

## МЕТОДЫ АЛИЗА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СЕТИ АТМ

### Введение

Известно[1-3], что транспортная система(ТС) широкополосной цифровой сети интегрального обслуживания(ШЦСИО), построенной на базе технологии асинхронного режима передачи (*Asynchronous Transfer Mode - ATM*), относится к ТС с «нежестким» закреплением физических ресурсов сети(пропускной способности линейного цифрового тракта(ЛЦТ) передачи, вычислительной мощности узлов коммутации(УК) и емкости их буферных накопителей) за виртуальным соединением[4,5], т. е. любой виртуальный канал в режиме установленного соединения поддерживается с образованием очередей на УК, а сетевые ресурсы предоставляются соединению в порядке очередности в течение всего сеанса связи.

Известно[6,7], что ТС ШЦСИО-АТМ(или собственно сеть АТМ) должна обеспечить заданное качество транспортного сервиса в сети по крайней мере двум типам трафика: речи, которая требует гарантии изохронности передачи(в пределах определенного допуска) между отдельными порциями информации на входе и выходе ТС в реальном времени и данным, которые такого требования не предъявляют. ТС АТМ поддерживает в сети пять категорий обслуживания разнородного трафика[1], причем четыре из них: CBR(Constant Bit Rate), VBRrt(Variable Bit Rate – real time), VBRnrt (Variable Bit Rate – non real time) и ABR(Available Bit Rate) - с обеспечением определенного качества сервиса(Quality of Service - QoS), а пятая - UBR(Unassigned Bit Rate) - предлагает доставку данных без каких – либо гарантий. При этом, заданную изохронность передачи информации для приложений реального времени гарантируют только службы CBR и VBRrt, хотя и допускают флуктуацию(jitter) переменной составляющей сетевой задержки, не превосходящую некоторой фиксированной величины. Задание конкретной категории обслуживания приложением или администратором сети определяет уровень приоритета обслуживания трафика. Необходимо подчеркнуть, что транспарентный режим передачи в сети АТМ, гарантируемый службой CBR, обеспечивается за счет применения упрощенной стратегии организации виртуального канала с резервированием и поддержанием за ним максимальной полосы пропускания ЛЦТ, вводя фактически сеть АТМ в основанную на ячейках сеть с синхронным временным мультиплексированием(Time Division Multiplexing – TDM), т. е. ***в CBR – каналах практически исключается образование очередей на уровне АТМ, задержка ячеек в сети постоянна и определяется только скоростью передачи в ЛЦТ и его протяженностью.***

Рассмотрим кратко процесс установления и поддержания коммутируемого виртуального соединения в сети АТМ. При установлении любого постоянного(*Permanent Virtual Circuits - PVC*) или коммутируемого(*Switched Virtual Circuits - SVC*) виртуального соединения пользователь заключает с сетью АТМ так называемый «трафик-контракт», в котором оговаривается определенный набор количественных параметров и требуемое качество обслуживания трафика, а также правила проверки соответствия реальных параметров трафика заявленным. Для PVC сетевые ресурсы резервируются заранее. При установлении SVC на каждом коммутаторе маршрута передачи вызова осуществляется процедура контроля за установлением соединения - (*Connection Admission Control - CAC*). Процедура CAC, включающая в себя основные функции сигнализации, производит оценку возможности предоставления запрашиваемых физических ресурсов сети АТМ, в результате которой за соединением или резервируются требуемые сетевые ресурсы, или вызов блокируется, т.е. в режиме установления соединения сеть АТМ выступает как система с потерями. В режиме установленного соединения на протяжении всего сеанса связи предоставление выделенных сетевых ресурсов для любого виртуального канала производится на коллективной основе с ожиданием обслуживания в режиме соревнования. Таким образом, сеть АТМ можно представить как систему, состоящую из последовательно включенных

систем массового обслуживания(СМО) – СМО *с потерями* и СМО *с ожиданием*, т.е. если *вероятность потерь по вызовам поступающей разнородной нагрузки класса  $i$  равна  $B_i (i = \overline{1,4})$ , то в сеть АТМ поступит только  $1 - \sum_{i=1}^4 B_i$  всех вызовов*, которые в режиме установленного соединения будут обслуживаться с ожиданием.

В данной работе мы ограничимся построением и исследованием математической модели, описывающей процесс передачи речи и данных по сети АТМ в режиме установленного соединения с учетом потерь по вызовам. При этом будет рассмотрена транспортная система АТМ с реализацией службы *CBR(ATM- CBR)* и транспортная система АТМ без реализации службы *CBR(ATM- VBRrt)*, а также проведен сравнительный анализ указанных ТС по критерию использования пропускной способности ЛЦТ при одинаковых условиях передачи разнородного трафика. Для оценки вероятности потерь вызовов в пучке каналов при обслуживании разнородных классов нагрузки без резервирования и с резервированием ресурсов ЛЦТ(т.е. с введением порогового ограничения доступа к этим ресурсам для определенных классов нагрузки) можно воспользоваться, например, методами и моделями, приведенными в работах [*ершов*], [*голышко, ершов..*].

