

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ 1

Вариант 1

Задача 1.

Найти максимум и минимум целевой функции $f(x,y)$ в области D , заданной условием $g(x,y) \leq C$. Нарисовать область D и линии уровня целевой функции.

Отметить экстремальные точки.

В точках экстремума определить множители Лагранжа.

$$\text{Функция } f(x,y) = x^2 - 7\sqrt{2}x + y^2 + 7\sqrt{2}y + 49,$$

$$\text{Ограничения } D = \left\{ g(x,y) = \frac{61x^2}{1800} + \frac{11xy}{900} + \frac{61y^2}{1800} \leq 1 \right\}$$

=====

Ответ: Точка минимума(RED) $\{3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}\}$, минимум = $85 - 42\sqrt{2}$

$$\text{Градиент } f = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$$

$$\text{Градиент } g = \left\{ \frac{1}{3\sqrt{2}}, -\frac{1}{3\sqrt{2}} \right\}$$

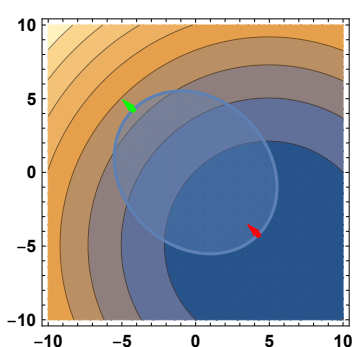
$$\text{Множитель Лагранжа} = \{-6\}$$

Точка максимума(GREEN) $\{-3\sqrt{2}, 3\sqrt{2}\}$, максимум = $85 + 42\sqrt{2}$

$$\text{Градиент } f = \{-13\sqrt{2}, 13\sqrt{2}\}$$

$$\text{Градиент } g = \left\{ -\frac{1}{3\sqrt{2}}, \frac{1}{3\sqrt{2}} \right\}$$

$$\text{Множитель Лагранжа} = \{78\}$$



Задача 2.

Найти максимум и минимум целевой функции

$$f(x,y) \text{ в области } D, \text{ заданной условиями: } D = \{-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}.$$

Нарисовать область D , линии уровня целевой функции и в экстремальных точках – направление вектора градиента целевой функции.

$$\text{Функция } f(x,y) = 91x^2 - 18\sqrt{3}xy + 200\sqrt{3}x + 320x + 73y^2 + 320\sqrt{3}y - 200y + 2000$$

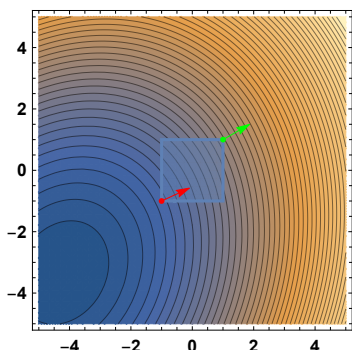
=====

Ответ: Точка минимума(RED) $\{-1, -1\}$, минимум = $\{2044 - 538\sqrt{3}, 1112.16\}$

$$\text{Градиент } f = \{138 + 218\sqrt{3}, 338\sqrt{3} - 346\}$$

Точка максимума(GREEN) $\{1, 1\}$, максимум = $\{2284 + 502\sqrt{3}, 3153.49\}$

$$\text{Градиент } f = \{502 + 182\sqrt{3}, 302\sqrt{3} - 54\}$$



Задача 3.

