

Метод переменных состояния

Лекция 8 (1)

Цель занятия

Изучить основные понятия и определения метода переменных состояния и правила получения уравнений переменных состояния

Вопросы занятия

- 1. Основные понятия и определения.**
- 2. Получение уравнений переменных состояния.**

1. Основные понятия и определения

Метод дает возможность проводить анализ линейных и нелинейных цепей во временной области.

Математическая модель электронной цепи записывается **системой дифференциальных уравнений в нормальной форме, форме Коши**. Решением уравнения Коши является множество интегральных кривых. Выбор единственного решения определяется заданием начальных условий.

1. Основные понятия и определения

Поведение детерминированной электронной цепи с фиксированными параметрами должно быть однозначным. Поэтому система уравнений, описывающая цепь, должна иметь единственное решение.

Следовательно, переменные системы дифференциальных уравнений должны быть:

а) линейно независимы;

б) при решении для переменных системы должны быть заданы начальные условия.

1. Основные понятия и определения

При моделировании электронных цепей в качестве **переменных математической модели** обычно выбираются **напряжения (заряды) на конденсаторах и токи (потокосцепления)** в катушках индуктивностей, для которых могут быть заданы независимые начальные условия, если цепь не содержит «вырожденных» емкостных контуров или «вырожденных» индуктивных сечений.

1. Основные понятия и определения

Суть «вырождения»: если источники тока и напряжения идеальные, то нельзя задать независимые произвольные начальные условия на всех конденсаторах контура и для всех индуктивностей сечения.

Проблемы с «вырождением» могут возникать при автоматизированном анализе электронных схем с помощью специализированных пакетов прикладных программ (ППП).

1. Основные понятия и определения

Проблема с вырождением снимается введением небольших активных потерь в емкостной контур и индуктивное сечение (рис. 1), что в реальных цепях всегда имеет место.

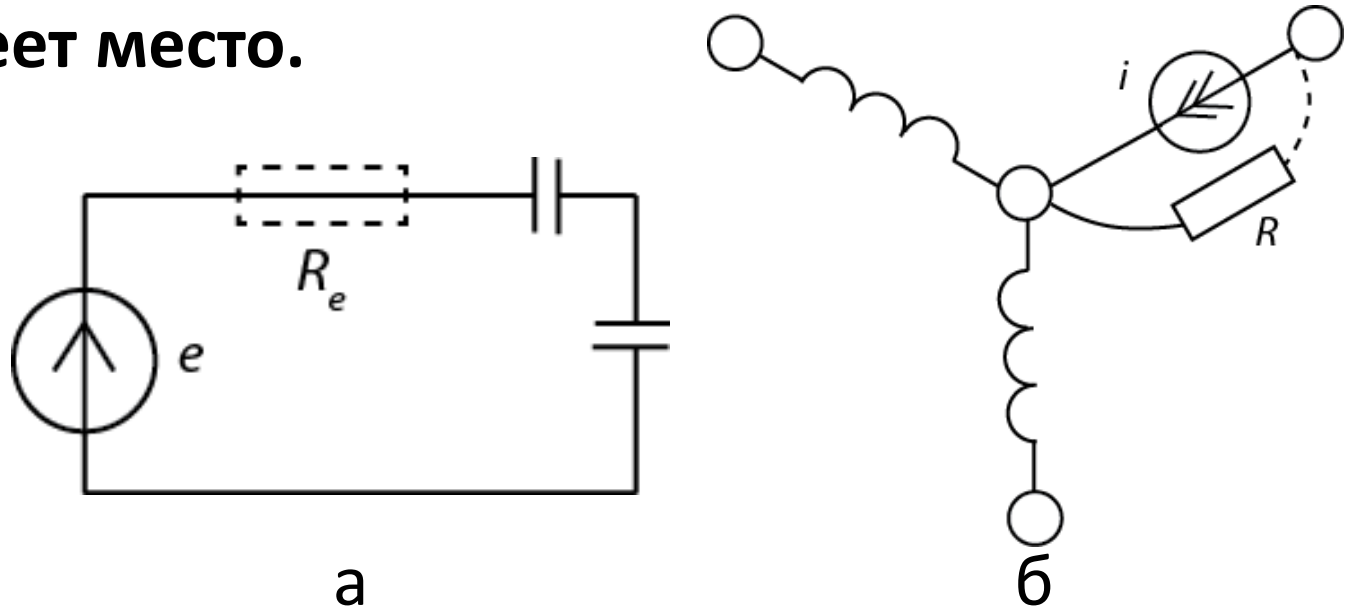


Рис. 1. Цепь с емкостным контуром $R_e \rightarrow 0$ (а),
и индуктивным сечением, $R \rightarrow \infty$ (б)

1. Основные понятия и определения

Размерность системы дифференциальных уравнений определяется порядком цепи, т. е. числом энергозапасующих элементов L и C .

1. Основные понятия и определения

Таким образом, при заданных воздействиях определение набора линейно независимых переменных является условием необходимым и достаточным для однозначного описания состояния токов и напряжений ветвей электронной цепи в любой момент времени $t > t_0$, при заданных начальных условиях для $t = t_0$.

Отсюда **терминология**: **переменные состояния**; **уравнения переменных состояния**; **метод пространства состояния**.

1. Основные понятия и определения

Число линейно независимых переменных определяет **размерность базиса пространства, в котором ищется вектор решения**. Конец последнего при $t > t_0$ описывает в пространстве **годограф состояния системы**.

1. Основные понятия и определения

Нормальная форма системы дифференциальных уравнений (уравнений переменных состояния) характеризуется тем, что **каждое уравнение содержит первую производную одной из переменных состояния и записывается в левой части уравнения.**

Правая часть является функцией исключительно только переменных состояния и токов (напряжений) источников сигналов и не содержит производных.

1. Основные понятия и определения

Правило записи правой части означает, **что токи и напряжения резистивных ветвей, при их наличии в правой части уравнений, должны быть выражены через переменные состояния (напряжения конденсаторов и токи катушек индуктивностей) и токи (напряжения) источников сигналов.**

1. Основные понятия и определения

Согласно данному определению система уравнений переменных состояния будет иметь вид в алгебраической форме:

$$\begin{cases} x'_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + b_{11}U_1 + b_{12}U_2 + \dots + b_{1m}U_m, \\ x'_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + b_{21}U_1 + b_{22}U_2 + \dots + b_{2m}U_m, \\ \dots \\ x'_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + b_{n1}U_1 + b_{n2}U_2 + \dots + b_{nm}U_m. \end{cases} \quad (1.1)$$

1. Основные понятия и определения

В матричной форме: $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}$, (1.2)

$\mathbf{A}$ – матрица системы размера $(n \times n)$;

$\mathbf{B}$ – матрица управления размера $(n \times m)$;

$\dot{\mathbf{X}}$ – вектор первых производных;

$\mathbf{X}$ – вектор переменных состояния;

$\mathbf{U}$ – вектор входных воздействий (токи и напряжения источников тока и напряжения).

