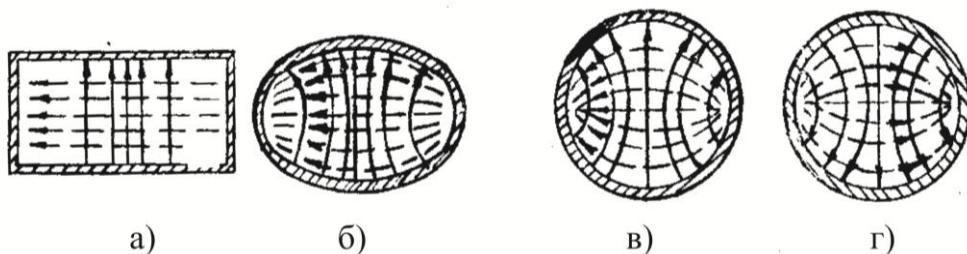


Рис. 13.3.1

При $m \neq 0$, как следует из выражения (13.1.10), в круглом волноводе возможно одновременное существование двух структур поля одного типа, отличающихся друг от друга поворотом вокруг продольной оси на угол в 90° . Это явление называется поляризационным вырождением волны. Для волны H_{11} это два вида, соответствующие частным решениям $\cos\psi$ и $\sin\psi$, поэтому данную волну можно представить в виде суммы двух взаимно перпендикулярных волн, причем при равенстве амплитуд линейно-поляризованных волн суммарная волна имеет круговую поляризацию.

Структура поля волны H_{11} в плоскости продольного сечения совпадает со структурой поля волны H_{10} в том же сечении прямоугольного волновода.

Первым высшим типом волны в круглом волноводе является волна E_{01} , структура которой в поперечном сечении представлена на рис. 13.3.2, а.

Вдоль радиуса составляющие поля имеют одну вариацию ($n=1$). Продольная составляющая электрического поля этого типа волны имеет максимум на оси волновода (так как при $r=0$ значение $J_0(kr)$ максимально) и, переходя в поперечную составляющую, спадает до нуля на стенках волновода (рис. 13.3.2, б). Магнитное поле, охватывая продольный ток смещения, изменяется от нуля на оси волновода до конечной величины на стенках, а линии этого поля имеют вид концентрических окружностей, лежащих в плоскости поперечного сечения волновода.

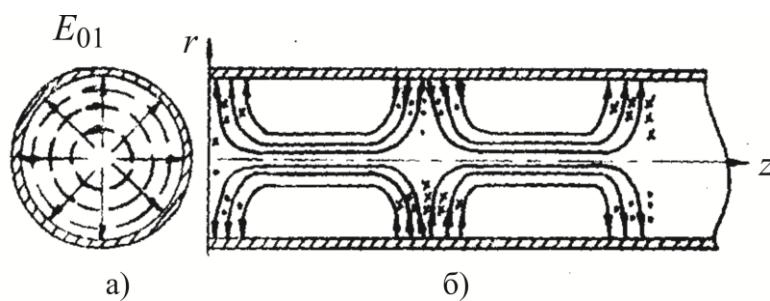


Рис. 13.3.2

Представляет практический интерес симметричная волна H_{01} из-за ее малого затухания. Структура поля этой волны характерна тем, что и электрические, и магнитные векторные линии замкнуты (рис. 13.3.3, а, б).

В поперечном сечении волновода векторные линии электрического поля имеют вид концентрических окружностей, а напряженность магнитного поля на стенках отсутствует. Линии магнитного поля в продольном сечении образуют замкнутые петли, причем максимальное значение продольной составляющей имеется в центре и на стенках волновода (рис. 13.3.3, б). Существование на стенках волновода только продольной составляющей магнитного поля приводит к возникновению чисто кольцевого поверхностного тока проводимости. С увеличением частоты продольная составляющая магнитного поля, а следовательно, и кольцевой ток, уменьшаются, что и вызывает уменьшение потерь в стенках волновода.

Наличие кольцевого поверхностного тока является особенностью волны H_{01} . Волны H_{11} и E_{01} , которые начинают распространяться раньше волны H_{01} , имеют поперечную составляющую магнитного поля, которая вызывает появление продольных поверхностных токов. Для подавления волн H_{11} и E_{01} в стенках волновода делают кольцевые щели, которые прерывают продольные токи и тем самым вызывают излучение волн H_{11} и E_{01} из волновода, тогда как кольцевые токи волны H_{01} обтекают эти щели, не создавая значительных потерь в волне.

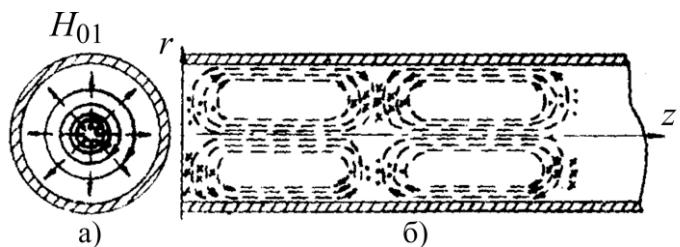


Рис. 13.3.3

13.4. Особенности применения круглого волновода

На рис. 13.4.1 представлено расположение некоторых типов волн в круглом волноводе в зависимости от отношения $\frac{\lambda_{\text{кр}}}{R}$. Отметим, что поскольку $J'_0(k_s r) = -J_1(k_s r)$, то критическая длина волны одинакова для H_{01} и E_{11} (как и для всех H_{0n} и E_{1n} при любых n), и, таким образом, это вырожденные типы волн.

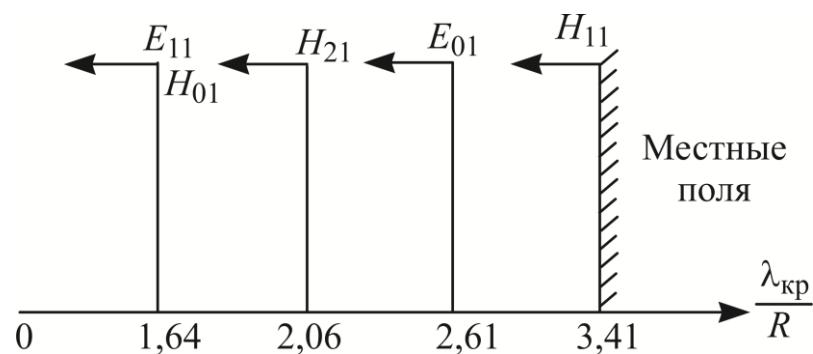


Рис. 13.4.1

Использование основной волны H_{11} в круглом волноводе, привлекательно, в принципе, поскольку наличие двух взаимно перпендикулярных волн позволяет, во-первых, удвоить максимальную мощность, передаваемую на этой волне, и, во-вторых, иметь два некоррелированных канала связи.

