Формирование критериев эффективности алгоритма

Рассмотрим возможные способы построения критериев эффективности с использованием выделенных ранее основных показателей качества алгоритмов планирования. Пусть v – некоторый показатель эффективности алгоритма, для заданной задачи планирования v: $\Omega \rightarrow R$. Введем v'– относительную величину показателя v, спроецированную на промежуток $[1,+\infty)$ таким образом, что $v'(\omega)=1$ тогда и только тогда, когда ω является наилучшим алгоритмом в Ω относительно показателя v. В большинстве случаев v' может быть получено как:

$$v'(\omega)=\frac{v(\omega)}{\min\limits_{\psi\in\Omega} v(\psi)}.$$

Использование относительных значений показателей для построения критериев эффективности обеспечивает выполнение условий применимости теоремы Карлина (соизмеримость и однородность частных критериев).

Простые (частные) критерии эффективности могут быть построены на базе $v'(\omega)$ в соответствии с описанием, представленным в предыдущем разделе. Однако с прикладной точки зрения наибольший интерес представляют интегральные оценки эффективности алгоритмов на некотором множестве задач планирования. Принимая во внимание тот факт, что производимый алгоритмами планирования поиск является в общем случае недетерминированным, имеет смысл перейти к вероятностным оценкам эффективности. При рассмотрении относительного показателя v' можно использовать представление $v'(\omega)=1+\xi_\omega$, где ξ_ω является случайной величиной, обладающей следующими свойствами:

1. ξ_ω является неотрицательной: $P(\xi_\omega<0)=0 \quad \forall\omega\in\Omega$.
2. Вероятность того, что алгоритм ω является наилучшим: $P(\xi_\omega=0)=P_\omega^o$; причем в общем случае выполняется:

$$\sum_{\omega\in\Omega} P_\omega^o \geq 1,$$

   а при выборе v, гарантирующем единственность минимума (наилучшего алгоритма), справедливо

$$\sum_{\omega\in\Omega} P_\omega^o = 1.$$

В силу определения ξ_ω ее функция распределения может быть представлена в виде:

$$F_\omega(x)=P(\xi_\omega<x)=\left(P_\omega^0+(1-P_\omega^0)F_\omega{}^+(x)\right)I_{R^+}(x),$$

где

P^0_ω – вероятность того, что алгоритм ω является наилучшим относительно выбранного показателя;

I_{R+} – индикаторная функция множества R^+;

F_ω^+ – функция распределения случайной величины ξ_ω^+, состоящей из положительных значений ξ_ω.

Для каждого из выделенных показателей качества функционирования (и основанных на них частных критериев) могут быть построены следующие вероятностные критерии эффективности:

1. ε-оптимальный алгоритм: $\varphi_1(\omega)=P(\xi_\omega\le\varepsilon)$.
2. Алгоритм, наилучший в среднем: $\varphi_2(\omega)=E\xi_\omega$.
3. Алгоритм, наилучший в среднем для однокритериального выбора: $\varphi_3(\omega)=Ev(\omega)$
4. Абсолютно наилучший алгоритм: $\varphi_1(\omega)=P(\xi_\omega=0)$.
5. Алгоритм, миинимизирующий риск: $\varphi_4(\omega)=P(\xi_\omega>\varepsilon)$.

Легко видеть, что в такой постановке с формальной точки зрения критерии ε-оптимальности и минимизации риска эквиваленты. Использование той или иной формулировки определяется значением пороговой величины: при малых ε говорят об ε-оптимальности, при больших – о минимизации риска. Также следует отметить, что при выборе алгоритма исключительно на основании простого критерия допустимо построение критерия с использованием абсолютных значений (т.е. v вместо v'), причем в качестве критерия обычно используется среднее значение рассматриваемого показателя, что соответствует критерию $\varphi_3(\omega)$.

