

# Основы проектирования оптических приборов и систем

## Вычисление и отображение параксиальных характеристик оптических систем при помощи матричной оптики

### 1. Оптическая система

*Параксиальные характеристики* оптической системы - это кардинальные отрезки оптической системы: фокусные расстояния, фокальные отрезки, положения главных плоскостей (рис.1).

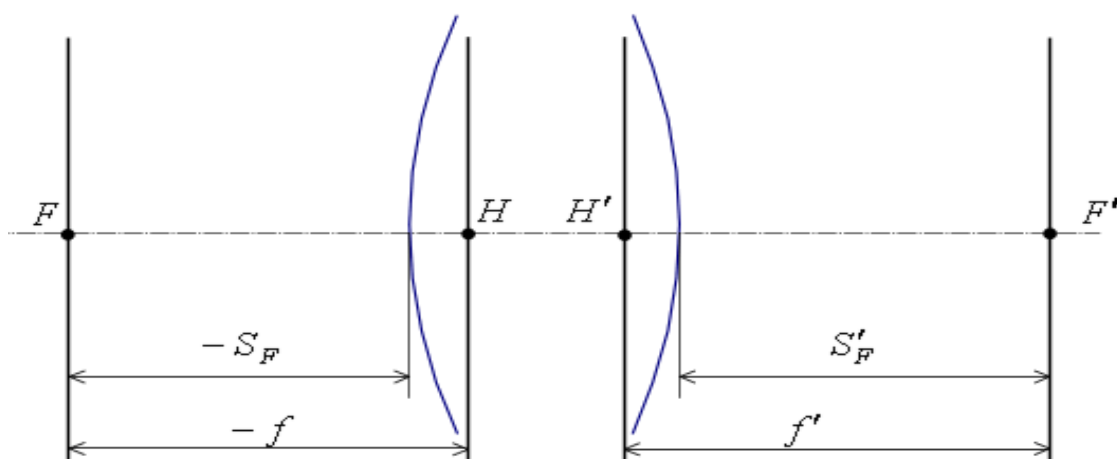


Рис.1 Изображение кардинальных отрезков оптической системы

*Главные плоскости системы* - пара сопряженных плоскостей в пространстве предметов и изображений, в которых линейное увеличение равно единице. *Главные точки  $H$  и  $H'$*  - это точки пересечения главных плоскостей с оптической осью.

*Переднее фокусное расстояние  $f$*  - это расстояние от передней главной точки ( $H$ ) до переднего фокуса.

*Заднее фокусное расстояние  $f'$*  - это расстояние от задней главной точки ( $H'$ ) до заднего фокуса.

*Передний фокальный отрезок  $S_F$*  - это расстояние от первой поверхности оптической системы до переднего фокуса ( $F$ ).

*Задний фокальный отрезок  $S'_F$*  - это расстояние от последней поверхности оптической системы до заднего фокуса ( $F'$ ).

Для удобства чтения оптических схем и компьютерных расчетов в оптике приняты единые правила знаков. Положительным *направлением света* считается распространение слева направо. *Осевые расстояния* между преломляющими поверхностями считаются положительными, если они измеряются по направлению распространения света (слева направо).

## 2. Матрица преобразования

Основное действие оптической системы заключается в изменении хода лучей, т.е. преобразовании двух параметров – линейной и угловой координат луча. Эти преобразования наиболее удобно описывать при помощи аппарата *матричной оптики* (матрица преобразования полностью описывает распространение лучей через оптическую систему).

Необходимо учитывать, что параметры луча в пространстве предметов и изображений могут быть заданы только в том случае, если выбраны *опорные плоскости* (ОП) – некоторые произвольно выбранные плоскости, перпендикулярные оптической оси.