Однако на практике передача сигналов на волне H_{11} по круглому волноводу затруднительна вследствие поляризационной нестабильности структуры волны H_{11} , которая возникает из-за случайных неоднородностей в волноводе, так как при этом амплитуды и фазовые скорости двух волн становятся неравными, что и приводит к повороту плоскости поляризации суммарной волны (рис. 13.4.2).

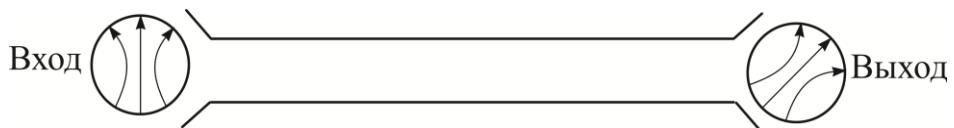


Рис. 13.4.2

Кроме того, диапазон одноволнового режима здесь меньше, чем в прямоугольном волноводе. Коэффициент перекрытия диапазона одноволнового режима составляет примерно 1,3, тогда как для прямоугольного волновода эта величина равна 2. Наконец, в круглом волноводе при необходимости можно изменять только один параметр – радиус, а в прямоугольном – два (ширину и высоту), что позволяет легче решать возникающие прикладные задачи.

Таким образом, хотя в технологическом плане круглый волновод проще, чем прямоугольный, на практике он применяется реже при работе с основной волной.

Гораздо большее применение находят круглые волноводы с симметричными волнами E_{01} и H_{01} . Волна E_{01} используется во вращающихся сочленениях антенно-фидерных трактов, например для передачи энергии от передатчика к антенне радиолокационной станции, осуществляющей сканирование пространства по угловой координате.

Волна H_{01} применяется для уменьшения потерь в стенках волновода при его существенной длине. Однако использование этой волны приводит к отрицательным явлениям, поскольку одновременно распространяются поля, имеющие большие критические длины волн, что создает искажения сигнала. Кроме того, сама волна H_{01} легко перерождается на неоднородностях волновода в нежелательные высшие типы волн. Борьба с последним явлением основана, как отмечалось ранее, на различии структур полей H_{01} (и вообще H_{0n}) и высших типов волн, для которых поперечные щели в стенках волновода представляют излучающие элементы и, таким образом, являются своеобразным фильтром для высших типов волн.

Вопросы для самопроверки

1. Расскажите о достоинствах и недостатках круглого волновода.
2. Укажите, какая волна является основной для круглого волновода.
3. Объясните, как получить структуру поля волны H_{11} в поперечном сечении круглого волновода.
4. Поясните, что означают физически индексы « m » и « n » в обозначениях волн в круглом волноводе.
5. Поясните, почему волны типов H_{0n} и E_{0n} называют симметричными.
6. Укажите, в чем заключаются достоинства применения волны H_{01} в круглом волноводе.

ГЛАВА 14. ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ С Т-ВОЛНАМИ

14.1. Коаксиальная линия передачи

Для направления T -волн часто применяется коаксиальная линия передачи (КЛП) (или коаксиальный волновод), представляющая систему из двух соосных металлических цилиндров, разделенных диэлектриком.

Поперечное сечение КЛП показано на рис. 14.1.1. ЭМП существует в пространстве между проводниками, заполненном диэлектриком. Как и ранее, в случае волноводов, полагаем в рассматриваемом отрезке КЛП отсутствие сторонних источников поля, диэлектрик – без потерь ($\sigma=0$), а проводники имеют бесконечно большую проводимость ($\sigma=\infty$).

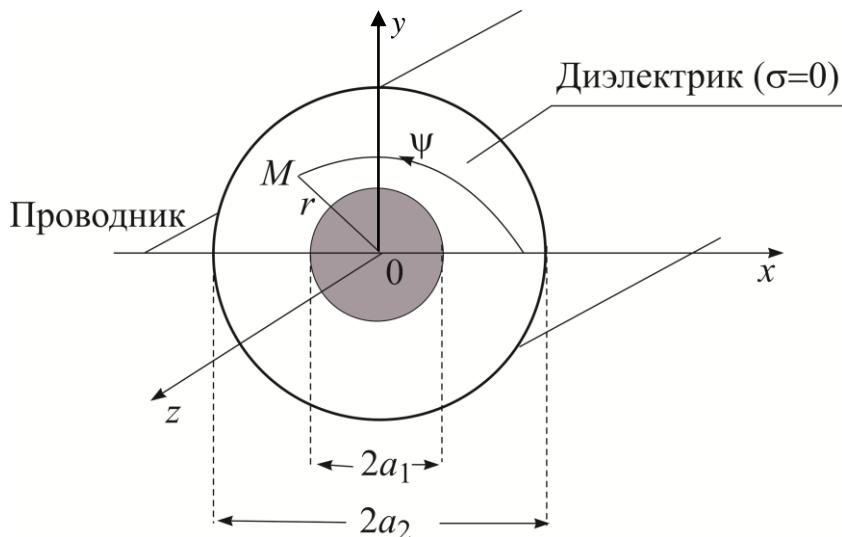


Рис. 14.1.1

Для анализа поля в КЛП используется цилиндрическая система координат (r, ψ, z) , ось z которой совмещается с осью внутреннего проводника. В КЛП могут существовать волны как класса T , так и классов E и H , но поскольку у T -волн критическая длина равна бесконечности, то эта волна является основной волной КЛП.

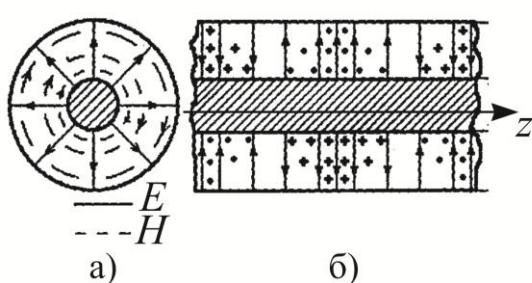


Рис. 14.1.2

В КЛП ток, идущий от источника к нагрузке по внутреннему проводнику, возвращается в источник по наружному проводнику. Векторные линии электрического и магнитного полей в некоторый фиксированный момент времени показаны на рис. 14.1.2, а, б в поперечном и продольном сечениях.

Ввиду полной симметрии поперечного сечения будем искать составляющие ЭМП T -волны, удовлетворяющие следующим условиям:

1) поле симметрично по координате ψ , и, следовательно, $\frac{\partial}{\partial \psi} = 0$;

2) единственная составляющая электрического поля зависит только от радиуса.