В результате решения системы (1.2) определяются напряжения на конденсаторах и токи в индуктивностях как функции времени.

1. Основные понятия и определения

Расчет с использованием принципа суперпозиции, когда индуктивность представляется источником тока, а конденсатор источником напряжения, позволяет записать **выходное уравнение метода переменных состояния** в алгебраической форме;

$$\begin{cases} y_1 = c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1n}x_n + d_{11}U_1 + d_{12}U_2 + \dots + d_{1m}U_m, \\ y_2 = c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \dots + c_{2n}x_n + d_{21}U_1 + d_{22}U_2 + \dots + d_{2m}U_m, \\ \dots \\ y_r = c_{r1}x_1 + c_{r2}x_2 + \dots + c_{rn}x_n + d_{r1}U_1 + d_{r2}U_2 + \dots + d_{rm}U_m. \end{cases} \quad (1.3)$$

1. Основные понятия и определения

Выходное уравнение метода переменных состояния в матричной форме:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{U}, \quad (1.4)$$

$\mathbf{Y}$ – вектор искомых реакций;

$\mathbf{C}$ – матрица выхода размера $(r \times n)$;

$\mathbf{D}$ – матрица выхода размера $(r \times m)$.

Вектор искомых реакций $\mathbf{Y}$ в принципе может включать в себя токи и напряжения всех ветвей цепи.

1. Основные понятия и определения

Все переменные, характеризующие цепь (объект, систему) исследования или проектирования, целесообразно разделить на три множества:

- 1) входные переменные $u_1, u_2, \dots, u_m$;
- 2) переменные состояния $x_1, x_2, \dots, x_n$ - внутренние переменные, характеризующие свойства цепи (системы);
- 3) выходные переменные $y_1, y_2, \dots, y_r$ - представляющие интерес реакции на внешние воздействия и состояния цепи (системы).

1. Основные понятия и определения

Проектируемая или исследуемая система в общем виде представляется «черным ящиком» с m входами и r выходами, с каждым из которых связана соответствующая переменная (рис. 2):

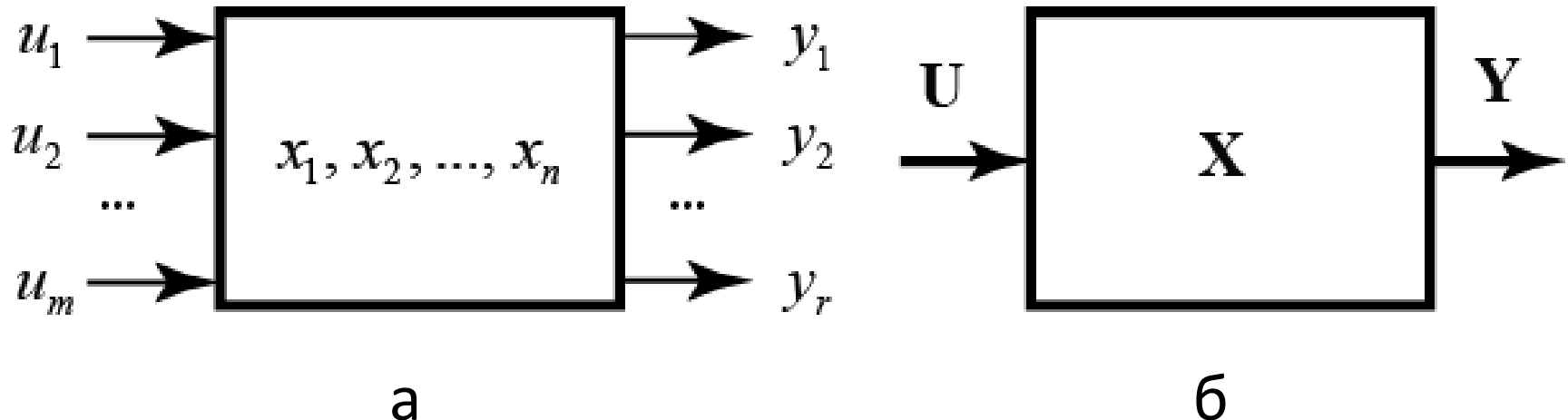


Рис. 2. Система с m входами и r выходами (а) и ее обобщенное представление (б)

1. Основные понятия и определения

Решение уравнений переменных состояния не представляет особых проблем, легко алгоритмизируется, если система уравнений не «жесткая».

Понятие «жесткая» возникает в случаях, когда собственные числа матрицы системы уравнений (1.2), т. е. собственные частоты или постоянные времени моделируемой электронной цепи отличаются друг от друга на много порядков.

Для решения «жестких» систем в последние десятилетия разработаны специальные численные методы интегрирования, которые используются в современных ППП для автоматизированного анализа электронных схем.

2. Получение уравнений переменных состояния

При составлении математической модели методом переменных состояния можно воспользоваться методом узловых потенциалов или напрямую использовать уравнения электрического равновесия электрических цепей, законы Кирхгофа и закон Ома.

Наибольшее распространение получили методы , связанные с использованием топологической модели цепи в виде графа.

Поэтому они используются при автоматизированном составлении математической модели цепи в ППП, для которых входной файл содержит описание топологии анализируемой схемы.

2. Получение уравнений переменных состояния

Запись системы линейно независимых уравнений электрического равновесия цепи в топологической форме связана с понятиями **главных контуров и главных сечений графа цепи при заданном дереве графа**. Правильный выбор набора ветвей дерева с учетом их приоритета автоматически задает систему уравнений: **уравнения, включающие в себя переменные состояния**; **уравнения вспомогательные для выражения токов и напряжений на резистивных ветвях через переменные состояния и токи (напряжения) источников сигналов, что необходимо выполнить для приведения системы к нормальной форме.**

2. Получение уравнений переменных состояния

Пример. Записать уравнения переменных состояния и выходные уравнения для цепи (рис. 1.3).