В работе [*михалевиц, сычев*] при определении вероятностно-временных характеристик процесса доставки сообщений  $r$ -го приоритета в сети АТМ(которые по определению авторов соответствуют сетевому уровню модели взаимодействия открытых систем) на базе метода полиномиальной(декомпозиционной) аппроксимации[*жоэжикашвили..., герасимов.-11,12 см статью*] получены, в частности, общие выражения для расчета *среднего* времени доставки сообщений в  $i$ -ом маршруте и расчета вероятности своевременной доставки сообщений для стационарного режима. В настоящей работе для расчета числовых характеристик транспортных соединений АТМ будут использованы методы, основанные на базе концепции архитектуры сети АТМ[11]. В рамках этой концепции эффективность сети предлагается оценивать набором коэффициентов использования пропускной способности сети АТМ разнородным трафиком применительно к каждой паре отправитель-получатель, *при заданных условиях передачи* (например, вероятность превышения заданного времени доставки информации фиксирована или среднее время пребывания информации в сети фиксировано и т.д.), т.е. на уровне адаптации АТМ(ATM Adaption Layer - AAL) сеть выступает как набор трактов передачи. Согласно логической структуре АТМ[1] общие коэффициенты использования пропускной способности должны «расслоиться» на коэффициенты использования пропускной способности ЛЦТ отдельных уровней архитектуры сети АТМ, которые зависят от протоколов функционирования данного уровня и необходимой для их работы служебной информации соответствующих объемов. При этом вполне естественно, что, например, модели и протоколы организации обратной связи для повышения верности передачи сообщений данных в сети АТМ должны влиять только на коэффициент использования пропускной способности ЛЦТ уровнем конвергенции AAL[2], а топология сети, механизмы управления информационными потоками и протоколы маршрутизации - на соответствующий коэффициент уровня АТМ[3]. При расчете числовых характеристик транспортной системы АТМ по методике, предложенной в работе[11], будем рассматривать однородные сети АТМ, у которых основные вероятностно-временные характеристики всех транспортных каналов между отправителями и получателями одинаковы (например, сети с одинаковыми пропускными способностями каналов между УК и приблизительно одинаковыми нагрузочными характеристиками отдельных звеньев трактов передачи). Для однородных сетей АТМ расчет транспортных систем сводится к расчету «типичного» для сети транспортного канала.

## **1. Математическая модель и анализ основных числовых характеристик транспортного канала *ATM-VBRrt* в режиме установленного соединения**

Математическая модель, описывающая процесс передачи речевых ячеек и ячеек данных по однородному транспортному каналу в *ATM-VBRrt*, может быть представлена однолинейной

многофазной системой массового обслуживания(СМО) с ожиданием и абсолютным приоритетным обслуживанием(с дообслуживанием) речевой нагрузки службой VBRrt по отношению к нагрузке данных, обслуживаемой службами ABR и UBR, которые имеют соответственно 2-ой и 3-ий приоритеты обслуживания на каждой фазе[4]. Модель транспортного канала *АТМ-VBRrt* в режиме установленного соединения состоит из  $n$  однородных звеньев(элементов), где  $n$  -число переприемов от источника до получателя(этот параметр учитывает качество маршрутизации информации в сети и ее топологию). На физическом уровне  $n$  звеньев образуют ЛЦТ передачи, по которому, кроме потока, принадлежащего данному виртуальному соединению(основной поток), могут циркулировать потоки, принадлежащие другим виртуальным соединениям(сторонние потоки). Каждый канал ЛЦТ передачи совместно с соответствующей ему частью памяти коммутатора моделируется *СМО М/М/1*, причем предполагается, что доли основного и сторонних потоков на их входе таковы, что выполняется условие «пуассонизации» суммарного потока (т.е. предполагается, что суммарные потоки на входе каждого канала тракта независимы друг от друга и являются простейшими)[8,9].

В соответствии с классификацией Кендалла[9] в *СМО М/М/1*, формализующей работу каждой фазы обслуживания обозначены -  $M$  в первой позиции - входящий пуассоновский поток;  $M$  во второй позиции - экспоненциальная функция распределения времени обслуживания ячеек,  $I$  - один обслуживающий прибор. Емкость накопителя бесконечна. При таких условиях ошибка в определении характера функции распределения времени обслуживания ячеек в коммутаторе незначительно повлияет на точность величины суммарной задержки ячейки в транспортном канале АТМ. В силу существенных преимуществ[9], предположим, что функция распределения времени обслуживания ячеек в коммутаторах АТМ имеет экспоненциальный характер. Предполагается также, что время установления транспортного канала для речевого трафика мало, по сравнению со временем его занятия.

Пусть  $t_i$  - время пребывания ячейки в одном звене тракта передачи, тогда общее время пребывания пакета в ЛЦТ передачи из  $n$  звеньев есть

$$x = \sum_{i=1}^n t_i$$

Известно[10], что преобразование Лапласа плотности распределения времени пребывания ячейки в одном звене тракта передачи (т.е. в СМО М/М/1)

$$F(s) = \frac{\mu_i(1 - \rho_i)}{s + \mu_i(1 - \rho_i)},$$

где  $\frac{1}{\mu_i}$  - среднее время обслуживания ячейки в  $i$ -ом звене тракта, а  $\rho_i$  - загрузка этого звена.

Тогда преобразование Лапласа плотности распределения времени пребывания ячейки в  $n$ -звенном тракте передачи равно

$$F_n(s) = \prod_{i=1}^n F_i(s) = \prod_{i=1}^n \frac{\mu_i(1 - \rho_i)}{s + \mu_i(1 - \rho_i)}.$$

В частности, если тракт передачи однороден, то  $F_i(s) = F(s)$  для  $\forall_i$  и

$$F_n(s) = \left[ \frac{\mu(1 - \rho)}{s + \mu(1 - \rho)} \right]^n \quad (1)$$

Выпишем выражения для общих коэффициентов использования пропускной способности ЛЦТ передачи разнородным трафиком в сети АТМ, полученные в работе[11], службами VBRrt, ABR и UBR соответственно:

$$K^{V2} = \frac{s^{V2} \rho_{V2}}{N^V (L^{V2}_{SAR} + H_{ATM})}, \quad K^A = \frac{s^A \rho_A \beta_A}{N^A (L^A_{SAR} + H_{ATM})}, \quad K^U = \frac{s^U \rho_U}{N^U (L^U_{SAR} + H_{ATM})} \quad (2)$$