При сделанных предположениях в поперечном сечении коаксиальной линии для напряженности электрического поля выполняются следующие соотношения:

$$\vec{E} = \vec{r}^\circ E_r, \quad (14.1.1)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0, \quad (14.1.2)$$

$$\int_{a_1}^{a_2} E_r dr = u_m, \quad (14.1.3)$$

где u_m – напряжение между внутренним и внешним проводниками КЛП.

Для определения конкретного вида напряженности электрического поля используем уравнение Лапласа для скалярного потенциала

$$\nabla^2 \varphi = 0, \quad (14.1.4)$$

которое в цилиндрической системе координат с учетом зависимости только от радиуса запишется в виде

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\varphi}{dr} \right) = 0. \quad (14.1.5)$$

Проинтегрировав это уравнение, получим

$$\varphi = C_1 \ln r + C_2, \quad (14.1.6)$$

где C_1 и C_2 – произвольные постоянные, для установления которых применим граничные условия.

Пусть внутренний проводник заряжен до потенциала φ_1 , а внешний – до φ_2 . Разность потенциалов, определяющая напряжение между проводниками, есть

$$u_m = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (14.1.7)$$

Без потери общности можно положить $\varphi_2 = 0$, и тогда граничные условия будут:

$$C_1 \ln a_1 + C_2 = \varphi_1 \text{ при } r = a_1, \quad (14.1.8)$$

$$C_1 \ln a_2 + C_2 = 0 \text{ при } r = a_2. \quad (14.1.9)$$

Вычитая из уравнения (14.1.8) уравнение (14.1.9), приходим к значению постоянной

$$C_1 = \frac{\Phi_1}{\ln \frac{a_2}{a_1}}. \quad (14.1.10)$$

Выражая постоянную C_2 в уравнении (14.1.9) через постоянную C_1 и подставляя ее в уравнение (14.1.6), получим

$$\varphi = \frac{\Phi_1}{\ln \frac{a_1}{a_2}} \ln r - \frac{\Phi_1}{\ln \frac{a_1}{a_2}} \ln a_2 = \frac{\Phi_1}{\ln \frac{a_1}{a_2}} \ln \frac{r}{a_2} = \frac{u_m}{\ln \frac{a_1}{a_2}} \ln \frac{r}{a_2}. \quad (14.1.11)$$

Как было показано, напряженность электрического поля связана с потенциалом зависимостью

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi,$$

где $\text{grad}\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial r} \vec{r}^\circ$, и тогда напряженность электрического поля волны, распространяющейся в коаксиальной линии, запишется в комплексной форме в виде

$$\dot{\vec{E}} = \vec{r}^\circ \dot{E}_r = \vec{r}^\circ \frac{u_m}{\ln \frac{a_2}{a_1}} \frac{1}{r} e^{-i\beta z}. \quad (14.1.12)$$

Максимальное значение амплитуды напряженности электрического поля наблюдается на поверхности внутреннего проводника и равно $\frac{u_m}{a_1 \ln \frac{a_2}{a_1}}$.

Поскольку векторные линии магнитного поля представляют концентрические окружности вокруг внутреннего проводника, то магнитное поле в поперечном сечении КЛП имеет только одну составляющую по координате ψ

$$\dot{\vec{H}} = \vec{\psi}^\circ \dot{H}_\psi. \quad (14.1.13)$$

Учитывая, что электрические и магнитные составляющие взаимно перпендикулярны, как в случае свободно распространяющейся плоской волны, напряженность магнитного поля определяется выражением

$$\dot{H}_\psi = \frac{\dot{E}_r}{Z_c} = \frac{u_m \sqrt{\epsilon}}{120\pi \ln \frac{a_2}{a_1}} \frac{1}{r} e^{-i\beta z}, \quad (14.1.14)$$

$$\text{где } Z_c = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon}}.$$

Из соотношений (14.1.12) и (14.1.14) следует, что в поперечном сечении КЛП величины электрической и магнитной напряженностей ЭМП убывают в радиальном направлении, поэтому густота векторных линий на рис. 14.1.2, а уменьшается от внутреннего проводника к внешнему.

Мощность ЭМП, переносимая по КЛП, определяется как

$$P = \frac{1}{2} \int_S \operatorname{Re} \left[\dot{\vec{E}}^*, \vec{H} \right] d\vec{S} = \frac{1}{2} \int_S \dot{E}_r^* H_\psi dS, \quad (14.1.15)$$

где элемент поперечной поверхности $dS = r dr d\psi$, а $\int_S = \int_0^{2\pi} d\psi \int_{a_1}^{a_2} r dr$.

Подставив в (14.1.15) выражения (14.1.12) и (14.1.14), после интегрирования получим

$$P = \frac{u_m^2 \sqrt{\epsilon}}{120 \ln \frac{a_2}{a_1}}.$$

Рассматривая это выражение как мощность, выделяемую на сопротивлении величиной Z_B при подаче на него напряжения, изменяющегося по гармоническому закону, можно записать

$$P = \frac{u_m^2}{2Z_B},$$

$$\text{откуда } Z_B = \frac{60}{\sqrt{\epsilon}} \ln \frac{a_2}{a_1} = \frac{138}{\sqrt{\epsilon}} \lg \left(\frac{a_2}{a_1} \right). \quad (14.1.16)$$

Величина Z_B называется волновым сопротивлением КЛП.

Если коаксиальная линия заполнена воздухом, то

$$Z_B = 60 \ln \frac{a_2}{a_1}, \text{ Ом.}$$

Волновое сопротивление служит критерием согласования двух КЛП с волновыми сопротивлениями соответственно Z_{B1} и Z_{B2} . Если $Z_{B1}=Z_{B2}$, то отражение от стыка КЛП отсутствует, при этом у КЛП может не быть равенства радиусов внутренних и внешних проводников.

Необходимо отметить, однако, что данный критерий является приближенным, так как не учитывает изменение структуры поля в непосредственной близости от стыка вследствие возникновения высших типов поля из-за разницы в размерах сечения проводников КЛП.

Использование волнового сопротивления при рассмотрении КЛП объясняется тем, что в отличие от волноводов здесь потенциал вводится однозначным образом. Стандартными величинами волнового сопротивления являются 50, 75, 100, 150, 200 Ом.

Конструктивно система из одного или нескольких КЛП выполняется в виде гибких коаксиальных кабелей внутри единой защитной оболочки.

