Алгоритмы и структуры данных

Оглавление

1 Структуры данных и алгоритмы

1.1 Понятие структур данных и алгоритмов

Структуры данных и алгоритмы служат теми материалами, из которых строятся программы. Более того, сам компьютер состоит из структур данных и алгоритмов. Встроенные структуры данных представлены теми регистрами и словами памяти, где хранятся двоичные величины. Заложенные в конструкцию аппаратуры алгоритмы - это воплощенные в электронных логических цепях жесткие правила, по которым занесенные в память данные интерпретируются как команды, подлежащие исполнению. Поэтому в основе работы всякого компьютера лежит умение оперировать только с одним видом данных - с отдельными битами, или двоичными цифрами. Работает же с этими данными компьютер только в соответствии с неизменным набором алгоритмов, которые определяются системой команд центрального процессора.

Задачи, которые решаются с помощью компьютера, редко выражаются на языке битов. Как правило, данные имеют форму чисел, литер, текстов, символов и более сложных структур типа последовательностей, списков и деревьев. Еще разнообразнее алгоритмы, применяемые для решения различных задач; фактически алгоритмов не меньше чем вычислительных задач.

Для точного описания абстрактных структур данных и алгоритмов программ используются такие системы формальных обозначений, называемые языками программирования, в которых смысл всякого предложения определется точно и однозначно. Среди средств, представляемых почти всеми языками программирования, имеется возможность ссылаться на элемент данных, пользуясь присвоенным ему именем, или, иначе, идентификатором. Одни именованные величины являются константами, которые сохраняют постоянное значение в той части программы, где они определены, другие - переменными, которым с помощью оператора в программе может быть присвоено любое новое значение. Но до тех пор, пока программа не начала выполняться, их значение не определено.

Имя константы или переменной помогает программисту, но компьютеру оно ни о чем не говорит. Компилятор же, транслирующий текст программы в двоичный код, связывает каждый идентификатор с определенным адресом памяти. Но для того чтобы компилятор смог это выполнить, нужно сообщить о "типе" каждой именованной величины. Человек, решающий какую-нибудь задачу "вручную", обладает интуитивной

способностью быстро разобраться в типах данных и тех операциях, которые для каждого типа справедливы. Так, например, нельзя извлечь квадратный корень из слова или написать число с заглавной буквы. Одна из причин, позволяющих легко провести такое распознавание, состоит в том, что слова, числа и другие обозначения выглядят по-разному. Однако для компьютера все типы данных сводятся в конечном счете к последовательности битов, поэтому различие в типах следует делать явным.

Типы данных, принятые в языках программирования, включают натуральные и целые числа, вещественные (действительные) числа (в виде приближенных десятичных дробей), литеры, строки и т.п.

В некоторых языках программирования тип каждой константы или переменной определяется компилятором по записи присваиваемого значения; наличие десятичной точки, например, может служить признаком вещественного числа. В других языках требуется, чтобы программист явно задал тип каждой переменной, и это дает одно важное преимущество. Хотя при выполнении программы значение переменной может многократно меняться, тип ее меняться не должен никогда; это значит, что компилятор может проверить операции, выполняемые над этой переменной, и убедиться в том, что все они согласуются с описанием типа переменной. Такая проверка может быть проведена путем анализа всего текста программы, и в этом случае она охватит все возможные действия, определяемые данной программой.

В зависимости от назначения языка программирования защита типов, осуществляемая на этапе компиляции, может быть более или менее жесткой. Так, например, язык PASCAL, изначально являвшийся прежде всего инструментом для иллюстрирования структур данных и алгоритмов, сохраняет от своего первоначального назначения весьма строгую защиту типов. PASCAL-компилятор в большинстве случаев расценивает смешение в одном выражении данных разных типов или применение к типу данных несвойственных ему операций как фатальную ошибку. Напротив, язык С, предназначенный прежде всего для системного программирования, является языком с весьма слабой защитой типов. С-компиляторы в таких случаях лишь выдают предупреждения. Отсутствие жесткой защиты типов дает системному программисту, разрабатывающуему программу на языке С, дополнительные возможности, но такой программист сам отвечает за правильность свох действий.

Структура данных относится, по существу, к "пространственным" понятиям: ее можно свести к схеме организации информации в памяти компьютера. Алгоритм же является соответствующим процедурным элементом в структуре программы - он служит рецептом расчета.

Первые алгоритмы были придуманы для решения численных задач типа умножения чисел, нахождения наибольшего общего делителя, вычисления тригонометрических функций и других. Сегодня в равной степени важны и нечисленные алгоритмы; они разработаны для таких задач, как, например, поиск в тексте заданного слова, планирование событий, сортировка данных в указанном порядке и т.п. Нечисленные алгоритмы оперируют с данными, которые не обязательно являются числами; более того, не нужны никакие глубокие математические понятия, чтобы их конструировать или понимать. Из этого, однако, вовсе не следует, что в изучении таких алгоритмов математике нет места; напротив, точные, математические методы необходимы при поиске наилучших решений нечисленных задач при доказательстве правильности этих решений.

Структуры данных, применяемые в алгоритмах, могут быть чрезвычайно сложными. В результате выбор правильного представления данных часто служит ключом к удачному программированию и может в большей степени сказываться на производительности программы, чем детали используемого алгоритма. Вряд ли когда-нибудь появится общая теория выбора структур данных. Самое лучшее, что можно сделать,- это разобраться во всех базовых "кирпичиках" и в собранных из них структурах. Способность приложить эти знания к конструированию больших систем - это прежде всего дело инженерного мастерства и практики.

1.2 Информация и ее представление в памяти

Начиная изучение структур данных или информационных структур, необходимо ясно установить, что понимается под информацией, как информация передается и как она физически размещается в памяти вычислительной машины.

1.2.1 Природа информации

Можно сказать, что решение каждой задачи с помощью вычислительной машины включает запись информации в память, извлечение информации из памяти и манипулирование информацией. Можно ли измерить информацию?

В теоретико-информационном смысле информация рассматривается как мера разрешения неопределенности. Предположим, что имеется n возможных состояний какой-нибудь системы, в которой каждое состояние имеет вероятность появления p , причем все вероятности независимы. Тогда неопределенность этой системы определяется в виде

```
              n
H = - СУММА ( p(i) * log2 (p(i)) ).
             i=1
```

Для измерения неопределенности системы выбрана специальная единица, называемая битом. Бит является мерой неопределенности (или информации), связанной с наличием всего двух возможных состояний, таких, как, например, истинно-ложно или да-

нет. Бит используется для измерения как неопределенности, так и информации. Это вполне объяснимо, поскольку количество полученной информации равно количеству неопределенности, устраненному в результате получения информации.

1.2.2 Хранение информации

В цифровых вычислительных машинах можно выделить три основных вида запоминающих устройств: сверхоперативная, оперативная и внешняя память. Обычно сверхоперативная память строится на регистрах. Регистры используются для временного хранения и преобразования информации.

Некоторые из наиболее важных регистров содержатся в центральном процессоре компьютера. Центральный процессор содержит регистры (иногда называемые аккумуляторами), в которые помещаются аргументы (т.е. операнды) арифметических операций. Сложение, вычитание, умножение и деление занесенной в аккумуляторы информации выполняется с помощью очень сложных логических схем. Кроме того, с целью проверки необходимости изменения нормальной последовательности передач управления в аккумуляторах могут анализироваться отдельные биты. Кроме запоминания операндов и результатов арифметических операций, регистры используются также для временного хранения команд программы и управляющей информации о номере следующей выполняемой команды.

Оперативная память предназначена для запоминания более постоянной по своей природе информации. Важнейшим свойством оперативной памяти является адресуемость. Это означает, что каждая ячейка памяти имеет свой идентификатор, однозначно идентифицирующий ее в общем массиве ячеек памяти. Этот идентификатор называется адресом. Адреса ячеек являются операндами тех машинных команд, которые обращаются к оперативной памяти. В подавляющем большинстве современных вычислительных систем единицей адресации является байт - ячейка, состоящая из 8 двоичных разрядов. Определенная ячейка оперативной памяти или множество ячеек могут быть связаны с конкретной переменной в программе. Однако для выполнения арифметических вычислений, в которых участвует переменная, необходимо, чтобы до начала вычислений значение переменной было перенесено из ячейки памяти в регистр. Если результат вычисления должен быть присвоен переменной, то результирующая величина снова должна быть перенесена из соответствующего регистра в связанную с этой переменной ячейку оперативной памяти.

Во время выполнения программы ее команды и данные в основном размещаются в ячейках оперативной памяти. Полное множество элементов оперативной памяти часто называют основной памятью.

Внешняя память служит прежде всего для долговременного хранения данных. Характерным для данных на внешней памяти является то, что они могут сохраняться там даже после завершения создавшей их программы и могут быть впоследствии многократно использованы той же программой при повторных ее запусках или другими программами. Внешняя память используется также для хранения самих программ, когда они не выполняются. Поскольку стоимость внешней памяти значительно меньше оперативной, а объем значительно больше, то еще одно назначение внешней памяти - временное хранение тех кодов и данных выполняемой программы, которые не используются на данном этапе ее выполнения. Активные коды выполняемой программы и обрабатываемые ею на данном этапе данные должны обязательно быть размещены в оперативной памяти, так как прямой обмен между внешней памятью и операционными устройствами (регистрами) невозможен.

Как хранилище данных, внешняя память обладает в основном теми же свойствами, что и оперативная, в том числе и свойством адресуемости. Поэтому в принципе структуры данных на внешней памяти могут быть теми же, что и в оперативной, и алгоритмы их обработки могут быть одинаковыми. Но внешняя память имеет совершенно иную физическую природу, для нее применяются (на физическом уровне) иные методы доступа, и этот доступ имеет другие временные характеристики. Это приводит к тому, что структуры и алгоритмы, эффективные для оперативной памяти, не оказываются таковыми для внешней памяти.

1.3 Системы счисления

Чтобы обеспечить соответствующую основу для изучения структур данных следует обсудить существующие типы систем счислений: позиционные и непозиционные.

1.3.1 Непозиционные системы счисления

Числа используются для символического представления количества объектов. Очень простым методом представления количества является использование одинаковых значков. В такой системе между значками и пересчитываемыми объектами устанавливается взаимно однозначное соответствие. Например, шесть объектов могут быть представлены как ****** или 111111. Такая система становится очень неудобной, если попытаться с ее помощью представить большие количества.

Системы счисления, подобные римской, обеспечивают частичное решение проблемы представления большого количества объектов. В римской системе дополнительные символы служат для представления групп значков. Например, можно принять что I=*, Y=IIII, X=YY, L=XXXXX и т.д. Заданная величина представляется с

помощью комбинирования символов в соответствии с рядом правил, которые в некоторой степени зависят от положения символа в числе. Недостатком системы, которая с самого начала основывается на группировании некоторого множества символов с целью формирования нового символа, является то обстоятельство, что для представления очень больших количеств требуется очень много уникальных символов.

1.3.2 Позиционные системы счисления

В позиционной системе счисления используется конечное число R уникальных символов. Величину R часто называют основанием системы счисления. В позиционной системе количество представляется как самими символами, так и их позицией в записи числа.

Система счисления с основанием десять, или десятичная система является позиционной. Рассмотрим, например, число 1303. Его можно представить в виде:

1*10^3 + 3*10^2 + 0*10^1 + 3*10^0.

(Здесь и далее символ ^ используется как знак операции возведения в степень).

В позиционной системе могут быть представлены и дробные числа. Например, одна четвертая записывается в виде 0.25, что интерпретируется как:

2*10^(-1) + 5*10^(-2).

Другой пример позиционной системы счисления - двоичная система. Двоичное число 11001.101 представляет то же самое количество, что и десятичное число 26.625. Разложение данного двоичного числа в соответствии с его позиционным представлением следующее:

1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^1 + 1*2^0 + 1*2^(-1) + 0*2^(-2) + 1*2^(-3) =

16 + 8 + 1 + 0.5 + 0.125=26.625.

Наиболее часто встречаются системы счисления имеющие основание 2,8,10 и 16, которые обычно называют двоичной, восьмеричной, десятичной и шестнадцатеричной системами, соответственно. Вся вычислительная техника работает в двоичной системе счисления, так как базовые элементы вычислительной техники имеют два устойчивых состояния. Восьмеричная и шестнадцатеричная системы используются для удобства работы с большими двоичными числами.

1.3.3 Изображение чисел в позиционной системе счисления

Изображение чисел в любой позиционной системе счисления с натуральным основанием R (R >1) базируется на представлении их в виде произведения целочисленной степени m основания R на полином от этого основания :

n

$$Ar = R^m * \text{СУММА}_{i=1} (a[i]*R^{(-i)}) , \qquad (1.1)$$

где:

a[i] { 0,1,..., R-1 } - цифры R-ичной системы счисления ;

n - количество разрядов (разрядность), используемых для представления числа;

R - основание системы счисления;

m {..., -2, -1, 0,+1,+2,...} - порядок числа;

R^(-i) - позиционный вес i - того разряда числа.

Так, в десятичной (R=10) системе для представления чисел используются цифры a = {0,1,...9}; в двоичной (R=2) - a = {0,1}, в шестнадцатеричной (R=16), a = {0,1....9,A,B,C,D,E,F} где прописные латинские буквы A..F эквивалентны соответственно числам 10..15 в десятичной системе. Например,

1) 815=10^3*(8*10^(-1)+1*10^(-2)+5*10(-3))=8*10^2+1*10^1+5*10^0;

2) 8.15=10^1*(8*10^(-1)+1*10^(-2)+5*10^(-3))=8*10^0+1*10^(-1)+5*10^(-2);

3) 0.0815= 10^(-1)*(8*10^(-1)+1*10^(-2)+5*10^(-3))=

=8*10^(-2)+1*10^(-3)+5*10^(-4);

1.3.4 Перевод чисел из одной системы счисления в другую

При переводе целого числа (целой части числа) из одной системы счисления в другую исходное число (или целую часть) надо разделить на основание системы счисления, в которую выполняется перевод. Деление выполнять, пока частное не станет меньше основания новой системы счисления. Результат перевода определяется остатками от деления: первый остаток дает младшую цифру результирующего числа, последнее частное от деления дает старшую цифру.

При переводе правильной дроби из одной системы счисления в другую систему счисления дробь следует умножать на основание системы счисления, в которую выполняется перевод. Полученная после первого умножения целая часть является старшим разрядом результирующего числа. Умножение вести до тех пор пока произведение станет равным нулю или не будет получено требуемое число знаков после разделительной точки.

Например,

1) перевести дробное число 0.243 из десятичной системы счисления в двоичную.

0.243(10) ---> 0.0011111(2).

Проверка: 0.0011111 = 0*2^(-1) + 0*2^(-2)+1*2^(-3) +

1*2^(-4)+1*2^(-5) + +1*2^(-6)+1*2*(-7) = 0,2421875

2) перевести целое число 164 из десятичной системы счисления в двоичную систему.

164(10) ---> 10100100(2)

Проверка: 10100100 = 1*2^7 + 0*2^6 + 1*2^5 + 0*2^4 +

0*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 0*2^0 = 128+32+4=164

При переводе смешанных чисел целая и дробная части числа переводятся отдельно.

1.4 Классификация структур данных

Теперь можно дать более конкретное определение данного на машинном уровне представления информации.

Независимо от содержания и сложности любые данные в памяти ЭВМ представляются последовательностью двоичных разрядов, или битов, а их значениями являются соответствующие двоичные числа. Данные, рассматриваемые в виде последовательности битов, имеют очень простую организацию или, другими словами, слабо структурированы. Для человека описывать и исследовать сколько-нибудь сложные данные в терминах последовательностей битов весьма неудобно. Более крупные и содержательные, нежели бит, "строительные блоки" для организации произвольных данных получаются на основе понятия "структуры данного".

Под СТРУКТУРОЙ ДАННЫХ в общем случае понимают множество элементов данных и множество связей между ними. Такое определение охватывает все возможные подходы к структуризации данных, но в каждой конкретной задаче используются те или иные его аспекты. Поэтому вводится дополнительная классификация структур данных, направления которой соответствуют различным аспектам их рассмотрения. Прежде чем приступать к изучению конкретных структур данных, дадим их общую классификацию по нескольким признакам.

Понятие "ФИЗИЧЕСКАЯ структура данных" отражает способ физического представления данных в памяти машины и называется еще структурой хранения, внутренней структурой или структурой памяти.

Рассмотрение структуры данных без учета ее представления в машинной памяти называется абстрактной или ЛОГИЧЕСКОЙ структурой. В общем случае между логической и соответствующей ей физической структурами существует различие, степень которого зависит от самой структуры и особенностей той среды, в которой она должна быть отражена. Вследствие этого различия существуют процедуры, осуществляющие отображение логической структуры в физическую и, наоборот, физической структуры в логическую. Эти процедуры обеспечивают, кроме того, доступ к физическим структурам и

выполнение над ними различных операций, причем каждая операция рассматривается применительно к логической или физической структуре данных.

Различаются ПРОСТЫЕ (базовые, примитивные) структуры (типы) данных и ИНТЕГРИРОВАННЫЕ (структурированные, композитные, сложные). Простыми называются такие структуры данных, которые не могут быть расчленены на составные части, большие, чем биты. С точки зрения физической структуры важным является то обстоятельство, что в данной машинной архитектуре, в данной системе программирования мы всегда можем заранее сказать, каков будет размер данного простого типа и какова структура его размещения в памяти. С логической точки зрения простые данные являются неделимыми единицами. Интегрированными называются такие структуры данных, составными частями которых являются другие структуры данных - простые или в свою очередь интегрированные. Интегрированные структуры данных конструируются программистом с использованием средств интеграции данных, предоставляемых языками программирования.

В зависимости от отсутствия или наличия явно заданных связей между элементами данных следует различать НЕСВЯЗНЫЕ структуры (векторы, массивы, строки, стеки, очереди) и СВЯЗНЫЕ структуры (связные списки).

Весьма важный признак структуры данных - ее изменчивость - изменение числа элементов и (или) связей между элементами структуры. В определении изменчивости структуры не отражен факт изменения значений элементов данных, поскольку в этом случае все структуры данных имели бы свойство изменчивости. По признаку изменчивости различают структуры СТАТИЧЕСКИЕ, ПОЛУСТАТИЧЕСКИЕ, ДИНАМИЧЕСКИЕ. Классификация структур данных по признаку изменчивости приведена на рис. 1.1. Базовые структуры данных, статические, полустатические и динамические характерны для оперативной памяти и часто называются оперативными структурами. Файловые структуры соответствуют структурам данных для внешней памяти.

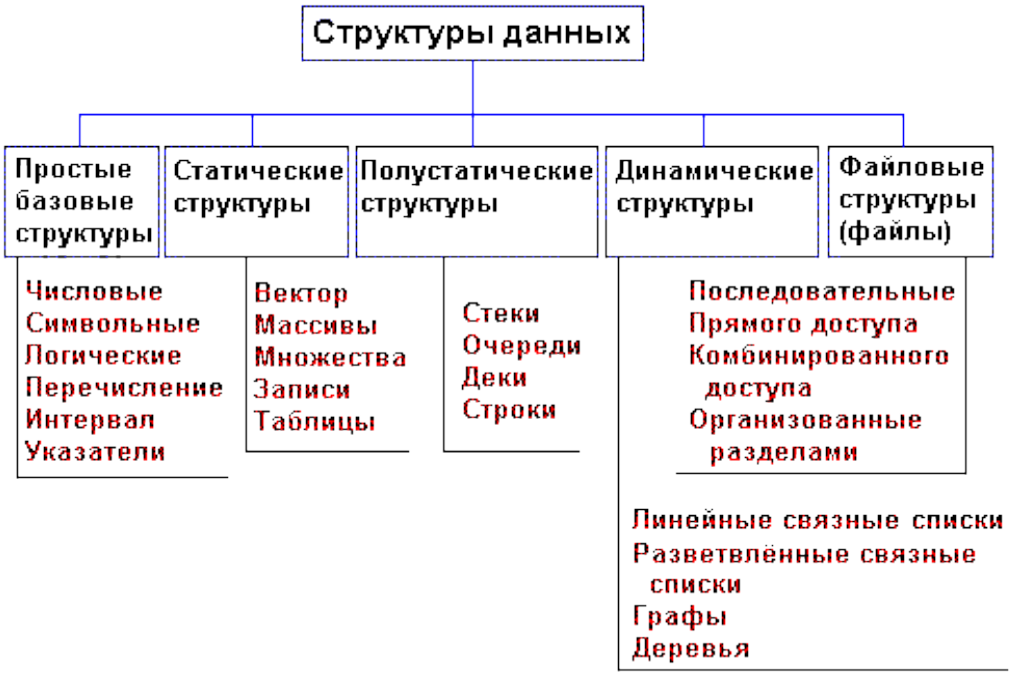


Рис. 1.1. Классификация структур данных

Важный признак структуры данных - характер упорядоченности ее элементов. По этому признаку структуры можно делить на ЛИНЕЙНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ структуры.

В зависимости от характера взаимного расположения элементов в памяти линейные структуры можно разделить на структуры с ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ распределением элементов в памяти (векторы, строки, массивы, стеки, очереди) и структуры с ПРОИЗВОЛЬНЫМ СВЯЗНЫМ распределением элементов в памяти (односвязные, двусвязные списки). Пример нелинейных структур - многосвязные списки, деревья, графы.

В языках программирования понятие "структуры данных" тесно связано с понятием "типы данных". Любые данные, т.е. константы, переменные, значения функций или выражения, характеризуются своими типами.

Информация по каждому типу однозначно определяет :

1) структуру хранения данных указанного типа, т.е. выделение памяти и представление данных в ней, с одной стороны, и интерпретирование двоичного представления, с другой;

2) множество допустимых значений, которые может иметь тот или иной объект описываемого типа;

3) множество допустимых операций, которые применимы к объекту описываемого типа.

В последующих главах данного пособия рассматриваются структуры данных и соответствующие им типы данных. При описании базовых (простых) типов и при конструировании сложных типов мы ориентировались в основном на язык PASCAL. Этот язык использовался и во всех иллюстративных примерах. PASCAL был создан Н.Виртом специально для иллюстрирования структур данных и алгоритмов и традиционно используется для этих целей. Читатель знакомый с любым другим процедурным языком программирования общего назначения (C, FORTRAN, ALGOL, PL/1 и т.д.), без труда найдет аналогичные средства в известном ему языке.

1.5 Операции над структурами данных

Над любыми структурами данных могут выполняться четыре общие операции: создание, уничтожение, выбор (доступ), обновление.

Операция создания заключается в выделении памяти для структуры данных. Память может выделяться в процессе выполнения программы или на этапе компиляции. В ряде языков (например, в C) для структурированных данных, конструируемых программистом, операция создания включает в себя также установку начальных значений параметров, создаваемой структуры.

Например, в PL/1 оператор DECLARE N FIXED DECIMAL приведет к выделению адресного пространства для переменной N. В FORTRAN (Integer I), в PASCAL (I:integer), в C (int I) в результате описания типа будет выделена память для соответствующих переменных. Для структур данных, объявленных в программе, память выделяется автоматически средствами систем программирования либо на этапе компиляции, либо при активизации процедурного блока, в котором объявляются соответствующие переменные. Программист может и сам выделять память для структур данных, используя имеющиеся в системе программирования процедуры/функции выделения/освобождения памяти. В объектно-ориентированных языках программирования при разработке нового объекта для него должны быть определены процедуры создания и уничтожения.

Главное заключается в том, что независимо от используемого языка программирования, имеющиеся в программе структуры данных не появляются "из ничего", а явно или неявно объявляются операторами создания структур. В результате этого всем экземплярам структур в программе выделяется память для их размещения.

Операция уничтожения структур данных противоположна по своему действию операции создания. Некоторые языки, такие как BASIC, FORTRAN не дают возможности программисту уничтожать созданные структуры данных. В языках PL/1, C, PASCAL структуры данных, имеющиеся внутри блока, уничтожаются в процессе выполнения

программы при выходе из этого блока. Операция уничтожения помогает эффективно использовать память.

Операция выбора используется программистами для доступа к данным внутри самой структуры. Форма операции доступа зависит от типа структуры данных, к которой осуществляется обращение. Метод доступа - один из наиболее важных свойств структур, особенно в связи с тем, что это свойство имеет непосредственное отношение к выбору конкретной структуры данных.

Операция обновления позволяет изменить значения данных в структуре данных. Примером операции обновления является операция присваивания, или, более сложная форма - передача параметров.

Вышеуказанные четыре операции обязательны для всех структур и типов данных. Помимо этих общих операций для каждой структуры данных могут быть определены операции специфические, работающие только с данными данного типа (данной структуры). Специфические операции рассматриваются при рассмотрении каждой конкретной структуры данных.

1.6 Структурность данных и технология программирования

Большинство авторов публикаций, посвященных структурам и организации данных, делают основной акцент на том, что знание структуры данных позволяет организовать их хранение и обработку максимально эффективным образом - с точки зрения минимизации затрат как памяти, так и процессорного времени. Другим не менее, а может быть, и более важным преимуществом, которое обеспечивается структурным подходом к данным, является возможность структурирования сложного программного изделия. Современные промышленно-выпускаемые программные пакеты - изделия чрезвычайно сложные, объем которых исчисляется тысячами и миллионами строк кода, а трудоемкость разработки - сотнями человеко-лет. Естественно, что разработать такое программное изделие "все сразу" невозможно, оно должно быть представлено в виде какой-то структуры - составных частей и связей между ними. Правильное структурирование изделия дает возможность на каждом этапе разработки сосредоточить внимание разработчика на одной обозримой части изделия или поручить реализацию разных его частей разным исполнителям.

При структурировании больших программных изделий возможно применение подхода, основанного на структуризации алгоритмов и известного, как "нисходящее" проектирование или "программирование сверху вниз", или подхода, основанного на структуризации данных и известного, как "восходящее" проектирование или "программирование снизу вверх".

В первом случае структурируют прежде всего действия, которые должна выполнять программа. Большую и сложную задачу, стоящую перед проектируемым программным изделием, представляют в виде нескольких подзадач меньшего объема. Таким образом, модуль самого верхнего уровня, отвечающий за решение всей задачи в целом, получается достаточно простым и обеспечивает только последовательность обращений к модулям, реализующим подзадачи. На первом этапе проектирования модули подзадач выполняются в виде "заглушек". Затем каждая подзадача в свою очередь подвергается декомпозиции по тем же правилам. Процесс дробления на подзадачи продолжается до тех пор, пока на очередном уровне декомпозиции получают подзадачу, реализация которой будет вполне обозримой. В предельном случае декомпозиция может быть доведена до того, что подзадачи самого нижнего уровня могут быть решены элементарными инструментальными средствами (например, одним оператором выбранного языка программирования).

