Практическое занятие

Алгоритмическое формирование матриц сечений и контуров

Цель занятия

Приобрести навыки применения методов теории графов и линейной алгебры в формировании матриц главных сечений и контуров

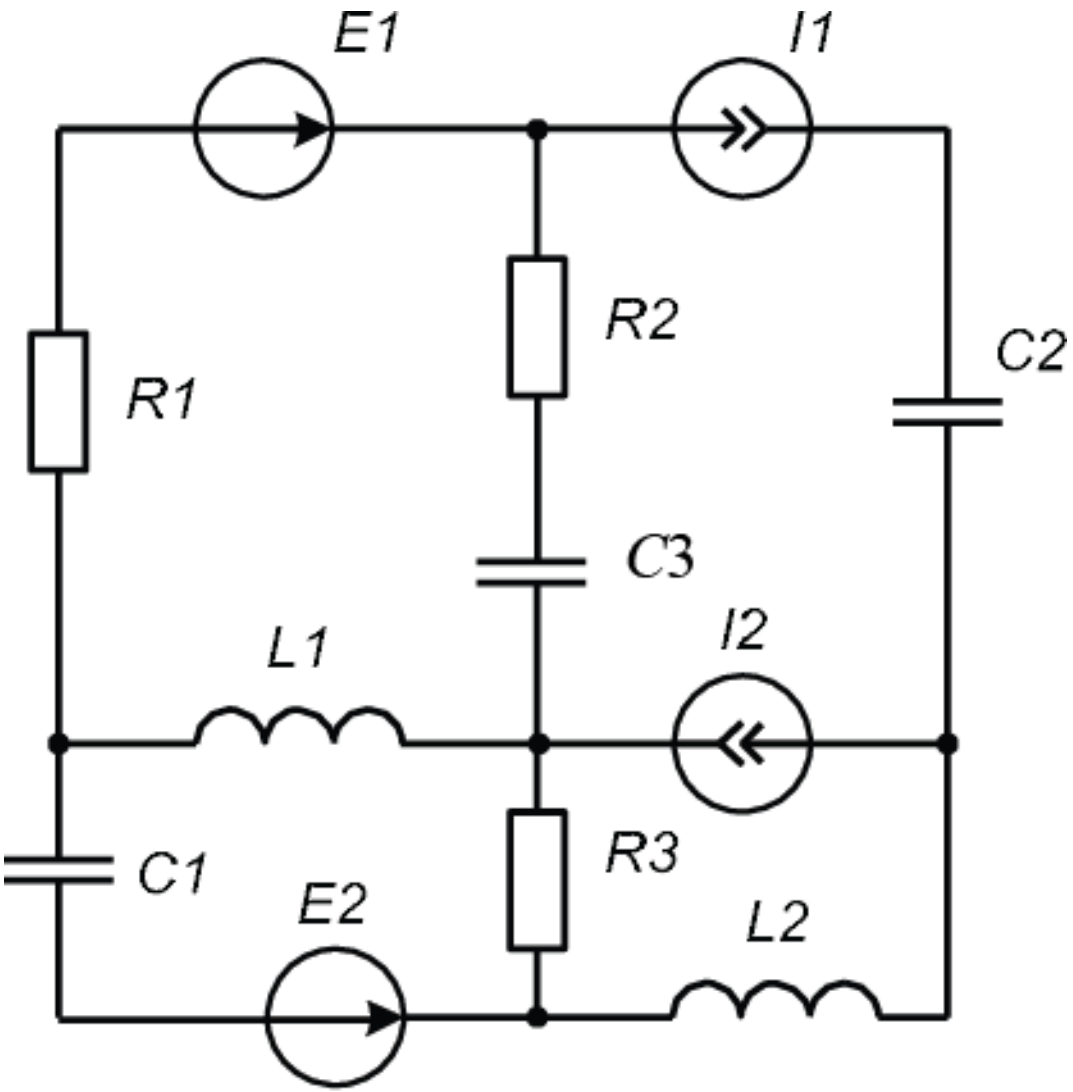
Вопросы занятия

1. Нумерация узлов схемы.
2. Нумерация ветвей схемы.
3. Выбор направлений токов.
4. Построение графа схемы.

