

### 3.2. Математическая модель и методика расчета основных числовых характеристик транспортного канала ГТС-АТМ

Как уже отмечалось выше, гибридная транспортная система ГТС-АТМ характеризуется тем, что на ААЛ1 транспортное соединение для речевой нагрузки формируется с "жестким" закреплением физических ресурсов сети за соединением с организацией синхронного режима передачи с постоянной скоростью (СВР), т.е. для трафика этого класса осуществляется подключение канала передачи, аналогичное режиму виртуальной коммутации каналов, что приводит к отсутствию соревнования за физический ресурс сети в течение всего времени существования транспортного соединения. При этом паузы в речевом графике могут как уплотняться, так и не уплотняться потоком данных [11,30,41,61]. Варианты среднескоростных гибридных ТС с уплотнением речевых соединений речевыми соединениями, построенных на принципах буферизированной ТАСИ описаны в работах [30,52]. Нагрузка данных в ГТС-АТМ обслуживается, как правило, в асинхронном режиме (т.е. с образованием очередей на сетевом уровне), причем, речевая нагрузка имеет абсолютный приоритет по отношению к нагрузке данных.

Математическая модель, описывающая процесс передачи речи и данных по транспортному каналу ГТС-АТМ, может быть представлена в виде однолинейной многофазной СМО, в которой речевой график обслуживается с абсолютным приоритетом и с блокировкой входящего потока вызовов, а трафик данных - с ожиданием. На рис. 3.3. представлена модель транспортного канала ГТС-АТМ в режиме установленного соединения.

Для речевой нагрузки  $n$ -звенный однородный транспортный канал ЛЦТ совместно с соответствующей ему частью памяти УК моделируется однозвенной СМО (т.е. весь  $n$ -звенный транспортный канал представляется одним составным звеном).

Для трафика данных  $n$ -звенный однородный транспортный канал ЛЦТ состоит из последовательно включенных звеньев. Каждый канал звена совместно с соответствующей ему частью памяти УК моделируется СМО М/М/1, причем при расчете числовых характеристик транспортного канала ГТС-АТМ для нагрузки данных имеют место все предложения, изложенные в п.3.1.

По заданной величине речевого трафика  $A_r$  (в эрлангах) и потерях  $B$  на весь тракт передачи рассчитывается максимальное число эквивалентных "речевых" каналов  $C_r$ , которое может быть организовано в тракте передачи ГТС-АТМ. Оставшаяся емкость тракта отводится под обслуживание данных.

Как было показано в п.2, общие коэффициенты использования пропускной способности ЛЦТ речевым трафиком и трафиком данных соответственно равны:

$$K_{r1} = \frac{s_1^r}{N_1^r(L_1 + h)}, \quad K_{r2} = \frac{s_2^r \rho_2 \beta_2}{N_2^r(L_2 + h)}. \quad (3.26)$$

Параметры  $L_1, L_2, h, \rho_2, \beta_2, s_1^r, s_2^r, N_1^r, N_2^r$  - аналогичны соответствующим параметрам ГТС-АТМ (см. раздел 2).

По аналогии с ПТС-АТМ, величина  $N_1^r$  определяется выражением

$$N_1^r = \sum_{k=1}^{\infty} k \left[ F_1\left(\frac{L_1 - H_1}{v} k\right) - F_1\left(\frac{L_1 - H_1}{v} (k-1)\right) \right],$$

а средняя длина активного речевого фрагмента  $s_1^r = v \tau_1 = v \int_0^{\infty} t dF_1(t)$ , где

$F_1(t)$  - распределение продолжительности речевого фрагмента во времени. Пусть существует плотность вероятностей  $f_1(t) = dF_1(t)/dt$ . Определим величину  $s_1^r$  [122], доставляющую максимум коэффициенту  $K_{r1}$ . Здесь уже нельзя положить  $s_1 \rightarrow \infty$  как в ПТС-АТМ, т.к. в ГТС-АТМ отсутствуют пакетизаторы речи, уплотняющие речевой трафик за счет естественных пауз. В этих системах уплотнение данными пауз в речевом трафике на уровне АТМ не происходит. Используя выражение для  $N_1^r$  и  $s_1^r$  окончательно для  $K_{r1}$  получим:

$$K_{\Gamma_1} = \frac{\int_0^{\infty} t dF_1^{\Gamma}(t)}{(L_1 + h) \sum_{k=1}^{\infty} k \left[ F_1^{\Gamma}\left(\frac{L_1 - H_1}{v} k\right) - F_1^{\Gamma}\left(\frac{L_1 - H_1}{v} (k-1)\right) \right]}$$