Другой подход к структуризации основывается на данных. Программисту, который хочет, чтобы его программа имела реальное применение в некоторой прикладной области не следует забывать о том, что программирование - это обработка данных. В программах можно изобретать сколь угодно замысловатые и изощренные алгоритмы, но у реального программного изделия всегда есть Заказчик. У Заказчика есть входные данные, и он хочет, чтобы по ним были получены выходные данные, а какими средствами это обеспечивается - его не интересует. Таким образом, задачей любого программного изделия является преобразование входных данных в выходные. Инструментальные средства программирования предоставляют набор базовых (простых, примитивных) типов данных и операции над ними. Интегрируя базовые типы, программист создает более сложные типы данных и определяет новые операции над сложными типами. Можно здесь провести аналогию со строительными работами: базовые типы - "кирпичики", из которых создаются сложные типы - "строительные блоки". Полученные на первом шаге композиции "строительные блоки" используются в качестве базового набора для следующего шага, результатом которого будут еще более сложные конструкции данных и еще более мощные операции над ними и т.д. В идеале последний шаг композиции дает типы данных, соответствующие входным и выходным данным задачи, а операции над этими типами реализуют в полном объеме задачу проекта.

Программисты, поверхностно понимающие структурное программирование, часто противопоставляют нисходящее проектирование восходящему, придерживаясь одного выбранного ими подхода. Реализация любого реального проекта всегда ведется

встречными путями, причем, с постоянной коррекцией структур алгоритмов по результатам разработки структур данных и наоборот.

Еще одним чрезвычайно продуктивным технологическим приемом, связанным со структуризацией данных является инкапсуляция. Смысл ее состоит в том, что сконструированный новый тип данных - "строительный блок" - оформляется таким образом, что его внутренняя структура становится недоступной для программиста - пользователя этого типа. Программист, использующий этот тип данных в своей программе (в модуле более высокого уровня), может оперировать с данными этого типа только через вызовы процедур, определенных для этого типа. Новый тип данных представляется для него в виде "черного ящика" для которого известны входы и выходы, но содержимое - неизвестно и недоступно.

Инкапсуляция чрезвычайно полезна и как средство преодоления сложности, и как средство защиты от ошибок. Первая цель достигается за счет того, что сложность внутренней структуры нового типа данных и алгоритмов выполнения операций над ним исключается из поля зрения программиста-пользователя. Вторая цель достигается тем, что возможности доступа пользователя ограничиваются лишь заведомо корректными входными точками, следовательно, снижается и вероятность ошибок.

Современные языки программирования блочного типа (PASCAL, C) обладают достаточно развитыми возможностями построения программ с модульной структурой и управления доступом модулей к данным и процедурам. Расширения же языков дополнительными возможностями конструирования типов и их инкапсуляции делает язык объектно-ориентированным. Сконструированные и полностью закрытые типы данных представляют собой объекты, а процедуры, работающие с их внутренней структурой - методы работы с объектами. При этом в значительной степени меняется и сама концепция программирования. Программист, оперирующий объектами, указывает в программе ЧТО нужно сделать с объектом, а не КАК это надо делать.

Технология баз данных развивалась параллельно с технологией языков программирования и не всегда согласованно с ней. Отчасти этим, а отчасти и объективными различиями в природе задач, решаемых системами управления базами данных (СУБД) и системами программирования, вызваны некоторые терминологические и понятийные различия в подходе к данным в этих двух сферах. Ключевым понятием в СУБД является понятие модели данных, в основном тождественное понятию логической структуры данных. Отметим, что физическая структура данных в СУБД не рассматривается вообще. Но сами СУБД являются программными пакетами, выполняющими отображение физической структуры в логическую (в модель данных). Для

реализации этих пакетов используются те или иные системы программирования, разработчики СУБД, следовательно, имеют дело со структурами данных в терминах систем программирования. Для пользователя же внутренняя структура СУБД и физическая структура данных совершенно прозрачна; он имеет дело только с моделью данных и с другими понятиями логического уровня.

2 Простые структуры данных

Простые структуры данных называют также примитивными или базовыми структурами. Эти структуры служат основой для построения более сложных структур. В языках программирования простые структуры описываются простыми (базовыми) типами. К таким типам относятся: числовые, битовые, логические, символьные, перечисляемые, интервальные, указатели. В дальнейшем изложении мы ориентируемся в основном на язык PASCAL. Структура простых типов PASCAL приведена на рис 2.1 (через запятую указан размер памяти в байтах, требуемый для размещения данных соответствующего типа). В других языках программирования набор простых типов может несколько отличаться от указанного. Размер же памяти, необходимый для данных того или иного типа, может быть разным не только в разных языках программирования, но и в разных реализациях одного и того же языка.

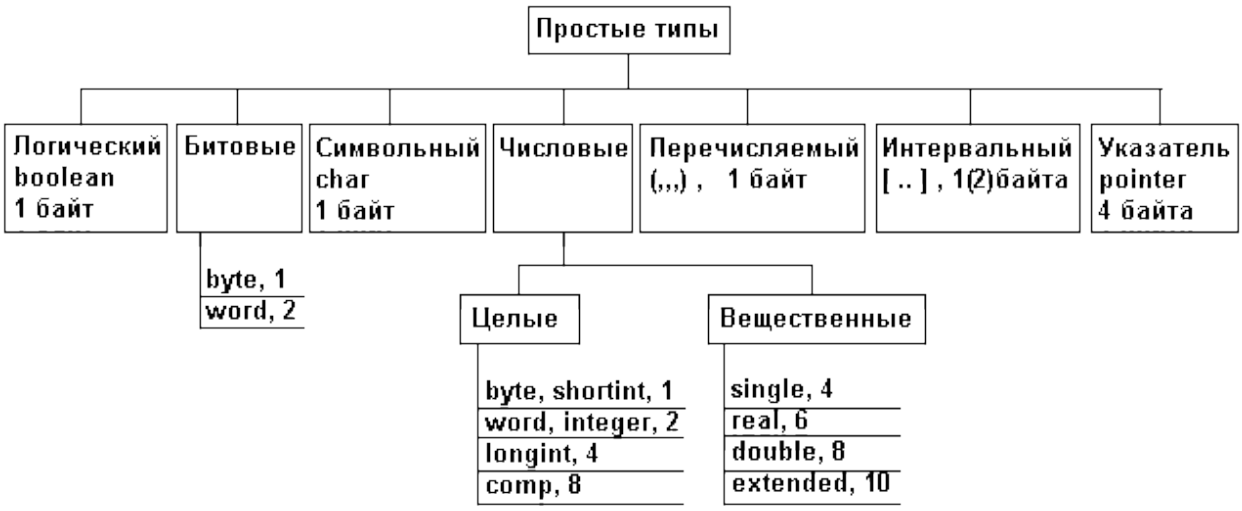


Рис. 2.1. Структура простых типов PASCAL.

2.1 Числовые типы

2.1.1 Целые типы

С помощью целых чисел может быть представлено количество объектов, являющихся дискретными по своей природе (т.е. счетное число объектов).

Представление в памяти.

Для представления чисел со знаком в ряде компьютеров был использован метод, называемый методом знака и значения. Обычно для знака отводится первый (или самый левый) бит двоичного числа затем следует запись самого числа.

Например, +10 и -15 в двоичном виде можно представить так:

Число	Знаковый бит	Величина
+10	0	0001010
-15	1	0001111

Отметим, что по соглашению 0 используется для представления знака плюс и 1 - для минуса. Такое представление удобно для программистов т.к. легко воспринимается, но не является экономичным.

Если требуется сложить или вычесть два числа, то для решения вопроса о том, какие действия следует при этом предпринять, надо сначала определить знак каждого числа. Например, сложение чисел +6 и -7 на самом деле подразумевает операцию вычитания, а вычитание -6 из +7 операцию сложения. Для анализа знакового бита требуется особая схема и, кроме того, при представлении числа в виде знака и величины необходимы отдельные устройства для сложения и вычитания, т.е., если положительное и отрицательные числа представлены в прямом коде, операции над кодами знаков выполняются раздельно. Поэтому представление чисел в виде знака и значения не нашло широкого применения.

В то же время, при помощи обратного и дополнительного кодов, используемых для представления отрицательных чисел, операция вычитания (алгебраического сложения) сводится к операции простого арифметического сложения. При этом операция сложения распространяется и на разряды знаков, рассматриваемых как разряды целой части числа. Именно поэтому для представления целых чисел со знаком применяется дополнительный код.

Дополнительный код отрицательного числа формируется по следующим правилам:

1) модуль отрицательного числа записать в прямом коде, в неиспользуемые старшие биты записать нули;
2) сформировать обратный код числа, для этого нуль заменить единицей, а единицу заменить нулем;
3) к обратному коду числа прибавить единицу.

```
Например, для числа -33 в формате integer:
                    1000000000100001     прямой код
                    0111111111011110     обратный код
                   +_______________1
                    1111111111011111     дополнительный код
```

Для положительных чисел прямой, обратный и дополнительный коды одинаковы. Аналогично представляются целые числа в формате shortint, longint, comp.

При разработке программ на этапе выбора типа данных важно знать диапазон целых величин, которые могут храниться в n разрядах памяти. В соответствии с

алгоритмом преобразования двоичных чисел в десятичные, формула суммирования для n разрядов имеет вид:

```
                                          n-1
2^0 + 2^1 + 2^3 + ... + 2^(n-1),  или СУММА (2^i) = 2^n - 1.
                                          i=0
```

При n-битовом хранении числа в дополнительном коде первый бит выражает знак целого числа. Поэтому положительные числа представляются в диапазоне от 0 до 1*2^0 + 1*2^1 +...+ 1*2^(n-2) или от 0 до 2^(n-1) - 1. Все другие конфигурации битов выражают отрицательные числа в диапазоне от -2^(n-1) до -1. Таким образом, можно сказать, что число N может храниться в n разрядах памяти, если его значение находится в диапазоне:

-2^(n-1) <= N <= 2^(n-1) - 1.

Тип	Диапазон значений	Машинное представление
shortint	-128..127	8 бит, со знаком
integer	-32768..32767	16 бит, со знаком
longint	-2147483648..2147483647	32 бита, со знаком
byte	0..255	8 бит, без знака
word	0..65535	16 бит, без знака
comp	-2^63+1..2^63-1	64 бита, со знаком

Таблица 2.1

Иными словами, диапазон возможных значений целых типов зависит от их внутреннего представления, которое может занимать 1, 2 или 4 байта. В таблице 2.1 приводится перечень целых типов, размер памяти для их внутреннего представления в битах, диапазон возможных значений.

2.1.2 Вещественные типы

В отличии от порядковых типов (все целые, символьный, логический), значения которых всегда сопоставляются с рядом целых чисел и, следовательно, представляются в памяти машины абсолютно точно, значение вещественных типов определяет число лишь с некоторой конечной точностью, зависящей от внутреннего формата вещественного числа.

Представление вещественных чисел в памяти.

В некоторых областях вычислений требуются очень большие или весьма малые действительные числа. Для получения большей точности применяют запись чисел с плавающей точкой. Запись числа в формате с плавающей точкой является весьма

эффективным средством представления очень больших и весьма малых вещественных чисел при условии, что они содержат ограниченное число значащих цифр, и, следовательно, не все вещественные числа могут быть представлены в памяти. Обычно число используемых при вычислениях значащих цифр таково, что для большинства задач ошибки округления пренебрежимо малы.

Формат для представления чисел с плавающей точкой содержит одно или два поля фиксированной длины для знаков. Количество позиций для значащих цифр различно в разных ЭВМ, но существует, тем не менее, общий формат, приведенный на рисунке 2.5 а). В соответствии с этой записью формат вещественного числа содержит в общем случае поля мантиссы, порядка и знаков мантиссы и порядка.

Знак числа	Порядок	Знак порядка	Мантисса

а) с порядком

Знак числа	Характеристика	Мантисса

б) с характеристикой

Рис. 2.5. Формат представления вещественных чисел

Однако, чаще вместо порядка используется характеристика, получающаяся прибавлением к порядку такого смещения, чтобы характеристика была всегда положительный. При этом имеет место формат представления вещественных чисел такой, как на рис 2.5 б).

Введение характеристики избавляет от необходимости выделять один бит для знака порядка и упрощает выполнение операций сравнения (<,>,<=,>=) и арифметических операций над вещественными числами. Так, при сложении или вычитании чисел с плавающей точкой для того, чтобы выровнять операнды, требуется сдвиг влево или вправо мантиссы числа. Сдвиг можно осуществить с помощью единственного счетчика, в который сначала заносится положительное чис- ло, уменьшающееся затем до тех пор, пока не будет выполнено требуемое число сдвигов.

Таким образом, для представления вещественных чисел в памяти ЭВМ порядок p вещественного числа представляется в виде характеристики путем добавления смещения (старшего бита порядка):

$$X = 2^{(n-1)} + k + p, \qquad (2.1)$$

где:

- n - число бит, отведенных для характеристики,
- p - порядок числа,
- k - поправочный коэффициент фирмы IBM, равный +1 для real
- и -1 для форматов single, double, extended.

Формулы для вычисления характеристики и количество бит, необходимых для ее хранения, приведены в таблице 2.2.

Тип	Харрактеристика	Кол-во бит на хар-ку
real	x = 2^7 + p + 1	8
single	x = 2^7 + p - 1	8
double	x = 2^10 + p - 1	11
extended	x = 2^14 + p - 1	15

Таблица 2.2

Следующим компонентом представляемого в машине числа с плавающей точкой является мантисса. Для увеличения количества значащих цифр в представлении числа и исключения переполнения при умножении мантиссу обычно подвергают нормализации. Нормализация означает, что мантисса (назовем ее F), кроме случая, когда F=0, должна находиться в интервале

R^(-1) <= F < 1.

Для двоичной системы счисления R=2. Тогда в связи с тем, что 2^(-1) <= F < 1, ненулевая мантисса любого хранимого числа с плавающей точкой должна начинаться с двоичной единицы. В этом и заключается одно из достоинств двоичной формы представления числа с плавающей точкой. Поскольку процесс нормализации создает дробь, первый бит которой равен 1, в структуре некоторых машин эта еди- ница учитывается, однако не записывается в мантиссу. Эту единицу часто называют скрытой единицей, а получающийся дополнительный бит используют для увеличения точности представления чисел или их диапазона.

Приведенный метод нормализации является классическим методом, при котором результат нормализации представляется в виде правильной дроби, т.е. с единицей после точки и нулем в целой части числа. Но нормализацию мантиссы можно выполнить по разному.

В IBM PC нормализованная мантисса содержит свой старший бит слева от точки. Иными словами нормализованная мантисса в IBM PC принадлежит интервалу 1 <= F < 2. В памяти машины для данных типа real, single, double этот бит не хранится, т.е. является "скрытым" и используется для увеличения порядка в форматах single или для хранения

знака в формате real. Для положительных и отрицательных чисел нормализованная мантисса в памяти представлена в прямом коде.

Первый, старший, бит в представлении чисел в формате с плавающей точкой является знаковым, и по принятому соглашению нуль обозначает положительное число, а единица - отрицательное.

Число бит для хранения мантиссы и порядка зависит от типа вещественного числа. Суммарное количество байтов, диапазоны допустимых значений чисел вещественных типов, а также количество значащих цифр после запятой в представлении чисел приведены в таблице 2.3.

Тип	Диапазон значений	Значащие цифры	Размер в байтах
real	2.9*10^(-39)..1.7*10^38	11-12	6
single	1.4*10^(-45)..3.4*10^38	7-8	4
double	4.9*10^(-324)..1.8*10^308	15-16	8
extended	3.1*10^(-4944)..1.2*10^4932	19-20	10

Таблица 2.3

Алгоритм формирования машинного представления вещественного числа в памяти ЭВМ

Алгоритм формирования состоит из следующих пунктов:

- 1). Число представляется в двоичном коде.
- 2). Двоичное число нормализуется. При этом для чисел, больших единицы, плавающая точка переносится влево, определяя положительный порядок. Для чисел, меньших единицы, точка переносится вправо, определяя отрицательный порядок.
- 3). По формуле из таблицы 2.2 с учетом типа вещественного числа определяется характеристика.
- 4). В отведенное в памяти поле в соответствии с типом числа записываются мантисса, характеристика и знак числа. При этом необходимо отметить следующее:
    - - для чисел типа real характеристика хранится в младшем байте памяти, для чисел типа single, double, extended - в старших байтах;
    - - знак числа находится всегда в старшем бите старшего байта;
    - - мантисса всегда хранится в прямом коде;
    - - целая часть мантиссы (для нормализованного числа всегда 1) для чисел типа real, single, double не хранится (является скрытой). В числах типа extended все разряды мантиссы хранятся в памяти ЭВМ.

2.1.3 Десятичные типы

Десятичные типы не поддерживаются языком PASCAL, но имеются в некоторых других языках, например, COBOL, PL/1. Эти типы приме няются для внутримашинного представления таких данных, которые в первую очередь должны храниться в

вычислительной системе и выдаваться пользователю по требованию, и лишь во вторую очередь - обрабатываться (служить операндами вычислительных операций). Неслучайно эти типы впервые появились в языке COBOL, ориентированном на обработку экономической информации: в большинстве задач этой сферы важно прежде всего хранить и находить информацию, а ее преобразование выполняется сравнительно редко и сводится к простейшим арифметическим операциям.

Архитектура некоторых вычислительных систем (например, IBM System/390) предусматривает команды, работающие с десятичным представлением чисел, хотя эти команды и выполняются гораздо медленнее, чем команды двоичной арифметики. В других архитектурах операции с десятичными числами моделируются программно.

К десятичным типам относятся: десятичный тип с фиксированной точкой и тип шаблона.

Десятичный тип с фиксированной точкой.

В языке PL/1 десятичный тип с фиксированной точкой описывается в программе, как:

```
DECIMAL FIXED (m.d)  или  DECIMAL FIXED (m).
```

Первое описание означает, что данное представляется в виде числа, состоящего из m десятичных цифр, из которых d цифр расположены после десятичной точки. Второе - целое число из m десятичных цифр. Следует подчеркнуть, что в любом случае число десятичных цифр в числе фиксировано. Внутримашинное представление целых чисел и чисел с дробной частью одинаково. Для последних положение десятичной точки запоминается компилятором и учитывается им при трансляции операций, в которых участвуют десятичные числа с фиксированной точкой.

Внутримашинное представление данного типа носит название десятичного упакованного формата. Примеры представления чисел в таком формате приведены на рис. 2.6.

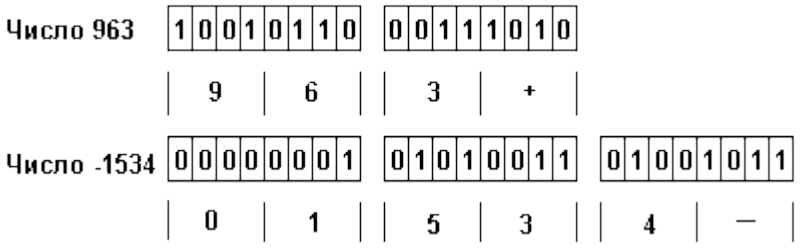


Рис.2.6. Машинное представление десятичных чисел в упакованном формате

Каждая десятичная цифра числа занимает полбайта (4 двоичных разряда) и представляется в этом полубайте ее двоичным кодом. Еще полбайта занимает знак числа, который представляется двоичным кодом 1010 - знак "+" или 1011 - знак "-". Представление занимает целое число байт и при необходимости дополняется ведущим нулем.

Тип шаблона.

В языке PL/1 тип шаблона описывается в программе, как: PICTURE '9...9'.

Это означает, что данное представляет собой целое число, содержащее столько цифр, сколько девяток указано в описании.

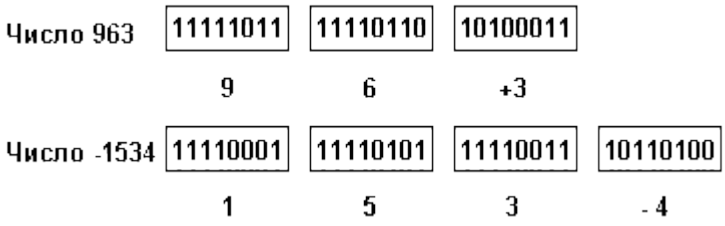


Рис.2.7. Машинное представление десятичных чисел в зонном формате

Внутримашинное представление этого типа, так называемый десятичный зонный формат, весьма близок к такому представлению данных, которое удобно пользователю: каждая десятичная цифра представляется байтом: содержащим код символа соответствующей цифры. В IBM System/390, которая аппаратно поддерживает зонный формат, применяется символьный код EBCDIC, в котором код символа цифры содержит в старшем полубайте код 1111, а в младшем - двоичный код цифры числа. Знак не входит в общее число цифр в числе, для представления знака в старшем полубайте последней цифры числа код 1111 заменяется на 1010 - знак "+" или 1011 - знак "-".

Примеры представления чисел в зонном формате приведены на рис.2.7.

2.1.4 Операции над числовыми типами

Над числовыми типами, как и над всеми другими, возможны прежде всего четыре основных операции: создание, уничтожение, выбор, обновление. Специфические операции над числовыми типами - хорошо известные всем арифметические операции: сложение, вычитание, умножение, деление. Операция возведения в степень в некоторых языках также является базовой и обозначается специальным символом или комбинацией символов (^ - в BASIC, ** - в PL/1), в дру- гих - выполняется встроенными функциями (pow в C).

Обратим внимание на то, что операция деления по-разному выполняется для целых и вещественных чисел. При делении целых чисел дробная часть результата отбрасывается, как бы близка к 1 она ни была. В связи с этим в языке PASCAL имеются даже разные обозначения для деления вещественных и целых чисел - операции "/" и "div" соответственно. В других языках оба вида деления обозначаются одинаково, а тип деления определяется типом операндов. Для целых операндов возможна еще одна операция - остаток от деления - ("mod" - в PASCAL, "%" - в C).

Еще одна группа операций над числовыми типами - операции сравнения: "равно", "не равно", "больше", "меньше" и т.п. Существенно, что хотя операндами этих операций являются данные числовых типов, результат их имеет логический тип - "истина" или "ложь". Говоря об операциях сравнения, следует обратить внимание на особенность выполнения сравнений на равенство/неравенство вещественных чисел. Поскольку эти числа представляются в памяти с некоторой (не абсолютной) точностью, сравнения их не всегда могут быть абсолютно достоверны.

Поскольку одни и те же операции допустимы для разных числовых типов, возникает проблема арифметических выражений со смешением типов. Это создает некоторые неудобства для программистов, так как в реальных задачах выражения со смешанными типами встречаются довольно часто. Поэтому большинство языков допускает выражения, операнды которых имеют разные числовые типы, но обрабатываются такие выражения в разных языках по-разному. В языке PL/1, например, все операнды выражения приводятся к одному типу - к типу той переменной, в которую будет записан результат, а затем уже выражение вычисляется. В языке же C преобразование типов выполняется в процессе вычисления выражения, при выполнении каждой отдельной операции, без учета других операций; каждая операция вычисляется с точностью самого точного участвующего в ней операнда. Программист, использующий выражения со смешением типов, должен точно знать правила их вычисления для выбранного языка.

2.2 Битовые типы

Представление битовых типов.

В ряде задач может потребоваться работа с отдельными двоичными разрядами данных. Чаще всего такие задачи возникают в системном программировании, когда, например, отдельный разряд связан с состоянием отдельного аппаратного переключателя или отдельной шины передачи данных и т.п. Данные такого типа представляются в виде

набора битов, упакованных в байты или слова, и не связанных друг с другом. Операции над такими данными обеспечивают доступ к выбранному биту данного. В языке PASCAL роль битовых типов выполняют беззнаковые целые типы byte и word. Над этими типами помимо операций, характерных для числовых типов, допускаются и побитовые операции. Аналогичным образом роль битовых типов играют беззнаковые целые и в языке C.

В языке PL/1 существует специальный тип данных - строка битов, объявляемый в программе, как: BIT(n).

Данные этого типа представляют собой последовательность бит длиною n. Строка битов занимает целое число байт в памяти и при необходимости дополняется справа нулями.

Операции над битовыми типами.

Над битовыми типами возможны три группы специфических операций: операции булевой алгебры, операции сдвигов, операции сравнения.

Операции булевой алгебры - НЕ (not), ИЛИ (or), И (and), исключающее ИЛИ (xor). Эти операции и по названию, и по смыслу похожи на операции над логическими операндами, но отличие в их применении к битовым операндам состоит в том, что операции выполняются над отдельными разрядами операндов.

Так операция НЕ состоит в том, что каждый разряд операнда изменяет значение на противоположный. Выполнение операции, например, ИЛИ над двумя битовыми операндами состоит в том, что выполняется ИЛИ между первым разрядом первого операнда и первым разрядом второго операнда, это дает первый разряд результата; затем выполняется ИЛИ между вторым разрядом первого операнда и вторым разрядом второго, получается второй разряд результата и т.д.

```
     Ниже даны примеры выполнения побитовых логических операций:
а). x       = 01101100            в). x       = 01101100
    not x   = 10010011                y       = 11001110
                                      x and y = 01001100
б). x       = 01101100            г). x       = 01101100
    y       = 11001110                y       = 11001110
    x or y  = 11101110                x xor y = 10100010
```

В некоторых языках (PASCAL) побитовые логические операции обозначаются так же, как и операции над логическими операндами и распознаются по типу операндов. В других языках (C) для побитовых и общих логических операций используются разные обозначения. В третьих (PL/1) - побитовые операции реализуются встроенными функциями языка.

Операции сдвигов выполняют смещение двоичного кода на заданное количество разрядов влево или вправо. Из трех возможных типов сдвига (арифметический,

логический, циклический) в языках программирования обычно реализуется только логический (например, операциями shr, shl в PASCAL).

В операциях сравнения битовые данные интерпретируются как целые без знака, и сравнение выполняется как сравнение целых чисел. Битовые строки в языке PL/1 - более общий тип данных, к которому применимы также операции над строковыми данными, рассматриваемые в главе 4.

2.3 Логический тип

Значениями логического типа BOOLEAN может быть одна из предварительно объявленных констант false (ложь) или true (истина).

Данные логического типа занимают один байт памяти. При этом значению false соответствует нулевое значение байта, а значению true соответствует любое ненулевое значение байта. Например: false всегда в машинном представлении: 00000000; true может выглядеть таким образом: 00000001 или 00010001 или 10000000.

