2.2. РЕЗОНАНСНЫЕ ЧАСТОТЫ БЛОКА НА АМОРТИЗАТОРАХ

Расчёт резонансных частот блока на амортизаторах может быть произведён только после определения и выбора типоразмеров амортизаторов, т.е. после проведения статического расчёта амортизации. Из проведённого расчёта определяется положение (координаты) центра тяжести и центра жесткости блока, при этом могут встретиться три случая:

1-центр масс и центр жесткости разнесены;

2-центр масс и центр жесткости лежат на одной вертикали;

3-центр масс и центр жесткости совпадают.

При проведении этого расчета пренебрегают силами трения, поэтому демпфирующие свойства амортизаторов не учитываются. Это приводит к некоторой неточности в определении резонансных частот, но значительно упрощает процесс вычислений.

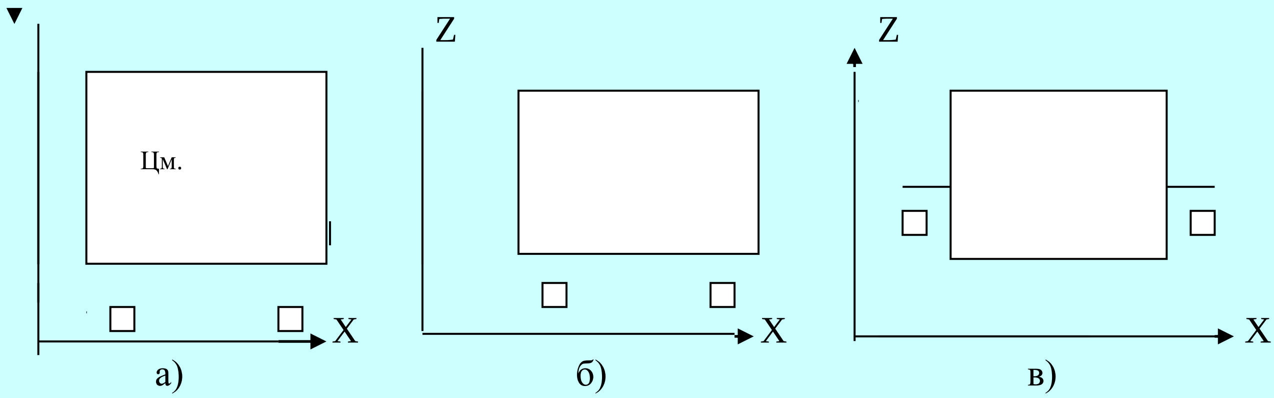

Рис.2.3. Схемы взаимного расположения центра масс и центра жесткости.

а) ЦМ и ЦЖ разнесены;б) ЦМ и ЦЖ лежат на оси Z;
в) ЦМ и ЦЖ совпадают.

1. Расчет начинают с определения координат расположения центра масс.(См. нахождение координат центра масс в разделе "Статический расчет амортизаторов для одиночного блока РЭС").Исходя из условий эксплуатации, с учетом статической нагрузки на амортизаторы, выбирают типоразмер амортизаторов.

2. Задаются расположением амортизаторов на блоке и находят координаты их расположения, при этом начало координат совмещают с центром масс.

Первый случай расчётной модели (см. рис.1,а) приводит к необходимости решения системы из шести линейных дифференциальных уравнений, из которой находят шесть резонансных частот, при этом частоты оказываются взаимосвязанными. Система исходных расчетных выражений первой модели будет.

$$m \cdot \ddot{x} + \sum c_x \cdot x + \sum c_x \cdot \varphi_y - \sum c_x \cdot y \cdot \varphi_z = 0 \qquad (1)$$

$$m \cdot \ddot{y} + \sum c_y \cdot y - \sum c_y \cdot z \cdot \varphi_x + \sum c_y \cdot x \cdot \varphi_z = 0 \qquad (2)$$

$$m \cdot \ddot{z} + \sum c_Z \cdot z + \sum c_Z \cdot y \cdot \varphi_Z - \sum c_Z \cdot x \cdot \varphi_y = 0 , \qquad (3)$$

$$J_x \cdot \ddot{\varphi}_x - J_{xy} \cdot \ddot{\varphi}_y - J_{xz} \cdot \ddot{\varphi}_z - \sum c_y \cdot z \cdot y + \sum c_Z \cdot y \cdot z +$$
$$+ \sum (c_Z \cdot y^2 + c_y \cdot z^2) \cdot \varphi_x - \sum c_Z \cdot xy \cdot \varphi_y - \sum c_y \cdot xz \cdot \varphi_z = 0 , \qquad (4)$$

$$- J_{xy} \cdot \ddot{\varphi}_x + J_y \cdot \ddot{\varphi}_y - J_{yz} \cdot \ddot{\varphi}_z + \sum c_x \cdot z \cdot x - \sum c_z \cdot x \cdot z +$$
$$+ \sum (c_x \cdot z^2) \cdot \varphi_y - \sum c_z \cdot xy \cdot \varphi_x - \sum c_x \cdot yz \cdot \varphi_z = 0 \qquad (5)$$

$$- J_{xz} \cdot \ddot{\varphi}_x - J_{yz} \cdot \ddot{\varphi}_y + J_z \cdot \ddot{\varphi}_z - \sum c_X \cdot y \cdot x + \sum c_y \cdot x \cdot y +$$
$$+ \sum (c_X \cdot y^2 + c_y \cdot x^2) \cdot \varphi_z - \sum c_y \cdot xz \cdot \varphi_X - \sum c_X \cdot yz \cdot \varphi_y = 0 \qquad (6)$$

где c_x, c_y, c_z -упругая жесткость амортизаторов в направлении X,Y,Z;

x, y, z -координаты амортизаторов относительно координатных осей (если начало координат совпадает с центром масс, то оси являются главными);

J_x, J_y, J_z -моменты инерции блока относительно координатных осей;

J_{xy}, J_{yz}, J_{zx} -центробежные моменты инерции относительно координатных плоскостей;

m - масса блока;

$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ -углы поворота относительно координатных осей.