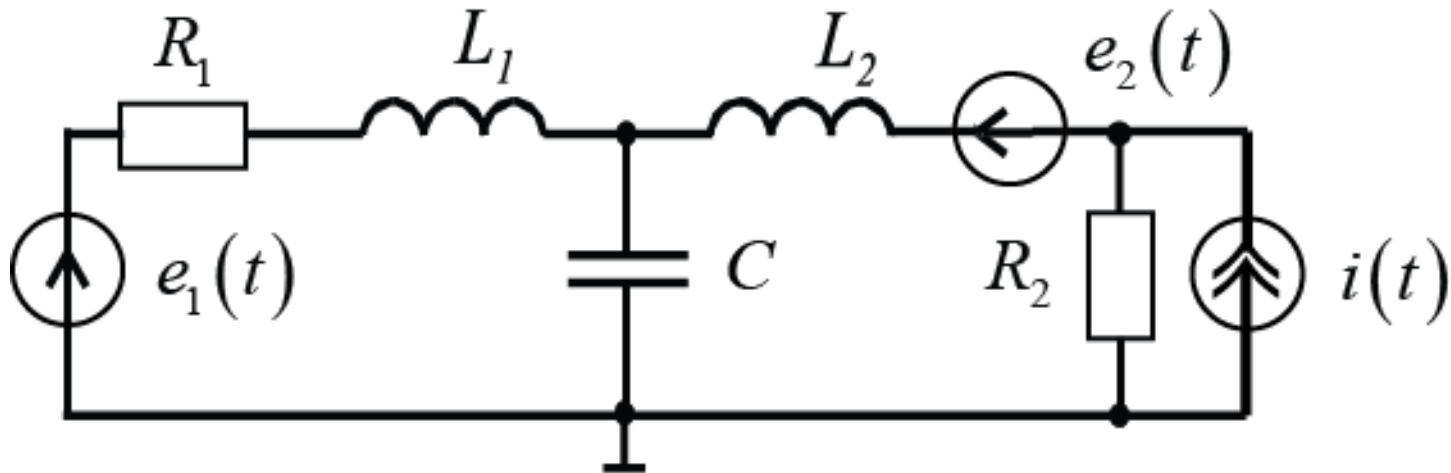


Рис. 1.3. Схема

2. Получение уравнений переменных состояния

Решение.

1. Нумерация узлов.
2. Нумерация ветвей.
3. Выбор направлений токов.
4. Построение направленного графа цепи.
5. Запись матрицы инциденций.
6. Формирование матрицы главных сечений.
7. Формирование матрицы главных контуров.

2. Получение уравнений переменных состояния

Решение.

8. Запись матричного уравнения главных контуров в алгебраической форме.

9. Запись матричного уравнения главных сечений в алгебраической форме.

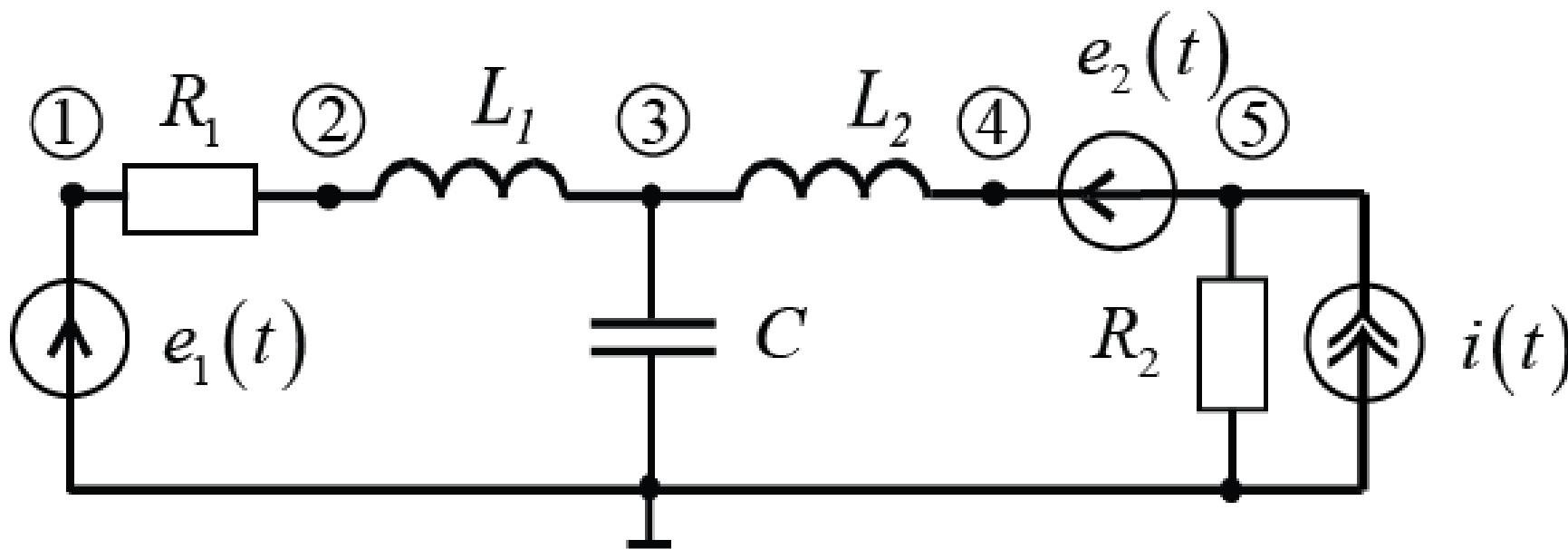
10. Формирование системы уравнений в нормальной форме.

11. Запись системы уравнений переменных состояния в матричной форме.

12. Получение выходных уравнений.