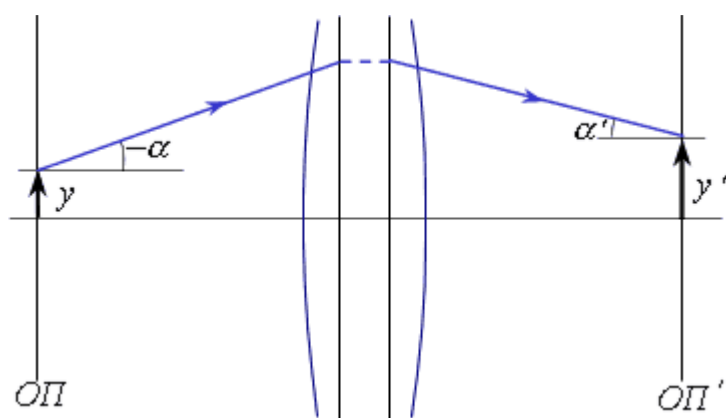


Рис.2 Линейная ( $y$ ) и угловая ( $\alpha$ ) координаты луча

Действие оптической системы (ОС) заключается в преобразовании координат лучей (рис.2):

$$\begin{bmatrix} y \\ \alpha \end{bmatrix} \longrightarrow (\text{ОС}) \longrightarrow \begin{bmatrix} y' \\ \alpha' \end{bmatrix}, \text{ где}$$

$$y' = Ay + B\alpha \quad (1)$$

$$\alpha' = Cy + D\alpha \quad (2)$$

Выражения для линейной (1) и угловой (2) координат луча можно записать в матричной форме, а преобразование координат луча оптической системой можно представить в виде умножения некоторой матрицы на вектор входных координат луча:

$$\begin{bmatrix} y' \\ \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (3)$$

Таким образом, все свойства идеальной оптической системы полностью описываются *матрицей преобразования лучей*  $G$ , называемой также *гауссовой матрицей* (размер матрицы 2x2):

$$G = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (4)$$

### 3. Виды матриц преобразования

Существуют два основных вида матриц преобразования ( $G$ ), описывающих два простых преобразования – перенос луча в свободном пространстве и преломление луча на преломляющей поверхности или в оптической системе:

- *матрица переноса* - матрица Гаусса, которая рассматривает преобразование только линейных координат лучей;
- *матрица преломления* - матрица Гаусса, которая рассматривает преобразование только угловых координат лучей.

### 3.1. Общий вид матрицы переноса

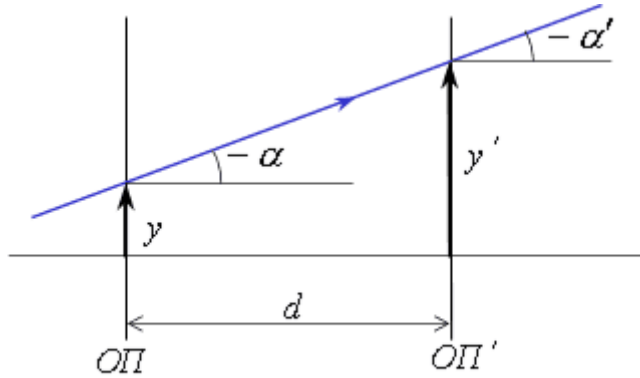


Рис.3 Перенос луча оптической системой

Согласно рис.3 при переносе луча изменяется только линейная координата, угловая координата луча не изменяется:

$$\begin{aligned}y' &= y + \frac{d}{n} \\ \alpha' &= \alpha\end{aligned}\quad (5)$$

В данном случае матрица преобразования имеет смысл *матрицы переноса*:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & \frac{d}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ где} \quad (6)$$

$\frac{d}{n}$  – приведенное расстояние между опорными плоскостями,

$d$  – расстояние между опорными плоскостями,

$n$  – показатель преломления оптической системы.