Однако следует иметь в виду, что при выполнении операции присваивания переменной логического типа значения true, в соответствующее поле памяти всегда записывается код 00000001.

Над логическими типами возможны операции булевой алгебры - НЕ (not), ИЛИ (or), И (and), исключающее ИЛИ (xor) - последняя реализована для логического типа не во всех языках. В этих операциях операнды логического типа рассматриваются как единое целое - вне зависимости от битового состава их внутреннего представления.

Кроме того, следует помнить, что результаты логического типа получаются при сравнении данных любых типов.

Интересно, что в языке С данные логического типа отсутствуют, их функции выполняют данные числовых типов, чаще всего - типа int. В логических выражениях операнд любого числового типа, имеющий нулевое значение, рассматривается как "ложь", а ненулевое - как "истина". Результатами логического типа являются целые числа 0 (ложь) или 1 (истина).

2.4 Символьный тип

Значением символьного типа char являются символы из некоторого предопределенного множества. В большинстве современных персональных ЭВМ этим множеством является ASCII (American Standard Code for Information Intechange - американский стандартный код для обмена информацией). Это множество состоит из 256 разных символов, упорядоченных определенным образом и содержит символы заг- лавных и строчных букв, цифр и других символов, включая специальные управляющие символы.

Допускается некоторые отклонения от стандарта ASCII, в частности, при наличии соответствующей системной поддержки это множество может содержать буквы русского алфавита. Порядковые номера (кодировку) можно узнать в соответствующих разделах технических описаний.

Значение символьного типа char занимает в памяти 1 байт. Код от 0 до 255 в этом байте задает один из 256 возможных символов ASCII таблицы.

Например: символ "1" имеет ASCII код 49, следовательно машинное представление будет выглядеть следующим образом: 00110001.

ASCII, однако, не является единственно возможным множеством. Другим достаточно широко используемым множеством является код EBCDIC (Extended Binary Coded Decimal Interchange Code - расширенный двоично-кодированный десятичный код обмена), применяемый в системах IBM средней и большой мощности. В EBCDIC код символа также занимает один байт, но с иной кодировкой, чем в ASCII.

И ASCII, и EBCDIC включают в себя буквенные символы только латинского алфавита. Символы национальных алфавитов занимают "свободные места" в таблицах кодов и, таким образом, одна таблица может поддерживать только один национальный алфавит. Этот недостаток преодолен во множестве UNICODE, которое находит все большее распространение прежде всего в UNIX-ориентированных системах. В UNICODE каждый символ кодируется двумя байтами, что обеспечивает более 64 тыс. возможных кодовых комбинаций и дает возможность иметь единую таблицу кодов, включающую в себя все национальные алфавиты. UNICODE, безусловно, является перспективным, однако, повсеместный переход к двухбайтным кодам символов может вызвать необходимость переделки значительной части существующего программного обеспечения.

Специфические операции над символьными типами - только операции сравнения. При сравнении коды символов рассматриваются как целые числа без знака. Кодовые таблицы строятся так, что результаты сравнения подчиняются лексикографическим правилам: символы, занимающие в алфавите места с меньшими номерами, имеют меньшие коды, чем символы, занимающие места с большими номерами. В основном символьный тип данных используется как базовый для построения интегрированного типа "строка символов", рассматриваемого в гл.4.

2.5 Перечислимый тип

Логическая структура.

Перечислимый тип представляет собой упорядоченный тип данных, определяемый программистом, т.е. программист перечисляет все значения, которые может принимать

переменная этого типа. Значения являются неповторяющимися в пределах программы идентификаторами, количество которых не может быть больше 256, например,

```
type  color=(red,blue,green);
work_day=(mo,tu,we,th,fr);
winter_day=(december,january,february);
```

Машинное представление.

Для переменной перечислимого типа выделяется один байт, в который записывается порядковый номер присваиваемого значения. Порядковый номер определяется из описаного типа, причЯм нумерация начинается с 0. Имена из списка перечислимого типа являются константами, например,

```
var    B,C:color;
begin  B:=blue;   (*  B=1  *)
       C:=green;  (*  C=2  *)
       Write(ord(B):4,ord(C):4);   end.
```

После выполнения данного фрагмента программы на экран будут выданы цифры 1 и 2. Содержимое памяти для переменных B И C при этом следующее:

```
B - 00000001; C - 00000010.
```

Операции.

На физическом уровне над переменными перечислимого типа определены операции создания, уничтожения, выбора, обновления. При этом выполняется определение порядкового номера идентификатора по его значению и, наоборот, по номеру идентификатораего значение.

На логическом уровне переменные перечислимого типа могут быть использованы только в выражениях булевского типа и в операциях сравнения; при этом сравниваются порядковые номера значений.

2.6 Интервальный тип

Логическая структура.

Один из способов образования новых типов из уже существующих - ограничение допустимого диапазона значений некоторого стандартного скалярного типа или рамок описанного перечислимого типа. Это ограничение определяется заданием минимального и максимального значений диапазона. При этом изменяется диапазон допустимых значений по отношению к базовому типу, но представление в памяти полностью соответствует базовому типу.

Машинное представление.

Данные интервального типа могут храниться в зависимости от верхней и нижней границ интервала независимо от входящего в этот предел количества значений в виде, представленном в таблице 2.4. Для данных интервального типа требуется память размером один, два или четыре байта, например,

```
var    A: 220..250;     (*  Занимает 1 байт   *)
       B: 2221..2226;   (*  Занимает 2 байта  *)
       C: 'A'..'K';     (*  Занимает 1 байт   *)
begin  A:=240;  C:='C';   B:=2222;  end.
```

После выполнения данной программы содержимое памяти будет следующим:

```
A - 11110000; C - 01000011; B - 10101110 00001000.
```

Операции.

На физическом уровне над переменными интервального типа определены операции создания, уничтожения, выбора, обновления. Дополнительные операции определены базовым типом элементов интервального типа.

Базовый тип	Максимально допустимый диапазон	Размер требуемой памяти
ShortInt	-128..127	1 байт
Integer	-32768..32767	2 байта
LongInt	-2147483648..2147483647	4 байта
Byte	0..255	1 байт
Word	0..65535	2 байта
Char	chr(ord(0))..chr(ord(255))	1 байт
Boolean	False..True	1 байт

Таблица 2.4

Примечание: запись chr(ord(0)) в таблице следует понимать как: символ с кодом 0.

А) Интервальный тип от символьного: определение кода символа и, наоборот, символа по его коду.

Пусть задана переменная типа tz:'d'..'h'. Данной переменной присвоено значение 'e'. Байт памяти отведенный под эту переменную будет хранить ASCII-код буквы 'e' т.е. 01100101 (в 10-ом представлении 101).

Б) Интервальный тип от перечислимого: определение порядкового номера идентификатора по его значению и, наоборот, по номеру идентификатора - его значение.

На логическом уровне все операции, разрешенные для данных базового типа, возможны и для данных соответствующих интервальных типов.

2.7 Указатели

Тип указателя представляет собой адрес ячейки памяти (в подавляющем большинстве современных вычислительных систем размер ячейки - минимальной адресуемой единицы памяти - составляет один байт). При программировании на низком уровне - в машинных кодах, на языке Ассемблера и на языке С, который специально ориентирован на системных программистов, работа с адресами составляет значительную часть программных кодов. При решении прикладных задач с использованием языков высокого уровня наиболее частые случаи, когда программисту могут понадобиться указатели, следующие:

1) При необходимости представить одну и ту же область памяти, а следовательно, одни и те же физические данные, как данные разной логической структуры. В этом случае в программе вводятся два или более указателей, которые содержат адрес одной и той же области памяти, но имеют разный тип (см.ниже). Обращаясь к этой области памяти по тому или иному указателю, программист обрабатывает ее содержимое как данные того или иного типа.

2) При работе с динамическими структурами данных,что более важно. Память под такие структуры выделяется в ходе выполнения программы, стандартные процедуры/функции выделения памяти возвращают адрес выделенной области памяти - указатель на нее. К содержимому динамически выделенной области памяти программист может обращаться только через такой указатель.

2.7.1 Физическая структура указателя

Физическое представление адреса существенно зависит от аппаратной архитектуры вычислительной системы. Рассмотрим в качестве примера структуру адреса в микропроцессоре i8086.

Машинное слово этого процессора имеет размер 16 двоичных разрядов. Если использовать представление адреса в одном слове, то можно адресовать 64 Кбайт памяти, что явно недостаточно для сколько-нибудь серьезного программного изделия. Поэтому адрес представляется в виде двух 16-разрядных слов - сегмента и смещения. Сегментная часть адреса загружается в один из специальных сегментных регистров (в i8086 таких регистров 4). При обращении по адресу задается идентификатор сегментного регистра и 16-битное смещение. Полный физический (эффективный) адрес получается следующим образом. Сегментная часть адреса сдвигается на 4 разряда влево, освободившиеся слева разряды заполняются нулями, к полученному таким образом коду прибавляется смещение, как показано на рис. 2.8.

Полученный эффективный адрес имеет размер 20 двоичных разрядов, таким образом, он позволяет адресовать до 1 Мбайт памяти.

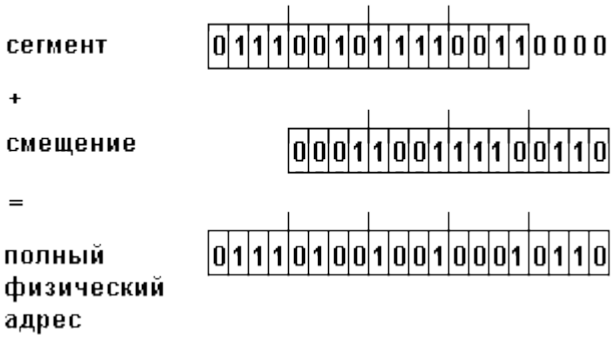


Рис 2.8. Вычисление полного адреса в микропроцессоре i8086.

Еще раз повторим, что физическая структура адреса принципиально различна для разных аппаратных архитектур. Так, например, в микропроцессоре i386 обе компоненты адреса 32-разрядные; в процессорах семейства S/390 адрес представляется в виде 31-разрядного смещения в одном из 19 адресных пространств, в процессоре Power PC 620 одним 64-разрядным словом может адресоваться вся как оперативная, так и внешняя память.

Операционная система MS DOS была разработана именно для процессора i8086 и использует описанную структуру адреса даже, когда выполняется на более совершенных процессорах. Однако, это сегодня единственная операционная система, в среде которой программист может работать с адресами в реальной памяти и с физической структурой адреса. Все без исключения современные модели процессоров аппаратно выполняют так называемую динамическую трансляцию адресов и совместно с современными операционными системами обеспечивают работу программ в виртуальной (кажущейся) памяти. Программа разрабатывается и выполняется в некоторой виртуальной памяти, адреса в которой линейно изменяются от 0 до некоторого максимального значения. Виртуальный адрес представляет собой число - номер ячейки в виртуальном адресном пространстве. Преобразование виртуального адреса в реальный производится аппаратно при каждом обращении по виртуальному адресу. Это преобразование выполняется совершенно незаметно (прозрачно) для программиста, поэтому в современных системах программист может считать физической структурой адреса структуру виртуального адреса. Виртуальный же адрес представляет собой целое число без знака. В разных вычислительных системах может различаться разрядность этого числа. Большинство современных систем обеспечивают 32-разрядный адрес, позволяющий адресовать до 4 Гбайт памяти, но уже существуют системы с 48 и даже 64-разрядными адресами.

2.7.2 Представление указателей в языках программирования

В программе на языке высокого уровня указатели могут быть типизированными и нетипизированными. При объявлении типизированного указателя определяется и тип объекта в памяти, адресуемого этим указателем. Так например, объявления в языке PASCAL:

```
Var   ipt : ^integer; cpt : ^char;
```

или в языке C:

```
int  *ipt;  char *cpt;
```

означают, что переменная ipt представляет собой адрес области памяти, в которой хранится целое число, а cpt - адрес области памяти, в которой хранится символ. Хотя физическая структура адреса не зависит от типа и значения данных, хранящихся по этому адресу, компилятор считает указатели ipt и cpt имеющими разный тип, и в Pascal оператор:

```
cpt := ipt;
```

будет расценен компилятором как ошибочный (компилятор C для аналогичного оператора присваивания ограничится предупреждением). Таким образом, когда речь идет об указателях типизированных, правильнее говорить не о едином типе данных "указатель", а о целом семействе типов: "указатель на целое", "указатель на символ" и т.д. Могут быть указатели и на более сложные, интегрированные структуры данных, и указатели на указатели.

Нетипизированный указатель - тип pointer в Pascal или void * в C - служит для представления адреса, по которому содержатся данные неизвестного типа. Работа с нетипизированными указателями существенно ограничена, они могут использоваться только для сохранения адреса, обращение по адресу, задаваемому нетипизированным указателем, невозможно.

2.7.3 Операции над указателями.

Основными операциями, в которых участвуют указатели являются присваивание, получение адреса, выборка.

Присваивание является двухместной операцией, оба операнда которой - указатели. Как и для других типов, операция присваивания копирует значение одного указателя в другой, в результате оба указателя будут содержать один и тот же адрес памяти. Если оба указателя, участвующие в операции присваивания типизированные, то оба они должны указывать на объекты одного и того же типа.

Операция получения адреса - одноместная, ее операнд может иметь любой тип, результатом является типизированный (в соответствии с типом операнда) указатель, содержащий адрес объекта-операнда.

Операция выборки - одноместная, ее операндом является типизированный (обязательно!) указатель, результат - данные, выбранные из памяти по адресу, заданному операндом. Тип результата определяется типом указателя-операнда.

Перечисленных операций достаточно для решения задач прикладного программирования поэтому набор операций над указателями, допустимых в языке Pascal, этим и ограничивается. Системное программирование требует более гибкой работы с адресами, поэтому в языке С доступны также операции адресной арифметики, которые описываются ниже.

К указателю можно прибавить целое число или вычесть из него целое число. Поскольку память имеет линейную структуру, прибавление к адресу числа даст нам адрес области памяти, смещенной на это число байт (или других единиц измерения) относительно исходного адреса. Результат операций "указатель + целое", "указатель - целое" имеет тип "указатель".

Можно вычесть один указатель из другого (оба указателя-операнда при этом должны иметь одинаковый тип). Результат такого вычитания будет иметь тип целого числа со знаком. Его значение показывает на сколько байт (или других единиц измерения) один адрес отстоит от другого в памяти.

Отметим, что сложение указателей не имеет смысла. Поскольку программа разрабатывается в относительных адресах и при разных своих выполнениях может размещаться в разных областях памяти, сумма двух адресов в программе будет давать разные результаты при разных выполнениях. Смещение же объектов внутри программы друг относительно друга не зависит от адреса загрузки программы, поэ- тому результат операции вычитания указателей будет постоянным, и такая операция является допустимой.

Операции адресной арифметики выполняются только над типизированными указателями. Единицей измерения в адресной арифметике является размер объекта, который указателем адресуется. Так, если переменная ipt определена как указатель на целое число (int *ipt), то выражение ipt+1 даст адрес, больший не на 1, а на количество байт в целом числе (в MS DOS - 2). Вычитание указателей также дает в результате не количество байт, а количество объектов данного типа, помещающихся в памяти между двумя адресами. Это справедливо как для указателей на простые типы, так и для указателей на сложные объекты, размеры которых составляют десятки, сотни и более байт.

В связи с имеющимися в языке С расширенными средствами работы с указателями, следует упомянуть и о разных представлениях указателей в этом языке. В С указатели любого типа могут быть ближними (near) и дальними (far) или (huge). Эта

дифференциация связана с физической структурой адреса в i8086, которая была рассмотрена выше. Ближние указатели представляют собой смещение в текущем сегменте, для представления такого указателя достаточно одного 16-разрядного слова. Дальние указатели представляются двумя 16-разрядными словами - сегментом и смещением. Разница между far или huge указателями состоит в том, что для первых адресная арифметика работает только со смещением, не затрагивая сегментную часть адреса, таким образом, операции адресной арифметики могут изменять адрес в диапазоне не более 64 Кбайт; для вторых - в адресной арифметике участвует и сегментная часть, таким образом, предел изменения адреса - 1 Мбайт.

Впрочем, это различие в представлении указателей имеется только в системах программирования, работающих в среде MS DOS, в современных же операционных системах, поддерживающих виртуальную адресацию, различий между указателями нет, все указатели можно считать гигантскими.

3 Основные структуры данных

Программируя решение любой задачи, необходимо выбрать уровень абстрагирования. Иными словами, определить множество данных, представляющих предметную область решаемой задачи. При выборе следует руководствоваться проблематикой решаемой задачи и способами представления информации. Здесь необходимо ориентироваться на те средства, которые предоставляют системы программирования и вычислительная техника, на которой будут выполняться программы. Во многих случаях эти критерии не являются полностью независимыми.

Вопросы представления данных часто разбиваются на различные уровни детализации. Уровню языков программирования соответствуют абстрактные типы и структуры данных. Рассмотрим их реализацию в языке программирования Turbo-Pascal. Простейшим типом данных является переменная. Существуют несколько встроенных типов данных.

Например, описание

```
Var
    i, j : integer;
    x : real;
    s: string;
```

объявляет переменные i, j целочисленного типа, x - вещественного и s - строкового.

Переменной можно присвоить значение, соответствующее ее типу

```
I:=46;
X:=3.14;
S:='строка символов';
```

Такие переменные представляют собой лишь отдельные элементы. Для того чтобы можно было говорить о структурах данных, необходимо иметь некоторую агрегацию переменных. Примером такой агрегации является массив.

3.1 Массивы

Массив объединяет элементы одного типа данных. Более формально его можно определить как упорядоченную совокупность элементов некоторого типа, адресуемых при помощи одного или нескольких индексов. Частным случаем является одномерный массив

```
Var
l : array [1..100] of integer;
```

В приведенном примере описан массив ***l***, состоящий из элементов целочисленного типа. Элементы могут быть адресованы при помощи индекса в диапазоне значений от 1 до

100. В математических расчетах такой массив соответствует вектору. Массив не обязательно должен быть одномерным. Можно описать в виде массива матрицу 100*100

```
Var
     M : array [1..100,1..100] of real;
```

В этом случае можно говорить уже о двумерном массиве. Аналогичным образом можно описать массив с большим числом измерений, например трехмерный

```
Var
     M_3_d : array [0..10,0..10,0..10] of real;
```

Теперь можно говорить уже о многомерном массиве. Доступ к элементам любого массива осуществляется при помощи индексов как к обычной переменной.

```
M_3_d [0,0,10]:=0.25;
M[10,30]:=m_3_d[0,0,10]+0.5;
L[i]:=300;
```

3.2 Записи

Более сложным типом является **запись**. Основное отличие записи заключается в том, что она может объединять элементы данных разных типов.

Рассмотрим пример простейшей записи

```
Type
      Person = record
      Name: string;
      Address: string;
      Index: longint;
end;
```

Запись описанного типа объединяет три поля. Первые два из них символьного типа, а третье – целочисленного. Приведенная конструкция описывает тип записи. Для того чтобы использовать данные описанного типа, необходимо описать сами данные. Один из вариантов использования отдельных записей – объединение их в массив, тогда описание массива будет выглядеть следующим образом

```
Var
     Persons : array[1..30] of person;
```

Следует заметить, что в Turbo-pascal эти два описания можно объединить в виде описания так называемого массива записей

```
Var
     Persons : array[1..30] of record
     Name: string;
     Address: string;
     Index: longint;
end;
```

Доступ к полям отдельной записи осуществляется через имя переменной и имя поля.

```
Persons[1] . Name:='Иванов';
Persons[1] . Adress:='город Санкт-Петербург';
Persons[2] . Name:='Петров';
Persons[2] . Adress:='город Москва';
```

Разумеется, что запись можно использовать в качестве отдельной переменной, для этого соответствующая переменная должна иметь тип, который присвоен описанию записи

```
Type
    Person = record
       Name: string;
       Address: string;
       Index: Longint;
    end;
Var
    Person1: person;
Begin
    Person1.index:=190000;
```

3.3 Множества

Наряду с массивами и записями существует еще один структурированный тип – множество. Этот тип используется не так часто, хотя его применение в некоторых случаях является вполне оправданным.

Тип **множество** соответствует математическому понятию множества в смысле операций, которые допускаются над структурами такого типа. Множество допускает операции объединения множеств (+), пересечения множеств (*), разности множеств (-) и проверки элемента на принадлежность к множеству (in). Множества, также как и массивы, объединяют однотипные элементы. Поэтому в описании множества обязательно должен быть указан тип его элементов.

```
Var
    RGB, YIQ, CMY : Set of string;
```

Здесь мы привели описание двух множеств, элементами которых являются строки. В отличие от массивов и записей здесь отсутствует возможность индексирования отдельных элементов.

```
CMY:=['M' ,'C' ,'Y' ];
RGB:=['R','G','B'];
YIQ:=['Y' ,'Q','I'];
Writeln ('Пересечение цветовых систем RGB и CMY ', RGB*CMY);
Writeln ('Пересечение цветовых систем YIQ и CMY ',YIQ*CMY);
```

Операции выполняются по отношению ко всей совокупности элементов множества. Можно лишь добавить, исключить или выбрать элементы, выполняя допустимые операции.

3.4 Динамические структуры данных

Мы ввели базовые структуры данных: массивы, записи, множества. Мы назвали их базовыми, поскольку из них можно образовывать более сложные структуры. Цель описания типа данных и определения некоторых переменных как относящихся к этому типу состоит в том, чтобы зафиксировать диапазон значений, присваиваемых этим переменным, и соответственно размер выделяемой для них памяти. Поэтому такие переменные называются статическими. Однако существует возможность создавать более сложные структуры данных. Для них характерно, что в процессе обработки данных изменяются не только значения переменных, но и сама их структура. Соответственно динамически изменяется и размер памяти, занимаемый такими структурами. Поэтому такие данные получили название **данных с динамической структурой**.

3.4.1 Линейные списки

Наиболее простой способ связать некоторое множество элементов - это организовать линейный список. При такой организации элементы некоторого типа образуют цепочку. Для связывания элементов в списке используют систему указателей. В рассматриваемом случае любой элемент линейного списка имеет один указатель, который указывает на следующий элемент в списке или является пустым указателем, что означает конец списка.

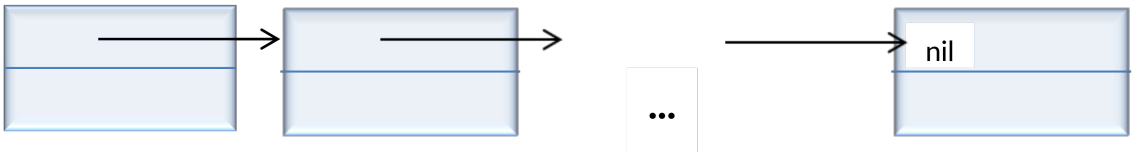


Рис. 1.1. Линейный список (связанный список)

В языке Turbo Pascal предусмотрены два типа указателей – **типизированные** и **не типизированные** указатели. В случае линейного списка описание данных может выглядеть следующим образом.

```
type
    element = record
                data: string;
                next: pointer;
    end;
var
    head: pointer;
    current, last : ^element;
```

В данном примере элемент списка описан как запись, содержащая два поля. Поле data строкового типа служит для размещения данных в элементе списка. Другое поле next

представляет собой не типизированный указатель, который служит для организации списковой структуры.

В описании переменных описаны три указателя head, last и current. Head является не типизированным указателем. Указатель current является типизированным указателем, что позволяет через него организовать доступ к полям внутри элемента, имеющего тип element. Для объявления типизированного указателя обычно используется символ ^ (карат), размещаемый непосредственно перед соответствующим типом данных. Однако описание типизированного указателя еще не означает создание элемента списка. Рассмотрим, как можно осуществить создание элементов и их объединение в список.

В системе программирования Turbo Pascal для размещения динамических переменных используется специальная область памяти (heap-область). Heap-область размещается в памяти компьютера следом за областью памяти, которую занимает программа и статические данные, и может рассматриваться как сплошной массив, состоящий из байтов.

Попробуем создать первый элемент списка. Это можно осуществить при помощи процедуры New

```
New(Current);
```

После выполнения данной процедуры в динамической области памяти создается динамическая переменная, тип которой определяется типом указателя. Сам указатель можно рассматривать как адрес переменной в динамической памяти. Доступ к переменной может быть осуществлен через указатель. Заполним поля элемента списка.

```
Current^.data:= 'данные в первом элементе списка ' ;
Current^.next:=nil;
```

Значение указателя nil означает пустой указатель. Обратим внимание на разницу между присвоением значения указателю и данным, на которые он указывает. Для указателей допустимы только операции присваивания и сравнения. Указателю можно присваивать значение указателя того же типа или константу nil. Данным можно присвоить значения, соответствующие декларируемым типам данных. Для того чтобы присвоить значение данным, после указателя используется символ ^(карат). Поле Current^.next само является указателем, доступ к его содержимому осуществляется через указатель Current.

В результате выполнения описанных действий мы получили список из одного элемента. Создадим еще один элемент и свяжем его с первым элементом.

```
Head:=Current;
New(last);
Last^.data:= 'данные во втором элементе списка ';
Last^.next:=nil;
Current^.next:=nil;
```

Непосредственно перед созданием первого элемента мы присвоили указателю Head значение указателя Current. Это связано с тем, что линейный список должен иметь заголовок. Другими словами, первый элемент списка должен быть отмечен указателем. В противном случае, если значение указателя Current в дальнейшем будет переопределено, то мы навсегда потеряем возможность доступа к данным, хранящимся в первом элементе списка.

Динамическая структура данных предусматривает не только добавление элементов в список, но и их удаление по мере надобности. Самым простым способом удаления элемента из списка является переопределение указателей, связанных с данным элементом (указывающих на него). Однако сам элемент данных при этом продолжает занимать память, хотя доступ к нему будет навсегда утерян. Для корректной работы с динамическими структурами следует освобождать память при удалении элемента структуры. В языке TurboPascal для этого можно использовать функцию Dispose. Покажем, как следует корректно удалить первый элемент нашего списка.

```
Head:=last;
Dispose(current);
```

Рассмотрим пример более сложной организации списка. Линейный список неудобен тем, что при попытке вставить некоторый элемент перед текущим элементом требуется обойти почти весь список, начиная с заголовка, чтобы изменить значение указателя в предыдущем элементе списка. Чтобы устранить данный недостаток введем второй указатель в каждом элементе списка. Первый указатель связывает данный элемент со следующим, а второй – с предыдущим. Такая организация динамической структуры данных получила название линейного двунаправленного списка (двусвязного списка).