К проводникам КЛП предъявляется ряд требований: высокая электропроводность, гибкость и механическая прочность. Изготавливаются проводники чаще всего из меди или алюминия. Внутренний проводник представляет либо одиночную проволоку, либо для повышения гибкости многопроволочную конструкцию. В КЛП, предназначенных для передачи большой мощности, внутренний проводник – металлическая трубка, толщина которой превышает глубину проникновения поля на нижней частоте передаваемого диапазона.

Изолирующий диэлектрик должен обладать электрическими свойствами, стабильными во времени, и быть механически прочным. Сама изоляция делается либо сплошной, либо комбинированной – воздушной и полувоздушной. При воздушной изоляции через равные расстояния размещаются диэлектрические шайбы для фиксации внутреннего проводника относительно внешнего. При полувоздушной изоляции на внутренний проводник одевается диэлектрическая трубка с продольными канавками, и, наконец, в случае сплошной изоляции все пространство между проводниками заполняется диэлектриком. Внешний проводник представляет однородную цилиндрическую трубку, на которую сверху одета защитная оболочка, предохраняющая от влаги и механических повреждений.

Коаксиальные кабели подразделяются на радиочастотные и дальней связи. Радиочастотные кабели используются на частотах более 1 МГц, на их основе создаются кабельное телевидение, домовая распределительная сеть и подключение индивидуальных телевизионных приемников. Коаксиальные кабели дальней связи передают аудио- и видеинформацию и в зависимости от расстояний, на которых они применяются, делятся на магистральные, зоновые (областные), местные (сельские). В отдельную группу выделяются подводные кабели связи.

14.2. Симметричная двухпроводная линия

Эта линия состоит из двух параллельных цилиндрических проводников (рис. 14.2.1, а).

Энергия передается по линии только T -волной, волны классов E и H в передаче энергии не участвуют, так как при наличии продольных составляющих поля (либо H_z , либо E_z) направление вектора Пойнтинга будет отклоняться от оси z , и, следовательно, энергия будет излучаться в пространство, а не передаваться потребителю. Канализация энергии вдоль продольной оси z происходит при условии, что расстояние между проводами гораздо меньше длины волны ($d \ll \lambda$). Тогда малые противоположные участки проводов рассматриваются как противофазные элементарные электрические излучатели, действие которых взаимно компенсируется.

Картина векторных линий электрического поля повторяет соответствующую структуру электростатического поля (рис. 14.2.1, б).

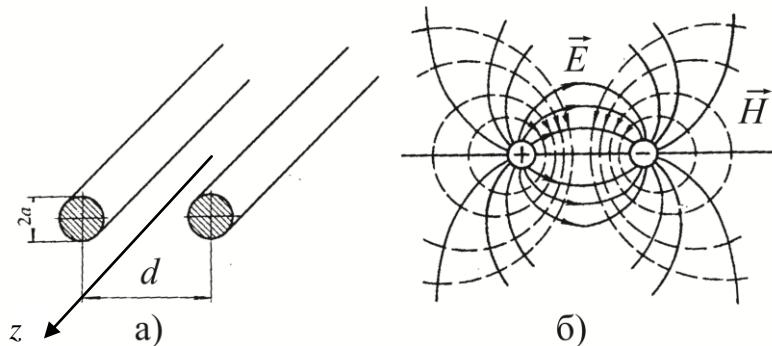


Рис. 14.2.1

Если же это условие ($d \ll \lambda$) не выдерживается, то возможно возникновение антенного эффекта, когда в точке приема поля, создаваемые противофазными элементарными излучателями, будут складываться в фазе за счет разности хода лучей от излучателей до точки приема.

Волновое сопротивление линии при соотношении $\frac{2a}{d} \ll 1$, что обычно реализуется на практике, определяется формулой

$$Z_{\text{в}} = 120 \ln \left(\frac{d}{a} \right), \text{ Ом.}$$

Стандартные значения волнового сопротивления линии составляют 75, 100, 150, 200, 300 Ом.

Напряженность электрического поля, как видно из рис. 14.2.1, б, максимальна у поверхности проводников. При превышении допустимого значения напряженности возникает пробой воздуха, приводящий к его ионизации, вследствие чего создается факельное истечение, и в итоге начинается плавление проводов.

К достоинствам линии относятся:

- простота конструкции и экономичность;
- удобство соединения с симметричной нагрузкой.

К недостаткам – сильная зависимость от погодных условий, поэтому для защиты от внешних влияний применяют экранирование в виде защитной оболочки, подобной описанной для КЛП.

В технике связи несколько двухпроводных линий объединяются в симметричные кабели, находящиеся под общей оболочкой, называемые симметричными парами, в которых для защиты от внешних и взаимных электромагнитных воздействий используется скрутка отдельных проводников. Два изолированных проводника симметричной пары, скрученные вместе, образуют витую пару.

Симметричные двухпроводные линии применяются в виде воздушных линий и симметричных кабелей. Воздушные линии используются в проводной связи только в зоновой и сельской сетях ввиду слабой помехозащищенности и зависимости от атмосферных условий, в радиосвязи – как фидерные линии для антенн. Симметричные кабели служат как линии связи на магистральных, зоновых и сельских сетях.

14.3. Полосковые линии

Полосковые линии передачи (ПЛП) выполняются из плоских проводников и разделяются на симметричные (рис. 14.3.1, а) и несимметричные (рис. 14.3.1, б).

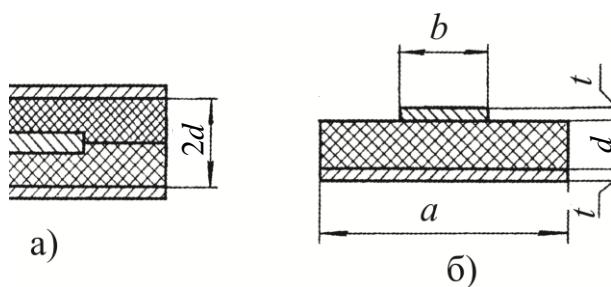


Рис. 14.3.1

В ПЛП из-за неоднородности диэлектрического заполнения в поперечном сечении (наличие границ «диэлектрик–воздух») возникают составляющие H_z и E_z . Однако в реальных условиях (при $d \ll b$ и $\epsilon \gg 1$) поперечные составляющие напряженности гораздо больше продольных, поле в ПЛП почти однородно и распространяющуюся основную волну называют квази T -волной с $\lambda_{\text{кр}} = \infty$. Ее структура для симметричной и несимметричной ПЛП показана соответственно на рис. 14.3.2, а, б, из которых видно, что поле существует не только в диэлектрике между металлическими пластинками, но и в воздухе.