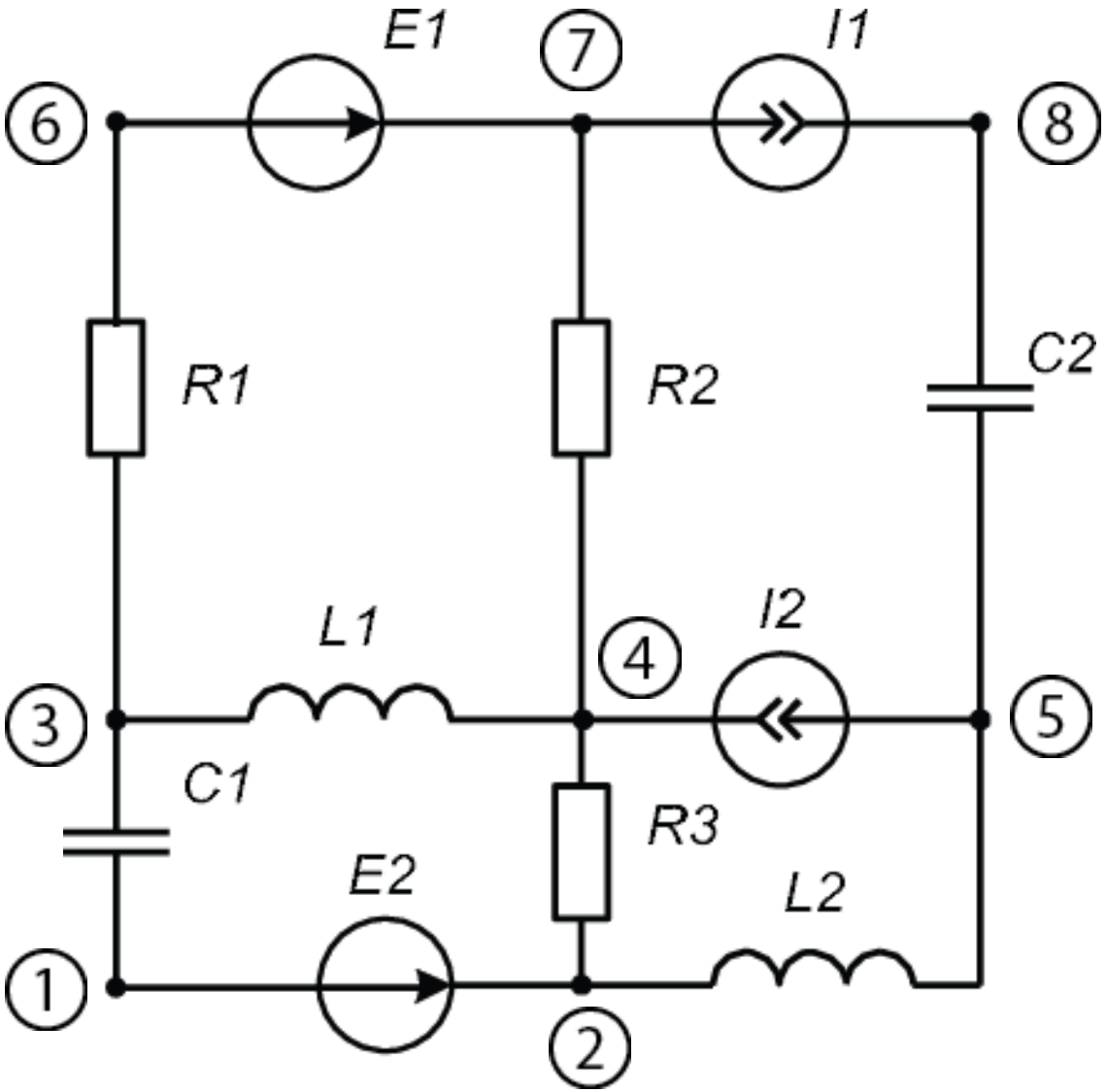
Вопросы занятия

5. Запись матрицы инциденций.
6. Алгоритмическое формирование матрицы главных сечений графа.
7. Алгоритмическое формирование матрицы главных контуров графа.