2. Получение уравнений переменных состояния

Решение. 1. Нумерация узлов



а

Рис. 1.4. Нумерация узлов (а) и ветвей (б)

2. Получение уравнений переменных состояния

27

Решение. 2. Нумерация ветвей

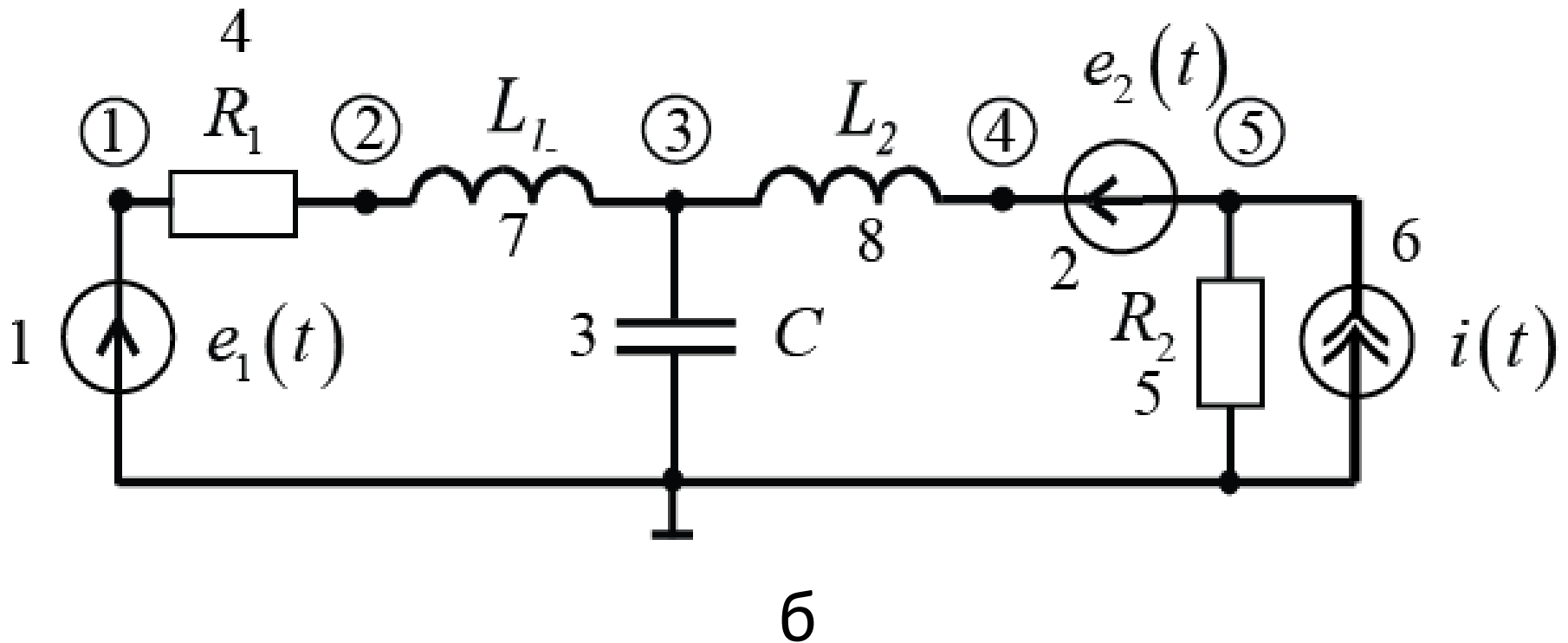


Рис. 1.4. Нумерация узлов (а) и ветвей (б)

2. Получение уравнений переменных состояния

Решение. 3, 4. Выбор направлений токов и построение направленного графа

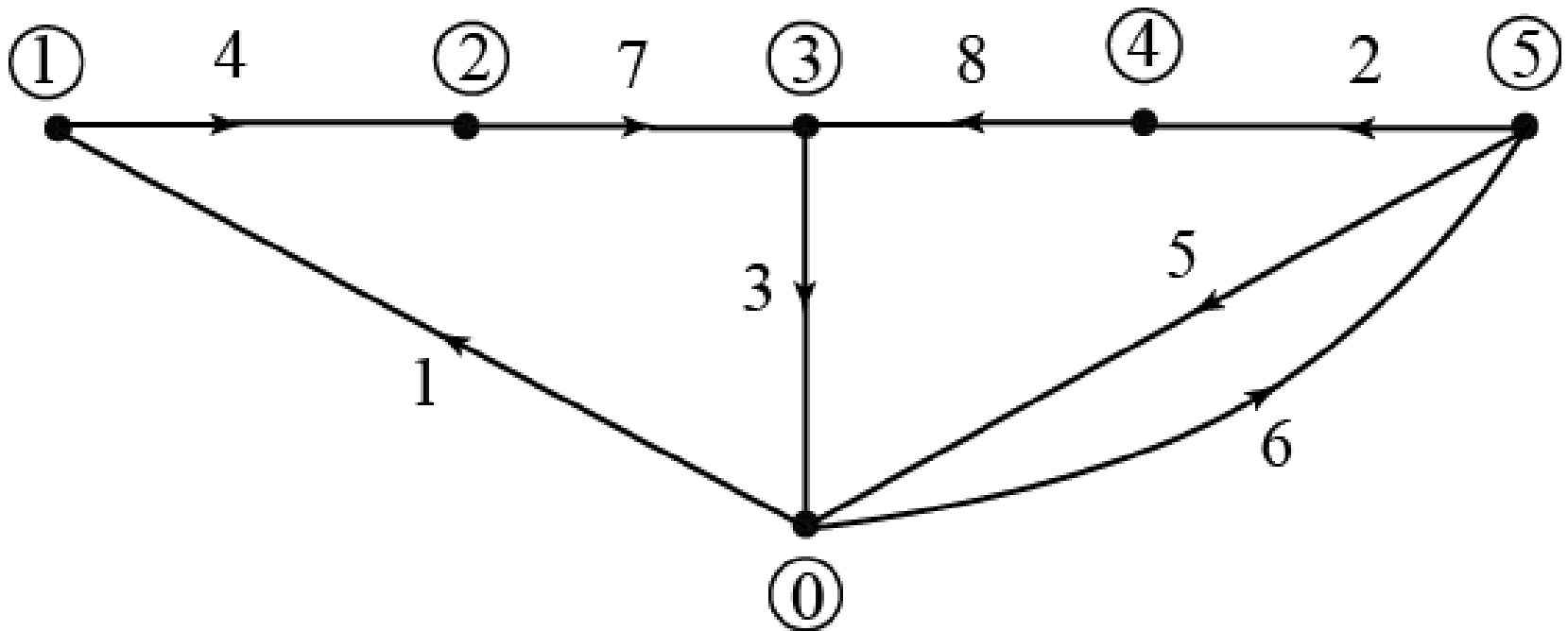


Рис. 1.5. Выбор направлений токов и построение направленного графа

5. Запись матрицы инцидентий

Для направленного графа $\mathbf{A} = [a_{ij}]$,
 $a_{ij} = 1$, если ветвь $j \in$ узлу i и стрелка направлена от узла i ; $a_{ij} = -1$, если ветвь $j \in$ узлу i и стрелка направлена к узлу i ; $a_{ij} = 0$, если ветвь $j \notin$ узлу i .