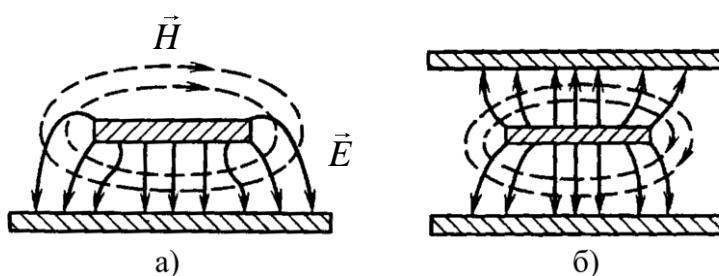


Рис. 14.3.2

Строгая теория несимметричных ПЛП сложна, но поскольку, как отмечалось, на практике $d \ll b$, то это позволяет считать поле в ПЛП аналогом статистического поля в плоском конденсаторе, которое без учета краевых эффектов полагаем плоским. В этом случае можно найти волновое сопротивление достаточно просто.

Пусть амплитуда переменного напряжения между проводящими пластинками u_m , тогда напряженности электрического и магнитного полей в волне, распространяющейся по ПЛП, определяются соответственно:

$$\dot{E}_{0_y} = \frac{u_m}{d} e^{-ikz}; \quad \dot{H}_{0_x} = \frac{u_m \sqrt{\epsilon}}{120\pi} \frac{1}{d} e^{-ikz},$$

откуда, интегрируя по площадке сечением $S = d \cdot b$, в пределах которой сконцентрировано практически все поле волны, получим величину мощности, переносимой волной:

$$P = \frac{1}{2} \int_S \operatorname{Re} \left[\dot{\vec{E}}, \vec{H}^* \right] dS = \frac{u_m^2 \sqrt{\epsilon}}{240\pi} \left(\frac{b}{d} \right).$$

Затем, рассуждая, как и в случае с КЛП, находим волновое сопротивление

$$Z_{\text{в}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon}} \left(\frac{d}{b} \right).$$

К преимуществам ПЛП относятся простота и массовость изготовления с помощью печатных схем, к недостаткам – небольшая передаваемая мощность.

Если в несимметричных ПЛП значения диэлектрической проницаемости диэлектрика $\epsilon \geq 10$, то поле концентрируется в подложке. Такие ПЛП имеют малые поперечные размеры и называются микрополосковые линии передачи.

ПЛП используют в диапазонах сантиметровых и дециметровых волн, а микрополосковые линии – в интегральных устройствах СВЧ.

Вопросы для самопроверки

1. Объясните, какие волны являются основными в КЛП.
2. Поясните, почему в КЛП используют понятие «волновое сопротивление».
3. Укажите, в каком диапазоне частот используют КЛП.
4. Расскажите, как конструктивно выполняют КЛП.
5. Поясните причину возникновения антенного эффекта в симметричной двухпроводной линии.
6. Расскажите, где используют симметричные двухпроводные линии.
7. Перечислите достоинства и недостатки полосковых линий передачи.

ГЛАВА 15. ОБЪЕМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

15.1. Построение объемных резонаторов

В радиотехнике для выделения полосы частот широко используют колебательные контуры, состоящие из элементов, представляющих сосредоточенные индуктивности и емкости, соединенные параллельно (рис. 15.1.1).

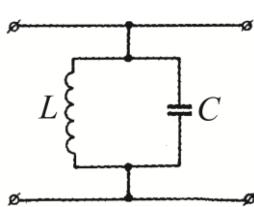


Рис. 15.1.1

Характерной особенностью приведенной схемы является то, что линейные размеры элементов гораздо меньше резонансной длины волны, которую создает контур.

При переходе в диапазон СВЧ и увеличении резонансной частоты ω_0 необходимо, что следует из соотношения

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

соответственно уменьшать величины емкости и индуктивности. Как результат, уменьшается величина энергии ЭМП, запасаемой в контуре и характеризуемой добротностью. Кроме того, возрастают потери, вызванные, в частности, поверхностным эффектом, и, наконец, элементы контура начинают излучать.

Все это приводит к тому, что в диапазоне СВЧ в качестве колебательных применяют системы с распределенными параметрами. Возможность построения таких систем вытекает из основных уравнений ЭД, из которых следует, что переменные электрическое и магнитное поля взаимно возбуждаются и поддерживают друг друга. Следовательно, если взять изолированную область пространства, в которой отсутствуют тепловые потери, и ввести в нее ЭМП, то в этом объеме будет происходить, как в обычном колебательном контуре, незатухающий колебательный процесс. При чисто активной мощности сторонних источников ЭМП наступает резонанс, т. е. равенство средних за период значений электрического и магнитного полей. Подобные резонансные системы называются объемными резонаторами.

В качестве резонаторов в диапазоне СВЧ используют отрезки волноводов, ограниченные с двух сторон по продольной оси поперечными проводящими поверхностями. Внутри такого замкнутого объема создаются электромагнитные колебания, характеризующиеся накоплением энергии при определенных соотношениях между линейными размерами резонатора и длиной волны. При отклонении от этих соотношений амплитуда колебаний в резонаторе резко падает, т. е. резонатор аналогичен частотно-селективной системе.

Кроме металлических применяются (особенно в миллиметровом и оптическом диапазонах) и объемные диэлектрические резонаторы (ДР) из вещества с большим значением диэлектрической проницаемости. Для накопления энергии ЭМП в них используют явление полного внутреннего отражения.

Таким образом, объемные резонаторы подобно линиям передачи можно разделить на закрытые и открытые. Закрытые, которые и будут рассматриваться далее в этой главе, представляют часть пространства, заключенного внутри металлической оболочки, и делятся на следующие группы:

- простой формы, получаемые из отрезков регулярных линий передачи (волноводные, коаксиальные и т. п.);
- сложной формы, характеризующиеся выделением областей концентрации электрического и магнитного полей.

Объемные резонаторы находят широкое применение в технике связи.

15.2. Свободные колебания в резонаторе

Рассмотрим вначале идеализированный случай, когда в замкнутом объеме, представляющем резонатор, отсутствуют сторонние источники ЭМП. Такой режим резонатора называется режимом свободных или собственных колебаний.

Положим, что этот объем V есть часть линии передачи (прямоугольного волновода), ограниченной в сечениях $z=0$ и $z=l$ идеально проводящими плоскостями (рис. 15.2.1). Предположим также для простоты анализа, что в объеме V отсутствуют потери энергии.

Теория свободных колебаний в объемном резонаторе использует результаты, полученные для направляемых волн в регулярных линиях передачи.