Для выбора алгоритма планирования используется минимизация (или максимизация) соответствующего критерия:

$$a^* = \arg\max_{\omega\in\Omega} \varphi_j(\omega), \quad j = 1,4;$$

$$a^* = \arg\min_{\omega\in\Omega} \varphi_j(\omega), \quad j = 2,3,5.$$

Поскольку функция распределения случайной величины ξ_a является неизвестной, приходится использовать выборочные аналоги вероятностных критериев (через Φ_i обозначен выборочный критерий, соответствующий вероятностному критерию φ_i, $i=1,2,..5$):

$\Phi_1(\omega)$ – доля задач, при решении которых алгоритм ω оказался ε-оптимальным с заданным пороговым значением;

$\Phi_2(\omega)$ – относительное значение показателя производительности алгоритма ω, усредненное на множестве задач планирования;

$\Phi_3(\omega)$ – абсолютное значение показателя эффективности алгоритма ω, усредненное на заданном множестве задач планирования;

$\Phi_4(\omega)$ – доля задач, при решении которых алгоритм ω оказался наилучшим;

$\Phi_5(\omega)$ – доля задач, при решении которых относительное значение показателя производительности для алгоритма ω оказалось хуже заданного порогового значения.

Поскольку Φ_4 и Φ_5 могут быть легко представлены через Φ_1 (Φ_4 является частным случаем при $\varepsilon=0$, а $\Phi_5=1 - \Phi_1$ при одинаковых пороговых значениях), в дальнейшим будут использоваться только критерии Φ_1, Φ_2 и Φ_3.

В случае недостаточной адекватности простых критериев эффективности может быть использован многокритериальный выбор алгоритма планирования. Как следует из основных теорем ТИО, при построении частных критериев на основе относительных значений показателей в качестве свертки частных критериев может быть использована их линейная комбинация:

$$V = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i v_i, \quad \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1.$$

Очевидно, что при использовании подобного подхода особое внимание требуется уделить выбору весовых коэффициентов $\Lambda=\{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n\}$, адекватных условиям исходной задачи. Одно из возможных решений данной задачи состоит в разбиении задач планирования на классы на основе особенностей функционирования интеллектуального агента. В частности, в ряде работ приведен пример построения агрегированного критерия на основе показателей качества алгоритма, представляющих в большинстве случаев наибольший интерес с прикладной точки зрения:

1. Функциональность v_F, определяемая как вероятность нахождения алгоритмом минимального решения данной задачи планирования.
2. Использование вычислительных ресурсов в процессе решения задачи, в частности процессорное время v_T и объем оперативной памяти v_M.
3. Эффективность поиска, выполняемого алгоритмом планирования, выражаемая через общее количество ветвлений дерева поиска v_B и общее количество рекуррентных вызовов алгоритма v_{Ba}.

Для оценки качества алгоритма планирования $\omega \in \Omega$ используются относительные значения соответствующих показателей:

$$v'_F(\omega) = 1 + \frac{\max\limits_{\zeta\in\Omega} v_F(\zeta) - v_F(\omega)}{\max\limits_{\zeta\in\Omega} v_F(\zeta) - \min\limits_{\psi\in\Omega} v_F(\psi)},$$

$$v'_x(\omega) = \frac{v_x(\omega)}{\min\limits_{\psi\in\Omega} v(\psi)}, \quad v_x \in \{v_T, v_M, v_B, v_{B_a}\}.$$

Оптимальность алгоритма определяется с помощью целевого функционала, состоящего из суммы относительных значений представленных показателей, умноженных на весовые коэффициенты, отражающие важность каждого показателя в конкретной задаче планирования:

$$v(\Lambda,\omega) = \Lambda V'(a)^T, \quad a \in \Omega;$$
$$\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_5), \sum_{i=1}^{5} \lambda_i = 1;$$
$$V' = (v'_F, v'_T, v'_M, v'_B, v'_{B_a}).$$

В качестве примера практического использования предложенного критерия эффективности можно рассмотреть три наиболее распространенных функциональных типа задач планирования:

1. Автономное планирование: построение плана происходит независимо от текущего функционирования агента, в силу чего основными требованиями являются высокая вероятность нахождения решения при умеренном быстродействии и несущественных емкостных ограничениях.
2. Оперативное планирование: время построения плана ограничено из-за функциональных особенностей агента и постоянных изменений в среде или условиях задачи. Поскольку по истечении определенного промежутка времени текущая задача планирования перестает быть актуальной, основным показателем является скорость нахождения плана.
3. Распределенное планирование: имеется возможность параллельного поиска по нескольким ветвям дерева решений (многопроцессорный агент или мультиагентная система), поэтому основными показателями являются полнота поиска и эффективность каждого вызова алгоритма.