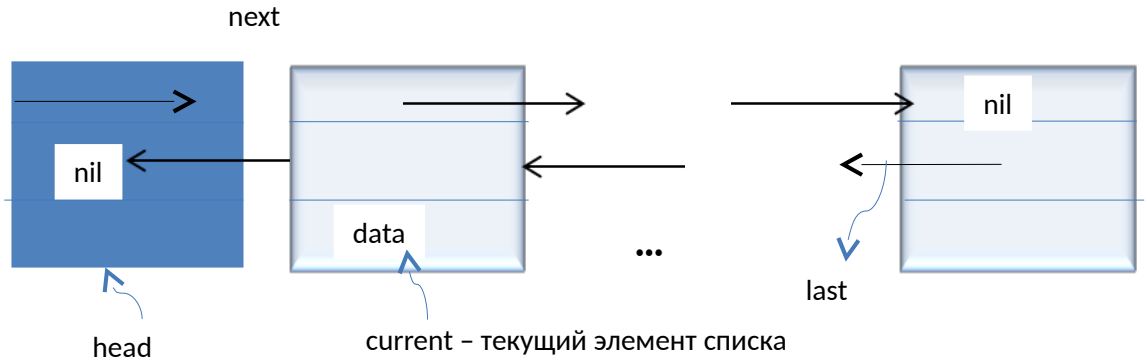


Рис.1.2. Двунаправленный список

Интересным свойством такого списка является то, что для доступа к его элементам вовсе не обязательно хранить указатель на первый элемент. Достаточно иметь указатель на

любой элемент списка. Первый элемент всегда можно найти по цепочке указателей на предыдущие элементы, а последний - по цепочке указателей на следующие. Но наличие указателя на заголовок списка в ряде случаев ускоряет работу со списком.

Приведем пример программы, которая выполняет следующие операции с двунаправленным линейным списком:

- добавление (справа и слева от текущего);
- удаление (справа и слева от текущего);
- поиск;
- вывод списка.

```
program;
       type   element = record
               data:string;
               last, next: pointer;
       end;
var
    i,n: integer;
    head: pointer;
    current, pnt, pnt2: ^element;
    s:string;
begin
new(current);
head:=current;
current^.data:=head;
current^.next:=nil;
current^.last:=nil;
repeat
    writeln('1 – сделать текущим');
    writeln('2 – список элементов');
    writeln('3 – добавить справа');
    writeln('4 – добавить слева');
    writeln('5 – удалить текущий');
    writeln('6 – удалить справа от текущего');
    writeln('7 – удалить слева от текущего');
    writeln('0 – выход');
    writeln('текущий элемент: ', current^.data);
    readln(n);
    if n=1 then
{Выбор нового текущего элемента}
    begin
     writeln(''); readln(s);
     pnt:=head;
     repeat
             if pnt^.data=s then current:=pnt;
             pnt:=pnt^.next;
```

```
     until pnt=nil;
   end;
   if n=2 then
  {Вывод всех элементов}
  begin
        pnt:=head; i:=1
        repeat
                  writeln(i, ▒ √ ▒, pnt^.data);
                  pnt:=pnt^.next;
                   i:=i+1;
        until pnt=nil;
  end;
  if n=3 then
{Добавление нового элемента справа от текущего}
  begin
          writeln(▒элемент▒); readln(s);
          new(pnt);
          pnt^.data:=s;
          pnt^.last:=current;
          pnt^.next:=current^.next;
          pnt2:=current^.next;
          if not(pnt2=nil) then pnt2^.last:=pnt;
  end;
  if n=4 then
{Добавление нового элемента слева от текущего}
   begin
         writeln(▒элемент▒); readln(s);
         new(pnt);
         pnt^.data:=s;
         pnt^.last:=current^.last;
         pnt^.next:=current;
         pnt2:=current^.last;
         if not(pnt2=nil) then pnt2^.next:=pnt;
   end;
   if n=5 and not(current=head) then
  {Удаление текущего элемента}
   begin
          pnt:=current^.last;
          pnt^.next:=current^next;
          pnt2:=current^.next;
          if not(pnt2=nil) then pnt2^.last:=current^.last;
          dispose(current);
   end;
   if n=6 and not(current^.next=nil) then
{Удаление элемента справа от текущего}
   begin
```

```
            pnt:=current^.next;
            current^.next:=pnt^next;
            pnt2:=pnt^.next;
            if not(pnt2=nil) then pnt2^.last:=current;
           dispose(pnt);
    end;
    if n=7 and not(current^.last=head) and not(current^.last=nil)
then
{Удаление элемента слева от текущего}
  begin
           pnt:=current^.last;
           current^.last:=pnt^.last;
           pnt2:=pnt^.last;
           if not(pnt2=nil) then pnt2^.next:=current;
           dispose(pnt);
  end;
until n=0;
end.
```

В данной программе реализован алгоритм поиска элемента в списке (сделать текущим). В процессе поиска происходит обход с начала списка. Наличие указателя на заголовок списка ускоряет процесс поиска, так как не требуется сначала найти первый элемент, а затем - сделать обход списка.

3.4.2 Циклические списки

Линейные списки характерны тем, что в них можно выделить первый и последний элементы, причем для однонаправленного линейного списка обязательно нужно иметь указатель на первый элемент.

Циклические списки также как и линейные бывают однонаправленными и двунаправленными. Основное отличие циклического списка состоит в том, что в списке нет пустых указателей.

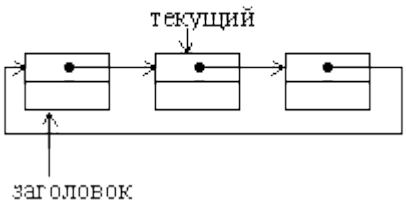


Рис.1.3. Однонаправленный циклический список

Последний элемент списка содержит указатель, связывающий его с первым элементом. Для полного обхода такого списка достаточно иметь указатель только на текущий элемент.

В двунаправленном циклическом списке система указателей аналогична системе указателей двунаправленного линейного списка.

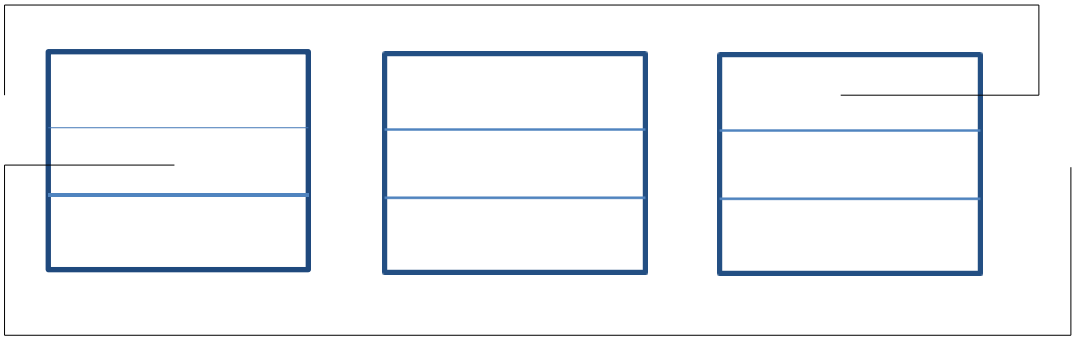


Рис.1.4. Двунаправленный циклический список

Двунаправленный циклический список позволяет достаточно просто осуществлять вставки и удаления элементов слева и справа от текущего элемента. В отличие от линейного списка, элементы являются равноправными и для выделения первого элемента необходимо иметь указатель на заголовок. Однако во многих случаях нет необходимости выделять первый элемент списка и достаточно иметь указатель на текущий элемент. Рассмотрим пример программы, которая осуществляет следующие операции с двунаправленным циклическим списком:

- добавление (справа и слева от текущего);
- удаление (справа и слева от текущего);
- поиск;
- вывод списка.

```
program;
type element = record
          data:string;
          last, next: pointer;
  end;
var
  i,n: integer;
  point: pointer;
  current, pnt, pnt2: ^element;
  s:string;
begin
new(current);
current^.data:= ' first ';
current^.next:=current
current^.last:=current;
repeat
```

```
    writeln(' 1 –сделать текущим ');
    writeln(' 2 – список элементов ');
    writeln(' 3 – добавить справа ');
    writeln(' 4 – добавить слева ');
    writeln(' 5 – удалить текущий ');
    writeln(' 6 – удалить справа от текущего ');
    writeln(' 7 – удалить слева от текущего ');
    writeln(' 0 – выход ');
    writeln(' текущий элемент: ▒, current^.data);
    readln(n);
     if n=1 then
{Выбор нового текущего элемента}
     begin
              writeln(''); readln(s);
              pnt:=current; point:=current;
              repeat
                      if pnt^.data=s then current:=pnt;
                      pnt:=pnt^.next;
             until pnt=point;
     end;
     if n=2 then
{Вывод всех элементов}
     begin
             pnt:=curent; i:=1
             repeat
                       writeln(i, ' –', pnt^.data);
                       pnt:=pnt^.next; i:=i+1;
             until pnt=current;
     end;
     if n=3 then
{Добавление нового элемента справа от текущего}
     begin
             writeln(' элемент '); readln(s);
             new(pnt);
             pnt^.data:=s;
             pnt^.last:=current;
             pnt^.next:=current^.next;
             pnt2:=current^.next;
             pnt2^.last:=pnt;
             current^.next:=pnt;
    end;
    if n=4 then
{Добавление нового элемента слева от текущего}
    begin
             writeln(' элемент '); readln(s);
             new(pnt);
```

```
                pnt^.data:=s;
                pnt^.last:=current^.last;
                pnt^.next:=current;
                pnt2:=current^.last;
                pnt2^.next:=pnt;
    end;
    if n=5 and not(current^.next=current) then
    begin
{Удаление текущего элемента}
                 pnt:=current^.last;
                 pnt2^.next:=current^next;
                 pnt2^.last:=current^.last;
                 pnt2:=current^next;
                 dispose(current);
                 current:=pnt2;
    end;
    if n=6 and not(current^.next=current) then
{Удаление элемента справа от текущего}
    begin
                 pnt:=current^.next;
                 current^.next:=pnt^next;
                 pnt2:=pnt^.next;
                 pnt2^.last:=current;
                 dispose(pnt);
     end;
     if n=7 and not(current^.next=current)then
{Удаление элемента слева от текущего}
     begin
                 pnt:=current^.last;
                 current^.last:=pnt^.last;
                 pnt2:=pnt^.last;
                 pnt2^.next:=current;
                 dispose(pnt);
     end;
until n=0;
end.
```

В данном примере указатель на первый элемент списка отсутствует. Для предотвращения зацикливания при обходе списка во время поиска указатель на текущий элемент предварительно копируется и служит ограничителем.

3.4.3 Мультисписки

Иногда возникают ситуации, когда имеется несколько разных списков, которые включают в свой состав одинаковые элементы. В таком случае при использовании традиционных списков происходит многократное дублирование динамических переменных и нерациональное использование памяти. Списки фактически используются

не для хранения элементов данных, а для организации их в различные структуры. Использование мультисписков позволяет упростить эту задачу.

Мультисписок состоит из элементов, содержащих такое число указателей, которое позволяет организовать их одновременно в виде нескольких различных списков. За счет отсутствия дублирования данных память используется более рационально.

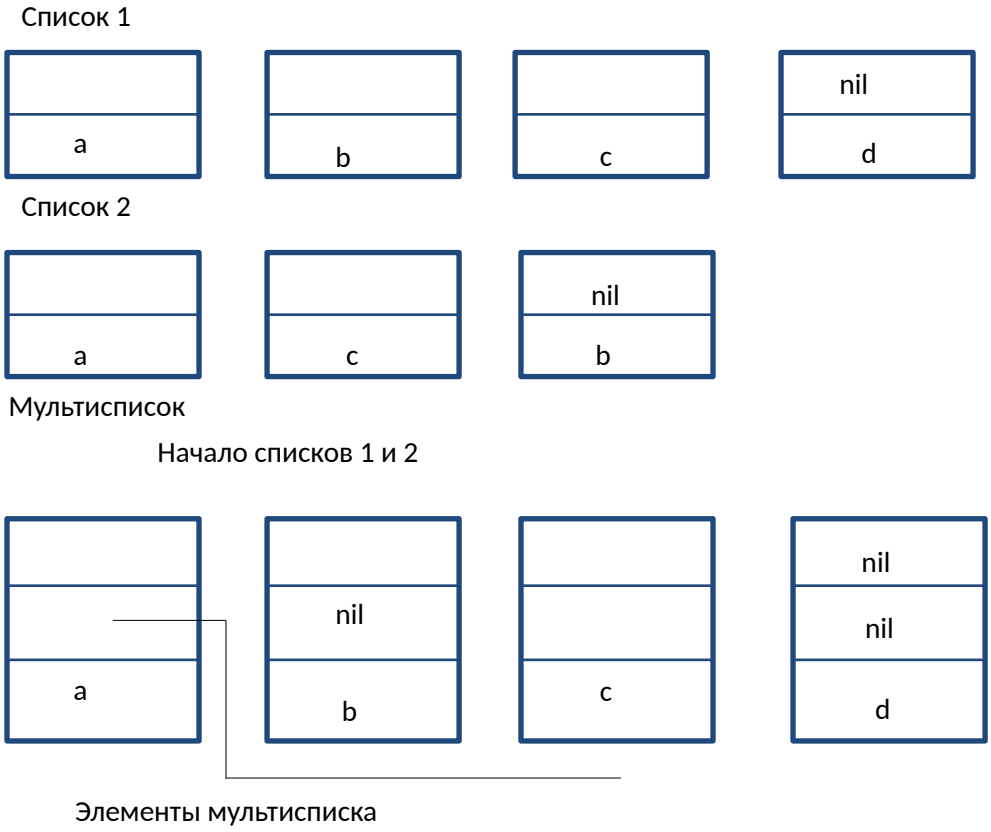


Рис.1.5. Объединение двух линейных списков в один мультисписок.
A – множество элементов списка 1
B – множество элементов списка 2
C – множество элементов мультисписка (C = A ∪ B

Экономия памяти – далеко не единственная причина, по которой применяют мультисписки. Многие реальные структуры данных не сводятся к типовым структурам, а представляют собой некоторую комбинацию из них. Причем комбинируются в мультисписках самые различные списки – линейные и циклические, односвязанные и двунаправленные.

3.5 Представление стека и очередей в виде списков

3.5.1 Стек

Стек представляет собой структуру данных, из которой первым извлекается тот элемент, который был добавлен в нее последним. Стек как динамическую структуру данных легко организовать на основе линейного списка. Для такого списка достаточно

хранить указатель вершины стека, который указывает на первый элемент списка. Если стек пуст, то списка не существует и указатель принимает значение nil.

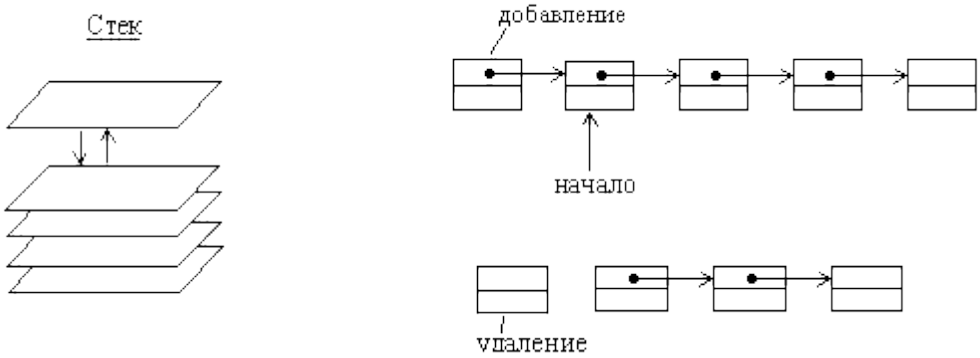


Рис.1.6. Организация стека на основе линейного списка.

Приведем пример программы, реализующей стек как динамическую структуру.

```
Program stack;
type
   element=record
             data:string;
             next:pointer;
   end;
var
   n: integer;
   current:^element;
   pnt:^element;
procedure put_element(s:string); {занесение элемента в стек}
begin
   new(pnt);
   x^.data:=s;
   x^.next:=current;
   current:=pnt;
end;
procedure get_element(var s:string); {получение элемента из
стека}
begin
   if current=nil then s:='пусто' else
   begin
          pnt:=current;
          s:=pnt^.data;
          current:=pnt^.next;
          dispose(pnt);
    end;
end;
{------------program--------------}
```

```
begin
current:=nil;
repeat
      writeln('1 - добавить в стек');
      writeln('2 - удалить из стека');
      writeln('0 - выход');
      readln(n);
      if n=1 then
      begin
                write('элемент ? ');
                readln(s);
                put_element(s);
     end;
     if n=2 then
     begin
              get_element(s);
              writeln(s);
     end;
until n=0;
end.
```

В программе добавление нового элемента в стек оформлено в виде процедуры put_element, а получение элемента из стека – как процедура get_element.

3.5.2 Очереди

Дек или двусторонняя очередь, представляет собой структуру данных, в которой можно добавлять и удалять элементы с двух сторон. Дек достаточно просто можно организовать в виде двусвязанного ациклического списка. При этом первый и последний элементы списка соответствуют входам (выходам) дека.

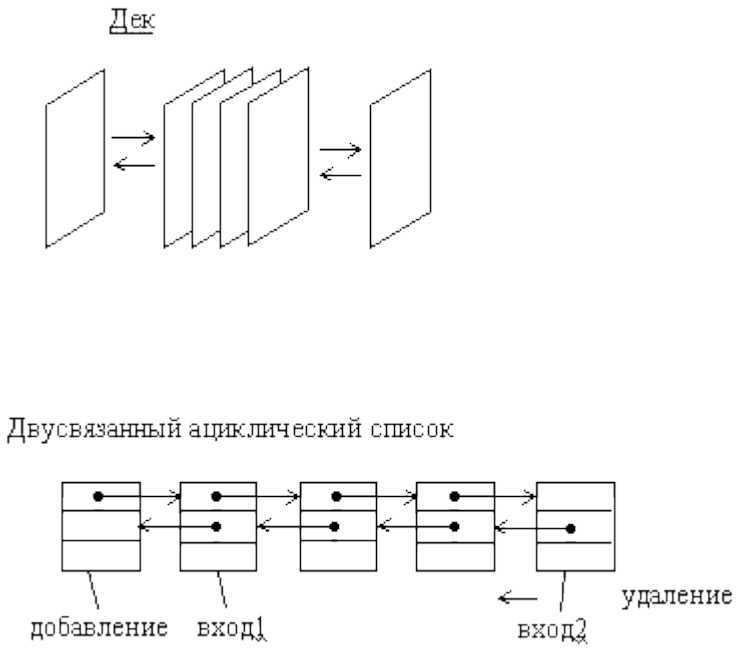


Рис.1.7. Организация дека на основе двусвязного линейного списка

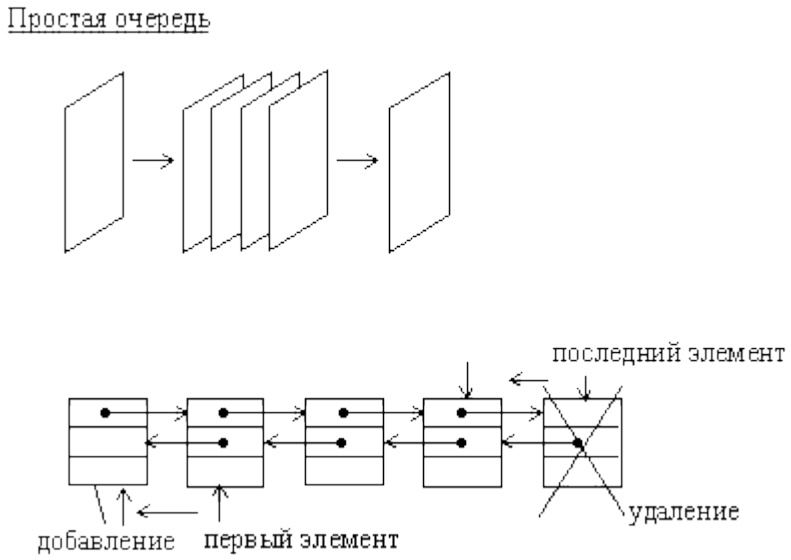


Рис.1.8. Организация дека на основе двусвязного линейного списка

Простая очередь может быть организована на основе двусвязанного линейного списка. В отличие от дека простая очередь имеет один вход и один выход. При этом тот элемент, который был добавлен в очередь первым, будет удален из нее также первым.

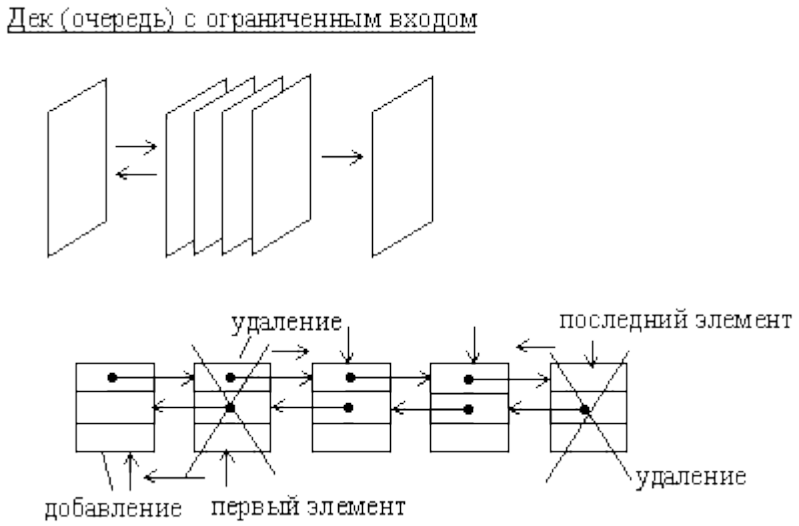


Рис.1.9. Организация дека с ограниченным входом на основе двусвязанного линейного списка

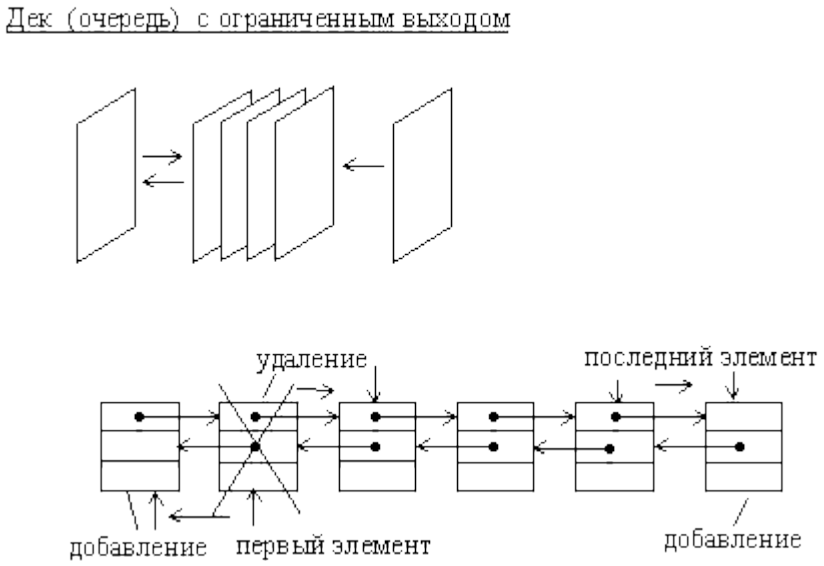


Рис.1.10. Организация дека с ограниченным выходом на основе двусвязанного линейного списка

Очередь с ограниченным входом или с ограниченным выходом также как дек или очередь можно организовать на основе линейного двунаправленного списка.

Разновидностями очередей являются очередь с ограниченным входом и очередь с ограниченным выходом. Они занимают промежуточное положение между деком и простой очередью.

Причем дек с ограниченным входом может быть использован как простая очередь или как стек.

4 Задачи поиска в структурах данных

Одно из наиболее часто встречающихся в программировании действий – поиск. Существует несколько основных вариантов поиска, и для них создано много различных алгоритмов. При дальнейшем рассмотрении делается принципиальное допущение: группа данных, в которой необходимо найти заданный элемент, фиксирована. Будет считаться, что множество из N элементов задано в виде такого массива

```
a: array[0..N-1] of Item
```

Обычно тип Item описывает запись с некоторым полем, играющим роль ключа. Задача заключается в поиске элемента, ключ которого равен заданному ‘аргументу поиска’ x. Полученный в результате индекс i, удовлетворяющий условию a[i].key = x, обеспечивает доступ к другим полям обнаруженного элемента. Так как здесь рассматривается, прежде всего, сам процесс поиска, то мы будем считать, что тип Item включает только ключ.

4.1 Линейный поиск

Если нет никакой дополнительной информации о разыскиваемых данных, то очевидный подход √ простой последовательный просмотр массива с увеличением шаг за шагом той его части, где желаемого элемента не обнаружено. Такой метод называется линейным поиском. Условия окончания поиска таковы:

Элемент найден, т. е. $a_i = x$.

Весь массив просмотрен и совпадения не обнаружено.

Это дает нам линейный алгоритм:

Алгоритм 1.

```
i:=0;
while (i<N) and (a[i]<>x) do i:=i+1
```

Следует обратить внимание, что если элемент найден, то он найден вместе с минимально возможным индексом, т. е. это первый из таких элементов. Равенство i=N свидетельствует, что совпадения не существует.

Очевидно, что окончание цикла гарантировано, поскольку на каждом шаге значение i увеличивается, и, следовательно, оно достигнет за конечное число шагов предела N; фактически же, если совпадения не было, это произойдет после N шагов.

На каждом шаге алгоритма осуществляется увеличение индекса и вычисление логического выражения. Можно упростить шаг алгоритма, если упростить логическое выражение, которое состоит из двух членов. Это упрощение осуществляется путем формулирования логического выражения из одного члена, но при этом необходимо гарантировать, что совпадение произойдет всегда. Для этого достаточно в конец массива

поместить дополнительный элемент со значением x. Такой вспомогательный элемент называется ⎧барьером■. Теперь массив будет описан так:

```
a: array[0..N] of integer
```

и алгоритм линейного поиска с барьером выглядит следующим образом:

Алгоритм 1'

```
a[N]:=x; i:=0;
while a[i]<>x do i:=i+1
```

Ясно, что равенство i=N свидетельствует о том, что совпадения (если не считать совпадения с барьером) не было.