Здесь и далее обозначим:

$V$  - скорость передачи в ЛЦТ, содержащем данное виртуальное соединение (бит/с);

$L_{SAR}^{V1}$ ,  $L_{SAR}^{V2}$  - длина речевого сегмента (protocol data unit - PDU) подуровня сегментации и сборки на AAL1 для службы CBR и службы VBRrt на AAL2, бит;

$L_{SAR}^A$ ,  $L_{SAR}^U$  - длина сегмента данных PDU подуровня сегментации и сборки на AAL3/4 (AAL5) для службы ABR и службы UBR, бит;

$H_{SAR}^{V1}$ ,  $H_{SAR}^{V2}$  - длина служебных полей(protocol control information - PCI) речевого сегмента подуровня сегментации и сборки на AAL1 для службы CBR и службы VBRrt на AAL2, бит;

$H_{SAR}^A$ ,  $H_{SAR}^U$  - длина служебной части PCI сегмента данных подуровня сегментации и сборки на AAL3/4 (AAL5) для службы ABR и службы UBR, бит;

$H_{ATM}$  - длина заголовка PCI ячейки уровня ATM, бит;

$H_{TS}$  - длина заголовка PCI подуровня конвергенции физического уровня ATM, бит;

$H_{PM}$  - избыточность PCI, вносимая в ЛЦТ подуровнем, зависящим от физической среды, бит;

$\tau_{V2}$  - средняя длительность активного речевого фрагмента на подуровне конвергенции AAL2, с. Средняя длина активного речевого фрагмента равна  $s^{V2} = \tau_{V2}V$ , бит, где  $v$  - скорость работы речепреобразующего устройства, бит/с;

$s^A$ ,  $s^U$  - средняя длина пачек сообщений данных, обслуживаемых в режимах ABR и UBR, на подуровне конвергенции AAL3/4(AAL5), включая избыточность PCI протокольных блоков подуровня, бит;

$N^{V2}$  - среднее число информационных частей речевого сегмента(протокольного блока подуровня сегментации и сборки службы VBRrt) на подуровне конвергенции AAL2 в активном речевом фрагменте;

$N^A$ ,  $N^U$  - среднее число информационных частей сегмента данных протокольного блока подуровня сегментации и сборки в пачках сообщений данных, обслуживаемых в режимах ABR и UBR, на подуровне конвергенции AAL3/4(AAL5).

$\rho_{V2}$  - коэффициент загрузки уровня ATM трафиком службы VBRrt;

$\rho_A$  - коэффициент загрузки уровня ATM трафиком службы ABR;

$\rho_U$  - коэффициент загрузки уровня ATM трафиком службы UBR;

$\beta_A$  - коэффициент, учитывающий механизм организации обратной связи на подуровне конвергенции AAL3/4(AAL5) с целью защиты от ошибок пачек сообщений данных трафика, обслуживаемого в режиме ABR (т. к. речевые фрагменты в режиме VBRrt и пачки данных в режиме UBR не переспрашиваются, то соответствующие коэффициенты  $\beta_{V2} = \beta_U = 1$ ).

Для решения задачи, поставленной в работе[11], **будем пользоваться не классическим методом множителей Лагранжа[12]**, а разрешим условия относительно интересующих нас параметров  $\rho_{V2}$ ,  $\rho_A$  и  $\rho_U$  - и подставим полученные выражения в исследуемые функционалы  $K^{V2}$ ,  $K^A$  и  $K^U$ .

Прежде всего при сделанных выше предположениях рассчитаем коэффициенты, учитывающие динамику очередей на уровне ATM:  $\rho_{V2}$ ,  $\rho_A$  и  $\rho_U$ . Как было отмечено, преобразование Лапласа  $F_n(s)$  плотности распределения времени пребывания речевой ячейки в VBRrt-тракте передачи, состоящем из  $n$  однородных последовательно включенных СМО М/М/1 равно(1).

$$F_n(s) = \frac{\mu_{V2}^n (1 - \rho_{V2})^n}{[s + \mu_{V2} (1 - \rho_{V2})]^n},$$

где  $\mu_{V2} = \frac{V\beta_{V2}}{L_{SAR}^{V2} + H_{ATM}}$  - величина, обратная средней длительности обслуживания речевой

ячейки в каждой отдельной СМО М/М/1. Обращение этого преобразования дает плотность вероятностей  $f_n^{V2}(t)$  времени пребывания речевой ячейки в транспортном канале *ATM-VBRrt*[9]:

$$f_n^{V2}(t) = \frac{\mu_{V2}^n (1 - \rho_{V2})^n t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\mu_{V2}(1-\rho_{V2})t}$$

Отсюда получаем уравнение для нахождения *допустимой величины*  $\rho_{V2}$ :

$$\frac{\mu_{V2}^n (1 - \rho_{V2})^n}{(n-1)!} \int_{\theta - \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v} - T_{YK} - T_{ЛЦГ}}^{\infty} t^{n-1} e^{-\mu_{V2}(1-\rho_{V2})t} dt = d, \quad (3)$$

где  $d$  - есть допустимая вероятность превышения заданной сквозной задержки в транспортном канале речевыми ячейками (обычно  $d = 0,01$ ), т.е.  $P_z \left\{ x \geq \theta - \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v} - T_{YK} - T_{ЛЦГ} \right\} = d$ .