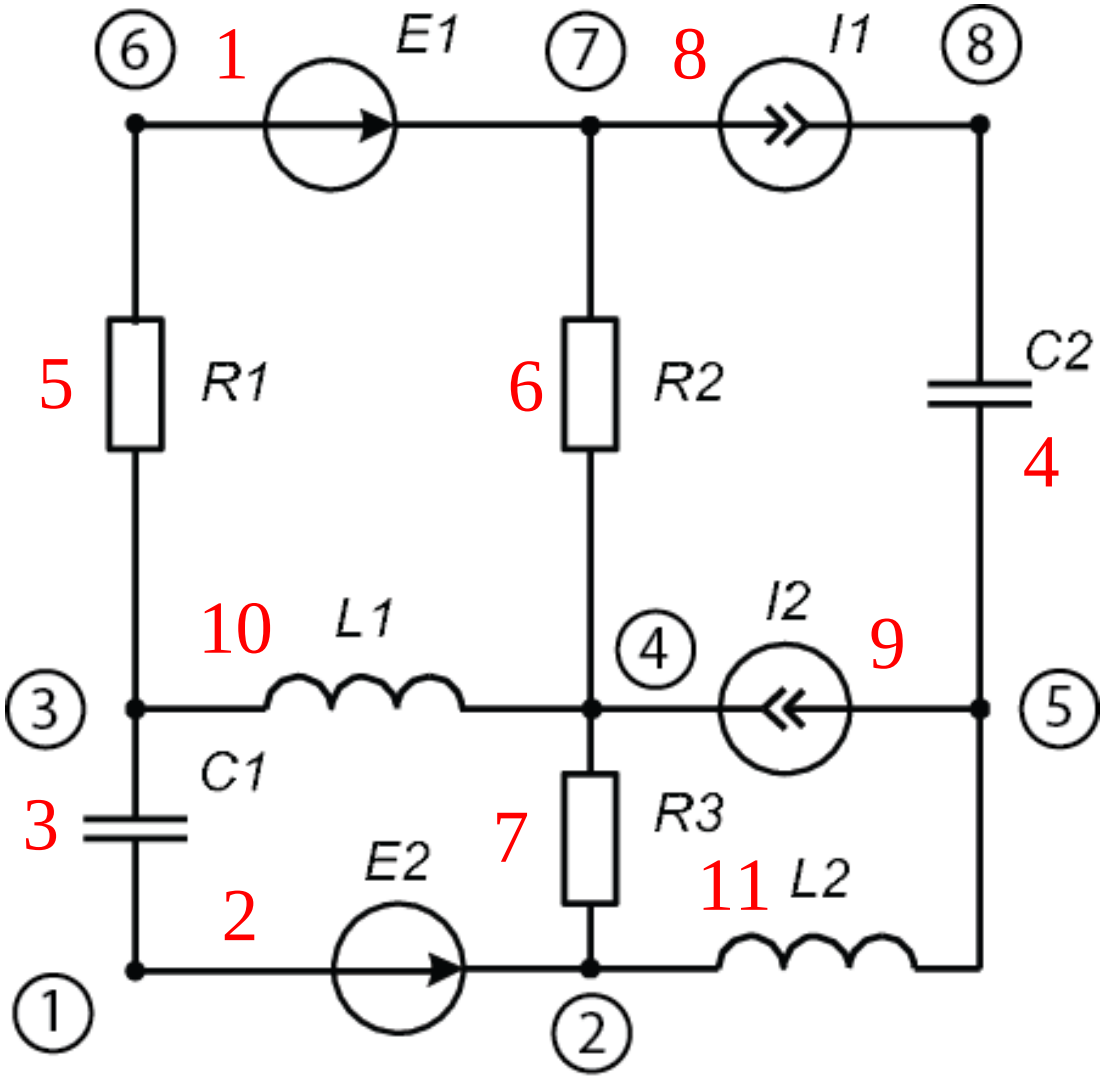
Схема



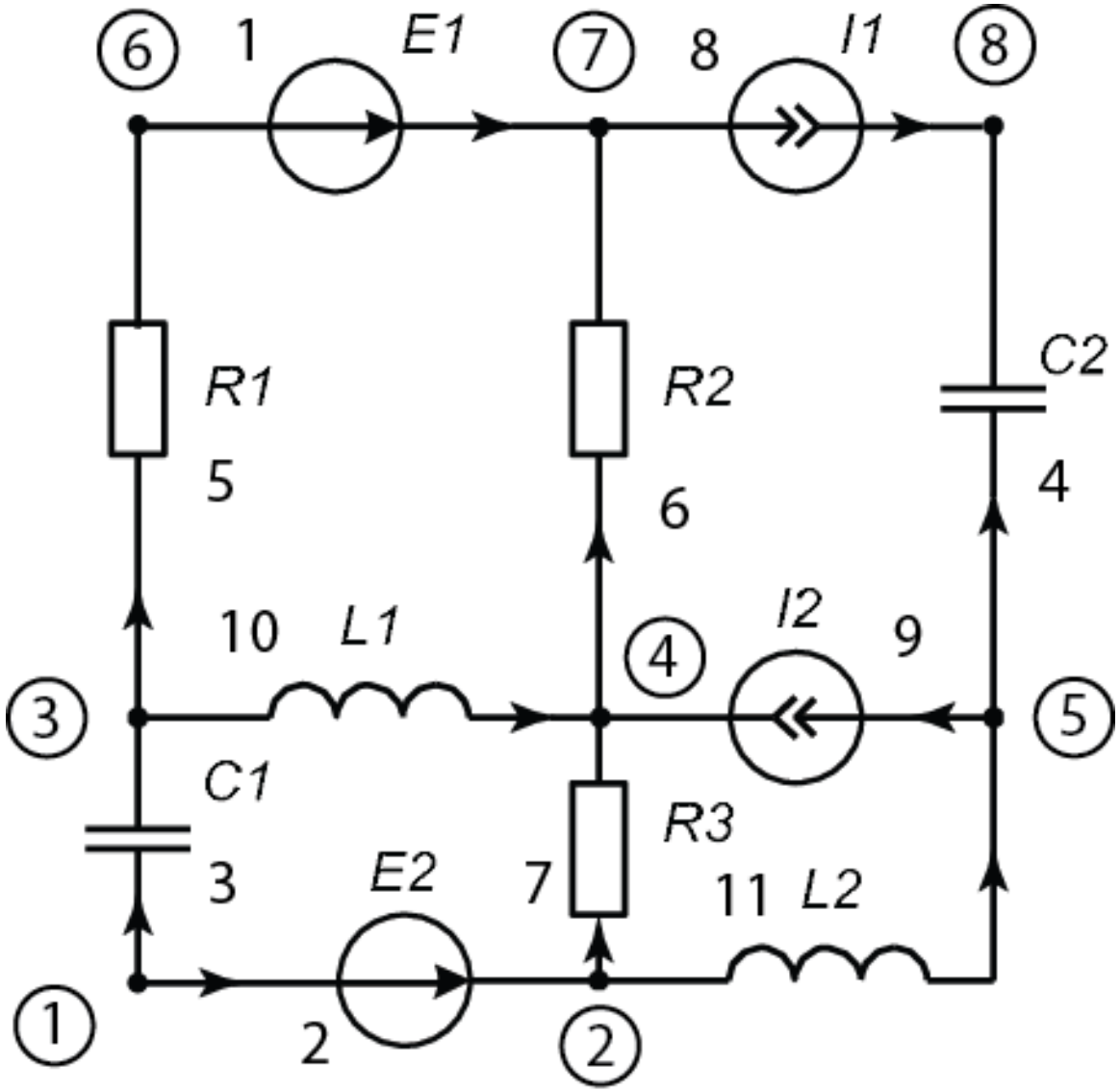
1. Нумерация узлов схемы



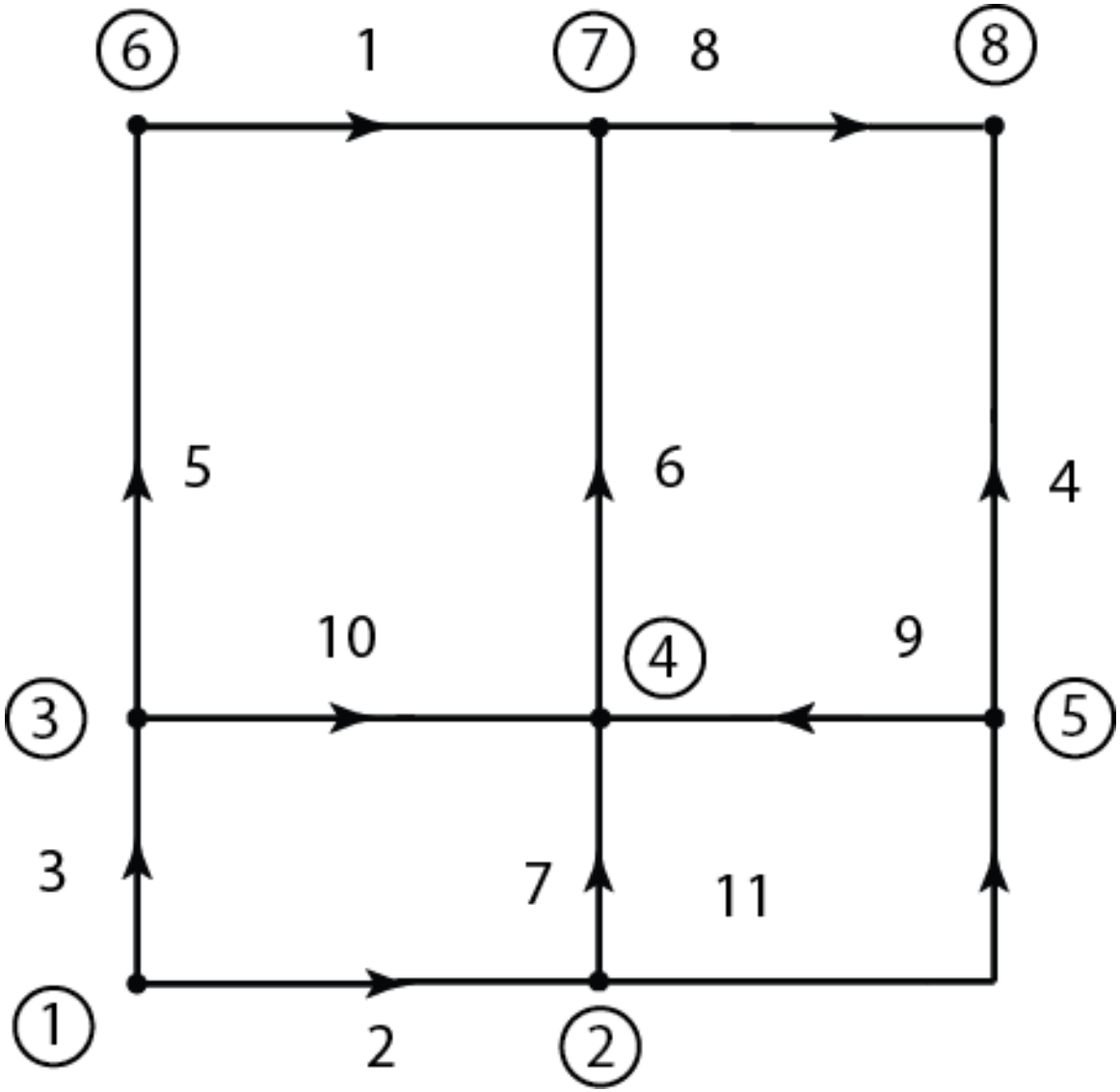
2. Нумерация ветвей схемы



3. Выбор направлений токов



4. Построение графа схемы



5. Запись матрицы инциденций

Редуцированная матрица инциденций (вычеркнута последняя строка):

$$
\mathbf{A} = \begin{array}{c|ccccccccccc|}
\text{Узлы} & & & & & \text{Ветви} & & & & & & \\
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\
6 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
7 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{array}
$$

6. Алгоритмическое формирование матрицы главных сечений

$j=1$. Находим $a_{61} \neq 0 \;\; (i=6, \;\; k=1)$. Анализируем:

3) $k=1=j=1$ – перестановки столбцов нет;

4) $i=6>j=1$ – меняем местами строки 6 и 1;

5) $a_{61}=1$ – знаки на обратные не меняем;

6) $a_{71}=-1$ – строка 1 + строка 7, результат – в строку 7.