		Ветви							
		e_1	e_2	C	R_1	R_2	i	L_1	L_2
Узлы	1	-1	0	0	1	0	0	0	0
	2	0	0	0	-1	0	0	1	0
	3	0	0	1	0	0	0	-1	-1
	4	0	-1	0	0	0	0	0	1
	5	0	1	0	0	1	-1	0	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	0

6. Формирование матрицы главных сечений

$j=1$. Находим $a_{11} \neq 0$ ($i=1, k=1$). Анализируем:

3) $k=1=j=1$ – перестановки столбцов нет;

4) $i=1=j=1$ – строки местами не меняем;

5) $a_{11} = -1$ – знаки меняем на обратные;

6) $a_{i1} = \pm 1 - i = \overline{2, 5}$ нет.

Ветви

Узлы	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-1	0	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	-1	0	0	1	0
3	0	0	1	0	0	0	-1	-1
4	0	-1	0	0	0	0	0	1
5	0	1	0	0	1	-1	0	0

6. Формирование матрицы главных сечений

31

$j = 2$. Находим $a_{42} \neq 0$ ($i = 4$, $k = 2$). Анализируем:

3) $k = 2 = j = 2$ – перестановки столбцов нет;

4) $i = 4 > j = 2$ – меняем местами строки 4 и 2;

5) $a_{42} = -1$ – знаки меняем на обратные;

6) $a_{52} = 1$ – строка 5 – строка 2, результат – в строку 5.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	0	-1	0	0	0	0
2	0	0	0	-1	0	0	1	0
3	0	0	1	0	0	0	-1	-1
4	0	-1	0	0	0	0	0	1
5	0	1	0	0	1	-1	0	0

6. Формирование матрицы главных сечений

$j = 3$. Находим $a_{33} \neq 0$ ($i = 3, k = 3$). Анализируем:

3) $k = 3 = j = 3$ – перестановки столбцов нет;

4) $i = 3 = j = 3$ – строки местами не меняем;

5) $a_{33} = 1$ – знаки не меняем на обратные;

6) $a_{i3} \neq \pm 1$ – нет ($i \neq 3$).

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	0	-1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	-1
3	0	0	1	0	0	0	-1	-1
4	0	0	0	-1	0	0	1	0
5	0	0	0	0	1	-1	0	1

6. Формирование матрицы главных сечений

$j = 4$. Находим $a_{44} \neq 0$ ($i = 4, k = 4$). Анализируем:

3) $k = 4 = j = 4$ — перестановки столбцов нет;

4) $i = 4 = j = 4$ — строки местами не меняем;

5) $a_{44} = -1$ — знаки меняем на обратные;

6) $a_{14} = -1$ — строка 1 + строка 4, результат — в строку 1.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	0	-1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	-1
3	0	0	1	0	0	0	-1	-1
4	0	0	0	-1	0	0	1	0
5	0	0	0	0	1	-1	0	1

6. Формирование матрицы главных сечений

- $j = 5$. Находим $a_{55} \neq 0$ ($i = 5, k = 5$). Анализируем:
- 3) $k = 5 = j = 5$ – перестановки столбцов нет;
 - 4) $i = 5 = j = 5$ – строки местами не меняем;
 - 5) $a_{55} = 1$ – знаки не меняем на обратные;
 - 6) $a_{i5} \neq 0$ ($i \neq 5$).

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	0	0	0	0	-1	0
2	0	1	0	0	0	0	0	-1
3	0	0	1	0	0	0	-1	-1
4	0	0	0	1	0	0	-1	0
5	0	0	0	0	1	-1	0	1

6. Формирование матрицы главных сечений

$j = 6 > 5$. Алгоритм заканчивает работу. Матрица главных сечений сформирована:

		Ветви дерева					Хорды		
		e_1	e_2	C	R_1	R_2	i	L_1	L_2
Узлы		1	2	3	4	5	6	7	8
1	D =	1	0	0	0	0	0	-1	0
2		0	1	0	0	0	0	0	-1
3		0	0	1	0	0	0	-1	-1
4		0	0	0	1	0	0	-1	0
5		0	0	0	0	1	-1	0	1

6. Формирование матрицы главных сечений

Согласно матрице получено **пять главных сечений**. Они показаны на рис. 3. Дерево графа выделено жирными линиями. Каждое сечение пересекает только одну ветвь дерева. **Ориентация сечения – по опорному направлению ветви дерева.**