$\theta$  - допустимое время сквозной задержки речевых ячеек в транспортном канале, с. Это время состоит из *трех* компонент: времени накопления информационной части речевого сегмента на приеме, которое вычисляется по формуле

$$\frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v},$$

времени обработки ячейки в узле коммутации -  $T_{YK}$  и собственно времени передачи речевых ячеек по тракту -  $T_{ЛЦГ}$ . Отсюда, в частности, следует, что всегда должно выполняться условие

$$\theta - \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v} - T_{YK} - T_{ЛЦГ} > 0 \text{ или } T_{YK} + T_{ЛЦГ} + \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v} < \theta.$$

Обозначив  $x = \mu_{V2}(1 - \rho_{V2})t$  и произведя замену переменных в уравнении (3), получим

$$\int_z^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx = (n-1)!d, \quad (4)$$

$$\text{где } z = b(1 - \rho_{V2}), \quad (5)$$

$$b = \left[ \frac{(\theta - T_{YK} - T_{ЛЦГ})V}{L_{SAR}^{V2} + H_{ATM}} - \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{L_{SAR}^{V2} + H_{ATM}} \frac{V}{v} \right] \beta_{V2}.$$

По определению [114] левая часть уравнения (4) есть неполная гамма-функция

$$\Gamma(n, z) \equiv \int_z^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx, \text{ следовательно}$$

$$\Gamma(n, z) = (n-1)!d. \quad (6)$$

По аргументу  $n$  справедливо следующее функциональное уравнение

$$\Gamma(n+1, z) = n\Gamma(n, z) + z^n e^{-z}. \quad (7)$$

Для любого  $n$  уравнение (6) с учетом рекуррентного соотношения (7) имеет вид:

$$\frac{1}{(n-1)!} z^{n-1} + \frac{1}{(n-2)!} z^{n-2} + \dots + \frac{1}{1!} z + 1 = d e^z, \quad (9)$$

а условие существования его решения со свойством  $0 \leq \rho_{V2} \leq 1$ ,

$$-\ln d \leq b - \ln \sum_{k=0}^{n-1} \frac{b^k}{k!} \quad (10)$$

Если это условие не выполняется, то при заданных  $d, n$  и  $b$  по *ATM-VBRrt* речевой трафик принципиально не может быть передан.

Левая часть уравнения (9) есть полином степени  $n-1$  относительно переменной  $Z$ .

Оценить значение корня этого уравнения с точностью порядка 5% можно по номограмме, приведенной на рис.2.5 работы [114]. Действительно, если обозначить левую часть уравнения (3.4) через  $\Gamma(n, z)$  и ввести функцию  $\gamma(n, z) = (n-1)! - \Gamma(n, z)$ , то уравнение (4) может быть записано в форме

$$\gamma(n, z)/(n-1)! = 1 - d.$$

Именно эта функция представлена на указанной номограмме для различных  $d$  (чтобы воспользоваться этой номограммой для нахождения  $z$  следует положить  $a=n-1$ ,  $x=z-a$ ).

Для решения приведенного выше трансцендентного уравнения (9) может быть построена итерационная процедура, легко реализуемая на ЭВМ, для чего прологарифмировав это уравнение и разрешив его относительно  $z$ , получим

$$z = \ln\left(\frac{1}{(n-1)!} z^{n-1} + \frac{1}{(n-2)!} z^{n-2} + \dots + \frac{1}{1!} z + 1\right) - \ln d.$$

Можно показать, что нелинейный оператор, стоящий в правой части этого уравнения – сжимающий, следовательно, возможно построение итерационной процедуры Коллатца [115]:

$$z_{k+1} = \ln\left(\frac{1}{(n-1)!} z_k^{n-1} + \frac{1}{(n-2)!} z_k^{n-2} + \dots + \frac{1}{1!} z_k + 1\right) - \ln d.$$

$k=0, 1, 2, \dots$  с начальным значением  $z_0 = 2n$ . В пределе  $z = \lim_{k \rightarrow \infty} z_k$

Из выражения (5) легко получить

$$\rho_{V2} = 1 - \frac{z}{b} = 1 - \frac{z(L_{SAR}^{V2} + H_{ATM})v}{v(\theta - (n+1)T_{VK} - T_{ЛЦТ}) - (L_{SAR}^V - H_{SAR}^V) V\beta_{V2}} \cdot \frac{1}{V\beta_{V2}}. \quad (11)$$

Перейдем к выводу выражения для  $\rho_A$  и  $\rho_U$ . Воспользуемся формулой, приведенной в работе [40] для среднего времени пребывания ячейки данных в  $n$  звеньевом однородном тракте передачи, каждое звено которого моделируется СМО М/М/1 с учетом введенных выше приоритетов для трафиков, обслуживаемых службами VBRrt, ABR и UBR, и учетом задержки, связанной с накоплением информационной части ячейки у абонента и задержки на УК и в ЛЦТ. Среднее время передачи ABR-ячейки данных в ЛЦТ -  $T_{ABR}$ , дается выражением

$$T_{ABR} = n \left[ \frac{\frac{L_{SAR}^A + H_{ATM}}{\beta_A V} (1 - \rho_{V2} - \rho_A) + \frac{L_{SAR}^A + H_{ATM}}{\beta_A V} \rho_A + \frac{L_{SAR}^{V2} + H_{ATM}}{\beta_{V2} V} \rho_{V2}}{(1 - \rho_{V2})(1 - \rho_A)} \right] + \frac{L_{SAR}^A - H_{SAR}^A}{\omega} + (n+1)T_{VK} + T_{ЛЦТ}.$$

Решая это уравнение относительно  $\rho_A$ , получим

$$\rho_A = 1 - \rho_{V2} - \left[ \frac{(L_{SAR}^{V2} + H_{ATM})\rho_{V2}\beta_A + (L_{SAR}^A + H_{ATM})(1 - \rho_{V2})\beta_{V2}}{T_{ABR} - (L_{SAR}^A - H_{SAR}^A)\frac{1}{\omega} - (n+1)T_{VK} - T_{ЛЦТ}} \right] \frac{n}{(1 - \rho_{V2})V\beta_{V2}\beta_A} \quad (12)$$