4.2 Поиск делением пополам (двоичный поиск)

Совершенно очевидно, что других способов убыстрения поиска не существует, если, конечно, нет еще какой-либо информации о данных, среди которых идет поиск. Хорошо известно, что поиск можно сделать значительно более эффективным, если данные будут упорядочены. Поэтому приведем алгоритм (он называется ‘поиском делением пополам’), основанный на знании того, что массив A упорядочен, т. е. удовлетворяет условию $a_{k-1} \le a_k$, где $1 \le k < N$.

Основная идея – выбрать случайно некоторый элемент, предположим a_m, и сравнить его с аргументом поиска x. Если он равен x, то поиск заканчивается, если он меньше x, то делается вывод, что все элементы с индексами, меньшими или равными m, можно исключить из дальнейшего поиска; если же он больше x, то исключаются индексы больше и равные m. Выбор m совершенно не влияет на корректность алгоритма, но влияет на его эффективность. Очевидно, что чем большее количество элементов исключается на каждом шаге алгоритма, тем этот алгоритм эффективнее. Оптимальным решением будет выбор среднего элемента, так как при этом в любом случае будет исключаться половина массива.

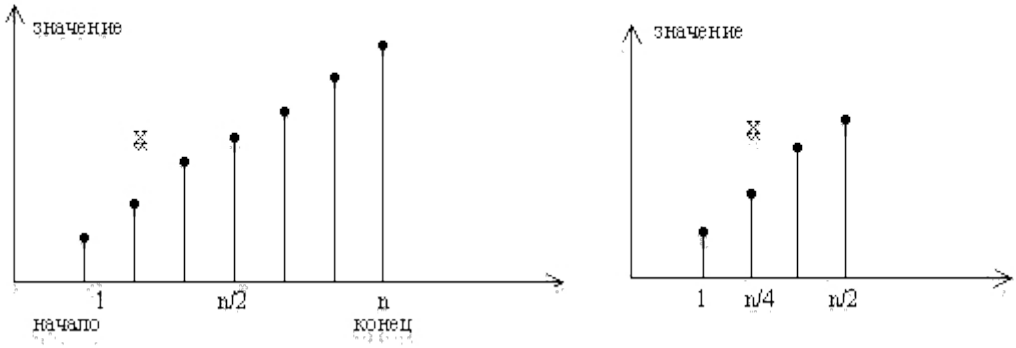


Рис.2.1. Поиск делением пополам

В этом алгоритме используются две индексные переменные L и R, которые отмечают соответственно левый и правый конец секции массива a, где еще может быть обнаружен требуемый элемент.

Алгоритм 2.

```
L:=0; R:=N-1; Found:=false;
while(L<=R) and not Found do begin
             m:=(L+R) div 2;
                          if a[m]=x then begin
                                       Found:=true
                         end else begin
                                if a[m]<x then L:=m+1 else R:=m-
1
                         end
end;
```

Максимальное число сравнений для этого алгоритма равно $\log_2 n$, округленному до ближайшего целого. Таким образом, приведенный алгоритм существенно выигрывает по сравнению с линейным поиском, ведь там ожидаемое число сравнений – N/2.

Эффективность несколько улучшается, если поменять местами заголовки условных операторов. Проверку на равенство можно выполнять во вторую очередь, так как она встречается лишь единожды и приводит к окончанию работы. Но более существенный выигрыш даст отказ от окончания поиска при фиксации совпадения. На первый взгляд это кажется странным, однако, при внимательном рассмотрении обнаруживается, что выигрыш в эффективности на каждом шаге превосходит потери от сравнения с несколькими дополнительными элементами (число шагов в худшем случае равно logN).

Алгоритм 2 ' .

```
L:=0; R:=N;
while L<R do begin
                 m:=(L+R) div 2;
                 if a[m]<x then L:=m+1 else R:=m
end
```

Окончание цикла гарантировано. Это объясняется следующим. В начале каждого шага L<R. Для среднего арифметического m справедливо условие L face="Symbol" =< m < R. Следовательно, разность L-R действительно убывает, ведь либо L увеличивается при присваивании ему значения m+1, либо R уменьшается при присваивании значения m. При L face="Symbol" =< R повторение цикла заканчивается.

Выполнение условия L=R еще не свидетельствует о нахождении требуемого элемента. Здесь требуется дополнительная проверка. Также, необходимо учитывать, что элемент a[R] в сравнениях никогда не участвует. Следовательно, и здесь необходима

дополнительная проверка на равенство a[R]=x. Следует отметить, что эти проверки выполняются однократно.

Приведенный алгоритм, как и в случае линейного поиска, находит совпадающий элемент с наименьшим индексом.

4.3 Поиск в таблице

Поиск в массиве иногда называют поиском в таблице, особенно если ключ сам является составным объектом, таким, как массив чисел или символов. Часто встречается именно последний случай, когда массивы символов называют строками или словами. Строковый тип определяется так:

```
String = array[0..M√1] of char
```

соответственно определяется и отношение порядка для строк x и y:

```
x = y, если xj = yj для 0 face="Symbol" =< j < M
x < y, если xi < yi для 0 face="Symbol" =< i < M и xj = yj для 0
face="Symbol" =< j < i
```

Для того чтобы установить факт совпадения, необходимо установить, что все символы сравниваемых строк соответственно равны один другому. Поэтому сравнение составных операндов сводится к поиску их несовпадающих частей, т. е. к поиску ‘на неравенство’. Если неравных частей не существует, то можно говорить о равенстве. Предположим, что размер слов достаточно мал, скажем, меньше 30. В этом случае можно использовать линейный поиск и поступать таким образом.

Для большинства практических приложений желательно исходить из того, что строки имеют переменный размер. Это предполагает, что размер указывается в каждой отдельной строке. Если исходить из ранее описанного типа, то размер не должен превосходить максимального размера M. Такая схема достаточно гибка и подходит для многих случаев, в то же время она позволяет избежать сложностей динамического распределения памяти. Чаще всего используются два таких представления размера строк:

Размер неявно указывается путем добавления концевого символа, больше этот символ нигде не употребляется. Обычно для этой цели используется ⌠непечатаемый■ символ со значением 00h. (Для дальнейшего важно, что это минимальный символ из всего множества символов.)

Размер явно хранится в качестве первого элемента массива, т. е. строка s имеет следующий вид: s = s0, s1, s2, ..., sM-1. Здесь s1, ..., sM-1 √ фактические символы строки, а s0 = Chr(M). Такой прием имеет то преимущество, что размер явно доступен, недостаток же в том, что этот размер ограничен размером множества символов (256).

В последующем алгоритме поиска отдается предпочтение первой схеме. В этом случае сравнение строк выполняется так:

```
i:=0;
while (x[i]=y[i]) and (x[i]<>00h) do i:=i+1
```

Концевой символ работает здесь как барьер.

Теперь вернемся к задаче поиска в таблице. Он требует ⌠вложенных■ поисков, а именно: поиска по строчкам таблицы, а для каждой строчки последовательных сравнений √ между компонентами. Например, пусть таблица T и аргумент поиска x определяются таким образом:

```
T: array[0..N-1] of String;
x: String
```

Допустим, N достаточно велико, а таблица упорядочена в алфавитном порядке. При использовании алгоритма поиска делением пополам и алгоритма сравнения строк, речь о которых шла выше, получаем такой фрагмент программы:

```
L:=0; R:=N;
while L<R do begin
             m:=(L+R) div 2; i:=0;
             while (T[m,i]=x[i]) and (x[i]<>00h) do i:=i+1;
                       if T[m,i]<x[i] then L:=m+1 else R:=m
end;
if R<N then begin
           i:=0;
            while (T[R,i]=x[i]) and (x[i]<>00h) do i:=i+1
end
{(R<N) and (T[R,i]=x[i]) фиксирует совпадение}
```

4.3.1 Прямой поиск строки

Часто приходится сталкиваться со специфическим поиском, так называемым поиском строки. Его можно определить следующим образом. Пусть задан массив s из N элементов и массив p из M элементов, причем 0 < M face="Symbol" =< N. Описаны они так:

```
s: array[0..N√1] of Item
p: array[0..M√1] of Item
```

Поиск строки обнаруживает первое вхождение p в s. Обычно Item √ это символы, т.е. s можно считать некоторым текстом, а p √ словом, и необходимо найти первое вхождение этого слова в указанном тексте. Это действие типично для любых систем обработки текстов, отсюда и очевидная заинтересованность в поиске эффективного алгоритма для этой задачи. Разберем алгоритм поиска, который будем называть прямым поиском строки.

Алгоритм 3.

```
i:=-1;
```

```
repeat
            i:=i+1; j:=0;
            while (j<M) and (s[i+j]=p[j]) do j:=j+1;
until (j=M) or (i=N-M)
```

Вложенный цикл с предусловием начинает выполняться тогда, когда первый символ слова p совпадает с очередным, i-м, символом текста s. Этот цикл повторяется столько раз, сколько совпадает символов текста s, начиная с i-го символа, с символами слова p (максимальное количество повторений равно M). Цикл завершается при исчерпании символов слова p (перестает выполняться условие j<M) или при несовпадении очередных символов s и p (перестает выполняться условие s[i+j]=p[j]). Количество совпадений подсчитывается с использованием j. Если совпадение произошло со всеми символами слова p (т.е. слово p найдено), то выполняется условие j=M, и алгоритм завершается. В противном случае поиск продолжается до тех пор, пока не просмотренной останется часть текста s, которая содержит символов, меньше, чем есть в слове p (т.е. этот остаток уже не может совпасть со словом p). В этом случае выполняется условие i=N-M, что тоже приводит к завершению алгоритма. Это показывает гарантированность окончания алгоритма.

Этот алгоритм работает достаточно эффективно, если допустить, что несовпадение пары символов происходит после незначительного количества сравнений во внутреннем цикле. При большой мощности типа Item это достаточно частый случай. Можно предполагать, что для текстов, составленных из 128 символов, несовпадение будет обнаруживаться после одной или двух проверок. Тем не менее, в худшем случае производительность будет внушать опасение.

4.3.2 Алгоритм Кнута, Мориса и Пратта

Приблизительно в 1970 г. Д. Кнут, Д. Морис и В. Пратт изобрели алгоритм, фактически требующий только N сравнений даже в самом плохом случае. Новый алгоритм основывается на том соображении, что после частичного совпадения начальной части слова с соответствующими символами текста фактически известна пройденная часть текста и можно «вычислить» некоторые сведения (на основе самого слова), с помощью которых потом можно быстро продвинуться по тексту. Приведенный пример поиска слова ABCABD показывает принцип работы такого алгоритма. Символы, подвергшиеся сравнению, здесь подчеркнуты. Обратите внимание: при каждом несовпадении пары символов слово сдвигается на все пройденное расстояние, поскольку меньшие сдвиги не могут привести к полному совпадению.

```
ABCABCABAABCABD
ABCABD
  ABCABD
   ABCABD
    ABCABD
     ABCABD
```

Основным отличием КМП-алгоритма от алгоритма прямого поиска является осуществления сдвига слова не на один символ на каждом шаге алгоритма, а на некоторое переменное количество символов. Таким образом, перед тем как осуществлять очередной сдвиг, необходимо определить величину сдвига. Для повышения эффективности алгоритма необходимо, чтобы сдвиг на каждом шаге был бы как можно большим.

Если j определяет позицию в слове, содержащую первый несовпадающий символ (как в алгоритме прямого поиска), то величина сдвига определяется как j-D. Значение D определяется как размер самой длинной последовательности символов слова, непосредственно предшествующих позиции j, которая полностью совпадает с началом слова. D зависит только от слова и не зависит от текста. Для каждого j будет своя величина D, которую обозначим dj.

Так как величины dj зависят только от слова, то перед началом фактического поиска можно вычислить вспомогательную таблицу d; эти вычисления сводятся к некоторой предтрансляции слова. Соответствующие усилия будут оправданными, если размер текста значительно превышает размер слова (M<<N). Если нужно искать многие вхождения одного и того же слова, то можно пользоваться одними и теми же d. Приведенные примеры объясняют функцию d.

Последний пример на рис. 2.2 показывает: так как pj равно A вместо F, то соответствующий символ текста не может быть символом A из-за того, что условие si<>pj заканчивает цикл. Следовательно, сдвиг на 5 не приведет к последующему совпадению, и поэтому можно увеличить размер сдвига до шести. Учитывая это, предопределяем вычисление dj как поиск самой длинной совпадающей последовательности с дополнительным ограничением pdj<>pj. Если никаких совпадений нет,

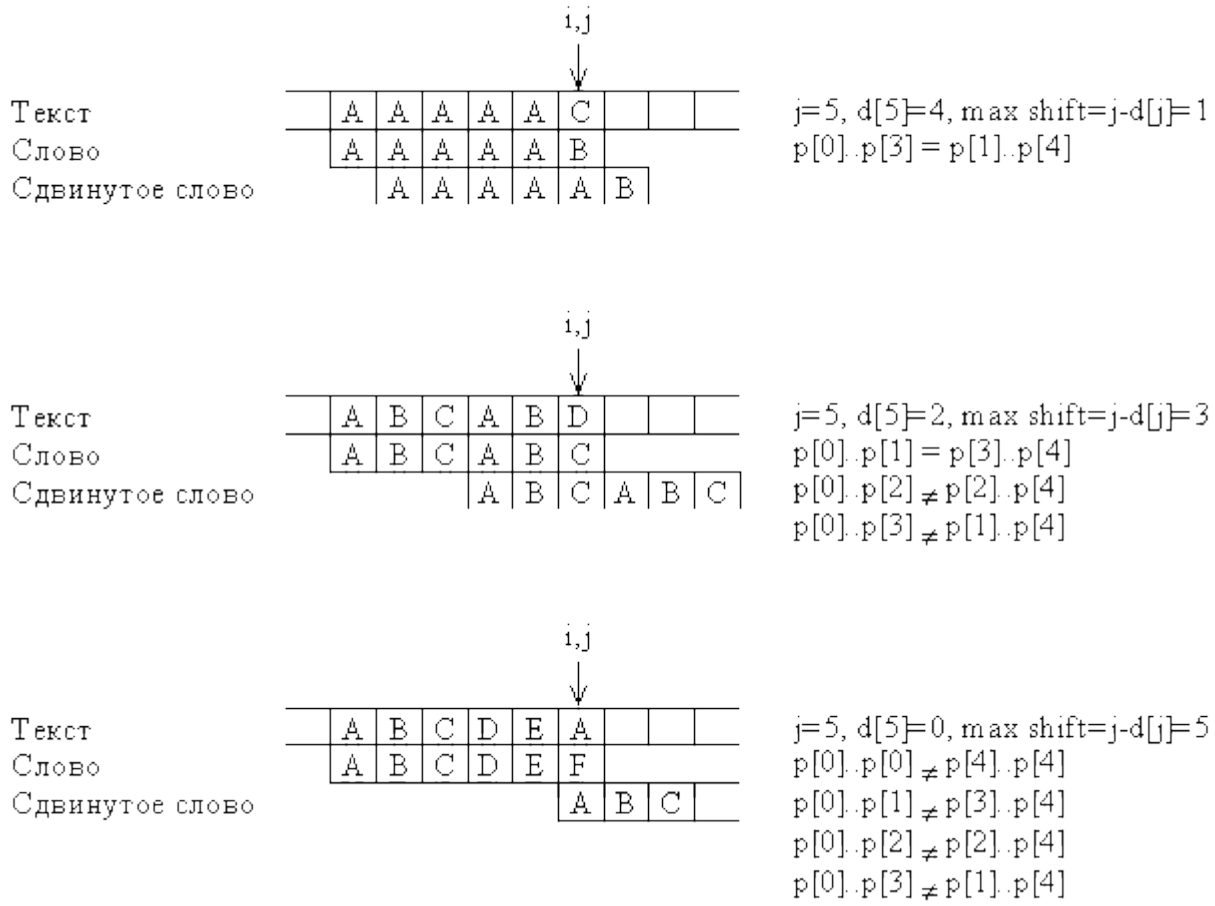


Рис. 2.2. Частичное совпадение со словом и вычисление d_j.

то считается dj=-1, что указывает на сдвиг «на целое» слово относительно его текущей позиции. Следующая программа демонстрирует КМП-алгоритм.

```
Program KMP;
const
        Mmax = 100; Nmax = 10000;
var
        i, j, k, M, N: integer;
        p: array[0..Mmax-1] of char; {слово}
        s: array[0..Mmax-1] of char; {текст}
        d: array[0..Mmax-1] of integer;
begin
{Ввод текста s и слова p}
Write('N:'); Readln(N);
Write('s:'); Readln(s);
Write('M:'); Readln(M);
Write('p:'); Readln(p);
{Заполнение массива d}
j:=0; k:=-1; d[0]:=-1;
while j<(M-1) do begin
            while(k>=0) and (p[j]<>p[k]) do k:=d[k];
            j:=j+1; k:=k+1;
```

```
            if p[j]=p[k] then
                    d[j]:=d[k]
            else
                    d[j]:=k;
end;
{Поиск слова p в тексте s}
i:=0; j:=0;
while (j<M) and (i<N) do begin
         while (j>=0) and (s[i]<>p[j]) do j:=d[j]; {Сдвиг слова}
          i:=i+1; j:=j+1;
end;
{Вывод результата поиска}
if j=M then Writeln('Yes') {найден }
else Writeln('No'); {не найден}
Readln;
end.
```

Точный анализ КМП-поиска, как и сам его алгоритм, весьма сложен. Его изобретатели доказывают, что требуется порядка M+N сравнений символов, что значительно лучше, чем M*N сравнений из прямого поиска. Они так же отмечают то положительное свойство, что указатель сканирования i никогда не возвращается назад, в то время как при прямом поиске после несовпадения просмотр всегда начинается с первого символа слова и поэтому может включать символы, которые ранее уже просматривались. Это может привести к негативным последствиям, если текст читается из вторичной памяти, ведь в этом случае возврат обходится дорого. Даже при буферизованном вводе может встретиться столь большое слово, что возврат превысит емкость буфера.

4.3.3 Алгоритм Боуера и Мура

КМП-поиск дает подлинный выигрыш только тогда, когда неудаче предшествовало некоторое число совпадений. Лишь в этом случае слово сдвигается более чем на единицу. К несчастью, это скорее исключение, чем правило: совпадения встречаются значительно реже, чем несовпадения. Поэтому выигрыш от использования КМП-стратегии в большинстве случаев поиска в обычных текстах весьма незначителен. Метод же, предложенный Р. Боуером и Д. Муром в 1975 г., не только улучшает обработку самого плохого случая, но дает выигрыш в промежуточных ситуациях.

БМ-поиск основывается на необычном соображении √ сравнение символов начинается с конца слова, а не с начала. Как и в случае КМП-поиска, слово перед фактическим поиском трансформируется в некоторую таблицу. Пусть для каждого символа x из алфавита величина dx √ расстояние от самого правого в слове вхождения x до правого конца слова. Представим себе, что обнаружено расхождение между словом и

текстом. В этом случае слово сразу же можно сдвинуть вправо на dpM-1 позиций, т.е. на число позиций, скорее всего большее единицы. Если несовпадающий символ текста в слове вообще не встречается, то сдвиг становится даже больше, а именно сдвигать можно на длину всего слова. Вот пример, иллюстрирующий этот процесс:

```
ABCABCABFABCABD
ABCABD        {Не совпало с 'C', d['C']=3}
  ABCABD      {Не совпало с F, 'F' нет в слове}
     ABCABD   {Полное совпадение, слово найдено}
```

Ниже приводится программа с упрощенной стратегией Боуера-Мура, построенная так же, как и предыдущая программа с КМП-алгоритмом. Обратите внимание на такую деталь: во внутреннем цикле используется цикл с repeat, где перед сравнением s и p увеличиваются значения k и j. Это позволяет исключить в индексных выражениях составляющую -1.

```
Program BM;
const
        Mmax = 100; Nmax = 10000;
var
        i, j, k, M, N: integer;
        ch: char;
        p: array[0..Mmax-1] of char; {слово}
        s: array[0..Nmax-1] of char; {текст}
        d: array[' '..'z'] of integer;
begin
{Ввод текста s и слова p}
Write('N:'); Readln(N);
Write('s:'); Readln(s);
Write('M:'); Readln(M);
Write('p:'); Readln(p);
{Заполнение массива d}
for ch:=' ' to 'z' do d[ch]:=M;
for j:=0 to M-2 do d[p[j]]:=M-j-1;
{Поиск слова p в тексте s}
i:=M;
repeat
          j:=M; k:=i;
          repeat {Цикл сравнения символов }
                     k:=k-1; j:=j-1; {слова, начиная с правого.}
          until (j<0) or (p[j]<>s[k]); {Выход, если сравнили
все}
          {слово или несовпадение. }
          i:=i+d[s[i-1]]; {Сдвиг слова вправо }
until (j<0) or (i>N);
```

```
{Вывод результата поиска}
if j<0 then Writeln('Yes') {найден }
else Writeln('No'); {не найден}
Readln;
end.
```

Почти всегда, кроме специально построенных примеров, данный алгоритм требует значительно меньше N сравнений. В самых же благоприятных обстоятельствах, когда последний символ слова всегда попадает на несовпадающий символ текста, число сравнений равно N/M.

Авторы алгоритма приводят и несколько соображений по поводу дальнейших усовершенствований алгоритма. Одно из них – объединить приведенную только что стратегию, обеспечивающую большие сдвиги в случае несовпадения, со стратегией Кнута, Морриса и Пратта, допускающей ‘ощутимые’ сдвиги при обнаружении совпадения (частичного). Такой метод требует двух таблиц, получаемых при предтрансляции: d1 – только что упомянутая таблица, а d2 – таблица, соответствующая КМП-алгоритму. Из двух сдвигов выбирается больший, причем и тот и другой ‘говорят’, что никакой меньший сдвиг не может привести к совпадению. Дальнейшее обсуждение этого предмета приводить не будем, поскольку дополнительное усложнение формирования таблиц и самого поиска, кажется, не оправдывает видимого выигрыша в производительности. Фактические дополнительные расходы будут высокими и неизвестно, приведут ли все эти ухищрения к выигрышу или проигрышу.

5 Методы ускорения доступа к данным

5.1 Хеширование данных

Для ускорения доступа к данным в таблицах можно использовать предварительное упорядочивание таблицы в соответствии со значениями ключей.

При этом могут быть использованы методы поиска в упорядоченных структурах данных, например, метод половинного деления, что существенно сокращает время поиска данных по значению ключа. Однако при добавлении новой записи требуется переупорядочить таблицу. Потери времени на повторное упорядочивание таблицы могут значительно превышать выигрыш от сокращения времени поиска. Поэтому для сокращения времени доступа к данным в таблицах используется так называемое случайное упорядочивание или хеширование. При этом данные организуются в виде таблицы при помощи хеш-функции h, используемой для ⌠вычисления■ адреса по значению ключа.

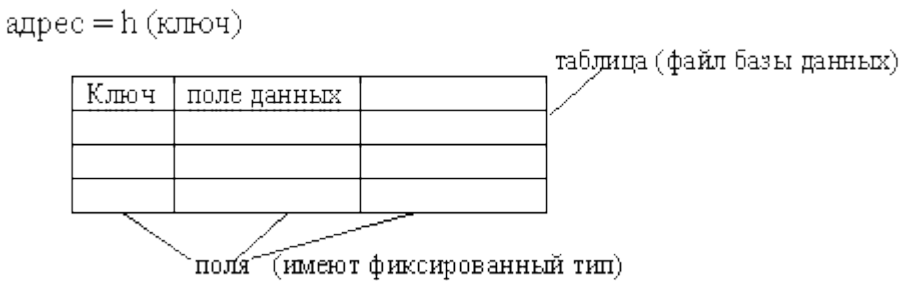


Рис.3.1. Хеш-таблица

Идеальной хеш-функцией является такая hash-функция, которая для любых двух неодинаковых ключей дает неодинаковые адреса.

$$k1 \neq k2 \Rightarrow h(k1) \neq h(k2)$$

Подобрать такую функцию можно в случае, если все возможные значения ключей заранее известны. Такая организация данных носит название ⌠совершенное хеширование⌡. В случае заранее неопределенного множества значений ключей и ограниченной длины таблицы подбор совершенной функции затруднителен. Поэтому часто используют хеш-функции, которые не гарантируют выполнение условия.

Рассмотрим пример реализации несовершенной хеш-функции на языке TurboPascal. Предположим, что ключ состоит из четырех символов. При этом таблица имеет диапазон адресов от 0 до 10000.

```
function hash (key : string[4]): integer;
var
f: longint;
begin
f:=ord (key[1]) - ord (key[2]) + ord (key[3]) -ord (key[4]);
{вычисление функции по значению ключа}
f:=f+255*2;
{совмещение начала области значений функции с начальным
адресом хеш-таблицы (a=1)}
f:=(f*10000) div (255*4);
{совмещение конца области значений функции с конечным адресом
хеш-таблицы (a=10 000)}
hash:=f
end;
```

При заполнении таблицы возникают ситуации, когда для двух неодинаковых ключей функция вычисляет один и тот же адрес. Данный случай носит название ⌠коллизия■, а такие ключи называются ⌠ключи-синонимы■.

5.1.1 Методы разрешения коллизий

Для разрешения коллизий используются различные методы, которые в основном сводятся к методам ⌠цепочек⌠ и ⌠открытой адресации⌠.

Методом цепочек называется метод, в котором для разрешения коллизий во все записи вводятся указатели, используемые для организации списков √ ⌠цепочек переполнения■. В случае возникновения коллизии при заполнении таблицы в список для требуемого адреса хеш-таблицы добавляется еще один элемент.

Поиск в хеш-таблице с цепочками переполнения осуществляется следующим образом. Сначала вычисляется адрес по значению ключа. Затем осуществляется последовательный поиск в списке, связанном с вычисленным адресом.

Процедура удаления из таблицы сводится к поиску элемента и его удалению из цепочки переполнения.

Рис.3.2. Разновидности методов разрешение коллизий

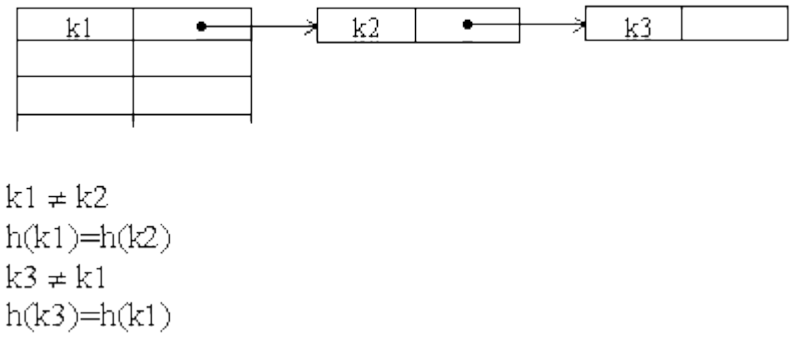


Рис.3.3. Разрешение коллизий при добавлении элементов методом цепочек

Метод открытой адресации состоит в том, чтобы, пользуясь каким-либо алгоритмом, обеспечивающим перебор элементов таблицы, просматривать их в поисках свободного места для новой записи.