Величина  $s$ , доставляющая

максимум для этого функционала, удовлетворяет уравнению  $\frac{dK_{\Gamma_1}(s)}{ds} = 0$

$$\frac{dK_{\Gamma_1}(x)}{dx} = - \frac{\left\{ h(x+1) \sum_{k=1}^{\infty} k \left[ F_1\left(\frac{h}{v} xk\right) - F_1\left(\frac{h}{v} x(k-1)\right) \right] \right\}'}{\left\{ h(x+1) \sum_{k=1}^{\infty} k \left[ F_1\left(\frac{h}{v} xk\right) - F_1\left(\frac{h}{v} x(k-1)\right) \right] \right\}^2} = 0$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} k \left[ F_1\left(\frac{h}{v} xk\right) - F_1\left(\frac{h}{v} x(k-1)\right) + (x+1) \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} k \left[ \frac{h}{v} k f_1\left(\frac{h}{v} xk\right) - \frac{h}{v} (k-1) f_1\left(\frac{h}{v} x(k-1)\right) \right] \right\} \right] = 0$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} k F_1\left(\frac{h}{v} xk\right) - \sum_{k=1}^{\infty} k F_1\left(\frac{h}{v} x(k-1)\right) = -(x+1) \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \frac{h}{v} f_1\left(\frac{h}{v} xk\right) + (x+1) \sum_{k=1}^{\infty} k(k-1) \frac{h}{v} f_1\left(\frac{h}{v} x(k-1)\right)$$

Окончательно:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left[ k F_1\left(\frac{h}{v} xk\right) + (x+1) k^2 \frac{h}{v} f_1\left(\frac{h}{v} xk\right) \right] = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ k f_1\left(\frac{h}{v} x(k-1)\right) + (x+1) k(k-1) \frac{h}{v} f_1\left(\frac{h}{v} x(k-1)\right) \right].$$

Решение полученного уравнения относительно  $x$  может быть проведено численными методами.

В частности, если распределение активных речевых фрагментов экспоненциальное с параметром  $\frac{1}{\tau_1}$ , т.е.  $F_1(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}$ , то предыдущее выражение сводится к трансцендентному уравнению.

$$e^{\alpha x} = 1 + \alpha + \alpha x,$$

где  $\alpha = \frac{h}{s_1} = \frac{h}{v\tau_1}$ , решение которого легко получить графоаналитическим способом

или построив итерационную процедуру Коллатца [115], (используя выражение (3.27):

$$\ell = h(1+x),$$

где  $x = \lim_{k \rightarrow \infty} x_k$ ,  $x_{k+1} = \frac{1}{\alpha} \ln(\alpha x_k + \alpha + 1)$  с начальным условием  $x_0 = \sqrt{\frac{2}{\alpha}}$ . В

приведенной таблице 3.2 даны значения оптимальной длины ЭК для некоторых типичных значений параметров системы.

Пусть  $A_{\Gamma}$  заданная величина речевой нагрузки (в эрлангах), которую должен пропустить тракт при потерях  $B$ .

По этим значениям и таблицам с табулированной 1-ой формулой Эрланга [123] находится необходимое число "речевых" каналов  $C_{\Gamma} = C_{\Gamma}(A_{\Gamma}, B)$ . Эта величина должна удовлетворять неравенству  $C_{\Gamma} \leq C_{\Gamma}^*$  где  $C_{\Gamma}^*$  - максимально возможное число эквивалентных "речевых" каналов, которое может быть организовано в тракте передачи ГТС. Последнее определяется соотношением  $C_{\Gamma}^* = \frac{\ell - hV}{\ell} \frac{V}{v}$ .

$$C_{\Gamma}^* = \frac{\ell - hV}{\ell} \frac{V}{v}.$$

Для высокоскоростных систем при использовании уплотненных "речевых" каналов "речевыми" каналами (например, методами TASI)

указанное неравенство следует заменить на неравенство  $\frac{C_{\Gamma}}{\sigma} \leq C_{\Gamma}^*$ ,

где  $\sigma$  - коэффициент уплотнения (в частности  $\sigma = \frac{1}{\hat{\eta}}$ ) Как и

ранее,  $\hat{\eta}$  - доля активности речевых фрагментов в общем цифровом

речевом потоке. Символ  $\wedge$  используется для различия ПТС и ГТС. Отсюда легко получить среднюю эквивалентную скорость передачи, которая может быть использована для передачи трафика 2-го класса  $V_{\text{ЭГ}}$ . Действительно, с учетом введения избыточности на уровне совмещения скорость передачи в ЛЦТ равна  $\frac{\ell - h}{\ell} V$ , а скорость передачи для

пропущенной нагрузки 1-го класса  $A_{\Gamma}$  в транспортном канале ЛЦТ с учетом потерь  $B$  равна:

$$V_{\Gamma 1} = \hat{\eta} v A_{\Gamma} (1 - B).$$

Трафик 2-го класса обслуживается оставшейся канальной емкостью ЛЦТ, т.е. той его частью, которая остается за вычетом числа эквивалентных "речевых" каналов, необходимых для обслуживания с заданным качеством  $B$  нагрузки  $A_{\Gamma}$ . Следовательно:

$$V_{\text{ЭГ}} = \frac{\ell - h}{\ell} V - \hat{\eta} v A_{\Gamma} (1 - B) \quad (3.29)$$