Узлы	Ветви 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
2	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
3	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0	1	-1	0	-1	-1	0
5	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	-1
6	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	-1	-1	0	1	0	0	0

6. Алгоритмическое формирование матрицы главных сечений

$j = 2$. Находим $a_{22} \neq 0$ $(i = 2,\ k = 2)$. Анализируем:

3) $k = 2 = j = 2$ – перестановки столбцов нет;

4) $i = 2 = j = 2$ – строки местами не меняем; 5) $a_{22} = -1$ – у элементов строки 2 меняем знаки на обратные;

6) $a_{62} = 1$ – строка 6 - строка 2, результат – в строку 6.

Узлы	Ветви 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1
3	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0	1	-1	0	-1	-1	0
5	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	-1
6	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
7	0	0	0	0	-1	-1	0	1	0	0	0

6. Алгоритмическое формирование матрицы главных сечений

$j = 3$. Находим $a_{33} \neq 0$ $(i = 3,\ k = 3)$. Анализируем:

3) $k = 3 = j = 3$ – перестановки столбцов нет;

4) $i = 3 = j = 3$ – строки местами не меняем; 5) $a_{33} = -1$ – меняем знаки элементов строки 3 на обратные;

6) $a_{63} = 1$ – строка 6 - строка 3, результат – в строку 6.

Узлы	Ветви 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1
3	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	-1	0
4	0	0	0	0	0	1	-1	0	-1	-1	0
5	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	-1
6	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
7	0	0	0	0	-1	-1	0	1	0	0	0

6. Алгоритмическое формирование матрицы главных сечений

$j = 4$. Находим $a_{54} \neq 0$ $(i = 5,\ k = 4)$. Анализируем:

3) $k = 4 = j = 4$ – перестановки столбцов нет;

4) $i = 5 > j = 4$ – меняем местами строки 5 и 4;

5) $a_{54} = 1$ – знаки элементов строки 5 не меняем;

6) элементов столбца 3, отличных от нуля, нет.

Узлы	Ветви 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	**1**	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
2	0	**1**	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1
3	0	0	**1**	0	-1	0	0	0	0	-1	0
4	0	0	0	**1**	0	0	0	0	1	0	-1
5	0	0	0	0	0	1	-1	0	-1	-1	0
6	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
7	0	0	0	0	-1	-1	0	1	0	0	0

6. Алгоритмическое формирование матрицы главных сечений

$j = 5$. Находим $a_{65} \neq 0 \;\; (i = 6, \;\; k = 5)$. Анализируем:

3) $k = 5 = j = 5$ – перестановки столбцов нет;

4) $i = 6 > j = 5$ – меняем местами строки 5 и 6;

5) $a_{65} = 1$ – знаки элементов строки 5 не меняем;

6) $a_{75} = -1$ – строка 5 + строка 7, результат в строку 7;

$a_{35} = -1$ – строка 5 + строка 3, результат в строку 3;

$a_{15} = -1$ – строка 5 + строка 1, результат в строку 1.

6. Алгоритмическое формирование матрицы главных сечений

Узлы	Ветви										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	**1**	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
2	0	**1**	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1
3	0	0	**1**	0	0	0	1	0	0	0	1
4	0	0	0	**1**	0	0	0	0	1	0	-1
5	0	0	0	0	**1**	0	1	0	0	1	1
6	0	0	0	0	0	1	-1	0	-1	-1	0
7	0	0	0	0	0	-1	1	1	0	1	1

6. Алгоритмическое формирование матрицы главных сечений

$j = 6$. Находим $a_{66} \neq 0$ $(i = 6,\ k = 6)$. Анализируем:

3) $k = 6 = j = 6$ – перестановки столбцов нет;

4) $i = 6 = j = 6$ – строки не меняем местами;

5) $a_{66} = 1$ – знаки элементов строки 6 не меняем;

6) $a_{76} = -1$ – строка 6 + строка 7, результат в строку 7.

Узлы	Ветви 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	**1**	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
2	0	**1**	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1
3	0	0	**1**	0	0	0	1	0	0	0	1
4	0	0	0	**1**	0	0	0	0	1	0	-1
5	0	0	0	0	**1**	0	1	0	0	1	1
6	0	0	0	0	0	**1**	-1	0	-1	-1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	1

6. Алгоритмическое формирование матрицы главных сечений

$j=7$. Находим $a_{78}\neq 0\ \ (i=7,\ k=8)$. Анализируем:

3) $k=8\neq j=7$ – ставим на место столбца 7 столбец 8, а столбец 7 сдвигаем вправо; 4) $i=7=j=7$ – строки не меняем местами; 5) $a_{78}=1$ – знаки элементов строки 7 не меняем; 6) элементов столбца 8 = ± 1, нет.