Для UBR-ячейки среднее время передачи в цифровом тракте  $T_{UBR}$  определяется уравнением

$$T_{UBR} = n \left[ \frac{\frac{L_{SAR}^U + H_{ATM}}{\beta_U V} (1 - \rho_{V2} - \rho_A - \rho_U) + \frac{L_{SAR}^A + H_{ATM}}{\beta_A V} \rho_A + \frac{L_{SAR}^{V2} + H_{ATM}}{\beta_{V2} V} \rho_{V2} + \frac{L_{SAR}^U + H_{ATM}}{\beta_U V} \rho_U}{(1 - \rho_{V2} - \rho_A)(1 - \rho_{V2} - \rho_A - \rho_U)} \right] + \frac{L_{SAR}^U - H_{SAR}^U}{\omega} + (n+1)T_{VK} + T_{ЛЦТ},$$

решение которого относительно  $\rho_U$  определяет выражение для вычисления допустимой величины  $\rho_U$ :

$$\rho_U = 1 - \rho_{V2} - \rho_A - n \left[ \frac{(L_{SAR}^U + H_{ATM})(1 - \rho_{V2} - \rho_A)\beta_A\beta_{V2} + (L_{SAR}^A + H_{ATM})\rho_A\beta_U\beta_{V2} + (L_{SAR}^{V2} + H_{ATM})\rho_{V2}\beta_U\beta_{V2}}{(T_{UBR} - \frac{L_{SAR}^U - H_{SAR}^U}{\omega} - (n+1)T_{VK} - T_{ЛЦТ})V\beta_U\beta_A\beta_{V2}} \right]$$

(13). Следующий этап связан с определением коэффициентов  $\frac{s^V}{N^V}$  и  $\frac{s^A}{N^A}$ . Для расчета этих коэффициентов **при любых законах распределения** длительностей активных речевых фрагментов  $F^{V2}(t)$  и длин сообщений данных  $F^A(l)$  можно воспользоваться следующими выражениями для  $N^{V2}$  и  $N^A$  [3]:

$$N^{V2} = \sum_{k=1}^{\infty} k \left[ F^{V2} \left( \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v} k \right) - F^{V2} \left( \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v} (k-1) \right) \right], \quad (14)$$

$$N^A = \sum_{k=1}^{\infty} k \left[ F^A \left( (L_{SAR}^A - H_{SAR}^A) k \right) - F^A \left( (L_{SAR}^A - H_{SAR}^A) (k-1) \right) \right]. \quad (15)$$

Рассмотрим данное утверждение на примере функций  $F^{V2}(t)$  и  $F^A(l)$ , графики которых представлены соответственно **на рис.3.2а и 3.3.а**, тогда  $F^{V2}(t) = P_r$  {речевой фрагмент длится  $t$  или менее секунд}, а  $F^A(l) = P_r$  {сообщение данных длится  $l$  или менее бит}. Предположим, что существуют плотности вероятностей

$$f^{V2}(t) = \frac{dF^{V2}(t)}{dt} \quad \text{и} \quad f^A(l) = \frac{dF^A(l)}{dl}. \quad \text{Разобьем ось } t \text{ и ось } l \text{ на } k \text{ шагов (рис.3.2б}$$

**и 3.3.б)**, где  $k = \left\lceil \frac{vt}{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}} \right\rceil$  для  $\forall F^{V2}(t)$ . Для  $\forall F^A(l)$   $k = \left\lceil \frac{l}{L_{SAR}^A - H_{SAR}^A} \right\rceil$ . Здесь  $\lceil \cdot \rceil$  - знак

ближайшего большего целого. Тогда число протокольных блоков подуровня сегментации и сборки AAL2 - речевых сегментов - в речевом фрагменте(пачке) имеет распределение

$$F^{V2} \left( \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v} k \right) = P_r \{ \text{число речевых сегментов в речевом фрагменте} \leq k \}, k=0,1,2,\dots,$$

а число протокольных блоков подуровня сегментации и сборки AAL3/4 или AAL5 - сегментов данных - в сообщении(пачке) данных

$$F^A \left( (L_{SAR}^A - H_{SAR}^A) k \right) = P_r \{ \text{число сегментов данных в сообщении данных} \leq k \} (k=0,1,2,\dots), \text{ или}$$

$$f_k^{V2} = P_r \{ \text{число речевых сегментов в речевом фрагменте} = k \}$$

$$= F^{V2} \left( \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v} k \right) - F^{V2} \left( \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v} (k-1) \right), \text{ а } f_k^A = P_r \{ \text{число сегментов данных в}$$

$$\text{сообщении(пачке) данных} = k \} = F^A \left( (L_{SAR}^A - H_{SAR}^A) k \right) - F^A \left( (L_{SAR}^A - H_{SAR}^A) (k-1) \right).$$

Откуда среднее число информационных частей речевых сегментов в активном речевом фрагменте (аналог плотности распределения времени пребывания речевого сегмента в речевой пачке) -

$$N^{V2} = \sum_{k=1}^{\infty} k \left[ F^{V2} \left( \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v} k \right) - F^{V2} \left( \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v} (k-1) \right) \right],$$

а среднее число информационных частей сегментов данных в сообщении(аналог плотности распределения длин сегментов данных в сообщении(пачке) данных) -

$$N^A = \sum_{k=1}^{\infty} k \left[ F^A \left( (L_{SAR}^A - H_{SAR}^A)k \right) - F^A \left( (L_{SAR}^A - H_{SAR}^A)(k-1) \right) \right].$$