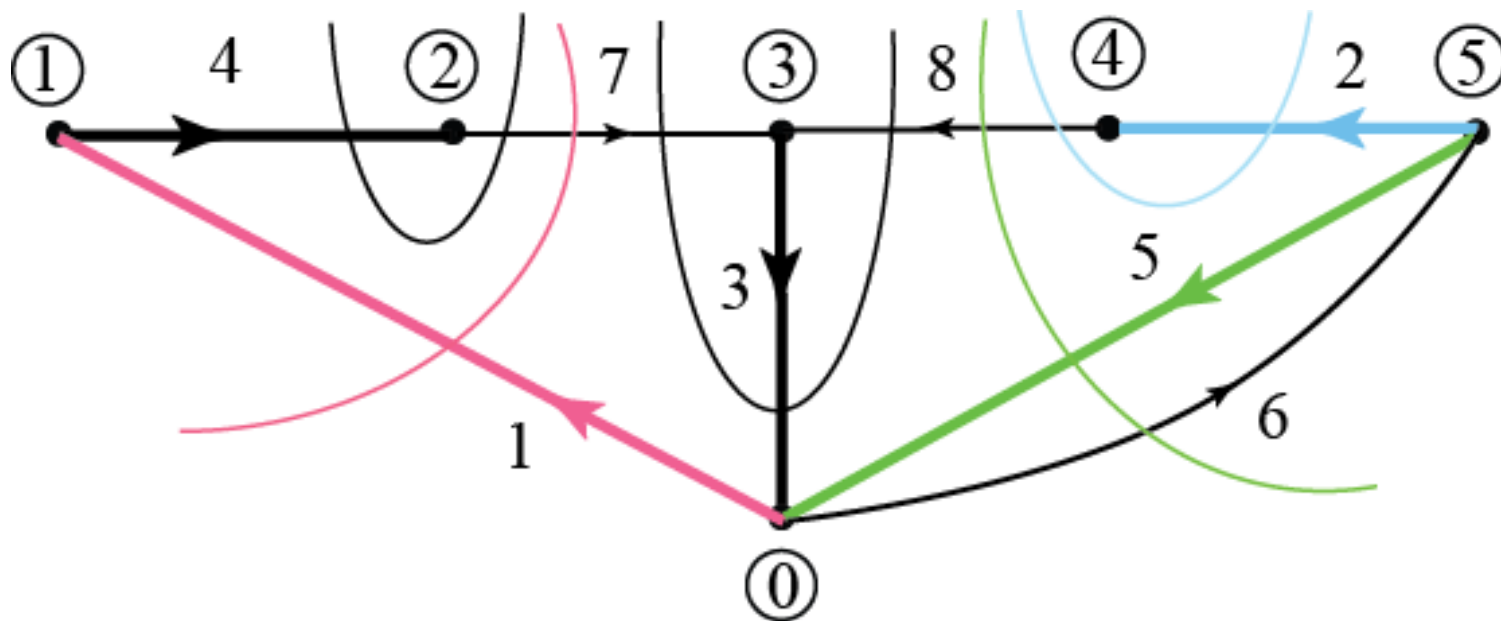


Рис. 3. Иллюстрация главных сечений

6. Формирование матрицы главных сечений

Правило. К ветвям дерева должны быть последовательно отнесены сначала **ветви с источниками ЭДС**, затем **ветви с конденсаторами**. Если такое дерево не связывает все узлы, то должны быть добавлены **ветви с резисторами** и только в последнюю очередь **ветви с катушками индуктивности**. Дерево, составленное согласно этому правилу, называют **нормальным**.

*Соответственно в качестве связей (хорд) сначала должны быть выделены **источники тока**, затем **индуктивные элементы** и **резистивные ветви** и в последнюю очередь **ветви с конденсаторами**. Подграф, составленный согласно этому правилу, называют **нормальным** подграфом связей (хорд).*

Граф электрической цепи, содержащий нормальное дерево и нормальный подграф связей, считают нормальным или правильным.

7. Формирование матрицы главных контуров

Граф рассматриваемой схемы имеет **три главных контура** – по числу хорд дополнения **дерева** (рис. 4). Ориентация контура – по опорному направлению хорды.

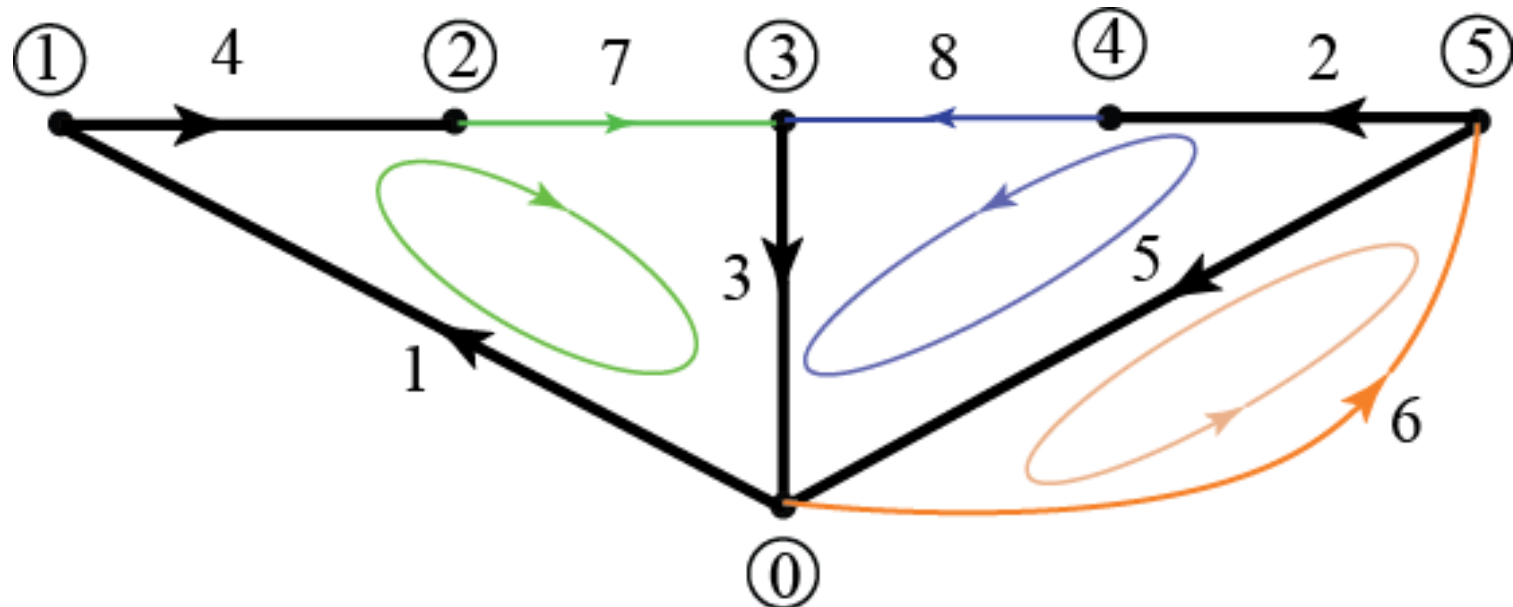


Рис. 4. Иллюстрация главных контуров

7. Формирование матрицы главных контуров

39

Для направленного графа $\mathbf{B} = [b_{ij}]$:

$b_{ij} = 1$, если ветвь $j \in$ контуру i и их направление одинаково;

$b_{ij} = -1$, если ветвь $j \in$ контуру i и их направление противоположное;

$a_{ij} = 0$, если ветвь $j \notin$ контуру i .

$$\mathbf{B} = \begin{matrix} & \begin{matrix} e_1 & e_2 & C & R_1 & R_2 \end{matrix} & \begin{matrix} i & L_1 & L_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} & \begin{matrix} 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 1 \end{matrix} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

8. Запись матричного уравнения главных контуров в алгебраической форме

$$\mathbf{B}\mathbf{u} = 0$$

$$\mathbf{B} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ u_C \\ u_{R_1} \\ u_{R_2} \\ u_i \\ u_{L_1} \\ u_{L_2} \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{cases} u_{R_2} + u_i = 0, \\ (-e_1) + u_C + u_{R_1} + u_{L_1} = 0, \\ (-e_2) + u_C - u_{R_2} + u_{L_2} = 0. \end{cases} \quad (2.1)$$

8. Запись матричного уравнения главных контуров в алгебраической форме

Знак минус в уравнениях при слагаемых e_1 , e_2 обусловлен тем, что опорное направление напряжения – от большего потенциала к меньшему совпадает с положительным (опорным) направлением тока для ветвей с пассивными элементами и не совпадает для ветвей с источниками напряжения.