### 3.2. Общий вид матрицы преломления

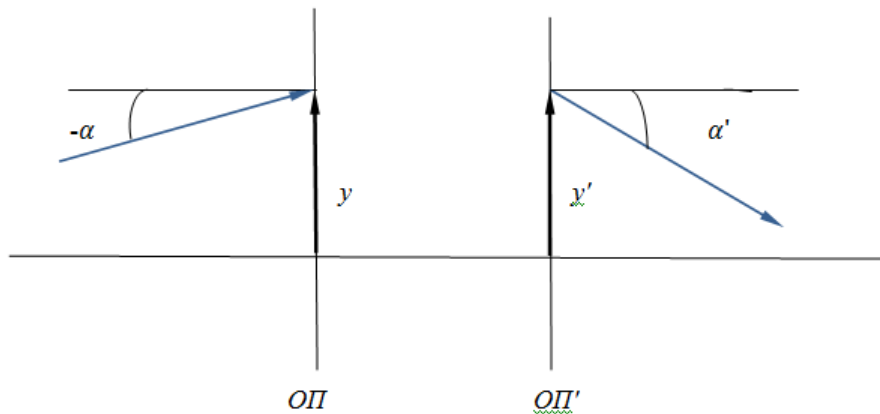


Рис.4 Преломление луча оптической системой

Матрица преломления описывает преломление луча оптической системой (рис.4), при этом  $y$  луча изменяется только угловая координата:

$$y' = y$$

$$\alpha' = -\phi y + \alpha \quad (7)$$

В данном случае матрица преобразования имеет смысл *матрицы преломления*:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi & 1 \end{bmatrix}, \text{ где} \quad (8)$$

$\phi$  – оптическая сила преломляющей системы.

### 3.3. Матрица одной преломляющей поверхности

В случае преломления луча на одной сферической поверхности с радиусом  $r$ , находящейся на границе сред с показателями преломления  $n$  и  $n_1$  (рис.5), а также принимая во внимание что

$$\phi = \frac{1}{r} (n' - n), \quad (9)$$

итоговые выражения для преобразования линейной и угловой координат луча выглядят следующим образом:

$$y' = y$$

$$\alpha' = -\frac{y}{r}(n' - n) + \alpha \quad (10)$$

В данном случае матрица преломления имеет вид:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{r}(n' - n) & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

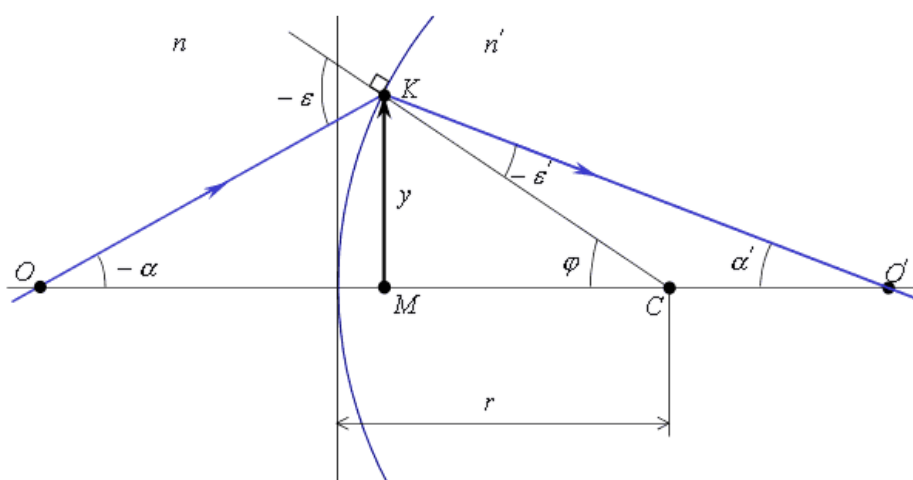


Рис.5 Прохождение луча через одну преломляющую поверхность.

#### 4. Постановка задачи вычисления параксиальных характеристик оптической системы

Оптическая система, работающая в воздухе, состоит из двух оптически прозрачных элементов. Заданы радиусы кривизны ( $r$ ), толщины ( $d$ ) и показатели преломления оптических сред ( $n$ ) деталей оптической системы:

$$r_1 = 56,5 + 0,1N, \text{ мм};$$

$$r_2 = -(56,5 + 0,1N), \text{ мм};$$

$$r_3 = 48 + 0,1N, \text{ мм};$$

$$r_4 = -(48+0,1N), \text{ мм, где}$$

N — номер варианта (последние две цифры студенческого билета).