	Узлы	Ветви дерева							Хорды дополнения			
		1	2	3	4	5	6	8	7	9	10	11
	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
	2	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1
	3	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
D =	4	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	-1
	5	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
	6	0	0	0	0	0	1	0	-1	-1	-1	0
	7	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	1

6. Алгоритмическое формирование матрицы главных сечений

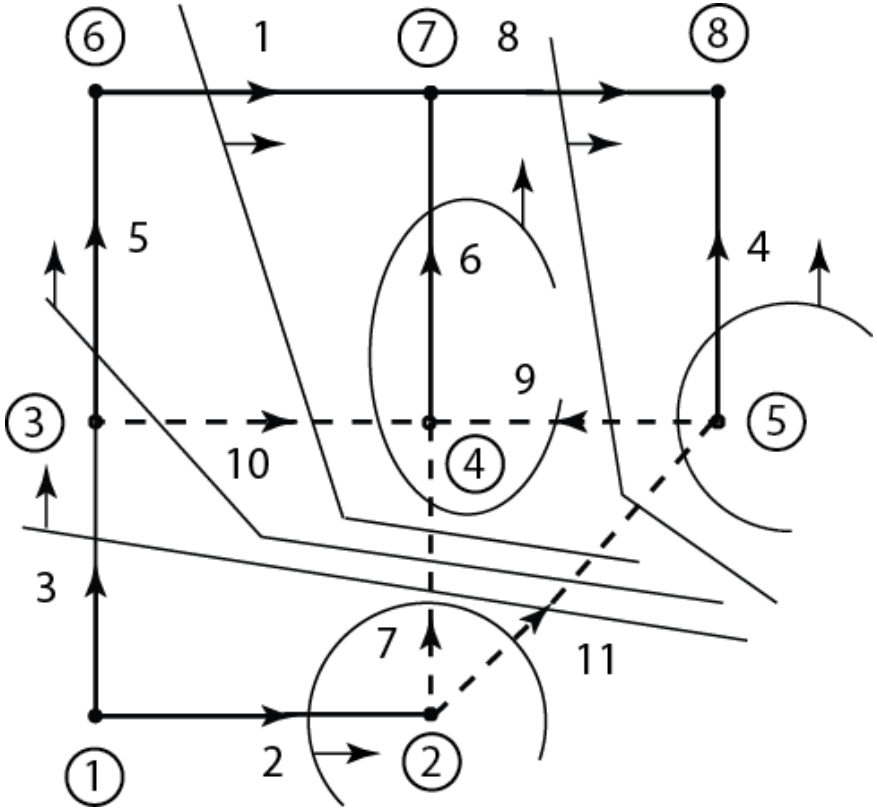
$j = 8 > n = 7.$

Алгоритм формирования матрицы главных сечений заканчивает работу. Получили матрицу главных сечений.

	Узлы	Ветви дерева							Хорды дополнения			
		1	2	3	4	5	6	8	7	9	10	11
	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
	2	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1
	3	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
D =	4	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	-1
	5	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
	6	0	0	0	0	0	1	0	-1	-1	-1	0
	7	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	1

6. Алгоритмическое формирование матрицы главных сечений

На графе схемы строим сечения. Этим самым проверяем правильность построения матрицы главных сечений.



6. Алгоритмическое формирование матрицы главных сечений

Матрица главных сечений – это матричная запись первого закона Кирхгофа в топологической форме. По матричной форме получается система алгебраических уравнений.

$$
D = \begin{array}{c|ccccccc|cccc|}
 & \multicolumn{7}{c}{\text{Ветви дерева}} & \multicolumn{4}{c}{\text{Хорды дополнения}} \\
\text{Узлы} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 8 & 7 & 9 & 10 & 11 \\
\hline
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\
3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\
7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1
\end{array}
\quad [\mathbf{i}] = 0.
$$

Заключение

Тема следующей лекции

Сигнальные графы

1. Основные понятия и определения.
2. Методы построения сигнального графа по системе уравнений.