9. Запись матричного уравнения главных сечений в алгебраической форме

Системообразующими для записи уравнений Кирхгофа по первому закону являются ветви дерева, так как по определению **в главное сечение входит только одна ветвь дерева (число главных сечений равно числу ветвей дерева)** и, следовательно, ток через нее может быть выражен через алгебраическую сумму токов ветвей связей, входящих в данное ориентированное сечение. Напомним, что **ориентация сечения осуществляется по опорному направлению ветви дерева.**

9. Запись матричного уравнения главных сечений в алгебраической форме

$$\mathbf{D}\mathbf{i} = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_C \\ i_{R_1} \\ i_{R_2} \\ i \\ i_{L_1} \\ i_{L_2} \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{cases} i_1 - i_{L_1} = 0, \\ i_2 - i_{L_2} = 0, \\ i_C - i_{L_1} - i_{L_2} = 0, \\ i_{R_1} - i_{L_1} = 0, \\ i_{R_2} - i + i_{L_2} = 0. \end{cases} \quad (2.2)$$

10. Формирование системы уравнений в нормальной форме

При заданном приоритете в выборе ветвей дерева получаем дифференциальные уравнения из системы (2.1) для индуктивных ветвей (ветвей связи, хорд) и из системы (2.2) для емкостных ветвей (ветвей дерева):

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{L_1} = L_1 \cdot \frac{di_{L_1}}{dt} = -u_C - u_{R_1} + e_1, \\ u_{L_2} = L_2 \cdot \frac{di_{L_2}}{dt} = -u_C + u_{R_2} + e_2, \\ i_C = C \cdot \frac{du_C}{dt} = i_{L_1} + i_{L_2}. \end{array} \right. \quad (2.3)$$

10. Формирование системы уравнений в нормальной форме

Для приведения системы (2.3) к уравнениям переменных состояния необходимо оставить в левой части первые производные от переменных состояния и **выразить напряжения на резистивных ветвях через переменные состояния с помощью остальных уравнений в системах**, играющих в данном случае вспомогательную роль.

Так как: $\dot{i}_{R_1} - \dot{i}_{L_1} = 0 \Rightarrow \dot{i}_{R_1} = \dot{i}_{L_1} \Rightarrow u_{R_1} = R_1 \dot{i}_{L_1}$;

$$\dot{i}_{R_2} - \dot{i} + \dot{i}_{L_2} = 0 \Rightarrow \dot{i}_{R_2} = \dot{i} - \dot{i}_{L_2} \Rightarrow$$

$$u_{R_2} = R_2 \dot{i}_{R_2} = R_2 (\dot{i} - \dot{i}_{L_2}).$$

10. Формирование системы уравнений в нормальной форме

Запишем уравнения переменных состояния:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{L_1}}{dt} = -\frac{R_1}{L_1} i_{L_1} - \frac{1}{L_1} u_C + \frac{1}{L_1} e_1, \\ \frac{di_{L_2}}{dt} = -\frac{R_2}{L_2} i_{L_2} - \frac{1}{L_2} u_C + \frac{1}{L_2} e_2 + \frac{1}{L_2} i, \\ \frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C} i_{L_1} + \frac{1}{C} i_{L_2}. \end{array} \right. \quad (2.4)$$

11. Запись системы уравнений переменных состояния в матричной форме

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}$$

$$\begin{matrix} \dot{\mathbf{X}} & & \mathbf{A} & & \mathbf{X} & & \mathbf{B} & & \mathbf{U} \end{matrix}$$
$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \dot{u}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & -\frac{R_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ u_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ i \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

12. Получение выходных уравнений

Рассматриваемая процедура получения уравнений переменных состояния предполагает разбиение исходной цепи на две подцепи (рис. 5):