В частном случае, если на подуровне конвергенции AAL длительности активных речевых фрагментов(пачки) и длины сообщений(пачки) данных распределены по экспоненциальным законам с параметрами  $\frac{1}{\tau^{V2}}$  и  $\frac{1}{s^A}$ , т. о

$$\frac{s^{V2}}{N^{V2}} = v\tau^{V2} \left( 1 - e^{-\frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{\tau^{V2}v}} \right). \quad (16)$$

$$\frac{s^A}{N^A} = s^A \left( 1 - e^{-\frac{L_{SAR}^A - H_{SAR}^A}{s^A}} \right), \quad (17)$$

где  $\tau^{V2} = \int_0^{\infty} t dF^{V2}(t)$  и  $s^A = \int_0^{\infty} l dF^A(l)$ .

Проиллюстрируем это на примере (3.13). Пусть  $F^{V2}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau^{V2}}}$  Вычислим  $N^{V2}$ , для чего определим в начале разность

$$\begin{aligned} & F^{V2} \left( \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v} k \right) - F^{V2} \left( \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v} (k-1) \right) = \\ & = 1 - e^{-\frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v\tau^{V2}} k} - 1 + e^{-\frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v\tau^{V2}} (k-1)} = e^{-\frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v\tau^{V2}} (k-1)} \left( 1 - e^{-\frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v\tau^{V2}}} \right) = \\ & = a^{k-1} (1 - a), \quad a = e^{-\frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v\tau^{V2}}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N^{V2} &= \sum_{k=1}^{\infty} k a^{k-1} (1 - a) = (1 - a) \sum_{k=1}^{\infty} k a^{k-1} = (1 - a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d}{da} a^k = \\ &= (1 - a) \frac{d}{da} \sum_{k=1}^{\infty} a^k = (1 - a) \frac{d}{da} a \sum_{k=1}^{\infty} a^{k-1} = (1 - a) \frac{d}{da} a \frac{1}{1 - a} = \\ &= (1 - a) \frac{d}{da} \frac{a}{1 - a} = \frac{1}{1 - a} = (1 - a)^{-1} = \left( 1 - e^{-\frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v\tau^{V2}}} \right)^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{Откуда } \frac{s^{V2}}{N^{V2}} = \frac{v\tau^{V2}}{\left( 1 - e^{-\frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v\tau^{V2}}} \right)^{-1}} = v\tau^{V2} \left( 1 - e^{-\frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{v\tau^{V2}}} \right).$$

Аналогично выводится выражение (15). Сделаем одно предположение относительно средних длин активных речевых фрагментов(пачек) и средних длин сообщений(пачек) данных. Будем считать, что величины  $s^{V2}$  и  $s^A$  достаточно велики по сравнению с временем установления соединения. Это означает, что в выражении (3.2) следует положить  $s^{V2}, s^A \rightarrow \infty$ , При достаточно общих условиях относительно распределений длин речевых пачек – активных (речевых фрагментов) и длин пачек данных можно показать, что для любых  $F^{V2}(t)$  и  $F^A(l)$  при  $s^{V2}, s^A \rightarrow \infty$  асимптотически:

$$\frac{s^{V2}}{N^{V2}} \rightarrow L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2} \quad (18)$$

$$\frac{s^A}{N^A} \rightarrow L_{SAR}^A - H_{SAR}^A \quad (19)$$

Отметим, что условие  $s^{V2} \rightarrow \infty$  всегда можно считать выполненным для пакетизаторов речи с кодированием пауз [30,117], т.е. в этом случае поток речевых пакетов в виртуальном



соединении образует единое сообщение, длина которого равна длительности сеанса связи, умноженной на скорость работы речепреобразующего устройства (*эта скорость зависит от способа сжатия речевых сигналов*).

Далее, т.к. речевые фрагменты на подуровне конвергенции AAL2 не переспрашиваются, то  $\beta_{V2} = 1$ . Пусть  $p_0$  - вероятность отсутствия ошибок в PDU ячейки данных длины  $L_{SAR}^A - H_{SAR}^A$  [96]. Тогда, если распределение числа переспрашиваемых ячеек подчинено геометрическому закону и ячейки независимы друг от друга, то для каналов ЛЦТ с решающей обратной связью (РОС) [118]:

$$\beta_A = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} p_0 (1-p_0)^{k-1} = -\frac{p_0}{1-p_0} \ln p_0 \quad (20).$$

В частности, для биномиального канала с вероятностью ошибки в нем равной  $p$ ,

$$p_0 = (1-p)^{L_{SAR}^A - H_{SAR}^A}.$$

Для каналов с группирующимися ошибками выражение для  $p_0$  легко может быть получено, например, из модели Пуртова [119].

Окончательно, с учетом условий (18) и (19) получим:

$$K^{V2} = \frac{(L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2})}{L_{SAR}^{V2} + H_{ATM}} \left[ 1 - \frac{zV(L_{SAR}^{V2} + H_{ATM})}{v\theta - (L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2})} \frac{1}{V} \right], \quad (21)$$

$$K^A = \frac{(L_{SAR}^A - H_{SAR}^A)\beta_A}{L_{SAR}^A + H_{ATM}} \left[ 1 - \rho_{V2} - \frac{(L_{SAR}^{V2} + H_{ATM})\rho_{2V}\beta_A + (L_{SAR}^A + H_{ATM})(1 - \rho_{V2})}{T_{ABR} - (L_{SAR}^A - H_{SAR}^A)\frac{1}{\omega} - nT_{VK} - (n-1)T_{ЛЦТ}} \frac{n}{(1 - \rho_{2V})V\beta_A} \right]$$

(22), где  $\beta_A$  задается выражением (20).