$$d_1 = 5,6 \text{ мм}$$

$$d_2 = 10,6 \text{ мм}$$

$$d_3 = 6,7 \text{ мм}$$

$$n_1 = 1,4$$

$$n_2 = 1$$

$$n_3 = 1,6$$

**На основе заданных параметров элементов оптической системы необходимо:**

- 1. Найти матрицу преобразования оптической системы G.**
- 2. Вычислить параксиальные характеристики оптической системы.**
- 3. Отобразить параксиальные характеристики на оптическом чертеже.**

#### **4.1. Нахождение матриц преломления и переноса оптического луча**

Для того чтобы найти параксиальные характеристики системы, необходимо вычислить ее матрицу преобразования, которая определяется как последовательное перемножение матриц преломления и матриц переноса всех элементов оптической системы.

Т.к. оптическая система состоит из четырех преломляющих поверхностей и трех оптически прозрачных сред (рис.б), то необходимо воспользоваться формулой (6) для нахождения матриц переноса ( $T_1; T_2; T_3$ ) оптического луча и формулой (11) для нахождения матриц преломления ( $R_1; R_2; R_3; R_4$ ) сферических поверхностей.

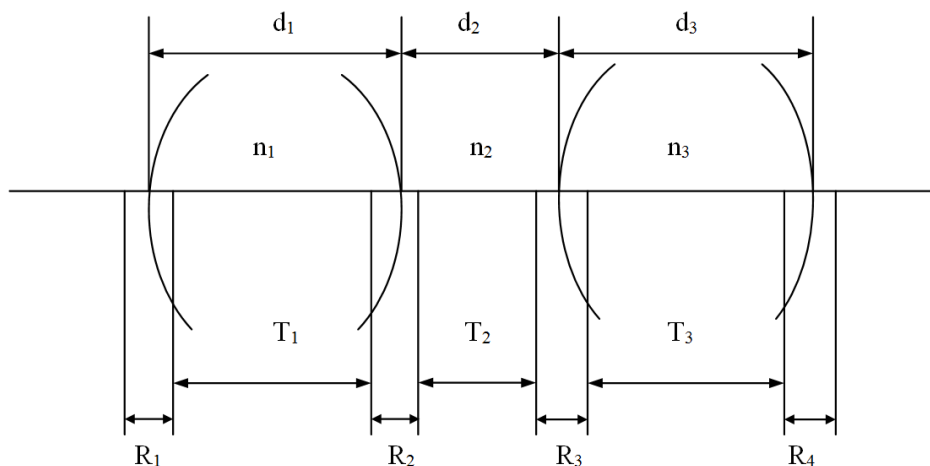


Рис.6 Оптическая система, состоящая из преломляющих поверхностей и оптически прозрачных сред.

#### 4.2. Нахождение матрицы преобразования оптической системы

Матрица преобразования оптической системы, состоящей из нескольких компонентов, будет состоять из произведения матриц преломления и матриц переноса для отдельных компонентов:

$$G = R_4 T_3 R_3 T_2 R_2 T_1 R_1 \quad (12)$$

#### 4.3. Вычисление параксиальных характеристик оптической системы

Элементы матрицы преобразования можно выразить через кардинальные отрезки оптической системы:

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{S'_F}{f'} & \frac{S'_F S'_F - f f'}{n f'} \\ \frac{-n'}{f'} & \frac{S'_F}{f} \end{bmatrix}, \quad \text{где} \quad (13)$$

где  $n$  и  $n'$  - показатели преломления сред до и после оптической системы.

Зная значение элементов матрицы преобразования оптической системы, можно определить значения параксиальных характеристик:



$$f = \frac{g_{11}g_{22}}{g_{21}} - g_{12}; \quad (14)$$

$$f' = -\frac{1}{g_{21}}; \quad (15)$$

$$S_F = \frac{g_{22}}{g_{21}}; \quad (16)$$

$$S'_F = -\frac{g_{11}}{g_{21}} \quad (17)$$

По формулам (14,15,16,17) необходимо рассчитать фокусные расстояния  $f$  и  $f'$  и фокальные отрезки  $S_F$  и  $S'_F$ .

Отобразить полученные параксиальные характеристики оптической системы на чертеже (см. рис.1).