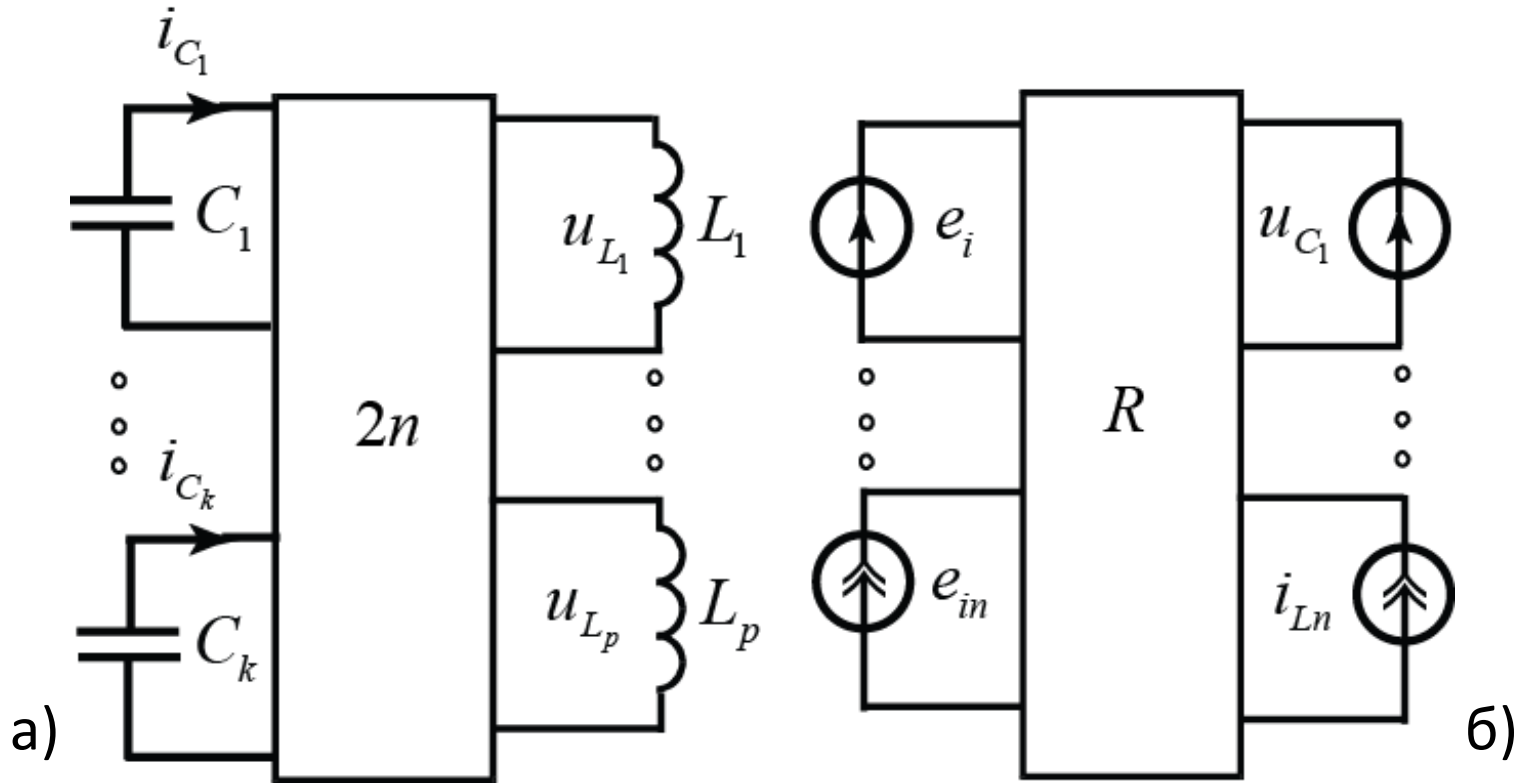


Рис. 5. Представление цепи $2n$ - полюсником (а) и резистивным многополюсником (б), $k+p=n$

12. Получение выходных уравнений

Для составления системы выходных уравнений с использованием принципа суперпозиции следует оставить в многополюснике только резистивные элементы (рис. 5б).

Следовательно к резистивному многополюснику подключаются извне источники сигналов и источники тока и напряжения, замещающие индуктивные ветви и ёмкостные соответственно.

Пусть выходные уравнения должны содержать в качестве искомых реакций напряжения u_{R_1} , u_{R_2} на резисторах R_1 , R_2 соответственно.

12. Получение выходных уравнений

Разобьем исходную цепь на две подцепи (рис.6):

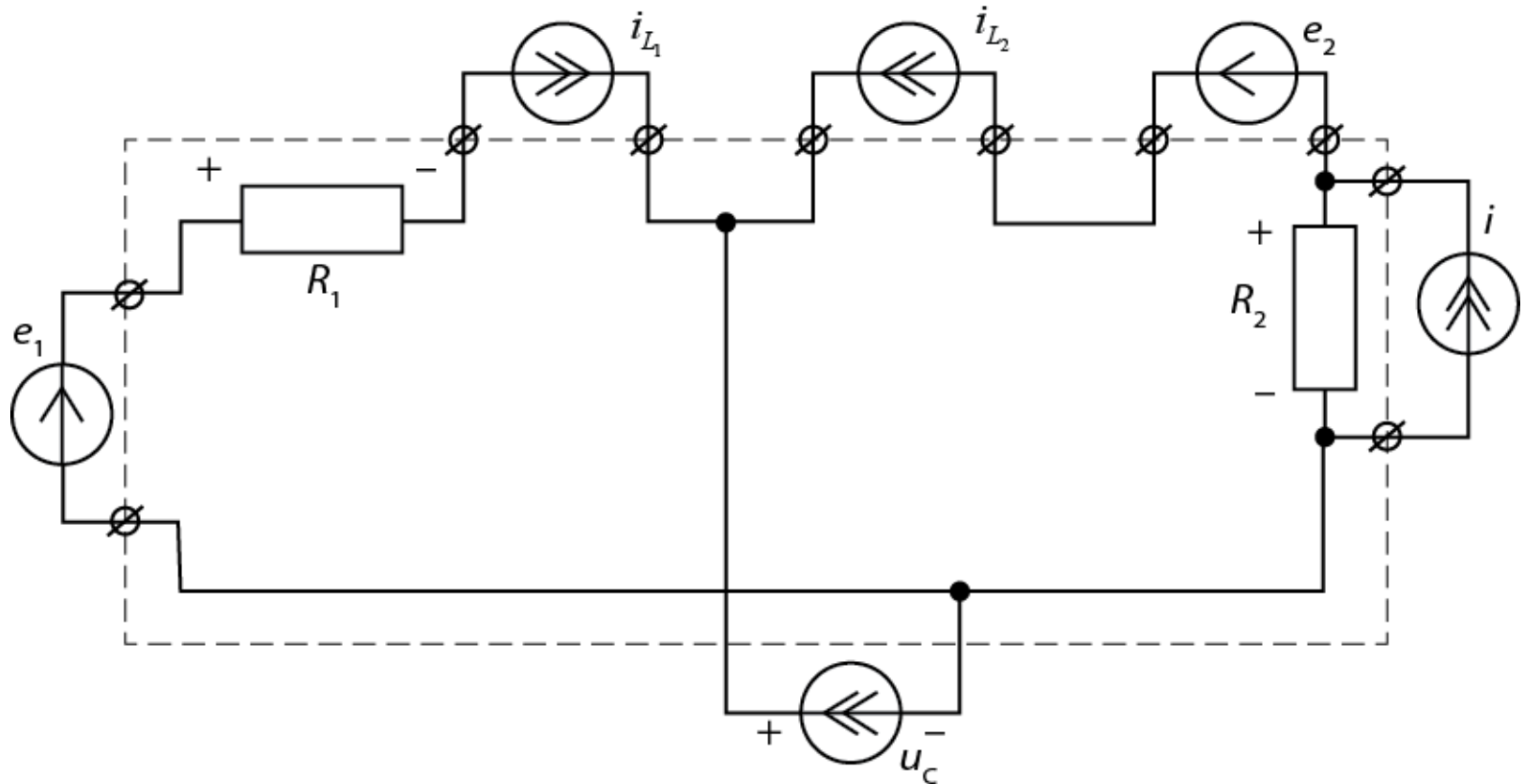


Рис. 6. Получение выходного уравнения

12. Получение выходных уравнений

Запишем выражения для требуемых реакций:

$$\begin{cases} u_{R_1} = R_1 i_{L_1} + 0 \cdot i_{L_2} + 0 \cdot u_C + 0 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2 + 0 \cdot i; \\ u_{R_2} = 0 \cdot i_{L_1} - R_2 \cdot i_{L_2} + 0 \cdot u_C + 0 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2 + R_2 \cdot i. \end{cases} \quad (2.6)$$

Нулевые коэффициенты при некоторых переменных введены в уравнения лишь для того, чтобы показать отсутствие вклада данных переменных в искомую реакцию.

12. Получение выходных уравнений

Запишем в матричном виде выходное уравнение: $Y = CX + DU$

$$\begin{bmatrix} u_{R_1} \\ u_{R_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & -R_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ u_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ i \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Y C X D U

Выходное уравнение может включать в себя токи и напряжения всех ветвей, включая и переменные состояния.

Заключение