Пусть в рассматриваемой линии передачи в сторону увеличивающихся значений оси z распространяется волна заданного типа, которую назовем падающей волной. Для конкретизации возьмем основной тип волны H_{10} , имеющий только поперечную составляющую электрического поля, которую запишем в виде

$$\dot{E}_{0_y}^{\text{пад}} = \dot{E}_{0_\perp}^{\text{пад}} = E_m^{\text{пад}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-i\beta z}, \quad (15.2.1)$$

где E_m – максимальная напряженность в центре широкой стенки волновода.

Наличие торцевых проводящих плоскостей приводит к возникновению отраженной волны, распространяющейся вдоль оси z в противоположном направлении и также имеющей только поперечную составляющую электрического поля:

$$\dot{E}_{0_y}^{\text{отр}} = \dot{E}_{0_\perp}^{\text{отр}} = E_m^{\text{отр}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{i\beta z}. \quad (15.2.2)$$

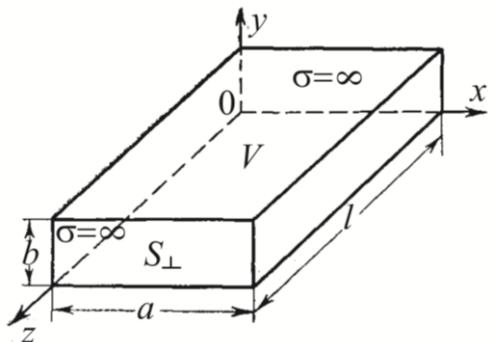


Рис. 15.2.1

В результате интерференции падающей и отраженной волн внутри объема V создается суммарное поле:

$$\dot{E}_{0\perp} = \left(E_m^{\text{пад}} e^{-i\beta z} + E_m^{\text{отр}} e^{i\beta z} \right) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right), \quad (15.2.3)$$

для которого должны выполняться известные граничные условия на идеально проводящей поверхности:

$$\dot{E}_{0\perp} = 0 \text{ при } \begin{cases} z = 0, \\ z = l. \end{cases} \quad (15.2.4)$$

$$(15.2.5)$$

Суммарное поле удовлетворяет граничному условию (15.2.4), если

$$E_m^{\text{пад}} = -E_m^{\text{отр}}, \quad (15.2.6)$$

что имеет место при отражении от идеально проводящей поверхности.

Подставляя соотношение (15.2.6) в (15.2.3), получаем

$$\dot{E}_{0\perp} = E_m^{\text{пад}} \left(e^{-i\beta z} - e^{i\beta z} \right) \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) = -2iE_m^{\text{пад}} \sin\beta z \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right). \quad (15.2.7)$$

Это уже встречавшееся ранее выражение, характеризующее стоячую волну, которую в данном случае образует суперпозиция падающей и отраженной волн, что говорит о колебательном характере изменения поля вдоль оси z .

Суммарное поле удовлетворяет второму граничному условию (15.2.5) при значениях

$$\beta = p \frac{\pi}{l}, \text{ где } p = 1, 2, 3, \dots, \quad (15.2.8)$$

или

$$l = p \frac{\pi}{\beta} = p \frac{\pi\Lambda}{2\pi} = p \frac{\Lambda}{2}, \quad (15.2.9)$$

где Λ – длина волны в волноводе.

Определим собственную резонансную частоту ω_0 поля в объеме V , исходя из соотношения (11.5.1) для волнового числа, с учетом того, что потери в объеме отсутствуют:

$$k_0^2 = k_s^2 + \beta^2, \quad (15.2.10)$$

где $k_0 = \frac{\omega_0}{v_\phi}$ – собственное волновое число.

Из формулы (15.2.10) следует, что резонансная угловая частота

$$\omega_0 = v_\phi \sqrt{k_s^2 + \beta^2} \quad (15.2.11)$$

и резонансная длина волны

$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}}. \quad (15.2.12)$$

Из соотношения (15.2.8) видно, что коэффициент фазы β принимает ряд дискретных значений, тогда и значения ω_0 также дискретны. Поэтому объем V обладает избирательными или резонансными свойствами и является объемным резонатором.

Из формулы (15.2.9), представляющей условия существования колебаний суммарного поля в резонаторе, вытекает, что колебания возможны только при длине резонатора, кратной целому числу полуволн конкретного типа поля.

Поскольку в резонаторе ЭМП имеет характер стоячей волны и в поперечной плоскости (как в линии передачи) и в продольной, то поля в резонаторах обозначаются тремя индексами, например $H_{m\text{пр}}$, $E_{m\text{пр}}$ и т. д. Последний индекс указывает число стоячих волн, укладывающихся по длине резонатора, а первые два индекса означают то же, что и в линии передачи.

Все вышесказанное указывает на то, что замкнутый с двух сторон отрезок линии передачи без потерь с определенным типом направляемой волны представляет систему, электромагнитные колебания в которой могут существовать неограниченное время без внешних источников. Эти колебания, как уже отмечалось, называются свободными или собственными колебаниями. Частотная характеристика такой системы соответствует частотной характеристике колебательного контура с сосредоточенными элементами, представленного на рис. 15.1.1. Поскольку рассматривалась поперечная составляющая электрического поля, то выполненный анализ применим к любым классам направляемых волн в соответствующих линиях передачи, на основе которых строится объемный резонатор.

15.3. Вынужденные колебания в резонаторе

Проанализированные выше свободные колебания в резонаторах без потерь представляют чисто теоретическую модель. В реальных резонаторах колебательный характер ЭМП существует за счет энергии внешних источников поля и поэтому эти колебания называются вынужденными. Вдобавок сам резонатор работает на нагрузку, куда поступает его энергия, что также влияет на режим свободных колебаний.

Из формул (15.2.8) и (15.2.11) следует, что частота внешнего источника должна совпадать с одной из резонансных частот. Поэтому объемный резонатор является многорезонансной системой в отличие от обычного колебательного контура с одной резонансной частотой.

В теории вынужденных колебаний показано, что при резонансе структура вынужденного колебания практически совпадает со структурой соот-

ветствующего свободного колебания, а внешний источник только компенсирует потери и, таким образом, поддерживает амплитуду поля постоянной.

Для возбуждения колебаний в объемном резонаторе и выводе энергии из него применяют в основном те же методы, что и для волновода (штырь, петля, щель), но с учетом того, что в резонаторе устанавливается не бегущая, а стоячая волна. Лишь для возбуждения проходных резонаторов используют диафрагмы или решетки из индуктивных штырей.