Найти максимум и минимум целевой функции $f(x,y)$ в области

$$D, \text{ представляющей треугольник с вершинами: } A\{1, 1\}, B\{7, 10\} \text{ и } C\{5, 17\}.$$

Нарисовать область D и в экстремальных точках – направление вектора градиента целевой функции.

$$\text{Функция } f(x,y) = 2x + 5y$$

=====

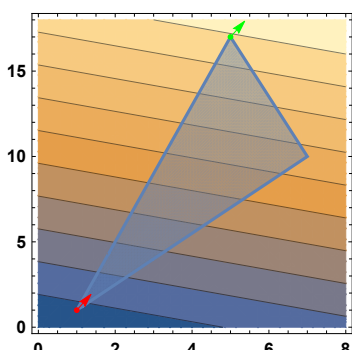
Ответ: Ограничения: $\{7x + 2y \leq 69, 4x \geq y + 3, 2y + 1 \geq 3x\}$

Точка минимума(RED) $\{1, 1\}$, минимум = 7

$$\text{Градиент } f = \{2, 5\}$$

Точка максимума(GREEN) $\{5, 17\}$, максимум = 95

$$\text{Градиент } f = \{2, 5\}$$



Задача 1.

Решить задачу линейного программирования симплекс методом. Найти максимум целевой функции

$$f(x_1, x_2) = 4x_1 + 4x_2$$

при наличии набора ограничений

$$\begin{cases} x_2 - x_1 \leq 4, \\ x_2 - 2x_1 \geq -10, \\ 6x_1 + 6x_2 \leq 36, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

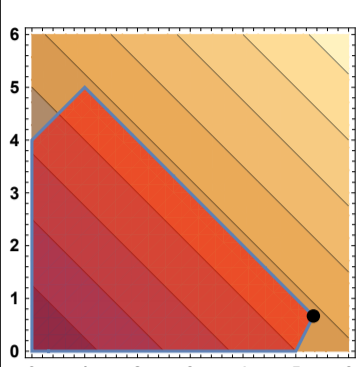
=====

Ответ: Точка $\{\frac{16}{3}, \frac{2}{3}\}$

Значение целевой функции 24

$\{5.33333, 0.666667\}, 24.$

активность ограничений $\{\text{False}, \text{True}, \text{True}\}$



$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 10 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 36 & 6 & 6 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & -4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\{3, 4, 5\}$

$$\begin{pmatrix} 9 & 0 & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 5 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 6 & 0 & 9 & 0 & -3 & 1 \\ 20 & 0 & -6 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$\{3, 1, 5\}$

$$\begin{pmatrix} \frac{26}{3} & 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{18} \\ \frac{16}{3} & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{18} \\ \frac{2}{3} & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 24 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$\{3, 1, 2\}$

Задача 2.

Решить задачу линейного программирования симплекс методом

Найти максимум целевой функции $f(x_1, x_2) = 3x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$

при наличии набора ограничений

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \geq 15, \\ x_2 - 5x_1 \leq 0, \\ 4x_2 - x_1 \geq 0, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 75, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

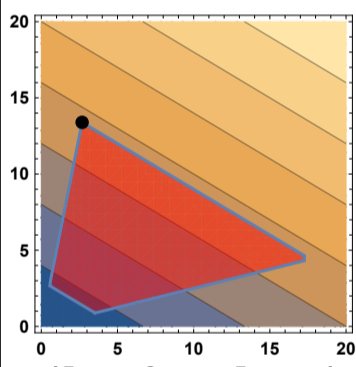
=====

Ответ: Точка $\{\frac{75}{28}, \frac{375}{28}\}$

Значение целевой функции 75

$\{2.67857, 13.3929\}, 75.$

активность ограничений $\{\text{False}, \text{True}, \text{False}, \text{True}\}$



$$\begin{pmatrix} 15 & 3 & 5 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 75 & 3 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 15000 & -3000 & -5000 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\{7, 4, 5, 6\}$

$$\begin{pmatrix} 15 & 28 & 0 & -1 & -5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -19 & 0 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 75 & 28 & 0 & 0 & -5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -28 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 15000 & -28000 & 0 & 1000 & 5000 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\{7, 2, 5, 6\}$

$$\begin{pmatrix} \frac{15}{28} & 1 & 0 & -\frac{1}{28} & -\frac{5}{28} & 0 & 0 & \frac{1}{28} \\ \frac{75}{28} & 0 & 1 & -\frac{5}{28} & \frac{3}{28} & 0 & 0 & \frac{5}{28} \\ \frac{285}{28} & 0 & 0 & -\frac{19}{28} & \frac{17}{28} & 1 & 0 & \frac{19}{28} \\ 60 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 15 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 30000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 \end{pmatrix}$$