(Для систем с неподвижной физической или логической границей величину  $A_{\Gamma}(1-B)$  следует заменить на  $C_{\Gamma}$ ). Перейдем к выводу числовых характеристик ГТС для нагрузки 2-го класса. По аналогии с ПТС, согласно формулы Литла среднее время пребывания пакета данных в  $n$ -звенном однородном тракте передачи (каждый канал звена совместно с соответствующей ему частью памяти узла коммутации моделируется СМО М/М/1), включая задержку, связанную с накоплением информационной части пакета у абонента, равно [40]:

$$T = n \frac{1}{\mu_2 (1 - \rho_2)} + \frac{L_2 - H_2}{\omega},$$

где  $\mu_2 = \frac{V_{\text{ЭГ}} \beta_2}{L_2 + H_{2k}}$ , есть величина, обратная средней длительности пакета данных в каждой отдельной СМО М/М/1, или

$$T = n \frac{L_2 + H_{2k}}{(1 - \rho_2) V_{\text{ЭГ}} \beta_2} + \frac{L_2 - H_2}{\omega}. \quad (3.30)$$

Отсюда находим выражение для максимального коэффициента загрузки ЛЦТ графиком 2-го класса  $-\rho_2$ :

$$\rho_2 = 1 - n \frac{L_2 + H_{2k}}{\left(T - \frac{L_2 - H_2}{\omega}\right) V_{\text{ЭГ}} \beta_2}. \quad (3.31)$$

Тогда с учетом (3.18) выражение (3.26) принимает вид:

$$K_{\Gamma 2} = \frac{\ell - h}{\ell} \frac{L_2 - H_2}{L_2 + H_{2k}} \left[ \beta_2 - \frac{n(L_2 + H_{2k})}{\left(T - \frac{L_2 - H_2}{\omega}\right) V_{\text{ЭГ}}} \right]. \quad (3.32)$$

Для нахождения оптимального значения  $L_2$ , доставляющего максимум коэффициенту  $K_{\Gamma 2}$  решаем уравнение  $\frac{dK_{\Gamma 2}(L_2)}{dL_2} = 0$  относитель-

но  $L_2$ . Для нахождения решения этого уравнения строим итерационную процедуру Коллатца [115]:

$$L_2 = x + H_2, \quad (3.33)$$

$$\text{где } x = \lim_{k \rightarrow \infty} x_k, \quad x_{k+1} = \frac{y-1}{\ell n(1-p)} - \left[ \frac{y-1}{(T\omega - x_k)\ell n(1-p)} \right]^2 \frac{nT\omega^2}{V_{\text{ЭГ}} y},$$

$$y = (1 - p)^{x_k + H_2 + H_{2k}}, k=0,1,2,\dots, h=0, p_1=0, \beta_1=1.$$

С начальным условием  $x_0=1$

Если  $p=0$  и  $\beta_2=1$  (см. приложение 1г), то после дифференцирования выражения (3.32) может быть получено явное выражение для  $L_2$ :

$$L_2 = \frac{-q_2 \pm \sqrt{q_2^2 + ac}}{a} + H_2,$$

$$\text{где } a = \left(n + \frac{V_{\text{ЭГ}}}{\omega}\right) - \left(n - \frac{V_{\text{ЭГ}}}{\omega}\right)(H_2 + H_{2k}) \frac{1}{\omega T} - (TV_{\text{ЭГ}} - nH_2 - nH_{2k}) \frac{1}{\omega T},$$

$$q_2 = \left(n + \frac{V_{\text{ЭГ}}}{\omega}\right)(H_2 + H_{2k}),$$

$$c = (TV_{\text{ЭГ}} - nH_2 - nH_{2k})(H_2 + H_{2k}).$$

Приложение

Максимально возможная эффективная скорость передачи трафика 2-го класса в тракте ГТС определяется выражением:

$$V_{\Gamma 2} = \frac{L_2 - H_2}{L_2 + H_{2k}} \left[ \beta_2 - \frac{n(L_2 + H_{2k})}{\left(T - \frac{L_2 - H_2}{\omega}\right)V_{\text{ЭГ}}} \right] V_{\text{ЭГ}}, \quad (3.34)$$

$$\text{где } \beta_2 = \frac{y}{y-1} \ell \ln y, \quad y = (1 - p)^{L_2 + H_{2k}},$$

$a$  оптимальные длины протокольных блоков  $\ell$  и  $L_2$  рассчитываются по формулам (3.28) и (3.33). Пара  $(A_{\Gamma}, V_{\Gamma 2})$  характеризует эффективность передачи смешанного трафика по тракту ГТС ЦСИО с заданным качеством обслуживания [10].

Предлагаемый выше метод расчета основных числовых характеристик транспортного соединения ГТС базируется на подсчете среднего числа линий, занятых нагрузкой первого класса (см. 3.29). Для построения более точных методик, учитывающих динамику процесса перемещения физической или логической границы между трафиками обоих классов, можно построить модель  $n$ -звенного тракта передачи в ГТС, базирующуюся на методе квазистационарного состояния или методе текущей аппроксимации, как это сделано в работе [124] для однозвенного тракта.