15.4. Добротность

Добротность является одним из важнейших параметров резонатора, определяя полосу пропускания системы, в которую он входит, а также она характеризует, как было показано ранее, отношение запасенной энергии в резонаторе к средней энергии потерь за период колебаний, т. е. скорость затухания собственных колебаний:

$$Q = \frac{2\pi W_{cp}}{\Delta W} = \frac{\omega_0 W_{cp}}{P_{n_{cp}}}, \quad (15.4.1)$$

где $\Delta W = P_{n_{cp}} \cdot T = P_{n_{cp}} \cdot \frac{2\pi}{\omega_0}$, $P_{n_{cp}}$ – средняя мощность потерь, T – период колебаний.

Также как в волноводах, потери в резонаторах складываются из потерь на стенках $P_{M_{cp}}$ и потерь в диэлектрической среде $P_{D_{cp}}$, заполняющей резонатор, поэтому добротность изолированного резонатора называется собственной добротностью Q_0 , которая выражается через добротности, отражающие вклад определенного вида потерь:

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_M} + \frac{1}{Q_D}, \quad (15.4.2)$$

где

$$Q_M = \frac{\omega_0 W_{cp}}{P_{M_{cp}}}; \quad Q_D = \frac{\omega_0 W_{cp}}{P_{D_{cp}}}. \quad (15.4.3)$$

Поскольку собственная добротность определена для изолированного резонатора и не учитывает потери энергии в элементах связи с источником и нагрузкой, то она иногда называется ненагруженной добротностью.

Прямой расчет потерь в стенках резонатора довольно сложен, поэтому для оценки добротности применяют приближенные способы, основанные на независимости отдельных видов потерь и на допущении о равенстве запасенной энергии в резонаторах с малыми потерями и без потерь.

Для расчета добротности Q_D используют выражения для определения энергии электрического поля и тепловых потерь, полученные из теоремы Умова – Пойнтинга.

В результате

$$Q_{\text{д}} \approx \frac{1}{\gamma} \frac{1}{\operatorname{tg} \delta}, \quad (15.4.4)$$

и ее величина для полого резонатора составляет $10^5 \dots 10^6$. Поэтому обычно $Q_{\text{д}}$ не учитывается при расчете добротности резонатора. В этом случае $Q_0 = Q_{\text{м}}$. Величина $Q_{\text{м}}$ зависит от размеров, формы и материала резонатора. Средняя мощность потерь в металлических поверхностях резонатора определяется тепловыми потерями при поверхностном эффекте. Величина $Q_{\text{м}}$ может составлять десятки тысяч.

Кроме потерь в среде, заполняющей резонатор, и в его стенках, необходимо учитывать потери в элементах ввода и вывода энергии (элементах связи). Обозначая среднюю энергию, теряемую на элементах связи, как $W_{\text{вн}_{\text{ср}}}$, вводится понятие внешней добротности

$$Q_{\text{вн}} = \frac{2\pi W_{\text{ср}}}{W_{\text{вн}_{\text{ср}}}}. \quad (15.4.5)$$

Полную добротность Q , учитывающую все потери в резонаторе, включая потери на элементах связи, называют нагруженной добротностью:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{\text{вн}}},$$

или

$$Q = \frac{Q_0 Q_{\text{вн}}}{Q_0 + Q_{\text{вн}}}. \quad (15.4.6)$$

Наличие потерь в резонаторе приводит к затуханию собственных колебаний. Нагруженная добротность и определяет степень сохранения запаса энергии в резонаторе.

Внешняя добротность резонатора зависит от элементов связи с внешними цепями. Чем меньше степень связи, тем больше нагруженная добротность. Обычно $Q_0 \gg Q_{\text{вн}}$, тогда $Q \approx Q_{\text{вн}}$.

В режиме вынужденных колебаний нагруженную добротность определяют по ширине резонансной кривой $2\Delta f_{\text{n}}$ с помощью соотношения

$$\frac{2\Delta f_{\text{n}}}{f_0} = \frac{1}{Q}, \quad (15.4.7)$$

где $2\Delta f_{\text{n}}$ – ширина полосы резонансной кривой по уровню половинной мощности; f_0 – центральная частота резонансной кривой (рис. 15.4.1).

Такое экспериментальное определение добротности проводится для конкретного типа колебаний в резонаторе.

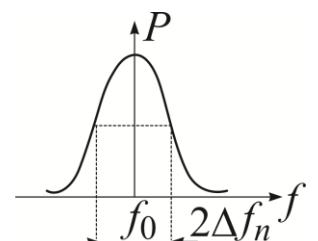


Рис. 15.4.1

15.5. Виды объемных резонаторов

Прямоугольный и цилиндрический резонаторы представляют отрезки соответственно прямоугольного и круглого волноводов, замкнутые с двух сторон в продольном направлении металлическими поверхностями.

Колебания в этих резонаторах обозначаются как $H_{m\text{пр}}$ и $E_{m\text{пр}}$. Первые два индекса определяются так же, как и ранее для прямоугольного и круглого волноводов в поперечной плоскости. Последний индекс, как уже отмечалось, связан с граничными условиями, специфичными для резонатора, и указывает, что колебания вдоль продольной оси резонатора возможны только при его длине, кратной целому числу полуволн для рассматриваемого типа поля.

Так же как в волноводах, колебание с наибольшей резонансной длиной волны называется основным. В прямоугольном волноводе резонансная длина волны определяется по формуле (15.2.12).

Как правило, в прямоугольном резонаторе наименьшим является размер « b », а при выполнении условий $b < a$ и $b < l$ основным является колебание H_{111} , при других соотношениях между размерами резонатора основными колебаниями могут быть H_{011} или E_{110} .

В цилиндрическом резонаторе резонансная длина волны определяется с учетом различных значений величины k_s для волн классов E и H в круглом волноводе и записывается как

$$\lambda_0^{E,H} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{v_{mn}^{E,H}}{\pi a}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}}.$$

Коаксиальный резонатор представляет отрезок коаксиальной линии, замкнутой с двух сторон металлическими поверхностями.

Типы колебаний в коаксиальном резонаторе имеют обозначения T_{00P} , где два первых индекса характеризуют отсутствие стоячих волн по поперечным координатам r и ψ , а последний индекс показывает число стоячих полуволн вдоль продольной координаты z . Радиусы внутреннего и внешнего проводников в этом резонаторе выбирают исходя из того же условия, что и для коаксиальной линии передачи,

$$\lambda > \pi(a_1 + a_2),$$

обеспечивающего одноволновые колебания. Так как у T -волн критическая длина волны равна бесконечности, то формула (15.2.12) упрощается и резонансная длина волны зависит только от длины резонатора

$$\lambda_0^T = \frac{2l}{p}, \text{ где } p = 1, 2, 3, \dots$$

Коаксиальные резонаторы широко используются в дециметровом диапазоне. В метровом диапазоне волн начинает проявляться основной недостаток коаксиальных резонаторов, заключающийся в их большой длине. Для устранения этого недостатка резонаторы нагружают на емкость, для чего между внутренним проводником и одной из замыкающих пластин создают зазор, меньше длины волны, в котором возникает электрическое поле повышенной концентрации, и, следовательно, зазор эквивалентен конденсатору, оказывающему укорачивающее действие.