Следует иметь в виду, что при расчете оптимальной длины значение  $\rho_{V2}$ , фигурирующее в выражении (22) должно удовлетворять неравенству:

$$0 < \rho_{V2} \leq \rho_{V2}^*,$$

где  $\rho_{V2}^*$  - есть максимальное возможное значение коэффициента использования тракта передачи речевым трафиком, рассчитанное по формуле (11), с учетом условия (18).

Значение  $\rho_{V2}$  в формуле (22) можно вычислить следующим образом. Пусть  $A^{V2}$  заданная речевая нагрузка (в эрлангах), которую должен пропустить цифровой тракт передачи **ATM-VBRrt**. Величина

$$V^{V2} = \eta v A^{V2} \quad (23)$$

есть необходимая эффективная скорость передачи в ЛЦТ, которую необходимо предоставить под требуемую речевую нагрузку. Здесь

$\eta$  - коэффициент уплотнения транспортного канала речевыми ячейками за счет использования пауз в речевом трафике. *Это есть доля активных речевых фрагментов в общем цифровом речевом потоке, которая может быть найдена из графиков, приведенных в работе [30]*. Типичное среднее значение этого параметра  $\eta = 0,497$ . С другой стороны, при

сделанных выше предположениях относительно коэффициентов  $\frac{s^{V2}}{N^{V2}}$  и  $\beta_{V2}$ , согласно

выражения (3) - эффективная скорость передачи речевого трафика определяется выражением

$$V^{V2} = \frac{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}}{L_{SAR}^{V2} + H_{ATM}} V \rho_{V2} \quad (\text{как произведение } V \text{ на } K^{V2}), \text{ откуда с учетом (23)}$$

$$\rho_{V2} = \eta \frac{L_{SAR}^{V2} + H_{ATM}}{L_{SAR}^{V2} - H_{SAR}^{V2}} \frac{vA^{V2}}{V}.$$

Ясно, что должно выполняться неравенство  $\rho_{V2} \leq \rho_{V2}^*$ . Если это не так, то речевой трафик величины  $A_v$  ЛЦТ *ATM-VBRrt* обслужен быть не может.

Согласно (3) максимально эффективная скорость передачи трафика данных, которую может пропустить тракт *ATM-VBRrt* при заданной величине речевой нагрузки  $A^{V2}$  и заданном  $T_{ABR}$  определяется выражением

$$V^{V2} = V \frac{(L_{SAR}^A - H_{SAR}^A)\beta_A}{L_{SAR}^A + H_{ATM}} \left[ 1 - \rho_{V2} - \frac{(L_{SAR}^{V2} + H_{ATM})\rho_{V2}\beta_A + (L_{SAR}^A + H_{ATM})(1 - \rho_{V2})}{T_{ABR}V - (L_{SAR}^D - H_{SAR}^D)\frac{V}{\omega} - nT_{VK} - (n-1)T_{ЛЦТ}} \frac{n}{(1 - \rho_{V2})} \right] \quad (25).$$

*Пара ( $A^{V2}$  и  $V^{V2}$ ) характеризует эффективность передачи смешанного трафика по тракту ATM ШЦСИО-ATM с заданным качеством обслуживания [10,120,121].*

Общее время обработки ячейки в узле коммутации  $T_{VK}$  зависит от скорости работы связанных процессоров коммутаторов ATM и равно

$$T_{VK} = n\tau_{np}$$

где  $\tau_{np}$  - время обработки одной ячейки в узле коммутации. Последнее может быть оценено по формуле

$$\tau_{np} = \frac{m}{\omega_{np}},$$

где  $m$  - среднее число операций, затрачиваемых на обработку одной ячейки;

$\omega_{np}$  - скорость работы процессора, операций/сек.

Время распространения сигналов по ЛЦТ *ATM-VBRrt* может составлять значительную долю задержки ячейки в общем балансе времени ее передачи по ЛЦТ (от несколько миллисекунд в коротких кабельных линиях связи до сотен миллисекунд в спутниковых каналах) и равно

$$T_{лцт} = \tau_{лцт}V = \frac{L_{лцт}V}{c}, \text{ где } \tau_{лцт} - \text{ время распространения сигналов в среде передачи, сек;}$$

$L_{лцт}$  - протяженность ЛЦТ, км;  $c$  - скорость распространения сигналов в среде передачи км/сек.

## 2. Математическая модель и анализ основных числовых характеристик транспортного канала ATM-CBR

Математическая модель, описывающая процесс передачи речи и данных по транспортному каналу *ATM-CBR в режиме установленного соединения*, может быть представлена в виде однолинейной многофазной СМО, в которой речевой трафик и трафик данных обслуживается с ожиданием предоставления физических ресурсов сети на узлах коммутации.

Однако в силу того, что в транспортной системе *ATM-CBR* на AAL1 CBR-канал формируется с резервированием максимальной полосы пропускания с целью гарантированной передачи трафика с постоянной максимальной скоростью PCR (т.е. для трафика класса А осуществляется организация канала передачи, аналогичная *режиму коммутации каналов*, что приводит практически к отсутствию соревнования за физический ресурс сети в течение всего сеанса связи), - *для нагрузки класса А, обслуживаемой службой CBR, n-звенный однородный транспортный канал ЛЦТ совместно с соответствующей ему частью памяти УК моделируется однозвенной СМО (т.е. весь n-звенный транспортный CBR-канал представляется одним составным эвеном).*

*Для трафика класса В, обслуживаемого службой VBRrt, и трафиков данных классов С и D, обслуживаемых службами ABR и UBR, n-звенный однородный транспортный канал ЛЦТ состоит из n последовательно включенных звеньев. Каждый канал звена совместно с соответствующей ему частью памяти УК моделируется СМО М/М/1.*