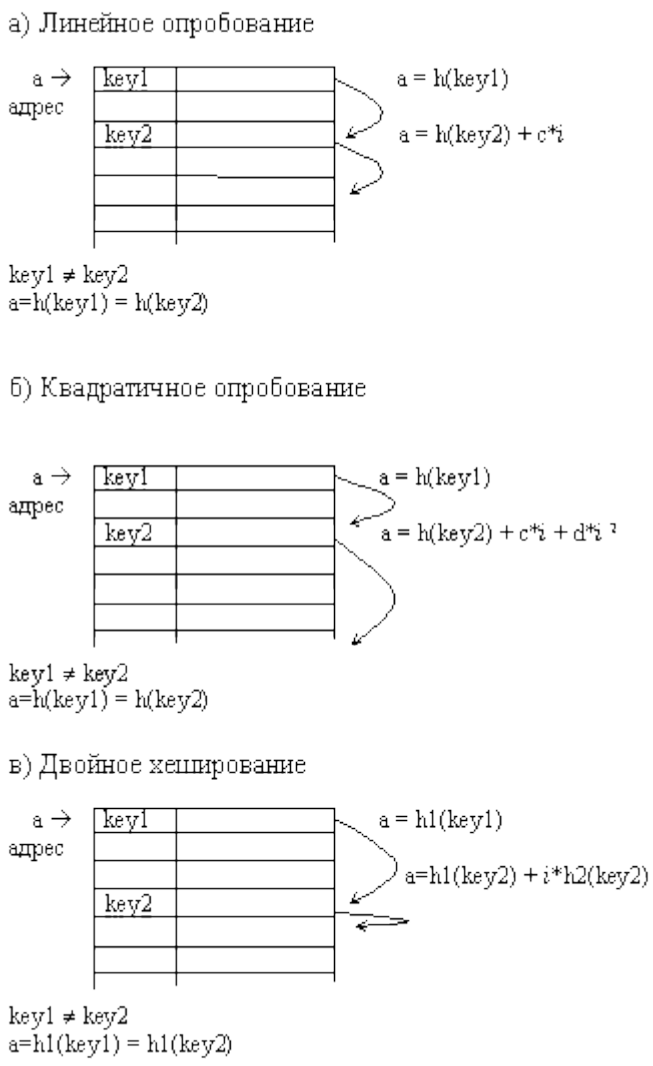


Рис.3.4. Разрешение коллизий при добавлении элементов методами открытой адресации.

Линейное опробование сводится к последовательному перебору элементов таблицы с некоторым фиксированным шагом

a=h(key) + c***i ,**

где i √ номер попытки разрешить коллизию. При шаге равном единице происходит последовательный перебор всех элементов после текущего.

Квадратичное опробование отличается от линейного тем, что шаг перебора элементов не линейно зависит от номера попытки найти свободный элемент

$a = h(key2) + c*\boldsymbol{i} + d*\boldsymbol{i}^2$

Благодаря нелинейности такой адресации уменьшается число проб при большом числе ключей-синонимов.

Однако даже относительно небольшое число проб может быстро привести к выходу за адресное пространство небольшой таблицы вследствие квадратичной зависимости адреса от номера попытки.

Еще одна разновидность метода открытой адресации, которая называется двойным хешированием, основана на нелинейной адресации, достигаемой за счет суммирования значений основной и дополнительной хеш-функций

a=h1(key) + ***i****h2(key).

Опишем алгоритмы вставки и поиска для метода линейное опробование.

<u>Вставка</u>

- i = 0
- a = h(key) + i*c
- Если t(a) = свободно, то t(a) = key, записать элемент, ***стоп элемент добавлен***
- i = i + 1, перейти к шагу 2

<u>Поиск</u>

- i = 0
- a = h(key) + i*c
- Если t(a) = key, то ***стоп элемент найден***
- Если t(a) = свободно, то ***стоп элемент не найден***
- i = i + 1, перейти к шагу 2

Аналогичным образом можно было бы сформулировать алгоритмы добавления и поиска элементов для любой схемы открытой адресации. Отличия будут только в выражении, используемом для вычисления адреса

(шаг 2). С процедурой удаления дело обстоит не так просто, так как она в данном случае не будет являться обратной процедуре вставки.

Дело в том, что элементы таблицы находятся в двух состояниях: свободно и занято. Если удалить элемент, переведя его в состояние свободно, то после такого удаления алгоритм поиска будет работать некорректно. Предположим, что ключ удаляемого элемента имеет в таблице ключи синонимы. В том случае, если за удаляемым элементом в результате разрешения коллизий были размещены элементы с другими ключами, то поиск этих элементов после удаления всегда будет давать отрицательный результат, так как алгоритм поиска останавливается на первом элементе, находящемся в состоянии свободно.

Скорректировать эту ситуацию можно различными способами. Самый простой из них заключается в том, чтобы производить поиск элемента не до первого свободного

места, а до конца таблицы. Однако такая модификация алгоритма сведет на нет весь выигрыш в ускорении доступа к данным, который достигается в результате хеширования.

Другой способ сводится к тому, чтобы проследить адреса всех ключей-синонимов для ключа удаляемого элемента и при необходимости пере разместить соответствующие записи в таблице. Скорость поиска после такой операции не уменьшится, но затраты времени на само пере размещение элементов могут оказаться очень значительными.

Существует подход, который свободен от перечисленных недостатков. Его суть состоит в том, что для элементов хеш-таблицы добавляется состояние ⎧удалено■. Данное состояние в процессе поиска интерпретируется, как занято, а в процессе записи как свободно.

Сформулируем алгоритмы вставки поиска и удаления для хеш-таблицы, имеющей три состояния элементов.

Вставка

1. i = 0
2. a = h(key) + i*c
3. Если t(a) = свободно или t(a) = удалено, то t(a) = key, записать элемент, ***стоп элемент добавлен***
4. i = i + 1, перейти к шагу 2

<u>Удаление</u>

- i = 0
- a = h(key) + i*c
- Если t(a) = key, то t(a) =удалено, ***стоп элемент удален***
- Если t(a) = свободно, то ***стоп элемент не найден***
- i = i + 1, перейти к шагу 2

<u>Поиск</u>

- i = 0
- a = h(key) + i*c
- Если t(a) = key, то ***стоп элемент найден***
- Если t(a) = свободно, то ***стоп элемент не найден***
- i = i + 1, перейти к шагу 2

Алгоритм поиска для хеш-таблицы, имеющей три состояния, практически не отличается от алгоритма поиска без учета удалений. Разница заключается в том, что при организации самой таблицы необходимо отмечать свободные и удаленные элементы. Это можно сделать, зарезервировав два значения ключевого поля. Другой вариант реализации может предусматривать введение дополнительного поля, в котором фиксируется состояние элемента. Длина такого поля может составлять всего два бита, что вполне достаточно для

фиксации одного из трех состояний. На языке TurboPascal данное поле удобно описать типом Byte или Char.

5.1.2 Переполнение таблицы и рехеширование

Очевидно, что по мере заполнения хеш-таблицы будут происходить коллизии и в результате их разрешения методами открытой адресации очередной адрес может выйти за пределы адресного пространства таблицы. Что бы это явление происходило реже, можно пойти на увеличение длины таблицы по сравнению с диапазоном адресов, выдаваемым хеш-функцией.

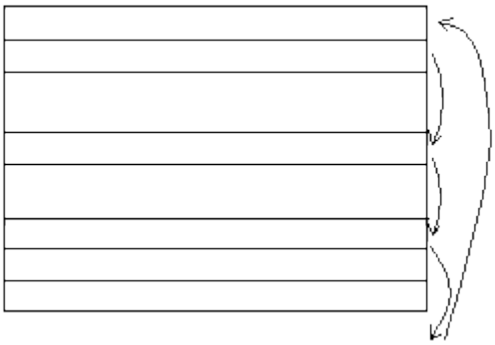


Рис.3.5. Циклический переход к началу таблицы.

С одной стороны это приведет к сокращению числа коллизий и ускорению работы с хеш-таблицей, а с другой √ к нерациональному расходованию адресного пространства. Даже при увеличении длины таблицы в два раза по сравнению с областью значений хеш-функции нет гарантии того, что в результате коллизий адрес не превысит длину таблицы. При этом в начальной части таблицы может оставаться достаточно свободных элементов. Поэтому на практике используют циклический переход к началу таблицы.

Рассмотрим данный способ на примере метода линейного опробования. При вычислении адреса очередного элемента можно ограничить адрес, взяв в качестве такового остаток от целочисленного деления адреса на длину таблицы n.

<u>Вставка</u>

- i = 0
- a = (h(key) + c*i) mod n
- Если t(a) = свободно или t(a) = удалено, то t(a) = key, записать элемент, ***стоп элемент добавлен***
- i = i + 1, перейти к шагу 2

В данном алгоритме мы не учитываем возможность многократного превышения адресного пространства. Более корректным будет алгоритм, использующий сдвиг адреса на 1 элемент в случае каждого повторного превышения адресного пространства. Это

повышает вероятность найти свободные элементы в случае повторных циклических переходов к началу таблицы.

Вставка

- i = 0
- a = ((h(key) + c*i) div n + (h(key) + c*i) mod n) mod n
- Если t(a) = свободно или t(a) = удалено, то t(a) = key, записать элемент, ***стоп элемент добавлен***
- i = i + 1, перейти к шагу 2
- a = ((h(key) + c*i) div n + (h(key) + c*i) mod n) mod n

Рассматривая возможность выхода за пределы адресного пространства таблицы, мы не учитывали факторы заполненности таблицы и удачного выбора хеш-функции. При большой заполненности таблицы возникают частые коллизии и циклические переходы в начало таблицы. При неудачном выборе хеш-функции происходят аналогичные явления. В наихудшем варианте при полном заполнении таблицы алгоритмы циклического поиска свободного места приведут к зацикливанию. Поэтому при использовании хеш-таблиц необходимо стараться избегать очень плотного заполнения таблиц. Обычно длину таблицы выбирают из расчета двукратного превышения предполагаемого максимального числа записей. Не всегда при организации хеширования можно правильно оценить требуемую длину таблицы, поэтому в случае большой заполненности таблицы может понадобиться рехеширование. В этом случае увеличивают длину таблицы, изменяют хеш-функцию и переупорядочивают данные.

Производить отдельную оценку плотности заполнения таблицы после каждой операции вставки нецелесообразно, поэтому можно производить такую оценку косвенным образом √ по числу коллизий во время одной вставки. Достаточно определить некоторый порог числа коллизий, при превышении которого следует произвести рехеширование. Кроме того, такая проверка гарантирует невозможность зацикливания алгоритма в случае повторного просмотра элементов таблицы.

Рассмотрим алгоритм вставки, реализующий предлагаемый подход.

Вставка

- i = 0
- a = ((h(key) + c*i) div n + (h(key) + c*i) mod n) mod n
- Если t(a) = свободно или t(a) = удалено, то t(a) = key, записать элемент, ***стоп элемент добавлен***
- Если i > m , то ***стоп требуется рехеширование***
- i = i + 1, перейти к шагу 2

В данном алгоритме номер итерации сравнивается с пороговым числом m. Следует заметить, что алгоритмы вставки, поиска и удаления должны использовать идентичное образование адреса очередной записи.

Удаление

- i = 0
- a = ((h(key) + c*i) div n + (h(key) + c*i) mod n) mod n
- Если t(a) = key, то t(a) =удалено, ***стоп элемент удален***
- Если t(a) = свободно или i>m, то ***стоп элемент не найден***
- i = i + 1, перейти к шагу 2

Поиск

- i = 0
- a = ((h(key) + c*i) div n + (h(key) + c*i) mod n) mod n
- Если t(a) = key, то ***стоп элемент найден***
- Если t(a) = свободно или i>m, то ***стоп элемент не найден***
- i = i + 1, перейти к шагу 2

5.1.3 Оценка качества хеш-функции

Как уже было отмечено, очень важен правильный выбор хеш-функции. При удачном построении хеш-функции таблица заполняется более равномерно, уменьшается число коллизий и уменьшается время выполнения операций поиска, вставки и удаления. Для того чтобы предварительно оценить качество хеш-функции можно провести имитационное моделирование. Моделирование проводится следующим образом. Формируется целочисленный массив, длина которого совпадает с длиной хеш-таблицы. Случайно генерируется достаточно большое число ключей, для каждого ключа вычисляется хеш-функция. В элементах массива просчитывается число генераций данного адреса. По результатам такого моделирования можно построить график распределения значений хеш-функции. Для получения корректных оценок число генерируемых ключей должно в несколько раз превышать длину таблицы.

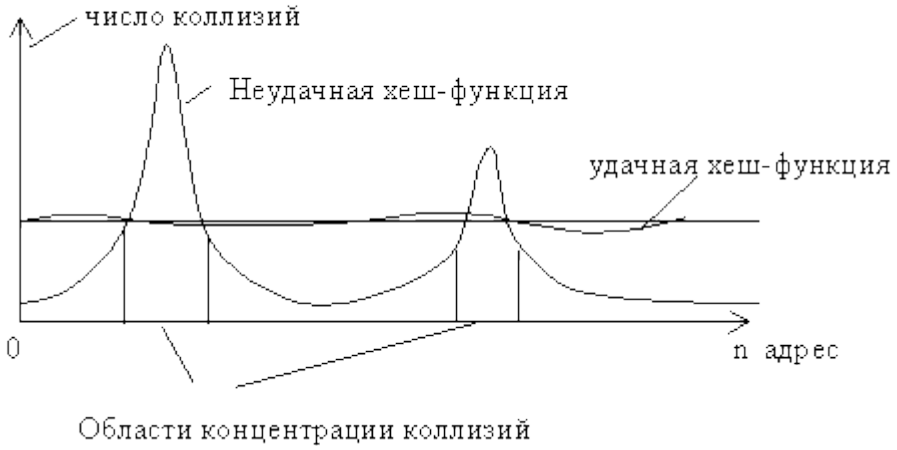


Рис. 3.6. Распределение коллизий в адресном пространстве таблицы

Если число элементов таблицы достаточно велико, то график строится не для отдельных адресов, а для групп адресов. Например, все адресное пространство разбивается на 100 фрагментов и подсчитывается число попаданий адреса для каждого фрагмента. Большие неравномерности свидетельствуют о высокой вероятности коллизий в отдельных местах таблицы. Разумеется, такая оценка является приближенной, но она позволяет предварительно оценить качество хеш-функции и избежать грубых ошибок при ее построении.

Оценка будет более точной, если генерируемые ключи будут более близки к реальным ключам, используемым при заполнении хеш-таблицы. Для символьных ключей очень важно добиться соответствия генерируемых кодов символов тем кодам символов, которые имеются в реальном ключе. Для этого стоит проанализировать, какие символы могут быть использованы в ключе.

Например, если ключ представляет собой фамилию на русском языке, то будут использованы русские буквы. Причем первый символ может быть большой буквой, а остальные √ малыми. Если ключ представляет собой номерной знак автомобиля, то также несложно определить допустимые коды символов в определенных позициях ключа.

Рассмотрим пример генерации ключа из десяти латинских букв, первая из которых является большой, а остальные √малыми.

<u>Пример</u>

: ключ √ 10 символов, 1-й большая латинская буква

2-10 малые латинские буквы

```
var i:integer; s:string[10];
```

```
begin
s[1]:=chr(random(90-65)+65);
for i:=2 to 10 do s[i]:=chr(random(122-97)+97);
end
```

В данном фрагменте используется тот факт, что допустимые коды символов располагаются последовательными непрерывными участками в кодовой таблице. Рассмотрим более общий случай. Допустим, необходимо сгенерировать ключ из m символов с кодами в диапазоне от n1 до n2.

<u>Генерация ключа из m символов с кодами в диапазоне от n1 до n2</u>

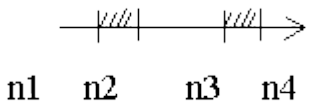
<u>(диапазон непрерывный)</u>

```
for i:=1 to m do str[i]:=chr(random(n2-n1)+n1);
```

На практике возможны варианты, когда символы в одних позициях ключа могут принадлежать к разным диапазонам кодов, причем между этими диапазонами может существовать разрыв.

<u>Генерация ключа из m символов с кодами</u>

<u>в диапазоне от n1 до n4 (диапазон имеет разрыв от n2 до n3)</u>




```
for i:=1 to m do
begin
x:=random((n4 - n3) + (n2 √ n1));
if x<=(n2 - n1) then str[i]:=chr(x + n1)
else str[i]:=chr(x + n1 + n3 √ n2)
end;
```

Рассмотрим еще один конкретный пример. Допустим известно, что ключ состоит из 7 символов. Из них три первые символа √ большие латинские буквы, далее идут две цифры, остальные √ малые латинские.

Пример: длина ключа 7 символов

1. 3 большие латинские (коды 65-90)
2. 2 цифры (коды 48-57)
3. 2 малые латинские (коды 97-122)

```
var
key: string[7];
begin
for i:=1 to 3 do key[i]:=chr(random(90-65)+65);
```

```
for i:=4 to 5 do key[i]:=chr(random(57-48)+57);
for i:=6 to 7 do key[i]:=chr(random(122-97)+97);
end;
```

В рассматриваемых примерах мы исходили из предположения, что хеширование будет реализовано на языке Turbo Pascal, а коды символов соответствуют альтернативной кодировке.

5.2 Организация данных для ускорения поиска по вторичным ключам

До сих пор рассматривались способы поиска в таблице по ключам, позволяющим однозначно идентифицировать запись. Мы будем называть такие ключи первичными ключами. Возможен вариант организации таблицы, при котором отдельный ключ не позволяет однозначно идентифицировать запись. Такая ситуация часто встречается в базах данных. Идентификация записи осуществляется по некоторой совокупности ключей. Ключи, не позволяющие однозначно идентифицировать запись в таблице, называются вторичными ключами.

Даже при наличии первичного ключа, для поиска записи могут быть использованы вторичные. Например, поисковые системы internet часто организованы как наборы записей, соответствующих Web-страницам. В качестве вторичных ключей для поиска выступают ключевые слова, а сама задача поиска сводится к выборке из таблицы некоторого множества записей, содержащих требуемые вторичные ключи.

5.2.1 Инвертированные индексы

Рассмотрим метод организации таблицы с инвертированными индексами. Для таблицы строится отдельный набор данных, содержащий так называемые инвертированные индексы. Вспомогательный набор содержит для каждого значения вторичного ключа отсортированный список адресов записей таблицы, которые содержат данный ключ.

Поиск осуществляется по вспомогательной структуре достаточно быстро, так как фактически отсутствует необходимость обращения к основной структуре данных. Область памяти, используемая для индексов,

является относительно небольшой по сравнению с другими методами организации таблиц.

Рис.3.7. Метод организации таблицы с инвертированными индексами

Недостатками данной системы являются большие затраты времени на составление вспомогательной структуры данных и ее обновление. Причем эти затраты возрастают с увеличение объема базы данных.

Система инвертированных индексов является чрезвычайно удобной и эффективной при организации поиска в больших таблицах.

5.2.2 Битовые карты

Для таблиц небольшого объема используют организацию вспомогательной структуры данных в виде битовых карт. Для каждого значения вторичного ключа записей основного набора данных записывается последовательность битов. Длина последовательности битов равна числу записей. Каждый бит в битовой карте соответствует одному значению вторичного ключа и одной записи. Единица означает наличие ключа в записи, а ноль √отсутствие.

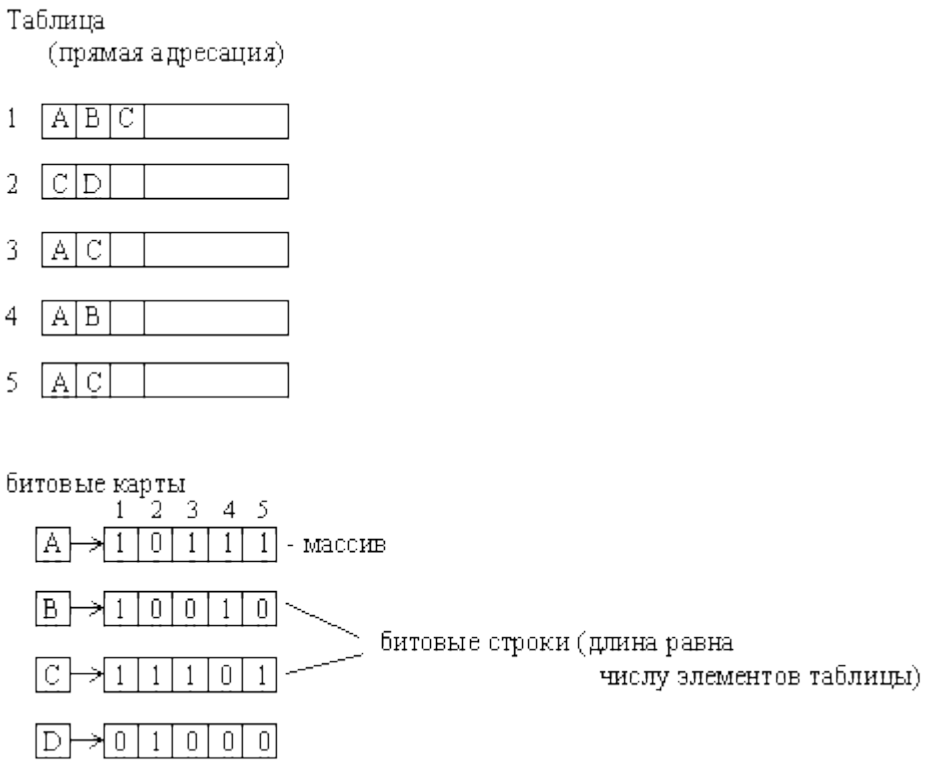


Рис.3.8. Организация вспомогательной структуры данных в виде битовых карт

Основным преимуществом такой организации является очень простая и эффективная организация обработки сложных запросов, которые могут объединять значения ключей различными логическими предикатами. В этом случае поиск сводится к выполнению логических операций запроса непосредственно над битовыми строками и интерпретации результирующей битовой строки. Другим преимуществом является простота обновления карты при добавлении записей.

К недостаткам битовых карт следует отнести увеличение длины строки пропорционально длине файла. При этом заполненность карты единицами уменьшается с увеличением длины файла. Для большой длине таблицы и редко встречающихся ключах битовая карта превращается в большую разреженную матрицу, состоящую в основном из одних нулей.

6 Представление графов и деревьев

Теория графов является важной частью вычислительной математики. С помощью этой теории решаются большое количество задач из различных областей. Граф состоит из множества вершин и множества ребер, которые соединяют между собой вершины. С точки зрения теории графов не имеет значения, какой смысл вкладывается в вершины и ребра. Вершинами могут быть населенными пункты, а ребрами дороги, соединяющие их, или вершинами являться подпрограммы, соединенные вершин ребрами означает взаимодействие подпрограмм. Часто имеет значение направления дуги в графе. Если ребро имеет направление, оно называется дугой, а граф с ориентированными ребрами называется орграфом.

Дадим теперь более формально основное определение теории графов. Граф G есть упорядоченная пара (V,E), где V - непустое множество вершин, E - множество пар элементов множества V, пара элементов из V называется ребром. Упорядоченная пара элементов из V называется дугой. Если все пары в E - упорядочены, то граф называется ориентированным.

Путь - это любая последовательность вершин орграфа такая, что в этой последовательности вершина b может следовать за вершиной a, только если существует дуга, следующая из a в b. Аналогично можно определить путь, состоящий из дуг. Путь начинающийся в одной вершине и заканчивающийся в одной вершине называется циклом. Граф в котором отсутствуют циклы, называется ациклическим.

Важным частным случаем графа является дерево. Деревом называется орграф для которого :

1. Существует узел, в которой не входит не одной дуги. Этот узел называется корнем.
2. В каждую вершину, кроме корня, входит одна дуга.

С точки зрения представления в памяти важно различать два типа деревьев: бинарные и сильноветвящиеся.

В бинарном дереве из каждой вершины выходит не более двух дуг. В сильноветвящемся дереве количество дуг может быть произвольным.

6.1 Бинарные деревья

Бинарные деревья классифицируются по нескольким признакам. Введем понятия степени узла и степени дерева. Степенью узла в дереве называется количество дуг, которое из него выходит. Степень дерева равна максимальной степени узла, входящего в дерево.

Исходя из определения степени понятно, что степень узла бинарного дерева не превышает числа два. При этом листьями в дереве являются вершины, имеющие степень ноль.

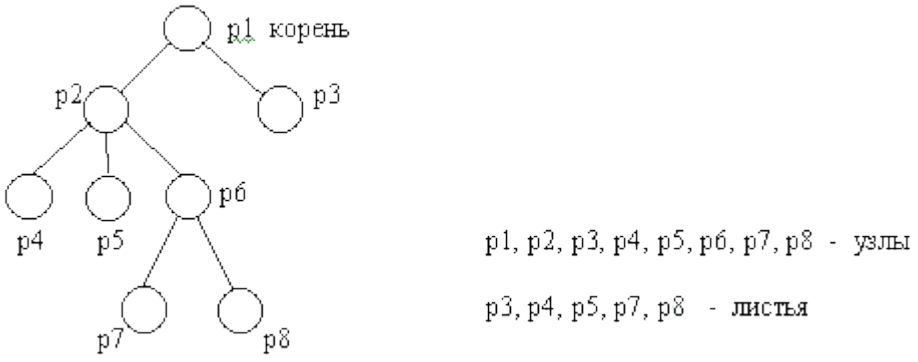


Рис.4.1. Бинарное дерево

Другим важным признаком структурной классификации бинарных деревьев является строгость бинарного дерева. Строго бинарное дерево состоит только из узлов, имеющих степень два или степень ноль. Нестрого бинарное дерево содержит узлы со степенью равной одному.