$\{1, 2, 5, 6\}$

$$\begin{pmatrix} \frac{15}{28} & 1 & 0 & -\frac{1}{28} & -\frac{5}{28} & 0 & 0 \\ \frac{75}{28} & 0 & 1 & -\frac{5}{28} & \frac{3}{28} & 0 & 0 \\ \frac{285}{28} & 0 & 0 & -\frac{19}{28} & \frac{17}{28} & 1 & 0 \\ 60 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 15 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\{1, 2, 5, 6\}$

$$\begin{pmatrix} \frac{75}{28} & 1 & 0 & 0 & -\frac{5}{28} & 0 & \frac{1}{28} \\ \frac{375}{28} & 0 & 1 & 0 & \frac{3}{28} & 0 & \frac{5}{28} \\ \frac{1425}{28} & 0 & 0 & 0 & \frac{17}{28} & 1 & \frac{19}{28} \\ 60 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 75 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\{1, 2, 5, 3\}$

Задача 3.

Сформулировать и решить двойственную задачу линейного программирования для задачи №2 из задания 2

$$f(x_1, x_2) = 3x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \geq 15, \\ x_2 - 5x_1 \leq 0, \\ 4x_2 - x_1 \geq 0, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 75, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

=====

Ответ: Точка $\{\{\frac{75}{28}, \frac{375}{28}\}, \{0, 0, 0, -1\}, \{0, 0\}, \{0, 0\}\}$

Значение целевой функции 75

двойственные переменные $\{0, 0, 0, 1\}$

$\{0, 0, 0, 1\}, 75$

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ 4

Вариант 1

Задача 1.

Решить транспортную задачу с помощью метода потенциалов.

Начальный план перевозок получить с помощью метода "северо-западного угла".

Общее число поставщиков $m = 5$, мощности поставщиков $M_i = \{130, 120, 150, 160, 150\}$

Общее число потребителей $n = 6$, спрос потребителей $N_j = \{140, 160, 110, 110, 110, 130\}$

$$\text{Матрица коэффициентов затрат } C = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 6 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 7 & 5 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 1 & 6 & 3 \\ 6 & 2 & 2 & 2 & 1 & 3 \\ 7 & 8 & 8 & 6 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

(Проделать НЕ МЕНЕЕ 5 итераций по методу потенциалов)

=====

Ответ: Транспортная задача – открытая

$$\text{Исправленная матрица } C = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 6 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 7 & 5 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 1 & 6 & 3 \\ 6 & 2 & 2 & 2 & 1 & 3 \\ 7 & 8 & 8 & 6 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Начальная стоимость 2710

$$\text{Начальное распределение} \begin{pmatrix} 130 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 110 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 110 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50 \end{pmatrix}$$

Оптимальная стоимость перевозок 2160

$$\text{Решение задачи} \begin{pmatrix} 90 & 0 & 0 & 0 & 0 & 40 \\ 0 & 0 & 110 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 110 & 0 & 40 \\ 0 & 160 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 110 & 40 \\ 50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 2.

Решить транспортную задачу Задания 1 с помощью метода потенциалов.

Начальный план перевозок получить с помощью метода минимальных затрат.

(Привести ВСЕ итерации по методу потенциалов)

=====

Ответ: Начальная стоимость 2370

$$\text{Начальное распределение} \begin{pmatrix} 130 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 110 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 110 & 0 & 40 \\ 0 & 50 & 0 & 0 & 110 & 0 \\ 10 & 50 & 0 & 0 & 0 & 90 \\ 0 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$