Таблица 1

Пример выбора весовых коэффициентов в зависимости от типа задачи

Тип задачи	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
Автономное планирование	0.60	0.20	0.10	0.05	0.05
Оперативное планирование	0.20	0.50	0.20	0.05	0.05
Распределенное планирование	0.30	0.15	0.05	0.20	0.30

На рис. 1 изображены оценки ε-оптимальности рассматриваемых алгоритмов для каждого функционального типа задачи планирования в смысле критерия с использованием весовых коэффициентов, представленных в табл. 1. Значения совокупных показателей ε-оптимальности U_{auto}, U_{oper} и U_{dist} получены в соответствии с постановкой задачи.

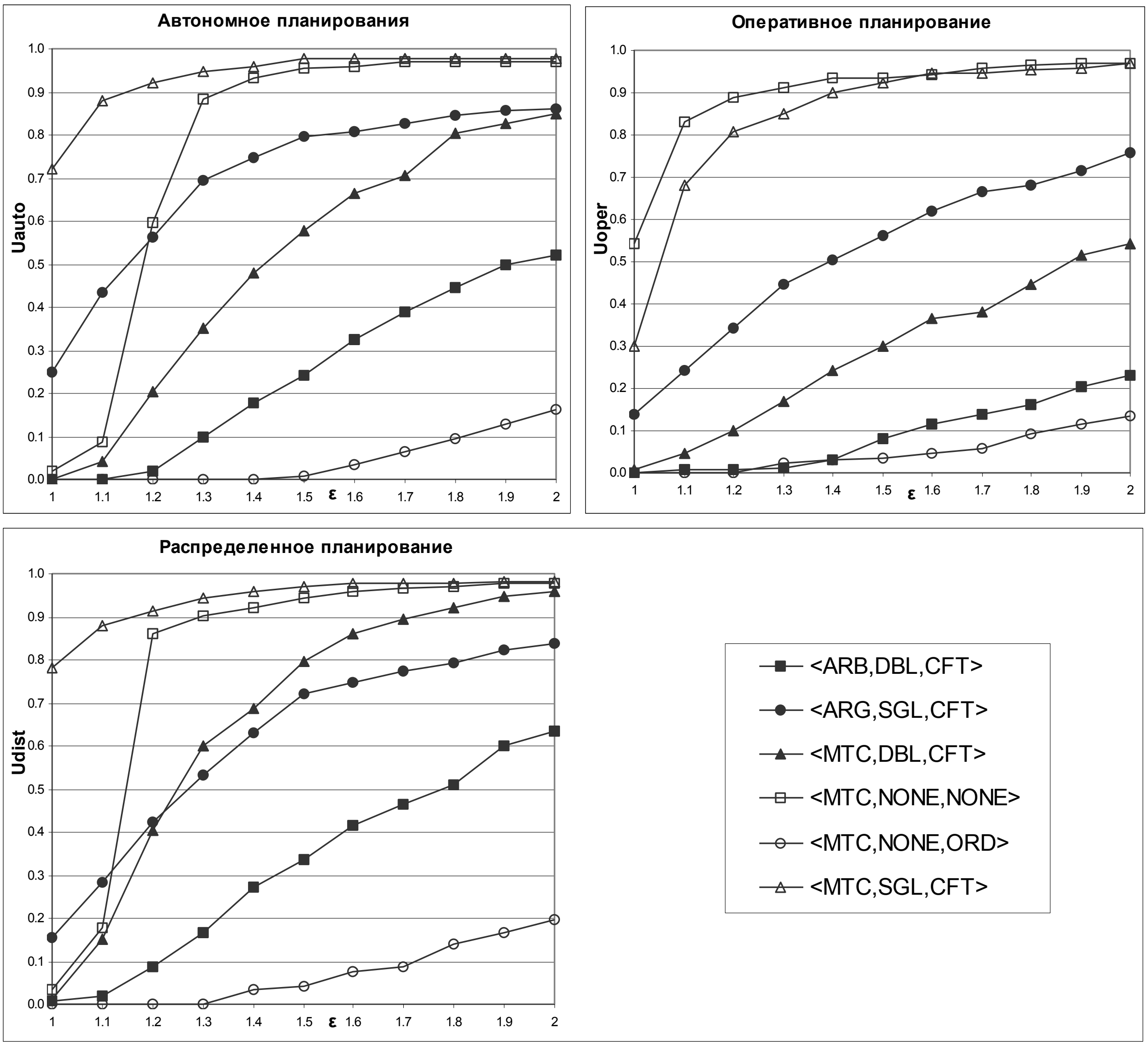

Рисунок 1 – Распределение ε-оптимальности алгоритма в зависимости от типа задачи планирования