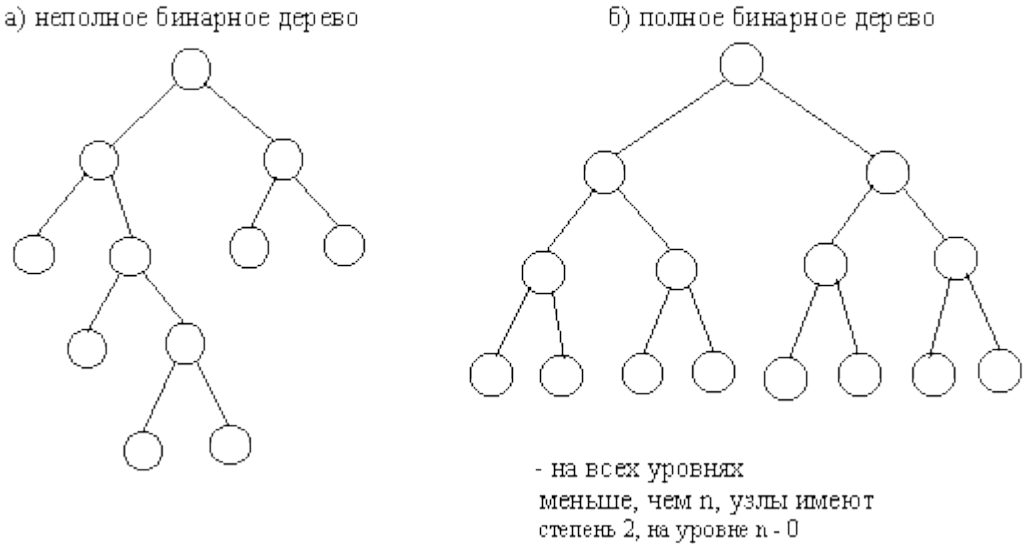


Рис.4.2. Полное и неполное бинарные деревья

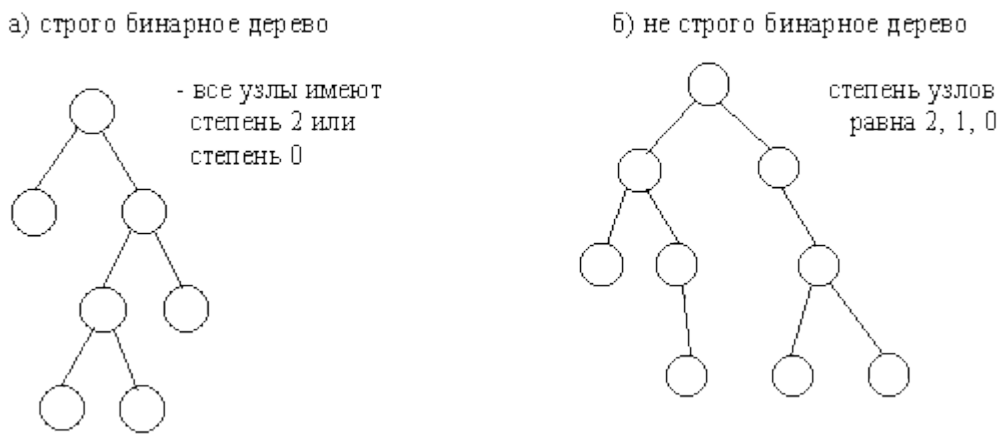


Рис.4.3. Строго и не строго бинарные деревья

6.2 Представление бинарных деревьев

Бинарные деревья достаточно просто могут быть представлены в виде списков или массивов. Списочное представление бинарных деревьев основано на элементах, соответствующих узлам дерева. Каждый элемент имеет поле данных и два поля указателей. Один указатель используется для связывания элемента с правым потомком, а другой √ с левым. Листья имеют пустые указатели потомков. При таком способе представления дерева обязательно следует сохранять указатель на узел, являющийся корнем дерева.

Можно заметить, что такой способ представления имеет сходство с простыми линейными списками. И это сходство не случайно. На самом деле рассмотренный способ представления бинарного дерева является разновидностью мультисписка, образованного комбинацией множества линейных списков. Каждый линейный список объединяет узлы, входящие в путь от корня дерева к одному из листьев.

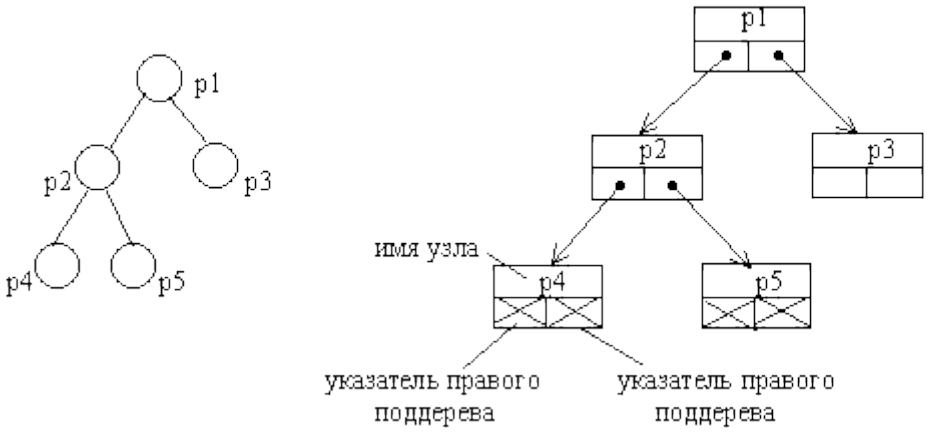


Рис.4.4. Представление бинарного дерева в виде списковой структуры

Приведем пример программы, которая осуществляет создание и редактирование бинарного дерева, представленного в виде списковой структуры

```
 program bin_tree_edit;
type node=record
                name: string;
                left, right: pointer;
       end;
var
        n:integer;
        pnt_s,current_s,root: pointer;
        pnt,current:^node;
        s: string;
procedure node_search (pnt_s:pointer; var current_s:pointer);
{Поиск узла по содержимому}
var
         pnt_n:^node;
begin
pnt_n:=pnt_s; writeln(pnt_n^.name);
if not (pnt_n^.name=s) then
         begin
                if pnt_n^.left <> nil then
                           node_search (pnt_n^.left,current_s);
               if pnt_n^.right <> nil then
                          node_search (pnt_n^.right,current_s);
         end
else current_s:=pnt_n;
end;
procedure node_list (pnt_s:pointer);
{Вывод списка всех узлов дерева}
var
          pnt_n:^node;
begin
pnt_n:=pnt_s; writeln(pnt_n^.name);
if pnt_n^.left <> nil then node_list (pnt_n^.left);
if pnt_n^.right <> nil then node_list (pnt_n^.right);
end;
procedure node_dispose (pnt_s:pointer);
{Удаление узла и всех его потомков в дереве}
var
           pnt_n:^node;
begin
if pnt_s <> nil then
          begin
                  pnt_n:=pnt_s; writeln(pnt_n^.name);
```

```
                  if pnt_n^.left <> nil then
                           node_dispose (pnt_n^.left);
                  if pnt_n^.right <> nil then
                           node_dispose (pnt_n^.right);
                 dispose(pnt_n);
         end
end;
begin
new(current);root:=current;
current^.name:='root';
current^.left:=nil;
current^.right:=nil;
repeat
            writeln('текущий узел -',current^.name);
            writeln('1-присвоить имя левому потомоку');
            writeln('2-присвоить имя правому потомку');
            writeln('3-сделать узел текущим');
            writeln('4-вывести список всех узлов');
            writeln('5-удалить потомков текущего узла');
            read(n);
            if n=1 then
            begin {Создание левого потомка}
                     if current^.left= nil then new(pnt)
                     else pnt:= current^.left;
                     writeln('left ?');
                     readln;
                     read(s);
                     pnt^.name:=s;
                     pnt^.left:=nil;
                     pnt^.right:=nil;
                    current^.left:= pnt;
             end;
            if n=2 then
             begin {Создание правого потомка}
                       if current^.right= nil then new(pnt)
                      else pnt:= current^.right;
                      writeln('right ?');
                      readln;
                      read(s);
                      pnt^.name:=s;
                      pnt^.left:=nil;
                      pnt^.right:=nil;
                      current^.right:= pnt;
             end;
             if n=3 then
             begin {Поиск узла}
```

```
                    writeln('name ?');
                    readln;
                    read(s);
                    current_s:=nil; pnt_s:=root;
                    node_search (pnt_s, current_s);
                    if current_s <> nil then
current:=current_s;
            end;
            if n=4 then
            begin {Вывод списка узлов}
                   pnt_s:=root;
                   node_list(pnt_s);
            end;
            if n=5 then
            begin {Удаление поддерева}
                      writeln('l,r ?');
                      readln;
                      read(s);
                      if (s='l') then
                         begin {Удаление левого поддерева}
                                 pnt_s:=current^.left;
                                 current^.left:=nil;
                                 node_dispose(pnt_s);
                                end
                     else
                         begin {Удаление правого поддерева}
                               pnt_s:=current^.right;
                               current^.right:=nil;
                               node_dispose(pnt_s);
                                end;
            end;
until n=0
end.
```

В виде массива проще всего представляется полное бинарное дерево, так как оно всегда имеет строго определенное число вершин на каждом уровне. Вершины можно пронумеровать слева направо последовательно по уровням и использовать эти номера в качестве индексов в одномерном массиве.

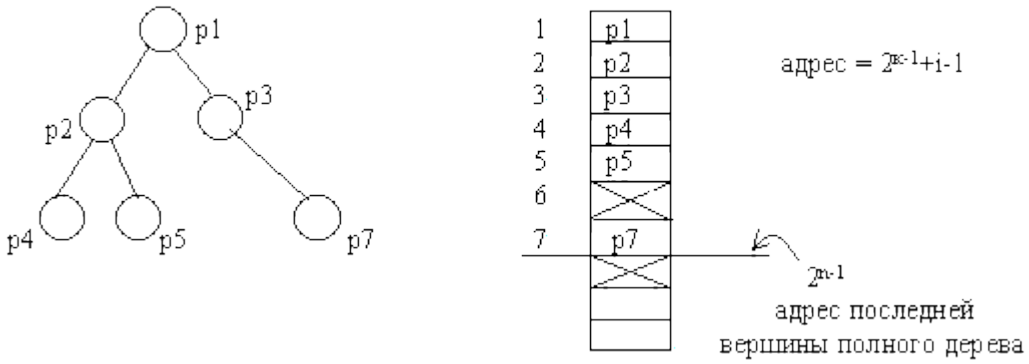


Рис.4.5. Представление бинарного дерева в виде массива

Если число уровней дерева в процессе обработки не будет существенно изменяться, то такой способ представления полного бинарного дерева будет значительно более экономичным, чем любая списковая структура.

Однако далеко не все бинарные деревья являются полными. Для неполных бинарных деревьев применяют следующий способ представления. Бинарное дерево дополняется до полного дерева, вершины последовательно нумеруются. В массив заносятся только те вершины, которые были в исходном неполном дереве. При таком представлении элемент массива выделяется независимо от того, будет ли он содержать узел исходного дерева. Следовательно, необходимо отметить неиспользуемые элементы массива. Это можно сделать занесением специального значения в соответствующие элементы массива. В результате структура дерева переносится в одномерный массив. Адрес любой вершины в массиве вычисляется как

адрес = 2к-1+i-1,

где k-номер уровня вершины, i- номер на уровне k в полном бинарном дереве. Адрес корня будет равен единице. Для любой вершины можно вычислить адреса левого и правого потомков

адрес_L = 2к+2(i-1)

адрес_R = 2к+2(i-1)+1

Главным недостатком рассмотренного способа представления бинарного дерева является то, что структура данных является статической. Размер массива выбирается исходя из максимально возможного количества уровней бинарного дерева. Причем чем менее полным является дерево, тем менее рационально используется память.

6.3 Прохождение бинарных деревьев

В ряде алгоритмов обработки деревьев используется так называемое прохождение дерева. Под прохождением бинарного дерева понимают определенный порядок обхода всех вершин дерева. Различают несколько методов прохождения.

Прямой порядок прохождения бинарного дерева можно определить следующим образом

1. попасть в корень
2. пройти в прямом порядке левое поддерево
3. пройти в прямом порядке правое поддерево

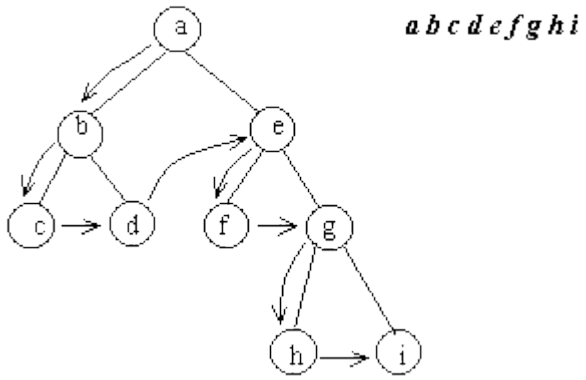


Рис.4.6. Прямой порядок прохождения бинарного дерева

Прохождение бинарного дерева в обратном порядке можно определить в аналогичной форме

1. пройти в обратном порядке левое поддерево
2. пройти в обратном порядке правое поддерево
3. попасть в корень

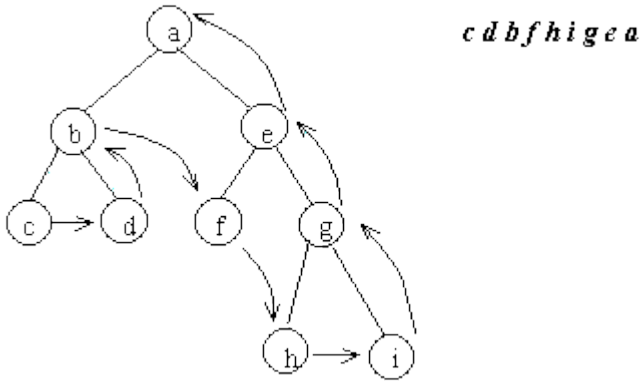


Рис.4.7. Обратный порядок прохождения бинарного дерева

Определим еще один порядок прохождения бинарного дерева, называемый симметричным.

1. пройти в симметричном порядке левое поддерево
2. попасть в корень
3. пройти в симметричном порядке правое поддерево

Порядок обхода бинарного дерева можно хранить непосредственно в структуре данных. Для этого достаточно ввести дополнительное поле указателя в элементе списковой структуры и хранить в нем указатель на вершину, следующую за данной вершиной при обходе дерева.

Представление деревьев в виде массивов также допускает хранение порядка прохождения дерева. Для этого вводится дополнительный массив, в который записываются адрес вершины в основном массиве, следующей за данной вершиной.

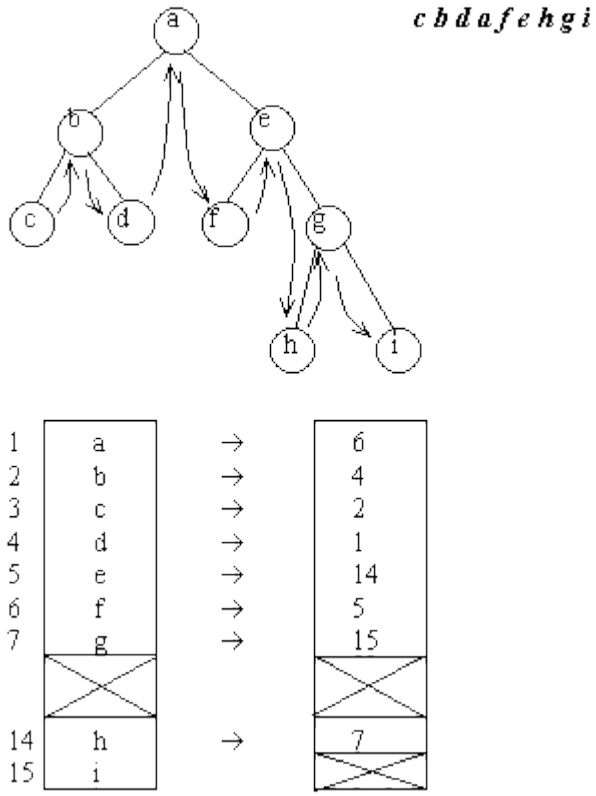


Рис.4.8. Представление симметрично прошитого бинарного дерева в виде массивов

Такие структуры данных получили название прошитых бинарных деревьев. Указатели или адреса, определяющие порядок обхода называют нитями. При этом в соответствии с порядком прохождения вершин различают право прошитые, лево прошитые и симметрично прошитые бинарные деревья.

6.4 Алгоритмы на деревьях

6.4.1 Сортировка с прохождением бинарного дерева

В качестве примера использования прохождения бинарного дерева можно привести один из способов сортировки. Допустим, мы имеем некоторый массив и пытаемся

упорядочить его элементы по возрастанию. Сама сортировка при этом распадается на две фазы

1. построение дерева
2. прохождение дерева

Дерево строится по следующим принципам. В качестве корня создается узел, в который записывается первый элемент массива. Для каждого очередного элемента создается новый лист. Если элемент меньше значения в текущем узле, то для него выбирается левое поддерево, если больше или равен √ правое.

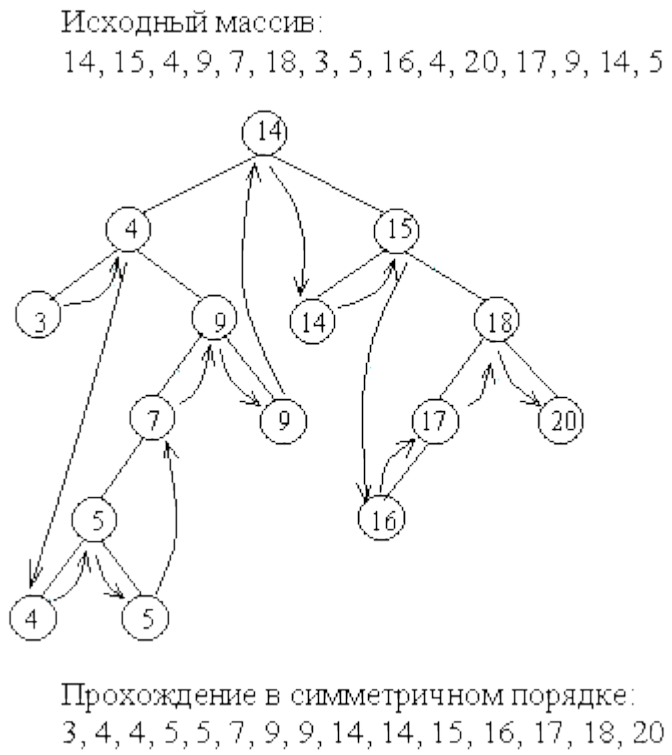


Рис.4.9. Сортировка по возрастанию с прохождением бинарного дерева

Для создания очередного узла происходят сравнения элемента со значениями существующих узлов, начиная с корня.

Во время второй фазы происходит прохождение дерева в симметричном порядке. Результатом сортировки является последовательность значений элементов, извлекаемых их пройденных узлов.

Для того чтобы сделать сортировку по убыванию, необходимо изменить только условия выбора поддерева при создании нового узла во время построения дерева.

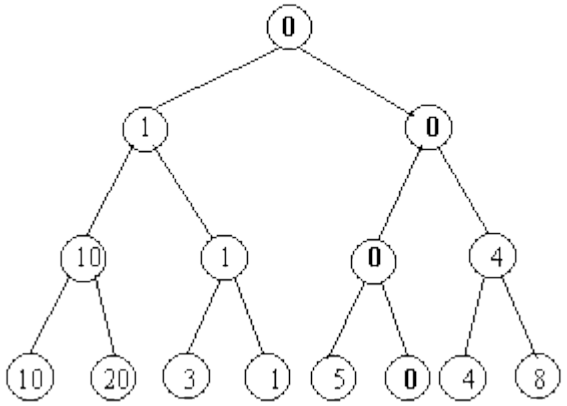
6.4.2 Сортировка методом турнира с выбыванием

Приведем другой алгоритм сортировки, основанный на использовании бинарных деревьев. Данный метод получил название турнира с выбыванием. Пусть мы имеем исходный массив

10, 20, 3, 1, 5, 0, 4, 8

Сортировка начинается с создания листьев дерева. В качестве листьев бинарного дерева создаются узлы, в которых записаны значения элементов исходного массива.

Дерево строится от листьев к корню. Для двух соседних узлов строится общий предок, до тех пор, пока не будет создан корень. В узел-предок заносится значение, являющееся наименьшим из значений в узлах-потомках.



0

Рис.4.10. Построение дерева сортировки

В результате построения такого дерева наименьший элемент попадает сразу в корень. Далее начинается извлечение элементов из дерева. Извлекается значение из корня. Данное значение является первым элементом в результирующем массиве. Извлеченное значение помещается в отсортированный массив и заменяется в дереве на специальный символ.

После этого происходит повторное занесение значений в родительские элементы от листьев к корню. При сравнениях специальный символ считается большим по отношению к любому другому значению.

После повторного заполнения из корня извлекается очередной элемент и итерация повторяется. Извлечения элементов продолжаются до тех пор, пока в дереве не останутся одни специальные символы.

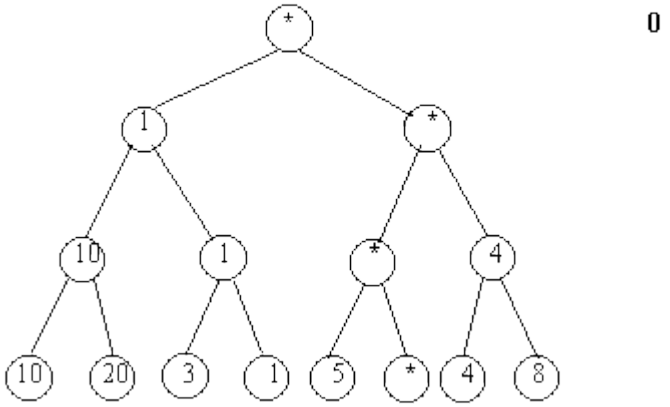


Рис.4.11. Замена извлекаемого элемента на специальный символ

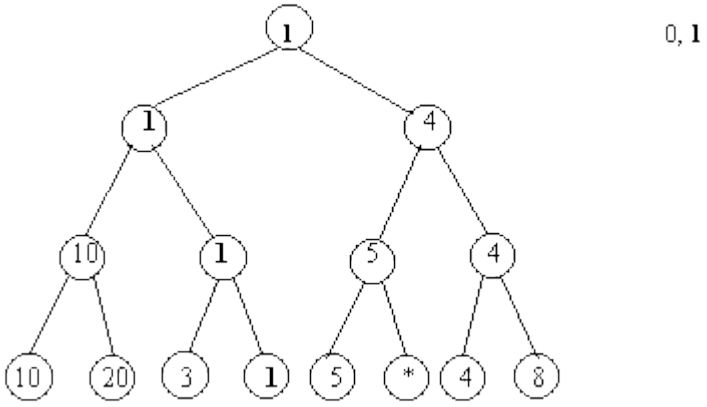


Рис.4.12. Повторное заполнение дерева сортировки

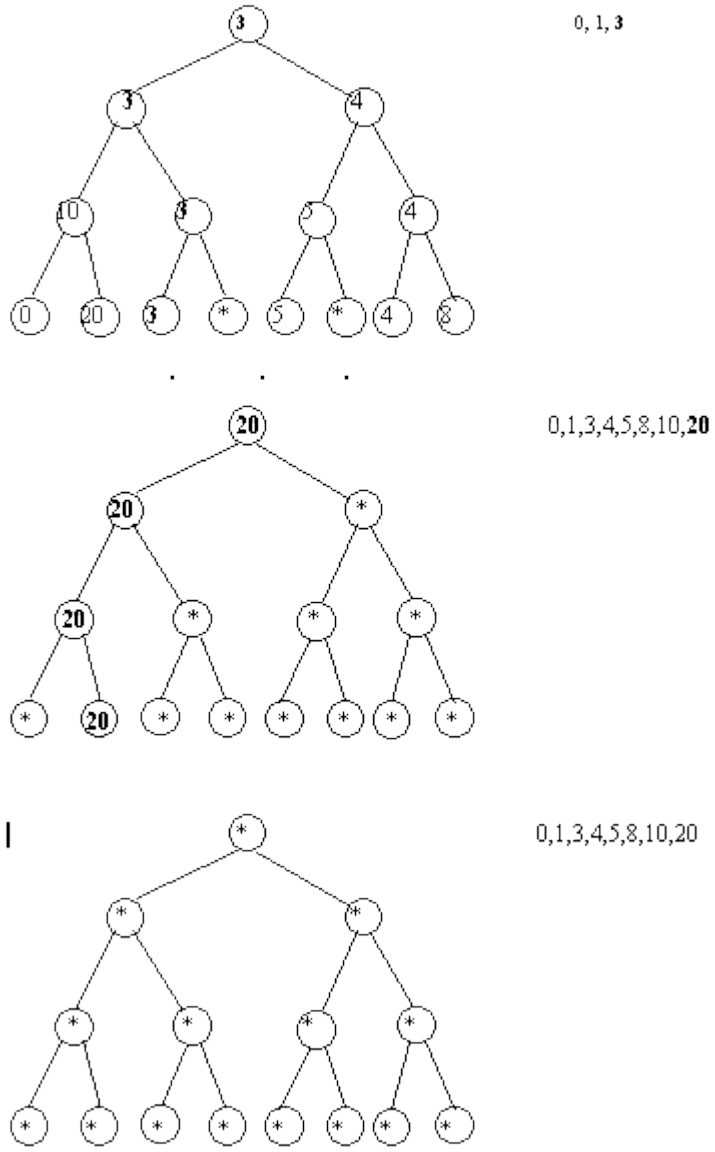


Рис.4.13. Извлечения элементов из дерева сортировки

В результате получим отсортированный массив

```
0, 1, 3, 4, 5, 8, 10, 20
```

6.4.3 Применение бинарных деревьев для сжатия информации

Рассмотрим применение деревьев для сжатия информации. Под сжатием мы будем понимать получение более компактного кода.

Рассмотрим следующий пример. Имеется текстовая строка S, состоящая из 10 символов

```
S = ABCCCDDDDD
```

При кодировании одного символа одним байтом для строки потребуется 10 байт.

Попробуем сократить требуемую память. Рассмотрим, какие символы действительно требуется кодировать. В данной строке используются всего 4 символа. Поэтому можно использовать укороченный код.

```
A 00
B 01
C 10
D 11
S = 00, 01, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 11, 11        (20 бит)
```

В данном случае мы проанализировали текст на предмет использования символов. Можно заметить, что различные символы имеют различную частоту повторения. Существуют методы кодирования, позволяющие использовать этот факт для уменьшения длины кода.

Одним из таких методов является кодирование Хафмена. Он основан на использовании кодов различной длины для различных символов. Для максимально повторяющихся символов используют коды минимальной длины.