Наличие внутреннего проводника увеличивает поверхность стенок резонатора и соответственно увеличивает потери, поэтому добротность коаксиального резонатора меньше, чем добротность волноводного резонатора.

Помимо перечисленных выше закрытых резонаторов имеются и открытые объемные резонаторы.

К ним относятся полосковые (микрополосковые) резонаторы, представляющие короткозамкнутый или разомкнутый с двух сторон отрезок соответствующий линии передачи. В этих линиях существуют квази T -волны, у которых, как уже отмечалось, критическая длина волны равна бесконечности, поэтому колебания волн этого типа в резонаторах имеют резонансную длину

$$\lambda_0 = \frac{2l}{p}, \text{ где } p = 1, 2, 3, \dots$$

Таким образом, длина полоскового резонатора составляет

$$l = p \frac{\lambda_0}{2}.$$

Однако у разомкнутых резонаторов резонансная длина волны отличается от расчетной, приведенной выше, так как на разомкнутых концах резонатора возникает концентрация электрического поля, что эквивалентно наличию емкостной нагрузки. Укорачивающее влияние емкости приводит, как следствие, к уменьшению длины резонатора.

Полосковые резонаторы нашли широкое применение в частотных фильтрах и в планарных интегральных схемах диапазона СВЧ.

Диэлектрические резонаторы, также классифицируемые как открытые объемные резонаторы, образуются отрезками цилиндрического диэлектрического волновода. От торцов таких волноводов, являющихся границей раздела сред «диэлектрик – воздух», ЭМВ отражается таким же образом, как и от идеально проводящей поверхности в закрытом резонаторе.

Если на торцах диэлектрического волновода размещают металлические пластины, то такой резонатор называют металлодиэлектрическим.

Кроме указанных выше существует еще ряд типов резонаторов, описание которых содержится, в частности, в приводимом списке литературы.

Вопросы для самоподготовки

1. Объясните, почему в СВЧ диапазоне не используются обычные колебательные контуры.
2. Перечислите типы объемных резонаторов.
3. Расскажите, что обозначают индексы у типов волн в объемном резонаторе.
4. Расскажите о способах возбуждения объемных резонаторов.
5. Поясните, что означает понятие «добротность» резонатора.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В результате дифференциальных операций первого порядка были получены скалярная и векторные величины:

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \vec{a} &= \nabla \cdot \vec{a} \text{ — скаляр;} \\ \operatorname{grad} \varphi &= \nabla \varphi \text{ — вектор;} \\ \operatorname{rot} \vec{a} &= [\nabla \times \vec{a}] \text{ — вектор.}\end{aligned}$$

К векторным величинам вновь применим оператор набла, что дает дифференциальные операции второго порядка, которые можно записать следующим образом:

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = \nabla \cdot (\nabla \varphi) = \nabla^2 \varphi = \Delta \varphi,$$

где $\Delta = \nabla^2$ — оператор Лапласа или лапласиан;

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{a} &= \nabla \cdot [\nabla \times \vec{a}] = [\nabla \cdot \nabla] \vec{a} = 0; \\ \operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi &= [\nabla \times \nabla \varphi] = 0; \\ \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{a} &= [\nabla \times [\nabla \times \vec{a}]] = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{a}) - (\nabla \cdot \nabla) \vec{a} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{a} - \Delta \vec{a},\end{aligned}$$

откуда следует

$$\Delta \vec{a} = \nabla^2 \vec{a} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{a} - \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{a}.$$

Преобразование Остроградского — Гаусса:

$$\int_V \operatorname{div} \vec{a} dV = \oint_S \vec{a} \cdot d\vec{S}.$$

Преобразование Стокса:

$$\int_S \operatorname{rot} \vec{a} dS = \oint_L \vec{a} \cdot d\vec{l}.$$

Список литературы

1. *Афанасьева, Г. А.* Теория электромагнитного поля / Г. А. Афанасьева, К. А. Петрищев, К. Н. Цибизов. – СПб. : ВАС, 1969.
2. *Баскаков, С. И.* Электродинамика и распространение радиоволн / С. И. Баскаков. – М. : Высшая школа, 1992.
3. *Вайслейб, Ю. В.* Основы технической электродинамики : учеб. пособие / Ю. В. Вайслейб, В. Н. Гончаров, Б. М. Машковцев, О. И. Фальковский. – Л. : ЛЭИС, 1989.
4. *Витевский, В. Б.* Электромагнитные волны в технике связи : учеб. пособие / В. Б. Витевский, Э. А. Павловская. – М. : Радио и связь, 2005.
5. *Гольдштейн, Л. Д.* Электромагнитные поля и волны / Л. Д. Гольдштейн. – М. : Сов. радио, 1971.
6. *Морозов, А. В.* Электродинамика и распространение радиоволн / А. В. Морозов, А. Н. Нырцов, П. В. Шмаков. – М. : Радиотехника, 2007.
7. *Никольский, В. В.* Электродинамика и распространение радиоволн / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. – М. : Наука, 1989.
8. *Петров, Б. М.* Электродинамика и распространение радиоволн / Б. М. Петров. – М. : Горячая линия–Телеком, 2003.
9. *Пименов, Ю. В.* Техническая электродинамика / Ю. В. Пименов, В. И. Вольман, А. Д. Муравцов. – М. : Радио и связь, 2002.
10. *Фальковский, О. И.* Техническая электродинамика / О. И. Фальковский. – СПб. : Лань, 2009.
11. *Федоров, Н. Н.* Основы электродинамики / Н. Н. Федоров. – М. : Высшая школа, 1965.

Милютин Евгений Рафаилович

ТЕХНИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Часть 1

Учебное пособие

Редактор *И. И. Щенсняк*

Компьютерная верстка *Н. А. Ефремовой*

План 2014–2015 гг., п. 3

Подписано к печати 10.09.2014

Объем 13,75 усл.-печ. л. Тираж 30 экз. Заказ 507

Редакционно-издательский центр СПбГУТ

191186 СПб., наб. р. Мойки, 61

Отпечатано в СПбГУТ