Решая эту систему уравнений, находят шесть частот собственных колебаний - три линейных и три вращательных. Данная система допускает решения, отличные от нуля, если ее определитель равен нулю. Решение системы ищут в виде

$$\delta_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi); \quad \delta_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi); \quad \delta_3 = A_3 \cos(\omega t + \varphi);$$
$$\delta_4 = A_4 \cos(\omega t + \varphi); \quad \delta_5 = A_5 \cos(\omega t + \varphi); \quad \delta_6 = A_6 \cos(\omega t + \varphi).$$

Подставляя, эти выражения в исходные уравнения и записывая коэффициенты при соответствующих координатах в виде определителя и решая его, находят постоянные коэффициенты уравнения шестой степени относительно ω^2

$$A\omega^{12} + B\omega^{10} + C\omega^8 + D\omega^6 + E\omega^4 + F\omega^2 + G = 0$$

Если блок установлен на амортизаторах без перекосов, а центры масс и жесткости лежат на одной вертикали, кроме того, использованы амортизаторы одного типоразмера, у которых упругая жесткость по X и Y одинакова, то при выполнении этих условий расчётная модель соответствует варианту 2.

Система дифференциальных уравнений распадается на два уравнения независимых и четыре попарно-связанных.

$$m \cdot \ddot{z} + \sum c_Z \cdot z = 0 \tag{7}$$

$$J_z \cdot \ddot{\varphi}_z + \sum\left(c_x \cdot y^2 + c_y \cdot x^2\right) \cdot \varphi_z = 0 \tag{8}$$

$$m \cdot \ddot{x} + \sum c_X \cdot x + \sum c_X \cdot z \cdot \varphi_y = 0 \tag{9}$$

$$J_y \cdot \ddot{\varphi}_y + \sum c_X \cdot z \cdot x + \sum\left(c_X \cdot z^2 + c_Z \cdot x^2\right) \cdot \varphi_y = 0 \tag{10}$$

$$m \cdot \ddot{y} + \sum c_y \cdot y - \sum c_y \cdot z \cdot \varphi_X = 0 \tag{11}$$

$$J_x \cdot \ddot{\varphi}_x - \sum c_y \cdot z \cdot y + \sum\left(c_Z \cdot y^2 + c_y \cdot z^2\right) \cdot \varphi_x = 0 \tag{12}$$

Из уравнений (7) и (8) определяют частоты собственных колебаний вдоль оси Z и вращательных колебаний вокруг этой оси.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{\sum c_Z}{m}}\ ; \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{\sum\left(c_X \cdot y^2 + c_y \cdot x^2\right)}{J_Z}}$$

Из уравнений (9) и (10) находят ещё две частоты ω_3 и ω_4 решая биквадратное уравнение

$$\omega_{3,4}^4 - a_1 \cdot \omega_{3,4}^2 + b_1 = 0$$

где: $$a_1 = \frac{\sum\left(c_X \cdot z^2 + c_Z \cdot x^2\right)}{J_y} + \frac{\sum c_X}{m}$$

$$b_1 = \frac{\left(\sum c_x\right)\cdot\sum\left(c_x z^2 + c_z\cdot x^2\right) - \left(\sum c_x\cdot z\right)^2}{m\cdot J_y}$$

Из уравнений (11) и (12) находят частоты ω_5 и ω_6. Решая биквадратное уравнение

$$\omega_{5,6}^4 - a_2\cdot\omega_{5,6}^2 + b_2 = 0$$

где:
$$a_2 = \frac{\sum\left(c_z\cdot y^2 + c_y\cdot z^2\right)}{J_x} + \frac{\sum c_y}{m}$$

$$b_2 = \frac{\left(\sum c_y\right)\cdot\sum\left(c_z y^2 + c_y\cdot z^2\right) + \left(\sum c_y\cdot z\right)^2}{m\cdot J_x}$$

Если расчётная схема удовлетворяет требованиям 3-го случая, т.е. к перечисленным условиям добавить, что амортизаторы расположены симметрично и центр жесткости совпадает с центром масс, то система уравнений распадается на шесть независимых частот собственных колебаний.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{\sum c_x}{m}}; \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{\sum c_y}{m}}; \qquad \omega_3 = \sqrt{\frac{\sum c_z}{m}};$$

$$\omega_4 = \sqrt{\frac{\sum\left(c_z y^2 + c_y\cdot z^2\right)}{J_x}} \qquad \omega_5 = \sqrt{\frac{\sum\left(c_x z^2 + c_z\cdot x^2\right)}{J_y}};$$

;

$$\omega_6 = \sqrt{\frac{\sum\left(c_x y^2 + c_y\cdot x^2\right)}{J_z}}.$$

Используя полученные выражения, находят собственные частоты колебаний блоков. Абсолютно совместить центр жесткости с центром масс практически невозможно. Также как и расположить на одной вертикали. Поэтому в инженерных задачах всегда возникает вопрос о степени приближения этих точек. Для практических задач при размерах блоков в пределах 600 мм можно считать, что центр масс и центр жесткости совпадают, если разнос между ними не превышает 10 мм. При меньших размерах блоков эту величину пропорционально уменьшают