**При расчете числовых характеристик транспортных каналов АТМ для нагрузки речи и данных должны быть учтены потери, связанные с блокировкой входящего потока вызовов.**

Пусть  $A_{\Gamma}$  - заданная величина речевой нагрузки (в эрлангах), которую должен пропустить тракт при потерях  $B$ . По заданной величине речевого трафика  $A_{\Gamma}$  (в эрлангах) и потерях  $B$  на весь тракт передачи рассчитывается максимальное число эквивалентных «речевых» каналов  $C_{\Gamma}$ , которое может быть организовано в *CBR*-тракте передачи транспортной системы *АТМ-CBR*. По этим значениям и таблицам с табулированной 1-ой формулой Эрланга [123] находится необходимое число «речевых» каналов  $C_{\Gamma} = C_{\Gamma}(A_{\Gamma}, B)$ . Эта величина должна удовлетворять неравенству  $C_{\Gamma} \leq C_{\Gamma}^*$  где  $C_{\Gamma}^*$  - максимально возможное число эквивалентных «речевых» каналов, которое может быть организовано в *CBR*-тракте передачи. Последнее определяется соотношением  $C_{\Gamma}^* = \frac{L_{SAR}^{V1} - H_{SAR}^{V1}}{L_{SAR}^{V1} + H_{ATM}} \frac{V}{v}$ .

Для высокоскоростных систем при использовании уплотненных «речевых» каналов «речевыми» каналами (например, методами TASI указанное неравенство следует заменить на неравенство  $\frac{C_{\Gamma}}{\sigma} \leq C_{\Gamma}^*$ , где  $\sigma$  - коэффициент уплотнения (в частности  $\sigma = \frac{1}{\hat{\eta}}$ ) Как и ранее,  $\hat{\eta}$  - доля активности речевых фрагментов в общем цифровом речевом потоке. Символ  $\wedge$  используется для различия *АТМ-CBR* и *АТМ-VBRrt*. Отсюда легко получить среднюю эквивалентную скорость передачи ( $V_{CBR}^{\ominus}$ ), которая может быть использована для передачи трафика, обслуживаемого службами *VBRrt*, *ABR* и *UBR*. Действительно, с учетом введения избыточности на уровне сегментации и сборки AAL, а также на уровне АТМ, - скорость передачи в ЛЦТ равна  $\frac{L_{SAR}^{V1} - H_{SAR}^{V1}}{L_{SAR}^{V1} + H_{ATM}} V$ , а скорость передачи для пропущенной нагрузки 1-го класса  $A_{\Gamma}$  в транспортном канале ЛЦТ с учетом потерь  $B$  равна:

$$V_{CBR} = \hat{\eta} v A_{\Gamma} (1 - B).$$

Оставшаяся емкость ЛЦТ отводится для служб *VBRrt*, *ABR* и *UBR*, т.е. та его часть, которая остается за вычетом числа эквивалентных «речевых» каналов, необходимых для обслуживания с заданным качеством  $B$  нагрузки  $A_{\Gamma}$ . Следовательно:

$$V_{CBR}^{\ominus} = \frac{L_{SAR}^{V1} - H_{SAR}^{V1}}{L_{SAR}^{V1} + H_{ATM}} V - \hat{\eta} v A_{\Gamma} (1 - B) \quad (3.29)$$

(Для систем с неподвижной физической или логической границей величину  $A_{\Gamma}(1-B)$  следует заменить на  $C_{\Gamma}$ ).

Перейдем к выводу числовых характеристик *АТМ-CBR* для нагрузки, обслуживаемой службами *VBRrt*, *ABR* и *UBR*.

## Литература

1. Мошак Н.Н. Анализ логической структуры транспортной системы АТМ широкополосной цифровой сети интегрального обслуживания. М.: ЭЛЕКТРОСВЯЗЬ, №9/2001, стр.
2. Мошак Н.Н. Анализ программной структуры транспортной системы АТМ широкополосной цифровой сети интегрального обслуживания. Часть 1. Уровень адаптации АТМ. М.: ЭЛЕКТРОСВЯЗЬ, № /2001, стр.
3. Мошак Н.Н. Анализ программной структуры транспортной системы АТМ широкополосной цифровой сети интегрального обслуживания. Часть 2. Уровень АТМ. М.: ЭЛЕКТРОСВЯЗЬ, № /2001, стр.
4. А.А.Амосов, И.Э.Ткачман, М.Л.Шерстнев. Архитектура объединенной цифровой сети связи и основные реализации ее транспортной системы, - Техника средств связи. Сер., 1982, вып. 4(6), с. 3-11.
5. Н.Н.Мошак. Разработка методов расчета транспортных систем цифровых сетей связи интегрального обслуживания. Кандидатская диссертация. Л., ЛЭИС им. проф. М.А.Бонч-Бруевича, 1984, 242 с.
6. Голд Б. Цифровые методы передачи речи, ТИИЭР, т.65, №12,1977, с. 5-13.
7. Gruber J. Delay related issues in integrated voice and data networks. -IEEE Trans.Comm., 1981, v.COM-29, №6, p. 768-800.
8. Седякин Н.М. Элементы теории случайных импульсных потоков. - М.: Советское радио, 1965, 260 с.
9. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. - М.: Машиностроение, 1979, 432 с.
10. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. - М.: Мир., 1979, 600 с.

11. Мошак Н.Н. Методы расчета широкополосной цифровой сети АТМ интегрального обслуживания. СПб.: Известие вузов. Приборостроение, № /2001г., с.
12. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. М.: Наука, 1978, 352 с.
- 13.