Построение кодовой таблицы происходит с использованием бинарного дерева. В корне дерева помещаются все символы и их суммарная частота повторения. Далее выбирается наиболее часто используемый символ и помещается со своей частотой повторения в левое поддерево. В правое поддерево помещаются оставшиеся символы с их суммарной частотой. Затем описанная операция проводится для всех вершин дерева, которые содержат более одного символа.

Само дерево может быть использовано в качестве кодовой таблицы для кодирования и декодирования текста. Кодирование осуществляется следующим образом. Для очередного символа в качестве кода используется путь от листа соответствующего символа к корню дерева. Причем каждому левому поддереву приписывается ноль, а каждому правому √ единица.

Символ	частота	код
D	5	0
C	3	10
A	1	110
B	1	111

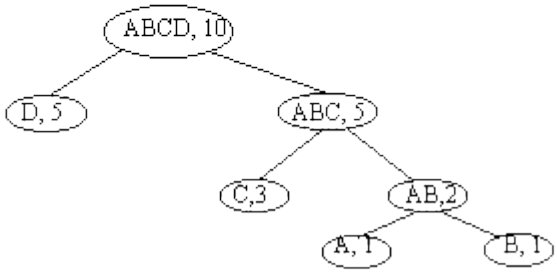


Рис. 4.14. Построение кодовой таблицы

Тогда для строки S будет получен следующий код

S=11011110101000000

Длина кода составляет 17 бит, что меньше по сравнению с укороченным кодом.

Теперь рассмотрим процесс декодирования. Алгоритм распаковки кода можно сформулировать следующим образом.

Распаковка

1. i:=0, j:=0;
2. если i>n, то ***стоп строка распакована***, иначе i:=i+1;
3. node:= root;
4. если b(i)=0, то node:=left(node), иначе node:=right(node)
5. если left(node)=0 и right(node)=0, то j:=j+1, s(j):= str(node), перейти к шагу 2, иначе i:=i+1, перейти к шагу 4

В алгоритме корень дерева обозначен как root, а Left(node) и right(node) обозначают левый и правый потомки узла node.

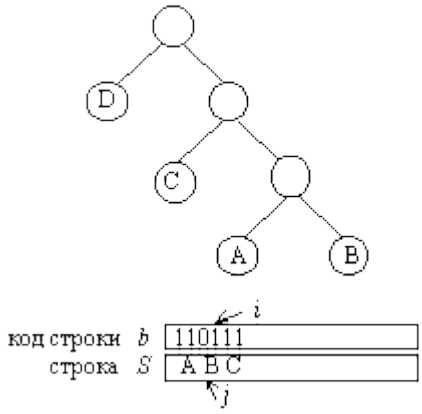


Рис. 4.15. Процесс распаковки кода

На практике такие способы упаковки используются не только для текстов, но и для произвольных двоичных данных. Дело в том, что любой файл можно рассматривать как последовательность байт. Тогда дерево кодирования можно построить не для символов, а для значений байт, встречающихся в кодируемом файле. Поскольку байт может принимать 256 значений, то соответствующее дерево будет иметь не более 256 листьев. В узлах дерева после его полного построения нет необходимости хранить несколько значений кодов и частоты повторения. Для кодирования и декодирования достаточно хранить только одно значение кода и только для листового узла. Поэтому такой способ представления кодовой таблицы является достаточно компактным.

Схемы кодирования подобного типа используются в программах архивации данных и сжатия растровых изображений в форматах графических файлов.

6.4.4 Представление выражений с помощью деревьев

С помощью деревьев можно представлять произвольные арифметические выражения. Каждому листу в таком дереве соответствует операнд, а каждому родительскому узлу √ операция. В общем случае дерево при этом может оказаться не бинарным.

Однако если число операндов любой операции будет меньше или равно двум, то дерево будет бинарным. Причем если все операции будут иметь два операнда, то дерево окажется строго бинарным.

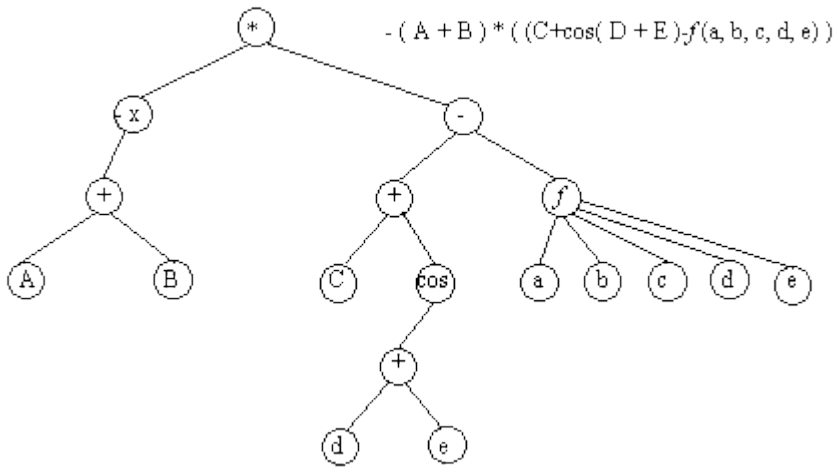


Рис.4.16. Представление арифметического выражения произвольного вида в виде дерева.

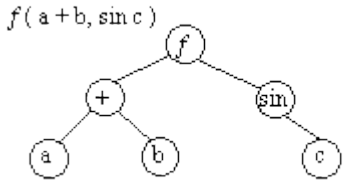


Рис. 4.17. Представление арифметического выражения в виде бинарного дерева

Бинарные деревья могут быть использованы не только для представления выражений, но и для их вычисления. Для того чтобы выражение можно было вычислить, в листьях записываются значения операндов.

Затем от листьев к корню производится выполнение операций. В процессе выполнения в узел операции записывается результат ее выполнения. В конце вычислений в корень будет записано значение, которое и будет являться результатом вычисления выражения.

Помимо арифметических выражений с помощью деревьев можно представлять выражения других типов. Примером являются логические выражения. Поскольку функции алгебры логики определены над двумя или одним операндом, то дерево для представления логического выражения будет бинарным

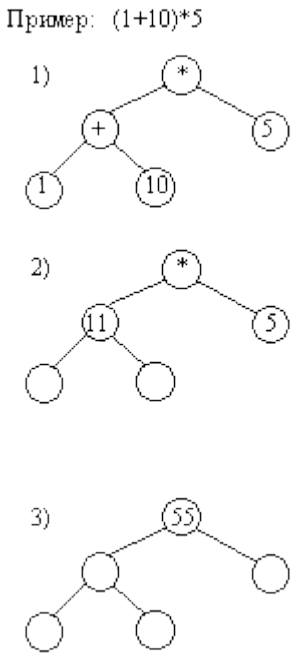


Рис.4.18. Вычисление арифметического выражения с помощью бинарного дерева

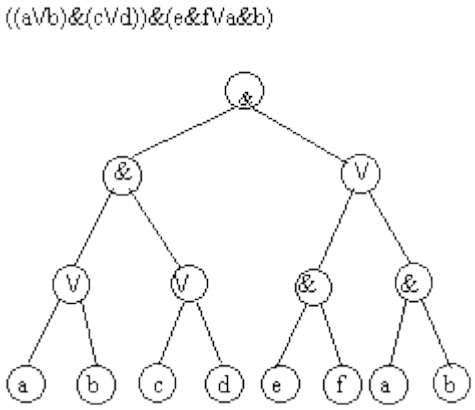


Рис. 4.19. Представление логического выражения в виде бинарного дерева

6.5 Представление сильноветвящихся деревьев

До сих пор мы рассматривали только способы представления бинарных деревьев. В ряде задач используются сильноветвящиеся деревья. Каждый элемент для представления бинарного дерева должен содержать как минимум три поля √ значение или имя узла, указатель левого поддерева, указатель правого поддерева. Произвольные деревья могут быть бинарными или сильноветвящимися. Причем число потомков различных узлов не ограничено и заранее не известно.

Тем не менее, для представления таких деревьев достаточно иметь элементы, аналогичные элементам списковой структуры бинарного дерева. Элемент такой структуры содержит минимум три поля: значение узла, указатель на начало списка потомков узла,

указатель на следующий элемент в списке потомков текущего уровня. Также как и для бинарного дерева необходимо хранить указатель на корень дерева. При этом дерево представлено в виде структуры, связывающей списки потомков различных вершин. Такой способ представления вполне пригоден и для бинарных деревьев.

Представление деревьев с произвольной структурой в виде массивов может быть основано на матричных способах представления графов.

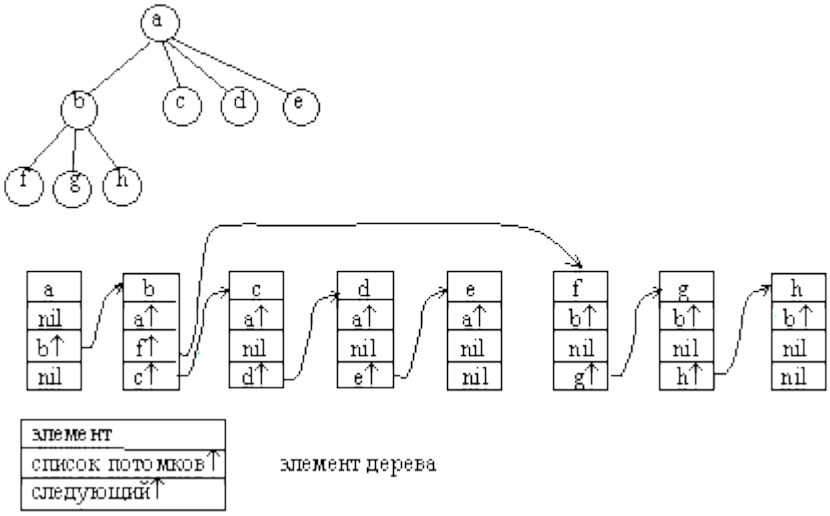


Рис.4.20. Представление сильноветвящихся деревьев в виде списков

6.6 Применение сильноветвящихся деревьев

Один из примеров применения сильноветвящихся деревьев был связан с представлением арифметических выражений произвольного вида. Рассмотрим использование таких деревьев для представления иерархической структуры каталогов файловой системы. Во многих файловых системах структура каталогов и файлов, как правило, представляет собой одно или несколько сильноветвящихся деревьев. В файловой системе MS Dos корень дерева соответствует логическому диску. Листья дерева соответствуют файлам и пустым каталогам, а узлы с ненулевой степенью - непустым каталогам.

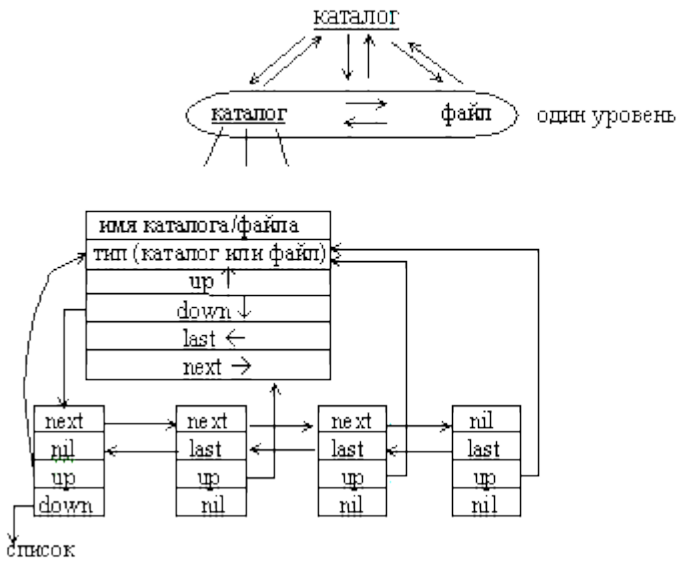


Рис.4.21. Представление логической структуры каталогов и файлов в виде сильноветвящегося дерева.

Для представления такой структуры используем расширение спискового представления сильноветвящихся деревьев. Способы представления деревьев, рассмотренные ранее, являются предельно экономичными, но не очень удобными для перемещения по дереву в разных направлениях. Именно такая задача встает при просмотре структуры каталогов. Необходимо осуществлять ⌠навигацию■ √ перемещаться из текущего каталога в каталог верхнего или нижнего уровня, или от файла к файлу в пределах одного каталога.

Для облегчения этой задачи сделаем списки потомков двунаправленными. Для этого достаточно ввести дополнительный указатель на предыдущий узел ■last■. С целью упрощения перемещения по дереву от листьев к корню введем дополнительный указатель на предок текущего узла ⌠up■. Общими с традиционными способами представления являются указатели на список потомков узла ⌠down■ и следующий узел ⌠next■.

Для представления оглавления диска служат поля имя и тип файла/каталога. Рассмотрим программу, которая осуществляет чтение структуры заданного каталога или диска, позволяет осуществлять навигацию и подсчет места занимаемого любым каталогом.

```
program dir_tree;
uses dos;
type node=record
               name: string[50]; {Имя каталога/файла}
               size: longint; {Размер файла (байт) }
```

```
                node_type: char; {Тип узла (файл √'f' /
каталог-'c')}
                up,down: pointer; {Указатели на предка и список
потомков}
l               last,next: pointer; {Указатели на соседние узлы}
       end;
var
      n,i,l:integer;
      root, current_root: pointer;
      pnt, current:^node;
       s : searchrec;
      str: string;
procedure create_tree(local_root:pointer);
{Отображение физического оглавления диска в логическую
структуру}
var
        local_node, local_r_node, local_last : ^node;
procedure new_node;
{Создание нового узла в дереве каталогов и файлов}
begin
new(local_node);
local_node^.last:=local_last;
if not(local_last=nil) then local_last^.next:=local_node;
local_node^.next:=nil;
local_node^.down:=nil;
local_node^.up:=local_r_node;
if local_r_node^.down =nil then local_r_node^.down:=local_node;
local_node^.name:=local_r_node^.name+'\'+s.name;
if s.attr and Directory = 0 then local_node^.node_type:='f'
else local_node^.node_type:='c';
local_node^.size:=s.size;
local_last:=local_node;
end;
begin {Собственно процедура}
local_r_node:=local_root;
local_last:=nil;
findfirst(local_r_node^.name+'\*.*',anyfile,s);
if doserror = 0 then
       begin
       if (s.name<>'.') and (s.name<>'..') and (s.attr and
VolumeID = 0)
       then new_node;
       while doserror=0 do begin
               findnext(s);
               if (doserror = 0) and (s.name<>'.') and
(s.name<>'..') and (s.attr and VolumeID = 0)
```

```
                then new_node;
        end
        end;
        if not (local_r_node^.down=nil) then
        begin
        local_node:=local_r_node^.down;
        repeat
                if local_node^.node_type='c' then
create_tree(local_node);{Рекурсия}
                local_node:=local_node^.next
        until local_node=nil
end
end;
procedure current_list;
{Вывод оглавления текущего каталога}
begin
current:=current_root;
writeln('текущий каталог - ', current^.name);
if current^.node_type='c'then
begin
pnt:=current^.down;
i:=1;
repeat {Проходим каталог в дереве}
        writeln (i:4,'-',pnt^.name);
        pnt:=pnt^.next;
        i:=i+1
until pnt=nil
end;
end;
procedure down;
{Навигация в дереве каталогов. Перемещение на один уровень вниз}
begin
current:=current_root;
if not (current^.down=nil) then
        begin
        current:= current^.down;
        writeln('номер в оглавлении'); readln; read(l);
        i:=1;
       while (i<l) and not (current^.next=nil) do
       begin
                current:=current^.next;
                i:=i+1
      end;
      if (current^.node_type='c') and not (current^.down=nil)
      then current_root:= current;
      end;
```

```
end;
procedure up;
{Навигация в дереве каталогов. Перемещение на один уровень
вверх}
begin
current:=current_root;
if not (current^.up=nil) then current_root:=current^.up;
end;
procedure count;
{Расчет числа файлов и подкаталогов иерархической структуры
каталога}
var
        n_files, n_cats :integer;
procedure count_in (local_root : pointer);
var
        local_node, local_r_node: ^node;
begin
local_r_node:=local_root;
if not (local_r_node^.down=nil) then
         begin
         local_node:=local_r_node^.down;
         repeat
                  if local_node^.node_type='f' then
                              n_files:=n_files+1
                  else
                  begin
                              n_cats:=n_cats+1;
                              count_in (local_node)
                 end;
                 local_node:=local_node^.next
         until local_node=nil
         end
end;
begin {Собственно процедура}
n_files:=0; n_cats:=0;
count_in (current_root);
writeln ('файлы : ',n_files, ' каталоги: ', n_cats);
end;
procedure count_mem;
{Расчет физического объема иерархической структуры каталога}
var
        mem :longint;
procedure count_m_in (local_root : pointer);
var
        local_node, local_r_node: ^node;
begin
```

```
local_r_node:=local_root;
if not (local_r_node^.down=nil) then
         begin
          local_node:=local_r_node^.down;
          repeat
                    if   local_node^.node_type='f' then
                              mem:=mem+local_node^.size
                    else
                               count_m_in (local_node);
         local_node:=local_node^.next
         until local_node=nil
         end
end;
begin  {Собственно процедура}
mem:=0;
count_m_in (current_root);
writeln ('mem ', mem, ' bytes');
end;
{----------основная программа----------}
begin
new(current);
{Инициализация корня дерева каталогов и указателей для
навигации}
root:=current; current_root:=current;
writeln('каталог ?'); read(str); writeln(str);
current^.name:=str;
current^.last:=nil; current^.next:=nil;
current^.up:=nil; current^.down:=nil;
current^.node_type:='c';
{Создание дерева каталогов}
create_tree(current);
if current^.down=nil then current^.node_type:=' ';
repeat
{ Интерактивная навигация }
           writeln ('1-список');
           writeln('2-вниз');
           writeln('3-вверх');
           writeln('4-число файлов');
           writeln('5-объем');
           readln(n);
           if n=1 then current_list;
           if n=2 then down;
           if n=3 then up;
           if n=4 then count;
           if n=5 then count_mem;
until n=0
```

```
end.
```

Для чтения оглавления диска в данной программе используются стандартные процедуры findfirst и findnext, которые возвращают сведения о первом и последующих элементах в оглавлении текущего каталога.

В процессе чтения корневого каталога строится первый уровень потомков в списковой структуре дерева. Далее процедура построения поддерева вызывается для каждого узла в корневом каталоге. Затем процесс повторяется для всех непустых какталогов до тех пор, пока не будет построена полная структура оглавления.

Все операции по просмотру содержимого каталогов и подсчету занимаемого объема производятся не с физическими каталогами и файлами, а с созданным динамическим списковым представлением их логической структуры в виде сильноветвящегося дерева.

В данном примере программы для каждого файла или каталога хранится его полное имя в MS-DOS, которое включает имя диска и путь. Если программу несколько усложнить, то можно добиться более эффективного использования динамической памяти. Для этого потребуется хранить в узле дерева только имя каталога или файла, а полое имя √ вычислять при помощи цепочки имен каталогов до корневого узла.

6.7 Представление графов

Граф можно представить в виде списочной структуры, состоящей из списков двух типов √ списка вершин и списков ребер. Элемент списка вершин содержит поле данных и два указателя. Один указатель связывает данный элемент с элементом другой вершины. Другой указатель связывает элемент списка вершин со списком ребер, связанных с данной вершиной. Для ориентированного графа используют список дуг, исходящих из вершины. Элемент списка дуг состоит только из двух указателей. Первый указатель используется для того, чтобы показать в какую вершину дуга входит, а второй √ для связи элементов в списке дуг вершины.

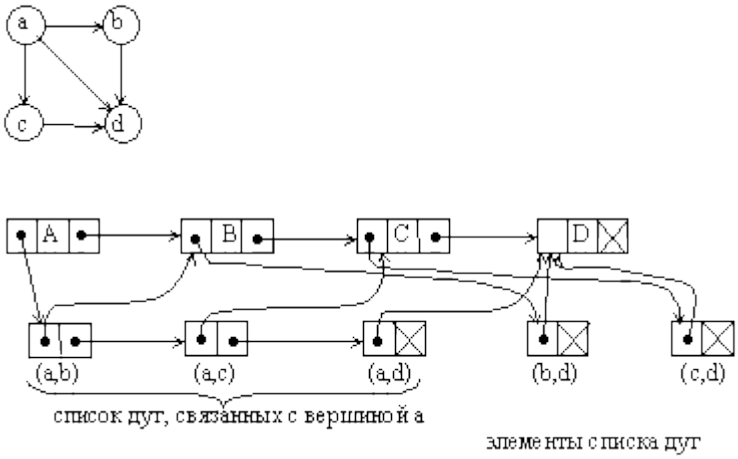
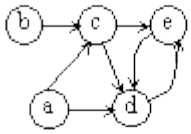


Рис. 4.22. Представление графа в виде списочной структуры

Очень распространенным является матричный способ представления графов. Для представления ненаправленных графов обычно используют матрицы смежности, а для ориентированных графов √ матрицы инцидентности. Обе матрицы имеют размерность n*n, где n-число вершин в графе. Вершины графа последовательно нумеруются.

Матрица смежности имеет значение ноль в позиции m (i,j), если не существует ребра, связывающего вершину i с вершиной j, или имеет единичное значение в позиции m (i,j), если такое ребро существует.

Правила построения матрицы инцидентности аналогичны правилам построения матрицы инцидентности. Разница состоит в том, что единица в позиции m (i,j) означает выход дуги из вершины i и вход дуги в вершину j.



Матрица смежности

	a	b	c	d	e
a	0	0	1	1	0
b	0	0	1	0	0
c	0	1	0	1	1
d	1	0	1	0	1
e	1	0	1	1	0

Матрица инцидентности

	a	b	c	d	e
a	0	0	1	1	0
b	0	0	1	0	0
c	0	0	0	1	1
d	0	0	0	0	1
e	0	0	0	1	0

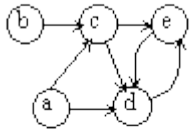
Рис.4.23. Матричное представление графа

Поскольку матрица смежности симметрична относительно главной диагонали, то можно хранить и обрабатывать только часть матрицы. Можно заметить, что для хранения одного элемента матрицы достаточно выделить всего один бит.

6.8 Алгоритмы на графах

В некоторых матричных алгоритмах обработки графов используются так называемые матрицы путей. Определим понятие пути в ориентированном графе. Под путем длиной k из вершины i в вершину j мы будем понимать возможность попасть из вершины i в вершину j за k переходов, каждому из которых соответствует одна дуга. Одна матрица путей m k содержит сведения о наличии всех путей одной длины k в графе.

Единичное значение в позиции (i,j) означает наличие пути длины k из вершины i в вершину j.



m_1

	a	b	c	d	e
a	0	0	1	1	0
b	0	0	1	0	0
c	0	0	0	1	1
d	0	0	0	0	1
e	0	0	0	1	0

m_2

	a	b	c	d	e
a	0	0	0	1	1
b	0	0	0	1	1
c	0	0	0	1	1
d	0	0	0	1	0
e	0	0	0	0	1

m_3

	a	b	c	d	e
a	0	0	0	1	1
b	0	0	0	1	1
c	0	0	0	1	1
d	0	0	0	0	1
e	0	0	0	1	0

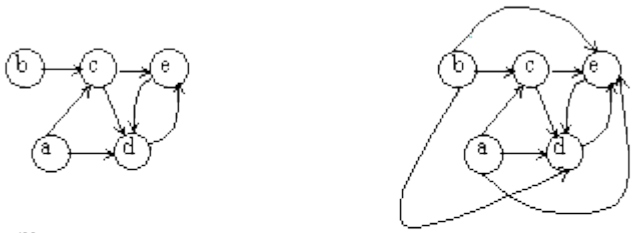
Рис.4.24. Матрицы путей

Матрица m1 полностью совпадает с матрицей инцидентности. По матрице m 1 можно построить m 2 . По матрице m 2 можно построить m 3 и т. д. Если граф является ациклическим, то число мариц путей ограничено. В противном случае матрицы будут повторяться до бесконечности с некоторым периодом, связанным с длиной циклов. Матрицы путей не имеет смысла вычислять до бесконечности. Достаточно остановиться в случае повторения матриц.

Если выполнить логическое сложение всех матриц путей, то получится транзитивное замыкание графа.

M tr = m 1 OR m 2 OR m 3 ┘

В результате матрица будет содержать все возможные пути в графе.



m_{tr}

	a	b	c	d	e
a	0	0	1	1	1
b	0	0	1	1	1
c	0	0	0	1	1
d	0	0	0	1	1
e	0	0	0	1	1

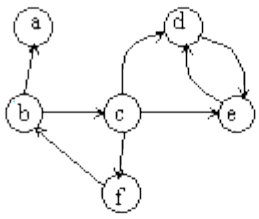
Рис. 4.25. Транзитивное замыкание в графе

Наличие циклов в графе можно определить с помощью эффективного алгоритма. Алгоритм может быть реализован как для матричного, так и для спискового способа представления графа.

Принцип выделения циклов следующий. Если вершина имеет только входные или только выходные дуги, то она явно не входит ни в один цикл. Можно удалить все такие вершины из графа вместе со связанными с ними дугами. В результате появятся новые вершины, имеющие только входные или выходные дуги. Они также удаляются. Итерации повторяются до тех пор, пока граф не перестанет изменяться. Отсутствие изменений свидетельствует об отсутствии циклов, если все вершины были удалены. Все оставшиеся вершины обязательно принадлежат циклам.

Сформулируем алгоритм в матричном виде

1. Для **i** от **1** до **n** выполнить шаги 1-2
2. Если строка **M(*i* ,*) = 0**, то обнулить столбец ***i***
3. Если столбец **M(*, i) = 0**, то обнулить строку ***i***
4. Если матрица изменилась, то выполнить шаг 1
5. Если матрица нулевая, то ***стоп, граф ациклический***, иначе ***матрица содержит вершины, входящие в циклы***



начало		a	b	c	d	e	f
итерация 1	b	c	d	e	f	
итерация 2		c	d	e	f	
итерация 3		c	d	e		
итерация 4			d	e		
итерация 5			d	e		

итерация 1

	a	b	***c***	d	e	f	
a	0	0	0	0	0	0	< обнуляемая строка
b	1	0	0	0	0	0	
c	0	0	0	1	1	1	< обнуляемая строка
d	0	0	0	0	1	0	
e	0	0	0	1	0	0	
f	0	1	0	0	0	0	

Рис. 4.26. Поиск циклов в графе

Достоинством данного алгоритма является то, что происходит одновременное определение цикличности или ацикличности графа и формирование списка вершин, входящих в циклы. В матричной реализации после завершения алгоритма остается матрица инцидентности, соответствующая подграфу, содержащему все циклы исходного графа.